

Eine Kopplungsmethode für die nicht-iterative Co-Simulation

Dipl.-Ing. Martin Benedikt, Bakk.techn.

Eine Kopplungsmethode für die nicht-iterative Co-Simulation

Dissertation

an der

Technischen Universität Graz

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Martin Benedikt, Bakk.techn.

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik (IRT),
Technische Universität Graz
A-8010 Graz

Dezember 2012

© Copyright 2012, Martin Benedikt



A Coupling Methodology for non-iterative Co-Simulation

PhD Thesis

at

Graz University of Technology

submitted by

Martin Benedikt, M.Sc. B.Sc.

Institute of Automation and Control (IRT),
Graz University of Technology
A-8010 Graz, Austria

December 2012

© Copyright 2012 by Martin Benedikt

This work is written in german language.



Für Karin und Laura ...

Kurzfassung

Die gesamtheitliche Entwicklung und Analyse komplexer Systeme führt oft zu domänenübergreifenden Betrachtungen und somit zwangsläufig zur gekoppelten Simulation. Im Falle von wechselseitigen Abhängigkeiten einzelner Teilsysteme stehen nicht alle Koppelgrößen zur Verfügung, was eine Schätzung der unbekanntenen Koppelgrößen erfordert. Bei der *nicht-iterativen* Co-Simulation, wobei die Teilsysteme genau einmal über die Koppelzeitschritte gelöst werden, beeinflusst der Schätzfehler das Gesamtsystemverhalten und wirkt sich nachteilig auf die Qualität der Simulationsergebnisse aus. Im Rahmen dieser Arbeit werden dazu der traditionelle Kopplungsprozess bei der *nicht-iterativen* Co-Simulation analysiert und, *unabhängig* von Metainformation über die Teilmodelle, leistungsfähige Erweiterungen entwickelt.

Ausgangspunkt ist die systemtechnische Darstellung des Kopplungsprozesses und die Ähnlichkeit zu einer zeitdiskreten Signalverarbeitungseinheit. Die damit verbundenen typischen Probleme der Signalabtastung und der Signalrekonstruktion bilden die Basis für die spätere Reduktion von unerwünschten Kopplungseffekten. Zudem erlaubt die Modellierung der Extrapolationsverfahren eine Analyse des Kopplungsprozesses im Frequenzbereich und die Definition gewünschter Eigenschaften der *nicht-iterativen* Kopplung. Aus einer allgemeinen Betrachtung mit dem Fokus auf dem Energieaustausch zwischen den Teilsystemen, lässt sich eine fundamentale, *nahezu energieerhaltende* Strategie (NEPCE) zur Kopplung ableiten, die eine permanente Korrektur der Schätzung von Koppelgrößen bewirkt. Eine daraus resultierende regelungstechnische Problemstellung wirft Realisierungs- und Stabilitätsfragen auf, die durch eine zeitdiskrete Systembetrachtung beantwortet werden können. Die Grundstruktur des Kompensationssystems erlaubt in weiterer Folge die Einbettung von Maßnahmen zur Vermeidung von *Aliasing* und zur Signalrekonstruktion *ohne* das Gesamtsystemverhalten weiter zu beeinflussen. Notwendige Einstellparameter zum Festlegen der Leistungsfähigkeit der Kopplung in den unterschiedlichen Ausprägungen werden in einem Bibliotheksansatz zusammengefasst. Darüber hinaus ist die Wahl einer geeigneten Kopplungsschrittweite i. A. nicht trivial. Diesbezüglich werden die zeitabhängige *FOURIER*- und die *WAVELET*-Transformation zur Analyse der Koppelsignale herangezogen, um *adaptiv* eine sinnvolle Koppelschrittweite, basierend auf den Frequenzinhalten der Koppelsignale, zu bestimmen. Im Zuge dessen wird eine neue Methode unter Verwendung von Steigungsinformation entwickelt, die ausreichend Information aus den Koppelsignalen extrahiert, um die Koppelschrittweite zu steuern. Durch Einbinden von mehreren Koppelsignalen lässt sich anschließend eine *prädiktive adaptive* Steuerung der Schrittweite erreichen. Als zusätzlicher Aspekt wird eine Bewertungsmethode für *nicht-iterative* Co-Simulation vorgeschlagen. Neben der zeitabhängigen *FOURIER*- oder der *WAVELET*-Transformation wird hierzu die *HILBERT-HUANG*-Transformation verwendet, um die maximale Momentanfrequenz zu bestimmen. Die definierten Bewertungskriterien erlauben eine topologische und auch zeitliche Lokalisierung eventuell auftretender Koppelfehler. Neben realen Beispielen zur *nicht-iterativen* Co-Simulation wird die entwickelte Korrekturmethode abschließend bei einer artfremden Anwendung eingesetzt, wobei der Effekt der *quasi*-kontinuierlichen Realisierung einer kontinuierlichen Regelvorschrift als diskrete Regelung in einem bestimmten Bereich kompensiert wird.

Abstract

The holistic development and analysis of large systems frequently leads to coupled simulations because of cross-domain considerations. Thereby, systems are modeled and solved independently using domain-specific simulation tools and interactions are ensured via the interconnection of the inputs and outputs of the involved subsystems. This approach is termed co-simulation. However, concerning *non-iterative* co-simulation subsystems are solved once over coupling time steps and in the general case of bidirectional dependencies between subsystems several coupling quantities are unknown which requires some kind of estimation of these unknown quantities. The associated estimation error influences the entire behavior of the overall system. Therefore, in the scope of this work the traditional coupling process of *non-iterative* co-simulation is explored and powerful extensions are developed. For general usability the proposed extensions work independently of meta information about the involved subsystems.

The representation of the coupling process as a system itself and the similarities to a digital signal processing unit yields as basis for this contribution. Sampling at coupling time instants is mandatory and *aliasing* as well as reconstruction of the coupling signal are addressed to omit undesirable coupling effects. Especially the description and analysis of extrapolation techniques in the frequency domain enables the definition of requested features of the *non-iterative* coupling process. Based on general considerations focusing on the exchange of energy between interacting subsystems a fundamental *nearly energy preserving coupling element* (NEPCE) mitigating the estimation errors is proposed. For the resulting control problem stability aspects and realization circumstances are addressed using a discrete time system model description. Furthermore, the structure of the obtained compensation system is extended to suppress possible occurring *aliasing* effects and/or for reconstruction purposes of the coupling signal *without* influencing the entire system behavior additionally. Therefore, a library approach is used to handle the performance determining tuning parameters for the resulting set of possible coupling elements. As a further aspect, the non-trivial choice of an appropriate coupling step-size is treated. For *adaptive* step-size selection the short-time *FOURIER* transformation as well as the *WAVELET* transformation are used to analyze the history of the coupling signals at coupling time instants. Therefore, a method based on the slopes of the coupling signal for step-size control is proposed. Enhancements due to comprehensive analysis of coupling signals leads in succession to a *predictive adaptive* step-size control strategy. Finally a method to assess the quality of *non-iterative* co-simulations is addressed. Beside typical signal analysis methods the *HILBERT-HUANG*-transformation is used to determine the maximum instantaneous frequency which is contained in the coupling signal. The proposed criteria for quality assessments enable a topological as well as temporal localization of coupling errors. In addition to industrial co-simulation examples a dissimilar application of the developed method is demonstrated by means of mitigating the adverse effect due to the *quasi*-continuous realization of a designed continuous controller.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ort

Datum

Unterschrift

Statutory Declaration

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Place

Date

Signature

Inhaltsverzeichnis

Inhalt	ii
Abbildungsverzeichnis	vi
Tabellenverzeichnis	vii
Danksagung	ix
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung und Beitrag	2
1.3 Gliederung der Arbeit	4
2 Stand der Technik	7
2.1 Begriffsvereinheitlichung	7
2.2 Kopplungsmethoden	11
2.3 Signalabtastung und Rekonstruktion	15
2.4 Zusammenfassung	24
3 Analyse der nicht-iterativen Kopplung	25
3.1 Das nicht-iterative Koppellement	25
3.2 Modellierung und Analyse	26
3.3 Einfluss auf die numerische Lösung	34
3.4 Aspekte einer idealen Kopplung	35
3.5 Zusammenfassung	36
4 Energieerhaltende Kopplung	37
4.1 Energieerhaltende Strategie	37
4.2 Realisierung des NEPCE	40
4.3 Modellierung und Diskussion	43
4.4 Stabilitätsanalyse des NEPCE	47
4.5 Kompensation mittels Transformation	63
4.6 Schwingverhalten und effektive Bandbreite	70
4.7 Beispiel: Wärmeübertragung	71
4.8 Zusammenfassung	78

5	Reduktion der Kopplungseffekte	79
5.1	Rückblick und Motivation	79
5.2	Realisierung <i>quasi-analoger</i> Filter	81
5.3	Erweiterung um <i>Anti-Aliasing</i>	88
5.4	Rekonstruktion des Koppelsignals	91
5.5	Stabilitätsanalyse der erweiterten NEPCE	94
5.6	Bibliotheksansatz	100
5.7	Beispiel: Wärmeübertragung - Fortsetzung	101
5.8	Zusammenfassung	108
6	Steuerung der Makro-Schrittweite	111
6.1	Wahl der Makro-Schrittweite	111
6.2	Adaptive Kopplung	114
6.3	Beispiel: Wärmeübertragung - Fortsetzung	129
6.4	Zusammenfassung	132
7	Qualität der Co-Simulation	135
7.1	Problematik	135
7.2	Methode zur Bewertung	136
7.3	Beispiel: Wärmeübertragung - Fortsetzung	144
7.4	Zusammenfassung	146
8	Evaluierungsbeispiele	149
8.1	Beispiel: Fahrer-Assistenz-System	149
8.2	Artfremde Anwendung	170
8.3	Zusammenfassung	177
9	Ausblick	179
9.1	Genereller Trend	179
9.2	Ideen zukünftiger Arbeit	181
10	Zusammenfassung	183
A	Ergänzende mathematische Zusammenhänge	187
A.1	Parameter des <i>Butterworth</i> -Filters	187
A.2	Modellierung der Extrapolation	187
A.3	Aspekte zur Implementierung	193
B	Ergänzungen zum NEPCE	197
B.1	Zeitdiskreter Filter samt Integrator	197
B.2	Konfiguration des NEPCE	198
	Literaturverzeichnis	209
	Vitae	210

Abbildungsverzeichnis

1.1	Um einen Analyseschritt erweiterter globaler Zusammenhang bei <i>nicht-iterativer</i> Co-Simulation	4
2.1	Darstellung von Modellbildung und Simulation sowie Abgrenzung von Co-Simulation	8
2.2	Beispielhafte Co-Simulation zweier <i>black-box</i> Teilsysteme	12
2.3	Allgemeine Darstellung der notwendigen Schritte bei <i>nicht-iterativer sequentieller</i> Kopplung von zwei voneinander abhängigen Teilsystemen . . .	13
2.4	Schematische Darstellung einer idealisierten Signalverarbeitungskette . . .	16
2.5	Auftreten von <i>Aliasing</i> aufgrund zu klein gewählter Abtastperiodendauer .	18
2.6	<i>Butterworth</i> -Filter unterschiedlicher Ordnung	21
2.7	Schematische Darstellung einer idealisierten Signalrekonstruktion	22
2.8	Amplitudenfrequenzgang eines <i>ZOH</i> -Gliedes im Vergleich zu einem idealen Rekonstruktions-Filter	24
3.1	Systemtechnische Betrachtung des <i>nicht-iterativen</i> Koppel-elementes und äquivalente Darstellung der Einprägung eines Störsignals	26
3.2	Vergleich häufig eingesetzter Extrapolationsverfahren	27
3.3	Äquivalente Darstellung des Kopplungsprozesses mit Abtastung und nachfolgender Extrapolation	30
3.4	Betragskennlinien des <i>ZOH</i> , <i>FOH</i> und <i>SOH</i> samt skizzierten idealen Rekonstruktionsfilter	32
3.5	Amplituden- und Phasengang unterschiedlicher Kopplungsvarianten	33
4.1	Koppelsignal und eingebrachter Schätzfehler bei Extrapolation 0. Ordnung	38
4.2	Kopplungselement bestehend aus verwendeter Extrapolationstechnik und Kompensation über ein Totzeitglied	39
4.3	Kopplungselement bestehend aus verwendeter Extrapolationstechnik und Kompensation über einen Standardregelkreis	40
4.4	Zur Realisierung modifiziertes nahezu energieerhaltendes Kopplungselement ohne Rückkopplung	41
4.5	Modifikation des über Extrapolation 0-ter Ordnung geschätzten Koppelgröße über <i>konstante</i> und <i>lineare</i> Korrektur	42
4.6	Zur Realisierung modifiziertes nahezu energieerhaltendes Kopplungselement	44
4.7	Gegenüberstellung der Frequenzgänge unterschiedlicher Kopplungsvarianten am Beispiel der <i>ZOH</i> Kopplung im <i>normierten</i> Frequenzbereich	46

4.8	Gegenüberstellung der Frequenzgänge unterschiedlicher Kopplungsvarianten am Beispiel der SOH Kopplung im <i>normierten</i> Frequenzbereich	47
4.9	Ortskurve des <i>offenen</i> Kreises des Kompensationssystems mit Totzeitglied und Rückkopplung	49
4.10	Blockschaltbild des Kompensationssystems mit Realisierung und explizit eingezeichnetem Abtastprozess	51
4.11	Gegenüberstellung der Frequenzgänge bei <i>konstanter</i> Korrektur mit und ohne Abtastung	52
4.12	Schematische Darstellung des Korrekturverlaufes $c(t)$ bei Anwendung von <i>lineare</i> Korrektur	53
4.13	Gegenüberstellung der Frequenzgänge bei <i>linearer</i> Korrektur mit und ohne Abtastung	54
4.14	Äquivalente Darstellung des Kompensationssystems in Standardregelkreisstruktur zum Anwenden von <i>konstanter</i> oder <i>linearer</i> Korrektur	63
4.15	Darstellung des Kompensationssystems mit Transformation der Ein- und Ausgangsgrößen zur Entkopplung der Zeitbasis	64
4.16	Abbildung der beiden Einstellparameter α und β auf einen prozentualen Wert γ	67
4.17	Systemtechnische Darstellung der Hin- und Rücktransformation sowie Abgrenzung des <i>zeitdiskreten</i> Kompensationssystems	69
4.18	Variation des Verstärkungsfaktors α bei <i>konstanter</i> Makro-Schrittweite	71
4.19	Variation der <i>konstanten</i> Makro-Schrittweite bei konstanten Einstellparametern α und β	72
4.20	Beispiel konduktive Wärmeübertragung zwischen zwei Punktmassen	73
4.21	Blockschaltbild des Beispiels Wärmeübertragung	74
4.22	Darstellung der Betrags- und Phasengänge des Systems und der relevanten Koppelemente ($\Delta T^{<m>} = 3\text{ s}$, $\gamma = 75\%$)	75
4.23	Gegenüberstellung der Simulationsresultate bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung und Anwendung <i>konstanter</i> Korrektur	76
4.24	Gegenüberstellung der Simulationsresultate bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung und Anwendung <i>linearer</i> Korrektur	77
5.1	Äquivalente Darstellung des Koppelementes ohne Erweiterungen	80
5.2	Interpretation der diskreten Wertefolge einer numerischen Lösung als <i>stückweise affine</i> kontinuierliche Funktion	82
5.3	Anwendung <i>quasi-analoger</i> Filter bei variabler Mikro- und Makro-Schrittweite	89
5.4	Äquivalente Darstellung des Koppelementes mit <i>Anti-Aliasing</i> Erweiterung	90
5.5	Äquivalente Darstellung des Koppelementes mit Erweiterung um Rekonstruktionsfilter	93
5.6	Allgemeine Darstellung des Kompensationssystems zur Realisierung von <i>konstanter</i> und <i>linearer</i> Korrektur	95
5.7	Allgemeine Darstellung des Kompensationssystems zur Realisierung von <i>konstanter</i> und <i>linearer</i> Korrektur ergänzt um einen Filter	97
5.8	Darstellung des Koppelementes samt Erweiterungen und Bibliothekansatz	101

5.9	Darstellung des synthetisch generiertem Rauschens, dessen einseitigem Amplitudenspektrums und des Betragsganges des <i>Anti-Aliasing</i> -Filters	103
5.10	Gegenüberstellung der Simulationsresultate bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung und Anwendung von <i>Anti-Aliasing</i> und <i>konstanter</i> Korrektur	105
5.11	Gegenüberstellung der Simulationsresultate bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung und Anwendung von Rekonstruktionsfilter 1-ter Ordnung bei <i>konstanter</i> Korrektur	106
5.12	Gegenüberstellung der Simulationsresultate bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung und Anwendung von Rekonstruktionsfilter 2-ter Ordnung bei <i>konstanter</i> Korrektur	107
6.1	Koppelemente mit adaptiver Makro-Schrittweitensteuerung	114
6.2	Synthetisches Koppelsignal und dessen Analyse mittels zeitabhängiger Fourier-Transformation (STFT) sowie der kontinuierlichen <i>WAVELET</i> -Transformation und Anwendung der Methode basierend auf Steigungsinformation	117
6.3	Darstellung des <i>HAMMING</i> -Fensters und des <i>MORLET</i> -Wavelets der Länge 13 im Zeitbereich	119
6.4	Maximal mögliche Steigungsänderung einer Sinusschwingung	123
6.5	Gewichtungsfunktion zur adaptiven Anpassung der Makro-Schrittweite	127
6.6	Koppelement mit prädiktiver adaptiver Makro-Schrittweitensteuerung	129
6.7	Gegenüberstellung der Simulationsresultate bei Kopplung mittels adaptiver Steuerung der Makro-Schrittweite	130
6.8	Gegenüberstellung der Simulationsresultate bei Kopplung mittels prädiktiver adaptiver Steuerung der Makro-Schrittweite	131
7.1	Bandbegrenzttes Signal in Bezug auf das <i>PARSEVAL</i> sche Theorem	139
7.2	Zerlegung des synthetischen Koppelsignals mittels der EMD	141
7.3	Repräsentation des synthetischen Koppelsignals in der Zeit-Frequenzebene mittels zeitabhängiger <i>FOURIER</i> -Transformation (STFT) und <i>HILBERT-HUANG</i> -Transformation (HHT)	142
7.4	Darstellung der Momentanfrequenzen der extrahierten <i>Moden</i> und Kennzeichnung der maximal auftretenden Frequenz im Koppelsignal	143
7.5	Evaluierung der Kopplung am Beispiel Wärmeübertragung	145
8.1	Schematische Darstellung des Gesamtsystems bestehend aus ABS-Regler implementiert in MATLAB und dem MKS-System modelliert in MSC/ADAMS150	
8.2	Schematische Darstellung des vorgegebenen Fahrmanövers: Vollbremsung in einer Linkskurve durch den virtuellen Fahrer	151
8.3	Resultate der Mono-Simulation des Fahrer-Assistenz-Systems (durchgeführt in MSC/ADAMS)	152
8.4	Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 2-ter Ordnung (SOH) <i>ohne</i> Korrektur ($\Delta T = 0.01 s$)	156
8.5	Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 1-ter Ordnung (FOH) mit <i>linearer</i> Korrektur ($\Delta T = 0.005 s, \gamma = 95\%$)	157

8.6	Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) mit <i>konstanter</i> Korrektur ($\Delta T = 0.002\text{ s}$, $\gamma = 75\%$)	158
8.7	Übertragungsfunktionen der beim FAS-Beispiel eingesetzten Koppelemente	159
8.8	Gegenüberstellung der maximalen Momentanfrequenzen und der effektiven Bandbreiten beim FAS-Beispiel	160
8.9	Gegenüberstellung der ISE bei unterschiedlicher ZOH-Kopplung	162
8.10	Gegenüberstellung der ISE bei unterschiedlicher ZOH-Kopplung	163
8.11	Gegenüberstellung der ISE bei unterschiedlicher FOH-Kopplung	164
8.12	Gegenüberstellung der ISE bei unterschiedlicher FOH-Kopplung	165
8.13	Gegenüberstellung der ISE bei unterschiedlicher SOH-Kopplung	166
8.14	Gegenüberstellung der ISE bei unterschiedlicher SOH-Kopplung	167
8.15	Gegenüberstellung der ISE und der Anzahl der Makro-Schritte bei adaptiver Makro-Schrittweitensteuerung	168
8.16	Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) mit <i>konstanter</i> Korrektur und adaptiver Makro-Schrittweitensteuerung ($\Delta T \in [0.001\text{ s}, 0.006\text{ s}]$, $\gamma = 75\%$) . .	169
8.17	Schematische Darstellung des Hubmagneten samt Parameter	171
8.18	Regelungssystem Hubmagnet mit Abgrenzung der beiden Teilsysteme . . .	172
8.19	Gegenüberstellung der Resultate bei positiver Positionsänderung am Beispiel Hubmagnet	174
8.20	Gegenüberstellung der Resultate bei negativer Positionsänderung am Beispiel Hubmagnet	175
8.21	Gegenüberstellung des ISE bei Kopplung mittels ZOH ohne und mit <i>konstanter</i> Korrektur	176
A.1	Gegebenheiten zum Bestimmen der Übertragungsfunktion des FOH-Gliedes	190

Tabellenverzeichnis

3.1	Heuristische Beschränkung der Makro-Schrittweite ΔT in Bezug auf die verwendete Kopplungsvariante	34
5.1	Festlegung der Einstellparameter α und β in Bezug auf die individuelle Konfiguration des NEPCE	102
A.1	Koeffizienten des <i>Butterworth</i> -Filters im normierten Frequenzbereich	187
B.1	Festlegung der Einstellparameter $\bar{\omega}_{norm}$, α und β des NEPCE <i>ohne</i> Filteranwendungen	199
B.2	Festlegung der Einstellparameter $\bar{\omega}_{norm}$, α und β des NEPCE <i>mit</i> Filteranwendungen.	199

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am *Kompetenzzentrum - Das Virtuelle Fahrzeug Forschungsgesellschaft mbH (ViF)* in Graz. Während dieser Zeit war ich in der Abteilung *Area E Electrics/Electronics and Software*, bei Herrn Univ.-Doz. Dr. Watzenig tätig und wurde wissenschaftlich von Herrn Prof. Dr. Hofer, am Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik (IRT) an der Technischen Universität Graz, betreut. Mit einigen Worten möchte ich mich nun bei all jenen Personen bedanken, die mir beim Verfassen meiner Dissertation direkt oder indirekt behilflich waren.

An erster Stelle schulde ich meinem Doktorvater Professor Dr. Anton Hofer ein herzliches Dankeschön für die Zeit die er sich stets nahm, um das Voranschreiten der Arbeit mitzuverfolgen. Seine Kommentare und Anregungen waren mir eine große Hilfe und die gemeinsamen Diskussionen trugen neben der kritischen Durchsicht sehr zum gelungenen Abschluss der Arbeit bei.

Im gleichen Maße spreche ich meinem Bereichsleiter Univ.-Doz. Dr. Daniel Watzenig im Besonderen für die Initiierung des Dissertationsvorhabens und den stets geschaffenen und nötigen Freiraum meinen Dank aus. Die vielen fachlichen sowie privaten Gespräche und sein Engagement haben maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Besonders möchte ich den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Firma *Kompetenzzentrum - Das Virtuelle Fahrzeug Forschungsgesellschaft mbH (ViF)* meinen Dank aussprechen. Das interessante Arbeitsgebiet, der kollegiale Umgang und die stets offene, entgegenkommende Arbeitsatmosphäre motivierten mich auch zum Schreiben meiner Dissertation in diesem Unternehmen. Speziell die thematischen Diskussionen mit meinen Kollegen öffneten neue Sichtweisen und bestärkten mein Vorhaben. Meine Kenntnisse auf dem Gebiet der Systemtheorie wurden dadurch enorm bereichert und ich hoffe, auch meinerseits einen Beitrag zur technischen Weiterentwicklung geleistet zu haben.

Nicht zuletzt sei an dieser Stelle meinen Eltern gedankt, die mich bei meiner späten Entscheidung bezüglich einer Universitätsausbildung bestärkt und in allen Lebenslagen hinter mir gestanden haben.

Von Ganzem Herzen danke ich meiner Frau Karin Benedikt, die seit Beginn meines Doktoratstudiums stets zu mir steht. Der gegebene Freiraum und die einfühlsame Akzeptanz förderten den geistigen Exkurs zur Schaffung von etwas Neuen. Mit Worten nicht zu beschreiben danke ich ihr sehr, dass ich das Wesentliche nicht aus den Augen verliere. Wir sind nun zu dritt!

Martin Benedikt
Graz, Dez. 2012

Kapitel 1

Einleitung

Dieses Kapitel führt den Leser in das Thema der Co-Simulation ein. Neben der Darstellung der Notwendigkeit der Kopplung von unterschiedlichen Simulatoren wird die dabei entstehende grundlegende Problemstellung umrissen. Eine anschließende Formulierung der Ziele zeigt den Fokus der Arbeit auf. Die Eingliederung der vorliegenden Arbeit in die wissenschaftliche Diskussion, der erzielte Neuheitsgrad und eine thematische Inhaltsübersicht runden diese Einführung ab.

1.1 Motivation

In der Automobilindustrie ist heute eine fachspezifische virtuelle Entwicklung Stand der Technik, um Zeit und Kosten zu sparen. Dabei werden in jeder Ingenieurs-Disziplin (z. B. Mechanik, Thermodynamik, Akustik, Elektrotechnik) spezifische Modelle für die einzelnen Komponenten entwickelt und für sich simuliert. Einflüsse von anderen Systemen im Fahrzeug werden nur eingeschränkt mitbetrachtet. Im Gegensatz dazu erfordert die Entwicklung moderner Fahrzeuge allerdings ein Zusammenspiel aller technischen Disziplinen. Diese Interaktionen müssen auch auf virtueller Ebene abgebildet werden, was durch zwei Lösungsansätze erfolgen kann: Entweder werden alle Simulationsmodelle in einem Simulator abgebildet oder die verwendeten Modelle werden mittels einer sogenannten Co-Simulations-Plattform zusammengeführt [30]. Der erste Ansatz ist aus Zeitgründen und der enormen Komplexität praktisch *nicht* machbar. Außerdem werden von den Ingenieuren für ihre Zwecke hoch-spezialisierte Werkzeuge verwendet, die für die gegebene Aufgabe optimiert sind (z. B. Finite Elemente Modelle FEM, Mehrkörper Systeme MKS, Strömungssimulation CFD, etc). Mit einem einzelnen Simulator ist es technisch kaum möglich, alle relevanten Aspekte abzubilden. Daher ist die Co-Simulation der einzig praktikable Weg für eine Gesamtsimulation des Fahrzeuges [3, 4, 36, 45]. Auslöser der gesamtheitlichen Auslegung und Optimierung ist die steigende Komplexität. Verstärkt wurde dieser Trend in den letzten Jahren in Zusammenhang mit der Elektrifizierung der Autos. Energieerzeugung, Energiemanagement, Verbrauchsrechnung und Beherrschung von Lastwechseln zählen in dieser Konstellation zu den fundamentalen Faktoren und können nur aufgrund einer integrierten Betrachtung beherrscht werden.

Der Gedanke der Co-Simulation ist nicht neu [4, 30, 47]. Modelle werden unabhängig über ein definiertes Zeitintervall mit Hilfe unterschiedlicher Simulationswerkzeuge simu-

liert und zum sogenannten Koppelzeitpunkt werden Daten mit anderen Simulationswerkzeugen ausgetauscht. Dieser Prozess wiederholt sich bis zum Ende der Simulationen. Breits seit Jahren wird daran gearbeitet und es kristallisierten sich zwei Ansätze, *iterative* und *nicht-iterative* Methoden, zur Kopplung heraus [12, 47, 48].

Iterative Ansätze erfordern mehrmaliges Rücksetzen der involvierten Simulationswerkzeuge. D. h. etwaige interne Variablen, wie Systemzustände oder die Simulationszeit, müssen auf einen speziellen Zustand zurückgesetzt werden und dies ist aufgrund der Eigenheiten der Simulationswerkzeuge gesamtheitlich *nicht* möglich! Zudem treten Konvergenz- und Laufzeitfragen auf, die eine erfolgreiche Anwendung nur mit ausreichendem Detailwissen erlauben. Dem gegenüber stehen *nicht-iterative* Ansätze, wobei jedes Teilmodell genau einmal über den aktuellen Zeitschritt simuliert und die Simulationen meist nur angehalten werden [3, 12]. Die Laufzeit ist abschätzbar, sodass diese Variante auch für Echtzeitanwendungen interessant ist. Im Falle von internen Schleifen erfordert diese Methodik eine Extrapolation von Koppelgrößen über den aktuell zu berechnenden Zeitschritt und dies führt zu Ungenauigkeiten [3]. Bislang wurden im Rahmen *nicht-iterativer* Co-Simulation Koppelgrößen extrapoliert (z. B. der Endwert des vorherigen Zeitschrittes konstant gehalten), was zu einer unerwünschten, jedoch notwendigen, Zeitverschiebung und somit zu Stabilitätsproblemen führen kann. Der klassische Ansatz ist es, die Kopplungs-Schrittweite zu reduzieren, um den eingebrachten Fehler und die dabei resultierende Zeitverschiebung in einem akzeptablen Bereich zu halten. In Fällen, wo diese Vorgangsweise zielführend ist, entstehen lange Simulationszeiten, welche wiederum nicht erwünscht sind.

Eine weitere Problematik in Folge *nicht-iterativer* Kopplung ist die Erzeugung von Unstetigkeiten an den Synchronisationszeitpunkten, die, neben einem erhöhten numerischen Fehler, eventuell zu Neuinitialisierungen der unterlagerten Lösungsalgorithmen führen kann [5]. Die Wahl einer sinnvollen Kopplungsschrittweite stellt eine weitere Herausforderung dar und ist nicht trivial. Typischerweise hängt eine geeignete Schrittweite von der Dynamik der gekoppelten Teilsysteme ab, welche für den Anwender einer Co-Simulation generell nicht im Detail bekannt sind. Aus diesem Grund wurde die Koppelschrittweite bislang mit Hilfe von Expertenwissen oder über zeitaufwendige numerische Tests bestimmt [3, 81].

Zum Statuieren von *nicht-iterativer* Co-Simulation als allgemein anwendbare Kopplungsmethode motivieren die minimalen Anforderungen an die Schnittstellen der involvierten Simulationswerkzeuge. Schwerwiegende Gegenargumente stellen jedoch die einhergehenden Problematiken der Kopplung dar, die sich auf die Genauigkeit und die Laufzeit der Simulation auswirken. Gelingt es hingegen, die Probleme im Zuge der *nicht-iterativen* Kopplung zu vermeiden, so ist der Weg für eine gesamtheitliche Systemsimulation auf Basis von *nicht-iterativer* Co-Simulation geebnet.

1.2 Zielsetzung und Beitrag

Das Ziel dieser Arbeit ist die Steigerung der Leistungsfähigkeit von *nicht-iterativer* Co-Simulation. Insbesondere liegt das Hauptaugenmerk auf der notwendigen Kopplung, die die Kernkomponente bei Co-Simulation darstellt. Eine modifizierte bzw. verbesserte Methode zur Kopplung von Simulatoren wird gesucht, damit der allgemein anwendbare Ansatz von *nicht-iterativer* Co-Simulation die gewünschte Genauigkeit der Resultate liefert. Die geeignete Wahl der Schrittweite und die Möglichkeiten zur Bewertung von Co-

Simulation sollen im Zuge dessen zusätzlich beleuchtet werden. Als Rahmenbedingungen und zur Sicherstellung der universellen Anwendbarkeit muss die Kopplung *ohne* jegliche Information über die involvierten Teilsysteme arbeiten.

1.2.1 Wissenschaftlicher Beitrag dieser Arbeit

Im Rahmen dieser Arbeit an den auftretenden Problemen bei Co-Simulationsanwendungen, lag der Fokus auf der *nicht-iterativen* Kopplung und konkret auf den oben erwähnten Zielen. Nach einer anfänglichen Gegenüberstellung der *iterativen* und *nicht-iterativen* Kopplungsvarianten wurden *adaptive* Steuerungen der Koppelschrittweite für beide Ansätze vorgeschlagen und zugleich publiziert:

Benedikt M., Stippel H., Watzenig D.; *An Adaptive Coupling Methodology for Fast Time-Domain Distributed Heterogeneous Co-Simulation*, SAE International, Detroit, 2010

Durch die hohen Anforderungen an die Schnittstellen der Simulationswerkzeuge bei *iterativer* Kopplung kristallisierte sich die *nicht-iterative* Kopplung als allgemein anwendbare Methodik zur Co-Simulation heraus. Die damit verbundenen Probleme wurden bislang durch sehr kleine Schrittweiten zu kompensieren versucht, was generell zu langen Simulationszeiten führt. Erst die hier vorgestellte Betrachtungsweise der Kopplung als Signalverarbeitungskette und die Modellierung der Koppelemente im Frequenzbereich führte zum gewünschten Erfolg. Die nachfolgend aufgelisteten Punkte sind als wesentliche Beiträge zur Steigerung der Leistungsfähigkeit von *nicht-iterativer* Co-Simulation zu verzeichnen:

- Die Modellierung typischer Extrapolationsverfahren im **Frequenzbereich** ermöglicht eine weitgreifende und allgemeine Analyse der Kopplung.
- Die **Methode zur Korrektur** des eingebrachten Schätzfehlers gelingt im unteren und interessierenden Frequenzbereich und ist *unabhängig* vom angewandten Extrapolationsverfahren. D. h. die entwickelte Struktur zur Kompensation des Schätzfehlers ist universell einsetzbar. Eine Interpretation als *nahezu energieerhaltende Kopplung* ist zulässig.
- Die vorgeschlagene Modifikation der Kopplung erlaubt das **Einbetten von Anti-Aliasing- und/oder Signalrekonstruktionsfiltern**, was Kopplungseffekte weitgehend reduziert. *Ohne* Kompensationsmaßnahmen werden die Resultate zusätzlich zur Kopplung stark beeinträchtigt.
- Die *adaptive* **signalbasierte Steuerung der Kopplungs-Schrittweite** ist ein bedeutender Beitrag zur Steigerung der Leistungsfähigkeit von Co-Simulation. Schrittweiten werden an die Dynamik der Teilmodelle angepasst und dadurch Laufzeit eingespart.
- Die Möglichkeit der **Bewertung von nicht-iterativer Co-Simulation** ist neuartig und erhöht das Vertrauen des Anwenders. Erstmals können Resultate *ohne* Referenzlösung quantitativ bewertet werden.



Abbildung 1.1: Um einen Analyseschritt erweiterter globaler Zusammenhang bei *nicht-iterativer* Co-Simulation

Zudem wurde in Bezug auf die Bewertung von Co-Simulation im Rahmen dieser Arbeit ein ähnlicher Ansatz wissenschaftlich publiziert. Dabei steht die Leistungsfähigkeit der *nicht-iterativen* Co-Simulation und die Wahl einer geeigneten Kopplungs-Schrittweite im Vordergrund. Dieser Ansatz verwendet jedoch Information über die gekoppelten Teilmodelle in Form von Metainformation und wird in der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt:

Benedikt M.; *Novel Approach for Performance Evaluation of Fast Time-Domain Non-Iterative Co-Simulation*, 2nd International Conference on Engineering Optimization, 6-9 September, Lisbon, Portugal, 2010

Eine weitere Publikation beschreibt die Problematiken bei *nicht-iterativer* Co-Simulation und zeigt dies konkret an Fallbeispielen auf. Eine Diskussion über die Beherrschbarkeit, mit dem Hintergrund der in dieser Arbeit entwickelten Methoden, rundet den Artikel ab:

Benedikt M., Zehetner J., Watzenig D., Bernasch J.; *Modern Coupling Strategies - Is Co-Simulation Controllable?*, NAFEMS: The Role of CAE in System Simulation, Wiesbaden, Germany, 2011, 1–10

Allgemein betrachtet, trägt die vorliegende Arbeit zur Steigerung der Leistungsfähigkeit bei und beruht auf der Analyse der Kopplung und der Modifikation der eingesetzten Extrapolationsverfahren. In Abbildung 1.1 ist diese Erweiterung grafisch dargestellt. Die *nicht-iterative* Co-Simulation ist ein ständiges Wechselspiel zwischen Extrapolation und Simulation. Ein zusätzlicher Zwischenschritt, der allgemein als Analyseschritt aufgefasst werden kann, stellt ein nützliches Bindeglied dar und dient zur Verbesserung von *nicht-iterativer* Co-Simulation.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit umfasst die Probleme der notwendigen Kopplung bei *nicht-iterativer* Co-Simulation. Das Werk ist in 10 Kapitel untergliedert, deren thematischer Inhalt vorab kurz aufgezeigt werden soll.

Nach einer allgemeinen Einführung in diesem **Kapitel 1** wird in **Kapitel 2** der aktuelle Stand der Technik und der Forschung erhoben. Neben einer einleitenden Begriffsvereinheitlichung werden die beiden existierenden Kopplungsvarianten für Co-Simulation aufgezeigt und die prinzipiellen Probleme, speziell bei *nicht-iterativer* Co-Simulation, vorgestellt. Als Grundlage und Basis für nachfolgende Betrachtungen ist eine typische Signalverarbeitungskette samt deren Eigenheiten, wie Signalabtastung und Signalrekonstruktion, angeführt.

Im anschließenden **Kapitel 3** werden sodann typische Kopplungsvarianten bzw. Extrapolationsmethoden auf ihre Eignung zum Einsatz für Co-Simulationsanwendungen untersucht. Dieser Abschnitt dient zur Analyse und zum Aufzeigen von gegenwärtigen Problemen bei *nicht-iterativer* Co-Simulation. Betrachtungen im Frequenzbereich geben dabei einen *neuen* Blick auf die Problemstellung und erlauben eine qualitative Bewertung der Kopplungsvarianten. In Anlehnung an eine Signalverarbeitungskette entstehen Effekte durch die notwendige Signalabtastung sowie Signalrekonstruktion, was zusätzlich Fehler bei der Kopplung einbringt und somit unerwünscht ist. Die in diesem Kapitel getätigten Betrachtungen erlauben abschließend das Festlegen von Eigenschaften einer *idealen* Kopplung, die es zu erreichen gilt.

Nach Extraktion der bei der Kopplung auftretenden Probleme wird in **Kapitel 4** eine fundamentale Modifikation von Extrapolationsverfahren vorgestellt. Um der Kopplung trotzdem generell einsetzbaren und flexiblen Charakter zu verleihen, sollte diese Modifikation gänzlich *ohne* Information über die involvierten Teilsysteme möglich sein. Die Idee, die dabei verfolgt wird, ist die Korrektur des, bei der Kopplung unumgänglich eingebrachten, Extrapolationsfehlers, woraus das so benannte *nahezu energieerhaltende Koppelement* (engl. *nearly energy preserving coupling element*), kurz NEPCE, resultiert. Aspekte der Realisierung und eine ausgiebige Analyse mittels systemtechnischer Aufbereitung führen zu einem tieferen Einblick in die Strategie. Die spezielle Struktur der vorgeschlagenen Kopplung beinhaltet eine interne Schleife, wodurch Stabilitätsfragen in den Vordergrund rücken und beantwortet werden müssen. Zeitlich variable Kopplungs-Schrittweiten erschweren dabei die Stabilitätsanalyse im zeitkontinuierlichen Bereich, sodass ein gangbarer Weg durch die Betrachtung von zeitdiskreten Systemen gefunden werden kann.

Das vorgeschlagene Koppelement besitzt im Zuge der *nahezu energieerhaltenden* Strategie vorteilhafte Eigenschaften, sodass in einem weiterführenden **Kapitel 5** die verbleibenden Probleme der Kopplung adressiert werden können. Konkret werden im bereits vorhergehenden Kapitel 4 vorgestellten Koppelement Maßnahmen zur Vermeidung von *Aliasing*-Effekten und Verfahren zur Signalrekonstruktion in die Struktur eingebettet. Eine abermals aufgerollte Stabilitätsanalyse sichert dabei ein stabiles Verhalten der unterschiedlichen Koppelemente. Ein modularer Bibliotheksansatz zur Parametrierung der unterschiedlich ausgeprägten Koppelemente rundet das Kapitel ab.

Auf den wohl kritischsten Parameter beim Durchführen einer Co-Simulation, der Koppel-Schrittweite, wird in **Kapitel 6** Bezug genommen. Nach einem kurzen Literaturrückblick und einer Diskussion, wird ein Ansatz, der im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagen und bereits publiziert wurde [12], erweitert. Da eine Steuerung der Kopplungs-Schrittweite aus Gründen der universellen Anwendbarkeit ebenfalls gänzlich *ohne* Information über die involvierten Teilmodelle arbeiten soll, dreht sich die zentrale Fragestellung darum, welche Information aus dem Signal extrahiert werden muss, um die Schrittweite sinnvoll zu steuern. Diese *adaptive* Schrittweitensteuerung wird abschließend zu einer sog. *prädiktiven adaptiven* Steuerung erweitert.

Methoden zur Bewertung der Resultate von *nicht-iterativer* Co-Simulation liegen im Fokus von **Kapitel 7**. Basierend auf den vorhergehenden Kapiteln lassen sich sinnvolle Bewertungskriterien formulieren. Hauptaugenmerk liegt dabei wiederum auf der Signalanalyse und auf der Bestimmung der maximalen Momentanfrequenz im zu koppelnenden Signal. Diese neuartige Methodik lässt neben der prinzipiellen Möglichkeit einer Bewertung der Resultate von *nicht-iterativer* Co-Simulation im Falle von Koppelfehler eine topologische und auch zeitliche Lokalisierung zu.

Zusätzlich zu den laufend angeführten abschließenden theoretischen Beispielen der Kapitel 4, 5, 6 und 7 anhand einer konduktiven Wärmeübertragung zwischen zwei Punktmassen werden in **Kapitel 8** praxisnahe Anwendungen angeführt. Anhand einer *nicht-iterativen* Co-Simulation eines Fahrer-Assistenz-Systems und einer artfremden Anwendung werden die erarbeiteten Methoden angewandt und die resultierenden Ergebnisse abschließend im Rahmen einer Evaluierung analysiert und diskutiert.

Im nachfolgenden **Kapitel 9** werden kurz Ideen festgehalten, die auf dieser Arbeit aufbauen und sinnvolle zukünftige Erweiterungen darstellen. **Kapitel 10** gibt in einer Zusammenfassung der Arbeit einen abschließenden Überblick über den geleisteten Beitrag, indem die wesentlichen Schritte, Ideen und Ansätze zur Verbesserung von *nicht-iterativer* Co-Simulation hervorgehoben werden.

Zur Übersichtlichkeit der Arbeit enthalten **Anhang A** und **Anhang B** im Text unterdrückte detaillierte mathematischen Zusammenhänge und ergänzende Information.

Kapitel 2

Stand der Technik

Ein Rückblick auf die technischen Entwicklungen in Bezug auf Co-Simulation ist Inhalt dieses Kapitels. Die Einbettung der Co-Simulation in den Prozess der virtuellen Produktentwicklung und eine Abgrenzung zu verwandten Methoden stehen dabei im Vordergrund. Zudem dient, nach Einführung einer sinnvollen Notation und Begriffsvereinheitlichung, eine ausführliche Darstellung des nicht-iterativen und des iterativen Kopplungsansatzes als eine solide Einführung in die beiden grundlegenden Kopplungsverfahren. Zusätzlich erfolgt die Beleuchtung einer Signalverarbeitungskette zum Aufzeigen typischer Abtasteffekte, worauf ein Großteil der vorliegenden Arbeit fußt.

2.1 Begriffsvereinheitlichung

Die Kopplung von Modellen kann auf unterschiedlichste Art und Weise erfolgen. Die große Anzahl an Simulationswerkzeugen, spezifischen Modellierungssprachen und numerischen Lösungsmethoden bietet ein breites Spektrum für Kopplungsmöglichkeiten. Dazu haben sich in den letzten Jahrzehnten eine Reihe von Begriffen etabliert, die eine Zuordnung existierender Ansätze und Abgrenzung von Co-Simulation, worauf der Fokus in dieser Arbeit liegt, erlauben. Des Weiteren soll in diesem Abschnitt durch die Einführung von Symbolen eine Basis geschaffen werden, worauf die theoretischen und wissenschaftlichen Inhalte der Arbeit aufbauen und womit eine kurze sowie prägnante Bezeichnung von kopplungsrelevanten Größen ermöglicht wird.

2.1.1 Abgrenzung von Co-Simulation

Eine typische Herangehensweise zur Analyse eines großen Systems ist die Aufteilung in kleinere Teilprobleme zur Bewältigung der vorherrschenden hohen Komplexität. Teilmodelle werden dazu meist in domänenspezifischen Fachbereichen entwickelt und anhand von speziellen Programmen analysiert. Diese Vorgangsweise schlägt sich direkt auf den gesamten Prozess der Produktentwicklung nieder, sodass zu definierten Zeitpunkten oder nach bestimmten Entwicklungsschritten eine übergreifende Betrachtung von mehreren Teilsystemen notwendig ist. Problematisch erweist sich an dieser Stelle die heterogene Vielfalt an unterschiedlichen Modellierungssprachen und/oder Simulationswerkzeugen. Demzufolge haben sich eine Reihe von Methoden zur holistischen Analyse eines Systems

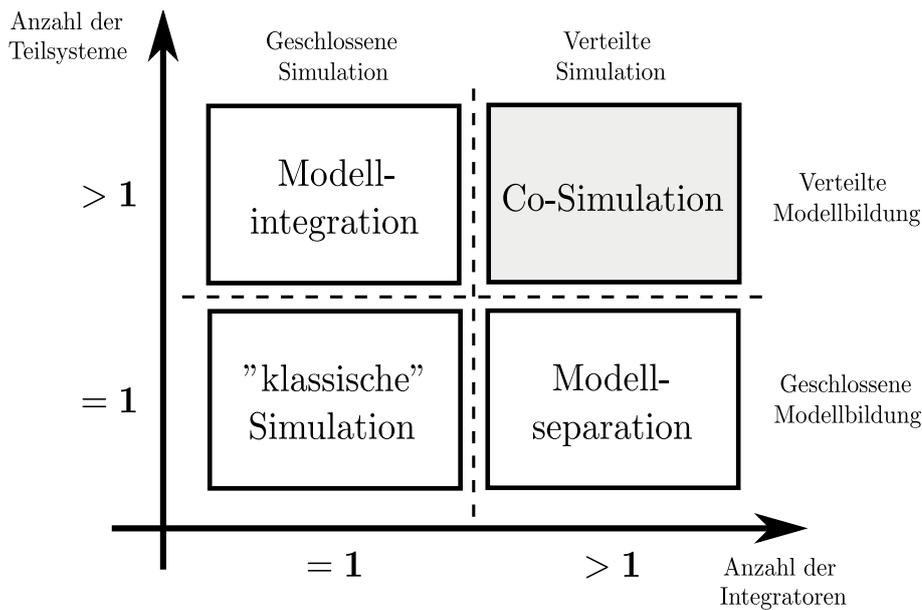


Abbildung 2.1: Darstellung von Modellbildung und Simulation sowie Abgrenzung von Co-Simulation [30]

etabliert. Durch die Ausprägung unterschiedlicher Begriffe zur Bezeichnung und Abgrenzung der Kopplungsmethoden wurde dazu in der Literatur eine Begriffsvereinheitlichung vorgeschlagen [30].

Zur Klassifizierung der vielfältigen Anzahl an Methoden, um eine gekoppelte Simulation durchführen zu können, ist in Abbildung 2.1 ein Diagramm angeführt. Entlang der Abszisse ist die Anzahl der eingesetzten Integratoren, die zur Simulation des Gesamtsystems verwendet werden, aufgetragen. Als Integratoren werden hier die numerischen Lösungsverfahren (engl. *solver*) bezeichnet. Dem gegenüber repräsentiert die Ordinate die Anzahl der Modellierungswerkzeuge bzw. die Anzahl der gekoppelten Teilmodelle. Bei der *klassischen Simulation* wird das System in einem Simulationswerkzeug modelliert und zugleich unter Verwendung eines zur Verfügung stehenden *solvers* simuliert. Typischerweise bietet das Simulationswerkzeug eine geeignete Art zur Modellierung des Systems und zugeschnittene numerische Lösungsverfahren an. Einen eher selten verwendeten Ansatz stellt die *Modellseparation* dar. Zum Beispiel kann es aus Laufzeitgründen bei unterschiedlichen Dynamiken sinnvoll sein, das System mit mehreren Lösungsverfahren und unterschiedlicher Schrittweite zu lösen. Die Modellbildung erfolgt hier weiterhin in *geschlossener* Form, die Lösung bzw. Simulation wird jedoch separiert. Im Kontrast dazu werden bei der *Modellintegration* Teilmodelle in spezifischen Modellierungssprachen definiert und anschließend, z. B. durch Modellexport- und Modellimportfunktionen, in einem Gesamtmodell integriert und anhand eines *solvers* gelöst. In Anlehnung an die vorgestellten Varianten existieren in der Literatur die engl. Begriffe *close coupling* und *loose coupling*, die sich auf die Art und Weise der Lösung des Systems beziehen [51]. Von *loose coupling* wird gesprochen, wenn mehrere Integratoren dazu verwendet werden, um Teilsysteme zu lösen. Diese *schwache Kopplung* rührt daher, da bei der separaten Lösung der Teilsysteme nicht das vollständige Systemverhalten durch die Lösungsverfahren berücksichtigt werden kann. Demnach bezeichnet *loose coupling* *Modellseparation* und *close coupling* *Modellintegration*.

Die zuletzt verbleibende Möglichkeit eine gekoppelten Simulation durchzuführen, stellt *Co-Simulation* dar. Dieser Ansatz zeichnet sich durch die Verwendung von mindestens zwei Instanzen von Simulationswerkzeugen zum Modellieren und auch Simulieren aus und bietet maximale Flexibilität bei der virtuellen Entwicklung. Allgemein erlaubt Co-Simulation verteilte Modellbildung und zugleich verteilte Simulation. Die separate Simulation der modellierten Teilsysteme führt zwangsweise zu einer *schwachen Kopplung* (engl. *loose coupling*), das als Nachteil angesehen und als Kosten der mit Co-Simulation erzielten Flexibilität interpretiert werden kann.

2.1.2 Kopplungsrelevante Bezeichnungen

Co-Simulation zeichnet sich durch den Einsatz von mehreren numerischen Lösungsalgorithmen bzw. Simulationswerkzeugen und mehreren gekoppelten Teilmodellen aus. Zum Datenaustausch sind die Anbindung der eingesetzten Simulationswerkzeuge und ein Kommunikationsmedium notwendig. Typischerweise wird die benötigte Funktionalität durch eine Co-Simulationsplattform zur Verfügung gestellt, die im Wesentlichen als Integrationsplattform (engl. *middleware*) fungiert. Co-Simulation erlaubt somit verteilte Modellbildung und verteilte Simulation [13, 50].

Aus Zwecken der Synchronisation ist es erforderlich, die Teilsysteme zu koppeln. Dazu werden die Teilmodelle über kleine Zeitintervalle simuliert und anschließend die Resultate ausgetauscht. In welcher Reihenfolge die Simulationswerkzeuge ausgeführt werden, muss vorab definiert werden. Zwei Möglichkeiten stehen zur Auswahl:

Sequentiell - Bei einer *sequentiellen* Ausführungsreihenfolge werden die Teilsysteme zeitlich hintereinander über definierte Zeitintervalle simuliert und bereits aktuelle Simulationsergebnisse dem nachfolgenden Teilsystem zur Verfügung gestellt. Dabei ist es unerheblich, ob die Teilmodelle auf unterschiedlichen Rechnern ausgeführt werden.

Parallel - Bei einer *parallelen* Ausführungsreihenfolge werden die Teilsysteme simultan über definierte Zeitintervalle simuliert und bereits aktuelle Simulationsergebnisse dem nachfolgenden Teilsystem zur Verfügung gestellt.

Im Fall von *sequentieller* Ausführung existieren in facheinschlägiger Literatur unterschiedliche Ansätze zur Festlegung der Reihenfolge in Bezug auf die Dynamik der Teilsysteme. Typischer Vertreter hierzu sind die *slowest-first* und die *fastest-first*-Strategie [17, 23, 61].

Je nach zur Verfügung stehenden Anbindungsmöglichkeiten der verwendeten Simulationswerkzeuge stehen zur Kopplung prinzipiell zwei Möglichkeiten zur Auswahl. In dieser Arbeit werden die beiden Ansätze als *iterativer* und *nicht-iterativer* Ansatz bezeichnet.

Iterativ - Beim *iterativen* Ansatz werden die Teilmodelle mehrmals über dieselben Zeitintervalle bis zum Erreichen eines bestimmten Abbruchkriteriums gelöst. Nach jedem *Iterations*-Schritt werden die Resultate ausgetauscht. Durch diesen Austausch von Simulationsergebnissen nach jeder *Iteration* stehen zukünftige Resultate zur Verfügung, sodass der Ansatz ein *implizites Verfahren* repräsentiert [17]. In der Literatur ist dieser Ansatz unter der englischen Bezeichnung *loose implicit coupling* oder, aufgrund der starken Interaktion der Teilsysteme, oft unter *strong coupling* bzw. *tight coupling* zu finden [80, 77, 76, 78].

Nicht-iterativ - Der *nicht-iterative* Ansatz stellt einen Spezialfall der *iterativen* Kopplung dar. Die involvierten Teilmodelle werden, basierend auf einer ersten Schätzung, genau einmal über vorgegebene Zeitintervalle simuliert. Die Problematik entsteht bei diesem Ansatz durch die Schätzung zukünftiger Simulationsergebnisse, was zu einem **expliziten Verfahren** führt (*loose explicit coupling*) [17]. Dem geringen bzw. schwachen Informationsaustausch zufolge wird dieser Ansatz in der Literatur auch als *weak coupling* bezeichnet [18, 80, 77, 76, 78].

Ausgehend von der Grundfunktionalität, wie Anbindung und Steuerung der Simulationswerkzeuge während einer Co-Simulation, zur Realisierung der oben angeführten Ansätze zur Kopplung, ist es zusätzlich erforderlich, sog. *Koppelzeitpunkte*, an welchen ein Datenaustausch zur Synchronisation stattfindet, zu definieren.

Kopplungszeitpunkt - Der Datenaustausch zu Synchronisationszwecken erfolgt bei definierten *Koppelzeitpunkten*. Zweckmäßig werden diese Punkte auch als **Synchronisationszeitpunkte** bezeichnet.

Die Zeitintervalle zwischen den Koppelzeitpunkten bilden *Makro-Zeitschritte*. Die Zeitschritte der unterlagerten und in den Simulationswerkzeugen implementierten numerischen Lösungsalgorithmen werden als *Mikro-Zeitschritte* bezeichnet.

Mikro-Schrittweite - Als *Mikro-Zeitschritte* werden die Zeitschritte des numerischen Lösungsalgorithmus bezeichnet [4, 18, 23]. In Abhängigkeit vom zur Verfügung stehenden und gewählten Algorithmus kann diese Schrittweite *konstant* (bei Einsatz eines *fixed step-size solvers*) oder *variabel* (bei Einsatz eines *variable step-size solvers*) sein.

Makro-Schrittweite - Zweckmäßig wird die übergeordnete Schrittweite, die Kopplungsschrittweite, als *Makro-Schrittweite* bezeichnet [5, 18, 23]. In Abhängigkeit von den Anbindungsmöglichkeiten der Simulationswerkzeuge kann diese Schrittweite sowohl *konstant* als auch zeitlich *variabel* sein. Als Einschränkung kann die Makro-Schrittweite nur zu den Koppelzeitpunkten geändert werden. Gängige Bezeichnungen sind auch **Kommunikations-Schritt** oder **Kommunikationsintervall** [17, 81].

Nach diesem Überblick der gängigen Nomenklatur in der facheinschlägigen Literatur werden nachfolgend einige Symbole zur mathematischen Abhandlung eingeführt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der *Makro-Schrittweite* das Symbol $\Delta T^{<m>}$ zugeordnet. Der hochgestellte Index in spitzen Klammern bezeichnet den m -ten Makro-Schritt. Ausgehend von einem Startzeitpunkt der Simulation t_{start} kann somit jeder *Koppelzeitpunkt* $t_{\Delta}^{<M>}$ eindeutig berechnet werden

$$t_{\Delta}^{<M>} = t_{start} + \sum_{m=1}^M \Delta T^{<m>}, \quad (2.1)$$

wobei für den Startzeitpunkt gewöhnlich $t_{start} = 0$ gilt. Der hochgestellte Index M in spitzen Klammern repräsentiert dabei den M -tem *Koppelzeitpunkt*, der die Summe bisheriger *Makro-Zeitschritte* (Glg. 2.1) darstellt.

Angelehnt an die Notation für die *Makro-Schrittweite* erfolgen gleichlaufend die Bezeichnungen in Bezug auf die *Mikro-Schrittweite*. Die *Mikro-Schrittweite* wird in dieser Arbeit durchgängig mit dem Symbol $\delta T^{<l>}$ bezeichnet, wobei der hochgestellte Index l den l -ten Mikro-Schritt bezeichnet. Die Auswertung des Teilsystems durch den numerischen Lösungsalgorithmus erfolgt zu den Zeitpunkten $t_{\delta}^{<L>}$:

$$t_{\delta}^{<L>} = t_{start} + \sum_{l=1}^L \delta T^{<l>} \quad (2.2)$$

Wiederum symbolisiert der hochgestellte Index L in Gleichung 2.2 den L -ten Auswertzeitpunkt in Bezug auf den Startzeitpunkt t_{start} . Diese Notationen erlauben in weiterer Folge eine prägnante Bezeichnung von mathematischen Zusammenhängen und eine elegante Beschriftung der Gegebenheiten in den eingebetteten Grafiken.

2.2 Kopplungsmethoden

Co-Simulation wird im Allgemeinen dazu verwendet, um das physikalische Verhalten eines aus mehreren Teilsystemen zusammengesetzten Gesamtsystems über Simulation abzuschätzen. Dabei werden die speziellen Teilsysteme meist in Fachbereichen und/oder domänenspezifischen Modellierungssprachen modelliert und voneinander unabhängig durch zugeschnittene numerische Lösungsalgorithmen gelöst. Ein- und Ausgangsgrößen der involvierten Teilsysteme bilden die sogenannten *Koppelgrößen*, die während der Simulation zu bestimmten Zeitpunkten (sog. *Kopplungszeitpunkten*) ausgetauscht werden. Der Datenaustausch dient dabei zur Synchronisation der involvierten Teilmodelle und erfolgt typischerweise über eine Co-Simulations-Plattform.

Durch die Möglichkeit, eine Vielzahl an unterschiedlichsten Teilmodellen zu einer gesamten domänenübergreifenden (Co-) Simulation zu vereinen, wird der Systementwurf unterstützt. Negativ wirkt sich dabei die erhöhte Komplexität des Gesamtsystems aus, sodass der Anwender bzw. der Durchführende der Co-Simulation über enormes Expertenwissen zu allen Teilsystemen verfügen muss, um die Co-Simulation sinnvoll zu konfigurieren. Im schlechtesten Fall besitzt der Anwender kein Wissen über die internen Zusammenhänge. Für ihn repräsentieren die Teilmodelle Systeme mit einer bestimmten Anzahl an Ein- sowie Ausgängen und einem gewünschten Verhalten. Von einer abstrakten Perspektive aus betrachtet oder aus der Sicht einer Co-Simulations-Plattform bietet sich hierzu allgemein die sog. *black-box* Darstellung von Teilsystemen an. Diese Betrachtungsweise erlaubt neben der allgemeinen Darstellung von Co-Simulationen auch eine allgemeine Analyse der eingesetzten Kopplungsmethoden [12, 47, 65]. Dazu ist in Abbildung 2.2 eine einfache Co-Simulation, bestehend aus zwei Teilsystemen, dargestellt. Die Ausgangsgröße des einen Teilsystems bildet jeweils die Eingangsgröße des anderen Teilsystems, die über eine angedeutete Co-Simulations-Plattform gekoppelt werden. Angedeutet deswegen, da die Co-Simulations-Plattform das Gesamtsystem idealerweise *nicht* beeinflussen soll ($u_i(t) = y_j(t), i \neq j, i = 1, 2$). Von Interesse sind die Ein- und Ausgangsgrößen der involvierten Teilsysteme, die die Koppelgrößen repräsentieren. Die Art und Weise, wie diese Koppelgrößen gehandhabt werden, bezieht sich auf die *nicht-iterative* oder *iterative* Kopplungsmethodik, wie nachfolgend beleuchtet.

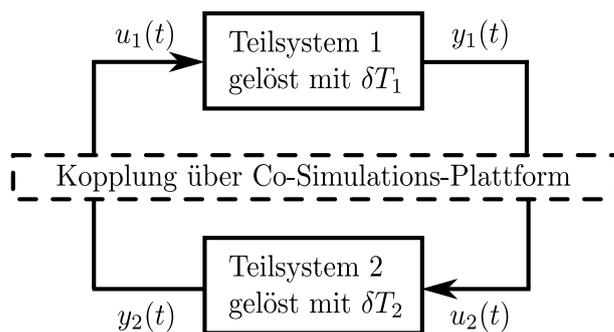


Abbildung 2.2: Beispielhafte Co-Simulation zweier *black-box* Teilsysteme

2.2.1 Nicht-iterativer Ansatz

Der *nicht-iterative* Ansatz zur Kopplung von separat modellierten Teilsystemen stellt die geringsten Anforderungen an die Anbindungsmöglichkeiten der Simulationswerkzeuge und wird aufgrund des einfachen Prinzips oft bei praktischen Anwendungen eingesetzt. *Nicht-iterativ* bedeutet in diesem Kontext das einmalige Simulieren der Teilsysteme über die definierten Makro-Zeitschritte. Im Allgemeinen werden die Eingangsgrößen eines Teilsystems durch die Co-Simulations-Plattform zur Verfügung gestellt, das Teilsystem wird über den aktuellen Makro-Zeitschritt simuliert und zu dessen Ende die Simulation angehalten sowie die Resultate an die Co-Simulations-Plattform gesendet. Im Gegensatz zu numerischen Lösungsverfahren ist es beim *nicht-iterativen* Prinzip *nicht* möglich, einen Simulationsschritt zu wiederholen, was die wesentliche Einschränkung des Ansatzes darstellt.

Sind die Teilsysteme in Serie oder in paralleler Form miteinander durch Koppelgrößen verbunden, so stellt die oben erwähnte Einschränkung keine Probleme dar. Falls jedoch im Netzwerk der Co-Simulation sog. *interne Schleifen* existieren, was den generellen Fall wie in Abbildung 2.2 darstellt, treten Probleme auf. Im Prinzip ist eine solche Konfiguration durch den *nicht-iterativen* Kopplungsansatz *nicht* lösbar. Unabhängig von der Ausführungsreihenfolge steht zu wenig Information der Eingangsdaten über den aktuellen und zu simulierenden Makro-Zeitschritt zur Verfügung. Ein Ausweg aus diesem Dilemma führt über eine Extrapolation bzw. Schätzung der unbekanntenen Koppelgrößen über den aktuellen Makro-Zeitschritt [17]. Die Schleife kann zwar aufgelöst werden, jedoch wird ein unumgänglicher Kopplungsfehler durch die Extrapolation in das System eingebracht.

In Abbildung 2.3 ist der prinzipielle Ablauf bei *nicht-iterativer* Co-Simulation zum Lösen einer internen Schleife skizziert. Beispielhaft wird von der Systemkonfiguration nach Abbildung 2.2 ausgegangen. Die beiden Teilsysteme werden mit äquivalenter Makroschrittweite gekoppelt und über eine sequentielle Ausführungsreihenfolge gelöst. Wie es die Zeitachse im Bild rechts illustriert, wird dabei *Teilsystem 1* zeitlich vor *Teilsystem 2* über den aktuellen Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m+1>}$ simuliert. Des Weiteren wird für diese Erläuterung davon ausgegangen, dass die Co-Simulation beim Koppelzeitpunkt $t_{\Delta}^{<M>}$ steht, d. h. die Koppelgrößen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ stehen für $t \leq t_{\Delta}^{<M>}$ zur Verfügung. Wie bereits vorher erwähnt, ist es zum Auflösen der internen Schleife notwendig, basierend auf der Historie von Simulationsdaten $y_2(t \leq t_{\Delta}^{<M>})$, den Verlauf $y_2(t > t_{\Delta}^{<M>})$ über den aktuellen Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m+1>}$ zu extrapolieren. Der so geschätzte Verlauf $\hat{y}_2(t)$ ist durch die strichlierte Linie angedeutet. Basierend auf diesem Extrapolationsschritt kann

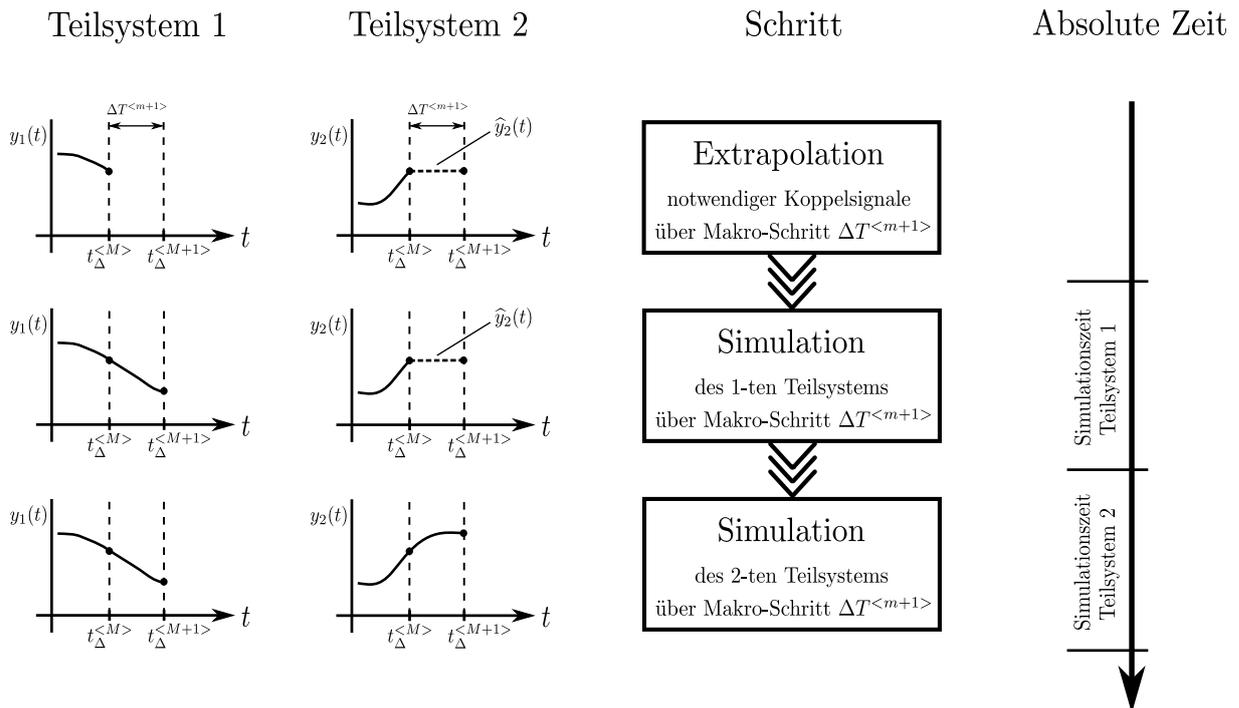


Abbildung 2.3: Allgemeine Darstellung der notwendigen Schritte bei *nicht-iterativer sequentieller* Kopplung von zwei voneinander abhängigen Teilsystemen

nun das *Teilsystem 1* über den aktuellen Makro-Zeitschritt gelöst werden. Am Koppelzeitpunkt $t_{\Delta}^{<M+1>}$ erfolgt die Synchronisation, indem *Teilsystem 2* die aktuellen Resultate des *Teilsystems 1* als Eingangsgrößen zur Verfügung gestellt werden. Aufgrund der *sequentiellen* Ausführung ist für die Simulation des *Teilsystems 2* somit keine Extrapolation notwendig. Nach erfolgter Simulation des *Teilsystems 2* werden die Resultate an die Co-Simulations-Plattform gesendet, die als Basis für die Extrapolation über den nächsten Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m+2>}$ dienen. Diese Prozedur wiederholt sich für nachfolgende Makro-Zeitschritte bis zum Erreichen der Endsimulationszeit.

2.2.2 Iterativer Ansatz

Der *iterative* Ansatz stellt die allgemeinste Form der Kopplung dar und wird aufgrund der erhöhten Anforderungen an die Schnittstelle der Simulationswerkzeuge meist für Insellösungen¹ eingesetzt. Im Unterschied zum *nicht-iterativen* Ansatz werden beim *iterativen* Ansatz mehrere Iterationen über den aktuellen Makro-Zeitschritt ausgeführt, was zu der Grundvoraussetzung von rücksetzbaren Systemen und Simulatoren führt. Angelehnt an Abbildung 2.3 werden im Gegensatz zum *nicht-iterativen* Ansatz die Simulationsschritte samt Datenaustausch zur Synchronisation mehrmals ausgeführt. Der Extrapolationsschritt ist demnach nur bei der 1-ten Iteration notwendig. D. h. zum Anwenden der *iterativen* Kopplungsmethode ist es zwingend erforderlich, die Systemzustände zu den Koppelzeitpunkten $t_{\Delta}^{<M>}$ wiederherzustellen. Zum Erfüllen dieser Anforderung muss es prinzipiell möglich sein, über die Anbindung der Simulationswerkzeuge einen gangbaren

¹Als Insellösung wird die Kopplung von zwei Teilsystemen bezeichnet.

Weg zu finden. Es ist leicht zu erahnen, dass die geforderte Funktionalität nur selten von den Simulationswerkzeugen unterstützt wird, sodass die Anwendung des *iterativen* Ansatzes nur bei speziellen Konfigurationen möglich ist.

Es existieren eine Reihe von *iterativen* Verfahren zur Co-Simulation. Erste Anwendungen werden im Zuge der elektronischen Schaltungssimulation zur Beherrschung der Komplexität publiziert [54, 59, 72, 82]. Typische Vertreter sind *GAUSS-SEIDL*- und *GAUSS-JACOBI*-Verfahren. Grob unterscheiden sich diese beiden Verfahren in der Ausführungsreihenfolge. Beim *GAUSS-SEIDL*-Verfahren werden durch eine *sequentielle* Abfolge die Zwischenlösungen der Teilsysteme mitbeachtet, was zu einer schnelleren Konvergenzgeschwindigkeit gegenüber den *GAUSS-JACOBI*-Verfahren führt, bei welchem eine *parallele* Abfolge gewählt wird. Demzufolge stellt der *nicht-iterative* Ansatz zum Koppeln von Teilsystemen einen Spezialfall der *iterativen* Kopplungsmethode dar, wobei nur die erste Iteration ausgeführt wird. Eine sequentielle Simulation der Teilsysteme entspricht dabei dem *GAUSS-SEIDL*-Ansatz, eine parallele Simulation der Teilsysteme entspricht dem *GAUSS-JACOBI*-Ansatz.

In Bezug auf das Konvergenzverhalten wurde in wissenschaftlichen Publikationen gezeigt, dass speziell bei Vorhandensein von algebraischen Schleifen die Konvergenz der iterativen *GAUSS-SEIDL*- und *GAUSS-JACOBI*-Verfahren *nicht* garantiert werden kann. Die Konvergenzeigenschaften können unter zusätzlicher Verwendung von Gradienteninformation durch die Jacobi-Matrix verbessert werden, die jedoch bei gekoppelten Simulationen nicht zur Verfügung steht. Ansätze zur Approximation der Jacobi-Matrix existieren [41, 9], wie z. B. die *BROYDEN*'s-Methode, die eine quasi-*NEWTON*-Methode implementiert und lokal konvergent ist [15, 17, 47].

2.2.3 Allgemeine Betrachtung

Mit dem *nicht-iterativen* und *iterativen* Konzept stehen zwei Varianten zur Verfügung, die in Bezug auf das zu koppelnde System Stärken und Schwächen besitzen. Die prinzipielle Lösbarkeit des gekoppelten Gesamtsystems muss dabei generell gegeben sein. Wie oben angeführt, können speziell bei gekoppelten Teilsystemen mit Durchgriff, die eine algebraische Schleife bilden, Probleme auftreten [47].

Beim *iterativen* Ansatz kann z. B. durch Erhöhen des numerischen Aufwandes die Konvergenz der Lösung forciert und somit das Gesamtsystem gelöst werden. Eine andere sehr effiziente Möglichkeit zum Erhalten der Konvergenz ist das Aufbrechen der existierenden algebraischen Schleife durch ein zusätzliches dynamisches System bzw. einen Filter. Ein großer Vorteil dieser Methode ist, dass *keine* Iterationen ausgeführt werden müssen (*nicht-iterative* Kopplung), um eine stabile Lösung des Systems zu erhalten, jedoch ergeben sich durch das Einfügen des zusätzlichen Systems einige Nachteile [48]:

- Es wird *nicht* das originale Problem gelöst, da der zusätzliche Filter das dynamische Verhalten verändert.
- Die Parameter des Filter sollten so gewählt werden, dass die Dynamik des resultierenden Systems nahe an der Dynamik des originalen Systems ist. Diese Wahl ist stark von dem zu lösenden System abhängig.
- Werden die Parameter so gewählt, damit der Filter das dynamische Verhalten des

originalen Systems nur marginal beeinflusst, so werden u.U. hohe Dynamiken eingebracht, die kleine Schrittweiten des numerischen Lösungsalgorithmuses fordern.

Es existieren mehrere methodische Ansätze, wie die *BAUMGARTE*-Stabilisierung oder der *force-coupling*-Ansatz bei Mehrkörpersystemen, die das originale System modifizieren und algebraische Schleifen dadurch eliminieren [16, 11, 48]. Diese Ansätze implizieren das Vorhandensein der mathematischen Modelle bzw. eine Modifikation der Teilsysteme, das zum einen Metainformation der Teilsysteme oder zum anderen einen tiefgreifenden Eingriff in die Teilsysteme erfordert. Die Anwendung einer solchen Methode ist für die Durchführung einer allgemeinen Co-Simulation aus Komplexitätsgründen *nicht* akzeptabel und widerspricht der grundlegenden Eigenschaft von verteilter Modellierung und verteilter Simulation.

Die generelle Lösungsmöglichkeit eines co-simulierten Gesamtsystems durch Anwenden der *nicht-iterativen* Kopplung motiviert die Betrachtungsweise der Kopplung als *zeitdiskrete* Signalverarbeitungseinheit. Koppelsignale werden zeitlich diskretisiert und daraus kontinuierliche Verläufe den angekoppelten Teilsystemen zur Verfügung gestellt. Ein Großteil dieser Arbeit baut auf dieser Abstraktion auf. Aus diesem Grund werden die notwendigen Schritte der Signalabtastung und der Signalrekonstruktion im Rahmen dieses Kapitels als Basis für nachfolgende Betrachtungen kurz umrissen.

2.3 Signalabtastung und Rekonstruktion

Die Entwicklungen im Bereich der Halbleiterindustrie über die letzten Jahrzehnte führte zu immer leistungsfähigeren Digitalrechnern. Die damit gewonnene Flexibilität und Effizienz in der Produktentwicklung verdrängte großteils analoge Schaltungen, wie z. B. über Operationsverstärker (OPV) realisierte analoge Regler. Genauso werden bei der Signalverarbeitung meist Digitalrechner, sog. digitale Signal Prozessoren (DSP), eingesetzt und man spricht von *digitaler* oder *zeitdiskreter* Signalverarbeitung.

Das Grundprinzip ist dabei relativ einfach: Ein kontinuierliches Eingangssignal wird digital verarbeitet und resultiert in einem kontinuierlichen Ausgangssignal. Hinter dem so *salopp* formulierten Prozess stehen jedoch eine Reihe von zusätzlichen Vorgängen und Hürden, die zur erfolgreichen digitalen Signalverarbeitung berücksichtigt werden müssen. Idealerweise besteht eine solche sog. Signalverarbeitungskette, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, aus einem Analog-Digital-Wandler (*ADC - Analog to Digital Converter*), einem digitalen informationsverarbeitendem System und einem Digital-Analog-Wandler am Systemausgang (*DAC - Digital to Analog Converter*).

2.3.1 Signalabtastung

Von besonderem Interesse ist der Analog-Digital-Wandler, der das kontinuierliche Eingangssignal in eine diskrete Wertefolge umsetzt. Dazu wird das Eingangssignal zu bestimmten Zeitpunkten, typischerweise äquidistant mit der Abtastperiode T_s , abgetastet, d. h. *zeitlich diskretisiert* [42]. Dieser Abtastprozess lässt sich durch ein nicht realisierbares mathematisches Modell eines *Abtaster* (Glg. 2.3) beschreiben, wobei eine kontinuierliche Eingangsfunktion $u(t)$ mit einer unendlichen Summe von jeweils um eine Abtastperiodendauer T_s verschobenen *Dirac*-Impulsen $\delta(t)$, einem sog. *Dirac*-Kamm $s(t)$

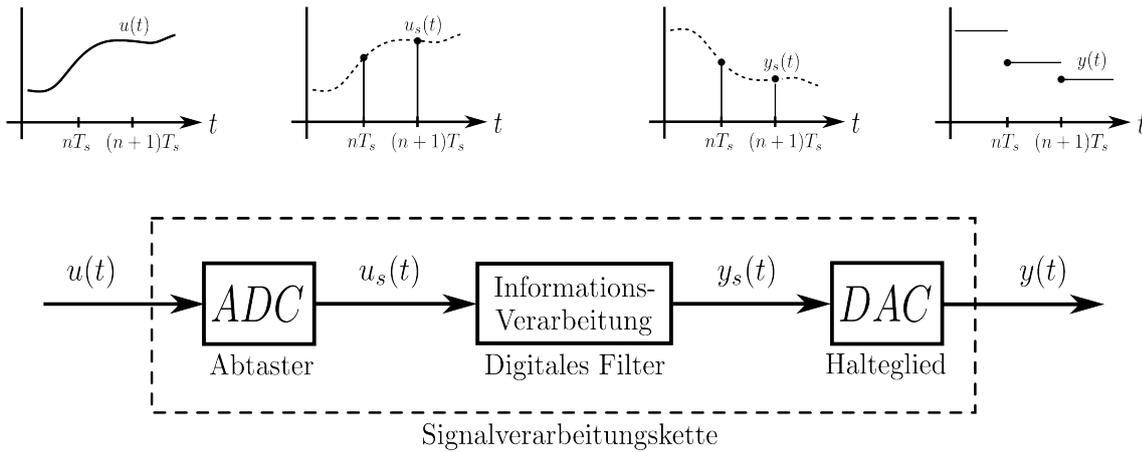


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung einer idealisierten Signalverarbeitungskette

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s), \quad \text{mit } \delta(t - nT_s) = \begin{cases} 1 & t = nT_s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.3)$$

multipliziert wird und in der Impulsfolge, wiederum einer kontinuierlichen Funktion, $u_s(t)$ resultiert:

$$u_s(t) = u(t)s(t) = u(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \quad (2.4)$$

Bei dieser Modulation entstehen keine beeinträchtigenden Seiteneffekte wie bei der realen Abtastung einer analogen Größe in Form einer Analog-Digital-Wandlung (ADC), sodass hier tatsächlich eine *ideale* bzw. theoretische Abtastung der Koppelgröße vorliegt. Zentrale Problemstellung ist die Wahl einer geeigneten Abtastfrequenz f_s bzw. Abtastkreisfrequenz ω_s damit sog. *Aliasing*-Effekte großteils vermieden werden:

$$f_s = 1/T_s \quad \text{bzw.} \quad \omega_s = 2\pi f_s \quad (2.5)$$

Der *Dirac*-Kamm (Glg. 2.3) repräsentiert eine periodische Funktion und kann daher in eine *FOURIER*-Reihe entwickelt werden:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_s t} \quad (2.6)$$

Die zugehörigen komplexen *FOURIER*-Koeffizienten c_n können wie folgend angeführt bestimmt werden [42]

$$c_n = \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \delta(t) e^{-jn\omega_s t} dt = \frac{1}{T_s} \int_{-0}^{+0} \delta(t) dt = \frac{1}{T_s}, \quad (2.7)$$

sodass für die Zeitfunktion des *Dirac*-Kamms gilt:

$$s(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t} \quad (2.8)$$

Die Modulation des kontinuierlichen Eingangssignals $u(t)$ mit der Abtastfolge $s(t)$ resultiert in der Ausgangs-Impulsfolge $u_s(t)$. Sie lautet in *FOURIER*-Reihen-Darstellung:

$$u_s(t) = u(t)s(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(t)e^{jn\omega_s t} \quad (2.9)$$

Das Überführen dieser Gleichung in den Frequenzbereich liefert die mathematische Beschreibung des abgetasteten Signals, das ein periodisches Spektrum besitzt:

$$U_s(j\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} U(j\omega - jn\omega_s) \quad (2.10)$$

Einfaches Umschreiben dieser Beziehung führt zu einer einsichtigen Darstellung der einzelnen Komponenten [42]:

$$U_s(j\omega) = \underbrace{\frac{1}{T_s} U(j\omega)}_{\text{Basisspektrum}} + \underbrace{\frac{1}{T_s} \sum_{n=1}^{\infty} U(j\omega \pm jn\omega_s)}_{\text{Spiegelfrequenzspektrum}} \quad (2.11)$$

In dieser Darstellung ist ersichtlich, dass sich das Spektrum der Impulsfolge $u_s(t)$ aus dem mit $1/T_s$ skalierten Basisspektrum und einer unendlichen Summe der jeweils um ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastkreisfrequenz ω_s verschobenen und ebenfalls mit $1/T_s$ skalierten Spiegelfrequenzspektren des Koppelsignals zusammensetzt. D. h. das Spektrum der, nach dem Abtastprozess resultierenden, Impulsfolge $u_s(t)$ ist periodisch und nicht bandbegrenzt trotz bandbegrenztem Eingangssignal $u(t)$. In Abbildung 2.5 sind der Abtastprozess und die zugehörigen Spektren anschaulich skizziert. Ausgehend von einem bandbegrenzten Eingangssignal $U(j\omega)$

$$\begin{aligned} |U(j\omega)| &\neq 0 && \text{für } \omega \leq |\omega_{B_u}| \\ |U(j\omega)| &= 0 && \text{sonst} \end{aligned} \quad (2.12)$$

und Faltung mit dem impulsförmigen Spektrum der Abtastfolge resultiert das Spektrum der Impulsfolge $U_s(j\omega)$, dargestellt für zwei Fälle. Im ersten Fall tritt kein *Aliasing* auf und im zweiten Fall wurde die Abtastperiodendauer so gewählt, damit das Basisspektrum $U(j\omega)$ teilweise mit den Spiegelfrequenzspektren überlappt und der *Aliasing*-Effekt zum Tragen kommt. Nach dem Abtasttheorem von *SHANNON* kann unter Einhalten der Bedingung

$$\omega_s > 2\omega_{B_u}, \quad (2.13)$$

wobei ω_{B_u} die Bandbreite des Eingangssignals $u(t)$ darstellt, das Eingangssignal im Idealfall perfekt rekonstruiert werden, d. h. es tritt kein *Aliasing* auf [42]. Im Allgemeinen treten jedoch auch Unstetigkeiten auf, was zu nicht bandbegrenzten Eingangssignalen führt und

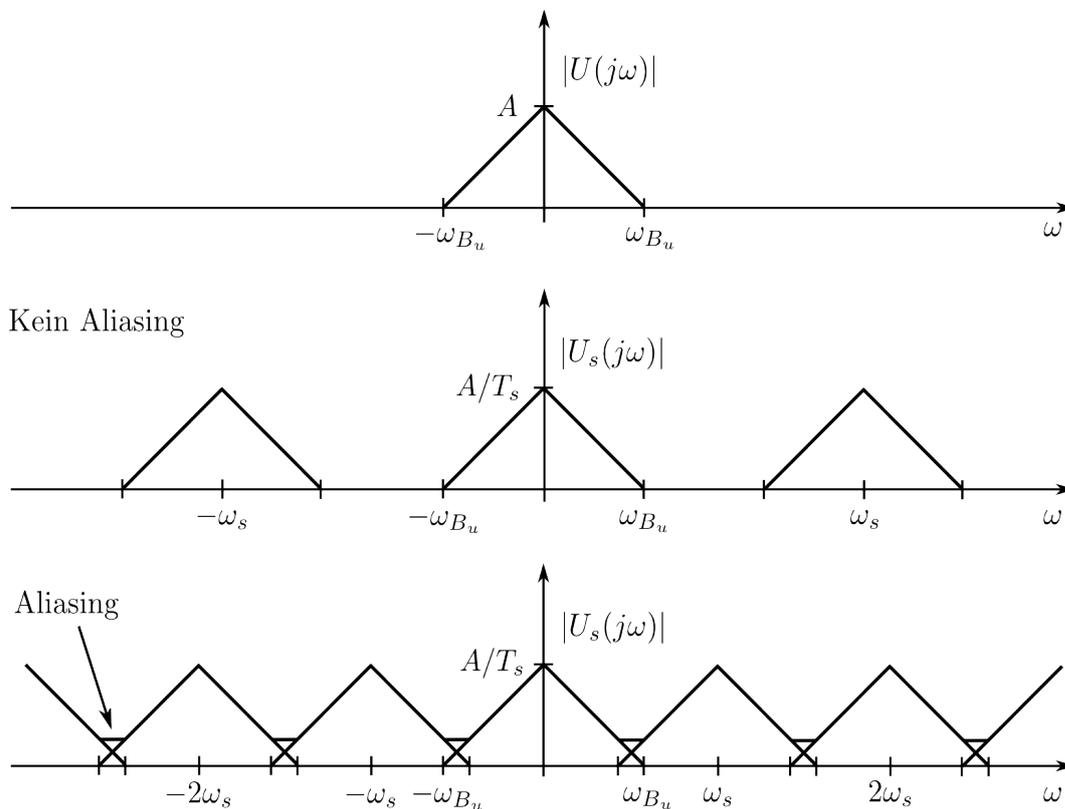


Abbildung 2.5: Auftreten von *Aliasing* aufgrund zu klein gewählter Abtastperiodendauer

somit nach Bedingung 2.13 eine unendlich feine Abtastung erfordert, das technisch nicht realisierbar ist! Eine wirkungsvolle Gegenmaßnahme zur Vermeidung von unerwünschten *Aliasing*-Effekten stellen sog. *Anti-Aliasing*-Filter dar.

2.3.2 *Anti-Aliasing*-Filter

Bandbegrenzte Signale treten in technischen Anwendungen eher selten auf, unstetige Signalverläufe sind die Regel und führen zu nicht-bandbegrenzten Signalen, deren Spektren sich im Frequenzbereich ins Unendliche ausdehnen. In Kombination mit einem Abtastprozess führt dies unweigerlich zum sog. *Aliasing*, wo sich Spiegelfrequenzspektren mit dem Basisspektrum bzw. Originalspektrum des Eingangssignals überlappen und es dadurch zu einer Informationsverfälschung kommt. Konkret bedeutet das, dass das originale Eingangssignal nicht mehr rekonstruiert werden kann und somit ein Informationsverlust resultiert. Eine typische Gegenmaßnahme ist der Einsatz von sog. analogen *Anti-Aliasing*-Filtern. Diese Tiefpass-Filter werden dem *Abtaster* bzw. ADC vorgeschaltet und müssen *analog* ausgeführt sein, da ansonsten wiederum eine Signalabtastung zur Realisierung dieser erforderlich ist und das unerwünschte *Aliasing*-Phänomen abermals zum Tragen kommt. Zweckmäßig sollte die Knickfrequenz ω_{aa} des *Anti-Aliasing*-Tiefpass-Filters gleich der halben Abtastfrequenz $\omega_{aa} = \omega_s/2$ gesetzt und die Filterordnung möglichst hoch gewählt werden, damit eine möglichst große Amplitudendämpfung oberhalb der halben Abtastfrequenz erzielt wird. In geschlossenen Systemen, wie z. B. Regelkreisen, kann die mit dem

Filter einhergehende und unvermeidliche Phasendrehung jedoch zu Stabilitätsproblemen des Systems führen, sodass der Auslegung von *Anti-Aliasing*-Filtern Grenzen gesetzt sind [42].

Der *Butterworth*-Filter

Wie bereits erwähnt, erfolgt eine Annäherung an das Verhalten eines *idealen* Tiefpass-Filters durch spezielle, in der Praxis bewährte, Tiefpass-Filter bestimmter Ordnung [7]. Für den Inhalt der vorliegenden Arbeit bietet speziell der *Butterworth*-Filter aufgrund günstiger Eigenschaften, wie einer maximal flachen Bandpass-Region, im Vergleich zu anderen Filtern eine relativ geringe Phasendrehung im Übergang von Durchlass- und Sperrbereich und eine einfache Vorschrift zur Parametrierung an. Der Betragsgang des Filters ist durch folgende Beziehung charakterisiert

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}, \quad (2.14)$$

wobei die Filterordnung n und die Knickfrequenz² ω_c , die sog. *cut-off* Frequenz, die Entwurfparameter darstellen. Günstiger ist es, die Übertragungsfunktion in normierter Form anzugeben ($\omega_c = 1$), da die Parametrierung³ einheitlich gestaltet werden kann. Das Übertragungsverhalten $F(s)$ des Filters ist im normierten Frequenzbereich durch ausschließlich komplexe Pole s_i am Einheitskreis der s -Ebene und eventuell einem reellen Pol charakterisiert:

$$\begin{aligned} F(s) &:= \frac{1}{\prod_{i=1}^n (s - s_i)} \\ &= \frac{1}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + 1} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Die Wahl der Entwurfparameter - Filterordnung n und Knickfrequenz ω_c - ist relativ einfach, da der Filter per Definition (Glg. 2.15) nur Pole besitzt. Die tatsächliche Schwierigkeit ist die Festlegung der *optimalen* Filtercharakteristik für eine gegebene Anwendung. Zum Finden der Entwurfparameter wird typischerweise die Bandbreite ω_p und die minimale Verstärkung δ_p im Durchlassbereich (*passband*)

$$\begin{aligned} \delta_p &= -20 \log_{10} |F(j\omega_p)| \\ &= 10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^{2n} \right), \end{aligned} \quad (2.16)$$

sowie die Sperrfrequenz ω_s und die maximale Verstärkung δ_s im Sperrbereich (*stopband*)

²Bei der Knickfrequenz ω_c erreicht der Amplitudengang -3 dB , d. h. $|F(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$.

³Festlegung der Filterordnung n bestimmt bereits die Lage der Pole in der komplexen s -Ebene! Die Koeffizienten a_i mit $i = 0, \dots, n$ für Filterordnung $n \in \{1, \dots, 5\}$ sind im Anhang in Tabelle A.1 angeführt.

$$\begin{aligned}\delta_s &= -20 \log_{10} |F(j\omega_s)| \\ &= 10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega_s}{\omega_c} \right)^{2n} \right)\end{aligned}\quad (2.17)$$

herangezogen. Die Kombination dieser beiden Gleichungen (2.16, 2.17) liefert eine analytische Beziehung für die notwendige Filterordnung n zur Erfüllung der angegebenen Entwurfsspezifikationen:

$$n = \left\lceil \frac{\log_{10} \left(10^{-\frac{\delta_s}{10}} - 1 \right) - \log_{10} \left(10^{-\frac{\delta_p}{10}} - 1 \right)}{2 \log_{10} \left(\frac{\omega_s}{\omega_p} \right)} \right\rceil \quad (2.18)$$

Da die Filterordnung immer ganzzahlig sein muss, wird hier die i. A. reelle Filterordnung auf ganze Zahlen aufgerundet. Dies bewirkt jedoch ein Übertreffen der geforderten Spezifikationen, sodass entweder bei der Durchlassfrequenz oder der Sperrfrequenz die Anforderungen exakt erfüllt und beim Verbleibenden übertroffen werden. Einsetzen der analytisch bestimmten Filterordnung (Glg. 2.18) in eine der beiden Gleichungen 2.16 oder 2.17 und anschließendes Umformen liefert sodann die gesuchte Knickfrequenz ω_c des *Butterworth*-Filters:

$$\omega_c = \frac{\omega_p}{\sqrt[2n]{10^{-\frac{\delta_p}{10}} - 1}} \quad \omega_c = \frac{\omega_s}{\sqrt[2n]{10^{-\frac{\delta_s}{10}} - 1}} \quad (2.19)$$

Mit den resultierenden Entwurfparametern n und ω_c ist es möglich die Übertragungsfunktion im *nicht* normierten Frequenzbereich anzugeben. Die Koeffizienten a_i mit $i = 1, \dots, n$ werden in Bezug auf die bestimmte Filterordnung n aus Tabelle A.1 entnommen:

$$F(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_c} \right)^n + a_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^{n-1} + \dots + a_1 \frac{s}{\omega_c} + 1} \quad (2.20)$$

Zur Veranschaulichung des Frequenzganges der *Butterworth*-Filter enthält Abbildung 2.6 die *BODE*'-Diagramme für Filter unterschiedlicher Ordnung. Als Bedingung für den Filterentwurf wurde nur die Charakteristik im Durchlassbereich (ω_p, δ_p) definiert und zudem die Filterordnung n variiert. Daraus resultierende Knickfrequenzen (Glg. 2.19) führen über den dargestellten Entwurf zur Erfüllung der vorgegebenen Entwurfsspezifikationen der *Butterworth*-Filter.

2.3.3 Signalrekonstruktion

Die wohl wesentlichste Einschränkung bei zeitdiskreter Signalverarbeitung ist der, durch die Abtastung kontinuierlicher Eingangssignale entstehende, begrenzte Bandbereich bzw. die resultierende Bandbreite. Die Ursache und der Effekt sind auf die notwendige Signalabtastung zurückzuführen und wurde im vorhergehenden Abschnitt 2.3.1 ausführlich

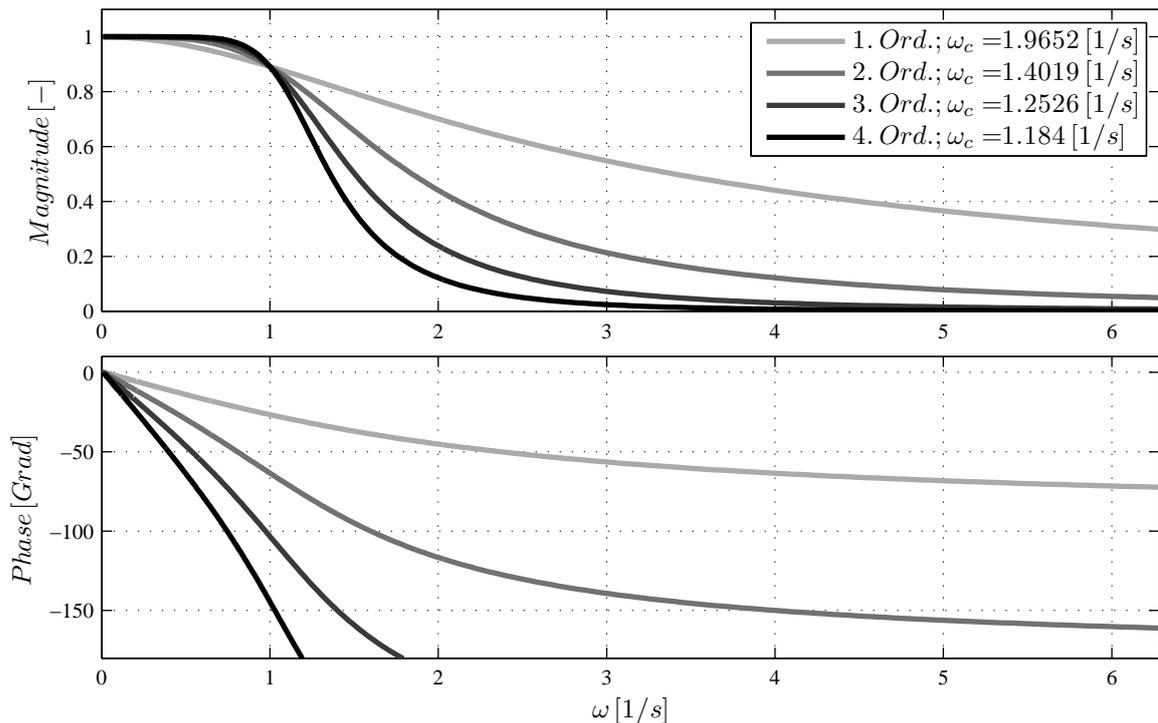


Abbildung 2.6: Butterworth-Filter unterschiedlicher Ordnung ausgelegt in Bezug auf die Bandbreite $\omega_p = 1.0$ [1/s] und Verstärkung $\delta_p = -1.0$ dB = 0.891

dargestellt. Das Spektrum eines, evtl. über ein *Anti-Aliasing*-Filter bandbegrenzten, Eingangssignals wird mit dem impulsförmigen Spektrum des *Dirac*-Kamm gefaltet sowie skaliert und führt zu einem periodischen Spektrum der resultierenden Impulsfolge bzw. des zeitdiskreten Signals. Die dabei entstehenden Spiegelfrequenzspektren liegen im oberen Frequenzbereich und stellen redundante Information dar. Nach erfolgter zeitdiskreter Signalverarbeitung sind deswegen speziell die Frequenzanteile im Basisband des Basis- bzw. Originalspektrums interessant, sodass beim Überführen des Signals vom diskreten in den kontinuierlichen Zeitbereich die künstlich erzeugten Spiegelfrequenzspektren ausgeblendet werden. Dieser Vorgang mit entsprechender Skalierung des Originalspektrums aufgrund der Abtastung wird als Signalrekonstruktion bezeichnet [63]. Zudem ist in Abbildung 2.7 schematisch das periodische Spektrum $|Y_s(j\omega)|$ des zeitdiskreten Ausgangssignals und ein idealer Tiefpass-Filter dargestellt, der zweckmäßig Frequenzanteile außerhalb des Basisfrequenzbandes $\omega > |\omega_s/2|$ ausblendet und das Basisspektrum $\omega \leq |\omega_s/2|$ entsprechend der gewählten Abtastperiode mit T_s skaliert.

Zu dieser kurzen Darstellung der Signalrekonstruktion sei angemerkt, dass der gewählte Signalrekonstruktionsfilter *analog* ausgeführt werden muss, da ansonsten wiederum ein Ausgangssignal mit periodischem Spektrum resultiert, das hochfrequente Anteile enthält. Die Notwendigkeit der analogen Ausführung von Signalrekonstruktions-Filtern ist mit einem erheblichen Aufwand und Kosten verbunden. Weiters ist ein *idealer* Tiefpass-Filter nicht realisierbar, sondern kann nur angenähert werden. Ähnlich wie bei *Anti-Aliasing*-Filtern werden hier Standardfilter geeignet dimensioniert und eingesetzt.

Eine sehr einfache, kostengünstige und oft auch vollkommen ausreichende Methode ist die

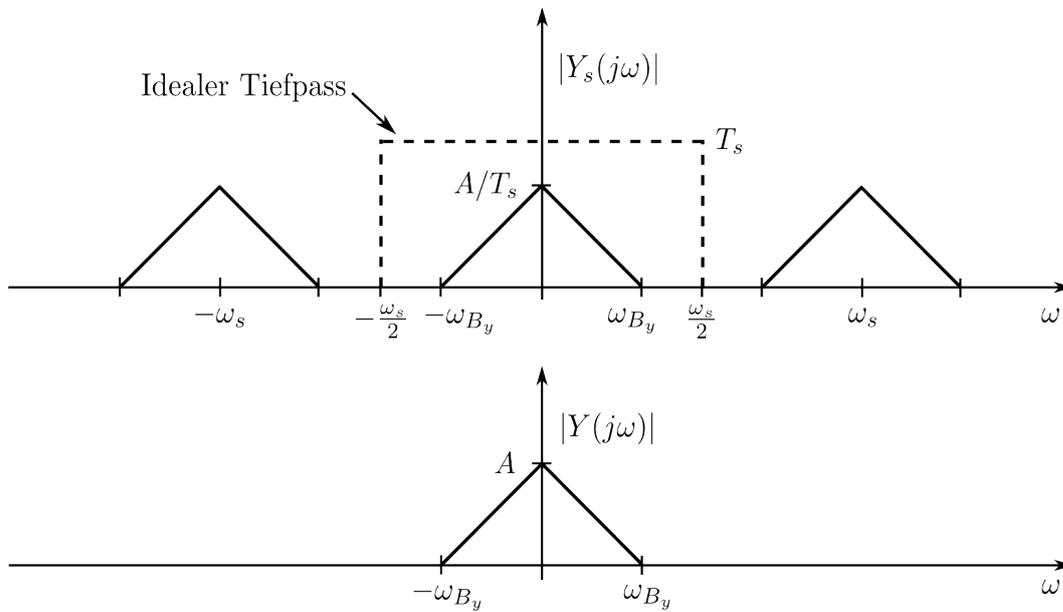


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung einer idealisierten Signalrekonstruktion

Verwendung eines analogen sog. *Halteglied* [42]. Aufgrund der speziellen Einsatzmöglichkeiten und Anwendung in der vorliegenden Arbeit ist nachfolgend diesbezüglich ein eigener Abschnitt zur besseren Einsicht angeführt.

Halteglied - Extrapolation 0-ter Ordnung

Im Wesentlichen umfasst dieser Abschnitt die Analyse eines einfach realisierbaren und oft eingesetzten Bausteins, dem *Halteglied*. Das abstrakte *Halteglied* entspricht einem mathematischen Modell des noch nicht erwähnten Digital-Analog-Wandlers (DAC) am Ausgang der skizzierten Signalverarbeitungskette (Abb. 2.4), der einer anliegenden digitalen Zahlen- oder Wertefolge $y_s(nT_s)$ ein zeitkontinuierliches Signal $y(t)$ zuordnet. Dieser Vorgang wird auch als *Extrapolationsproblem* bezeichnet, da basierend auf vergangene Werte ein Signal in die Zukunft extrapoliert wird [42]. Diese Schätzung des zukünftigen Verlaufes basiert in diesem speziellen Fall auf Extrapolation 0-ter Ordnung, sodass das *Halteglied* 0-ter Ordnung typischerweise auch als *zero-order-hold* oder *ZOH*-Glieder bezeichnet wird. Für den zukünftigen Verlauf des Ausgangssignals wird konstant der zuletzt bekannte Wert $y_s(nT_s)$ herangezogen

$$y(t) = y_s(nT_s) \quad \text{mit} \quad nT_s \leq t < (n+1)T_s. \quad (2.21)$$

Die daraus resultierende Funktion 2.21 entsteht durch den Haltevorgang und repräsentiert eine *stückweise konstante* Funktion. *LAPLACE*-Transformation dieser Funktion (Glg. 2.21) führt zur gesuchten Übertragungsfunktion $H_{zoh}(s)$ und zur Beschreibung im Bildbereich:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{y(t)\} &= \sum_{n=0}^{\infty} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} y_n e^{-st} dt \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} y_n \left(-\frac{1}{s}\right) (e^{-s(n+1)T_s} - e^{-snT_s}) \\
&= \frac{1 - e^{-sT_s}}{s} \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} y(nT_s) e^{-snT_s}}_{\text{Abtastfolge } y_s(s)}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Wie aus dieser Ableitung ersichtlich, entspricht der erste Term der Übertragungsfunktion des *Haltegliedes* für eine zeitdiskrete Eingangsfolge $y_n = y_s(nT_s)$, wobei $y_s(s)$ deren *LAPLACE*-transformierte bezeichnet:

$$H_{zoh}^*(s) = \frac{y(s)}{y_s(s)} = \frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s} \tag{2.23}$$

Die Einführung von trigonometrischen Ausdrücken führt zu einer Darstellung im Frequenzbereich, in der die Wirkung des *Haltegliedes* als Totzeitglied mit einer Totzeit gleich der halben Abtastperiodendauer $T_s/2$ explizit ersichtlich ist:

$$H_{zoh}^*(j\omega) = \frac{2\pi \sin\left(\omega \frac{T_s}{2}\right)}{\pi\omega} e^{-j\omega \frac{T_s}{2}} = \underbrace{\overline{H_{zoh}^*}(\omega)}_{\text{reell}} e^{-j\omega \frac{T_s}{2}} \tag{2.24}$$

Zudem kann über die Anwendung des Grenzwertsatzes von *L'HOSPITAL* auf $H_{zoh}^*(j0)$ gezeigt werden, dass das *Halteglied* konstante Eingangsgrößen ($\omega = 0$) mit T_s verstärkt:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} (H_{zoh}^*(j\omega)) = T_s \tag{2.25}$$

Eine andere Möglichkeit bietet die *TAYLOR*-Reihenentwicklung zur Darstellung der enthaltenen Totzeitglieder. Die Übertragungsfunktion lässt sich dadurch vereinfacht darstellen

$$\begin{aligned}
H_{zoh}^*(s) &= \frac{1 - \left(1 - T_s s + \frac{T_s^2}{2} s^2 - \dots\right)}{s} \\
&\approx T_s \left(1 - \frac{T_s}{2} s + \frac{T_s^2}{4} s^2 - \dots\right) \\
&\approx T_s e^{-s \frac{T_s}{2}} =: \tilde{H}_{zoh}^*(s),
\end{aligned} \tag{2.26}$$

wodurch das Übertragungsverhalten der Funktion 2.23 über $\tilde{H}_{zoh}^*(s)$ im unteren Frequenzbereich approximiert wird. Wie oben bereits gezeigt, verstärkt das *Halteglied* bei $\omega = 0$ mit T_s und bewirkt eine Phasenverschiebung annähernd linear in Abhängigkeit von der Frequenz.

In Abbildung 2.8 wird der Amplitudenverlauf des abstrakten mathematischen Modells eines *Haltegliedes* (Glg. 2.24) dem eines *idealen* Tiefpass- bzw. Rekonstruktionsfilters gegenüber gestellt. Sinnvoll ist die Darstellung über die normierte Frequenz ωT_s , wodurch

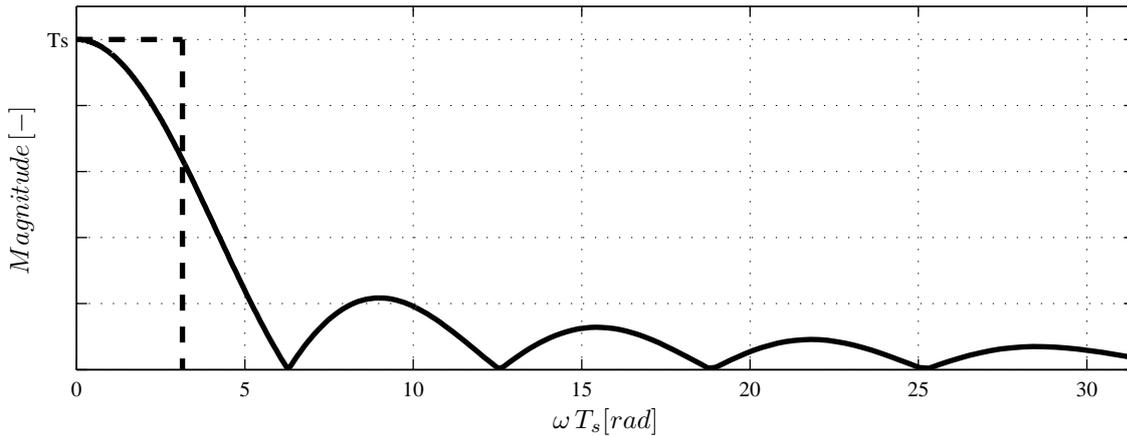


Abbildung 2.8: Amplitudenfrequenzgang eines *ZOH*-Gliedes im Vergleich zu einem idealen Rekonstruktions-Filter

Nullstellen des Übertragungsverhaltens bei ganzzahligen Vielfachen der Abtastfrequenz ersichtlich werden. Neben der geeigneten Verstärkung (Glg. 2.25) im unteren Frequenzbereich ($\omega \approx 0$) zur Skalierung besitzt das Übertragungsverhalten auch Tiefpasscharakter. D. h. die unerwünschten hochfrequenten Spiegelfrequenzanteile werden großteils durch das Übertragungsverhalten des *Halteglied*es unterdrückt, jedoch nicht vollständig ausgeblendet! Dieses Verhalten ist in vielen technischen Anwendungen bereits ausreichend, kann aber in bestimmten Fällen durch ein zusätzliches analoges Rekonstruktions-Filter noch verbessert werden.

2.4 Zusammenfassung

Die Verwendung einer einheitlichen Nomenklatur bildet die Basis für die wissenschaftliche Diskussion. Eine einleitende Begriffsvereinheitlichung schafft eine klare Trennung unterschiedlicher, in fach einschlägiger Literatur häufig verwendeter Begriffe und grenzt Co-Simulation ab. Darauf aufbauend erfolgt nahtlos die Darstellung der beiden für Co-Simulation grundlegenden Kopplungsansätze.

Das *iterative* Prinzip wurde aus Gründen der Vollständigkeit und Gegenüberstellung angeführt und wird in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet. Im Gegensatz dazu dient die Darstellung des *nicht-iterativen* Kopplungsansatzes als Fundament nachfolgender Kapitel. Wesentliche Aspekte einer idealisierten Signalverarbeitungskette ermöglichen die Betrachtungsweise der *nicht-iterativen* Kopplung aus einer signaltheoretischen Perspektive.

Der in diesem Kapitel angeführte Überblick repräsentiert den aktuellen Stand und bildet den Ausgangspunkt für die in dieser Arbeit entwickelten Methoden.

Kapitel 3

Analyse der nicht-iterativen Kopplung

Beschränkte Möglichkeiten der Anbindung von Simulationswerkzeugen oder limitierte zeitliche Anforderungen erzwingen die Verwendung des nicht-iterativen Kopplungsansatzes. Der Einsatz dieser Kopplungsmethode zieht neben den erwähnten Vorteilen auch eine Reihe von Nachteilen mit sich. In diesem Kapitel wird dazu die nicht-iterative Kopplung analysiert und die entstehenden Problematiken sowie deren Ursachen ausführlich dargestellt. Die erarbeiteten Ergebnisse dienen als Basis für effektive Gegenmaßnahmen.

3.1 Das nicht-iterative Koppellement

Wie im einleitenden Kapitel beschrieben, wird Co-Simulation im Allgemeinen dazu verwendet, um das physikalische Verhalten eines, aus mehreren Teilsystemen zusammengesetzten Gesamtsystems über *gekoppelte* Simulation abzuschätzen. Dabei werden die speziellen Teilsysteme meist in Fachbereichen und/oder domänenspezifischen Modellierungssprachen modelliert und, voneinander *unabhängig*, durch zugeschnittene numerische Lösungsalgorithmen gelöst. Ein- und Ausgangsgrößen der involvierten Teilsysteme bilden die sogenannten Koppelgrößen, die während der Simulation zu bestimmten Zeitpunkten ausgetauscht werden. Speziell bei internen Schleifen treten bei *nicht-iterativer* Kopplung Probleme auf, da hier aufgrund der definierten Ausführungsreihenfolge der Simulatoren und der festgelegten Makro-Schrittweiten die Notwendigkeit besteht, bestimmte Koppelgrößen¹ zu extrapolieren. Diese Extrapolation von Koppelgrößen entspricht einer Art Schätzung und geht somit immer mit einem Extrapolations- bzw. Schätzfehler $\epsilon(t)$ einher. Aus einer anderen Perspektive betrachtet, erfolgt an Stellen im Co-Simulations-Netzwerk, wo eine Extrapolation von Koppelgrößen aufgrund des *nicht-iterativen* Prinzips notwendig ist, die Einprägung eines Störsignals $\epsilon(t)$, das den Schätzfehler repräsentiert

$$\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t). \quad (3.1)$$

Abbildung 3.1 veranschaulicht diese Betrachtungsweise, wobei der Kopplungsprozess als alleinstehendes System betrachtet wird. Im idealen Fall passiert das Koppelsignal $y(t)$ das Koppellement *ohne* modifiziert zu werden ($\hat{y}(t) \equiv y(t)$). Notwendige Extrapolation

¹Zur einheitlichen Gestaltung werden ausschließlich System Ausgangsgrößen $y(t)$ extrapoliert.

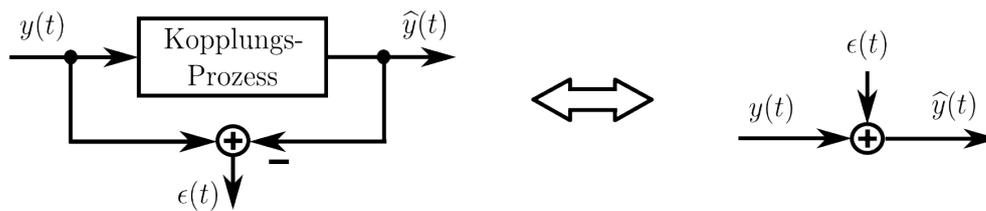


Abbildung 3.1: Systemtechnische Betrachtung des *nicht-iterativen* Koppellements und äquivalente Darstellung der Einprägung eines Störsignals $\epsilon(t)$

führt jedoch zu einem Schätzfehler $\epsilon(t)$, der unabhängig von der eingesetzten Extrapolationstechnik durch Subtraktion des geschätzten Koppelsignals $\hat{y}(t)$ vom tatsächlichen Koppelsignal $y(t)$ ermittelt werden kann.

Nach der Einführung der systemtechnischen Betrachtungsweise und Abgrenzung des *nicht-iterativen* Kopplungselementes ist es nun sinnvoll, das Übertragungsverhalten zu modellieren und zu analysieren. In Bezug auf *nicht-iterative* Kopplungsansätze für Co-Simulation ist eine Beleuchtung der Kopplung im Frequenzbereich neuartig und ermöglicht einen weitaus umfassenderen Blick auf die internen Vorgänge.

3.2 Modellierung und Analyse

In diesem Abschnitt werden die meist verwendeten polynomialen Extrapolationsverfahren vorgestellt, systemtechnisch modelliert und im Frequenzbereich analysiert. Prinzipiell basiert Extrapolation auf Interpolation, wobei eine Funktion anhand der zur Verfügung stehenden Daten approximiert wird. Bei polynomialen Ansätzen werden sog. Interpolationspolynome ermittelt, die an den gewünschten Stützstellen ausgewertet werden [47]. Im Allgemeinen spricht man von Extrapolation, wenn die Funktion außerhalb des Bereiches ausgewertet wird, wo keine Daten zur Verfügung stehen. Die Ordnung der angesetzten Polynome entspricht zugleich der Ordnung der Extrapolation. Mit hoher Ordnung steigt auch das Risiko einer großen Fehlschätzung, auch schon bei geringen numerischen Abweichungen. Aus diesem Grund setzt man bei der *nicht-iterativen* Co-Simulation oft polynomiale Extrapolationsverfahren niedriger Ordnung (0-ter bis 2-ter Ordnung, kurz bezeichnet als ZOH, FOH und SOH) ein [3, 4].

Einen weiteren Freiheitsgrad bei der Extrapolation bietet sich über den Datenaustausch von sog. *Sequenzen*, d.h. es stehen zusätzlich zu den Stützstellen der Koppelsignale an den Kopplungszeitpunkten (Glg. 2.1) auch die Stützstellen der numerischen Lösung zu den Mikro-Zeitschritten (Glg. 2.2) zur Verfügung. Im Allgemeinen erhält man dadurch mehr Information über die zu approximierende Lösungsfunktion und dies führt zu höherer *Güte* der Extrapolation.

In Abbildung 3.2 sind diese, für die *nicht-iterative* Co-Simulation wesentlichen Methoden, exemplarisch dargestellt. Dabei repräsentieren die durchgezogenen Linien die Historien der Koppelgrößen samt deren Stützstellen zu den Mikro- und Makro-Zeitschritten und die gestrichelte Linien die jeweiligen extrapolierten Verläufe. Anhand dieser einfachen Betrachtung wird schnell ersichtlich, dass der Einfluss der zur Extrapolation vorhandenen Daten (Information) und die gewählte Extrapolationsstrategie selbst enorme Auswirkungen auf die Resultate der Co-Simulation haben können. Aus diesem Grund ist eine Model-

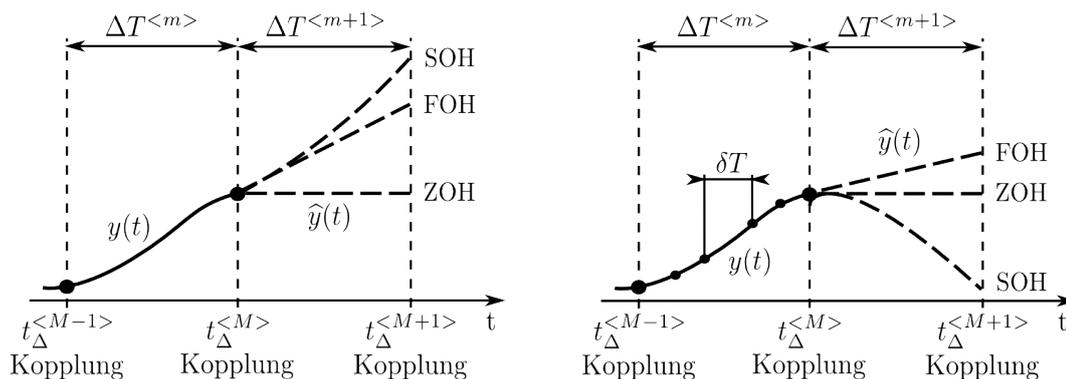


Abbildung 3.2: Vergleich häufig eingesetzter Extrapolationsverfahren unter Verwendung von Stützstellen zu den Koppelzeitpunkten (links) und mit zusätzlicher Information zu den Mikro-Zeitschritten (rechts)

lierung und umfassende Analyse zur Steigerung der Leistungsfähigkeit der *nicht-iterativen* Kopplung unumgänglich.

3.2.1 Extrapolation 0-ter Ordnung

Aufgrund der einfachen Implementierbarkeit gehört die Extrapolation 0-ter Ordnung zu den Standardmethoden und wird auch meist zur Co-Simulation eingesetzt. Genau genommen entspricht diese Extrapolation 0-ter Ordnung dem zu Beginn eingeführten *Halteglied* (Abs. 2.3.3) mit zusätzlich vorhergehender Signalabtastung. Abstrakt betrachtet wird die Lösungsfunktion $y(t)$ zu den Koppelzeitpunkten $t_{\Delta}^{<M>}$ mit der Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m>}$ abgetastet und ist somit auch nur an diesen Stützstellen definiert. Ein anschließender Halteprozess, die Extrapolation 0-ter Ordnung, ordnet den Stützstellen eine kontinuierliche Funktion $\hat{y}(t)$ zu. Ein großer Vorteil dieser sog. *zero-order-hold* (ZOH) Methode ist, dass zu jedem Koppelzeitpunkt nur ein Wert des Koppelsignals übertragen werden muss und sich daraus geringe Anforderungen an die Schnittstelle des Simulationswerkzeuges ergeben. Für den geschätzten Verlauf des Koppelsignals gilt mit der Abtastperiode gleich der Makro-Schrittweite (vgl. Glg. 2.21):

$$\hat{y}(t) = y(n\Delta T) \quad \text{mit} \quad n\Delta T \leq t < (n+1)\Delta T \quad (3.2)$$

Wiederum kann über die *LAPLACE*-Transformation der resultierenden *stückweise konstanten* Funktion (Glg. 3.2) die Übertragungsfunktion $H_{zoh}^*(s)$ zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens im Bildbereich abgeleitet werden

$$\mathcal{L}\{\hat{y}(t)\} = \frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s} \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T}}_{\text{Abtastfolge } y_s(s)}. \quad (3.3)$$

Für die *LAPLACE*-Transformierte der Abtastfolge $y_s(s)$ kann nun der Ausdruck 2.11 substituiert werden, woraus ein Zusammenhang zwischen dem kontinuierlichen Eingangssignal $y(s)$ und dem kontinuierlichem geschätztem Ausgangssignal $\hat{y}(s)$ hergestellt ist [19]:

$$\mathcal{L}\{\hat{y}(t)\} = \hat{y}(s) = \frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s\Delta T} \sum_{n=0}^{\infty} y(s \pm jn\omega_s) \quad (3.4)$$

Der notwendige Abtastprozess führt zur einer, für weitere Analysezwecke, unhandlichen Übertragungsfunktion. Wird jedoch die folgende Annahme getroffen, so können die Spiegelfrequenzspektren vernachlässigt werden.

Annahme: 3.2.1 Die Makro-Schrittweite ist so gewählt, dass kein *Aliasing* auftritt und das Übertragungsverhalten nur im Basisfrequenzband $0 \leq \omega \leq \omega_s/2$ von Bedeutung ist.

Durch die ausschließliche Betrachtung des Basisspektrums des Eingangssignals geht mit dem Abtastprozess eine zusätzliche Skalierung des Eingangssignals von $1/\Delta T$ einher, sodass das ZOH Kopplungselement in folgender Form endgültig im Bildbereich beschrieben werden kann

$$H_{zoh}(s) = \frac{\hat{y}(s)}{y(s)} = \frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s\Delta T}. \quad (3.5)$$

Angelehnt an Gleichung 2.26 kann diese Übertragungsfunktion unter Anwendung der *TAYLOR*-Reihenentwicklung zur Darstellung der enthaltenen Totzeitglieder vereinfacht dargestellt werden

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{zoh}(s) &= \frac{1 - \left(1 - \Delta T s + \frac{\Delta T^2}{2} s^2 - \dots\right)}{s\Delta T} \\ &= 1 - \frac{\Delta T}{2} s + \frac{\Delta T^2}{4} s^2 - \dots \\ &= e^{-s\frac{\Delta T}{2}}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

wodurch das Übertragungsverhalten der Funktion (Glg. 3.5) im unteren Frequenzbereich approximiert wird [42]. Wie erwartet bewirkt eine Kopplung unter Verwendung der Extrapolation 0-ter Ordnung eine Phasenverschiebung der halben Makro-Schrittweite $\Delta T/2$. Da, wie einleitend erwähnt, Extrapolation nur in Fällen von internen Schleifen (z.B. Co-Simulation von Regler und Strecke) erforderlich ist, kann diese Phasendrehung neben erhöhtem Schwingverhalten auch Stabilitätsprobleme hervorrufen [42].

3.2.2 Extrapolation 1-ter Ordnung

Gegenüber der Extrapolation 0-ter Ordnung bietet die Extrapolation 1-ter Ordnung eine weitere Möglichkeit, den zukünftigen Verlauf der Koppelgröße zu schätzen, indem mehr Information aus der Historie der Koppelgröße eingebunden wird. Diese sog. *first-order-hold* (FOH) Kopplung basiert auf *linearer* Interpolation zwischen vorhandenen Stützstellen

$$\hat{y}(t) = \frac{y(n\Delta T) - y(n\Delta T - \delta T)}{\delta T} (t - n\Delta T) + y(n\Delta T), \quad (3.7)$$

wobei

$$n\Delta T \leq t < (n+1)\Delta T. \quad (3.8)$$

Im Falle von Datenaustausch über *Sequenzen* zu den Koppelzeitpunkten existieren Stützstellen zu den Mikro-Zeitschritten δT in der Historie der Koppelgröße $y(t)$. Die Weite δT in obiger Gleichung gibt zudem an, welcher zweite Wert zur Schätzung verwendet wird. Ausgehend von den Gleichungen 3.7 und 3.8 führt die *LAPLACE*-Transformation (A.2.2) der *stückweise affinen* Funktion $\hat{y}(t)$ zur gesuchten, unter Annahme 3.2.1 aufgrund der erforderlichen Abtastung wiederum skalierten, Übertragungsfunktion $H_{foh}(s)$ im Bildbereich:

$$H_{foh}(s) = \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{\Delta T \delta T s^2} \right) (1 - e^{-s\delta T}) + \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T}}{\Delta T s} \right) \quad (3.9)$$

Im schlechtesten Fall stehen nur Werte zu den Kopplungszeitpunkten - *ohne* Datenaustausch über *Sequenzen* - zur Verfügung und es gilt $\delta T \equiv \Delta T$. Hier kann die gesuchte Übertragungsfunktion kompakt angeschrieben werden [19]:

$$H_{foh}(s) = \frac{(1 + s\Delta T) (1 - e^{-s\Delta T})^2}{s^2 \Delta T^2} \quad (3.10)$$

Bei Anwendung der zur Verfügung stehenden Möglichkeiten zur Anbindung der Simulationswerkzeuge resultiert der Datenaustausch über Sequenzen, d. h. zusätzliche Information der Koppelgrößen zu den Mikro-Zeitschritten δT , in einer genaueren Vorhersage. Unter Verwendung eines unterlagerten numerischen Lösungsalgorithmus mit fester oder variabler Mikro-Schrittweite resultiert daraus eine angemessene Beschreibung.

3.2.3 Extrapolation 2-ter Ordnung

Denkt man an kontinuierliche Verläufe, so ist in manchen Fällen eine Polynomextrapolation 2-ter Ordnung sinnvoll. Nach Aufstellen der Grundgleichung über die Interpolationsformel von *NEWTON* (A.2.1) und einigen Umformungen gilt für polynomiale Extrapolation 2-ter Ordnung im Zeitbereich

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) = & \left(\frac{0.5y(n\Delta T) - y(n\Delta T - \delta T) + 0.5y(n\Delta T - 2\delta T)}{\delta T^2} \right) (t - n\Delta T)^2 \\ & + \left(\frac{1.5y(n\Delta T) - 2y(n\Delta T - \delta T) + 0.5y(n\Delta T - 2\delta T)}{\delta T} \right) (t - n\Delta T) \\ & + y(n\Delta T) \end{aligned} \quad (3.11)$$

wobei

$$n\Delta T \leq t < (n+1)\Delta T. \quad (3.12)$$

Durch Anwenden der *LAPLACE*-Transformation lautet das Resultat, die Lösung im Bildbereich (vgl. A.2.3), und somit unter Annahme 3.2.1 die skalierte Übertragungsfunktion $H_{soh}(s)$:

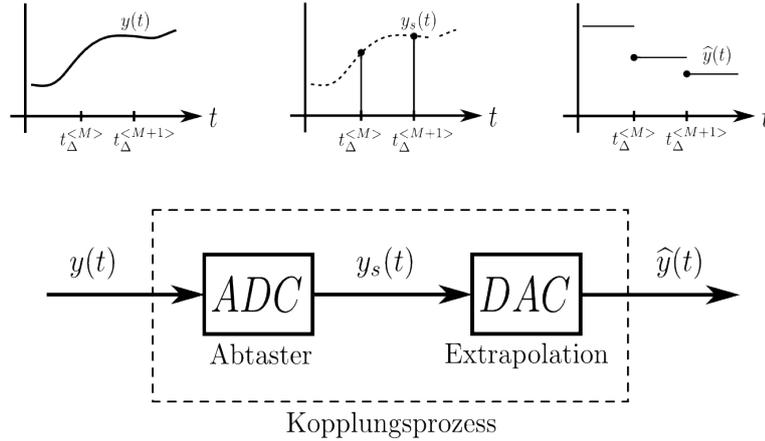


Abbildung 3.3: Äquivalente Darstellung des Kopplungsprozesses mit Abtastung und nachfolgender Extrapolation

$$\begin{aligned}
 H_{soh}(s) = & (0.5 - e^{-s\delta T} + 0.5e^{-s2\delta T}) \left(\frac{2 - \Delta T^2 s^2 e^{-s\Delta T} - 2\Delta T s e^{-s\Delta T} - 2e^{-s\Delta T}}{\Delta T \delta T^2 s^3} \right) \\
 & + (1.5 - 2e^{-s\delta T} + 0.5e^{-s2\delta T}) \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{\Delta T \delta T s^2} \right) \\
 & + \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T}}{\Delta T s} \right)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Wie beim FOH Koppellement gilt auch hier im Falle für Kopplungsdaten ausschließlich zu den Koppelzeitpunkten $\delta T \equiv \Delta T$. Ist aber die maximale Mikro-Schrittweite bekannt, so führt dies zu einer genaueren Abschätzung der Übertragungsfunktion des Schätzverfahrens, wie in Abschnitt 3.2.5 noch gezeigt wird.

3.2.4 Abtastung und Aliasing

Nach dem Prinzip der *nicht-iterativen* Co-Simulation kommt es zu diskreten Zeitpunkten, den Koppelzeitpunkten, zum Anhalten der Simulation, gegebenenfalls zur Schätzung des weiteren Verlaufes von Koppelgrößen über Extrapolation und zum Datenaustausch mit den involvierten Simulatoren (Abs. 2.2.1). Genauer betrachtet erfolgt im Falle von Extrapolation zu jedem Koppelzeitpunkt $t_{\Delta}^{<M>}$ vorab eine Abtastung und somit Diskretisierung des Koppelsignals $y(t)$. In Abbildung 3.3 ist diese äquivalente Betrachtungsweise dargestellt und vergleichbar mit einer idealen Signalverarbeitungskette *ohne* informationsverarbeitende Einheit (vgl. Abb. 2.4). Bei *konstanter* Makro-Schrittweite kann die Abtastfrequenz f_s bzw. ω_s definiert werden

$$f_s = \frac{1}{\Delta T} \quad \text{bzw.} \quad \omega_s = \frac{2\pi}{\Delta T}. \tag{3.14}$$

Identisch zu den Ausführungen zum Thema Signalabtastung und Rekonstruktion in Abschnitt 2.3.1 erfolgt beim Abtastprozess eine Multiplikation des Koppelsignals $y(t)$ mit einer Impulsfolge $s(t)$ in Abhängigkeit der festgelegten Makro-Schrittweite

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta T), \quad \text{mit } \delta(t - n\Delta T) = \begin{cases} 1 & t = n\Delta T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.15)$$

Hier liegt eine *ideale* Abtastung vor und es entstehen keine beeinträchtigenden Seiteneffekte wie bei realer Abtastung. Die Ausgangs-Impulsfolge $y_s(t)$ lautet in Anlehnung an Gleichung 2.9 nach der Modulation mit $s(t)$ in *FOURIER*-Darstellung

$$y_s(t) = y(t)s(t) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(t) e^{jn\omega_s t}, \quad (3.16)$$

wobei die auf dem Abtastprozess begründete Skalierung mit $1/\Delta T$ ersichtlich ist. Dieser Skalierungsfaktor wurde in vorhergehenden Abschnitten bezüglich der Modellierung der unterschiedlichen Extrapolationsverfahren verwendet, um die Übertragungsfunktion mit kontinuierlichem Eingangssignal darzustellen.

Im Kontext der *nicht-iterativen* Co-Simulation bestimmt somit die Makro-Schrittweite als Abtastperiodendauer die effektive Bandbreite. D.h. in Abhängigkeit der Makro-Schrittweite können mögliche *Aliasing*-Effekte entstehen, die zusätzlich die Qualität der Ergebnisse der Co-Simulation beeinträchtigen. Das mögliche Auftreten von *Aliasing*-Komponenten im Basisfrequenzband kann über das resultierende periodische Spektrum $|Y_s(j\omega)|$ der Impulsfolge $y_s(t)$ erklärt werden:

$$|Y_s(j\omega)| = \underbrace{\frac{1}{\Delta T} |Y(j\omega)|}_{\text{Basisspektrum}} + \underbrace{\frac{1}{\Delta T} \sum_{n=1}^{\infty} |Y(j\omega \pm jn\omega_s)|}_{\text{Spiegelfrequenzspektrum}} \quad (3.17)$$

Im Falle von nicht bandbegrenzten Koppelsignalen findet durch eine Überlappung des Basisspektrums mit den Spiegelfrequenzspektren *Aliasing* statt und somit ist das originale Koppelsignal im Basisfrequenzband nicht mehr eindeutig rekonstruierbar. Es wird an dieser Stelle auf die schematische Darstellung 2.5 verwiesen. Genügt die Makro-Schrittweite dem Abtasttheorem von *SHANNON*

$$\omega_s > 2\omega_{B_y}, \quad (3.18)$$

wobei ω_{B_y} die Bandbreite des Koppelsignals $y(t)$ darstellt, so ist das Koppelsignal theoretisch perfekt rekonstruierbar und *Aliasing* wird vermieden (vgl. Glg. 2.13).

Bei Unstetigkeiten in den Kopplungssignalen, die z.B. bei zeit-variablen oder sprungfähigen Systemen entstehen können, ist jedoch diese Bedingung nicht aufrechtzuerhalten, da theoretisch eine unendlich feine Abtastung notwendig wäre. Eine Annäherung mit sehr kleinen Makro-Schrittweiten wäre zwar denkbar, die Gesamtsimulationszeit würde aber enorm ansteigen und für eine praktische Anwendung uninteressant sein. Eine bereits erwähnte Möglichkeit, um das Abtasttheorem zu erfüllen, ist eine vorhergehende Bandbegrenzung des Koppelsignals durch ein *Anti-Aliasing*-Filter, das jedoch zu einem Informationsverlust und zusätzlich zu einer unerwünschten Phasendrehung führt, die weiters Stabilitätsprobleme verursachen kann. Offenbar ist diese Situation sehr schwierig und resultiert in einen Kompromiss zwischen Simulationszeit und Genauigkeit der Co-Simulationsergebnisse. Welche Auswirkung diese Signalabtastung in Bezug auf Co-Simulation hat, wird im folgenden Kapitel ausführlich diskutiert und zugleich analysiert.

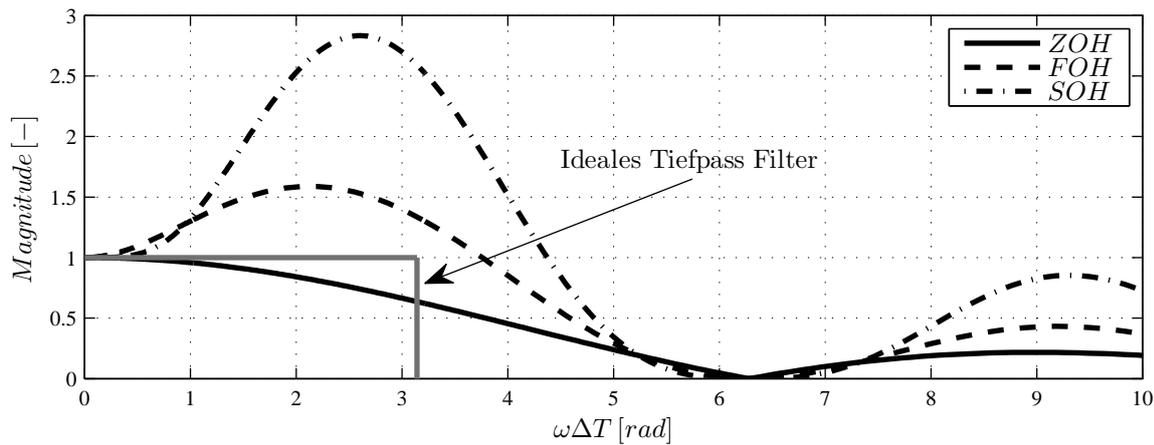


Abbildung 3.4: Betragskennlinien des *zero-order-hold* (ZOH), *first-order-hold* (FOH) und des *second-order-hold* (SOH) mit $\Delta T = \delta T$ und skizziertem idealem Rekonstruktionsfilter

3.2.5 Analyse der Schätzverfahren

Basierend auf der ausführlichen systemtheoretischen Modellierung der unterschiedlichen Kopplungsvarianten und der Darstellung des auftretenden *Aliasing*-Effektes, ist es nun möglich, die Eigenheiten der Kopplungen bei *nicht-iterativer* Co-Simulation zu analysieren. Bei den modellierten Kopplungstechniken handelt es sich ausschließlich um *lineare zeit-invariante* Systeme und es bietet sich eine Analyse im Frequenzbereich an. Zur Darstellung der Übertragungsverhalten erfolgte vorab eine *Padé*-Approximation der enthaltenen Totzeitglieder, um zu einer rationalen Beschreibung der Übertragungsfunktionen zu gelangen [37].

Abbildung 3.4 zeigt die Betragsgänge der modellierten Kopplungen für eine beliebige *konstante* Abtastrate ΔT samt eines skizzierten idealen Rekonstruktionsfilters. Der ideale Rekonstruktionsfilter deutet dabei die Form des Betragsganges an, die notwendig ist, um das abgetastete Koppelsignal unter Einhalten des Abtasttheorems (3.18) perfekt zu rekonstruieren. Offensichtlich verstärken aber alle drei Kopplungselemente zum Teil massiv Frequenzanteile auch weit über der halben Abtastfrequenz ($\omega_s \Delta T / 2 = \pi$). D. h., das durch die Abtastung hervorgerufene periodische Spektrum, in Kombination mit den Übertragungsfunktionen der Kopplungselemente, führt zu einer teilweise starken Verfälschung des Signals, trotz Einhalten des Abtasttheorems (Glg. 3.18). Tritt hingegen Aliasing auf, so regen plötzlich ursprünglich hohe Frequenzanteile des Koppelsignals zusätzlich träge Dynamiken des nachfolgend angekoppelten Teilsystems an, wodurch das Systemverhalten weiter beeinträchtigt wird. Abhilfe schafft hier die Verwendung eines *Anti-Aliasing*-Filters, der im interessierenden Frequenzbereich wenig Phasendrehung besitzt und das Eingangssignal bandbegrenzt (siehe Abs. 2.3.2). Demzufolge kann durch eine geeignet gewählte Makro-Schrittweite Aliasing vermieden werden.

Die Problematik des ungünstigen Übertragungsverhaltens der Kopplungselemente und die dadurch entstehende Signalverfälschung bleibt jedoch weiterhin bestehen. Unter diesen Umständen stellt eine hohe Abtastung bzw. kleine Makro-Schrittweite den einzig gangbaren Weg dar, damit im Frequenzbereich des Koppelsignals eine möglichst geringe Verstärkung sowie Phasendrehung auftritt. Zur Diskussion dieser Aspekte und zur besseren Ver-

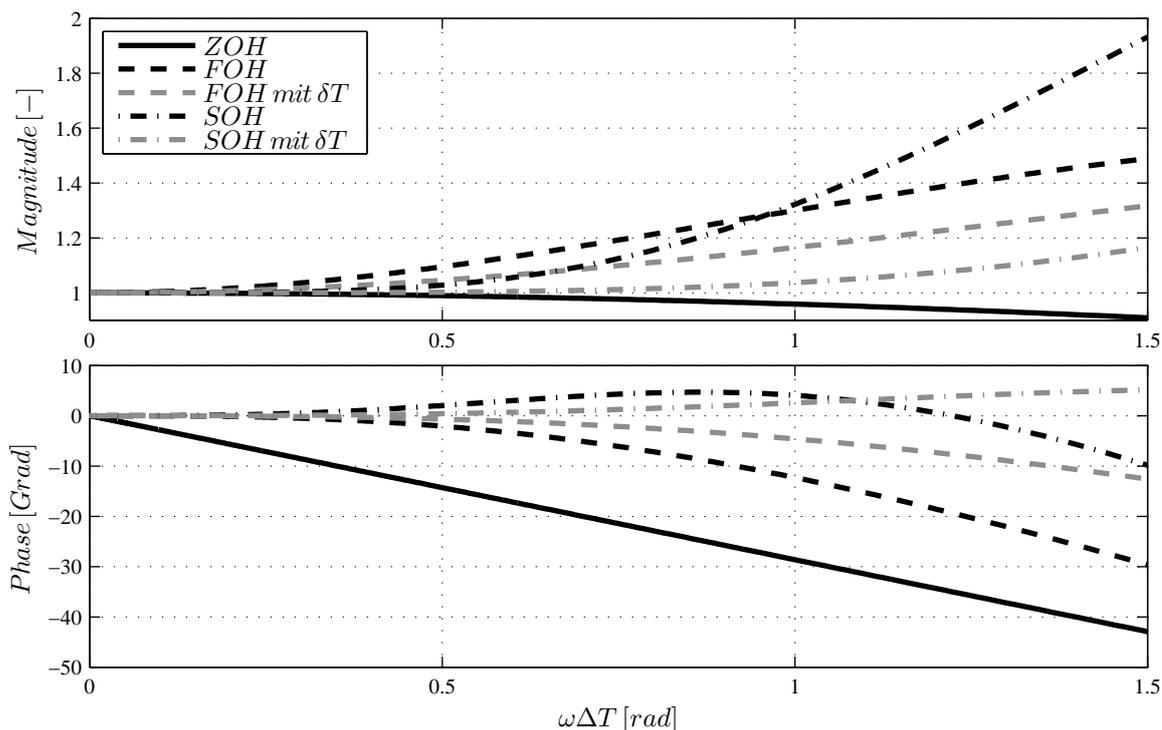


Abbildung 3.5: Amplituden- und Phasenfrequenzgang unterschiedlicher Kopplungsvarianten ZOH, FOH und SOH mit ΔT und evtl. $\delta T = 0.1\Delta T$

anschaulichung wurden hierzu in Abbildung 3.5 die Betrags- und Phasencharakteristik im unteren und interessierenden Frequenzbereich vergrößert darstellt. Ergänzend sind auch die Kennlinien für die FOH- und SOH-Extrapolation, basierend auf der Mikro-Schrittweite von $\delta T = 0.1\Delta T$ im Bild enthalten. Kopplung mittels ZOH-Extrapolation besitzt einen wünschenswerten flachen Betragsverlauf, jedoch eine relativ große Phasendrehung im dargestellten Frequenzbereich. Sichtlich besser eignen sich dem gegenüber Extrapolationsverfahren höherer Ordnung (FOH, SOH) und, wie in Abschnitt 3.2 erwähnt, zusätzliche Information über die Mikro-Zeitschritte erhöht die Leistungsfähigkeit der Kopplung weiter. Offensichtlich bietet bei den modellierten Kopplungsvarianten eine Extrapolation 2-ter Ordnung (SOH), unter Verwendung von Mikro-Zeitschritten, die größte Bandbreite bei geringem Kopplungsfehler. D. h., nach den unterschiedlichen Übertragungsverhalten muss zur Unterdrückung der, durch die Kopplung notwendig hinzugefügten Störungen, die Makro-Schrittweite in Bezug auf die verwendete Extrapolationstechnik geeignet gewählt werden. Eine Festlegung der Makro-Schrittweite nach dem Abtasttheorem (Glg. 3.18) ist zur Vermeidung von Aliasing notwendig, jedoch für *nicht-iterative* Co-Simulation bei weitem nicht ausreichend. Vielmehr muss die Makro-Schrittweite so gewählt werden, damit das Übertragungsverhalten der Kopplung dem eines *idealen* Rekonstruktionsfilters im interessierenden Frequenzbereich angenähert wird ($H(j\omega) \approx 1$) und zusätzlich die Spiegelfrequenzspektren ausgeblendet werden. Dazu bieten sich Abbildung 3.5 bzw. die modellierten Übertragungsfunktionen an. Als Richtwerte resultieren daraus die Beschränkungen der Makro-Schrittweite $\overline{\Delta T}$ in Tabelle 3.1 in Bezug auf die Bandbreite ω_{B_y} des Koppelsignals.

Neben der hohen Phasendrehung der ZOH-Kopplung bieten Extrapolationsverfahren hö-

Kopplung	$\overline{\Delta T}$
ZOH	$0.05/\omega_{B_y}$
FOH	$0.3/\omega_{B_y}$
SOH	$0.5/\omega_{B_y}$

Tabelle 3.1: Heuristische Beschränkung der Makro-Schrittweite ΔT in Bezug auf die verwendete Kopplungsvariante

herer Ordnung mehr Freiheit bei der Wahl der Makro-Schrittweite und führen somit auch zu einer möglichen Beschleunigung der *nicht-iterativen* Co-Simulation unter Beibehalten der Genauigkeit.

Ein noch nicht beachteter Aspekt ist die Verstärkung von hochfrequenten Anteilen der Impulsfolge $y_s(t)$, die durch die Übertragungsfunktion der Extrapolationstechniken *nicht* ausgeblendet werden. Die so erzeugten Störungen beeinflussen die Lösungsgenauigkeit und eventuell das zeitliche Verhalten des nachfolgenden numerischen Lösungsalgorithmus und werden in den nächsten beiden Abschnitten beleuchtet.

3.3 Einfluss auf die numerische Lösung

Die notwendige Extrapolation ist genau genommen eine Schätzung des zukünftigen Verlaufes der Koppelgröße und deshalb mit einem Schätzfehler verbunden. Neben dem Diskretisierungsfehler der unterlagerten *expliziten* oder *impliziten* Lösungsalgorithmen stört diese Schätzung das System zusätzlich. Dabei erfolgt die Extrapolation ausschließlich auf der Historie der Koppelgröße und stellt ein *explizites* Verfahren dar, sodass, im Falle impliziter numerischer Lösung von gekoppelten Teilsystemen, die Lösung des Gesamtsystems durch die notwendige Kopplung *teilweise expliziten* Lösungscharakter besitzt. Speziell bei *steifen* Systemen, die implizite Verfahren erfordern, führt dies eventuell zu Stabilitätsproblemen. Mit jedem Makro-Zeitschritt passiert demnach ein sog. *lokaler* Diskretisierungsfehler, der, wie bei numerischen Lösungsverfahren, die Basis zur Bestimmung eines *globalen* Fehlers liefert und in einer oberen Fehlerschranke $\epsilon_{\Delta T}$ mündet [3, 33]

$$\epsilon_{\Delta T} \leq c_0 \Delta T_{max}^{q+1}, \quad (3.19)$$

wobei q die Ordnung des gewählten Extrapolationsverfahrens zur Kopplung symbolisiert. Der Faktor $c_0 > 0$ spiegelt den Einfluss der Kopplung auf das physikalische Verhalten des Gesamtsystems wieder [4]. Die Ermittlung der Schranke (Glg. 3.19) des Schätzfehlers basiert auf Zurückspielen der lokalen Diskretisierungsfehler und wird mit größer werdender Simulationszeit sehr pessimistisch. Eine bessere Darstellung des Kopplungseinflusses auf die numerische Lösung bietet sich durch eine separate Betrachtung des i -ten Teilsystems, das durch eine allgemeine Differentialgleichung repräsentiert wird

$$\frac{d\mathbf{y}_i(t)}{dt} = \mathbf{f}_i(\mathbf{y}_i(t), \mathbf{u}_i(t), t). \quad (3.20)$$

Die Eingangsgrößen $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), \dots, u_n(t)]^T$ werden durch die notwendige Extrapolation gestört und beeinflussen somit die numerische Lösung. Der Einfluss auf die Qualität

der diskreten Lösung kann über die *TAYLOR*-Reihenentwicklung um den Startpunkt t_0 gezeigt werden und führt für das Teilsystem (Glg. 3.20) zu:

$$\mathbf{y}_i(t_0 + h) = \mathbf{y}_i(t_0) + \left. \frac{d\mathbf{y}_i(t)}{dt} \right|_{t=t_0} h + \left. \frac{d^2\mathbf{y}_i(t)}{dt^2} \right|_{t=t_0} \frac{h^2}{2!} + \dots \quad (3.21)$$

Zum Zeigen der Problematik wird das explizite *EULER*-Verfahren herangezogen und zur numerischen Approximation die unendliche Reihe nach dem zweiten Glied abgebrochen. Der lokale Diskretisierungsfehler setzt sich demnach aus dem vernachlässigten Teil der Reihe zusammen, bestehend aus höheren zeitlichen Ableitungen des Teilsystems 3.20. Einen wesentlichen Beitrag zum Fehler liefert der erste vernachlässigte Term und dieser ergibt sich, beispielhaft für das *EULER*-Verfahren, wie folgend angeführt:

$$\left. \frac{d^2\mathbf{y}_i}{dt^2} \right|_{t=t_0} \frac{h^2}{2!} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{y}_i} \frac{d\mathbf{y}_i}{dt} + \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{u}_i} \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} + \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial t} \right) \Big|_{t=t_0} \frac{h^2}{2!} \quad (3.22)$$

In dieser Darstellung ist die zeitliche Ableitung $d\mathbf{u}_i(t)/dt$ der vektoriellen Eingangsgröße $\mathbf{u}_i(t)$, die zugleich die Koppelgröße repräsentiert, enthalten. D. h. zusätzliche hochfrequente Anteile im Koppelsignal wirken sich nachteilig auf die Qualität der numerischen Approximation aus.

Im Sinne von *nicht-iterativer* Co-Simulation führt die notwendige Kopplung zu Unstetigkeiten an den Koppelzeitpunkten und somit zu solchen störenden Anteilen. Durch den Abtastprozess hervorgerufene Spiegelfrequenzspektren (Abb. 2.5) werden dabei durch die Übertragungsfunktionen (ZOH, FOH, SOH) der Extrapolationstechniken unterschiedlich verstärkt, wobei die Kopplung über Extrapolation 0-ter Ordnung diesbezüglich Vorteile besitzt (vgl. Abb. 3.4).

Eine intuitive Lösung des Problems stellt die Glättung des Koppelsignals durch Tiefpassfilterung dar. Dieser Rekonstruktionsfilter unterdrückt hohe Frequenzanteile im Koppelsignal und bewirkt simultan eine Reduktion des Diskretisierungsfehlers. Als nachteilig erweist sich die zusätzliche Phasendrehung solcher Rekonstruktionsfilter, sodass bei der Auslegung ein Kompromiss zwischen numerischer Qualität der Lösung und Beeinflussung des Systemverhaltens durch die Phasendrehung gefunden werden muss. Eine eventuell adaptive Anpassung an die Kopplungssignalfrequenz ist denkbar.

3.4 Aspekte einer idealen Kopplung

Die Aufbereitung der generellen Problematiken in den vorhergehenden Abschnitten gewährt einen verstärkten Einblick in die auftretenden Effekte bei *nicht-iterativer* Co-Simulation und führt zu *idealen* Eigenschaften der Kopplung. Zusammenfassend sollte die Schätzung bzw. die Extrapolation von Koppelgrößen

1. über eine geeignete Makro-Schrittweite erfolgen, um *Aliasing*-Effekte zu vermeiden,
2. im geeigneten Frequenzbereich *Einheitsverstärkung* ($H(j\omega) \approx 1$) besitzen und
3. *keine* hochfrequenten Anteile im Koppelsignal erzeugen.

Zur Erreichung dieser *idealen* Charakteristiken ist ein *nicht-kausales* System, d. h. ein System, dessen Ausgang auch von zukünftigen Werten des Eingangssignals abhängt, notwendig, welches *nicht* realisierbar ist. Unumstrittenes Ziel ist es jedoch, die erwähnten *gewünschten* Eigenschaften möglichst gut anzunähern.

3.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden im Sinne von *nicht-iterativer* Co-Simulation die meist verwendeten Extrapolationstechniken bzw. Kopplungsvarianten beleuchtet. Die signal- und systemtheoretische Aufbereitung zeigt die prinzipiellen Problematiken auf und führt zu einer Betrachtungsweise, die in der Wahl der Festlegung einer geeigneten bzw. möglichen Makro-Schrittweite unterstützt.

Hauptkriterium zur Verbesserung der Kopplung ist eine geeignete Extrapolation von Koppelgrößen unter Beachtung des Aufwandes zur Initialisierung der unterlagerten Lösungsalgorithmen. Nachfolgende Kapitel befassen sich mit der Modifikation des Übertragungsverhaltens zur signifikanten Reduktion des Fehlers. Die Ausführungen sollen eine Basis für nachfolgende Diskussionen schaffen und einen Anstoß zur Steigerung der Leistungsfähigkeit von *nicht-iterativer* Co-Simulation geben.

Kapitel 4

Energieerhaltende Kopplung

Inhalt dieses Kapitels ist die, während dieser Arbeit entwickelte, nahezu energieerhaltende Kopplungsmethode für nicht-iterative Co-Simulation. Angestrebt wurde eine Reduktion des Einflusses des Schätzfehlers der notwendigen Extrapolation von Koppelgrößen an Koppelpunkten während der Co-Simulation, ohne zusätzliche Metainformation über die gekoppelten Teilsysteme. Die zugrunde liegende Idee basiert darauf, dass, unabhängig vom verwendeten Extrapolationsverfahren, der Einfluss des unvermeidbaren Schätzfehlers über nachfolgende Makro-Zeitschritte korrigiert wird. Die sehr einfache Struktur des nahezu energieerhaltenden Kopplungselementes erfordert geringen numerischen Aufwand und ist somit prädestiniert für die praktische Realisierung.

4.1 Energieerhaltende Strategie

Zur Modellierung physikalischer Systeme existieren unterschiedlichste methodische Ansätze. Eine spezielle, die Theorie der *Bondgraphen*, die weit verbreitet zur Modellierung von domänenübergreifenden Systemen eingesetzt wird, betrachtet die Energieflüsse zwischen den modellierten Teilsystemen [46]. Inspiriert von dieser Methode, wo auch Teilsysteme aus unterschiedlichen Domänen (Mechanik, Elektrotechnik, Strömungstechnik, Thermodynamik) interagieren, wurde zur Entwicklung der Kopplungsstrategie der Aspekt des Energieaustausches zwischen Teilsystemen weiterverfolgt. Die grundlegende Idee basiert darauf, dass eine ideale Verbindung die Energie vollständig zwischen Teilsystemen überträgt, *ohne* Energie zu produzieren, zu speichern oder zu dissipieren. Bei Co-Simulationsanwendungen können die Kopplungssignale allgemein jedoch nicht physikalisch als Leistung bzw. Energie interpretiert werden. Dazu wird für diese Betrachtung der Begriff der *generalisierten* Energie eingeführt, wobei zwei beliebige physikalische Signale $u(t)$ und $y(t)$ immer eine Form von *generalisierter* Energie $E_g(t)$ darstellen

$$E_g(t) = \int_{-\infty}^t u(t)y(t)dt. \quad (4.1)$$

Bei Betrachtung eines Gesamtsystems, bestehend aus mehreren evtl. domänenübergreifenden Teilmodellen, modelliert in einem einzigen Simulator, bleibt bei der Simulation die

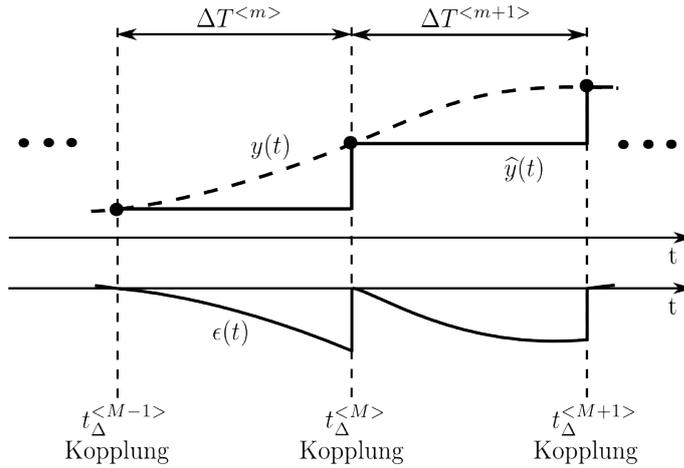


Abbildung 4.1: Koppelsignal und eingebrachter Schätzfehler $\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ bei Extrapolation 0. Ordnung

gesamte Energie im System erhalten¹. Co-Simulation desselben Systems führt zwangsweise durch die notwendige Kopplung (Abb. 3.1) zum Einbringen einer Störung $\epsilon(t)$ (Glg. 3.1), die das physikalische Verhalten des Systems beeinflusst. D. h., generalisierte Energie wird durch den Kopplungsprozess zu- oder abgeführt. In Abbildung 4.1 ist dazu ein Koppelsignal $y(t)$, das über Extrapolation 0-ter Ordnung (Abs. 3.2.1) extrapolierte bzw. geschätzte Koppelsignal $\hat{y}(t)$ sowie der resultierende Schätzfehler $\epsilon(t)$ dargestellt. Konkret wird über diese beiden Makro-Zeitschritte (generalisierte) Energie abgeführt. Allgemein führt also eine *nicht-iterative* Kopplung über einen einzelnen Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m>}$ Energie zu oder ab und es gilt nachfolgende Relation:

$$\int_{t_{\Delta}^{<M-1>}}^{t_{\Delta}^{<M>}} u(t)\hat{y}(t)dt \neq \int_{t_{\Delta}^{<M-1>}}^{t_{\Delta}^{<M>}} u(t)y(t)dt \quad (4.2)$$

Basierend auf dem *nicht-iterativen* Prinzip kann der Schätzfehler nur zu den Koppelzeitpunkten $t_{\Delta}^{<M>}$ ermittelt werden. Grundlegende Idee ist nun, anstatt des Zu- oder Abführens von Energie in der Kopplung, die Fehlenergie temporär zwischen zu speichern und während des nachfolgenden Makro-Zeitschrittes $\Delta T^{<m+1>}$ wieder ins System einzukoppeln (Abb. 4.2). Exakte Kompensation der Störung ist aufgrund der *nicht-iterativen* Methode nicht möglich. Falls jedoch die Makro-Schrittweite in Bezug auf die Systemdynamiken ausreichend klein gewählt wird, ist eine sog. *nahezu* energieerhaltende Kopplung erreichbar. Durch die temporäre Zwischenspeicherung wird der Fehler $\epsilon(t)$ durch ein Totzeitglied um die Makro-Zeitschrittweite $\Delta T^{<m>}$ zeitlich verzögert. Das Totzeitglied agiert in diesem Kontext als Speicherelement. Die Kompensation erfolgt somit durch ein Korrektursignal $c(t)$:

$$c(t) = \epsilon(t - \Delta T^{<m>}) \quad (4.3)$$

Eine Betrachtung zweier aufeinanderfolgender Makro-Zeitschritte, unter der Annahme

¹Es wird hier die Verfälschung durch den auftretenden Diskretisierungsfehler des verwendeten numerischen Lösungsalgorithmus ausgenommen.

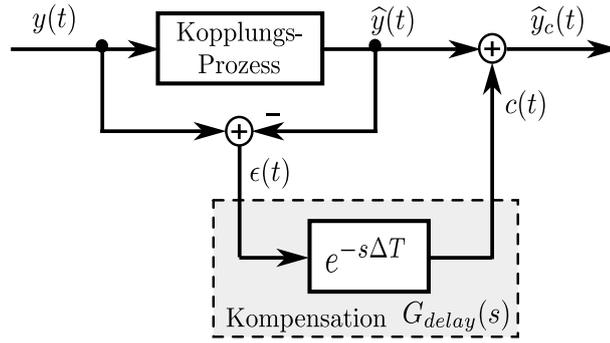


Abbildung 4.2: Kopplungselement bestehend aus verwendeter Extrapolationstechnik und Kompensation über ein Totzeitglied

einer konstanten Koppelgröße $u(t) = C$ und der Vernachlässigung des initialen Schätzfehlers, führen zu

$$\int_{t_{\Delta}^{<M-1>}}^{t_{\Delta}^{<M+1>}} u(t)y(t)dt = \int_{t_{\Delta}^{<M-1>}}^{t_{\Delta}^{<M+1>}} C [\hat{y}(t) + c(t)] dt, \quad (4.4)$$

falls die eingebrachte Störung (3.1) die folgende Bedingung erfüllt:

$$\int_{t_{\Delta}^{<M-1>}}^{t_{\Delta}^{<M>}} \epsilon(t)dt \stackrel{!}{=} \int_{t_{\Delta}^{<M>}}^{t_{\Delta}^{<M+1>}} \epsilon(t)dt \quad (4.5)$$

In diesen Fällen, wo die beiden oben getroffenen Annahmen erfüllt werden, erfolgt eine korrekte Übertragung der (generalisierten) Energie über zwei Makro-Zeitschritte. Im Allgemeinen ist aber speziell die Annahme von *konstanten* Koppelgrößen über mehrere Makro-Zeitschritte *nicht* erfüllt, was in einem *nahezu* energieerhaltenden Koppelement resultiert.

Im Hinblick auf weitere Ausführungen wird an dieser Stelle für die Klasse von nahezu energieerhaltenden Kopplungselementen, die auf den in diesem Abschnitt fundamentalen Betrachtungen in Bezug auf generalisierte Energien beruhen, die englische Bezeichnung *nearly energy-preserving coupling element*, abgekürzt als *NEPCE*, eingeführt. Nach Einführung der grundlegenden Struktur des NEPCE ist es nun denkbar, ein anderes geeignetes Kompensationssystem zu verwenden. Der Gedanke, den Fehler unmittelbar nach dem Auftreten zu eliminieren, geht in die Richtung eines Regelungsansatzes, bei dem versucht wird, einem System ein bestimmtes Verhalten aufzuprägen. Aus dieser Perspektive betrachtet sollte also das Korrektursignal $c(t)$ dem Schätzfehler $\epsilon(t)$ möglichst schnell folgen. D. h. idealerweise gilt:

$$c(t) \stackrel{!}{=} \epsilon(t) \quad (4.6)$$

Basierend auf dem *nicht-iterativen* Prinzip der Koppelung kann dies nicht erreicht werden, sodass, wie oben gezeigt, ein Totzeitglied eingeführt werden muss (Abb. 4.2), das zur Gleichung 4.3 führt. Eine Erweiterung der vorgeschlagenen Struktur, im Sinne eines *Standardregelkreises* nach Abbildung 4.3, ermöglicht jedoch eine Steigerung der Wirkung, wie

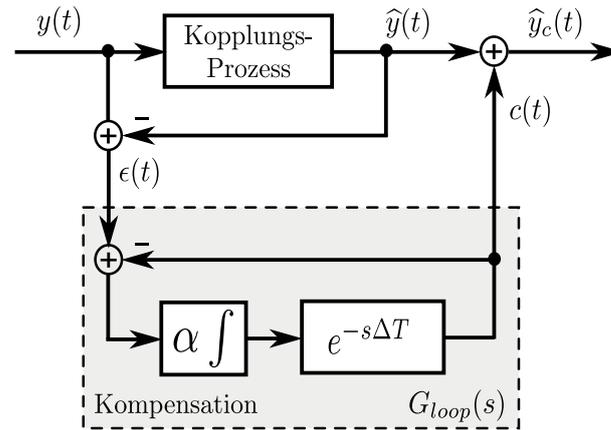


Abbildung 4.3: Kopplungselement bestehend aus verwendeter Extrapolationstechnik und Kompensation über einen Standardregelkreis

in nachfolgenden Abschnitten gezeigt wird. Dabei entspricht der Integrator samt Parameter α dem Regler und das Totzeitglied der Strecke. Da es sich hier um ein dynamisches und nach Auslegung um ein stabiles Kompensationssystem handelt, wird ein Sollwert $\epsilon(t)$ erst nach einer Einschwingphase erreicht. Im stationären Fall ist diese Variante vergleichbar mit dem vorherigen Ansatz (Abb. 4.2) und der Annahme, dass Gleichung 4.6 erfüllt wird.

4.2 Realisierung des NEPCE

In diesem Abschnitt erfolgt eine Beleuchtung unterschiedlicher Realisierungsaspekte der oben vorgestellten Methodik zur annähernden Kompensation des zwangsläufig eingebrachten Koppelfehlers bei *nicht-iterativer* Co-Simulation. Eine darauf aufbauend modifizierte Version des Kopplungselementes liefert eine allgemeine Grundstruktur mit einfachen Regeln zur Parametrierung.

In Abschnitt 4.1 führte eine Einkopplung des zeitlich, um einen Makro-Zeitschritt verzögerten Koppelfehlers, zu einer Unterdrückung der Störung. In Abbildung 4.2 ist dieser prinzipielle Ansatz in Form eines Blockschaltbildes dargestellt. Darauf aufbauend ergeben sich zur Realisierung grundsätzlich zwei Schwierigkeiten. Zum einen kann das ermittelte Fehlersignal $\epsilon(t)$ aus nieder- und auch hochfrequenten Signalanteilen bestehen, was eine hohe Auflösung des Fehlersignals erfordert, um es ausreichend genau darzustellen. D. h. in weiterer Folge, dass auch das Korrektursignal $c(t)$ sowie die modifizierte Schätzung $\hat{y}_c(t)$ mittels einer dementsprechend hohen Auflösung zur Verfügung gestellt werden muss und somit ungewollte Anforderungen an die Anbindungsmöglichkeiten der Simulationswerkzeuge gestellt werden. Zum anderen führt die Verwendung von adaptiven Steuerungen der Makro-Schrittweite zu zeitlich variablen Makro-Zeitschritten $\Delta T^{<m>} \neq \Delta T^{<m+1>}$, sodass auch der Kompensationspfad des Kopplungselementes (Abb. 4.2) zeit-variabel ausgeführt sein muss. Die Realisierung eines zeit-variablen Totzeitgliedes erfolgt typischerweise durch ein Schieberegister mit ausreichend hoher Diskretisierung. Die Totzeit bestimmt dabei, welcher Eintrag des Registers ausgelesen wird. Bei *nicht-iterativer* Co-Simulation erfolgt die Änderung der Totzeit bzw. der Makro-Schrittweite sprunghaft zu den Koppelzeitpunkten $t_{\Delta}^{<M>}$, sodass beim Vergrößern der Makro-Schrittweite bereits verwendete Werte

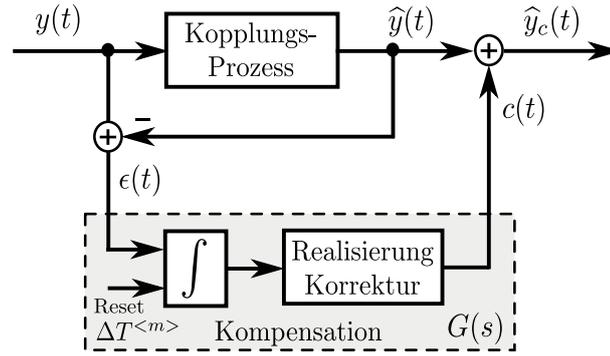


Abbildung 4.4: Zur Realisierung modifiziertes nahezu energieerhaltendes Koppelungselement ohne Rückkopplung

abermals zur Korrektur verwendet und beim Verringern der Makro-Schrittweite Korrekturwerte erst gar nicht ausgelesen werden, was einem Informationsverlust entspricht und in beiden Fällen zu einem nicht interpretierbarem Verhalten führt. Abhilfe schafft hier eine geschickte Modifikation des Koppelungselementes, im Speziellen eine Modifikation des Korrekturpfades, siehe Abbildung 4.4.

Zum Umgehen der zwei einschränkenden Problematiken erweist sich die *nicht-iterative* Abfolge der Co-Simulation als vorteilhaft. Ausgenutzt wird die Tatsache, dass der Kopplungsfehler $\epsilon(t)$, mit $t \in [t_{\Delta}^{\langle M-1 \rangle}, t_{\Delta}^{\langle M \rangle}]$, und das über den nachfolgenden Makro-Zeitschritt anzuwendende Korrektursignal $c(t)$, mit $t \in [t_{\Delta}^{\langle M \rangle}, t_{\Delta}^{\langle M+1 \rangle}]$, nur zum Kopplungszeitpunkt $t_{\Delta}^{\langle M \rangle}$ bestimmt werden kann.

Im Prinzip ist es ausreichend, die Fehlerfläche $A_{\epsilon}^{\langle m \rangle}$ über den letzten Makro-Zeitschritt zu bestimmen. Dies erfolgt durch Integration des Schätzfehlers $\epsilon(t)$, sodass mit einem initialen Rücksetzen (*reset*) der Zustand des Integrators zum Koppelzeitpunkt die Fehlerfläche über den letzten Makro-Zeitschritt repräsentiert (vgl. Abb. 4.4)

$$A_{\epsilon}^{\langle m \rangle} = \int_{t_{\Delta}^{\langle M-1 \rangle}}^{t_{\Delta}^{\langle M \rangle}} \epsilon(t) dt. \quad (4.7)$$

Die durch das vorgeschlagene Kompensationssystem ermittelte Korrekturfläche $A_c^{\langle m+1 \rangle}$ wird sodann über den nachfolgenden Makro-Zeitschritt sinnvoll *verteilt*, wobei für die Korrekturfläche $A_c^{\langle m \rangle}$ gilt

$$A_c^{\langle m \rangle} = \int_{t_{\Delta}^{\langle M-1 \rangle}}^{t_{\Delta}^{\langle M \rangle}} c(t) dt. \quad (4.8)$$

Eine mögliche Ausprägung der Korrektur $c(t)$ über den nächsten Makro-Zeitschritt ist der Ansatz einer sog. *konstanten* Korrektur. Dabei wird die ermittelte Korrekturfläche $A_c^{\langle m+1 \rangle}$ gleichmäßig verteilt

$$c_{const}(t) = \frac{A_c^{\langle m+1 \rangle}}{\Delta T^{\langle m+1 \rangle}}, \quad t \in (t_{\Delta}^{\langle M \rangle}, t_{\Delta}^{\langle M+1 \rangle}] \quad (4.9)$$

was in einem *stückweise konstanten* Korrektursignal $c(t)$ resultiert. Besonders vorteilhaft bei diesem Ansatz ist, dass nur ein Wert zur Kompensation benötigt wird. Dadurch

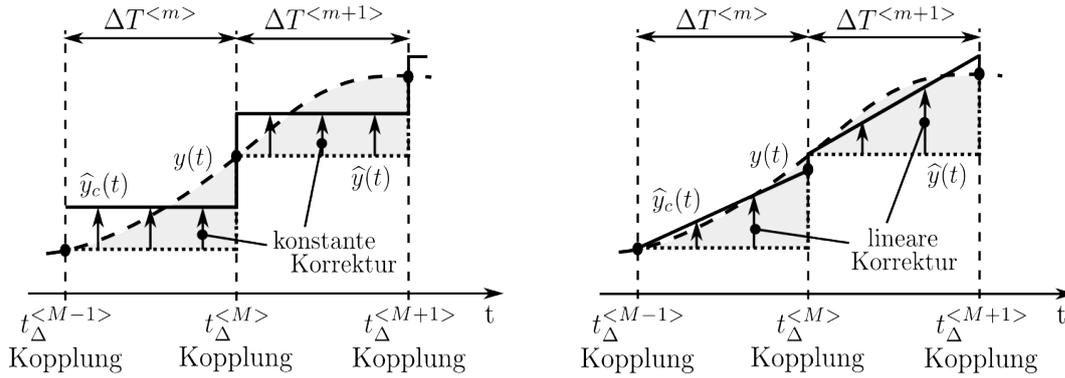


Abbildung 4.5: Darstellung der Modifikation des, über Extrapolation 0-ter Ordnung, geschätzten Verlaufes $\hat{y}(t)$ der Koppelgröße $y(t)$ zum korrigierten Signal $\hat{y}_c(t)$ über *konstante* (rechts) bzw. *lineare* (links) Korrektur

ergibt sich ein großer Vorteil in Bezug auf die Anwendung des NEPCE bei minimalen Anbindungsmöglichkeiten der Simulationswerkzeuge. Bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung (Glg. 3.2) und Anwendung *konstanter* Korrektur (Glg. 4.9) ist nur der Wert zum Koppelzeitpunkt bei den involvierten Simulationswerkzeugen zu aktualisieren! Eine weitere Möglichkeit, das Korrektursignal zu realisieren, bietet die sog. *lineare* Korrektur

$$c_{lin}(t) = \frac{2A_c^{<m+1>}}{(\Delta T^{<m+1>})^2} (t - t_{\Delta}^{<M>}), \quad \text{mit } t \in (t_{\Delta}^{<M>}, t_{\Delta}^{<M+1>}], \quad (4.10)$$

wodurch eine *stückweise lineare* Zeitfunktion resultiert. In diesem Fall sind zumindest zwei Werte zum Beschreiben des Koppelsignals je Makro-Zeitschritt erforderlich. Das zu dieser Überlegung zugehörige Blockschaltbild ist in Abbildung 4.4 und die *konstante* bzw. *lineare* Korrektur des geschätzten Koppelsignals in Abbildung 4.5 skizziert.

Für spätere Betrachtungen ist es notwendig, die Übertragungsfunktionen der beiden Realisierungen der Korrektur im Falle *konstanter* Makro-Schrittweite zu bestimmen. Dabei ist zum Beschreiben der *konstanten* Korrektur die bereits hergeleitete Übertragungsfunktion der ZOH-Extrapolation geeignet, vgl. Glg. 3.5:

$$C_{const}(s) = \frac{1}{\Delta T} \frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s\Delta T} \quad (4.11)$$

Im Falle einer *linear* realisierten Korrektur führt die *LAPLACE*-Transformation der zeitlichen Beschreibung der Korrektursignals (Glg. 4.10)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{c_{lin}(t)\} &= \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n\Delta T}^{(n+1)\Delta T} A_c(n\Delta T) \frac{2}{\Delta T^2} t e^{-st} dt \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} A_c(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \frac{2}{\Delta T^2} \int_0^{\Delta T} \tau e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{2}{\Delta T^2} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right) \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} A_c(n\Delta T) e^{-sn\Delta T}}_{\text{Abtastfolge } A_c(s)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

zur gesuchten Übertragungsfunktion $C_{lin}(s)$:

$$C_{lin}(s) = \frac{1}{\Delta T} \frac{2}{\Delta T^2} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right) \quad (4.13)$$

In beiden Fällen (Glg. 4.11, 4.13) wurde davon ausgegangen, dass eine kontinuierliche Funktion $A_c(t)$ existiert und somit eine Abtastung, unter Berücksichtigung der Skalierung um $1/\Delta T$, notwendig ist. Diese Fälle sind für spätere Betrachtungen in nachfolgenden Abschnitten notwendig.

Mit den erwähnten Modifikationen des vorgestellten *nahezu energieerhaltenden Kopplungselementes* ist eine generell anwendbare Kopplungsvariante für skalare Signale gegeben, *ohne* limitierende Einschränkungen in Bezug auf die Anbindungsmöglichkeiten der gekoppelten Simulationswerkzeuge und einer effizienten Realisierung unter geringem numerischem Aufwand. Darüber hinaus ist das NEPCE bei der Verwendung *konstanter* als auch *zeit-variabler* Makro-Schrittweiten problemlos einsetzbar. Zur Interpretation der Wirkung und der detaillierten Analyse des zugrunde liegenden Prinzips wird in den nachfolgenden Abschnitten ein tiefgreifender Einblick gegeben.

4.3 Modellierung und Diskussion

Besonders hilfreich zur Analyse und zur Interpretation der Wirkung des Koppel-elementes erweist sich die Darstellung im Frequenzbereich. Dazu werden die Koppel-elemente als *lineare zeit-invariante* (LTI) Systeme betrachtet, indem die Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m>} = \Delta T$ als konstant angenommen wird. Im Fall von *variablen* Makro-Schritten ändert sich zwar das Übertragungsverhalten zeitlich, die grundlegenden Charakteristiken bleiben jedoch erhalten.

Generell ist die Kompensation der eingebrachten Störung durch die *nicht-iterative* Kopplung im Frequenzbereich äquivalent zur Forderung:

$$H(j\omega) \stackrel{!}{=} 1 + j0 \quad (4.14)$$

Hierbei bezeichnet $H(j\omega)$ den Frequenzgang beliebiger Kopplungsprozesse bzw. der Koppel-elemente. Diese Beziehung (Glg. 4.14) kann als erfüllt angesehen werden, falls es gelingt, das inverse System zum verwendeten Extrapolationsverfahren zu realisieren. Versuche sind jedoch vorab zum Scheitern verurteilt, da ein *inverses* System, aufgrund der in den modellierten Extrapolationsverfahren enthaltenen Totzeitglieder, zukünftige Werte der Koppelgröße benötigt und demnach zu einem *nicht* kausalen bzw. *nicht* realisierbaren System führt. Ein Abschwächen der Forderung 4.14 ermöglicht es jedoch, eine Invertierung in bestimmten Bereichen zu erreichen. Motiviert von dieser Grundidee wird in dieser Arbeit die *nicht-iterative* Kopplung verbessert. Nachfolgende Ausführungen zeigen den Kompensationseffekt der Koppel-elemente im unteren und auch für Co-Simulation interessierenden Frequenzbereich.

Zur Analyse im Frequenzbereich ist es notwendig, die Übertragungsfunktion der Koppel-elemente anzuschreiben. Die allgemeine Form des NEPCE lautet:

$$H_{ext}^{(corr)}(s) = H_{ext}(s) + G_{corr}(s)[1 - H_{ext}(s)] \quad (4.15)$$

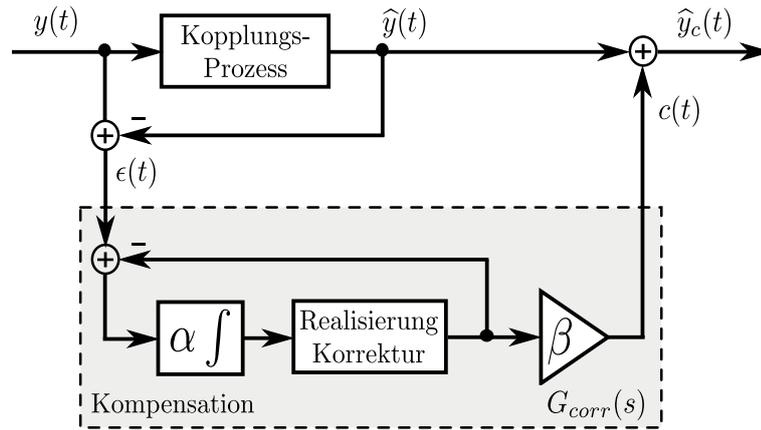


Abbildung 4.6: Zur Realisierung modifiziertes nahezu energieerhaltendes Kopplungselement

Dabei beschreibt die Übertragungsfunktion $H_{ext}(s)$ die, zur Schätzung von Koppelgrößen, gewählte Extrapolationstechnik und $G_{corr}(s)$ das eingesetzte Kompensationsverfahren, wie z. B. *konstante* oder *lineare* Realisierung der Korrektur. Substituieren der Forderung 4.14 in Gleichung 4.15 und Umschreiben, das zum vollständigen Kompensieren des Schätzfehlers führen würde, liefert

$$\frac{1 - H_{ext}(s)}{1 - H_{ext}(s)} = G_{corr}(s) \quad \xrightarrow{s=j\omega} \quad G_{corr}(j\omega) \stackrel{!}{=} 1 + j0. \quad (4.16)$$

Das *ideale* Kompensationssystem müsste sich also, wie erwartet, durch *Einheitsverstärkung* und *keiner* Phasendrehung auszeichnen. Diese *idealen* Eigenschaften sind aufgrund des *nicht-iterativen* Charakters der Kopplung *nicht* erfüllbar. Der Schätzfehler ist immer erst am Ende des aktuellen Makro-Zeitschrittes ermittelbar, sodass die Korrektur demzufolge auch nur zeitlich verzögert ausgeführt werden kann (vgl. Abb. 4.2).

Zum Analysieren des Übertragungsverhalten können nun, basierend auf der fundamentalen Beziehung (Glg. 4.15), die entsprechenden Übertragungsfunktionen ermittelt werden. Infolge der Substitution der approximierten Übertragungsfunktion des ZOH Gliedes (Glg. 3.6) sowie eines einfachen Totzeitgliedes

$$G_{delay}(s) = e^{-s\Delta T} \quad (4.17)$$

als Kompensationssystem (vgl. Abb. 4.2) und Vereinfachung lautet die Übertragungsfunktion des NEPCE:

$$\tilde{H}_{zoh}^{(delay)}(s) = e^{-s\frac{\Delta T}{2}} + e^{-s\Delta T} - e^{-s\frac{3\Delta T}{2}} \quad (4.18)$$

Um aber nun auch die Übertragungsfunktion des realisierbaren Kompensationssystems (Abb. 4.4) anschreiben zu können, ist eine kleine Erweiterung notwendig. Anstelle des Rücksetzens des Integrators zu jedem Koppelzeitpunkt wird einfach das realisierte bzw. verwendete Korrektursignal $c(t)$ vom Fehlersignal $\epsilon(t)$ subtrahiert (siehe Abb. 4.6). Diese Modifikation ist akzeptabel, da der Zustand des Integrators nur zu den Koppelzeitpunkten

interessant ist und im speziellen Fall mit $\alpha = \beta = 1$ denselben Effekt erzeugt. Diese Anordnung entspricht auch der vorher erwähnten Standardregelkreis-Struktur (Abb. 4.3), mit der über den Parameter α eine höhere Güte in Bezug auf Fehlerkompensation erreicht werden kann. Vorgehen nach Vorschrift 4.15 liefert die Übertragungsfunktion des modifizierten NEPCE, für den Fall mit *konstanter* oder *linearer* Korrektur. Speziell unter Verwendung der allgemeinen Standardregelkreis-Struktur (Abb. 4.3) lassen sich charakteristische Eigenschaften zeigen. Die Übertragungsfunktion lautet

$$\begin{aligned} H_{zoh}^{(loop)}(s) &= H_{zoh}(s) + G_{loop}(s) [1 - H_{zoh}(s)] \\ &= \frac{H_{zoh}(s) + G_0(s)}{1 + G_0(s)}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

mit

$$G_0(s) = \frac{\alpha}{s} e^{-s\Delta T}, \quad (4.20)$$

wobei $G_0(s)$ den *offenen* Kreis des Kompensationssystems $G_{loop}(s)$ beschreibt (vgl. Abb. 4.3). Die so bestimmte Korrektur entspricht dabei der, um die aktuelle Makro-Schrittweite verzögerten Fehlerflächen. Substituieren der ZOH Approximation (Glg. 3.6) und der Übertragungsfunktion des offenen Kreises (Glg. 4.20) in Gleichung 4.19 führt zu folgendem System

$$\tilde{H}_{zoh}^{(loop)}(s) = e^{-s\frac{\Delta T}{2}} \frac{1 + \tilde{B}(s)}{\underbrace{1 + \tilde{B}(s)e^{-s\frac{\Delta T}{2}}}_{\tilde{P}(s)}}, \quad (4.21)$$

mit

$$\tilde{B}(s) = \frac{\alpha}{s} e^{-s\frac{\Delta T}{2}}. \quad (4.22)$$

Eine graphische Darstellung der Frequenzgänge 3.5, 4.18 und 4.21 im normierten Frequenzbereich für Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) ist in Abbildung 4.7 dargestellt, ergänzt durch den Frequenzgang des NEPCE mit *konstanter* und *linearer* Korrektur nach Gleichung 4.15. Offensichtlich verbessern alle vier Ansätze zur Kompensation das Übertragungsverhalten der Kopplung im unteren und somit interessierenden Frequenzbereich ($\omega\Delta T < 0.4$). Im Wesentlichen wird die Phasendrehung stark reduziert und es scheint als ob in diesem Fall die vorgestellten Kompensationssysteme, speziell die Übertragungsfunktion $\tilde{P}(s)$ in Gleichung 4.21, im unteren Frequenzbereich als *inverses* Totzeitglied agieren. D. h. die Forderung 4.14 kann zumindest in einem bestimmten Frequenzbereich eingehalten werden. In der Literatur existiert ein ähnlicher Vorschlag zur Approximation eines *inversen* Totzeitgliedes e^{sT_t} durch

$$P(s) = \frac{1 + B(s)}{1 + B(s)e^{-sT_t}}, \quad (4.23)$$

wobei $B(s)$ als Tiefpass 1-ter Ordnung mit hoher Verstärkung gewählt wird [38]. Nachteilig bei diesem Ansatz ist jedoch, dass die Totzeit T_t *explizit* bekannt sein muss und somit zu einer Einschränkung der anwendbaren Extrapolationstechniken führt. Verwendung des

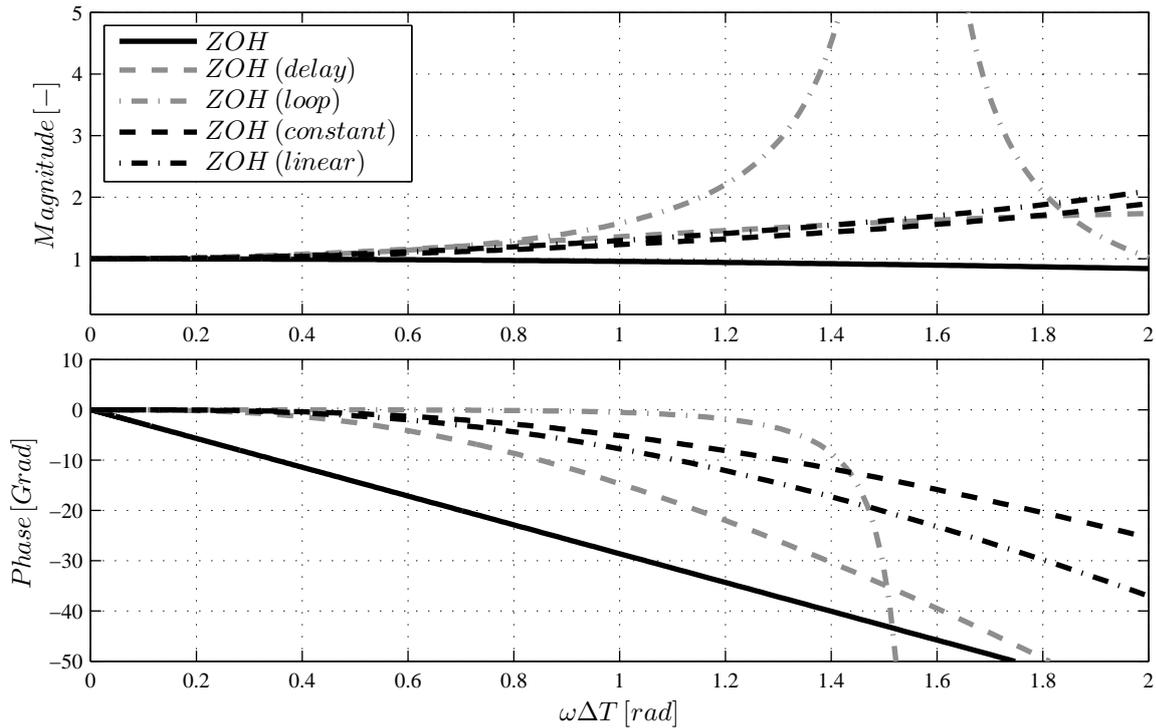


Abbildung 4.7: Gegenüberstellung der Frequenzgänge unterschiedlicher Kopplungsvarianten mit *ohne*, *verzögerter*, *geschlossener Schleife*, *konstanter* und *linearer* Korrektur am Beispiel der ZOH Kopplung im *normierten* Frequenzbereich ($G_c = 0.95$, $\alpha = 2.0$, $\beta = 1.0$)

NEPCE in allgemeiner Form nach Gleichung 4.15 gewährleistet im Gegensatz hohe Flexibilität und ist somit universell für *nicht-iterative* Co-Simulation einsetzbar.

Besonders auffällig ist, dass die Kompensationsmethode über ausschließliches Verzögern des Fehlersignals (vgl. Abb. 4.2) bei weitem *nicht* die Leistungsfähigkeit der restlichen, angeführten Kompensationssysteme erreicht. In einem späteren Abschnitt wird dieser Punkt noch ausführlicher dargestellt.

Zudem ist das Übertragungsverhalten der Kompensationssysteme unter Verwendung von *konstanter* und *linearer* Korrektur sehr ähnlich. Offenbar bewirkt das Kompensationssystem in Standardregelkreis-Struktur mit einem Totzeitglied in der *offenen* Schleife (vgl. Abb. 4.3) im interessierenden unteren Frequenzbereich die geringste Phasendrehung. Die Verstärkung ist jedoch viel größer! Einer *quasi*-kontinuierlichen Realisierung dieser Form spricht nichts entgegen, sodass die Leistungsfähigkeit vergleichbar mit den Kompensationssystemen über *konstanter* bzw. *linear* realisierter Korrektur ist.

Als anschauliches Beispiel ist analog eine Gegenüberstellung der Kopplungen bei Extrapolation 2-ter Ordnung (SOH) in Abbildung 4.8 angeführt (3.2.3). In diesem Fall erfolgt eine Anpassung der Verstärkung und der Phase im unteren Frequenzbereich ($\omega\Delta T < 0.6$). Abermals ist ersichtlich, dass das Koppellement mit der einfachen zeitlichen Verzögerung des Fehlersignals (vgl. Abb. 4.2) wesentlich weniger Leistungsfähigkeit aufweist als die verbleibenden Varianten.

Ein entscheidender Faktor für die praktische Anwendung ist eine einfache und intuitive Parametrierung. Durch die beiden Einstellparameter α und β stehen gewisse Freiheiten

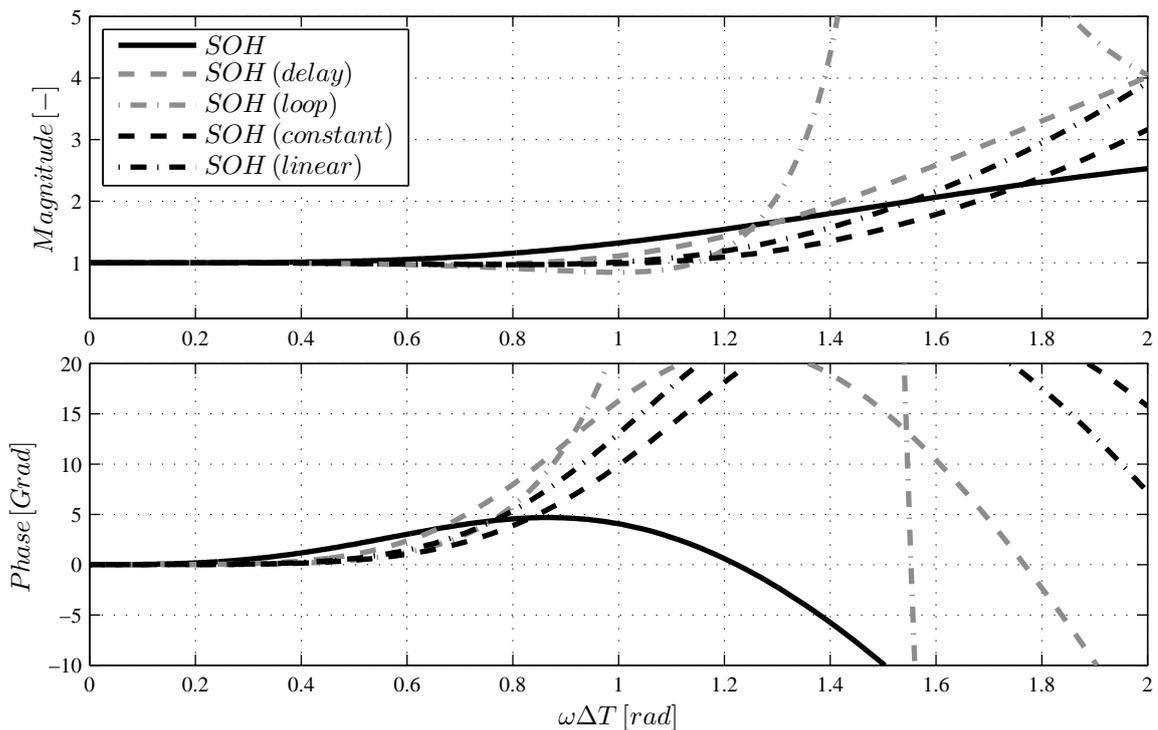


Abbildung 4.8: Gegenüberstellung der Frequenzgänge unterschiedlicher Kopplungsvarianten mit *ohne*, *verzögerter*, *geschlossener Schleife*, *konstanter* und *linearer* Korrektur am Beispiel der SOH Kopplung im *normierten* Frequenzbereich ($G_c = 0.95$, $\alpha = 2.0$, $\beta = 1.0$)

zur Verfügung, die auch dazu genutzt werden, um die Stabilität des dynamischen Kompensationssystems (Abb. 4.6) sicherzustellen.

4.4 Stabilitätsanalyse des NEPCE

Da die vorgeschlagenen Kompensationssysteme (Abb. 4.3, 4.6) des modifizierten NEPCE eine interne Schleife bzw. eine Rückkopplung beinhalten, ist es notwendig, eine Stabilitätsanalyse durchzuführen. Die Stabilität der Kompensationssysteme wird dabei durch die Festlegung des Verstärkungsfaktors α gewährleistet. Darüber hinaus ist es erforderlich, neben der Stabilität des Kompensationssystems für Kopplungen mit *konstanten* Makro-Schrittweiten auch die Stabilität für *variable* Makro-Schrittweiten nachzuweisen, die z. B. aus Anwendung von Makro-Schrittweitensteuerungen resultieren.

4.4.1 Konstante Makro-Schrittweite

Eine Stabilitätsanalyse für Kompensationssysteme mit *konstanter* Makro-Schrittweite ΔT ist wesentlich weniger aufwendig als im Falle von *variabler* Makro-Zeitschritte $\Delta T(t)$. Grund dafür ist, dass die in diesem Kapitel (Kap. 4) vorgestellten Systeme mit *konstanter* Makro-Schrittweite *lineare zeit-invariante* (LTI) Systeme darstellen. Damit steht eine große Auswahl an mächtigen Methoden zur Verfügung, um Kompensationssysteme

stabil auslegen zu können. Trotzdem beinhalten die Kompensationssysteme teilweise Eigenschaften, speziell jene mit *konstanter* und *linearer* Realisierung der Korrektur, die eine Stabilitätsanalyse erschweren.

Kompensation über Totzeitglied

Der Einsatz des Kompensationssystems unter Verwendung eines Totzeitgliedes in Kombination mit der Standardregelkreis-Struktur (Abb. 4.3) ist über eine *quasi*-kontinuierliche Realisierung, d. h. eine sehr feine Abtastung, praktisch möglich und wird deshalb in diesem Abschnitt behandelt. Die Übertragungsfunktion für die *offene* Schleife des Kompensationssystems setzt sich aus einem Verstärkungsfaktor α , einem Integrator und einem Totzeitglied zusammen. Die festgelegte konstante Makro-Schrittweite bestimmt die Totzeit (vgl. Glg. 4.20)

$$G_0(s) = \frac{\alpha}{s} e^{-s\Delta T}. \quad (4.24)$$

Da es sich hierbei um ein *lineares zeit-invariantes* System mit *Tiefpasscharakter*² handelt, bietet sich eine Stabilitätsanalyse über das *Nyquist*-Kriterium an. Charakteristisch dabei ist, dass bei einem BIBO-stabilen Standardregelkreis die *stetige* Winkeländerung³ durch die Anzahl der Pole des *offenen* Kreises $G_0(s)$ in der rechten abgeschlossenen s -Ebene charakterisiert ist

$$\Delta \text{arc} \{1 + G_0(j\omega)\} = \left(\frac{n_a}{2} + n_r\right) \pi, \quad (4.25)$$

wobei n_a die Anzahl der Pole auf der imaginären Achse und n_r die Pole rechts von der imaginären Achse beschreibt [37]. Im Prinzip kann beim *Nyquist*-Kriterium, ausgehend von der Übertragungsfunktion des *offenen* Kreises, das Stabilitätsverhalten des geschlossenen Standardregelkreises bestimmt werden. Einfaches Einsetzen für den vorliegenden Fall des Kompensationssystems mit $n_a = 1$ bzw. $n_r = 0$ führt zu einer *stetigen* Winkeländerung von

$$\Delta \text{arc} \{1 + G_0(j\omega)\} = \frac{\pi}{2}. \quad (4.26)$$

Unter Einhalten dieser Forderung (Glg. 4.26) ist das ausgelegte Kompensationssystem stabil. Dazu ist in Abbildung 4.9 die Ortskurve des *offenen* Kreises für eine bestimmte stabile Parametrierung dargestellt. Die Verstärkung α kann also soweit erhöht werden, bis die Ortskurve den sog. *kritischen Punkt* bei -1 , wo die sog. Oszillatorbedingung $G_0(j\omega) = -1 + j0$ gilt, erreicht. D. h. über die Oszillatorbedingung ist die maximale Verstärkung, bei welcher der Regelkreis grenzstabil ist, ermittelbar.

Zur Anwendung auf das Kompensationssystem und in Bezug auf die Charakteristik der abgebildeten Ortskurve ist es aber auch sinnvoll, über den Verstärkungsfaktor α die

²Eine Übertragungsfunktion $P(s) = \mu(s)/\nu(s)$ besitzt Tiefpasscharakter, falls die zugehörigen Polynome $\mu(s)$ bzw. $\nu(s)$ teilerfremd sind und der Nennergrad größer als der Zählergrad ist. D. h. es gilt: $\lim_{s \rightarrow \infty} P(s) = 0$.

³Zur Ermittlung der *stetigen* Winkeländerung wird bei *graphisch* vorliegender Ortskurve $P(j\omega)$ die Frequenz ω von 0 bis $+\infty$ variiert und der *stetige* Anteil der Änderung des Winkels der komplexen Größe $F(j\omega) = 1 + P(j\omega)$ visuell ermittelt [37].

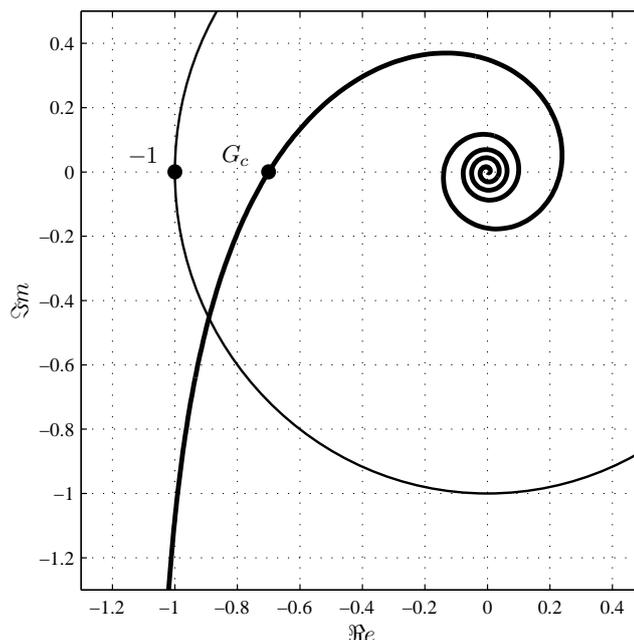


Abbildung 4.9: Ortskurve des *offenen* Kreises des Kompensationssystems mit Totzeitglied und Rückkopplung (Aus $\Delta T = 1.0$ [s] und $G_c = 0.7$ folgt $\alpha = 1.0996$)

Leistungsfähigkeit des Kompensationssystems einzustellen. Dazu wird der Frequenzgang $G_0(j\omega)$ des *offenen* Kreises unter Verwendung der *EULER*-Identität in Imaginär- und Realteil angeschrieben:

$$\begin{aligned} G_0(j\omega) &= \frac{\alpha}{j\omega} e^{-j\omega\Delta T} \\ &= -\frac{\alpha}{\omega} \sin(\omega\Delta T) - j\frac{\alpha}{\omega} \cos(\omega\Delta T) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Interessant sind nun die Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse in der komplexen Ebene, für die gelten muss $G_0(j\omega_c) = -G_c + j0$, mit $G_c \in [0, 1)$, wobei ω_c die Schnittpunkt-Kreisfrequenz repräsentiert:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{G_0(j\omega_c)\} &= -\frac{\alpha}{\omega_c} \sin(\omega_c\Delta T) = -G_c \\ \operatorname{Im} \{G_0(j\omega_c)\} &= -\frac{\alpha}{\omega_c} \cos(\omega_c\Delta T) = 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

Nach Gleichsetzen der Real- und Imaginärteile aus Gleichung 4.27 und entsprechendem Umformen kann eine Parametrisierung des Verstärkungsfaktors α *analytisch* erfolgen

$$\alpha = \frac{\omega_c G_c}{\sin(\omega_c\Delta T)} \quad \text{mit} \quad \omega_c = \frac{\cos^{-1}(0)}{\Delta T}, \quad (4.29)$$

damit Stabilität des geschlossenen Systems gewährleistet ist. Dabei ist die Kreisfrequenz ω_c *nicht* eindeutig bestimmt, sodass theoretisch unendlich viele Schnittpunkte mit der

reellen Achse in der komplexen Ebene existieren (Abb. 4.9). Ursache dafür ist das enthaltene Totzeitglied mit dessen unendlicher Phasendrehung. Maßgeblich für die Stabilität ist jedoch nur die Lage des Schnittpunktes der Ortskurve mit der reellen Achse mit der niedrigsten Frequenz, da zu höheren Frequenzen die Systemdämpfung - aufgrund des Tiefpasscharakters - den Betrag der Ortskurve entsprechend reduziert. Unter Beachtung der speziellen trigonometrischen Beziehungen $\cos^{-1}(0) = \pi/2$ und $\sin(\pi/2) = 1$ kann somit die Parametrisierung (vgl. Glg. 4.29) noch einfacher gestaltet werden:

$$\alpha = \frac{\pi G_c}{2 \Delta T} \quad (4.30)$$

Die so bestimmte Einstellregel (Glg. 4.30) für die Festlegung des Verstärkungsfaktors α bei Vorgabe eines Wertes $G_c \in [0, 1)$, in Abhängigkeit der definierten *konstanten* Makroschrittweite ΔT , erfordert minimalen Aufwand bei der Initialisierung und ermöglicht, in einem bestimmten Rahmen, eine Vorgabe des dynamischen Verhaltens des Kompensationssystems und somit der Leistungsfähigkeit der Kopplung.

Kompensation über *konstante* Korrektur

Die Kompensation des Koppelfehlers durch die Verwendung eines Totzeitgliedes in der Schleife des Kompensationssystems ist aufgrund einer *quasi*-kontinuierlichen Realisierung denkbar und auch praktisch umsetzbar. Konkret muss dazu das Korrektursignal über den Makro-Zeitschritt sehr fein aufgelöst sein, was den Datenaustausch über *Sequenzen* erfordert. Neben dem stark erhöhten Kommunikationsaufwand ist eine solche Lösung bei eingeschränkten Anbindungsmöglichkeiten der Simulationswerkzeuge, wo nur ein Wert zum Synchronisationszeitpunkt ausgetauscht werden kann, nicht möglich. Eine bereits vorgestellte Lösungsmöglichkeit stellt dazu die Realisierung einer *konstanten* Korrektur über den Makro-Zeitschritt dar (Abb. 4.6). Die Übertragungsfunktion der *offene* Schleife lautet in diesem Fall:

$$G_0(s) = \frac{\alpha}{s} C_{const}(s) = \frac{\alpha}{s \Delta T} \frac{1 - e^{-s \Delta T}}{s \Delta T} \quad (4.31)$$

Diese Übertragungsfunktion kann nun theoretisch zur Stabilitätsanalyse herangezogen und somit ein stabiler Verstärkungsfaktor α bestimmt werden. Bei der Realisierung der *konstanten* Korrektur über ein Halteglied 0-ter Ordnung treten jedoch zusätzlich, infolge der notwendigen Abtastung, *Aliasing*-Effekte auf, sodass die angeführte Übertragungsfunktion (Glg. 4.31) die Verhältnisse unzureichend beschreibt. Speziell treten bei einem dynamisch schnell ausgelegten Kompensationssystem hochfrequente Signale im geschlossenen Kreis auf, was *Aliasing*-Effekte hervorruft. Anstatt der einfachen Skalierung infolge der Abtastung mit $1/\Delta T$ müssen nun zusätzlich zum Basisspektrum die Spiegelfrequenzspektren bei der Synthese mitberücksichtigt werden (vgl. Glg. 2.10).

Zum Ableiten einer geeigneten Übertragungsfunktion wird das Kompensationssystem aus Abbildung 4.6 samt explizit eingezeichnetem Abtastprozess umgezeichnet (Abb. 4.10). Zum Auslegen des Einstellparameters α ist wiederum das Verhalten der Schleife interessant. Genauso wie bei digital realisierten Regelsystemen wird in dieser Darstellung ein kontinuierliches System über eine diskrete Wertefolge $u_s(t)$ angesteuert und dessen Ausgangsgröße $y(t)$ abgetastet. Das kontinuierliche System besteht dabei aus der Realisierung

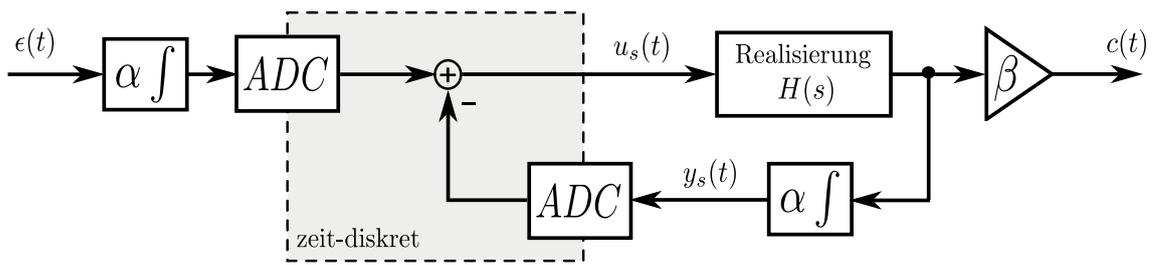


Abbildung 4.10: Blockschaltbild des Kompensationssystems mit Realisierung und explizit eingezeichnetem Abtastprozess

der Korrektur *ohne* Abtastung $H(s)$ mit nachgeschaltetem Integrator und dem Verstärkungsfaktor $G(s)$. Demnach ergibt sich die Ausgangsgröße des kontinuierlichen Systems

$$y(s) = \underbrace{G(s)H(s)}_{P(s)} u_s(s) \quad \text{mit} \quad G(s) = \frac{\alpha}{s} \quad (4.32)$$

und nach dem Abtastprozess die *getastete* Ausgangsgröße $y_s(s)$ zu (vgl. Glg. 2.10)

$$y_s(s) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=0}^{\infty} G(s \pm jn\omega_a) H(s \pm jn\omega_a) u_s(s \pm jn\omega_a). \quad (4.33)$$

Unter Berücksichtigung von $y_s(s) = y_s(s \pm jn\omega_a)$ lässt sich die sog. *getastete Übertragungsfunktion* $P_s(s)$ anschreiben [42]:

$$\frac{y_s(s)}{u_s(s)} = P_s(s) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=0}^{\infty} G(s \pm jn\omega_a) H(s \pm jn\omega_a) \quad (4.34)$$

Diese Beschreibung des Systems besitzt aufgrund der Abtastung geänderte Eigenschaften und beeinflusst deshalb das Stabilitätsverhalten enorm [55, 67]. Zur Illustration⁴ sind dazu für den speziellen Fall von *konstanter* Korrektur der Betrags- und Phasengang mit und ohne Abtastung im *BODE*'-Diagramm dargestellt (Abb. 4.11). Es ist ersichtlich, dass die Abtastung eine Modifikation des Übertragungsverhaltens bewirkt. Speziell bei der gewählten Parametrierung ($\Delta T = 1$ s; $\alpha = 2$) erreicht das System die Stabilitätsgrenze. Die Auslegung des Verstärkungsfaktors anhand grafischer Überlegungen mittels *BODE*'- oder *NYQUIST*-Diagramm ist für den praktischen Einsatz jedoch nicht relevant. Ähnlich wie bei der Kompensation über ein Totzeitglied soll der Verstärkungsfaktor zur stabilen Auslegung über eine einfache Vorschrift bestimmt werden. Dazu eignet sich eine Behandlung der Synthesaufgabe im *zeitdiskreten* Bereich. Das betrachtete kontinuierliche System (Glg. 4.32) mit *konstanter* Korrektur und dem abgetasteten Eingangssignal $u_s(s)$, d. h. *ohne* Abtastung, lautet:

$$P_{const}(s) = H(s)G(s) = \frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s} \frac{\alpha}{s\Delta T} \quad (4.35)$$

⁴Zum Berechnen der *getasteten Übertragungsfunktion* wurde die unendliche Summe durch 21 Terme approximiert. Der Frequenzgang enthält bis zur halben Abtastfrequenz aufgrund der Periodizität die vollständige Information.

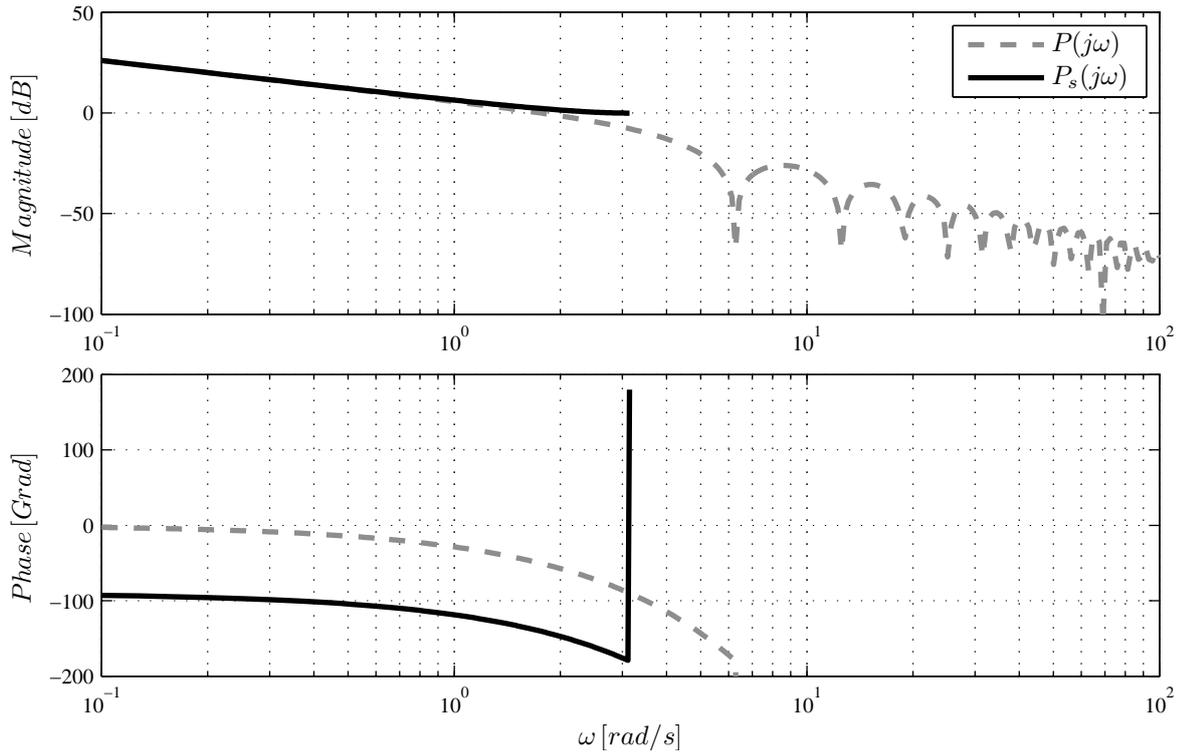


Abbildung 4.11: Gegenüberstellung der Frequenzgänge bei *konstanter* Korrektur mit und ohne Abtastung ($\Delta T = 1$ s; $\alpha = 2$)

Unter Verwendung der z -Transformation lautet die Beschreibung dieser kontinuierlichen Übertragungsfunktion im z -Bereich [55, 29]

$$P_{const}(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{\alpha}{\Delta T s^2} \right\} = \frac{\alpha}{z - 1} \quad (4.36)$$

und in weiterer Folge liefert dies *eine* Übertragungsfunktion der geschlossenen Schleife

$$T_{const}(z) = \frac{\alpha}{z - (1 - \alpha)}. \quad (4.37)$$

Aus dieser zeitdiskreten Übertragungsfunktion lässt sich nun einfach der zulässige Wertebereich für eine stabile Auslegung des Kompensationssystems mit *konstanter* Korrektur angeben:

$$|1 - \alpha| < 1 \quad (4.38)$$

Diese Stabilitätsbedingung erlaubt zudem eine Festlegung der Pole des Systems und somit eine Vorgabe der dynamischen Eigenschaften des Kompensationssystems, das die Leistungsfähigkeit bestimmt. Bei der Parameterwahl $\alpha = 2$ befindet sich das System an der Stabilitätsgrenze und es entspricht den Verhältnissen im *BODE*'-Diagramm (Abb. 4.11).

Kompensation über *lineare* Korrektur

Eine weitere, bereits vorgestellte Möglichkeit die Korrektur zu gestalten, ist die Realisierung einer *linearen* Korrektur. Im Gegensatz zur *konstanten* Korrektur müssen bei diesem

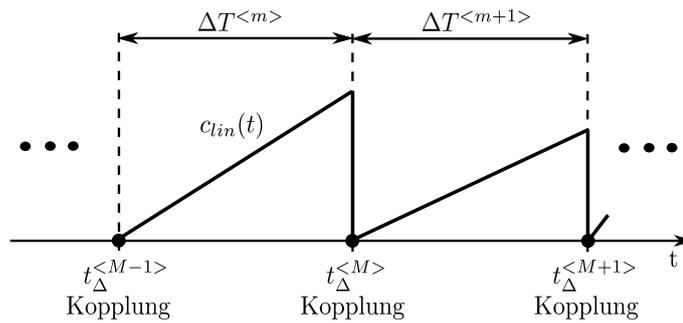


Abbildung 4.12: Schematische Darstellung des Korrekturverlaufes $c(t)$ bei Anwendung von *linearer* Korrektur

Ansatz mindestens zwei Werte an das Simulationswerkzeug übergeben werden, was die Verwendung von *Sequenzen* zum Datenaustausch erfordert. Eine intensive Abtastung zur *quasi*-kontinuierlichen Umsetzung, wie bei der Verwendung eines Totzeitgliedes in der Schleife des Kompensationssystems zur Korrektur, ist jedoch nicht notwendig. Aus diesem Grund stellt dieser Ansatz eine alternative Variante zur Realisierung der Korrektur dar. In Abbildung 4.12 ist ein schematischer Verlauf des resultierenden Korrektursignals dargestellt. Die Übertragungsfunktion der *offenen* Schleife lautet für diesen Fall:

$$G_0(s) = \frac{\alpha}{s} C_{lin}(s) = \frac{2\alpha}{s\Delta T} \frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2\Delta T^2} \quad (4.39)$$

Bei der Umsetzung der *linearen* Korrektur treten, wie am Beispiel *konstante* Korrektur gezeigt, *Aliasing*-Effekte auf. Mit denselben Überlegungen kann auch im Fall *linearer* Korrektur die *getastete Übertragungsfunktion* (Glg. 4.34) bestimmt werden. Abermals sind der Amplituden- und Phasengang mit und ohne Abtastung im *BODE*'-Diagramm dargestellt (Abb. 4.13). Die Abtastung bewirkt eine Modifikation des Übertragungsverhaltens. Ähnlich zum Fall *konstanter* Korrektur weist auch das System mit *linearer* Korrektur bei der Parametrierung ($\Delta T = 1\text{ s}$; $\alpha = 2$) grenzstabiles Verhalten auf. Wiederum ist eine Auslegung des Kompensationssystems mittels grafischer Methoden für die praktische Anwendung sehr unhandlich, sodass auch in diesem Fall einer Synthese im zeitdiskreten Bereich sinnvoll erscheint. Das kontinuierliche System (Glg. 4.32) mit *linearer* Korrektur und mit abgetastetem Eingangssignal $u_s(s)$, d. h. *ohne* Abtastung, lautet:

$$P_{lin}(s) = H(s)G(s) = \frac{2\alpha}{\Delta T^2} \left(\frac{1}{s^3} - \frac{e^{-s\Delta T}}{s^3} - \frac{\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right) \quad (4.40)$$

Die Anwendung der z -Transformation liefert wiederum eine entsprechende Beschreibung im z -Bereich:

$$\begin{aligned} P_{lin}(z) &= \frac{2\alpha}{\Delta T} \left(\frac{\Delta T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} - \frac{\Delta T^2 (z+1)}{2(z-1)^3} - \frac{\Delta T^2}{(z-1)^2} \right) \\ &= \alpha \left(\frac{z(z+1) - (z+1) - 2(z-1)}{(z-1)^3} \right) \\ &= \alpha \left(\frac{z^2 - 2z + 1}{(z-1)^3} \right) = \frac{\alpha}{(z-1)} \end{aligned} \quad (4.41)$$

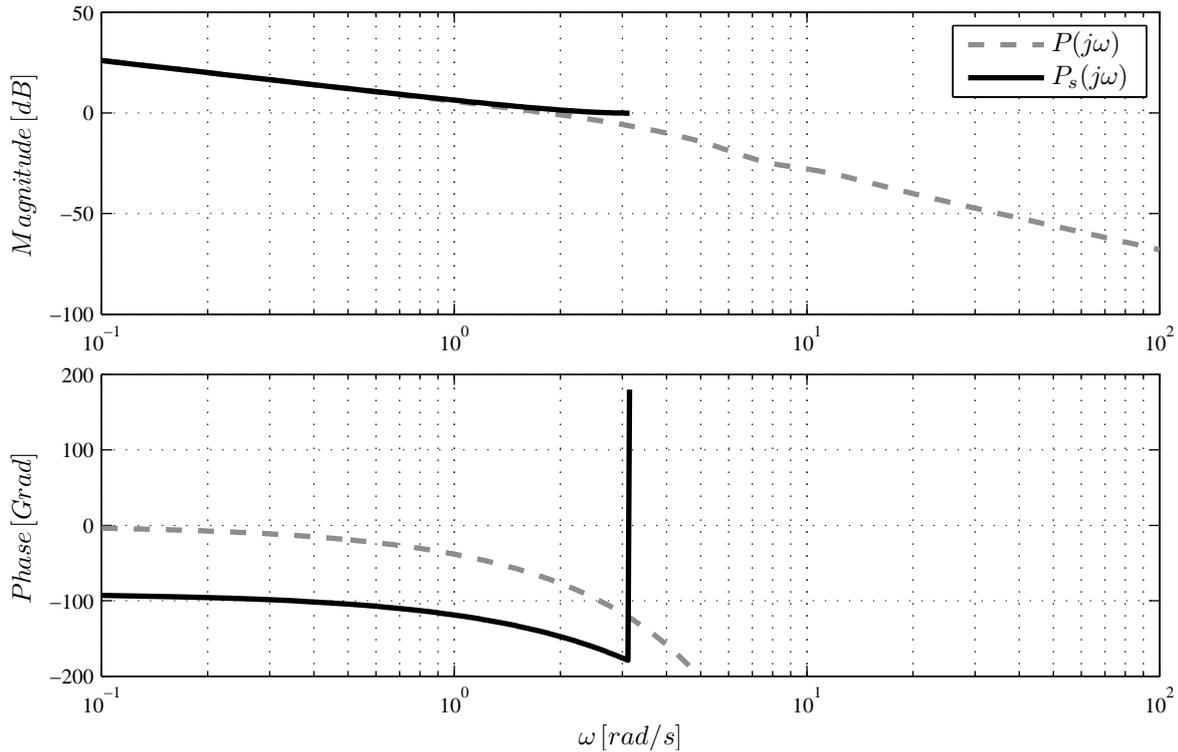


Abbildung 4.13: Gegenüberstellung der Frequenzgänge bei *linearer* Korrektur mit und ohne Abtastung ($\Delta T = 1$ s; $\alpha = 2$)

Offensichtlich reduziert sich die Übertragungsfunktion in der zeitdiskreten Beschreibung bei *linearer* Korrektur zur selben Form wie bei *konstanter* Korrektur, vgl. Glg. 4.36. D. h., die selben Überlegungen bezüglich der Stabilität des geschlossenen Kreises (Glg. 4.37) können angestellt werden und führen somit auch zur einfachen Parametrierung nach Gleichung 4.38. Wie im *BODE*-Diagramm (Abb. 4.13) ersichtlich, existiert diese Stabilitätsgrenze bei $\alpha = 2$.

4.4.2 Variable Makro-Schrittweite

Wie auch für das Kompensationssystem mit *konstanter* Makro-Schrittweite ΔT muss nun auch die unerlässliche Eigenschaft der Stabilität für das Kompensationssystem mit *variabler* Makro-Schrittweite $\Delta T(t)$ gewährleistet werden. Bei der Anwendung kann dabei der zeitliche Verlauf der Makro-Schrittweite beliebig vom Anwender vorgegeben werden oder durch eine Steuerung der Makro-Schrittweite *adaptiv* unter der Bedingung

$$\underline{\Delta T} \leq \Delta T(t) \leq \overline{\Delta T} \quad (4.42)$$

festgelegt werden. Dabei bezeichnet das Symbol $\overline{\Delta T}$ die maximal zulässige Makro-Schrittweite. Zudem repräsentiert der Parameter $\underline{\Delta T}$ die untere Grenze der *zeit-variablen* Makro-Schrittweite $\Delta T(t)$. Diese ist nötig, da aus Gründen der Simulatoranbindung bei Co-Simulation immer eine *minimale* Makro-Schrittweite existiert. Derartige Einschränkungen (Glg. 4.42) erschweren die Ableitung von Stabilitätsbedingungen ungemein, sodass

für die Analyse die minimale Makro-Schrittweite auf Null gesetzt wird. Die für die Stabilitätsanalyse verwendete Bedingung lautet somit

$$0 \leq \Delta T(t) \leq \overline{\Delta T}, \quad (4.43)$$

wobei implizit Bedingung (Glg. 4.42) erfüllt wird und kein *wesentlicher* Konservatismus entsteht [35]. Allgemein erweist sich der Stabilitätsnachweis bei Systemen mit variabler Totzeit als schwierig und ist aktueller Forschungsgegenstand [68, 24]. Aufgrund der Komplexität der anwendbaren Analysemethoden wird deswegen vorab in einem eigenen Abschnitt der Stabilitätsnachweis für Systeme mit variabler Totzeit gesondert behandelt.

Stabilitätsanalyse von Totzeitsystemen im Zeitbereich

Für Systeme mit variabler Totzeit $T_t(t)$ existieren kaum Methoden zur Stabilitätsanalyse im Frequenzbereich somit ist die Analyse solcher Systeme im Zeitbereich durchzuführen. Grund dafür ist, dass Systeme mit variabler Totzeit nicht als gewöhnliche Differentialgleichungen darstellbar sind, sondern durch eine besondere Form, der *funktionalen* Differentialgleichung, beschrieben werden müssen [73].

Üblicherweise lässt sich ein System durch gewöhnliche Differentialgleichungen in Zustandsraumdarstellung mit einem n -dimensionalen Zustandsvektor $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ beschreiben:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)) \quad (4.44)$$

Systeme dieser Art besitzen die Eigenschaft, dass die Lösung $\mathbf{x}(t)$, ausgehend von von einem bestimmten Startzeitpunkt t_0 , mit der entsprechenden Anfangsbedingung $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ gefunden werden kann und nicht von vorherigen Zuständen abhängt. Speziell die Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten besitzen zur Analyse sehr günstige Eigenschaften und vereinfachen somit z. B. den Reglerentwurf. Nachteilig ist jedoch, dass sich nicht alle Systeme durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschreiben lassen, speziell jene, deren Lösung nicht nur von dem gegenwärtigen Zustandsvektor $\mathbf{x}(t_0)$, sondern auch von der Vergangenheit $\mathbf{x}(\tau)$, mit $t_0 - \overline{T}_t \leq \tau < t_0$, abhängt. Das Symbol \overline{T}_t beschreibt dabei die maximale Totzeit. Ein solches System stellt ein zeitverzögertes System im Zustandsraum dar und kann durch eine spezielle *funktionale* Differentialgleichung, der sogenannten *Differentialgleichung mit Verzögerung*, beschrieben werden

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - T_t(t))). \quad (4.45)$$

Der wesentliche Unterschied zur gewöhnlichen Differentialgleichung liegt in der Eigenheit, dass die Ableitung des Zustandsvektors $\dot{\mathbf{x}}(t)$ auch vom verzögerten Zustand $\mathbf{x}(t - T_t(t))$ abhängt [73]. Betrachtet man ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen mit verzögertem Eingang und konstanten Koeffizienten in Zustandsraum-Darstellung

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t - T_t(t)) \quad (4.46)$$

in Kombination mit einem Zustandsregler der Form $u(t) = g(\mathbf{x}(t))$, so führt dies zur allgemeinen Form einer zeitlich verzögerten funktionalen Differentialgleichung

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), g(\mathbf{x}(t - T_t(t)))), \quad (4.47)$$

deren Zustände nun auch von einer zusätzlichen zeitlich verzögerten Funktion abhängen. Verwendet man hingegen einen linearen und konstanten Zustandsregler der Form $u(t) = \mathbf{k}^T \mathbf{x}(t)$, so führt dies zu folgendem geschlossenen System:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\mathbf{k}^T \mathbf{x}(t - T_t(t)) \quad (4.48)$$

Diese Art der Systeme ist in der Literatur weit verbreitet und wird meist in allgemeiner Form dargestellt

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t - T_t(t)), \quad (4.49)$$

wobei $\mathbf{A}_1 = \mathbf{b}\mathbf{k}^T$ repräsentiert [31, 24, 60]. Diese Systemklasse bildet auch die Basis für die nachfolgend in dieser Arbeit untersuchten Systeme.

Eine typische Eigenheit von Totzeitsystemen ist die *unendliche* Dimensionalität des Zustandsraumes. Neben einer *endlich*-dimensionalen Approximation, wie z. B. über die *PADE*'-Approximation [42, 37] oder die Entwicklung von *FOURIER-LAGUERRE*-Reihen [62], bietet der Weg über eine *endlich*-dimensionale Integration gewisse Vorteile. Zum einen sind keine Überlegungen in Bezug auf Dimension und Stabilität des Ersatzsystems notwendig und zum anderen ist eine geeignete *endlich*-dimensionale Interpretation über eine Transformation bereits in den veröffentlichten Analyseansätzen integriert. Im Prinzip wird das im *unendlich*-dimensionalen Zustandsraum beschriebene System in einen *endlich*-dimensionalen Zustandsraum übergeführt. In facheinschlägiger Literatur wird dazu häufig eine Transformation 1-ter Ordnung verwendet [26, 31, 60]. Diese Transformation basiert auf der *LEIBNIZ-NEWTON*-Formel

$$\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t - T_t) = \int_{-T_t}^0 \dot{\mathbf{x}}(t + \theta) d\theta, \quad (4.50)$$

bei der das *unendlich*-dimensionale System über ein Verzögerungsintervall aufintegriert wird und in einer neuen Betrachtungsweise des Systems resultiert. Dabei wird das System mit einer einzelnen Verzögerung in ein System mit verteilten Verzögerungen übergeführt. Erweitert man dazu in einem ersten Schritt das allgemeine System 4.49 mit $\mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) - \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t)$, so folgt:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1) \mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_1 (\mathbf{x}(t - T_t(t)) - \mathbf{x}(t)) \quad (4.51)$$

Umformen der *LEIBNIZ-NEWTON*-Formel (Glg. 4.50) und Einsetzen des allgemeinen Systems führt zu:

$$\mathbf{x}(t - T_t) = \mathbf{x}(t) - \int_{-T_t}^0 [\mathbf{A}_0 \mathbf{x}(t + \theta) + \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t + \theta - T_t)] d\theta \quad (4.52)$$

Für $t \geq T_t$ kann das allgemeine System in transformierter Darstellung durch Substitution von der umgeschriebenen *LEIBNIZ-NEWTON*-Formel (Glg. 4.52) in die allgemeine erweiterte Systemgleichung (Glg. 4.51) angeschrieben werden:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1)\mathbf{x}(t) - \mathbf{A}_1 \int_{-T_t}^0 [\mathbf{A}_0\mathbf{x}(t+\theta) + \mathbf{A}_1\mathbf{x}(t+\theta-T_t)]d\theta \quad (4.53)$$

Diese Transformation wird Modelltransformation 1-ter Ordnung bezeichnet, da hier über ein einziges Verzögerungsintervall integriert wird. Sie eignet sich hervorragend zur nachfolgend vorgestellten Stabilitätsanalyse [31, 73]. Offensichtlich besteht das transformierte System aus einem verzögerungsunabhängigen Teil $(\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1)\mathbf{x}(t)$ und einem integrierenden Term, der von der Totzeit abhängt. D. h. falls das Verzögerungs unabhängige System stabil ist, so stört der zusätzliche Integralterm, der sogenannte Störterm, das Stabilitätsverhalten mit zunehmender Verzögerung. Aus dieser Überlegung resultiert auch die, für die nachfolgend angeführte Stabilitätsanalyse, notwendige Bedingung, dass das ungestörte System

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1)\mathbf{x}(t) \quad (4.54)$$

asymptotisch stabil sein muss [60]. Nachteilig erweist sich jedoch, dass durch diese Modelltransformation zusätzliche Dynamiken durch die Transformation verursacht werden, die im originalen System (Glg. 4.49) nicht vorhanden sind und somit ein zusätzlicher Konservatismus in der Stabilitätsanalyse entsteht. Diese zusätzlichen Dynamiken wurden in verschiedenen Arbeiten diskutiert [32, 60] und werden nachfolgend kurz behandelt. Durch Anschreiben des charakteristischen Polynoms $\Delta_o(s)$ des originalen Systems (Glg. 4.49)

$$\Delta_o(s) = \det(sI - \mathbf{A}_0 - e^{-T_t s} \mathbf{A}_1) \quad (4.55)$$

und des charakteristischen Polynoms $\Delta_t(s)$ des transformierten Systems (Glg. 4.53) lässt sich zeigen

$$\begin{aligned} \Delta_t(s) &= \det \left(sI - \mathbf{A}_0 - \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1 \int_{-T_t}^0 [\mathbf{A}_0 e^{\theta s} + \mathbf{A}_1 e^{(\theta-T_t)s}] d\theta \right) \\ &= \det \left(sI - \mathbf{A}_0 - \mathbf{A}_1 + \frac{1 - e^{-T_t s}}{s} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1^2 e^{-T_t s} \frac{1 - e^{-T_t s}}{s} \right), \end{aligned} \quad (4.56)$$

dass das transformierte System neben den Dynamiken des originalen Systems noch weitere Dynamiken besitzt. Durch Erweitern des charakteristischen Polynoms des transformierten Systems (Glg. 4.56) mit $e^{-T_t s} \mathbf{A}_1$ ist eine Darstellung in faktorisierte Form möglich [32]

$$\Delta_t(s) = \underbrace{\det \left(sI - \frac{1 - e^{-T_t s}}{s} \mathbf{A}_1 \right)}_{\Delta_a(s)} \underbrace{\det(sI - \mathbf{A}_0 - e^{-T_t s} \mathbf{A}_1)}_{\Delta_o(s)}. \quad (4.57)$$

Bereits in dieser Gleichung ist ersichtlich, dass das transformierte System zusätzliche, durch die *LEIBNIZ-NEWTON*-Transformation entstandene, Dynamiken $\Delta_a(s)$ besitzt. Welchen Effekt diese zusätzlichen Dynamiken bewirken, lässt sich durch Umschreiben des charakteristischen Polynoms $\Delta_a(s)$ zeigen

$$\Delta_a(s) = \prod_{i=1}^n \left(1 - \lambda_i \frac{1 - e^{-T_t s}}{s} \right). \quad (4.58)$$

Nullsetzen und Umformen der Produktterme führt zu analysefähigen Gleichungen der n Eigenwerte λ_i , mit $i = 1, \dots, n$, der Dynamikmatrix \mathbf{A}_1

$$1 - \lambda_i \frac{1 - e^{-T_t s_{ik}}}{s_{ik}} = 0. \quad (4.59)$$

Die Polstellen s_{ik} stellen die Lösung dieser Gleichung dar, wobei über den Subindex k Mehrfachlösungen indiziert werden. Vorteilhaft ist nun, dass alle zusätzlichen Pole s_{ik} mit kleiner werdender Verzögerungszeit ins *Unendliche* der linken offenen Halbebene wandern

$$\lim_{T_t \rightarrow 0^+} s_{ik} = -\infty, \quad (4.60)$$

wie in [32] gezeigt wird. Bei ausreichend kleiner Verzögerungszeit liegen somit die zusätzlichen Pole weit links der imaginären Achse und beeinflussen das Systemverhalten nicht. Beim Vergrößern der Verzögerung wandern die Pole in Richtung der imaginären Achse und beeinflussen das System zunehmend. Erreicht ein zusätzlicher Pol die imaginäre Achse bevor das originale System instabil wird, so wird ein zusätzlicher Konservatismus in die Stabilitätsanalyse eingebracht [73].

Eine weitere grundlegende Methode zur Stabilitätsanalyse für Systeme mit variabler Totzeit im Zeitbereich ist die Stabilitätstheorie nach *LYAPUNOV*. Die Analysemethodik basiert auf zwei wesentlichen Theoremen, dem *LYAPUNOV-KRASOVSKII*-Theorem und dem *LYAPUNOV-RAZUMIKHIN*-Theorem. Zudem unterscheidet man in Abhängigkeit von der Information über die Totzeit zwei Arten von asymptotischer Stabilität des Systems [31, 24, 60]:

- *Totzeit-unabhängig* - Asymptotische Stabilität ist gewährleistet für *alle* positiven und endlichen Totzeiten. Diese Eigenschaft impliziert automatisch Robustheit in Bezug auf die Totzeit.
- *Totzeit-abhängig* - Asymptotische Stabilität ist sichergestellt für *bestimmte* Totzeiten. Für andere Totzeiten ist das System instabil.

Die *Totzeit-abhängige* Eigenschaft liefert eine wesentlich weniger konservative Systemauslegung im Gegensatz zur *Totzeit-unabhängigen* Stabilitätsbedingung, wo das System für beliebige Totzeiten stabil sein muss.

LYAPUNOV-KRASOVSKII-Funktionale und *LYAPUNOV-RAZUMIKHIN*-Funktionen sind die am weitesten verbreiteten Methoden zur Analyse von Systemen mit variabler Totzeit. Beide Ansätze können zur Stabilitätsanalyse für den *Totzeit-unabhängig* oder auch für den *Totzeit-abhängigen* Fall herangezogen werden [31]. Die Methode nach *LYAPUNOV-KRASOVSKII* kann als eine Erweiterung der klassischen Stabilitätsanalyse im Sinne von *LYAPUNOV* für gewöhnliche Differentialgleichungen für den unendlich-dimensionalen Fall angesehen werden. Dabei werden Stabilitätseigenschaften anhand von sog. *LYAPUNOV-KRASOVSKII* Funktionalen nachgewiesen. Diese Methode ist geeignet für konstante oder begrenzt variable Zeitverzögerungen. Das *LYAPUNOV-RAZUMIKHIN*-Theorem ist eine Erweiterung der direkten Methode nach *LYAPUNOV*. Diese Methode betrachtet, wie die klassische *direkte* Methode, eine quadratische *LYAPUNOV*-Funktion $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ anstatt von Funktionalen. Dabei ist es notwendig das ursprüngliche System (Glg. 4.49) über die vorgestellte Modell-Transformation in ein neues System (Glg. 4.53) zu überführen.

Welche Methode zur Stabilitätsanalyse der Kompensationssysteme nachfolgend verwendet wird, soll kurz diskutiert werden. Ziel der Stabilitätsanalyse ist es, zu einer gegebenen maximalen Totzeit bzw. Makro-Schrittweite den Verstärkungsfaktor der Übertragungsfunktion der offenen Schleife so festzulegen, damit das geschlossene Kompensationssystem asymptotische Stabilität gewährleistet. Da zum Erreichen der *Totzeit-unabhängigen* Eigenschaft, falls überhaupt möglich, ein sehr konservatives System notwendig ist und somit zu einem sehr schlechtem Wirkungsgrad des Kompensationssystems führen würde, kann diese Möglichkeit ausgeschlossen werden. Wesentlich besser eignet sich die *Totzeit-abhängige* Eigenschaft für die aktuelle Problemstellung. Sie erlaubt, wie erwünscht, die Ermittlung des Verstärkungsfaktors unter Beachtung der maximalen Makro-Schrittweite. Da i. A. der Ansatz nach *LYAPUNOV-RAZUMIKHIN* gegenüber der *LYAPUNOV-KRASOVSKII*-Methode zu konservativeren Ergebnissen führt [31], wird nachfolgend des *LYAPUNOV-KRASOVSKII*-Theorem zum Nachweis von *Totzeit-abhängiger* asymptotischer Stabilität herangezogen.

Satz 1 *Das beschriebene System (Glg. 4.49) ist asymptotisch stabil, falls reelle symmetrische Matrizen P , S_0 und S_1 existieren, sodass*

$$P > \mathbf{0}, \quad (4.61)$$

$$\begin{pmatrix} M & -PA_1A_0 & -PA_1^2 \\ -A_0^T A_1^T P & -S_0 & \mathbf{0} \\ -(A_1^2)^T P & \mathbf{0} & -S_1 \end{pmatrix} < \mathbf{0}, \quad (4.62)$$

wobei

$$M = \frac{1}{\bar{T}_t} [P(A_0 + A_1) + (A_0 + A_1)^T P] + S_0 + S_1. \quad (4.63)$$

Die Herleitung der Stabilitätsbedingung in Form einer *Matrix-Ungleichung* ist ausführlich in facheinschlägiger Literatur [31] dargestellt und basiert auf der oben erwähnten Modelltransformation. Aufgrund von nichtlinearen Termen ist diese Matrix-Ungleichung unter Verwendung von Standardalgorithmen (*LMI Toolbox* [27] oder *YALMIP Toolbox* [56]) so nicht lösbar. Diese Problematik kann aber umgangen werden, indem die maximale Verzögerungszeit über einen übergeordneten *Intervallhalbierungs*-Algorithmus ermittelt wird [31, 73].

Abschließend sei angemerkt, dass bei der angeführten Stabilitätsbedingung (Satz 1) die asymptotische Stabilität des Systems mit variabler Totzeit im Intervall $T_t(t) \in [0, \bar{T}_t]$, ohne Einschränkungen in Bezug auf die Änderungsrate $\dot{T}_t(t)$ der Totzeit, sichergestellt ist. Durch die Anwendung von erweiterten *LYAPUNOV*-Funktionen oder Funktionalen können aber auch sog. *Intervall-Totzeit-abhängige* Stabilitätsbedingungen abgeleitet werden, wobei das untere Limit des Totzeitintervalls nicht unbedingt gleich Null sein muss und zusätzliche Betrachtung der maximalen Änderungsrate zu noch weniger konservativen Ergebnissen führen [35].

Die Einführung einer minimalen Totzeit \underline{T}_t wäre für die Analyse der vorgestellten Kompensationssysteme zwar prinzipiell sinnvoll, da eine minimale Makro-Schrittweite $\underline{\Delta T}$ aufgrund der Ankopplung von Simulatoren immer existiert und somit Konservatismus in der Systemauslegung reduziert werden könnte. Dieser erhebliche zusätzliche Analyseaufwand ist jedoch nicht notwendig, da die Konfiguration und der damit erzielbare Konservatismus der Kompensationssysteme nach der oben angeführten Stabilitätsbedingung (Satz 1)

ausreichend ist und die gewünschte einfache Parametrierung der Kompensationssysteme in Abhängigkeit der maximalen Makro-Schrittweite gewährleistet.

Kompensation über Totzeitglied

Das Kompensationssystem unter Verwendung eines Totzeitgliedes bildet die Basis des, in dieser Arbeit vorgestellten, nahezu energieerhaltenden Koppel-elementes. Es soll in diesem Abschnitt so ausgelegt werden, dass die Stabilität des zugehörigen Kompensationssystems für eine zeitlich *variable* Makro-Schrittweite $\Delta T(t)$ sichergestellt ist. Dabei ist es notwendig, die interne Schleife des Kompensationssystems (Abb. 4.3) in der allgemeinen Form eines Systems mit zeit-verzögertem Zustand (Glg. 4.49) darzustellen. Ausgehend von der inversen *LAPLACE*-Transformation der Übertragungsfunktion der offenen Schleife (Glg. 4.20), Einführen einer variablen Makro-Schrittweite

$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= \alpha u(t - \Delta T(t)) \\ y(t) &= x(t)\end{aligned}\quad (4.64)$$

und unter Beachtung der Rückführung $u(t) = -y(t)$ kann die interessierende Differentialgleichung des geschlossenen Systems im Zeitbereich geeignet angeschrieben werden

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\alpha x(t - \Delta T(t)). \quad (4.65)$$

Aus einem Koeffizientenvergleich folgt somit $A_0 = 0$ und $A_1 = -\alpha$. Der einzige variable und verfügbare Parameter α kann in diesem Zusammenhang als Proportional- oder Zustandsregler interpretiert werden. Wie dieser proportionale Faktor α für eine bestimmte maximale Makro-Schrittweite $\overline{\Delta T}$ festgelegt wird, kann nun über die oben angeführte Stabilitätsbedingung (Satz 1) in Kombination mit einem überlagerten *Intervallhalbierungs*-Algorithmus bestimmt werden. Lösen der speziellen *Matrix-Ungleichung* führt zu einem Verstärkungsfaktor α , bei dem die Stabilität des Kompensationssystems (Glg. 4.65) für eine zeit-variable Makro-Schrittweite sichergestellt ist. Nachteilig ist jedoch, dass für jede obere Grenze der Makro-Schrittweite eine spezielle *Matrix-Ungleichung* gelöst werden muss, was bei der Umsetzung bzw. Implementation neben dem Berechnungs- auch zu einem erheblichen Realisierungsaufwand führt.

Das abgeleitete, relativ einfache, System (Glg. 4.65) wurde bereits mehrfach in der Literatur in Zusammenhang mit zeitlich verzögerten Differentialgleichungen diskutiert und analysiert [34, 60]. Im Speziellen führt eine Analyse dieses zustandsverzögerten Systems über das *LYAPUNOV-RAZUMIKHIN*-Theorem zu einer sehr einfachen Stabilitätsbedingung und somit zu einer attraktiven Alternative der Parametrisierung. Da es sich hier auch um eine *Totzeit-abhängige* Stabilitätsanalyse handelt, muss das angeführte System (Glg. 4.65) mit einzelner Verzögerung transformiert und in Form (Glg. 4.53) eines Systems mit verteilten Verzögerungen angeschrieben werden

$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= -\alpha x(t) + \alpha \int_{-\overline{\Delta T}}^0 [-\alpha x(t + \theta - \overline{\Delta T})] d\theta \\ &= -\alpha x(t) - \alpha^2 \int_{-2\overline{\Delta T}}^{-\overline{\Delta T}} x(t + \theta) d\theta.\end{aligned}\quad (4.66)$$

Über den Ansatz einer einfachen quadratischen *Lyapunov*-Funktion

$$V(x) = \frac{1}{2}x^2 \quad (4.67)$$

und die Ermittlung ihrer Ableitung sowie Einsetzen des transformierten Systems (Glg. 4.66) gelangt man zu:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x(t)\dot{x}(t) \\ &= -\alpha x^2(t) - \alpha^2 x(t) \int_{-2\overline{\Delta T}}^{-\overline{\Delta T}} x(t+\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Dieser Zusammenhang führt zu einer Stabilitätsbedingung über das bereits erwähnte *LYAPUNOV-RAZUMIKHIN*-Theorem [34, 60]. Unter der Beachtung von $V(x(\xi)) < q^2 V(x(t))$, $t - 2\overline{\Delta T} \leq \xi \leq t$, folgt eine obere Schranke für die Ableitung der *LYAPUNOV*-Funktion:

$$\dot{V}(x(t)) \leq -\alpha (1 - \alpha q \overline{\Delta T}) x(t)^2 \quad (4.69)$$

Wählt man nun $\alpha \overline{\Delta T} < 1$, so ist die Existenz eines $q > 1$ garantiert, sodass $\alpha q \overline{\Delta T} < 1$ gilt und somit ist die Ableitung der *LYAPUNOV*-Funktion für alle Zeiten negativ. D. h. die Bedingung

$$\alpha \leq \frac{1}{\overline{\Delta T}} \quad (4.70)$$

garantiert asymptotische Stabilität des Kompensationssystems, abgeleitet unter Verwendung des *LYAPUNOV-RAZUMIKHIN*-Theorems. Vorteilhaft ist, dass diese Festlegung des Verstärkungsfaktors, in Abhängigkeit der maximal möglichen Makro-Schrittweite, minimalen Realisierungs- bzw. Implementierungsaufwand erfordert.

Kompensation über konstante Korrektur

Nach der Stabilitätsanalyse des vorgestellten Kompensationssystems in allgemeiner Standardregelkreisstruktur ist es nun notwendig, auch die Stabilität verschiedener Ausprägungen des Kompensationssystems zu analysieren. Dazu wird das Kompensationssystem zur Erzeugung einer, über den aktuellen Makro-Zeitschritt, *konstanten* Korrektur beleuchtet und auftretende Probleme aufgezeigt (vgl. Abb. 4.6).

Einhergehend mit der Ausführung über *konstante* Korrektur ist die notwendige Abstimmung zu den Koppelzeitpunkten, wie bereits in Abschnitt 4.4.1 ausführlich erörtert. Um den damit verbundenen *Aliasing*-Effekt zu vermeiden, muss demzufolge die Dynamik des Systems beschränkt werden. Das kann in diesem Fall über eine zusätzliche Nebenbedingung der *Matrix-Ungleichung* (Satz 1) bewerkstelligt werden. Diese Problematik wird jedoch an dieser Stelle nicht weiter behandelt, da das vorliegende System bestimmte Eigenschaften besitzt, sodass die angeführte Stabilitätsbedingung, wie nachfolgend gezeigt, generell *nicht* anwendbar ist.

Die Übertragungsfunktion der offenen Schleife berücksichtigt die Realisierung der *konstanten* Korrektur (vgl. Glg. 4.31)

$$G_0(s) = \frac{\alpha}{s^2 \Delta T^2} (1 - e^{-s\Delta T}), \quad (4.71)$$

wodurch sich über die inverse *LAPLACE*-Transformation das System in Zustandsraumdarstellung mit *konstanter* Makro-Schrittweite anschreiben lässt:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \frac{-\alpha}{\Delta T^2} (u(t) - u(t - \Delta T)) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (4.72)$$

Das Einführen einer *variablen* Makro-Schrittweite $\Delta T(t)$ führt zur gesuchten Beschreibung des Systems im Zeitbereich, welches nachfolgend über die vorgestellten Methoden analysiert werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \frac{-\alpha}{\Delta T^2(t)} (u(t) - u(t - \Delta T(t))) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (4.73)$$

Unter der Nebenbedingung $u(t) = -y(t)$ für die Rückführung folgt das Zustandsraummodell der geschlossenen Schleife - ohne Messgleichung - in allgemeiner Form eines Systems mit verzögertem Zustand und den beiden Dynamikmatrizen A_0 und A_1 :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\alpha}{\Delta T(t)^2} & 0 \end{bmatrix}}_{A_0} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\alpha}{\Delta T(t)^2} & 0 \end{bmatrix}}_{A_1} \begin{bmatrix} x_1(t - \Delta T(t)) \\ x_2(t - \Delta T(t)) \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

Damit dieses System nun über die angeführte Stabilitätsbedingung (Satz 1) auf asymptotische Stabilität geprüft werden kann, muss das unverzögerte System $A_0 + A_1$ stabil sein. Diese notwendige Bedingung ist hier *nicht* erfüllt, da das verzögerungsfreie System zwei Pole im Ursprung der komplexen Ebene besitzt! D. h. dieses System ist in dieser Struktur für variable Makro-Schrittweite und über die vorgestellten Stabilitätsanalysemethoden *nicht* analysierbar. Ansätze, in welchen die Struktur des Systems geändert wird und die Pole *künstlich* in die linke offene komplexe Halbebene geschoben werden, sind nicht zielführend, da hier diese Verschiebung der Pole einen enormen Konservatismus des Kompensationssystems hervorruft und somit nahezu wirkungslos ist. Ebenso wie beim System mit *konstanter* Realisierung der Korrektur treten auch beim System mit *linear* realisierter Korrektur Probleme bei der Stabilitätsanalyse auf.

Eine Möglichkeit, zeitlich verzögerte Systeme zu analysieren, die unverzögert *instabil* sind, wird jedoch in der Literatur vorgeschlagen [84, 83]. Diese Methode resultiert in einem Regelgesetz, das zwar (exponentielle) Stabilität garantiert, jedoch neben dem erhöhten Implementierungsaufwand für die Interpretation des Koppelementes ungeeignet ist. Aus diesem Grund wird hier eine Möglichkeit vorgestellt, die auf der Verwendung des analysierbaren Kompensationssystem mit Totzeitglied und variabler Makro-Schrittweite $\Delta T(t)$

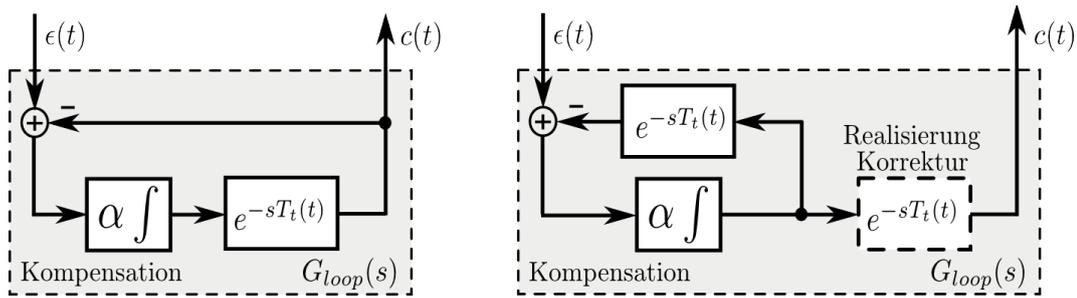


Abbildung 4.14: Äquivalente Darstellung des Kompensationssystems in Standardregelkreis-Struktur zur Anwendung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur

basiert und trotzdem die Anwendung *konstanter* bzw. *linearer* Korrektur erlaubt. Das Kompensationssystem mit Totzeitglied spiegelt das wesentliche Verfahren zur Korrektur wider. Der Fehler wird aufsummiert, zeitlich verzögert und dazu verwendet, um ein Korrektursignal zu erzeugen. Die prinzipielle Idee ist es nun, das Korrektursystem umzuzeichnen, damit die Dynamik und somit das erwünschte Verhalten der internen Schleife des Korrektursystems unverändert bleibt. Dies kann, wie in Abbildung 4.14 dargestellt, durch Verschieben des Totzeitgliedes⁵ erreicht werden, wobei die Stabilität des Kompensationssystems über die einfache Parametrierungsvorschrift 4.70 sichergestellt ist. Damit nun ein Kompensationssystem mit *konstantem* oder *linearem* Verlauf realisiert werden kann, wird das außerhalb der Schleife liegende Totzeitglied durch ein Realisierungsglied ersetzt. Ersetzt man z. B. das Totzeitglied durch ein skaliertes Halteglied (3.5) zum Abbilden *konstanter* Korrektur, so verursacht dieses System im unteren Frequenzbereich eine Totzeit gleich der halben Makro-Schrittweite (vgl. Glg. 3.6). Angelehnt an die Parametrierungsvorschrift 4.70 lautet die Stabilitätsbedingung somit für Anwendung der *konstanten* Korrektur:

$$\alpha \leq \frac{2}{\Delta T} \quad (4.75)$$

Da das Kompensationssystem basierend auf der Approximation des ZOH-Gliedes ausgelegt wurde, gibt es natürlich beim praktischen Einsatz Abweichungen vom exakten Verhalten. Diese Abweichungen sind jedoch akzeptabel, wenn man die damit errungenen Vorteile betrachtet. Das Kompensationssystem kann für eine *konstante* oder *lineare* Realisierung der Korrektur, im Falle von variablen Makro-Schrittweiten, *stabil* ausgelegt werden. Die interne Schleife ist dabei *quasi-kontinuierlich* ausgeführt. Als wesentlicher Vorteil bei diesem Ansatz erweist sich die Beibehaltung der einfachen Parametrierung des Kompensationssystems.

4.5 Kompensation mittels Transformation

Bei der Verwendung von *konstanter* Makro-Schrittweite ΔT ist die Auslegung der verschiedenen Ausprägungen des Korrektursystems eher unproblematisch und das Verhalten

⁵Anstelle der spezifischen Totzeit $\Delta T(t)$ wird hier die Totzeit $T_t(t)$ verwendet, um die Notation allgemein für *konstante* und *lineare* Korrektur zu halten.

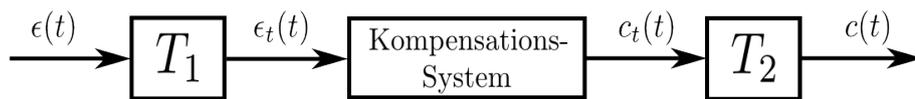


Abbildung 4.15: Darstellung des Kompensationssystems mit Transformation der Ein- und Ausgangsgrößen zur Entkopplung der Zeitbasis

der analysierten Systeme entspricht der prinzipiellen Grundidee des Kopplungselementes - der Schätzfehler wird über nachfolgende Makro-Schritte durch das Korrektursignal wieder in das System eingebracht. Unter Anwendung *variabler* Makro-Schrittweiten $\Delta T(t)$ ist dies, aufgrund des verwendeten Totzeitgliedes, *nicht* mehr gewährleistet. Betrachtet soll hier das Korrektursystem mit Standardregelkreis werden, um diese Problematik zu beschreiben.

Die offene Schleife des Korrektursystems besteht aus einem Verstärkungsfaktor α , einem Integrator und einem Totzeitglied. Durch das Totzeitglied wird eine aufintegrierte Fläche zeit-verzögert als Korrektursignal $c(t)$ ausgegeben. D. h. bei der Implementation muss der Verlauf des Zustandes des Integrators über die maximal mögliche Makro-Schrittweite $\overline{\Delta T}$ gespeichert werden und zu jedem Zeitpunkt ein spezieller Wert aus diesem Intervall ausgelesen werden. Plötzliches halbieren der Makro-Schrittweite führt zum Auslesen des halben Verlaufes im Speicher und führt somit zu einer verminderten Korrektur. Im Gegensatz dazu verursacht ein Verdoppeln der Makro-Schrittweite eine Verwendung von Integratorzuständen, die schon im vorherigen Makro-Zeitschritt zur Berechnung der Korrektur angewandt worden sind. Abermals könnte man diesen unerwünschten Effekt vernachlässigen, da es sich hier um ein *nahezu* Energie erhaltendes Kopplungselement handelt. Trotzdem wird in diesem Abschnitt eine Verbesserungsmöglichkeit vorgeschlagen, bei der, wie beabsichtigt, die gesamte ermittelte Fehlerfläche durch das Korrektursignal wieder in das System eingebracht wird.

Die angesprochene Problematik bei der Verwendung eines *variablen* Totzeitgliedes kann nur umgangen werden, indem *kein* variables Totzeitglied verwendet wird. D. h. es wird eine Lösung benötigt, die ermöglicht, das Korrektursystem mit *konstanter* Makro-Schrittweite zu betreiben. Benötigt wird eine Lösung, die erlaubt, Koppelgrößen über *variable* Makro-Schrittweiten handzuhaben und zugleich eine Korrektur, basierend auf *konstanter* Makro-Schrittweite, zu bestimmen. Im Prinzip wird hier von einer Transformation gesprochen, die eine Schnittstelle zwischen zwei Zeitdomänen bildet. Zulässig ist eine solche Transformation, da hier nur die Fehlerfläche den interessierenden Faktor darstellt und die Transformation in einem Frequenzbereich stattfindet, in dem sie keinen wesentlichen Einfluss auf das Simulationsergebnis hat. Das Prinzip ist in Abbildung 4.15 veranschaulicht und basiert auf einer Zeit- und Wertskalierung. Die beiden Blöcke, bezeichnet mit T_1 und T_2 , repräsentieren die Hin- und die Rücktransformation, die jeweils zu den Koppelzeitpunkten $t_{\Delta}^{<M>}$ ausgeführt werden.

Hintransformation

Bei der Hintransformation T_1 wird der Fehler $\epsilon(t)$ über den vergangenen Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m>}$ ermittelt und die zugehörige Fehlerfläche $A_{\epsilon}^{<m>}$ errechnet, siehe (Glg. 4.7). Basierend auf diesen fortlaufenden Fehlerflächen kann, unter Verwendung der *normierten* und *konstanten* Makro-Schrittweite $\Delta T_t^{<m>}$, eine *stückweise konstante* Funktion $\epsilon_t(t)$ be-

stimmt werden, die den Verlauf des transformierten Fehlersignals beschreibt

$$\epsilon_t(t) = \frac{A_\epsilon^{<m>}}{\Delta T_t^{<m>}} \quad \text{mit} \quad t_{\Delta_t}^{<M-1>} < t \leq t_{\Delta_t}^{<M>}. \quad (4.76)$$

Der Flächeninhalt des transformierten Schätzfehlers $\epsilon_t(t)$ über der normierten Makro-Schrittweite $\Delta T_t^{<m>}$ ist dabei äquivalent der Fläche $A_\epsilon^{<m>}$ des originalen Fehlersignals $\epsilon(t)$ im Intervall der angewandten Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m>}$

$$A_\epsilon^{<m>} = \int_{t_{\Delta_t}^{<M-1>}}^{t_{\Delta_t}^{<M>}} \epsilon(t) dt = \int_{t_{\Delta_t}^{<M-1>}}^{t_{\Delta_t}^{<M>}} \epsilon_t(t) dt. \quad (4.77)$$

Als abschließender Hinweis sei an dieser Stelle angemerkt, dass die erzeugte *stückweise konstante* Funktion des transformierten Fehlersignals $\epsilon_t(t)$ *nicht* einem Signal nach einem einfachen Abtast- und Halteprozess entspricht. Salopp gesprochen entfällt hier die entstehende Totzeit gleich der halben Abtastperiode. Diese Vorgehensweise ist nur aufgrund des *nicht-iterativen* Prinzips und dessen sequentielle Abarbeitung möglich.

Rücktransformation

Aufgabe der Rücktransformation T_2 ist ebenfalls Flächenerhaltung zu gewährleisten. Dabei entspricht die Fläche des ermittelten normierten Korrektursignals $c_t(t)$ über den normierten Makro-Zeitschritt $\Delta T_t^{<m>}$ der Fläche $A_c^{<m>}$ des tatsächlich aufgeschalteten Korrektursignals $c(t)$ über die aktuelle, in der Simulation verwendeten, Makro-Schrittweite.

$$\int_{t_{\Delta_t}^{<M-1>}}^{t_{\Delta_t}^{<M>}} c_t(t) dt = \int_{t_{\Delta}^{<M-1>}}^{t_{\Delta}^{<M>}} c(t) dt = A_c^{<m>} \quad (4.78)$$

Der Verlauf des Korrektursignals $c(t)$ kann dabei beliebig gewählt werden, sodass auch unter Verwendung von *variabler* Makro-Schrittweite ein *konstanter* oder *linearer* Verlauf des Korrektursignals realisierbar ist.

Kompensationssystem

Die Entkopplung von der, in der Simulation verwendeten, Zeitbasis bringt eine Reihe von Vorteilen mit sich. Zum einen kann das Kompensationssystem in Standardregelkreis-Struktur (Abb. 4.3) *quasi-kontinuierlich* ausgeführt werden, *ohne* einen auftretenden Informationsverlust durch das verwendete Totzeitglied und zum anderen lässt sich die Stabilität der eingesetzten Kompensationssysteme über einfache Parametrisierung, basierend auf der *normierten* und *konstanten* Makro-Schrittweite ΔT_t , sicherstellen. Als zusätzlicher Vorteil dieser Realisierung erweist sich die Tatsache, dass hier *keine* obere Schranke der Makro-Schrittweite $\overline{\Delta T}$ a priori angegeben werden muss. Sie eignet sich somit hervorragend auch für die Anwendung einer Makro-Schrittweitensteuerung.

Zusammenfassend wurde in diesem Abschnitt eine Möglichkeit aufgezeigt, die es erlaubt, die prinzipielle Idee des Kopplungselementes auf den Fall von *variabler* Makro-Schrittweite zu übertragen. Neben der einfachen Möglichkeit zur Parametrierung und somit zur Sicherstellung der Stabilität des Korrektursystems, basierend auf *konstanter* und

normierter Makro-Schrittweite, bleibt die grundlegende Struktur des Koppel-elementes erhalten.

4.5.1 Zeitdiskretes Kompensationssystem

Der oben vorgestellte Ansatz kann nun dahingehend erweitert werden, damit das Kompensationssystem ein *zeitdiskretes* System repräsentiert. Dies erweist sich als sehr vorteilhaft bei der Implementierung und beim notwendigen Stabilitätsnachweis.

Allgemein verarbeitet ein *zeitdiskretes* System sequentiell eine, am Eingang anliegende, Wertefolge und liefert am Ausgang abermals eine Wertefolge. Neben der Berechnung zu äquidistanten Zeitpunkten erfolgt die Bestimmung der Eingangswerte typischerweise über eine Abtastung des kontinuierlichen Eingangssignals. Die Umsetzung der resultierenden *zeitdiskreten* Wertefolge geschieht oft über einfache Extrapolation 0-ter Ordnung [42], d.h. die Ausgangsgröße wird über die Dauer einer Abtastperiode konstant gehalten.

Ausgangspunkt zur Definition eines *zeitdiskreten* Kompensationssystems ist der Umstand, dass bei der Hin- und der Rücktransformation bereits zu *diskreten* Zeitpunkten, den Koppelzeitpunkten, Fehler- bzw. Korrekturflächen berechnet werden. Die Diskretisierung der Eingangsfolge erfolgt dabei in der Hintransformation. Die Rücktransformation setzt die bestimmte Fehlerfläche anschließend in ein Korrektursignal um und entspricht einer Digital-Analog-Wandlung. Angelehnt an die realisierbare Version des Kompensationssystems in Abbildung 4.6 errechnet sich die Korrekturfläche $A_c^{<m+1>}$ über den nachfolgenden Makro-Zeitschritt, basierend auf dem Zustand des Integrators, dessen Wert die sog. Realisierungfläche $A_r^{<m+1>}$ repräsentiert

$$A_c^{<m+1>} = \beta A_r^{<m+1>}. \quad (4.79)$$

Unter Verwendung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur erfolgt im Realisierungsschritt eine exakte Verteilung dieser Fläche $A_r^{<m+1>}$ über den nachfolgenden Makro-Zeitschritt. Durch Skalierung mit β behalten Gleichung 4.9 bzw. 4.10 ihre Gültigkeit. Der Zustand des Integrators wird von der aktuell am Eingang anliegenden Fehlerfläche $A_e^{<m>}$ und der im vorherigen Schritt verwendeten Fläche $A_r^{<m>}$ zum Erzeugen der Korrektur beeinflusst

$$A_r^{<m+1>} = (1 - \alpha) A_r^{<m>} + \alpha A_e^{<m>}. \quad (4.80)$$

Substituieren von Gleichung 4.79 in Gleichung 4.80 liefert schlussendlich eine diskrete Vorschrift für das Kompensationssystem:

$$A_c^{<m+1>} = (1 - \alpha) A_c^{<m>} + \alpha \beta A_e^{<m>} \quad (4.81)$$

Die beiden noch nicht erwähnten Parameter α und β stellen Einstellparameter des Kompensationssystems dar. Besonders einsichtig lassen sich aus dieser Beziehung direkt Wertebereiche der beiden Parameter zur stabilen Auslegung des NEPCE im Falle von *konstanter* und *variabler* Makro-Schrittweiten angeben:

$$|1 - \alpha| < 1 \quad 0 < \beta < 1 \quad (4.82)$$

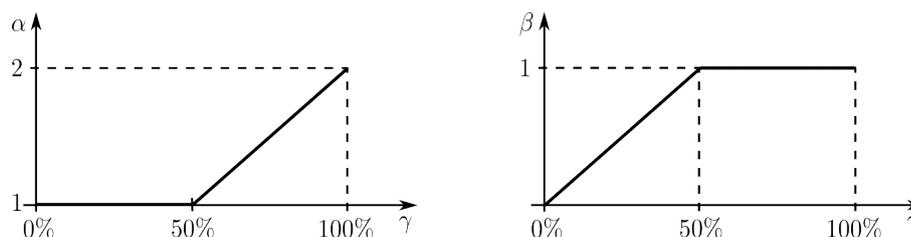


Abbildung 4.16: Abbildung der beiden Einstellparameter α und β auf einen prozentualen Wert γ

Damit ist der Parameter α ausschlaggebend für die Stabilität des Kompensationssystems und der Parameter β bewirkt eine Skalierung des Effektes. Aus Gründen der einfachen Parametrierung des Kompensationssystems könnten diese beiden Einstellparameter, basierend auf einem einzigen zur Verfügung stehenden Wert γ , festgelegt werden, was eine intuitive Interpretation erlaubt. In Bild 4.16 ist eine sinnvolle Zuordnung skizziert. Parameter α bestimmt das Schwingverhalten des Systems und wird erst bei unskalierter Korrektur $\beta = 1$ eingesetzt. Mit einem Wert $\gamma = 100\%$ ist der maximal erzielbare Effekt des Kopplungselementes erreicht. Bei der speziellen Wahl von $\gamma = 50\%$ bzw. $\alpha = \beta = 1$ vereinfacht sich Beziehung 4.81 zu

$$A_c^{<m+1>} = A_\epsilon^{<m>}. \quad (4.83)$$

Die aufgeschalteten Korrekturflächen entsprechen in diesem speziellen Fall den Korrekturflächen des Grundsystems mit dem Totzeitglied im Kompensationspfad (Abb. 4.2), das dem ersten Vorschlag der Kompensation entspricht, wo die gesamte Fehlerfläche $A_\epsilon^{<m>}$ über den nachfolgenden Makro-Zeitschritt zur Korrektur $A_c^{<m+1>}$ verwendet wird. Es ist offensichtlich, dass das System nach Gleichung 4.81 eine allgemeinere Version des NEPCE darstellt und somit auch mehr Freiheitsgrade besitzt. Der Parameter α ermöglicht somit eine Steigerung der Leistungsfähigkeit des NEPCE durch Ausnutzen der dynamischen Eigenschaften des Systems, der Parameter β bewirkt eine Skalierung des Korrekturingriffs. Im Vergleich zu den in den vorhergehenden Abschnitten angeführten Ansätzen bzw. den Versuchen, die Stabilität der Kompensationssysteme nachzuweisen, sowohl für *konstante* als auch *variable* Makro-Schrittweiten, lässt sich bei der *zeitdiskreten* Form eine geeignete Parametrierung direkt ablesen. Speziell die *Aliasing*-Effekte werden implizit berücksichtigt. Aus diesem Grund kommen in den nachfolgenden Kapiteln ausschließlich *zeitdiskrete* Kompensationssysteme zum Einsatz. Die Interpretation des Effektes erfolgt jedoch weiterhin im *kontinuierlichen* Bereich. Dazu sind spezielle Betrachtungen notwendig.

Kontinuierliche Darstellung

Die Definition eines *zeitdiskreten* Kompensationssystems erweist sich in Richtung praktischer Umsetzung und gangbarer Stabilitätsanalyse als sinnvoll. Neben einfacher Regeln zur Parametrierung, lässt sich das *zeitdiskrete* System direkt implementieren. Zur Analyse des Übertragungsverhaltens des gesamten *linearen zeit-invarianten* Kopplungselementes bietet sich eine Darstellung im Frequenzbereich über das *BODE*'-Diagramm an. Nachteilig erweist sich der *zeitdiskrete* Charakter des Kompensationssystems, sodass eine Interpretation des Betrags- und des Phasengangs wie im *zeitkontinuierlichen* Bereich *nicht*

mehr möglich ist, da diese Begriffe in Zusammenhang mit *zeitdiskreten* Folgen keinen Sinn ergeben [29]. Die Möglichkeit einer Transformation in den zeitkontinuierlichen Bereich wird in diesem Abschnitt diskutiert.

Um eine Rücktransformation durchzuführen, ist es vorerst notwendig, die oben formulierte *zeitdiskrete* Vorschrift (Glg. 4.81) über die z -Transformation als Übertragungsfunktion $G_{comp}(z)$ auszudrücken [37, 42]

$$G_{comp}(z) = \frac{A_c(z)}{A_\epsilon(z)} = \frac{\alpha\beta}{z - (1 - \alpha)}. \quad (4.84)$$

Überführen dieser z -Übertragungsfunktion vom z -Bereich in den s -Bereich ist theoretisch über die Transformationsfunktion $z = e^{\Delta T s}$ möglich. Problematisch dabei ist, dass nach erfolgter Substitution der Frequenzgang *keine* rationale Funktion in $j\omega$ ist, sondern wegen der Funktion $e^{j\omega\Delta T}$ eine *transzendente* Funktion in $j\omega$. Ein oft gewählter Weg, um trotzdem eine rationale Funktion in $j\omega$ zu erhalten, ist durch eine spezielle Approximation

$$e^{\Delta T s} \approx \frac{1 + \frac{\Delta T}{2}s}{1 - \frac{\Delta T}{2}s}, \quad (4.85)$$

der *PADE'*-Approximation⁶ 1-ter Ordnung gegeben. Durch diese *Approximation* kann der Frequenzgang $G(j\omega)$ im unteren Frequenzbereich *angenähert* werden [42].

Eine weitere Möglichkeit bietet sich über die q -Transformation, wobei Gleichung 4.85 als Transformation betrachtet wird. D. h., Übertragungsfunktionen werden vom s -Bereich bzw. z -Bereich in einen *neu* eingeführten q -Bereich transformiert, wo wiederum kontinuierliche Betrachtungen, z. B. mittels *BODE'*-Diagramm, angestellt werden können [29, 37, 42]. Nachteilig ist, dass nicht das reale kontinuierliche Verhalten vorliegt und somit Aussagen nicht direkt übertragbar sind.

Als vorteilhaft erweist sich jedoch die eingeführte Hintransformation, die eine *stückweise konstante* Eingangsfunktion $\epsilon_t(t)$ erzeugt. Abstrakt betrachtet wird also dem kontinuierlichen Kompensationssystem ein Abtast- und Halteglied vorgeschaltet, das bei der Transformation der z -Übertragungsfunktion in den s -Bereich berücksichtigt werden kann. In Abbildung 4.17 ist dazu das Blockschaltbild skizziert. Dabei liegt ein fiktives Signal $A_\epsilon(t)$, das den *normierten* kontinuierlichen Verlauf der Fehlerfläche beschreibt, am Eingang des *Abtasters* an. Die Abtastwerte werden anschließend, entsprechend der Zeitskalierung, im Wert angepasst, sodass Flächenerhaltung (Glg. 4.77) sichergestellt ist. Ein *Halteglied* erzeugt eine kontinuierliche Funktion mit der neuen Zeitbasis. Das kontinuierliche Kompensationssystem wird somit durch eine *stückweise konstante* Funktion $\epsilon_t(t)$ angeregt. Exakt diese Interpretation behält ihre Gültigkeit, indem die bislang noch nicht festgelegte *normierte* Makro-Schrittweite ΔT_t auf Eins gesetzt wird:

$$\Delta T_t = 1 \quad (4.86)$$

Demzufolge stimmen die Werte bzw. die Stufenhöhe der *stückweise konstanten* Funktion $\epsilon_t(t)$ exakt mit den jeweiligen Fehlerflächen $A_\epsilon^{<m>}$ über den zugehörigen Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m>}$ überein (vgl. Glg. 4.76). Speziell zu den Koppelzeitpunkten $t_\Delta^{<M>}$ unter Einhalten der Bedingung 4.86 gilt:

$$A_\epsilon^{<m>} = A_\epsilon(t_\Delta^{<M>}) = \epsilon_t(t_{\Delta_t}^{<M>}) \quad (4.87)$$

⁶In der Literatur wird diese Approximation oft als *TUSTIN*-Transformation bezeichnet.

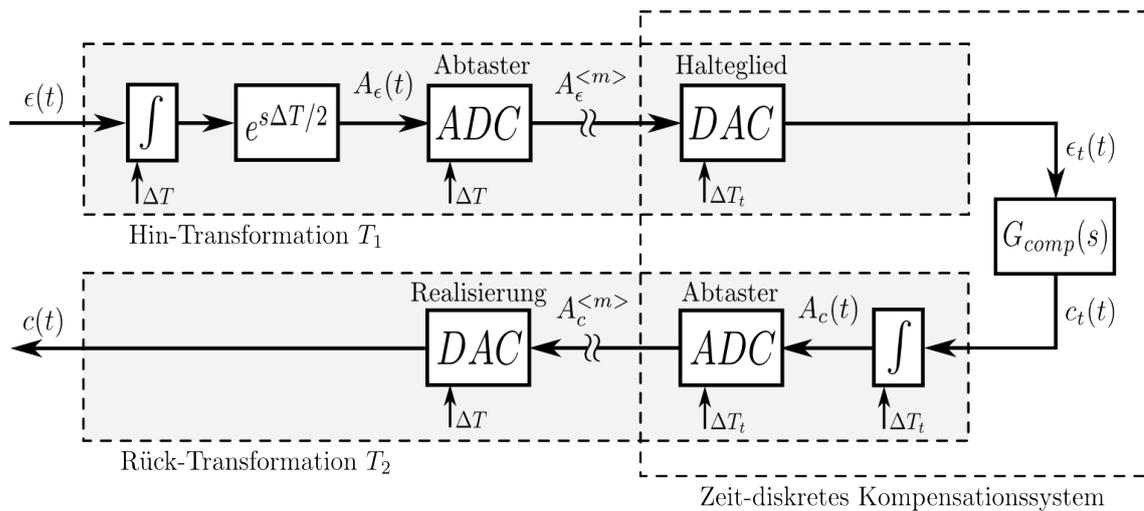


Abbildung 4.17: Systemtechnische Darstellung der Hin- und Rücktransformation sowie Abgrenzung des *zeitdiskreten* Kompensationssystems

Erst durch dieses *konstante* Eingangssignal $\epsilon_t(t)$ über jede *Abtastperiodendauer* ΔT_t ergibt sich die Möglichkeit, ein kontinuierliches dynamisches System über die Abtastung der Transitionsmatrix zeitlich zu diskretisieren und somit *exakt* zu beschreiben [29, 37]. Rechentechnische Unterstützung geben dabei entsprechende Programme⁷, wobei auch die hier gesuchte Rücktransformation von der Übertragungsfunktion im z -Bereich in den s -Bereich unterstützt wird.

Nach der Diskussion und Darstellung einer geeigneten Möglichkeit, um das *zeitdiskrete* Kompensationssystem in den s -Bereich zu überführen, ist noch eine kleine Ergänzung notwendig, um das gesamte Koppellement im Frequenzgang zu analysieren. Ausschlaggebend dafür ist die eingeführte Hintransformation des Fehlersignals $\epsilon(t)$ in den *normierten* Zeitbereich. Wie in Abschnitt 4.5 bereits kurz erwähnt wurde, wird, basierend auf den fortlaufenden Fehlerflächen $A_c^{<m>}$, eine *stückweise konstante* Funktion erzeugt. Im Prinzip ist der Verlauf des Fehlers im Koppelzeitpunkt a priori über das Intervall des letzten Makro-Zeitschritts bekannt, sodass eine *stückweise konstante* Funktion $\epsilon_t(t)$ *ohne* Zeitversatz, verursacht durch einen Abtast- und Halteprozess (Glg. 3.6), erzeugt werden kann. In Abbildung 4.17 wurde dazu schematisch ein *Totzeitglied* mit *positiver* Totzeit gleich der halben Makro-Schrittweite ΔT eingeführt. Dies ist ausschließlich aufgrund des *nicht-iterativen* Prinzips der Kopplung möglich! D. h. schlussendlich, dass beim Überführen der z -Übertragungsfunktion $G_{comp}(z)$ in eine s -Übertragungsfunktion $\overline{G}_{comp}(s)$, wobei ein Halteglied am Eingang verwendet wird, diese durch die Übertragungsfunktion eines ZOH-Gliedes nachträglich modifiziert⁸ werden muss

$$G_{comp}(s) = \overline{G}_{comp}(s) e^{-\frac{\Delta T_t}{2}s}. \quad (4.88)$$

Des Weiteren muss nach der Rücktransformation der z -Übertragungsfunktion in den kontinuierlichen s -Bereich zusätzlich die Realisierung der *konstanten* bzw. *linearen* Korrektur

⁷In MATLAB ist dazu das Kommando `c2d(.)` zur Diskretisierung bzw. `d2c(.)` mit der Transformationsoption 'ZOH' zur Berücksichtigung eines Haltegliedes am Systemeingang verfügbar.

⁸Die Verzögerung muss nur dann berücksichtigt werden, falls auch die Zeitverschiebung in der Hintransformation erfasst worden ist.

modelliert und die s -Übertragungsfunktion erweitert werden, siehe Abs. 4.2:

$$G_{comp}(s) = C_{const}(s)\overline{G}_{comp}(s)e^{-\frac{\Delta T_t}{2}s} \quad (4.89)$$

$$G_{comp}(s) = C_{lin}(s)\overline{G}_{comp}(s)e^{-\frac{\Delta T_t}{2}s} \quad (4.90)$$

Die so ermittelte kontinuierliche Übertragungsfunktion, basierend auf einer *zeitdiskreten* Vorschrift (Glg. 4.81), kann nun dazu verwendet werden, um die gesamte Übertragungsfunktion des NEPCE zu bestimmen und anhand des resultierenden Frequenzganges zu analysieren bzw. zu interpretieren. Gegenüberstellungen und Vergleiche unterschiedlicher Kopplungselemente⁹ können angestellt werden.

4.6 Schwingverhalten und effektive Bandbreite

Nach Sicherstellung der Stabilität der möglichen bzw. vorgestellten Kompensationssysteme im Falle von *konstanter* oder *variabler* Makro-Schrittweite, wird in diesem Abschnitt noch einmal das Koppellement nach Abbildung 4.6, unter der Annahme einer *konstanten* Makro-Schrittweite, betrachtet, um zwei wesentliche Eigenschaften, das Schwingverhalten des Kompensationssystems und die *effektive* Bandbreite des Koppellementes, zu diskutieren.

4.6.1 Schwingverhalten

Wie oben gezeigt, ist es aufgrund der einfachen Struktur des *zeitdiskreten* Kompensationssystems im Falle von *konstanter* und *variabler* Makro-Schrittweite möglich, die beiden Einstellparameter so zu bestimmen, dass neben der Stabilität auch eine bestimmte Leistungsfähigkeit bzw. ein bestimmtes Schwingverhalten des Korrektursystems gegeben ist. Dazu ist in Abbildung 4.18 im *BODE*'-Diagramm der Amplituden- und der Phasengang des Kompensationssystems mit einer *konstanten* Makro-Schrittweite von $\Delta T = \Delta T_t = 1s$ und verschiedenen Verstärkungsfaktoren dargestellt. Dabei ist ersichtlich, dass mit zunehmender Verstärkung α die *effektive* Bandbreite des Koppellementes wächst. Zusätzlich neigt das Korrektursystem mit zunehmendem Verstärkungsfaktor zu stärkerem Schwingverhalten, das sich unerwünscht auf die Modifikation der geschätzten Koppelgrößen auswirkt. D. h. im extremen Fall eines oszillierenden Korrektursignals - bei grenzstabilem Kompensationssystem - kann es in Abhängigkeit der Dynamik der involvierten Teilsysteme passieren, dass der Eingriff zu aggressiv erfolgt, u. U. Dynamiken im nachgeschalteten System anregt und sich diese Dauerschwingung auf andere Koppelgrößen überträgt. Es ist somit ein Kompromiss zwischen *effektiver* Bandbreite des Kopplungselementes und Aggressivität des Korrekturingriffs zu finden. Vorteilhaft erweist sich jedoch, dass auch die Makro-Schrittweite einen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten des Kopplungselementes besitzt, speziell auf die *effektive* Bandbreite, wie nachfolgend gezeigt wird.

⁹Als Beispiel dazu wurden bereits die, in den Abbildungen 4.7 und 4.8 dargestellten, Übertragungsfunktionen der Kopplungen mit *konstanter* und *linearer* Korrektur über die zeitdiskrete Form des Kompensationssystems berechnet.

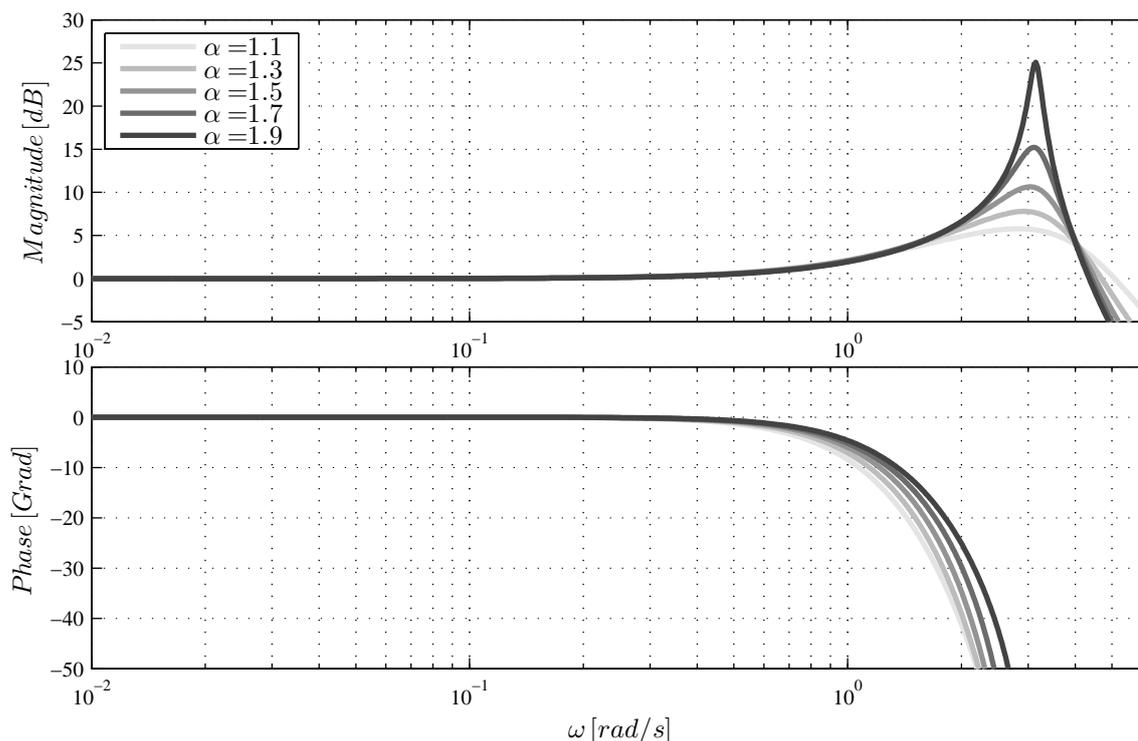


Abbildung 4.18: Variation des Verstärkungsfaktors $\alpha \in [1.1, 1.9]$ bei $\beta = 1$ und konstanter Makro-Schrittweite $\Delta T = 1$ s

4.6.2 Effektive Bandbreite

Bei konstanter Makro-Schrittweite und zunehmendem Verstärkungsfaktor α wächst die *effektive* Bandbreite der vorgestellten Koppellemente. Leider steigt damit auch das Schwingverhalten des Kompensationssystems an und kann u. U. unerwünschten Einfluss auf andere Koppelgrößen haben. Eine Reduktion des Schwingverhaltens impliziert eine Reduktion der *effektiven* Bandbreite, was natürlich nicht erwünscht ist. Betrachtet man zusätzlich die verwendete Makro-Schrittweite als weiteren Freiheitsgrad, so kann die *effektive* Bandbreite trotz konservativer Korrektur aufrecht erhalten werden. In Abbildung 4.19 ist abermals im *BODE'*-Diagramm das Kopplungselement mit konstantem Schwingverhalten und zunehmender *konstanter* Makro-Schrittweite ΔT dargestellt. Fazit ist, mit kleiner werdender Makro-Schrittweite wächst die *effektive* Bandbreite. D. h., schlussendlich muss ein Kompromiss zwischen Rechenzeit und Genauigkeit der Simulationsergebnisse gefunden werden.

4.7 Beispiel: Wärmeübertragung

Zur praktischen Absicherung der theoretischen Ergebnisse erfolgt in diesem Abschnitt eine Demonstration der Wirkungsweise anhand eines theoretischen Beispiels. Prinzipiell könnte jedes beliebige System zur Darstellung der speziellen Eigenschaften des Koppellementes herangezogen werden, da die vorgestellte Methodik generell das Übertragungsverhalten der Kopplung im unteren Frequenzbereich verbessert. Je nach System werden die Effekte mehr oder weniger gut in den Simulationsergebnissen sichtbar bzw. lassen sich anschließend

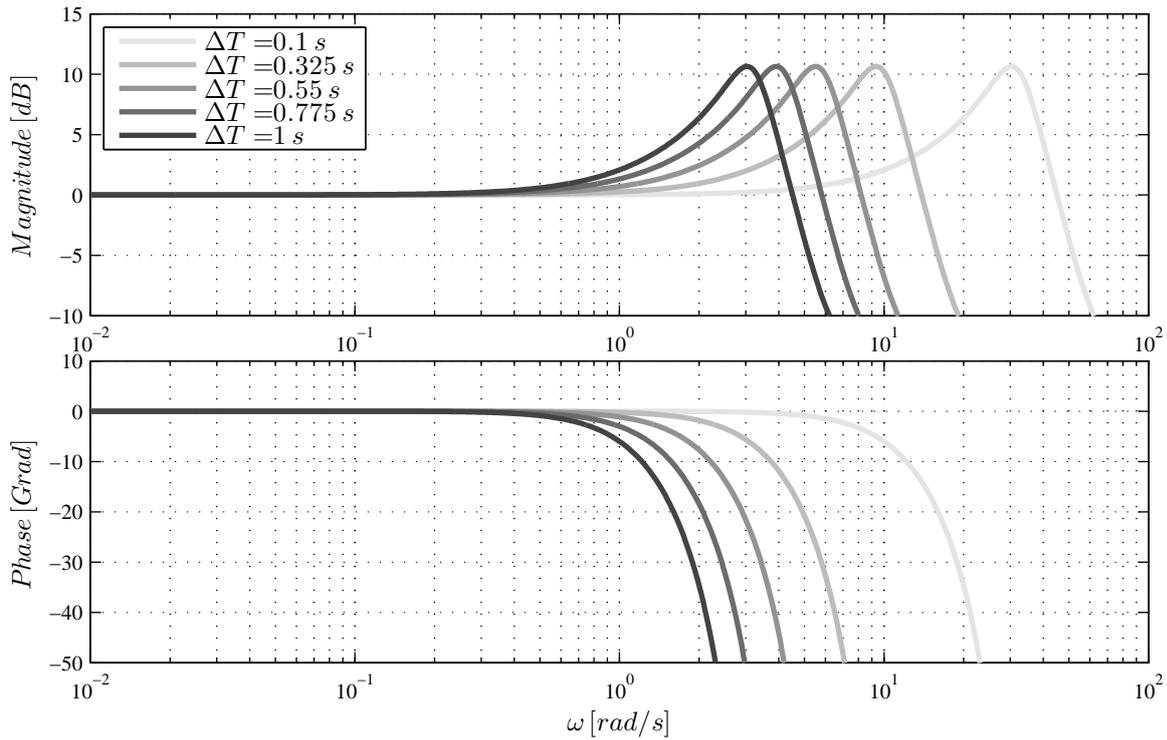


Abbildung 4.19: Variation der *konstanten* Makro-Schrittweite $\Delta T \in [0.1, 1.0]$ bei konstanten Einstellparametern $\alpha = 1.5$ und $\beta = 1$

analysieren. Demzufolge wurde ein Beispiel aus der thermischen Domäne gewählt, das sich sehr gut, aufgrund der relativ trägen Dynamik und der einfachen Struktur, eignet. Das gewählte Beispiel (Abb. 4.20) beschreibt eine konduktive Wärmeübertragung zwischen zwei Punktmassen PM_i , mit $i = 1, 2$. Der Wärmeeintrag $\dot{Q}_{in_1}(t)$ in Watt [W] auf die Punktmasse PM_1 regt das System kurzzeitig an

$$\dot{Q}_{in_1}(t) = \begin{cases} 100 & \text{für } 0 \leq t < 50 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (4.91)$$

sodass in weiterer Folge eine Wärmeübertragung zwischen den Punktmassen bis zum eingeschwungenen Ruhezustand stattfindet. Die physikalische Beschreibung des Gesamtsystems setzt sich aus den Beziehungen der beiden Punktmassen

$$\begin{aligned} \frac{dT_1(t)}{dt} &= \frac{\dot{Q}_{in_1}(t) - \dot{Q}_{out_1}(t)}{m_1 c_{p1}} \\ \frac{dT_2(t)}{dt} &= \frac{\dot{Q}_{in_2}(t)}{m_2 c_{p2}}, \end{aligned} \quad (4.92)$$

sowie derer thermischen Kopplung in Form einer sog. *konduktiven* Wärmeübertragung zusammen [65]

$$\dot{Q}_{out_1}(t) = \frac{T_1(t) - T_2(t)}{R_{th}}. \quad (4.93)$$

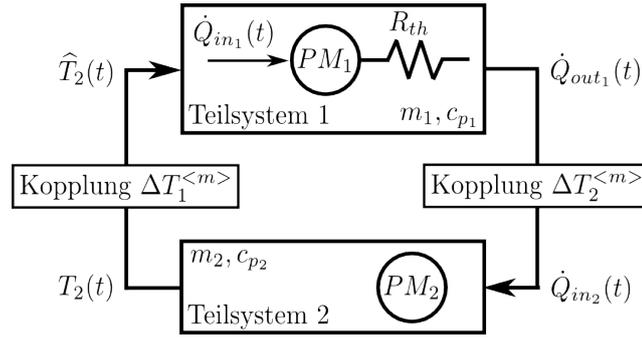


Abbildung 4.20: Beispiel konduktive Wärmeübertragung zwischen zwei Punktmas-
sen

Dabei repräsentiert $T_i(t)$ die Temperatur $[K]$, $m_i = 10$ die Masse $[kg]$, $c_{p_i} = 10$ den spez. Wärmekapazität $[J/kgK]$ der Punktmassen und $R_{th} = 0.2$ den thermischen Widerstand $[K/W]$ der konduktiven Verbindung. Für das gewählte Beispiel beschreibt Teilsystem 1 das thermische Verhalten der Punktmasse 1 sowie die konduktive Verbindung und Teilsystem 2 das thermische Verhalten der Punktmasse 2. Gekoppelt sind die beiden Teilsysteme anhand des Wärmeflusses $\dot{Q}_{out_1}(t) = \dot{Q}_{in_2}(t)$ und der Temperatur $T_2(t)$, vgl. Abbildung 4.20.

Um das Teilsystem 1 kompakt darstellen zu können, wird die algebraische Beschreibung der konduktiven Verbindung (Glg. 4.93) umgeformt und in differentieller Form angeschrieben:

$$\frac{dT_1(t)}{dt} = R_{th} \frac{d\dot{Q}_{out_1}(t)}{dt} + \frac{dT_2(t)}{dt} \quad (4.94)$$

Gleichsetzen mit der thermischen Beschreibung der Punktmasse 1 (Glg. 4.92) liefert die Differentialgleichung des Teilsystems 1:

$$\dot{Q}_{out_1}(t) + m_1 c_{p_1} R_{th} \frac{d\dot{Q}_{out_1}(t)}{dt} = \dot{Q}_{in_1}(t) - m_1 c_{p_1} \frac{dT_2(t)}{dt} \quad (4.95)$$

Für nachfolgende Betrachtungen ist eine Beschreibung der beiden Teilsysteme im Bildbereich zweckmäßig. Demzufolge gilt für das Teilsystem 1

$$\dot{Q}_{out_1}(s) = \underbrace{\frac{1}{1 + m_1 c_{p_1} R_{th} s}}_{G_{1,1}(s)} \dot{Q}_{in_1}(s) - \underbrace{\frac{m_1 c_{p_1} s}{1 + m_1 c_{p_1} R_{th} s}}_{G_{1,2}(s)} T_2(s), \quad (4.96)$$

sowie für das Teilsystem 2

$$T_2(s) = \underbrace{\frac{1}{m_2 c_{p_2} s}}_{G_2(s)} \dot{Q}_{in_2}(s). \quad (4.97)$$

Nicht-iterative Co-Simulation der beiden Teilsysteme erfolgt sequentiell, d. h. Teilsystem 1 vor Teilsystem 2, bei gleichen und konstanten Makro-Schrittweiten $\Delta T_1^{<m>} = \Delta T_2^{<m>} =$

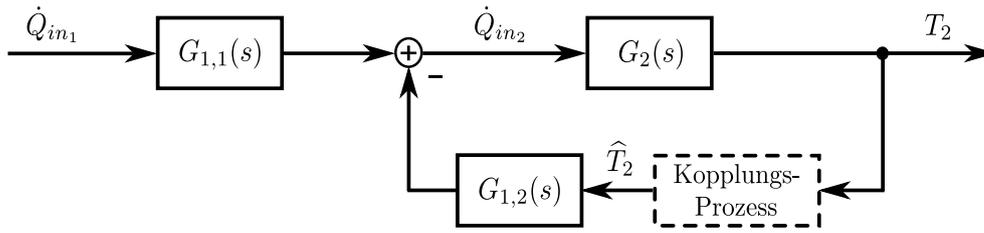


Abbildung 4.21: Blockschaltbild des Beispiels Wärmeübertragung samt skizziertem Kopplungsprozess

ΔT . Somit wird nur die Schätzung $\hat{T}_2(t)$ der Koppelgröße $T_2(t)$ benötigt, um das Gesamtsystem zu lösen. Das zugehörige Blockschaltbild ist in Abbildung 4.21 dargestellt. Aufgrund der sequentiellen Abfolge der *nicht-iterativen* Co-Simulation und Verwendung gleicher Makro-Schrittweiten erfolgt die Schätzung von Koppelgrößen im Rückführpfad, was schematisch durch den angedeuteten Systemblock *Kopplungsprozess* skizziert ist. In Bezug auf die verwendete Kopplungstechnik wird dadurch das Systemverhalten entsprechend beeinflusst. Anhand dieses einfachen Beispiels steht nun ein Vergleich der Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) und zusätzlicher Modifikation durch die vorgestellte *konstante* und *linearen* Korrektur im Vordergrund. Dabei wurden bei diesem Beispiel die Parameter α und β des Koppel-elementes durch den Einstellwert $\gamma = 75\%$ fixiert, um ein leichtes Überschwingen des Kompensationssystems bei sprunghörmiger Anregung zu erlauben (vgl. Abb. 4.16, 4.18). Den einzig verbleibenden Freiheitsgrad stellt daher die noch festzulegende Makro-Schrittweite ΔT dar. Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass über die Makro-Schrittweite die *effektive* Bandbreite des Koppel-elementes einstellbar ist (Abb. 4.19). Wie die Makro-Schrittweite bzw. die Bandbreite des Koppel-elementes bei diesem Beispiel gewählt wird, muss noch erörtert werden.

Im Falle dieses Beispiels regt das Eingangssignal, der Wärmeeintrag $\dot{Q}_{in_1}(t)$ auf Punktmasse 1 (Glg. 4.91), das System sprunghörmig an, was sich in weiterer Folge auf die Koppelgröße die Temperatur $T_2(t)$ der zweiten Punktmasse auswirkt. Das Ein-/Ausgangsverhalten des gesamten Systems beschreibt dabei die folgende Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{T_2(s)}{\dot{Q}_{in_1}(s)} = G_{1,1}(s) \frac{G_2(s)}{1 + G_{1,2}(s)G_2(s)} \quad (4.98)$$

Zur Diskussion einer geeigneten Makro-Schrittweite sind dazu im *BODE'*-Diagramm 4.22 die relevanten Frequenzgänge des Systems (Glg. 4.98) und der Koppel-elemente dargestellt. Zusätzlich ist der Frequenzgang des Systems mit Verstärkung ($100G(s)$) abgebildet, um die geforderte *effektive* Bandbreite für das gegebene Eingangssignal (Glg. 4.91) großzügig abzuschätzen. Im vorliegenden Fall wurde daher die Makro-Schrittweite auf $\Delta T = 3\text{ s}$ gesetzt, um den Effekt des Koppel-elementes zu demonstrieren. Nach Abbildung 4.22 führt diese Auslegung im Falle der Extrapolation 0-ter Ordnung mit *konstanter* oder *linearer* Korrektur zu einer geringfügigen Verstärkung hochfrequenter Signalanteile, deren Effekte jedoch vernachlässigbar sind. Viel interessanter ist die Kompensation der Phasendrehung durch Korrekturmaßnahmen, die den entscheidenden Beitrag zu Kopplungsfehlern liefert. Neben den *nicht-iterativen* Co-Simulationen *mit* und *ohne* Korrektur ist eine Mono-Simulation durchgeführt worden, um das Resultat der Co-Simulation gegenüberzustellen und zu bewerten. Dazu sind die Resultate der Kompensation mittels *konstanter* Korrektur

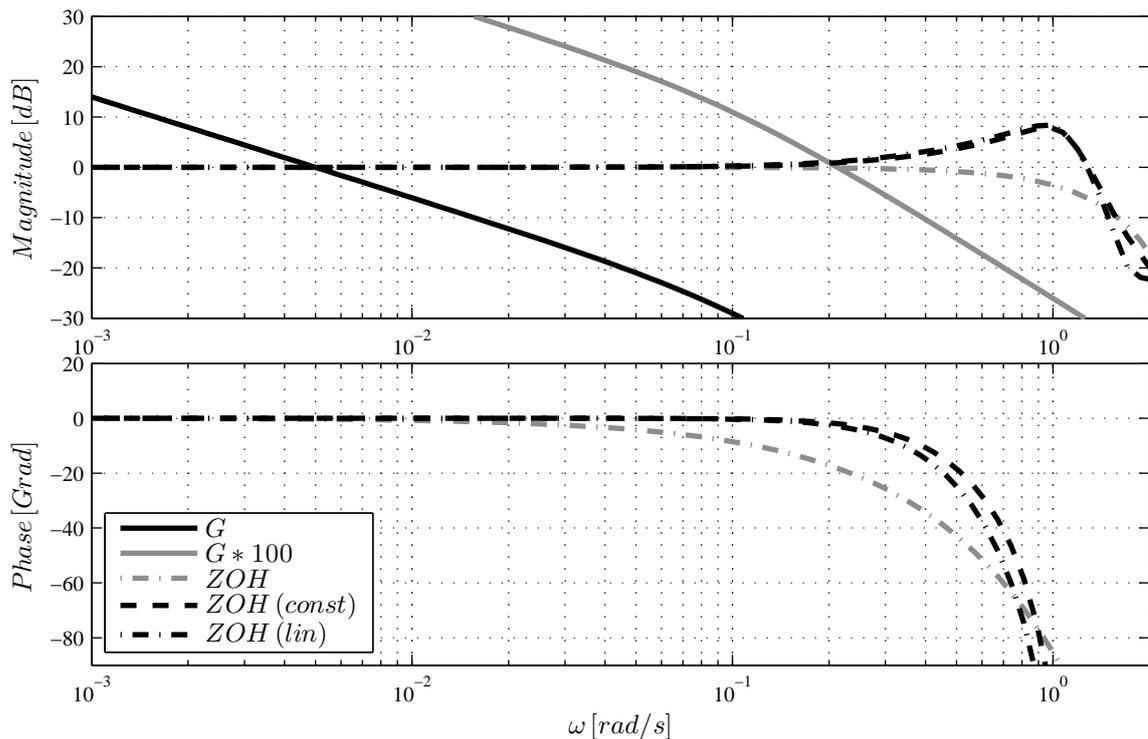


Abbildung 4.22: Darstellung der Betrags- und Phasengänge des Systems und der relevanten Koppellemente ($\Delta T^{<m>} = 3 \text{ s}$, $\gamma = 75 \%$)

in Abbildung 4.23 und die Anwendung *linearer* Korrektur in Abbildung 4.24 dargestellt. Zusätzlich zu den Ergebnissen der Simulationen wurde aus den resultierenden Verläufen die *generalisierte* Energie $E_g(t)$ ermittelt und in den Abbildungen angeführt:

$$E_g(t) = \int_0^t \widehat{T}_2(t) \dot{Q}_{in_2}(t) dt \quad (4.99)$$

Anhand der Temperaturverläufe $T_1(t), T_2(t)$ ist das Verhalten des Systems erkennbar. Beide Punktmassen werden erwärmt und der Vorgang endet in einem eingeschwungenen Zustand bei $T_1 = T_2 = 25^\circ\text{C}$. Die Abweichung der Temperaturverläufe gegenüber der Lösung der Mono-Simulation ist dem, durch die Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) eingebrachten, Fehler zuzuschreiben. Hingegen sind die Ergebnisse unter Verwendung von ZOH Kopplung mit *konstanter* oder *linearer* Korrektur mit den numerisch exakten Werten aus der Mono-Simulation nahezu deckend. Der selbe Effekt ist beim Verlauf der übertragenen *generalisierten* Energie (Glg. 4.99) zu erkennen. Während des gesamten transienten Vorgangs bleibt unter Verwendung des vorgeschlagenen nahezu energierhaltenden Kopplungselementes (NEPCE) die Energie im System erhalten, was folglich zu verbesserten Resultaten der Co-Simulation führt. Zur besseren Darstellung ist ein Ausschnitt der Resultate ($t \in [40, 70]$) samt den extrapolierten bzw. geschätzten Verläufen der Temperatur $T_2(t)$ in der unteren Bildreihe abgebildet (Abb. 4.23, 4.24). Im jeweils linken Bild ist, abermals vergrößert, die Auswirkung des Kopplungsfehlers auf die Temperaturverläufe dargestellt, wobei im jeweils rechten Bild die *konstante* bzw. *lineare* Korrektur bei ZOH Kopplung ersichtlich ist. Im Prinzip kommt es bei diesem Beispiel zu

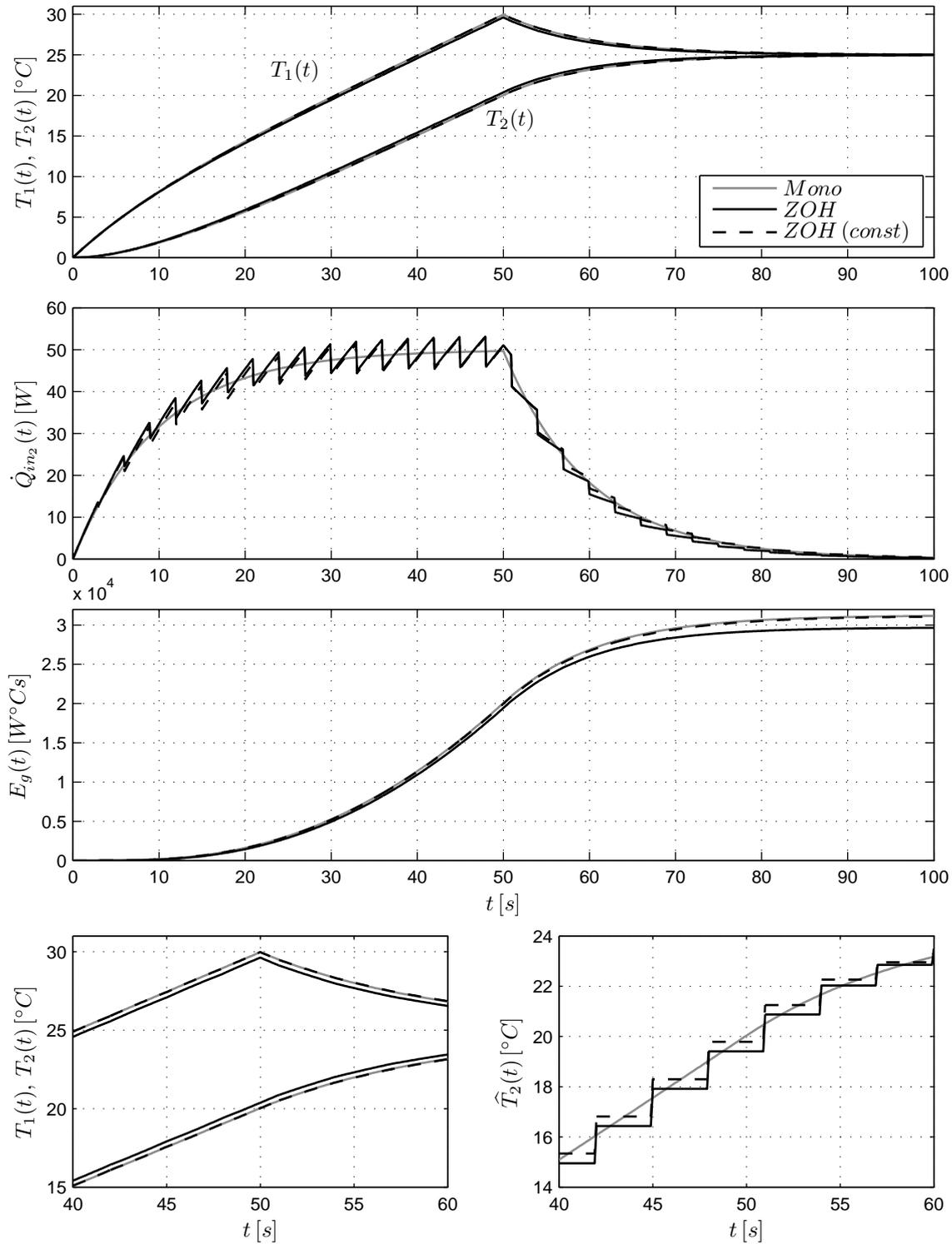


Abbildung 4.23: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe und des Wärmeeintrags auf die zweite Punktmasse bei Co- und Mono-Simulation. Betrachtung der *generalisierten* Energie bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) und Anwendung *konstanter* Korrektur ($\Delta T^{<m>} = 3 \text{ s}$, $\gamma = 75 \%$)

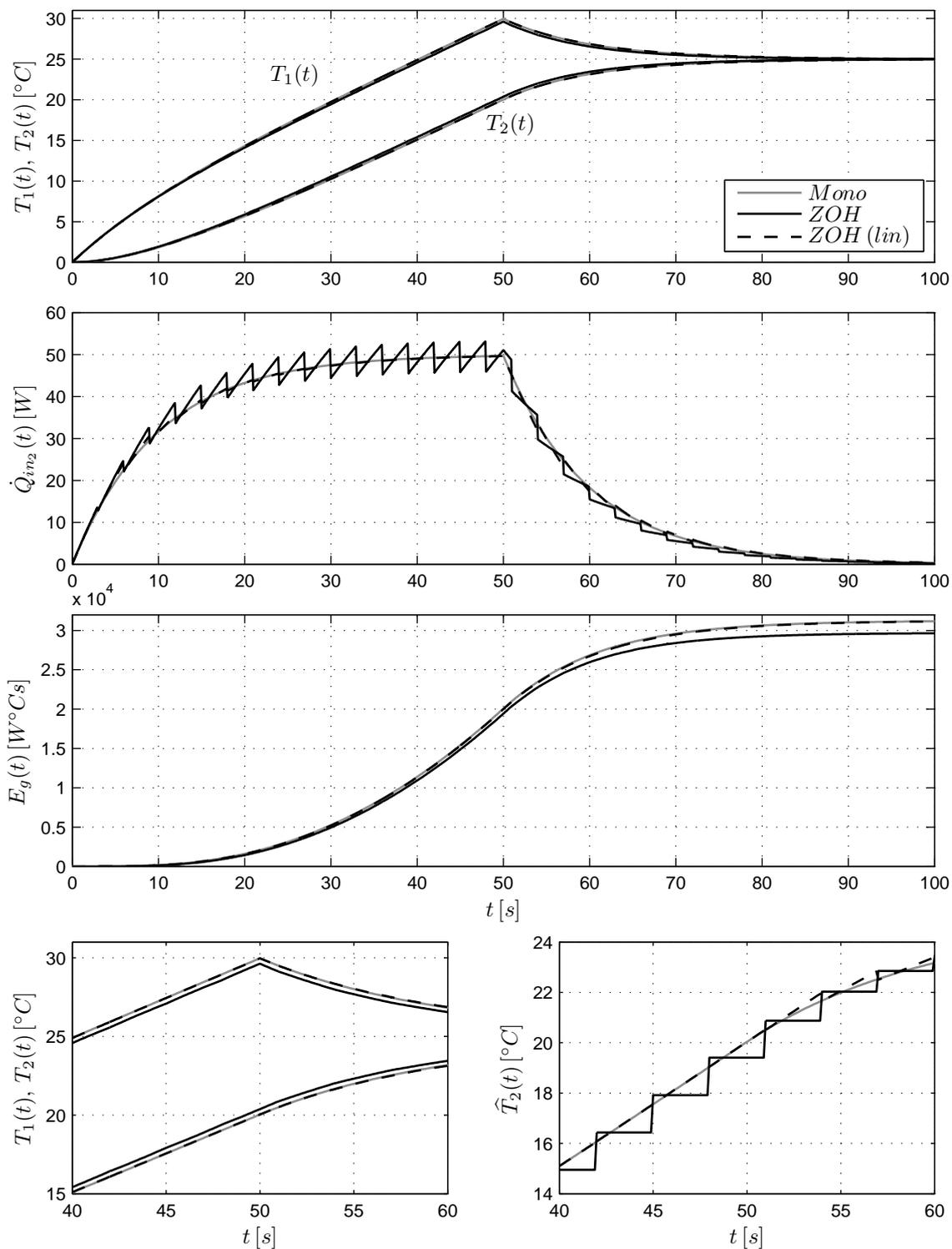


Abbildung 4.24: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe und des Wärmeeintrags auf die zweite Punktmasse bei Co- und Mono-Simulation. Betrachtung der *generalisierten* Energie bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) und Anwendung *linearer* Korrektur ($\Delta T^{<m>} = 3 \text{ s}$, $\gamma = 75 \%$)

einer Anhebung der stückweise konstanten bzw. stückweise affinen Funktion $\widehat{T}_2(t)$, sodass die eingebrachte Totzeit nahezu eliminiert wird. Dabei erfolgt diese Korrektur adaptiv in Abhängigkeit des Schätzfehlers über den letzten Makro-Zeitschritt.

Besonders auffallend bei diesem Beispiel ist die Beeinflussung des zweiten Koppungssignals $\dot{Q}_{in_2}(t)$ durch die ZOH Kopplung. Dieser modifizierte Wärmeeintrag auf die zweite Punktmasse im System resultiert aus der durchgeführten Extrapolation. Im Falle von Extrapolation 0-ter Ordnung ohne und mit *konstanter* Korrektur äußert sich der Kopplungsfehler bei diesem Beispiel in einem sägezahnförmigen Verlauf des Wärmeeintrags $\dot{Q}_{in_2}(t)$. Dieser Effekt wird zwar aufgrund des trägen nachgeschalteten Systems im Verlauf der Temperatur $T_2(t)$ nicht sichtbar, verfälscht aber erheblich den tatsächlichen Verlauf des Wärmeeintrags auf die zweite Punktmasse. Im Vergleich dazu führt das Anwenden der *linearen* Korrektur zu wesentlich besseren Ergebnissen, da der stückweise konstante Verlauf der geschätzten Koppelgröße $\widehat{T}_2(t)$ durch einen stückweise affinen Verlauf ersetzt wird.

Aus diesem illustrativen und einfachen Beispiel ist ersichtlich, dass das Kopplungselement in einem bestimmten Frequenzbereich eine annähernd vollständige Kompensation des eingebrachten Kopplungsfehlers ermöglicht. Erwähnenswert dabei ist, dass diese Kompensation *ohne* Information über die involvierten Teilsysteme erfolgt.

4.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde eine neuartige *nahezu energieerhaltende* Kopplungsvariante zur Steigerung der Leistungsfähigkeit von *nicht-iterativer* Co-Simulation vorgestellt. Basierend auf der mathematischen Modellierung des Kopplungsprozesses wurde gezeigt, dass durch geschickte Modifikation der geschätzten Koppelsignale ein annähernd ideales Übertragungsverhalten der Koppellemente in einem bestimmten und für die Co-Simulation interessanten Frequenzbereich erzielt werden kann. Besonders vorteilhaft erweist sich die Anwendbarkeit für beliebige Extrapolationstechniken und darüber hinaus für *konstante* als auch *variable* Makro-Schrittweiten. Neben der vollständigen Analyse im Frequenzbereich demonstriert ein theoretisches Beispiel den Effekt dieser Kopplungsmethode. Das nachfolgende Kapitel beleuchtet die Erweiterung des Kopplungselementes zur Vermeidung von *Aliasing*-Effekten und hochfrequenten Störungen in den Koppelsignalen.

Kapitel 5

Reduktion der Kopplungseffekte

Nach Einführen der vorgeschlagenen nahezu energieerhaltenden Strategie für nicht-iterative Co-Simulation und der Darstellung unterschiedlicher Methoden zur Stabilitätsanalyse, erfolgt in diesem Kapitel eine Erweiterung des Ansatzes, um den Einfluss wesentlicher Kopplungs-Problematiken zu reduzieren. Im Speziellen werden Maßnahmen zur Unterdrückung von Aliasing-Effekten und zur Ausblendung hochfrequenter Störsignale im Koppelement eingebettet. Für diese Erweiterungen wird ein Bibliotheksansatz vorgeschlagen.

5.1 Rückblick und Motivation

Beim Einsatz von *nicht-iterativer* Co-Simulation treten eine Reihe von Problemen auf, die die Genauigkeit der Simulationsresultate beeinflussen. In einer ausgiebigen Analyse konnten in Kapitel 3 die wesentlichen Probleme erörtert und entscheidende Eigenschaften eines Koppelementes definiert werden. Darauf aufbauend führte der Gedanke nach Energieerhaltung in Kapitel 4 zu verschiedenen Ausprägungen eines sogenannten nahezu energieerhaltenden Koppelementes (NEPCE), das die Übertragungseigenschaften der Kopplung bei *nicht-iterativer* Co-Simulation im unteren Frequenzbereich verbessert. Besonders vorteilhaft erweist sich die Eigenschaft, dass das Koppelement ausschließlich Koppelsignale verarbeitet und *keine* zusätzlichen Informationen, wie z. B. Metainformation über die interagierenden Modelle, benötigt und somit für die praktische Anwendung prädestiniert ist.

Bei den vorgestellten Ansätzen wird der unumgängliche Schätzfehler dazu verwendet, um über nachfolgende Makro-Zeitschritte ein Korrektursignal zur ermitteln, das der eingebrachten Störung entgegenwirkt und den verursachten Fehler somit nahezu kompensiert. Zudem ist die Leistungsfähigkeit der Kopplung über zwei Parameter (α, β) einstellbar. Die prinzipielle *nicht-iterative* Abfolge der Co-Simulation bringt die grundlegende Einschränkung mit sich, dass zum Koppelzeitpunkt der Schätzfehler über den letzten Makro-Zeitschritt und das zukünftige Korrektursignal über den nächsten Makro-Zeitschritt ermittelt werden müssen. Diese Problematik erzwingt somit vorab eine Definition des Korrekturverlaufes. Wie gezeigt wurde, eignet sich dazu die Realisierung einer sog. *konstanten* bzw. *linearen* Korrektur. Diese Ausprägung des Koppelementes ermöglicht eine einfache Parametrierung des Übertragungsverhaltens und dient in diesem Kapitel als Basis für zusätzliche Erweiterungen in Richtung Reduktion von auftretenden unerwünschten

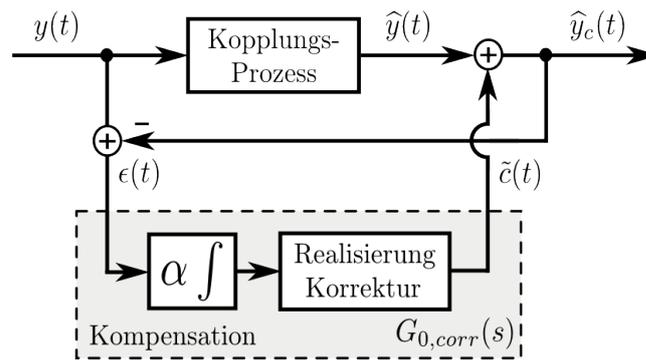


Abbildung 5.1: Äquivalente Darstellung des Koppelementes ohne Erweiterungen

Kopplungseffekten, wie:

- *Aliasing* - Aliasing wird hervorgerufen durch notwendige Signalabtastung im Zuge der Kopplung und führt neben einem Informationsverlust u. U. zur Anregung träger Systemkomponenten des nachfolgenden Teilsystems.
- Hochfrequente Signalanteile - Unstetigkeiten entstehen typischerweise zu den Koppelzeitpunkten aufgrund von Fehlschätzungen und regen u. U. hochdynamische Komponenten des nachfolgenden Teilsystems an, beeinträchtigen die Lösungsgenauigkeit des eingesetzten numerischen Lösungsalgorithmus sowie evtl. dessen Initialisierungsaufwand.

Der Effekt der Korrektur wurde in dem vorhergehenden Kapitel ausführlich dargestellt. Er gewährleistet eine annähernd ideale Kopplung in einem beschränkten unteren Frequenzbereich. Eine Ausnützung dieser Eigenheit motiviert nun, Maßnahmen zur Unterdrückung unerwünschter Kopplungseffekte in das Koppelement einzubetten. Konkret werden in diesem Kapitel Tiefpassfilter verwendet und im Koppelement geschickt integriert. Es wird an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass Tiefpassfilterung der Koppelsignale *ohne* zusätzliche Maßnahmen zur Korrektur die Koppelsignale zwar glättet, jedoch eine weitere Modifikation¹ der Koppelsignale auftritt und diese damit verfälscht.

5.1.1 Äquivalente Darstellung

Zur Erweiterung des vorgeschlagenen Kopplungselementes (NEPCE) um Methoden zur Vermeidung von *Aliasing*-Effekten und hochfrequenten Anteilen in den Koppelsignalen, ist eine äquivalente Darstellung des Koppelement beschreibenden Blockschaltbildes anzuführen. In Abbildung 5.1 ist zudem eine mögliche Repräsentation des in Abschnitt 4.3 vorgestellten Koppelementes dargestellt. Der Einstellparameter β bestimmt das Ausmaß der Korrektur und wurde hier bewusst vernachlässigt. Zum Zeigen der Äquivalenz der gewählten Darstellung wird die gesamte Übertragungsfunktion des Koppelementes angeschrieben

$$H_{ext}^{(corr)}(s) = \frac{\hat{y}_c(s)}{y(s)} = \frac{H(s)_{ext} + G_{0,corr}(s)}{1 + G_{0,corr}(s)}, \quad (5.1)$$

¹Durch eine Tiefpassfilterung der Koppelsignale nach erfolgter Extrapolation wird eine zusätzliche Zeitverschiebung bzw. Phasendrehung erzeugt.

wobei $H_{ext}(s)$ das Übertragungsverhalten des verwendeten Extrapolationsverfahren beschreibt. Der Ausdruck *corr* symbolisiert dabei die eingesetzte Methode zur Realisierung der Korrektur. Additives Erweitern der Übertragungsfunktion (Glg. 5.1) mit

$$0 = \frac{H(s)_{ext}G_{0,corr}(s) - H(s)_{ext}G_{0,corr}(s)}{1 + G_{0,corr}(s)} \quad (5.2)$$

und anschließendes Umschreiben liefert sodann die gewohnte fundamentale Beschreibung (vgl. Glg. 4.15) des Übertragungsverhaltens

$$H_{ext}^{(corr)}(s) = H_{ext}(s) + G_{corr}(s)[1 - H_{ext}(s)] \quad (5.3)$$

mit

$$G_{corr}(s) = \frac{G_{0,corr}(s)}{1 + G_{0,corr}(s)}. \quad (5.4)$$

Durch die existierende interne Schleife muss die Auslegung eines stabilen Systems $G_{corr}(s)$ über den Parameter α zur Kompensation gewährleistet sein, wobei für das System *ohne* Erweiterung $|1 - \alpha| < 1$ gilt, vgl. Abs. 4.5.1. Das abgebildete Blockschaltbild entspricht somit dem vorgestellten Koppелеlement nach Abbildung 4.6. Vielmehr eignet sich die gewählte Darstellung (Abb. 5.1) für systematische Erweiterungen zur Reduktion von Störeffekten, hervorgerufen durch die Kopplung.

5.2 Realisierung *quasi-analoger* Filter

Im Hinblick auf Co-Simulation erweist sich die Anwendung von *analogen* Filtern als problematisch: Eine *zeitkontinuierliche* Beschreibung der Koppelsignale existiert nicht. Koppelsignale stellen die Lösung der unterlagerten numerischen Lösungsalgorithmen zu diskreten, i. A. nicht äquidistanten, Zeitpunkten - Mikro-Zeitschritten - dar. Diese *zeitdiskrete* Wertefolge approximiert die Werte der exakten kontinuierlichen Lösung des Systems an den Stützstellen. Eine Möglichkeit, die es erlaubt, trotzdem *analoge* Filter anzuwenden, ist eine spezielle Umwandlung der *diskreten* Wertefolge $y(t_\delta^{<L>})$ in eine *kontinuierliche* Funktion $y(t)$. Eine einfache und intuitive Interpretation der *zeitdiskreten* Wertefolge als *kontinuierlicher* Verlauf ist durch die Annahme einer *stückweise affinen* Funktion gegeben

$$y(t) = kt + y(t_\delta^{<L-1>}) \quad \text{mit } t \in (t_\delta^{<L-1>}, t_\delta^{<L>}], \quad (5.5)$$

wobei für die Steigung k der Geradengleichung 5.5 gilt:

$$k = \frac{y(t_\delta^{<L>}) - y(t_\delta^{<L-1>})}{t_\delta^{<L>} - t_\delta^{<L-1>}}. \quad (5.6)$$

Abbildung 5.2 zeigt dazu einen beispielhaften Verlauf der Lösung. Vorteil dieser Interpretation ist, dass nun *analoge* Tiefpassfilter zur Unterdrückung von *Aliasing*-Effekten und hochfrequenten Signalanteilen in Bezug auf die gewählte Makro-Schrittweite entworfen und angewandt werden können. Darüber hinaus ist eine Auswertung des entworfenen Filters zu *nicht* äquidistanten Mikro-Zeitschritten möglich, was eine universelle bzw. flexible Einsetzbarkeit erlaubt.

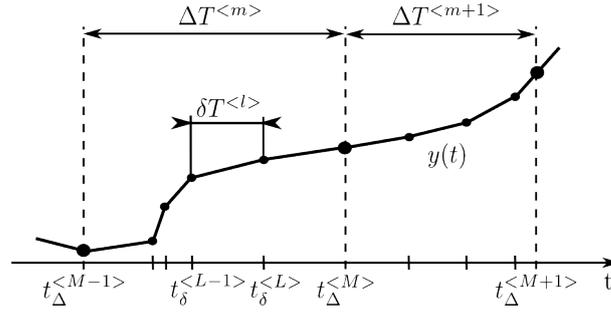


Abbildung 5.2: Interpretation der diskreten Wertefolge einer numerischen Lösung als *stückweise affine* kontinuierliche Funktion über nicht äquidistante Mikro-Schrittweiten

Ausgangspunkt für die Berechnung ist die Zustandsraumdarstellung eines kontinuierlichen SISO Systems, das in diesem Kontext einen Tiefpassfilter n -ter Ordnung *ohne* Durchgriff beschreibt:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (5.7)$$

Die Lösung des Differential-Gleichungssystems in Gleichung 5.7 lautet

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\mathbf{x}_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau)\mathbf{b}u(\tau)d\tau, \quad (5.8)$$

wobei $\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\}$ die Transitionsmatrix des kontinuierlichen Systems (Glg. 5.7) darstellt [37]. Interessant ist nun aber die Lösung zu einem bestimmten Zeitpunkt t_1 , ausgehend vom Startzeitpunkt $t_0 = 0$ unter Berücksichtigung des bekannten Anfangszustandes $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$

$$\mathbf{x}(t_1) = \Phi(t_1)\mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_1-\tau)\mathbf{b}u(\tau)d\tau. \quad (5.9)$$

Substituieren einer affinen Funktion $u(\tau) = k\tau + u_0$, mit $u_0 = u(t_0)$, für die Eingangsfunktion $u(\tau)$ im Intervall $\tau \in [t_0, t_1]$ ermöglicht analytisches Lösen des Faltungsintegrals in Gleichung 5.9 und führt zu einer Lösung folgender Form, samt Messgleichung:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t_1) &= \Phi(t_1)\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_1(t_1)k + \mathbf{h}_2(t_1)u_0 \\ y(t_1) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t_1)\end{aligned}\quad (5.10)$$

Die Koeffizientenvektoren $\mathbf{h}_1(t_1)$ und $\mathbf{h}_2(t_1)$ stellen dabei die Lösung der beiden Integrale dar:

$$\mathbf{h}_1(t_1) = \int_0^{t_1} \Phi(t_1-\tau)\tau\mathbf{b}d\tau \quad (5.11)$$

$$\mathbf{h}_2(t_1) = \int_0^{t_1} \Phi(t_1-\tau)\mathbf{b}d\tau \quad (5.12)$$

Dieser Formalismus kann nun angewandt werden, um einen ursprünglich *analogen* bzw. *kontinuierlichen* Filter für *stückweise affine* Koppelsignale mit evtl. *nicht* äquidistanter Mikro-Schrittweite, wie über Gleichung 5.5 und 5.6 definiert, zu implementieren. Der Endzeitpunkt $t_1 = \delta T^{<l>}$ ist demnach äquivalent der aktuellen Abtastschrittweite. Da hier genau genommen unter der Annahme einer *stückweise affinen* Eingangsfunktion eine *zeitdiskrete* Realisierung eines *analogen* Filters möglich ist, wird in weiterer Folge anstatt von einer *analogen* von einer *quasi-analogen* Filterung gesprochen.

5.2.1 Parametrisierung

Um die Realisierung von *quasi-analogen* Tiefpassfiltern allgemein weiterzuführen wird von folgender Übertragungsfunktion eines Tiefpassfilters $F(s)$ ausgegangen, wobei der Grad des Zählerpolynoms *immer* kleiner als der Grad des Nennerpolynoms ist:

$$F(s) = \frac{\gamma_{n-1}s^{n-1} + \dots + \gamma_1s + \gamma_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (5.13)$$

Besonders vorteilhaft ist, dass dieses Übertragungssystem unmittelbar in Zustandsraumdarstellung, speziell in der *Steuerbarkeitsnormalform*, angeschrieben werden kann [37]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdot & -a_{n-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} u(t) \\ y(t) &= \underbrace{[\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}]}_{\mathbf{c}^T} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (5.14)$$

Diese einfache Transformation in den Zeitbereich ermöglicht somit die Ermittlung eines *quasi-analogen* Tiefpassfilters in der anwendbaren Form (Glg. 5.10) über den angeführten Formalismus (Glg. 5.7-5.12). Die Anwendung des ausgewählten Filters ist dadurch auch für *variable* Mikro-Schrittweiten gewährleistet.

Ein noch offener Punkt ist die Ermittlung der Koeffizienten des Filters (Glg. 5.10). Grundvoraussetzung für eine Anwendung des Filters in Bezug auf eine *nicht* äquidistante Abtastung, ist eine allgemeine Vorschrift zur Parametrisierung der benötigten Transitionsmatrix $\Phi(t_1)$ und der beiden Koeffizientenvektoren $\mathbf{h}_1(t_1)$ bzw. $\mathbf{h}_2(t_1)$. D. h. die Transitionsmatrix und die beiden Koeffizientenvektoren müssen *symbolisch* ermittelt werden. Aufgrund der stark ansteigenden Komplexität ist eine *symbolische* Auswertung jedoch nur beschränkt möglich (siehe Abs. A.3.1). Um aber trotzdem Tiefpassfilter in beliebiger Ordnung implementieren zu können, erfolgt eine Reihenschaltung von Tiefpassfiltern 1-ter und 2-ter Ordnung.

Tiefpassfilter 1-ter Ordnung

Als anschauliches Beispiel wird hier die Überführung eines *analogen* Tiefpassfilters 1-ter Ordnung nach Gleichung 5.13 in einen *quasi-analogen* Tiefpassfilter 1-ter Ordnung nach

Vorschrift 5.10 dargestellt. Unmittelbares Anschreiben des Filters in *Steuerbarkeitsnormalform* (Glg. 5.14) führt zu nachfolgendem Zustandsraummodell mit *skalarer* Zustandsgröße $x(t)$:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -a_0x(t) + u(t) \\ y(t) &= \gamma_0x(t)\end{aligned}\tag{5.15}$$

Die zugehörige Parametrisierung der Transitionsmatrix $\Phi(t_1)$ und der Koeffizientenvektoren $h_1(t_1)$ bzw. $h_2(t_1)$ kann durch *symbolisches* Lösen der Faltungsintegrale 5.11 bzw. 5.12 bestimmt werden:

$$\begin{aligned}\Phi(t_1) &= e^{-a_0t_1} \\ h_1(t_1) &= \frac{1}{a_0^2} (e^{-a_0t_1} + a_0t_1 - 1) \\ h_2(t_1) &= \frac{1}{a_0} (1 - e^{-a_0t_1})\end{aligned}\tag{5.16}$$

Einsetzen in die Systemgleichungen 5.10 führt zur *zeitdiskreten* Vorschrift des *quasi-analogen* Tiefpassfilter 1-ter Ordnung:

$$\begin{aligned}x(t_1) &= \Phi(t_1)x(t_0) + h_1(t_1)k + h_2(t_1)u(t_0) \\ y(t_1) &= \gamma_0x(t_1)\end{aligned}\tag{5.17}$$

Tiefpassfilter 2-ter Ordnung

Angelehnt an die *symbolische* Bestimmung der Koeffizienten des Tiefpassfilters 1-ter Ordnung können auch die Koeffizienten eines Tiefpassfilters 2-ter Ordnung ermittelt werden. Filter 2-ter Ordnung sind aus Gründen von komplexwertigen Polpaaren² notwendig. Das zugehörige Zustandsraummodell lautet dazu nach 5.14

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [\gamma_0, \gamma_1] \mathbf{x}(t).\end{aligned}\tag{5.18}$$

Abermals kann über *symbolische* Berechnung eine Parametrisierung der Transitionsmatrix $\Phi(t_1)$ und der beiden Koeffizientenvektoren $\mathbf{h}_1(t_1)$ bzw. $\mathbf{h}_2(t_1)$ ermittelt werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist diese Parametrisierung im Anhang A.3.1 ausführlich angeführt. Die *zeitdiskrete* Vorschrift des *quasi-analogen* Tiefpassfilter 2-ter Ordnung lautet hierzu:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t_1) &= \Phi(t_1)\mathbf{x}(t_0) + \mathbf{h}_1(t_1)k + \mathbf{h}_2(t_1)u(t_0) \\ y(t_1) &= [\gamma_0, \gamma_1] \mathbf{x}(t_1)\end{aligned}\tag{5.19}$$

Durch diese Abhandlung ist es möglich, ein *stückweise affines* Koppelsignal entsprechend *quasi-analog*, unter Verwendung *konstanter* oder *variabler* Mikro-Schrittweiten, zu filtern.

²Aufgrund des Tiefpasscharakters der Übertragungsfunktion würde für etwaige komplexwertige Nullstellen ein Filter 3-ter Ordnung benötigt werden. In dieser Arbeit werden *keine* Tiefpassfilter mit komplexen Nullstellen verwendet, sodass eine maximale Filterordnung von $n = 2$ ausreicht.

Initialisierung

Im Hinblick auf die Anwendung der vorgestellten Filter auf die Koppelsignale bei *nicht-iterativer* Co-Simulation ist es notwendig, sich mit der Frage einer geeigneten Initialisierung zu beschäftigen. Koppelsignale bzw. Eingangssignale der Filter stammen, in Abhängigkeit von der festgelegten Ausführungsreihenfolge der in der Co-Simulation involvierten Simulatoren, von vorgeschalteten Teilsystemen oder vom Anwender definierten Startwerten. D. h., der Filter muss vor der ersten Filteranwendung in einem bestimmten Arbeitspunkt initialisiert werden, sodass gilt:

$$y(t_0) = u(t_0) \quad (5.20)$$

In einem 1. Ansatz könnte die Ausgangsgleichung 5.10 in Kombination mit Bedingung 5.20 dazu verwendet werden, um den initialen Filterzustand $x(t_0)$ zu ermitteln

$$x(t_0) = \frac{1}{c}y(t_0). \quad (5.21)$$

Dieser Ansatz ist jedoch nur für Filter 1-ter Ordnung zielführend. Bei einem Filtern 2-ter Ordnung, oder i. A. bei Filtern höherer Ordnung, erhält man ein unterbestimmtes Gleichungssystem, das unendlich viele Lösungen besitzt! Ein allgemeiner und gangbarer Weg ist die Betrachtung des Systems im Ruhezustand, d. h. $x(t_1) = x(t_0)$. In diesem Fall gilt für Vorschrift 5.10 bei konstanter Eingangsgröße $u(t_0)$, mit $k = 0$:

$$\mathbf{x}(t_0) = [\mathbf{I} - \Phi(t_1)]^{-1} \mathbf{h}_2(t_1)u(t_0) \quad (5.22)$$

Im einem solchen Ruhezustand, wo aufgrund der Einheitsverstärkung des verwendeten Tiefpassfilters Bedingung 5.20 gilt, ist somit sichergestellt, dass der Tiefpassfilter im vorgesehenen Arbeitspunkt initialisiert wird und *nicht* zu Beginn der Co-Simulation die Koppelsignale verfälscht.

5.2.2 Anpassung der Filter an die Makro-Schrittweite

Neben der Vorstellung der Realisierung *quasi-analoger* Tiefpassfilter zum Filtern von Koppelsignalen, stehen in diesem Abschnitt *parameterabhängige* Filter im Vordergrund. Genau genommen erfolgt hier eine Anpassung der Filterkoeffizienten an die *aktuell* verwendete Makro-Schrittweite.

Tiefpassfilter dämpfen hochfrequente Signalanteile und eignen sich deshalb für den Einsatz als *Anti-Aliasing* und Rekonstruktionsfilter. In beiden Fällen bestimmt die gewählte Abtastschrittweite die sinnvolle Bandbreite der entworfenen Tiefpassfilter. Im Kontext *nicht-iterativer* Co-Simulation repräsentiert die Makro-Schrittweite die Abtastperiodendauer, woran sich die Filterauslegung orientiert. D. h. im Falle von *variabler* Makro-Schrittweite müssen die Filterkoeffizienten zu den Koppelzeitpunkten, dort wo sich die Makro-Schrittweite ändern kann, angepasst werden. Zur Ableitung wird dazu von einem Tiefpassfilter 1-ter Ordnung ausgegangen. Die Knickfrequenz $\omega_c = c/\Delta T$, wobei c ein bestimmter Koeffizient ist, ist allgemein in Abhängigkeit von der Abtastperiodendauer bzw. der Makro-Schrittweite angegeben:

$$H(j\omega) = \frac{1}{\frac{j\omega}{\omega_c} + 1} = \frac{1}{\frac{\Delta T}{c} j\omega + 1} = \frac{\frac{c}{\Delta T}}{j\omega + \frac{c}{\Delta T}} \quad (5.23)$$

In dieser Darstellung ist die Abhängigkeit der Filterkoeffizienten von der Makro-Schrittweite offensichtlich. Basierend auf dieser einfachen Betrachtungsweise kann nun eine elegante Parametrisierung der Tiefpassfilter in Abhängigkeit der Makro-Schrittweite festgelegt werden. Dazu werden ein allgemeiner Tiefpassfilter und dessen Koeffizienten, in Abhängigkeit der Makro-Schrittweite, angeschrieben

$$F(s) = \frac{\mu_{n-1} (\Delta T s)^{n-1} + \dots + \mu_1 (\Delta T s) + \mu_0}{(\Delta T s)^n + \nu_{n-1} (\Delta T s)^{n-1} + \dots + \nu_1 (\Delta T s) + \nu_0}. \quad (5.24)$$

Erfolgt nun die Auslegung des Tiefpassfilters (Glg. 5.24) in einem *normierten* Zeitbereich mit $\Delta T \equiv 1$, so führt dies zu einer Übertragungsfunktion folgender Form:

$$F(s) = \frac{\mu_{n-1} s^{n-1} + \dots + \mu_1 s + \mu_0}{s^n + \nu_{n-1} s^{n-1} + \dots + \nu_1 s + \nu_0} \quad (5.25)$$

Ausgehend von dieser allgemeinen Übertragungsfunktion können nun die Koeffizienten des Tiefpassfilters 1-ter Ordnung

$$\gamma_0 = \frac{\mu_0}{\Delta T} \quad a_0 = \frac{\nu_0}{\Delta T} \quad (5.26)$$

und des Tiefpassfilters 2-ter Ordnung

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \frac{\mu_0}{\Delta T^2} & \gamma_1 &= \frac{\mu_1 \Delta T}{\Delta T^2} = \frac{\mu_1}{\Delta T} \\ a_0 &= \frac{\nu_0}{\Delta T^2} & a_1 &= \frac{\nu_1 \Delta T}{\Delta T^2} = \frac{\nu_1}{\Delta T} \end{aligned} \quad (5.27)$$

in Abhängigkeit der *aktuellen* Makro-Schrittweite ermittelt werden (vgl. Glg. 5.13).

Initialisierung

Mit Änderung der Makro-Schrittweite im Koppelzeitpunkt erfolgt auch die Anpassung der Filterkoeffizienten in geeigneter Art und Weise. Diese Änderung führt zu einem neuen System, sodass auch der Zustand des Filters zu diesem Zeitpunkt nachgezogen werden muss! Generell soll bei Änderung der Filterkoeffizienten nur das dynamische Verhalten der Tiefpassfilter nachhaltig modifiziert werden und *nicht* der Verlauf des Koppelsignals im Koppelzeitpunkt. Aus dieser Überlegung lässt sich sofort eine notwendige Bedingung zur Initialisierung des Filters anschreiben

$$y(t_0) = y_{old}(t_0), \quad (5.28)$$

wobei $y_{old}(t_0)$ den Wert der Ausgangsgröße des Filters vor Änderung der Filterkoeffizienten repräsentiert. D. h., der Zustand des Filters im Koppelzeitpunkt nach erfolgter Anpassung der Filterkoeffizienten an die Makro-Schrittweite muss so gewählt werden, damit

die Ausgangsgröße des Filters *nicht* geändert wird und der Filter in einem äquivalenten Arbeitspunkt startet! Bedingung 5.28 ist durch die Annahme eines stationären Arbeitspunktes - Ruhelage - und denselben Überlegungen wie in Abschnitt 5.2.1 mit geringem Aufwand erfüllbar:

$$\mathbf{x}(t_0) = [\mathbf{I} - \mathbf{\Phi}(t_1)]^{-1} \mathbf{h}_2(t_1) y_{old}(t_0) \quad (5.29)$$

Beim Umschalten der Makro-Schrittweite während einer stationären Phase ist somit eine geeignete Vorschrift gefunden (Glg. 5.29). Erfolgt jedoch die Änderung der Makro-Schrittweite während einer transienten Phase, so kommt es beim Einsatz eines Filters höherer Ordnung ($n \geq 2$) im Umschaltzeitpunkt zu einer abrupten Änderung des Koppelsignals, was nicht erwünscht ist. Ein Lösungsweg bietet sich dadurch, dass nicht ausschließlich der Wert des Koppelsignals zum Koppelzeitpunkt bzw. Umschaltzeitpunkt (Glg. 5.28) verwendet, sondern mehrere, in der Vergangenheit liegende, Stützstellen des Koppelsignals zur Initialisierung des Filters herangezogen werden. Dieser Vorgang wird im Folgenden anhand eines allgemeinen *quasi-analogen* Filters 2-ter Ordnung beschrieben:

$$\begin{bmatrix} x_1(t_1) \\ x_2(t_1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi_{11}(t_1) & \Phi_{12}(t_1) \\ \Phi_{21}(t_1) & \Phi_{22}(t_1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Phi}(t_1)} \begin{bmatrix} x_1(t_0) \\ x_2(t_0) \end{bmatrix} + \mathbf{h}_1(t_1)k + \mathbf{h}_2(t_1)u(t_0) \quad (5.30)$$

$$y(t_1) = \underbrace{[c_1, c_2]}_{\mathbf{c}^T} \begin{bmatrix} x_1(t_1) \\ x_2(t_1) \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Durch die Wahl von $t_1 = \delta T^{<l>}$ stellt $\mathbf{x}(t_1)$ den Filterzustand zum Koppelzeitpunkt dar und $\mathbf{x}(t_0)$ den Zustand des Filters im vorherigen Berechnungsschritt. Aus dem angeführten System und Bedingung 5.29 lassen sich sofort zwei Gleichungen anschreiben:

$$y_{old}(t_0) = c_1 x_1(t_0) + c_2 x_2(t_0) \quad (5.32)$$

$$y_{old}(t_1) = \mathbf{c}^T \mathbf{\Phi}(t_1) \mathbf{x}(t_0) + \mathbf{c}^T \mathbf{h}_1(t_1)k + \mathbf{c}^T \mathbf{h}_2(t_1)u(t_0) \quad (5.33)$$

Unter Verwendung der Zustands-Differenzgleichungen (Glg. 5.30) kann in der 2-ten Messgleichung (Glg. 5.33) der Filterzustand zum Koppelzeitpunkt $\mathbf{x}(t_1)$ eliminiert werden, sodass nur mehr die zwei unbekanntenen Variablen $x_1(t_0)$ und $x_2(t_0)$ verbleiben. Anschließendes Einsetzen und Umformen der Gleichungen liefert die Beziehungen für den Filterzustand $\mathbf{x}(t_0)$:

$$x_1(t_0) = \frac{y_{old}(t_0) - c_2 x_2(t_0)}{c_1} \quad (5.34)$$

$$x_2(t_0) = \frac{c_1 \Phi_{11} + c_2 \Phi_{21} - c_1 y_{old}(t_1) + c_1 \mathbf{c}^T \mathbf{h}_1(t_1)k + c_1 \mathbf{c}^T \mathbf{h}_2(t_1)u(t_0)}{c_1 \Phi_{11} + c_2 \Phi_{21} - c_1^2 \Phi_{12} - c_1 c_2 \Phi_{22}} \quad (5.35)$$

Die Ermittlung des gesuchten und aktuellen Filterzustandes $\mathbf{x}(t_1)$ führt darauffolgend über die Zustands-Differenzgleichungen (vgl. Glg. 5.30)

$$\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{\Phi}(t_1) \mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_1(t_1)k + \mathbf{h}_2(t_1)u(t_0). \quad (5.36)$$

Durch diese Anpassung des Filterzustandes, nach Modifikation der Filterkoeffizienten in Bezug auf die Makro-Schrittweite, ist nun gewährleistet, dass das Koppelsignal vom Koppelzeitpunkt aus mit der neuen Filtercharakteristik gefiltert wird, ohne Störungen durch

einen inkonsistenten Filterzustand zu erzeugen. Speziell bei der Verwendung von Filtern höherer Ordnung kann dies auch in transienten Bereichen durch eine Initialisierung über die Beziehungen 5.34, 5.35 und 5.36 gewährleistet werden.

5.2.3 Beispielhafte Anwendung

Zur Absicherung der abgeleiteten Beziehungen zur Realisierung *quasi-analoger* Tiefpassfilter erfolgt in diesem Abschnitt eine Demonstration der Filteranwendung anhand eines einfachen Beispiels. Dazu werden speziell Tiefpassfilter 1-ter und 2-ter Ordnung angewendet, um einen vorgegebenen Verlauf zu filtern. Abbildung 5.3 zeigt die Ergebnisse.

Als Eingangsgröße $u(t)$ wurden mehrere zeitlich versetzte Sprünge aufgeschaltet, um einen möglichst großen Effekt am Filterausgang $y(t)$ zu erzielen. Wie bei einem Koppelsignal ist die Eingangsgröße nur zu diskreten Zeitpunkten definiert, wobei die Abtastschrittweite bzw. die Mikro-Schrittweite *nicht* äquidistant gewählt wurde. Neben der Mikro-Schrittweite wurde auch die Makro-Schrittweite variiert, um das modifizierte dynamische Verhalten der Filter darzustellen.

Zu Beginn der Filterung 1-ter und 2-ter Ordnung ist es notwendig, den Zustand des Tiefpassfilters entsprechend zu initialisieren. Die Initialisierung erfolgte über die angeführte Gleichung 5.22, sodass beide Filter im vorgesehenen *stationären* Arbeitspunkt ($y(t=0) = 10$) starten und das Signal $u(t)$ zu Beginn *nicht* verfälschen. Wie erwartet resultieren aufgrund der unterschiedlichen Tiefpassfilter entsprechende zeitliche Verläufe der Ausgangsgrößen. Dabei wurden die Ausgangsgrößen der Tiefpassfilter ausschließlich zu den diskreten Zeitpunkten, wo auch die Eingangsgröße definiert ist, ausgewertet und resultieren in den Stützstellen $y(t_s^{<L>})$. Zu den Zeitpunkten $t = 4\text{ s}$ und $t = 8.2\text{ s}$ wurde die Makro-Schrittweite sprungförmig verändert. Nach obigen Ausführungen muss bei Änderung der Makro-Schrittweite auch die Filtereinstellungen angepasst werden, was zu einem neuen dynamischen System führt. In beiden Fällen ist dies im Ausgangssignal erkennbar. Bei der Filterung mittels des Filters 1-ter Ordnung ist eine *stationäre* Betrachtung ausreichend, wobei der Filter, entsprechend Gleichung 5.29, zum Umschaltzeitpunkt initialisiert wurde. Diese Form der Initialisierung führt im Falle Filter höherer Ordnung bei Umschaltzeitpunkten während *transienter* Phasen zu starken Änderungen der Koppelsignale. Dieser Effekt ist durch den punktierten Verlauf im mittleren Bild dargestellt. Es ist deutlich erkennbar, dass durch Anwendung der vorgeschlagenen Vorschrift, unter Verwendung der Gleichungen 5.34, 5.35 und 5.36, diesem unerwünschten Verhalten vorgebeugt werden kann. Speziell zum Umschaltzeitpunkt bei $t = 8.2\text{ s}$ ist die Anpassung des dynamischen Verhaltens ersichtlich.

Anhand dieses einfachen Beispiels werden die wesentlichen Aspekte, wie die Initialisierung der Tiefpassfilter und Filterung bei *variabler* Mikro- und Makro-Schrittweite, abgedeckt. Unter Verwendung der vorgestellten *quasi-analoger* Tiefpassfilter ist es somit möglich, Koppelsignale, die nur zu *diskreten* Zeitpunkten definiert sind, *quasi-analog* zu filtern.

5.3 Erweiterung um *Anti-Aliasing*

Zur Realisierung eines beliebigen Extrapolations- bzw. Schätzverfahrens ist es bei *nicht-iterativer* Kopplung notwendig, das Koppelsignal zu den Koppelzeitpunkten abzutasten. Im speziellen Fall von bandbegrenzten Koppelsignalen und geeignet gewählter Makro-

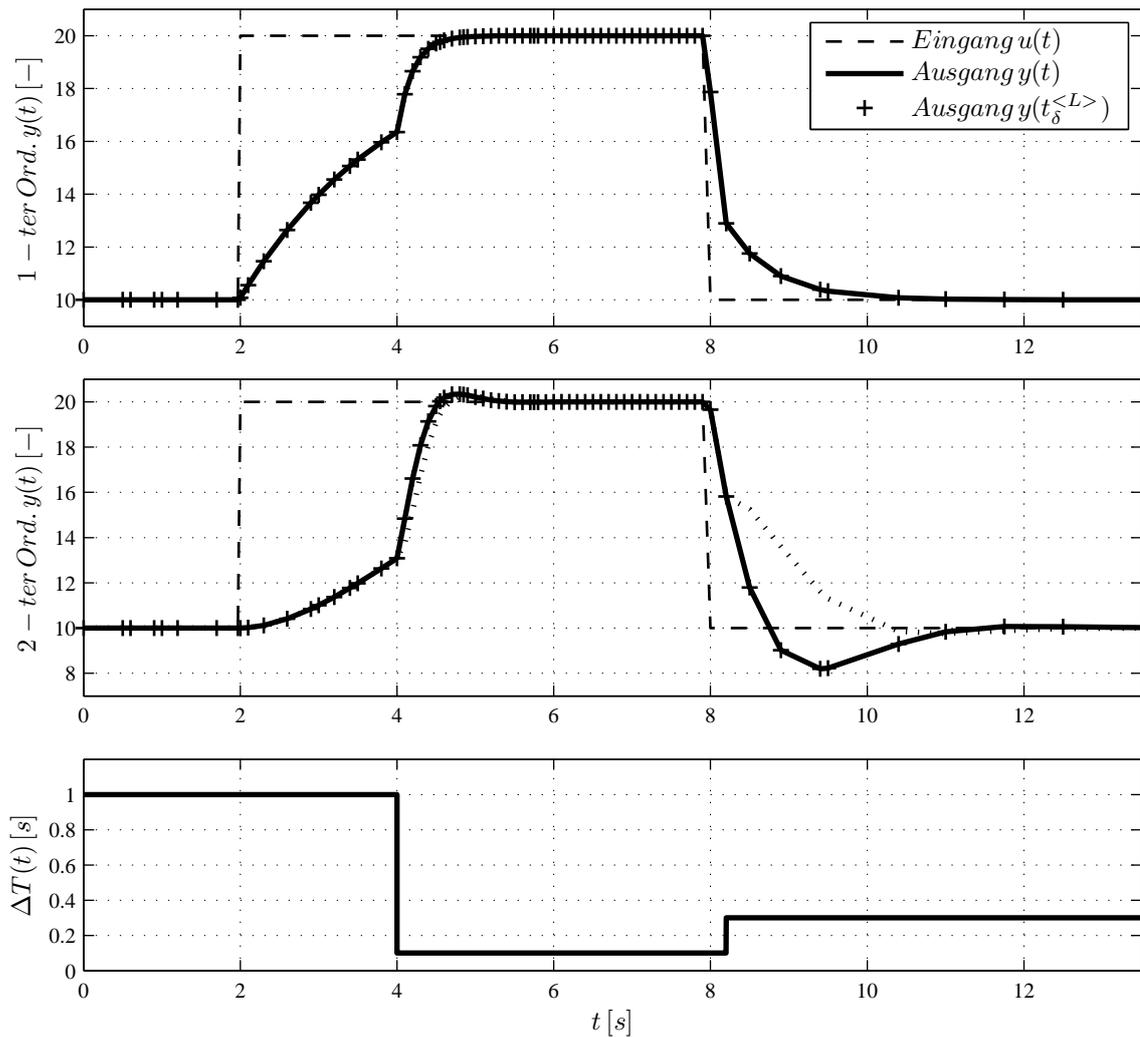


Abbildung 5.3: Darstellung geeigneter Initialisierung der Filter zu Beginn und Umschalten der Filterdynamik in Bezug auf die aktuelle Makro-Schrittweite. Filterung erfolgt für variable Mikro-Schrittweiten mittels Filter 1-ter Ordnung (oben) und Filter 2-ter Ordnung (Mitte).

Schrittweite, kann *Aliasing* vermieden werden. Treten hingegen plötzliche oder sprungförmige Änderungen auf, so hat dies ein nicht bandbegrenzttes Koppelsignal und demnach *Aliasing* zur Folge (vgl. Abs. 3.2.4). Spiegelfrequenzspektren regen u. U. das nachfolgend angekoppelte Teilsystem zusätzlich an, was das Verhalten des co-simulierten Systems beeinflusst. *Anti-Aliasing* Filter begrenzen vor dem Abtastprozess die Bandbreite des Signals und stellen eine wirkungsvolle Gegenmaßnahme dar. Als nachteilig erweist sich deren Phasendrehung. Diese Tiefpassfilter werden typischerweise analog ausgeführt, da ein zeitdiskreter Filter wiederum einen Abtastprozess erfordern würden und sich somit die Problematik mit *Aliasing* erneut stellt [7]. Eine Möglichkeit zur Realisierung eines analogen *Anti-Aliasing*-Filters in Form eines *quasi-analogen* Filters wurde im vorhergehenden Abschnitt bereits vorgeschlagen. Zu diskutieren ist noch dessen Effekt und Eingliederung in die Struktur des vorgestellten Koppellelementes (Abb. 5.1).

Wie bereits in den einleitenden Kapiteln dargestellt, kann durch den Einsatz eines Tief-

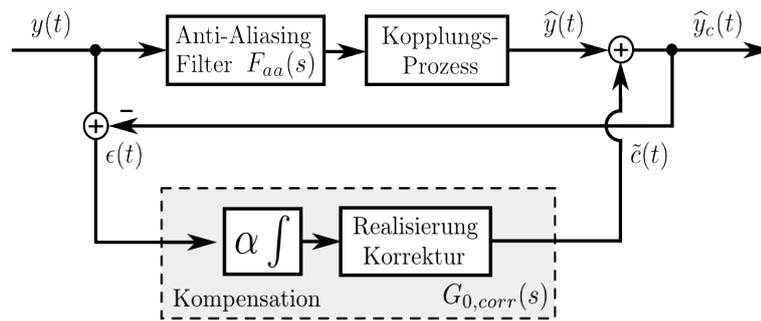


Abbildung 5.4: Äquivalente Darstellung des Koppellements mit *Anti-Aliasing* Erweiterung

passfilters die Bandbreite des Koppelsignals begrenzt werden, sodass *Aliasing*-Effekte unterdrückt werden. Einhergehend mit einer Tiefpassfilterung des Koppelsignals ist die resultierende unerwünschte Phasendrehung. Zudem erfolgt zusätzlich ein Informationsverlust durch die Glättung. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, den durch den angewandten *Anti-Aliasing*-Filter verursachten Fehler bei der Kompensation zusätzlich durch das NEPCE zu korrigieren. Abbildung 5.4 zeigt die dazu notwendige Anordnung des *Anti-Aliasing*-Filters $F_{aa}(s)$. Entgegenwirken von möglichem *Aliasing* erfolgt durch die Bandbegrenzung des Koppelsignals kurz vor der Abtastung. Zur Ermittlung des Fehlersignals $\epsilon(t)$ wird das *ungefilterte* Koppelsignal $y(t)$ herangezogen. Der Kopplungsfehler setzt sich in diesem Fall aus dem Schätzfehler infolge Extrapolation und der Störung durch den *Anti-Aliasing*-Filter zusammen. Der Einfluss des *Anti-Aliasing*-Filters kann demnach als zusätzliche Störung des Extrapolationsverfahrens interpretiert werden. D. h. eine Anwendung eines *Anti-Aliasing*-Filters bei *nicht-iterativer* Co-Simulation wird im Prinzip erst durch die vorteilhaften Eigenschaften der nahezu energieerhaltenden Strategie ermöglicht.

5.3.1 Auslegung eines *Anti-Aliasing*-Filters

Der *Aliasing*-Effekt wird durch die notwendige Abtastung von nicht bandbegrenzten Koppelsignalen zu den Koppelzeitpunkten hervorgerufen. *Anti-Aliasing*-Filter stellen eine wirkungsvolle Gegenmaßnahme dar und aufgrund der günstigen Eigenschaften der einleitend vorgestellten *Butterworth*-Filter (Abs. 2.3.2) werden in dieser Arbeit ausschließlich Tiefpassfilter dieses Typs eingesetzt. Diese Filter zeichnen sich u. A. durch die sehr elegante und einfache Art der Parametrierung aus, was die Auslegung der Filter vereinfacht.

Zur Auslegung der Filter bei *nicht-iterativer* Co-Simulation sind jedoch einige Vorüberlegungen notwendig. Die Realisierung eines idealen Tiefpassfilters (siehe Abb. 3.4) ist generell nicht möglich, sodass das Verhalten angenähert werden muss. Die erzielbare Qualität der Approximation wird im Wesentlichen von der Filterordnung bestimmt. Des Weiteren bringt eine hohe Filterordnung den nachteiligen Effekt eines steilen Phasenverlaufes im Übergang zwischen Durchlass- und Sperrbereich mit sich. Bei der Verwendung von Filtern im Zuge von *nicht-iterativer* Co-Simulation ist ein steiler Phasenverlauf nicht erwünscht, sodass der Filterordnung Grenzen gesetzt sind. Der *Butterworth*-Filtertyp besitzt, in Relation zu anderen in der Praxis oft eingesetzten Filtertypen, wie z. B. *Chebyshev*- oder *Ellipsoid*-Filter, einen relativ flachen Phasenverlauf im Übergangsbereich und eignet sich deswegen für den Einsatz bei *nicht-iterativer* Co-Simulation [7]. Dazu sind in Abbildung

2.6 *BODE'*-Diagramme für Filter unterschiedlicher Ordnung dargestellt. Es ist ersichtlich, dass bereits ein Filter 2-ter Ordnung eine erhebliche Phasendrehung im unteren Frequenzbereich verursacht und somit die Kapazitäten zur Korrektur des NEPCE-Koppelementes nahezu ausschöpft. Aus diesem Grund werden zur Unterdrückung des *Aliasing*-Effektes ausschließlich *Butterworth*-Filter 1-ter und 2-ter Ordnung eingesetzt.

Die Spezifikation eines *Butterworth*-Filters erfordert typischerweise die Festlegung der Bandbreiten ω_p und ω_s sowie die minimale bzw. maximale Verstärkung δ_p und δ_s im Durchlass (*passband*) und Sperrbereich (*stopband*). Aus diesen Parametern lassen sich, wie in Abschnitt 2.3.2 einleitend gezeigt, die resultierenden Entwurfparameter, die Filterordnung n_{aa} und die Knickfrequenz $\omega_{c,aa}$ des Filters analytisch bestimmen. Diese Flexibilität kann jedoch bei der Anwendung als *Anti-Aliasing*-Filters bei *nicht-iterativer* Co-Simulation nicht aufrecht erhalten werden, da die Filterordnung, wie oben erwähnt, beschränkt ist ($n_{aa} \leq 2$). D. h. der typische Entwurfsprozess muss leicht abgeändert werden. Neben der Filterordnung n_{aa} ist es sinnvoll die Bandbreite $\omega_{p,aa}$ und die zugehörige minimale Verstärkung des Filters $\delta_{p,aa}$ festzulegen. Aus diesen Parametern kann die Knickfrequenz des Filters bestimmt werden (vgl. Glg. 2.19)

$$\omega_{c,aa} = \frac{\omega_{p,aa}}{2n_{aa}\sqrt{10^{-\frac{\delta_{p,aa}}{10}} - 1}},$$

wodurch in weiterer Folge die normierten Filterkoeffizienten skaliert werden (Glg. 2.20). Die Wahl der Bandbreite und der minimalen Verstärkung ist i. A. dem Anwender überlassen, trotzdem wird hier abschließend eine geeignete Festlegung diskutiert. In Abbildung 3.4 sind die Betragskennlinien der unterschiedlichen und meist eingesetzten Extrapolationsverfahren dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Extrapolationsverfahren die Koppelsignale in einem sehr kleinen unteren Frequenzbereich annähernd fehlerfrei übertragen. Genau in diesem Bereich soll der *Anti-Aliasing*-Filter annähernd Einheitsverstärkung besitzen. Ausgedrückt in den Entwurfparametern lautet somit eine sinnvolle Parametrierung:

$$n_{aa} \in \{1, 2\} \quad \omega_{p,aa} \geq 1.0 \text{ rad} \quad \delta_{p,aa} \leq -1 \text{ dB} \quad (5.37)$$

Wie aus Abbildung 2.6 zu entnehmen ist, dämpft z. B. ein *Butterworth*-Filter 2-ter Ordnung hochfrequente Signalanteile, die im Zuge der Abtastung in das interessierende Frequenzband gespiegelt werden könnten, annähernd vollständig.

Abschließend sei an dieser Stelle angemerkt, dass die beschriebene Parametrierung im normierten Frequenzbereich erfolgt, was einer normierten Makro-Schrittweite $\Delta T = 1.0 \text{ s}$ entspricht. Festlegung einer anderen konstanten oder auch variablen Makro-Schrittweite erfordert eine Anpassung bzw. Skalierung der Filterkoeffizienten wie in Abschnitt 5.2.2 beschrieben.

Die vorgestellte Auslegung des Filters im normierten Frequenzbereich und die einfache Anpassung an aktuelle Makro-Schrittweiten erfordern minimalen Konfigurationsaufwand während der Co-Simulation und eignen sich somit für den praktischen Einsatz.

5.4 Rekonstruktion des Koppelsignals

Bei *nicht-iterativer* Co-Simulation sind Extrapolationsverfahren zwingend erforderlich, um netzwerkinterne Schleifen lösen zu können. Dabei stellen Extrapolationsverfahren

Schätzverfahren dar, die immer mit einem Schätzfehler behaftet sind. Folglich entstehen an den Koppelzeitpunkten sprunghafte Änderungen des geschätzten Verlaufes $\hat{y}(t)$, wodurch im nachfolgenden Teilsystem ein evtl. erhöhter Initialisierungsaufwand und/oder ein numerischer Diskretisierungsfehler resultiert [4]. In diesem Abschnitt wird eine weitere Modifikation des NEPCE vorgestellt, mit der die durch die notwendige Kopplung erzeugten hochfrequenten Störungen unterdrückt werden.

Ähnlich zu Signalverarbeitungsketten entspricht die notwendige Modifikation einem sog. Rekonstruktionsfilter, der das ursprüngliche Koppelsignal aus dem extrapolierten Signal rekonstruiert [42]. In der Theorie sollte dieser Filter einen *idealen* Tiefpassfilter repräsentieren, der die, durch den Abtastprozess eingeführten, Spiegelfrequenzspektren ausblendet und das Spektrum im interessierenden ursprünglichen Frequenzbereich entsprechend skaliert. Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt erwähnt, erfolgt eine Annäherung eines *idealen* Tiefpasses durch spezielle, in der Praxis bewährte, Tiefpassfilter bestimmter Ordnung [7].

Zum Anwenden des analogen Rekonstruktionsfilters sind dieselben Überlegungen wie bei der Realisierung des *Anti-Aliasing*-Filters notwendig. Eine am Eingang des Rekonstruktionsfilters anliegende Wertefolge muss als kontinuierliche, in diesem Fall als stückweise affine, Funktion interpretiert werden, sodass es möglich ist, einen analogen Filter in *quasi-analoger* Form zu realisieren (vgl. Abs. 5.2). Die äquivalente Darstellung (Abb. 5.5 a) des vorgestellten NEPCE erlaubt nun eine begründete Eingliederung des Rekonstruktionsfilters in die Struktur des Koppel-elementes. Dabei ist zu beachten, dass neben den Unstetigkeiten in den geschätzten Koppelsignalen durch die angewandten Extrapolationsverfahren auch die gewählte Realisierung der Korrektursignale hochfrequente Signalanteile³ produziert. D. h., um alle hochfrequenten Anteile im korrigierten Koppelsignal $\hat{y}_c(t)$ zu unterdrücken, ist die Eingliederung des Rekonstruktionsfilters $F_r(s)$ nach der Korrektur sinnvoll. Eine Glättung des ermittelten Korrekturverlaufes führt in weiterer Folge zu einer Modifikation des Korrektursignals, wodurch die Güte des Kopplungselementes beeinflusst wird. Einzige verbleibende Möglichkeit ist die Integration des Rekonstruktionsfilters wie in Abbildung 5.5 gezeigt. In diesem Fall erweist sich die äquivalente Darstellung des Koppel-elementes als sehr nützlich. Der Einfluss, wie z. B. die unerwünschte Phasendrehung des Rekonstruktions-Filters, wird somit zusätzlich bei der Korrektur berücksichtigt. Nachteilig bei dieser Lösung erweist sich die implizite Modifikation der internen geschlossenen Schleife des Korrektursystems (vgl. Abb. 5.5 b), sodass die Stabilitätsanalyse neu aufgerollt werden muss. Der Einfluss des Rekonstruktionsfilters kann als zusätzliche Störung des Extrapolationsverfahrens und auch der Korrektur interpretiert werden. Generell wird auch hier die Anwendung eines Rekonstruktionsfilters bei *nicht-iterativer* Co-Simulation im Prinzip erst durch die vorteilhaften Eigenschaften des NEPCE ermöglicht. Eine allein-stehende Anwendung des Rekonstruktionsfilters würde zu einer Verschlechterung der Extrapolation führen und kontraproduktiv wirken.

5.4.1 Auslegung eines Rekonstruktionsfilters

Rekonstruktionsfilter stellen i. A. Tiefpassfilter dar. Für Anwendungen zu Rekonstruktionszwecken im Zuge von *nicht-iterativer* Co-Simulation bietet der *Butterworth*-Filter in Kombination mit dem NEPCE günstige Eigenschaften. Die maximal flache Bandpassre-

³Bei *konstanter* Korrektur repräsentiert der Korrekturverlauf eine stückweise konstante Funktion und bei Anwendung *linearer* Korrektur eine Sägezahnfunktion.

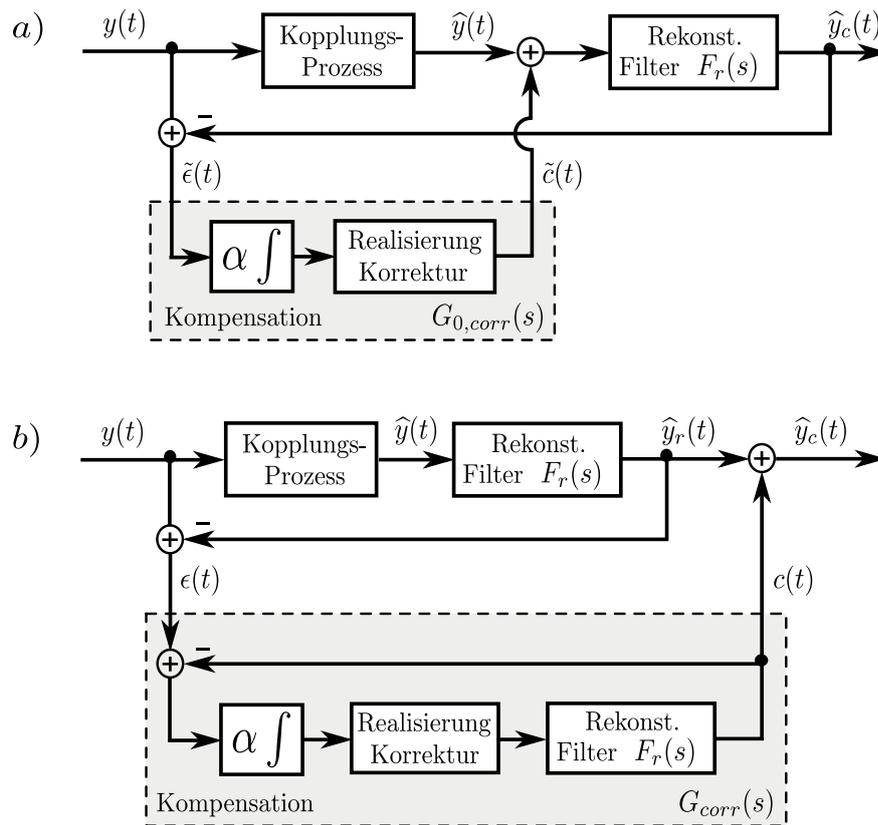


Abbildung 5.5: Äquivalente Darstellung des Koppellements mit Erweiterung um Rekonstruktionsfilter

tion verfälscht nur geringfügig das Übertragungsverhalten im unteren interessierenden Frequenzbereich und der relativ flache Phasenübergang vom Durchlass- in den Sperrbereich wirkt sich akzeptabel auf das Übertragungsverhalten des gesamten Koppellements aus. Neben der einfachen Parametrierbarkeit ergibt sich der wohl entscheidende Vorteil durch die einfache Struktur des *Butterworth*-Filters, dessen Übertragungsfunktion *keine* Nullstellen und ausschließlich Polstellen in der linken offenen Halbebene besitzt (vgl. Glg. 2.15). Diese Eigenheit ermöglicht eine einfache Skalierung der Leistungsfähigkeit des Koppellements, worauf in Abschnitt 5.5.3 noch Bezug genommen wird.

Die Festlegung der Filtercharakteristik basiert auf denselben Überlegungen wie beim Entwurf des *Anti-Aliasing*-Filters. Aufgrund des nachteiligen Effektes der einhergehenden Phasendrehung sollte die Filterordnung nicht zu hoch gewählt werden. Etwas mehr Spielraum ist hier jedoch gegeben, da der Rekonstruktionsfilter explizit in der internen Schleife des Kompensationssystems berücksichtigt wird. Mit entsprechender Auslegung des Einstellparameters α kann dadurch die Korrektur wieder angepasst werden, was zur Berücksichtigung der Filterung des Korrektursignals führt. Hauptaugenmerk liegt auf dem Übertragungsverhalten im Durchlassbereich des Filters, sodass sich die Knickfrequenz $\omega_{c,r}$ neben der Filterordnung n_r an der Bandbreite $\omega_{p,r}$ und der minimalen Verstärkung $\delta_{p,r}$ orientiert (vgl. Glg. 2.19)

$$\omega_{c,r} = \frac{\omega_{p,r}}{2n_r \sqrt{10^{-\frac{\delta_{p,r}}{10}} - 1}}$$

Wie beim Festlegen der Entwurfsparameter des *Anti-Aliasing*-Filters ist auch beim Rekonstruktionsfilter die Auslegung dem Anwender überlassen. Zur Unterstützung werden hier sinnvolle Grenzen der Parameter angegeben:

$$n_r \in \{1, 2, \dots, 4\} \quad \omega_{p,r} \geq 1.0 \text{ rad} \quad \delta_{p,r} \leq -1 \text{ dB} \quad (5.38)$$

Diese Parameter wurden in Anlehnung an Abbildung 3.4 mit dem Hintergrund festgelegt, dass der entworfene Rekonstruktionsfilter hochfrequente Anteile im geschätzten Koppelsignal ausblendet. Aufgrund der Beschränkung der Filterordnung ist eine vollkommene Auslöschung der hochfrequenten Anteile nicht möglich. Unter Beachtung des interessierenden unteren Frequenzbereiches ist jedoch eine ausreichende Dämpfung der hochfrequenten Signalkomponenten vorhanden. Zusätzlich werden die Unstetigkeiten der Korrektursignale eliminiert, was zu gut geglätteten Koppelsignalen führt.

5.5 Stabilitätsanalyse der erweiterten NEPCE

Eine universelle Anwendbarkeit der Koppellemente für sowohl *konstante* als auch *variable* Makro-Schrittweiten erfordert die Sicherstellung der Stabilität der Kompensationssysteme über einfache Einstellregeln. Speziell die Verallgemeinerung auf *variable* Makro-Schrittweiten erschwert eine Stabilitätsanalyse des *zeitkontinuierlichen* Systems aufgrund der enthaltenen Totzeitglieder erheblich, siehe Abschnitt 4.4.2. Wie auch beim ursprünglichen Koppellement *ohne* zusätzliche Filter erlaubt hingegen eine *zeitdiskrete* Betrachtung über Fehler- und Korrekturflächen eine einfache Parametrierung der NEPCE. Dieser Ansatz wird auch in diesem Abschnitt dazu verwendet, um die Stabilität der Koppellemente mit Filteranwendungen zu gewährleisten.

Eine *zeitdiskrete* Betrachtung über Flächen ist durch die prinzipielle Vorgangsweise bei der *nicht-iterativen* Co-Simulation begründet und stellt i. A. *keine* Einschränkung dar. Nur zum Koppelzeitpunkt ist die Ermittlung des Fehlers und der daraus resultierenden Korrektur möglich. D. h. der Korrekturverlauf muss bereits zum Koppelzeitpunkt für den nächsten Makro-Zeitschritt festgelegt werden. Bislang wurde die bestimmte Korrekturfläche in Form der sog. *konstanten* oder *linearen* Korrektur realisiert und über den nächsten Makro-Zeitschritt verteilt (Abs. 4.2). Durch eingeführte Rekonstruktionsfilter wird jedoch der so bestimmte Verlauf der Korrektur nachträglich modifiziert, sodass zum einen *nicht* die vorgesehene Korrekturfläche aufgeschaltet wird und zum anderen, sich auch das Stabilitätsverhalten des Kompensationssystems verändert. Diese Probleme lassen sich wiederum in einer *zeitdiskreten* Betrachtungsweise behandeln. Dazu wird das Kopplungselement in der ursprünglichen Darstellung repräsentiert. Das Kopplungselement in Abbildung 5.5 (b) beinhaltet explizit die interne Schleife, bestehend aus der Realisierung der Korrektur und dem Rekonstruktionsfilter. Basierend auf diesem Kompensationssystem wird nachfolgend eine allgemeine *zeitdiskrete* Vorschrift abgeleitet und eine geeignete Methode zur Parametrierung vorgestellt.

5.5.1 Zeitdiskretes Kompensationssystem

In Kapitel 4 erfolgte im Zuge der Stabilitätsanalyse die Einführung eines *zeitdiskreten* Kompensationssystems, das die wesentlichen Vorteile einer einfachen stabilen Parametrie-

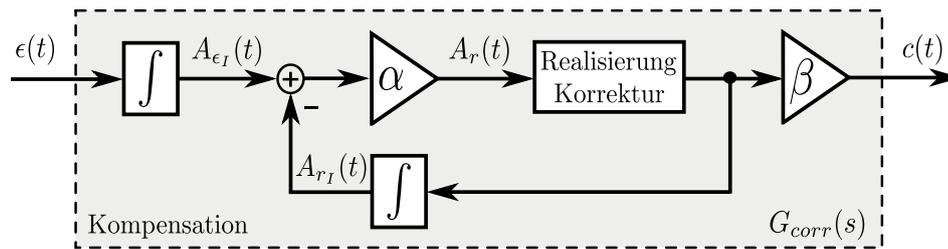


Abbildung 5.6: Allgemeine Darstellung des Kompensationssystems zur Realisierung von *konstanter* und *linearer* Korrektur

zung und die Implementierbarkeit für den Einsatz mit *konstanter* als auch mit *variabler* Makro-Schrittweite aufweist. Bevor nun die abgeleitete *zeitdiskrete* Vorschrift (Glg. 4.81), basierend auf Fehler- und Korrekturflächen, nach Erweiterung um einen *zeitdiskreten* Filter zum Auslegen verwendet wird, muss die *zeitdiskrete* Vorschrift in einer abgeänderten Form angeschrieben werden. Dazu wird in diesem Abschnitt erneut eine *zeitdiskrete* Vorschrift mit demselben Effekt abgeleitet.

Ausgehend vom Kompensationssystem zur Realisierung *konstanter* bzw. *linearer* Korrektur (Abb. 4.6) kann aufgrund der Linearitätseigenschaft der Integrator aus der Schleife bzw. in den Rückführpfad geschoben werden, wie in Abbildung 5.6 skizziert. Auffällig dabei ist, dass hier am Eingang der Schleife die gesamte *aufintegrierte* Fehlerfläche $A_{\epsilon_I}^{<m>}$ zum m -ten Koppelzeitpunkt anliegt

$$A_{\epsilon_I}^{<m>} = A_{\epsilon_I}^{<m-1>} + A_{\epsilon}^{<m>} \quad \text{mit} \quad A_{\epsilon_I}^{<0>} = 0. \quad (5.39)$$

Eine neu eingeführte Größe $A_r(t)$ repräsentiert den Verlauf der Fläche, deren Wert zum M -ten Koppelzeitpunkt zur Realisierung über den nachfolgenden Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m+1>}$ herangezogen wird

$$A_r^{<m+1>} = \alpha (A_{\epsilon_I}^{<m>} - A_{r_I}^{<m>}), \quad (5.40)$$

wobei im Rückführpfad die gesamte, ebenfalls *aufintegrierte* Realisierungsfläche $A_{r_I}^{<m>}$ durch folgende Beziehung *zeitdiskret* beschrieben ist:

$$A_{r_I}^{<m>} = A_{r_I}^{<m-1>} + A_r^{<m>} \quad \text{mit} \quad A_{r_I}^{<0>} = 0 \quad (5.41)$$

Die Gleichungen 5.39 - 5.41 repräsentieren schließlich eine neue Form der *zeitdiskreten* Vorschrift. Im speziellen Fall der Kopplung *ohne* Anwendung einer Filterung gilt, dass die Korrekturfläche $A_c^{<m+1>}$ über den nächsten Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m+1>}$ der über β skalierten Realisierungsfläche $A_r^{<m+1>}$ entspricht (vgl. Glg. 4.79)

$$A_c^{<m+1>} = \beta A_r^{<m+1>}.$$

Zum Beweis der Äquivalenz der beiden vorgestellten *zeitdiskreten* Vorschriften kann das in Abschnitt 4.5.1 vorgestellte *zeitdiskrete* Kompensationssystem abgeleitet werden. Substituieren der Gleichungen 5.39 und 5.41 in Gleichung 5.40 führt zu

$$\begin{aligned}
A_r^{<m+1>} &= \alpha (A_{\epsilon_I}^{<m-1>} + A_\epsilon^{<m>}) - \alpha (A_{r_I}^{<m-1>} + A_r^{<m>}) \\
&= \underbrace{\alpha (A_{\epsilon_I}^{<m-1>} - A_{r_I}^{<m-1>})}_{A_r^{<m>}} - \alpha A_r^{<m>} + \alpha A_\epsilon^{<m>}, \tag{5.42}
\end{aligned}$$

woraus unter Verwendung von Beziehung 4.79 aus dem speziellen Fall *ohne* Filteranwendung, die bereits eingeführte *zeitdiskrete* Vorschrift resultiert (vgl. Glg. 4.81)

$$A_c^{<m+1>} = (1 - \alpha)A_c^{<m>} + \alpha\beta A_\epsilon^{<m>}.$$

Somit konnte gezeigt werden, dass die beiden Systeme äquivalent sind und denselben Korrekturingriff $c(t)$ erzeugen. Die damit erzielte allgemeine Form erlaubt nun eine Erweiterung zur Berücksichtigung eines *zeitdiskreten* Filters im Kompensationssystem.

5.5.2 Zeitdiskretes Kompensationssystem mit Filter

Eine Erweiterung des NEPCE um einen Rekonstruktionsfilter erfordert eine Modifikation des Kompensationssystems, was das dynamische Verhalten des Kompensationssystems beeinflusst. Zum Durchführen einer Stabilitätsanalyse muss dieser Filter im Kompensationssystem eingebettet werden.

Eine anschauliche Darstellung des modifizierten Kompensationssystems ist in Abbildung 5.7 angeführt. Dabei wurde der Filter aus der Schleife gezogen bzw. in den Rückführpfad geschoben, was aufgrund der Linearitätseigenschaft möglich ist. Zudem ist der Skalierungsparameter β auf Eins gesetzt bzw. in der Grafik vernachlässigt. Grund dafür ist, dass die angewandte Filterung die Leistungsfähigkeit des Koppelementes bereits dermaßen beeinträchtigt, sodass eine zusätzliche Abschwächung durch eine Parameterwahl $0 < \beta < 1$ rein destruktiv wirkt.

Die bislang getätigte Überlegung, dass exakt die für die Realisierung vorgesehene Fläche $A_r^{<m+1>}$ zur Realisierung verwendet wird, kann bei Anwendung einer Filterung *nicht* mehr gewährleistet werden! Genau an dieser Stelle muss die Filterung berücksichtigt werden. Als problematisch erweist sich die Tatsache, dass der Verlauf des gefilterten Signals eine beliebige Funktion darstellen kann und sich somit ein *zeitdiskretes* Kompensationssystem nicht einfach ableiten lässt. Eine Lösungsmöglichkeit bietet jedoch wiederum die Betrachtung von Flächen zu diskreten Zeitpunkten. D. h. eine Diskretisierung des Filters samt nachgeschaltetem Integrator erlaubt die Formulierung einer *zeitdiskreten* Vorschrift. Dabei ist zwischen der Realisierung einer *stückweise konstanten* oder einer *stückweise linearen* Funktion zu unterscheiden. Beide Male erfolgt die Diskretisierung über die Lösung der Zustands-Differentialgleichungen des resultierenden Systems, siehe Anhang B.1. Dieser Schritt führt zu einem *zeitdiskreten* System in Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^{<m+1>} &= \Phi \mathbf{x}^{<m>} + \mathbf{h} A_r^{<m+1>} \\
A_{r_I}^{<m+1>} &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}^{<m+1>}, \tag{5.43}
\end{aligned}$$

mit Anfangszustand $\mathbf{x}^{<0>} = \mathbf{0}$, wobei sich die Ordnung⁴ $n+1$ des Systems an der Ordnung n des angewandten Filters orientiert. Ersetzen der Gleichung 5.41 durch das *zeitdiskrete*

⁴Die Ordnung des *zeitdiskreten* Systems ist aufgrund des Integrators um eins höher als die Ordnung des eingesetzten Filters.

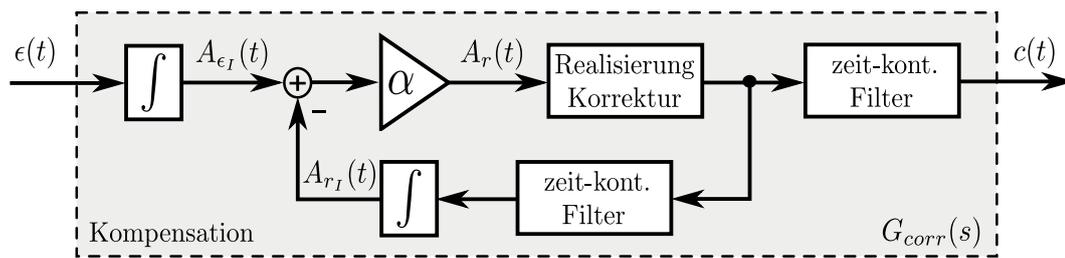


Abbildung 5.7: Allgemeine Darstellung des Kompensationssystems zur Realisierung von *konstanter* und *linearer* Korrektur ergänzt um einen Filter

System 5.43 liefert eine geeignete Vorschrift, die hier zur Vollständigkeit samt Gleichungen 5.39 und 5.40 angeführt ist:

$$\begin{aligned}
 A_{\epsilon_I}^{<m>} &= A_{\epsilon_I}^{<m-1>} + A_{\epsilon}^{<m>} \\
 A_r^{<m+1>} &= \alpha (A_{\epsilon_I}^{<m>} - \mathbf{c}^T \mathbf{x}^{<m>}) \\
 \mathbf{x}^{<m+1>} &= \Phi \mathbf{x}^{<m>} + \mathbf{h} A_r^{<m+1>}
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

Die tatsächlich über den nachfolgenden Makro-Zeitschritt $\Delta T^{<m+1>}$ verwendete Korrekturfläche $A_c^{<m+1>}$ ist in Vorschrift 5.44 *nicht* explizit ersichtlich. Dazu müsste eine weitere Gleichung eingeführt werden, die jedoch nicht notwendig ist:

$$A_c^{<m+1>} = A_{r_I}^{<m+1>} - A_{r_I}^{<m>} = \mathbf{c}^T (\mathbf{x}^{<m+1>} - \mathbf{x}^{<m>}) \tag{5.45}$$

Die abgeleitete *zeitdiskrete* Vorschrift des Kompensationssystems für Anwendung eines Rekonstruktionsfilters bildet eine allgemeine Form. D. h. beim Auslegen des NEPCE *ohne* Filteranwendung kann diese Vorschrift beibehalten werden. Einfaches Einsetzen von $\Phi = \mathbf{h} = \mathbf{c}^T = 1$ und anschließendes Umformen, für den Spezialfall *ohne* Filter (Filterordnung $n = 0$), führt zu

$$A_{r_I}^{<m+1>} = A_{r_I}^{<m>} + A_r^{<m+1>},$$

was einem *zeitdiskreten* Integrator und somit Gleichung 5.41 entspricht. Wie bereits im vorherigen Abschnitt gezeigt, kann in Kombination mit den Gleichungen 5.39 und 5.40 die gewohnte Beziehung 4.81 bestimmt werden.

5.5.3 Stabilitätsanalyse

Zur Analyse der Stabilität des *zeitdiskreten* Kompensationssystems nach Gleichung 5.44 ist der interessierende Zusammenhang nicht direkt ersichtlich. Einige einfache Umformungen führen zu der Differenzgleichung

$$\mathbf{x}^{<m+1>} = [\Phi - \alpha \mathbf{h} \mathbf{c}^T] \mathbf{x}^{<m>} + \alpha \mathbf{h} A_{\epsilon_I}^{<m>}, \tag{5.46}$$

wobei im Wesentlichen zwei Fragen im Vordergrund stehen. Ist das System prinzipiell über den *skalaren* Einstellparameter α stabilisierbar und in weiterer Folge, welche Werte sind für diesen Parameter zulässig?

Stabilisierbarkeit

Der Begriff *Stabilisierbarkeit* ist für instabile Systeme geeignet und eng mit den Eigenschaften der *Steuerbarkeit* verknüpft. Konkret wird ein System *stabilisierbar* genannt, wenn alle instabilen Eigenwerte *steuerbar* sind [58]. Liegt im Gegensatz ein *steuerbares* stabiles System vor, so ist bei Anwendung eines Reglers interessant, in welchen Grenzen der Regelkreis stabil ist. D. h., um im Falle einer *instabilen* Strecke einen stabilen Regelkreis zu erhalten, muss gewährleistet werden, dass die *instabilen* Eigenwerte des Systems *steuerbar* sind. *Stabilisierbarkeit* ist demnach unter der Berücksichtigung, dass die Filter nach Gleichung 5.14 im Zustandsraum immer in *Steuerbarkeitsnormalform* vorliegen, in den *meisten* Fällen gegeben. Eine Ausnahme kann durch die anschließende Überführung des *zeitkontinuierlichen* Systems in ein *zeitdiskretes* System entstehen, was eventuell zum Verlust der *Steuerbarkeit* führt. Dieser Spezialfall kann jedoch ausgeschlossen werden, wenn für *alle* Eigenwerte s_i bzw. s_k der Systemmatrix \mathbf{A} des kontinuierlichen Systems, die den *gleichen Realteil* σ aufweisen, d. h.

$$s_i = \sigma + j\omega_i \quad \text{bzw.} \quad s_k = \sigma + j\omega_k, \quad (5.47)$$

die Diskretisierungszeit T_s die folgende Ungleichung erfüllt [37]:

$$(\omega_i - \omega_k)T_s \neq \pm\nu 2\pi \quad \text{mit} \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (5.48)$$

Die Diskretisierungszeit entspricht im Rahmen dieser Arbeit der Makro- bzw. der *normierten* Makro-Schrittweite. Tritt ein solcher Fall ein, so kann dem Verlust der *Steuerbarkeit* durch leichtes Abändern der Filtercharakteristik vorgebeugt werden. Demzufolge gilt, dass alle hier betrachteten Systeme *steuerbar* und somit, im Falle von instabilen Strecken, auch *stabilisierbar* sind.

Eine Aussage, ob es nun durch den *skalaren* Parameter α möglich ist, ein stabiles Kompensationssystem auszulegen, kann i. A. *nicht* getroffen werden. Speziell im Fall eines steuerbaren instabilen Systems mit Ordnung $n \geq 2$ ist dies *nicht* immer gegeben, da hier im Prinzip nur ein *skalärer Proportionalregler* mit Ausgangsrückführung verwendet wird. Bei Einsatz eines Zustandsreglers, bei dem der gesamte Zustandsvektor zurückgeführt wird, könnte durch die Möglichkeit der beliebigen Polplatzierung zusätzlich jedes *steuerbare* instabile System stabilisiert werden. Einen Ausweg bietet hier die Möglichkeit, nur stabile Systeme bzw. Filter zu verwenden, ohne unnötig Komplexität hinzuzufügen, sodass ausschließlich über den *skalaren* Einstellparameter α die Stabilität garantiert werden kann. Den geforderten Einschränkungen genügt der bereits angeführte *Butterworth*-Filter, der in *zeitkontinuierlicher* Darstellung ausschließlich Pole in der linken offenen komplexen Halbebene aufweist, siehe Abs. 2.3.2.

Wertebereich des Einstellparameters

Um die Frage nach dem Wertebereich des Einstellparameters α , der zu einem stabilen Regelkreis führt, zu beantworten, wird die Stabilität der Ruhelagen des zeitdiskreten Kompensationssystems betrachtet. Grundlegend für diesen Stabilitätsbegriff ist die Betrachtung des freien bzw. autonomen Systems mit der Systemmatrix \mathbf{A}_{comp} des Kompensationssystems (Glg. 5.46)

$$\mathbf{x}^{<m+1>} = \mathbf{A}_{comp} \mathbf{x}^{<m>} \quad \text{mit} \quad \mathbf{A}_{comp} = \mathbf{\Phi} - \alpha \mathbf{h} \mathbf{c}^T. \quad (5.49)$$

Bei einem stabilen System gilt $|z_i| < 1$ für die Eigenwerte z_i der Dynamikmatrix \mathbf{A}_{comp} . Zur Sicherstellung dieser Forderung durch den *skalaren* Einstellparameter α existiert eine Reihe von Möglichkeiten zur Analyse von *linearen zeit-invarianten* Systemen [37, 74]. Eine geeignete und generelle Methode ist die Verwendung der Stabilitätstheorie nach *LYAPUNOV*. Dabei wird anhand von einer sog. *LYAPUNOV*-Funktion $V(\mathbf{x})$ die Stabilität des freien bzw. autonomen Systems nachgewiesen [75]. Vorteilhaft ist, dass sich die Theorie auf *zeitdiskrete* Systeme übertragen lässt [28, 79], wobei für die *LYAPUNOV*-Funktion eine quadratische Form angesetzt wird

$$V(\mathbf{x}^{<m>}) = \mathbf{x}^{T<m>} \mathbf{P} \mathbf{x}^{<m>} > 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{P} > 0 \quad (5.50)$$

für deren diskrete Ableitung

$$V(\mathbf{x}^{<m+1>}) - V(\mathbf{x}^{<m>}) < 0 \quad (5.51)$$

gilt. Mehrfaches Einsetzen der Gleichungen 5.49 und 5.50 sowie anschließendes Umformen liefert

$$\begin{aligned} V(\mathbf{x}^{<m+1>}) - V(\mathbf{x}^{<m>}) &= \mathbf{x}^{T<m+1>} \mathbf{P} \mathbf{x}^{<m+1>} - \mathbf{x}^{T<m>} \mathbf{P} \mathbf{x}^{<m>} \\ &= \mathbf{x}^{T<m>} (\mathbf{A}_{comp}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{comp} - \mathbf{P}) \mathbf{x}^{<m>} < 0 \end{aligned} \quad (5.52)$$

und daraus erhält man, durch Einführen einer positiv definiten Matrix $\mathbf{Q} > 0$, die sog. *zeitdiskrete algebraische LYAPUNOV*-Gleichung:

$$\mathbf{A}_{comp}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{comp} - \mathbf{P} = -\mathbf{Q} \quad (5.53)$$

Asymptotische Stabilität ist gewährleistet, falls diese Gleichung (Glg. 5.53) mit einer positiv definiten Matrix \mathbf{P} erfüllt wird. Zum Lösen wurden bereits unterschiedliche Verfahren⁵ vorgeschlagen.

Nach diesen systemtechnischen Betrachtungen und dem Vorschlag einer Methode zur Sicherstellung eines stabilen Kompensationssystems über den Einstellparameter α , ist der stabilisierende Wertebereich zu definieren. Interessant ist nun für die Anwendung die maximal mögliche Verstärkung $\bar{\alpha}$, damit das Kompensationssystem für Werte im Intervall $\alpha \in [0, \bar{\alpha}]$ stabil ist. Zur Ermittlung der maximalen Verstärkung wird ein *Intervallhalbierungs*-Algorithmus verwendet, der iterativ, bis zum Erreichen einer bestimmten Genauigkeit, die *zeitdiskrete algebraische LYAPUNOV*-Gleichung löst. Ähnlich zu dem Vorschlag in Abschnitt 4.5.1 kann somit ein Wert für α im Intervall $0 \leq \alpha \leq \bar{\alpha}$ über einen prozentualen Wert $0 \leq \gamma \leq 100\%$ gewählt und somit intuitiv das Ausmaß der Korrektur bestimmt werden:

$$\alpha = \frac{\bar{\alpha}}{100\%} \gamma \quad \beta = 1 \quad (5.54)$$

⁵Eine Lösungsmöglichkeit bietet sich z. B. über Optimierung unter Verwendung von YALMIP [56] oder über einen numerischen Algorithmus `dlvap` ($\mathbf{A}_{comp}, \mathbf{Q}$) in MATLAB.

Durch diese Abhandlung ist die Festlegung der Parameter α und β auch für den Fall eines modifizierten Kompensationssystems gegeben, was den Einsatz eines Rekonstruktionsfilters in Kombination mit dem vorgeschlagenen Koppellement erlaubt.

5.6 Bibliotheksansatz

Die angestellten separaten Betrachtungen des Koppellementes und dessen Funktionen bieten ein breites Spektrum an Funktionalitäten. Neben der reibungsfreien Anwendbarkeit des Koppellementes bei *konstanter* oder *variabler* Makro-Schrittweite und *mit* oder *ohne* Modifikationen zur Korrektur von Koppelwirkungen, ist eine problemspezifische Anpassung an die vorliegende Aufgabenstellung möglich. Im Allgemeinen können unterschiedliche Koppelgrößen innerhalb einer einzigen Co-Simulation mit speziell zugeschnittenen bzw. parametrisierten NEPCE Koppellementen übertragen werden. Zur einfachen und universellen Anwendbarkeit wird dazu ein modularer Bibliotheksansatz vorgeschlagen.

Das in Kapitel 4 vorgeschlagene nahezu energieerhaltende Koppellement besitzt die spezielle Eigenschaft, das Übertragungsverhalten der Kopplung im unteren und interessierenden Frequenzbereich zu verbessern. Unabhängig von der gewählten Extrapolationstechnik zur Schätzung von noch unbekanntem Koppelverhalten, wird ein Korrektursignal bestimmt, das den einhergehenden Schätzfehler kompensiert. Ausgehend von den vorhandenen Anbindungsmöglichkeiten der involvierten Simulatoren kann dieses Korrektursignal stückweise *konstant* oder *linear* geartet sein. Der damit geschaffene Freiraum erlaubt eine intelligente Erweiterung der Kopplung um weitere Elemente zur Reduzierung von auftretenden Kopplungseffekten, worauf der Fokus in diesem Kapitel liegt. Für die Anwendung von variablen Makro-Schrittweiten wurde eine zweckmäßige Lösung durch eine Transformation des Schätzfehlers und des Korrektursignals gefunden. Diese eingeführte Transformation ermöglicht eine gesamtheitliche Analyse der Kompensationssysteme und bietet im Hinblick auf die Implementierung Vorteile. Eine flexible Konfiguration der Kopplung ist somit möglich und umfasst im Wesentlichen die folgenden Eigenschaften:

- Unabhängigkeit von der gewählten Extrapolationstechnik zur Schätzung von Koppelgrößen.
- Einsatz des Koppellementes für *konstante* als auch *variable* Makro-Schrittweite.
- Anpassung der Korrektur an die Schnittstellen der Simulationstools.
- Unterdrücken des, durch die Abtastung eventuell auftretenden, *Aliasing*-Effektes.
- Unterdrücken von hochfrequenten Anteilen in den Koppelsignalen.

Das Koppellement besitzt somit eine Reihe an Freiheitsgraden, sodass eine Anpassung an eine spezifische Problemstellung möglich ist. Aufgrund der separaten Betrachtung der unterschiedlichen Eigenschaften bzw. Erweiterungen des nahezu energieerhaltenden Koppellementes ist ein modularer Ansatz naheliegend. In Abbildung 5.8 ist dazu das vorgeschlagene Koppellement samt Erweiterungen und Bibliotheksansatz schematisch dargestellt.

Der Vorteil der flexiblen Struktur und Konfiguration des Koppellementes bringt den

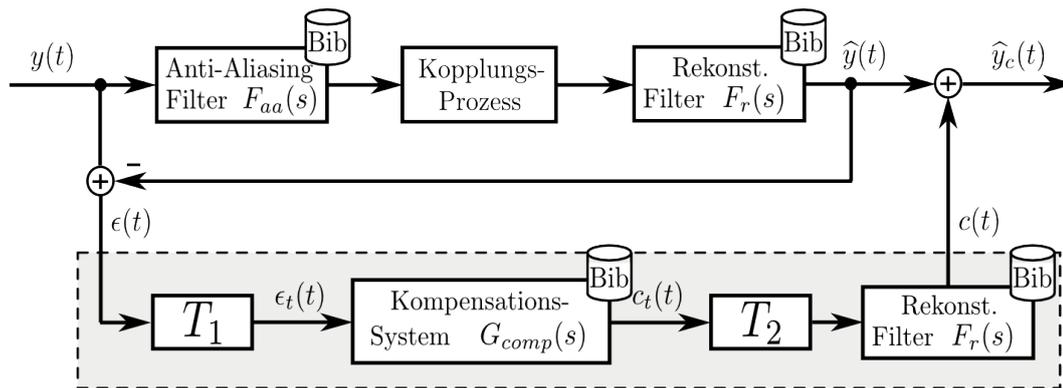


Abbildung 5.8: Darstellung des Koppel-elementes samt Erweiterungen und Bibliothekansatz

Nachteil mit sich, dass für den etwaigen Einsatz von Rekonstruktionsfiltern das Kompensationssystem neu ausgelegt werden muss. Für den praktischen Einsatz ist es zwar denkbar, für jede, durch den Anwender festgelegte, Konfiguration der NEPCE, separat und vor dem Start der Co-Simulation die maximalen Werte α_{max} zu bestimmen (vgl. Abs. 5.5.3), eine Definition der Designparameter der Filter ist jedoch rein intuitiv nur mit Expertenwissen möglich. Aufgrund der einmaligen Ausführung zu Beginn der Co-Simulation wäre der numerische Aufwand gegenüber der Parametrierung sehr wohl vertretbar.

Eine wesentlich einfachere und für die praktische Anwendung attraktivere Lösung ist das zur Verfügungstellen bereits konfigurierter Koppel-elemente. Für allgemeine Anwendung ist es auch vollkommen ausreichend, einen sinnvollen Satz an Koppel-elementen zur Verfügung zu stellen, der die Varianten mit/ohne *Anti-Aliasing*- und mit/ohne Rekonstruktionsfilter bestimmter Auslegung zur Auswahl beinhaltet. Für diese speziell gewählte Gruppe werden vorab die Grenzen der Einstellparameter ermittelt und bei Auswahl einfach aus einer Bibliothek ausgelesen. Eine mögliche Form ist mit Tabelle 5.1 angeführt. Ohne Filteranwendung ergeben sich die Parameter wie nach Abschnitt 4.5.1, das den Tabelleneinträgen, bezeichnet über *Konfiguration 1* für Anwendung *konstanter* Korrektur und *Konfiguration 2* für Anwendung *linearer* Korrektur, entspricht. Mit Filteranwendung ist jeweils der Skalierungsparameter fixiert $\beta = 1$ und der maximale, zur stabilen Auslegung des Kompensationssystems, mögliche Verstärkungsparameter $\bar{\alpha}$ vorab nach Abschnitt 5.5.3 ermittelt worden. Dem zugeordnet sind die Tabelleneinträge ab *Konfiguration 3* folgend. Des Weiteren ist im Anhang B.2 dieser Arbeit eine ausführliche Tabelle an sinnvoll konfigurierten Koppel-elementen angeführt.

5.7 Beispiel: Wärmeübertragung - Fortsetzung

Zur Demonstration der vorgeschlagenen Modifikationen zur Reduktion der erwähnten Kopplungseffekte und zur Absicherung der theoretischen Ergebnisse werden in diesem Abschnitt zwei Beispiele angeführt. Als Evaluierungsbeispiel wurde das im vorherigen Kapitel vorgestellte Beispiel mit thermischer Kopplung zweier Punktmassen gewählt, siehe Abschnitt 4.7.

Anhand dieses einfachen Beispiels lassen sich die diskutierten Modifikationen und deren Auswirkungen einfach veranschaulichen. Dazu wird im Folgenden das Beispiel *Wär-*

Bezeichnung	Korrektur	α	β	Filtercharakteristik					
				Anti-Aliasing				Rekonstruktion	
				n_{aa}	$\omega_{p,aa}$	$\delta_{p,aa}$	n_r	$\omega_{p,r}$	$\delta_{p,r}$
Konfiguration 1	konstant	[1, 2]	[0, 1]	–	–	–	–	–	–
Konfiguration 2	linear	[1, 2]	[0, 1]	–	–	–	–	–	–
Konfiguration 3	konstant	[0, 2.6]	1	–	–	–	2	3.0	–1
Konfiguration 4	linear	[0, 1.06]	1	1	1.0	–1	2	1.2	–1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabelle 5.1: Festlegung der Einstellparameter α und β in Bezug auf individuelle Konfiguration des NEPCE. Die Werte sind für den speziellen, *normierten* Fall $\Delta T = 1 s$ angegeben.

meübertragung zum Zeigen der *Anti-Aliasing*-Funktion und separat zur Unterdrückung hochfrequenter Koppelsignalanteile durch das vorgestellte Koppellement herangezogen.

5.7.1 Einsatz eines *Anti-Aliasing*-Filters

Die *Aliasing*-Problematik infolge nicht geeigneter Abtastung von Signalen wurde im Rahmen dieser Arbeit bereits mehrmals angesprochen. Im Kontext von *nicht-iterativer* Co-Simulation muss zur Vermeidung des *Aliasing*-Effektes im Prinzip die Makro-Schrittweite an die Koppelsignale angepasst werden. Da generell die Koppelsignale vorab nicht bekannt sind, ist eine Anpassung der Makro-Schrittweite an die Koppelsignale nur schwer möglich. Abhilfe schafft hier der vorgestellte Ansatz, bei dem ein sog. *Anti-Aliasing*-Filter das Koppelsignal vor der Abtastung bandbegrenzt (vgl. Abs. 5.3). Die dabei entstehende Verfälschung des Koppelsignals wird anschließend durch die nahezu energieerhaltende Kopplung zusätzlich kompensiert.

Zum Zeigen der Funktionsweise von *Anti-Aliasing*-Maßnahmen in Kombination mit dem vorgeschlagenen Koppellement am Beispiel *Wärmeübertragung* wurde vor der Kopplung additiv zum Temperaturverlauf $T_2(t)$ ein künstlich erzeugtes und bandbegrenztetes Rauschsignal⁶ hinzugefügt. Entsprechend der Charakteristiken dieser Störung kann somit ein geeigneter *Anti-Aliasing*-Filter ausgelegt werden. Nach den Ausführungen im Abschnitt 5.3 (Glg. 5.37) wird bei diesem Beispiel ein *Anti-Aliasing*-Filter 1-ter Ordnung mit den normierten Entwurfsparametern $\omega_{p,aa} = 1.0 [rad]$ und $\delta_{p,aa} = -1 [dB]$ gewählt. Abbildung 5.9 veranschaulicht dazu die Verhältnisse.

Im Bild oben ist das additiv hinzugefügte Störsignal abgebildet, das als Messrauschen interpretiert werden kann und im Bereich von ca. $\pm 2^\circ C$ das Temperatursignal $T_2(t)$ modifiziert. Dieses synthetisch erzeugte Rauschen ist für die beispielhafte Anwendung im oberen Frequenzbereich angenommen worden, was durch das zugehörige einseitige Amplitudenspektrum im mittleren Bild erkennbar ist. Das untere Bild stellt den Betragsgang des eingesetzten *Anti-Aliasing*-Filters dar. Der Filter bzw. die Filterkoeffizienten wurden in dieser Darstellung bereits an die, zur Co-Simulation eingesetzten, Makro-Schrittweite von $\Delta T = 3 s$ nach Abschnitt 5.2.2 angepasst. Es ist ersichtlich, dass der entworfene *Anti-Aliasing*-Filter Frequenzanteile oberhalb von $\omega = 2.0 [rad/s]$ mit über $-10 [dB]$

⁶Hier wurde exemplarisch ein synthetisches Signal zur Demonstration gewählt, das im Prinzip plötzlich vorkommende hochfrequente Anteile im Koppelsignal repräsentieren soll.

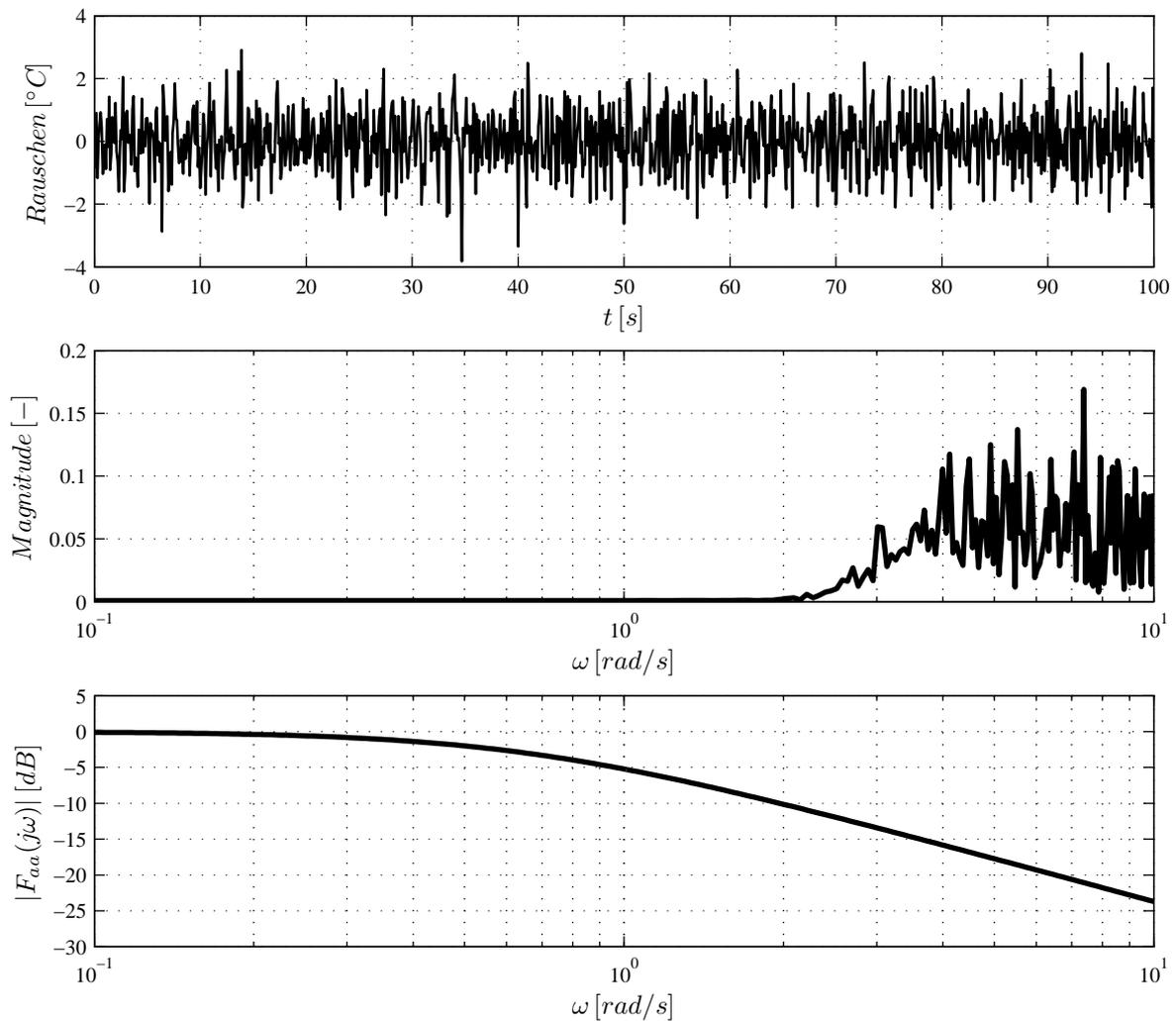


Abbildung 5.9: Darstellung des synthetisch generierten Rauschens (oben), dessen einseitiges Amplitudenspektrum (Mitte) und des Betragsganges des *Anti-Aliasing-Filters* $F_{aa}(j\omega)$, bezogen auf die Makro-Schrittweite ($n_{aa} = 1$, $\omega_{p,aa} = 1.0$ [rad], $\delta_{p,aa} = -1$ [dB], $\Delta T^{<m>} = 3$ s)

abschwächt und somit die hinzugefügte Störung signifikant reduziert, damit unerwünschte *Aliasing*-Effekte durch die Abtastung infolge der Kopplung bei *nicht-iterativer* Co-Simulation unterdrückt werden.

Abermals erfolgt die *nicht-iterative* Co-Simulation mit sequentieller Ausführung der beiden involvierten Teilsysteme, wobei Teilsystem 1 vor Teilsystem 2 bei äquivalenter und konstanter Makro-Schrittweite ΔT gelöst wird. Die Gültigkeit des bereits angegebenen Blockschaltbildes 4.21 bleibt somit aufrecht und die Koppelgröße $T_2(t)$ muss zum Lösen des gesamten Systems mit jedem Makro-Schritt über $\hat{T}_2(t)$ geschätzt werden. Nach erfolgreicher *nicht-iterativer* Co-Simulation wurden die Simulationsergebnisse in Abbildung 5.10 gegenübergestellt. Neben dem bereits bekannten Temperaturverhalten der beiden Punktmassen, wirkt sich die eingeprägte Störung in Form von bandbegrenztem Rauschen auf die Resultate der Co-Simulation *ohne Anti-Aliasing-Maßnahmen* wesentlich aus. Die Temperaturverläufe $T_1(t)$ und $T_2(t)$ spiegeln die Fehler beim Kopplungsprozess aufgrund der

Schätzung (ZOH) und des zusätzlichen Störsignals wider. Markant ist dieser Einfluss im Verlauf der generalisierten Energie $E_g(t)$ beobachtbar. Speziell die hochfrequenten Anteile im Koppelsignal führen zu einer *nicht* ausreichend hohen Abtastung mittels der gewählten Makro-Schrittweite. *Aliasing* tritt auf, wobei Spiegelfrequenzspektren das Basisspektrum überlappen, und das Koppelsignal wird somit modifiziert. Ersichtlich macht sich dieser Effekt durch die höherfrequenten Anteile in den Temperaturverläufen der Punktmassen. Im Prinzip werden dadurch die Simulationsergebnisse zusätzlich verfälscht! In der unteren Bildreihe (links in Abb. 5.10) ist ein Ausschnitt des resultierenden Wärmeeintrags $\dot{Q}_{in_2}(t)$ auf die zweite Punktmasse abgebildet und die Wirkung des Kopplungsfehlers sichtbar. Hingegen bringt die Anwendung des *Anti-Aliasing*-Filters in Kombination mit dem Koppelement und *konstanter* Korrektur eine signifikante Verbesserung mit sich, wobei das additive Rauschen unterdrückt wird und die Energie im System erhalten bleibt. Trotz der hohen Frequenzanteile im Koppelsignal erlaubt das Koppelement die Verwendung einer größeren Makro-Schrittweite, wodurch die Simulationszeiten verkürzt und somit die Leistungsfähigkeit der Kopplung gesteigert wird.

5.7.2 Einsatz eines Rekonstruktionsfilters

Im vorherigen Abschnitt wurde der Einsatz eines *Anti-Aliasing*-Filters zur Bandbegrenzung des Koppelsignals in Kombination mit dem vorgestellten nahezu energieerhaltenden Koppelement anschaulich dargestellt. Als zweites Beispiel zur Demonstration von Filteranwendungen fokussiert dieser Abschnitt den Einsatz von Rekonstruktions-Filter zur *Glättung* der resultierenden Koppelsignale.

Wie bereits mehrmals erwähnt, erzwingen interne Schleifen eine Extrapolation von unbekanntem Koppelgrößen bei *nicht-iterativer* Co-Simulation. Extrapolation erfolgt dabei über den aktuellen Makro-Zeitschritt, was aufgrund des einhergehenden Schätzfehlers zu Unstetigkeiten in den Koppelsignalen führt. In Kapitel 3 wurden die daraus resultierenden Probleme erörtert, sodass eine *Glättung* der Koppelsignale i. A. zu besseren Simulationsergebnissen führt. Zudem wurde die systematische Integration eines Rekonstruktions-Filter und dessen Einbettung im Koppelement in Abschnitt 5.4 dieses Kapitels ausführlich behandelt. Eine exemplarische Anwendung von Rekonstruktions-Filtern, erfolgt dazu abermals anhand des bereits bekannten *Wärmeübertragungs*-Beispiels aus Abschnitt 4.7.

Die Konfiguration der *nicht-iterativen* Co-Simulation bleibt unverändert. Teilsystem 1 wird sequentiell vor Teilsystem 2 bei äquivalenter und konstanter Makro-Schrittweite ΔT gelöst. Zur Lösung des gesamten System ist die Extrapolation des Temperaturverlaufes $T_2(t)$ der zweiten Punktmasse notwendig. Im Unterschied zu den vorherigen Ausführungen wird in diesem Beispiel nun der resultierende und geschätzte Verlauf der Temperatur $\hat{T}_2(t)$ durch ein ausgelegtes Rekonstruktions-Filter *geglättet*. Im Speziellen erfolgten zwei separate *nicht-iterative* Co-Simulationen mit jeweils unterschiedlichen Konfigurationen der eingesetzten Rekonstruktions-Filter.

Zum einen wurde ein Rekonstruktionsfilter 1-ter Ordnung ($n_r = 1$, siehe Abb. 5.11) und zum anderen ein Filter 2-ter Ordnung ($n_r = 2$, siehe Abb. 5.12) mit denselben Entwurfsparametern $\omega_{p,r} = 1.0 [rad]$ und $\delta_{p,r} = -1 [dB]$ eingesetzt. Da die Filter das Übertragungsverhalten des Kompensationssystems modifizieren, erfolgt die Bestimmung des zulässigen und somit stabilisierenden Wertebereichs des Einstellparameters α über die vorgeschlagenen iterative Optimierung (siehe Abs. 5.5.3). Die effektive Auslegung der Kompensationssysteme definiert der Leistungswert $\gamma = 75 \%$, vgl. 5.54.

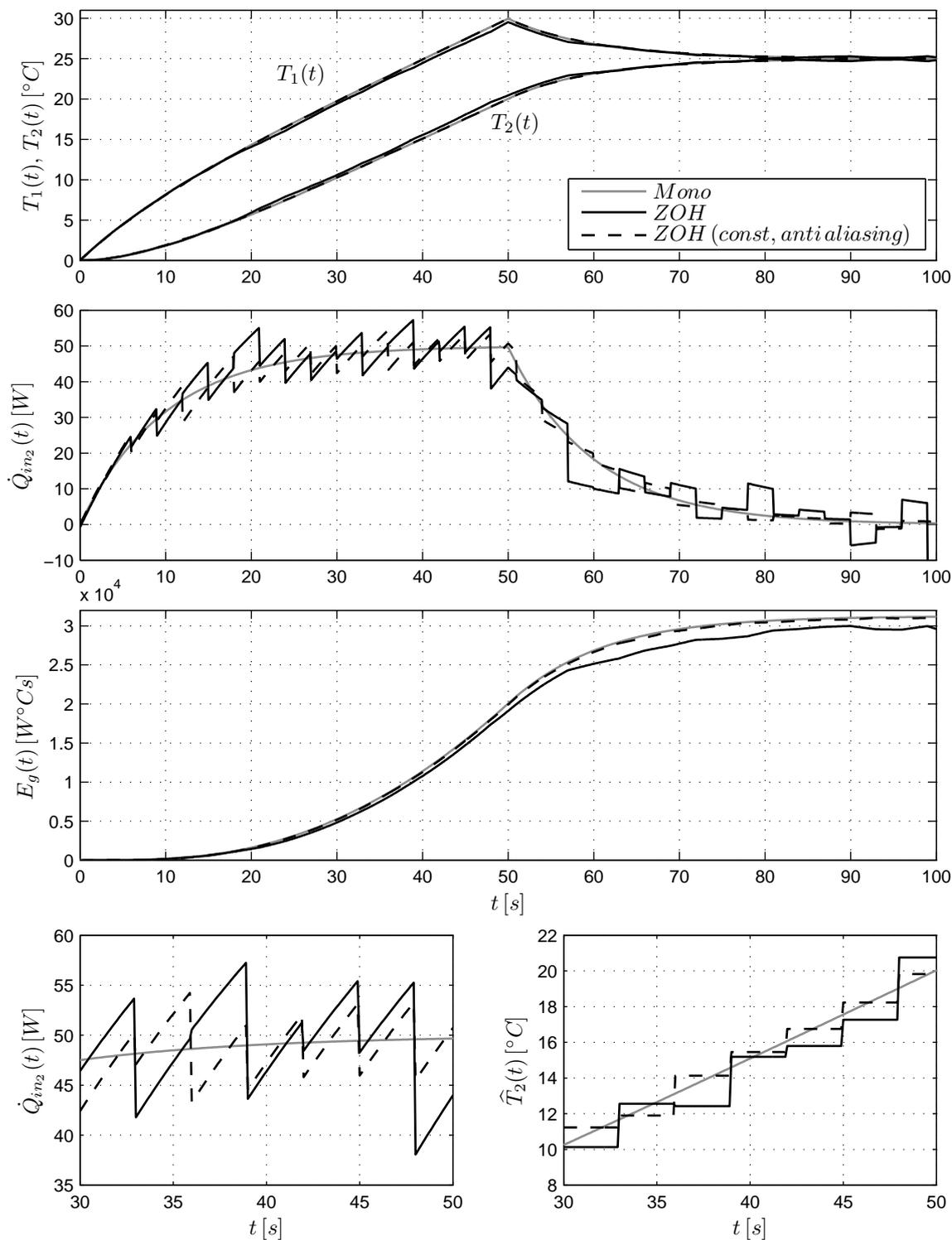


Abbildung 5.10: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe und des Wärmeeintrags auf die zweite Punktmasse bei Co- und Mono-Simulation. Betrachtung der *generalisierten* Energie bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) und Anwendung von *Anti-Aliasing* bei konstanter Korrektur ($n_{aa} = 1$, $\omega_{p,aa} = 1.0$ [rad], $\delta_{p,aa} = -1$ [dB], $\Delta T^{<m>} = 3$ s, $\gamma = 75\%$)

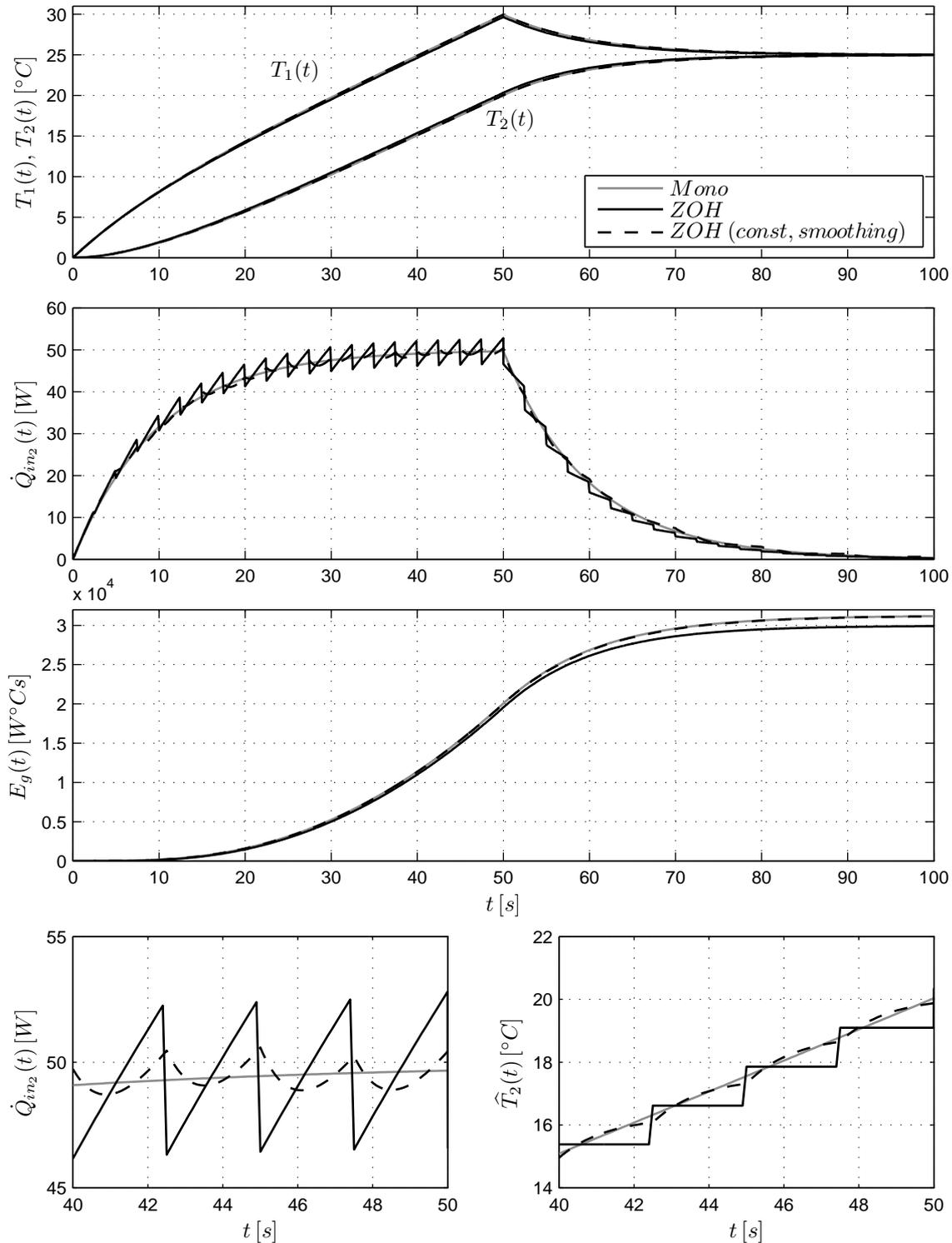


Abbildung 5.11: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe und des Wärmeeintrags auf die zweite Punktmasse bei Co- und Mono-Simulation. Betrachtung der *generalisierten* Energie bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) und Anwendung von Rekonstruktionsfilter 1-ter Ordnung bei *konstanter* Korrektur ($n_r = 1$, $\omega_{p,r} = 1.0$ [rad], $\delta_{p,r} = -1$ [dB], $\Delta T^{<m>} = 2.5$ s, $\gamma = 75\%$)

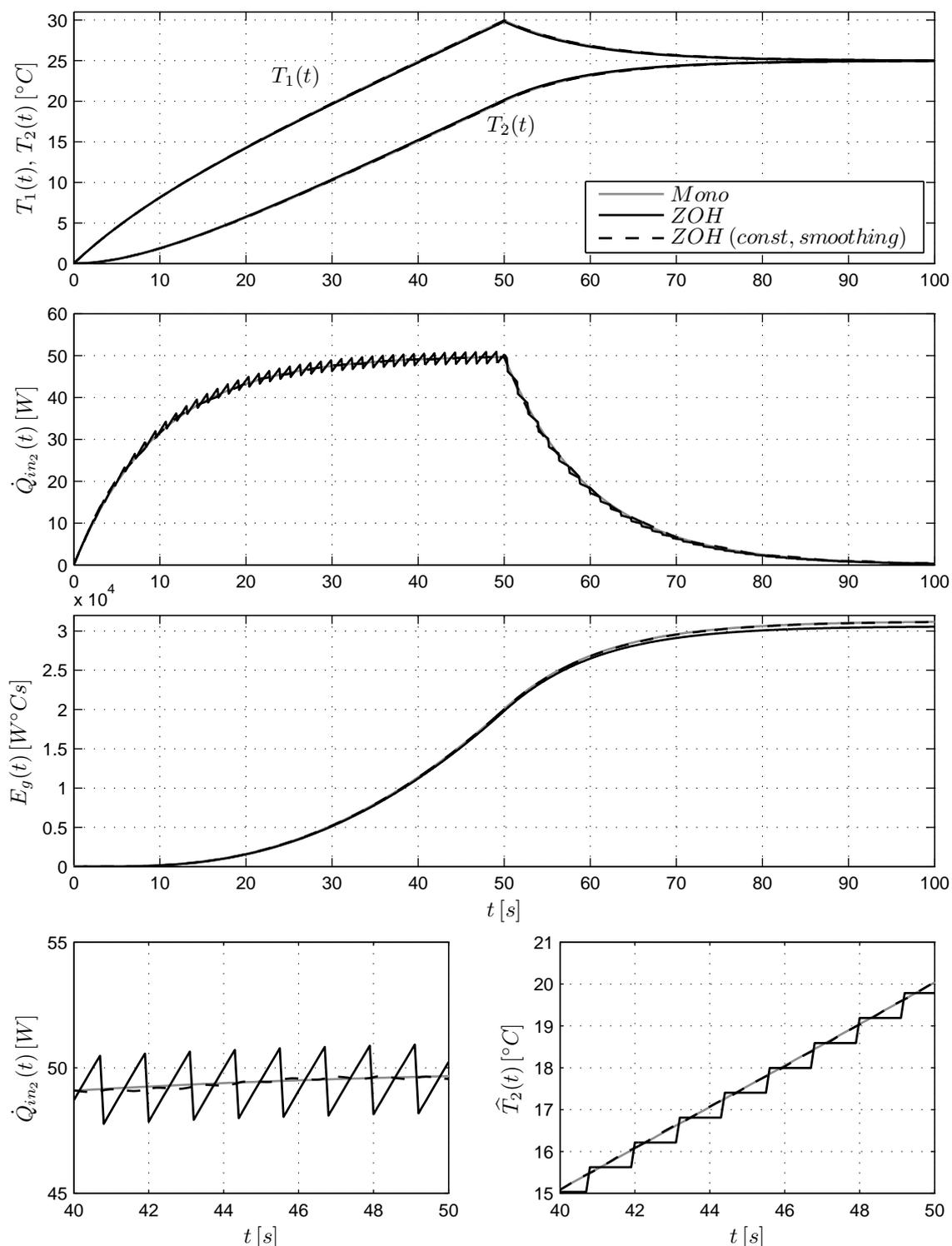


Abbildung 5.12: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe und des Wärmeeintrags auf die zweite Punktmasse bei Co- und Mono-Simulation. Betrachtung der *generalisierten* Energie bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) und Anwendung von Rekonstruktionsfilter 2-ter Ordnung bei *konstanter* Korrektur ($n_r = 2$, $\omega_{p,r} = 1.0$ [rad], $\delta_{p,r} = -1$ [dB], $\Delta T^{<m>} = 1.2$ s, $\gamma = 75$ %)

Neben dem typischen Temperaturverhalten $T_1(t)$ und $T_2(t)$ der beiden Punktmassen ist die Auswirkung der Rekonstruktions-Filter in der jeweils unteren Bildreihe schön ersichtlich. Der Temperaturverlauf $\hat{T}_2(t)$ des, mittels Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) geschätzten und über *konstante* Korrektur modifizierten, geglätteten Koppelsignals approximiert jeweils den Soll-Temperaturverlauf $T_2(t)$ der durchgeführten Mono-Simulation (Bild rechts). Bei Filterung 1-ter Ordnung (Abb. 5.11) bleiben noch geringfügig Unstetigkeiten und eine relativ große Unförmigkeit erhalten, was z.B. durch Anwendung von einer *linearer* Korrektur reduziert werden könnte. Eine andere Möglichkeit bietet die Filterung 2-Ordnung (Abb. 5.12), wobei jedoch aufgrund der größeren Phasendrehung auch die Makro-Schrittweite von $\Delta T = 2.5\text{ s}$ auf $\Delta T = 1.2\text{ s}$ reduziert werden musste. Besonders einsichtig ist der Effekt der Filteranwendungen bei dem Verlauf des Wärmeeintrags $\dot{Q}_{in_2}(t)$ auf die zweite Punktmasse (Bild links). Die unerwünschte und auch unrealistische Sägezahnform des Koppelsignals kann durch Filterung annähernd vermieden werden und führt zu aussagekräftigen und vor allem physikalisch sinnvollen Simulationsergebnissen. Aufgrund der beschränkten Kapazitäten der Kompensationssysteme zur Energieerhaltung ist auch hier ein Kompromiss zwischen Filterordnung (Genauigkeit) und Makro-Schrittweite (Simulationslaufzeit) zu finden.

In einer abschließenden Bemerkung soll hier kurz auf den Nutzen der nahezu energieerhaltenden Kopplung hingewiesen werden. Filterung der Koppelsignale ist prinzipiell immer möglich, verschlechtert aber aufgrund der zusätzlichen Dämpfung und Phasendrehung die Simulationsergebnisse. Die Möglichkeiten zur Kompensation der produzierten Kopplungsfehler erlauben hingegen Filteranwendungen, *ohne* die Simulationsergebnisse zu verschlechtern. Dies ist z.B. in den Abbildungen 5.11 und 5.12 zu sehen, wo bei der Co-Simulation mit derselben Makro-Schrittweite signifikant bessere Simulationsergebnisse erzielt werden. Neben den kontinuierlichen Verläufen der Koppelsignale bleibt die (generalisierte) Energie im System zusätzlich erhalten.

5.8 Zusammenfassung

Im Zuge von unumgänglicher Extrapolation der Koppelgrößen bei *nicht-iterativer* Co-Simulation kommt es zu unerwünschten Kopplungseffekten. Zur Vermeidung werden Filteranwendungen als wirkungsvolle Maßnahmen gegen eventuell auftretendes *Aliasing* und dem Anregen eventuell vorhandener hochdynamischer Systemkomponenten in diesem Kapitel adressiert.

Ein einleitender Abschnitt befasst sich mit der Realisierung von analogen Filtern in sog. *quasi-analoger* Form. Die dazu notwendige Interpretation der zeitdiskreten Koppelsignale als stückweise affine kontinuierliche Funktion, stellt den Schlüssel zur erfolgreichen Anwendung und Realisierung der entworfenen Filter dar. Dabei erlaubt die abgeleitete Vorschrift eine Anwendung der Filter auf Koppelsignale mit *nicht* äquidistanter Abtastung sowie auch variabler Makro-Schrittweite.

Die Einbettung eines *Anti-Aliasing*- und/oder Rekonstruktionsfilters in das vorgeschlagene Koppellement bildet den Schwerpunkt dieses Kapitels, wobei, neben einer sinnvollen Auslegung der Filter, der Fokus auf der Stabilitätsanalyse des erweiterten Kompensationssystems liegt.

Die Erweiterung des Koppellementes um Gegenmaßnahmen zur Reduktion von Koppelwirkungen liefert zusätzliche Funktionalitäten. Zur einfachen Handhabung und Implementierung

barkeit wird dazu ein modularer Bibliothekansatz vorgeschlagen, sodass das nahezu energieerhaltende Koppellement auf die gegebene Problemstellung mit geringem Aufwand angepasst werden kann. Abschließende Evaluierungsbeispiele demonstrieren die positiven Auswirkungen der erarbeiteten Kopplung zur Reduktion von Kopplungseffekten.

Kapitel 6

Steuerung der Makro-Schrittweite

Bei nicht-iterativer Co-Simulation steht ständig der Kompromiss zwischen Genauigkeit und Laufzeit der Simulation im Vordergrund. Zudem ist eine geeignete Wahl der Makro-Schrittweite für eine gegebene Co-Simulation meist keine triviale Entscheidung. Nach einer kurzen Beleuchtung der Problematik erfolgt in diesem Kapitel ein Vorschlag einer adaptiven Anpassung der Makro-Schrittweite, basierend auf der Idee nach Energieerhaltung und den ausgeführten systemtechnischen Betrachtungen.

6.1 Wahl der Makro-Schrittweite

Allgemein vereint Co-Simulation meist sehr komplexe Modelle, die in fachspezifischen Abteilungen erstellt und oft über Jahre weiterentwickelt werden. Hauptgrund für den Einsatz von Co-Simulation ist dabei, dass eine Portierung dieser detaillierten Modelle in eine andere Modellierungssprache enormen Zeitaufwand erfordert oder erst gar nicht möglich ist, da bestimmte domänenspezifische Eigenheiten im Simulationswerkzeug, wie z. B. zugeschnittene Lösungsalgorithmen, *nicht* zur Verfügung stehen. Co-Simulation stellt einen gangbaren Weg zur Integration von komplexen Teilmodellen dar und bietet Flexibilität bei der Wahl der Entwicklungswerkzeuge. Nachteilig erweist sich die notwendige Kopplung und die damit verbundenen Probleme. In den vorherigen Kapiteln wurde bereits die Kopplung bei *nicht-iterativer* Co-Simulation analysiert und Vorschläge zur Verbesserung präsentiert. Die Makro-Schrittweite wurde bislang als gegeben vorausgesetzt und bedarf zusätzlicher Betrachtung.

Bei *nicht-iterativer* Co-Simulation stellt die Makro-Schrittweite den kritischsten Konfigurationsparameter dar. Abhängig vom eingesetzten Extrapolationsverfahren oder der gewählten Ausführungsreihenfolge muss die Makro-Schrittweite an die co-simulierten Teilsysteme angepasst werden. Zudem gilt bei Simulation generell, dass *kleine Schrittweiten* zu *langen Laufzeiten* der Simulationen führen und vice versa.

Ein gängiger Ansatz ist das Probieren unterschiedlicher Makro-Schrittweiten bis gewünschte bzw. vertrauenswürdige Simulationsergebnisse erzielt werden. Auch bei Vorhandensein von ausreichend Detail- oder Expertenwissen über die co-simulierten Teilmodelle müssen mehrere Durchläufe der Gesamtsimulation durchgeführt werden. Ein derartiger Zugang über numerisches Testen führt oftmals zu erheblichen Rechenzeiten und lenkt von der tatsächlichen Problemstellung ab. Der Anwender der Co-Simulation ist teilweise mit der

Wahl der Makro-Schrittweite überfordert. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Festlegung einer effizienten Makro-Schrittweite, um den Anwender der Co-Simulation diese teils schwierige Entscheidung abzunehmen bzw. eine günstige Makro-Schrittweite vorzuschlagen.

6.1.1 Bisherige Ansätze

Mit dem steigenden Stellenwert der Co-Simulation in der virtuellen Produktentwicklung steigt auch die wissenschaftliche Betrachtung der Kopplungsalgorithmen. Speziell zum Thema einer geeigneten *konstanten* und in weiterer Folge *variablen* Makro-Schrittweite erschienen im letzten Jahrzehnt eine Reihe von wissenschaftliche Publikationen, in denen unterschiedliche Ansätze verfolgt werden. In diesem Abschnitt wird ein kurzer Überblick dazu gegeben.

Konstanter Makro-Schrittweite

Eine geeignete *konstante* Makro-Schrittweite wird in diversen Arbeiten oft in Bezug auf die Dynamiken des Systems bestimmt. Es existieren Faustformeln, die sich auf charakteristische Größen wie Zeitkonstanten oder Eigenwerte eines Systems beziehen. Als Beispiel sollte nach einem publizierten Vorschlag die Makro-Schrittweite einem Zehntel der kleinsten systemeigenen Zeitkonstante τ_{min} entsprechen [81]

$$\Delta T = \frac{\tau_{min}}{10}. \quad (6.1)$$

Diese Faustformel bezieht sich indirekt auf die größte im System auftretende Frequenz, was direkt zu einem Vorschlag in Bezug auf die größte im System vorkommende Eigenfrequenz führt. Zum Bestimmen der benötigten charakteristischen Größen ist neben umfassendem Modellwissen oftmals eine zusätzliche Berechnung oder ein Systemanalyse-schritt notwendig, indem das System einer Eigenwertanalyse unterzogen werden muss und somit einen unzumutbaren Aufwand darstellt. Nebenbei ist bei einem Gesamtsystem, das wie bei der Co-Simulation aus einer Reihe von Teilsystemen besteht, eine automatische Linearisierung unmöglich, sodass dieser Ansatz an seine Grenzen stößt.

Eine weitere Arbeit beschäftigt sich nicht direkt mit der Vorgabe einer *geeigneten konstanten* Makro-Schrittweite, sondern mit der Suche nach geeigneten Indikatoren, die auf etwaige unbrauchbare Simulationsergebnisse schließen lassen [49]. Angeführt wird der Ansatz in diesem Kontext, da sich durch die Analyse der Simulationsergebnisse die Wahl der Makro-Schrittweite rechtfertigen lässt. Die untersuchten Indikatoren basieren auf Steigungs- bzw. Gradienteninformation der Koppelsignale und deren Anzahl an Vorzeichenwechsel. Die Idee dahinter ist, aus den Änderungen der Gradienten auf die Änderung der Eingangswerte zu schließen, was darauf hindeutet, ob zu oft oder zu selten Daten zwischen den involvierten Teilsystemen ausgetauscht werden. Es ist durchaus denkbar, einen solchen Ansatz für eine Makro-Schrittweitensteuerung weiter zu verfolgen.

Variable Makro-Schrittweite

Generell ist eine *feste* bzw. *konstante* Makro-Schrittweite nachteilig bei der Verwendung von unterlagerten Lösungsalgorithmen mit *variablen* Mikro-Schritten. Der unterlagerte

Lösungsalgorithmus passt dabei die Mikro-Schrittweite an die Dynamik des Systems an, sodass die Eingangswerte über den aktuellen Makro-Zeitschritt interpoliert werden. Dabei wird die Qualität der Lösung durch die Anpassung der Mikro-Schrittweiten nur bedingt erhöht, die Approximation der Koppelgrößen durch Extrapolation verbessert sich jedoch nicht. Eine Möglichkeit, die Approximation auch zu verbessern, führt über eine kleinere Makro-Schrittweite und in weiterer Folge zu einer adaptiven Anpassung. Dabei wird die Makro-Schrittweite unabhängig vom Anwender der Co-Simulation vorgegeben, was zu erhöhter Anwenderfreundlichkeit führt [17].

Neben der geeigneten Wahl einer *konstanten* Makro-Schrittweite existieren auch Ansätze zur adaptiven Anpassung einer sogenannten *variablen* Makro-Schrittweite. Die Zugänge unterscheiden sich in der Art und Weise, wie die Makro-Schrittweite für den nächsten Zeitschritt festgelegt wird. Zum einen bestimmt ein numerischer Lösungsalgorithmus, der im *Master*-Simulator eingesetzt wird, die Makro-Schrittweite, zum anderen legt die Co-Simulations-Plattform durch Analyse der Koppelsignale die Schrittweite fest.

Ein Ansatz zur adaptiven Steuerung der Makro-Schrittweite wurde in Anlehnung¹ an die Schrittweitensteuerungen von numerischen Lösungsalgorithmen mit variablen Schrittweite bzw. Mikro-Schrittweite entwickelt [12]. Die Idee fußt auf der Verwendung des lokal verursachten Schätzfehlers, der bei der *nicht-iterativen* Co-Simulation durch die notwendige Extrapolation über den aktuellen Makro-Zeitschritt entsteht. Eine schnelle Änderung des Koppelsignals führt typischerweise zu einem großen Schätzfehler der Extrapolation, was auf eine zu groß gewählte Makro-Schrittweite schließen lässt. Das etwaige Problem bei diesem Ansatz ist, dass eine Toleranz für den zulässigen Fehler angegeben werden muss, die in Abhängigkeit der Signalamplitude festzulegen ist. Für einfache Co-Simulationen mit ausreichendem Hintergrundwissen des Anwenders über die gekoppelten Teilsysteme ist eine solche Vorgangsweise denkbar, für eine allgemeine Vorgangsweise jedoch nicht. Zudem wurde kürzlich in einer Dissertation publiziert, die Makro-Schrittweite basierend auf einem lokalen Fehler (*engl. truncation error*) zu bestimmen [76].

Neben den kurz erwähnten Ansätzen existieren eine Reihe von Arbeiten, die eine *variable* Makro-Schrittweite als sinnvolle Erweiterung der Co-Simulation erwähnen, jedoch nicht weiter darauf eingehen [6, 23].

6.1.2 Allgemeine Betrachtung

Den existierenden Ansätzen zufolge basiert die Wahl der Makro-Schrittweite auf dem Teilsystem, von dem das Koppelsignal als Ausgangssignal stammt. Auf der einen Seite wird die Makro-Schrittweite in Bezug auf die dynamischen Eigenschaften des Teilsystems bestimmt, auf der anderen Seite in Anlehnung an die Eigenheiten des Koppelsignals gewählt, wie z. B. der Mikro-Schrittweite oder der Änderung des Koppelsignals.

Die Festlegung der Makro-Schrittweite im Hinblick auf die Dynamik des Teilsystems erfordert enormes Detail- und Expertenwissen, das unter Beachtung der komplexen Teilsysteme und heterogenen Domänen die Anzahl der möglichen Anwender einer Co-Simulation stark einschränkt. Ein denkbarer Ansatz könnte durch das Hinterlegen von Metainformation bewerkstelligt werden, wodurch die Dynamiken der co-simulierten Teilsysteme vorab bekannt sind. Die Verwendung von Metainformation widerspricht jedoch den Anforderungen an eine universell einsetzbare Kopplungsmethode, sodass Ansätze, basierend auf den

¹Bei numerischen Lösungsalgorithmen mit variabler Schrittweite orientiert sich die Schrittweitensteuerung an der Approximation des lokalen Diskretisierungsfehlers

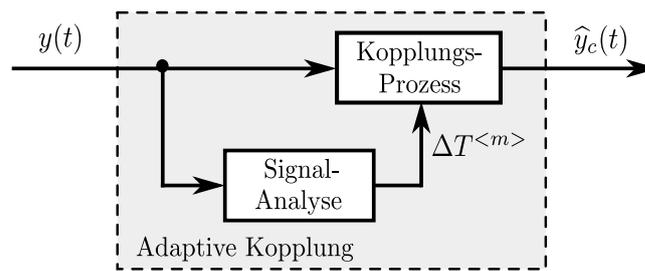


Abbildung 6.1: Erweiterung des Koppel-elementes um eine adaptive Makro-Schrittweiten-Steuerung

dynamischen Eigenschaften der Teilsysteme, eher nicht zielführend sind.

Völlig losgelöst von Vorabinformation über die co-simulierten Teilsysteme sind Ansätze, die auf der Analyse der Koppelsignale beruhen. Diese Ansätze fördern eine universell einsetzbare Kopplungsmethode, da die Koppelsignale generell zur Durchführung einer Co-Simulation zugänglich sein müssen. Eine schematische Darstellung der Funktionsweise ist in Abbildung 6.1 angeführt. Basierend auf der Historie des Koppelsignals $y(t)$ werden kopplungsrelevante Eigenschaften aus dem Koppelsignal extrahiert und zur Steuerung der Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m>}$ herangezogen. Die dazu nötigen Berechnungen erfolgen zum Kopplungszeitpunkt. Da derartige Ansätze auf der Historie der Kopplungsdaten aufbauen, kann es passieren, dass unerwartet schnelle Änderungen der Koppelsignale auftreten und somit die gewählte Makro-Schrittweite nicht geeignet war. Im Gegensatz zu numerischen Lösungsverfahren kann in solchen Fällen, aufgrund des *nicht-iterativen* Prinzips der Co-Simulation, der aktuelle Simulationsschritt *nicht* wiederholt werden. Die Makro-Schrittweite ist in solchen Fällen zu groß gewählt und führt zu Kopplungsfehlern. Neben dieser Problematik dreht sich die zentrale Fragestellung darum, welche Eigenschaften des Koppelsignals für die adaptive Anpassung der Makro-Schrittweite relevant sind.

6.2 Adaptive Kopplung

Basierend auf der analytischen Modellierung der meist eingesetzten Verfahren zur Extrapolation von unbekanntem Koppelgrößen bei *nicht-iterativer* Co-Simulation in Kapitel 3 konnte gezeigt werden, dass das Übertragungsverhalten der Kopplungsmethoden nur in einem kleinen unteren Frequenzbereich nutzbare Eigenschaften besitzen. Abhängig von dem angewandten Verfahren zur Extrapolation ist die *effektive* Bandbreite größer oder kleiner (vgl. Abb. 3.5). Mit der Einführung der sog. nahezu energieerhaltenden Strategie konnte diese Bandbreite wesentlich aufgeweitet werden, sodass bei gleicher Makro-Schrittweite der unvermeidlich eingebrachte Schätzfehler nahezu eliminiert wird (vgl. Abb. 4.7 und Abb. 4.8).

Abhängig von der verwendeten Extrapolationsmethode existieren unterschiedlich große *effektive* Bandbreiten zur Kopplung. Aus systemtechnischer Sicht betrachtet bedeutet dies, dass in Bezug auf das eingesetzte Extrapolationsverfahren Koppelsignale in einem bestimmten unteren Frequenzbereich annähernd unverändert das Koppel-element passieren. Enthält das Koppelsignal höherfrequente Anteile, so kann durch eine geeignete Wahl der Makro-Schrittweite die *effektive* Bandbreite des Koppel-elementes angepasst werden. Dazu wurde bereits in Abschnitt 4.6.2 der Einfluss der Makro-Schrittweite auf die *effek-*

tive Bandbreite exemplarisch veranschaulicht. Genau diese Betrachtungsweise dient im Folgenden dem Entwurf einer *adaptiven* Makro-Schrittweitensteuerung.

Wie oben erwähnt, erweist sich für den Ansatz einer *adaptiven* Makro-Schrittweitensteuerung die Darstellung der Koppелеlemente im Frequenzbereich als nützlich. Basierend auf dem zu übertragenden Koppelsignal kann die Makro-Schrittweite in Bezug auf das verwendete Extrapolationsverfahren und der geforderten *effektiven* Bandbreite angepasst werden. D. h., sind die während der Co-Simulation auftretenden Koppelsignale und die enthaltenen Frequenzanteile a priori bekannt, so erlaubt dies eine Festlegung der Makro-Schrittweite, die zu kleinen bzw. vernachlässigbaren Kopplungsfehlern führt. In Anlehnung an die recherchierten Verfahren, bei welchen ausgehend von den Eigenfrequenzen oder Zeitkonstanten des Systems eine sinnvolle Makro-Schrittweite bestimmt wird (vgl. Glg. 6.1), erfolgt bei dem hier vorgeschlagenem Verfahren die Festlegung der *konstanten* Makro-Schrittweite in Bezug auf die Frequenzanteile im Koppelsignal. Da sich das Koppelsignal bzw. das Ausgangssignal des vorgeschalteten Teilsystems aus dessen Eingangsgrößen und Eigenheiten des Systems ergibt, ist die volle Frequenzinformation im Koppelsignal enthalten. Eine Erweiterung des Ansatzes für eine *adaptive* Anpassung der Makro-Schrittweite ist einfach möglich. Die erwähnte Problematik in Verbindung mit Steuerungen der Makro-Schrittweite, basierend auf der Historie der Koppelsignale, kann durch die Anwendung der nahezu energieerhaltenden Strategie entschärft werden. Der einzige kritische Punkt bei diesem Ansatz ist die Extraktion, der im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile. Gelingt jedoch diese Signalanalyse mit ausreichender Genauigkeit, so bietet der vorgeschlagene Ansatz wesentliche Vorteile:

- *Keine Metainformation* über die co-simulierten Teilsysteme oder Expertenwissen werden benötigt.
- Die Makro-Schrittweite wird an die aktuell erforderliche *effektive* Bandbreite angepasst, was adaptiv zu einem sinnvollen Kompromiss zwischen Laufzeit der Simulation und Genauigkeit der Resultate führt.
- Kopplungsfehler durch plötzlich auftretende hohe Frequenzanteile können durch die Verwendung der nahezu energieerhaltenden Strategie großteils eliminiert werden.

Der Ansatz, das Signal unabhängig vom Modell zu analysieren und die wesentliche Information zu extrahieren, birgt eine Vielzahl von positiven Eigenschaften, die zu einer anwenderfreundlichen Methode führen. Im Prinzip beinhaltet das Koppelsignal die zur Kopplung relevante Information. Ziel ist es nun, diese Information mit möglichst geringem Aufwand während der Co-Simulation zu extrahieren.

6.2.1 Analyse des Koppelsignals

Eine anwenderfreundliche Wahl einer *konstanten* oder *variablen* Makro-Schrittweite basiert auf der Extraktion der wesentlichen Signaleigenschaften. Ein erster und sehr vielversprechender Ansatz ist die Bestimmung der aktuell im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile, was sich mit dem oben beschriebenen Vorschlag zur Steuerung der Makro-Schrittweite deckt. Nach der Betrachtung unterschiedlicher Methoden zur Analyse eines Signals im Frequenzbereich und im Zeitbereich wird versucht, mit einem erheblich einfacheren Ansatz, basierend auf Steigungsinformation, die Makro-Schrittweite vorzugeben. Die nachfolgend angeführten Methoden zur Signalanalyse im Frequenzbereich,

wie die *zeitabhängige FOURIER*-Transformation und die kontinuierliche *WAVELET*-Transformation, werden im Rahmen dieser Arbeit nur kurz umrissen und die wesentlichen Eigenschaften aufgezeigt, da hier die mögliche Anwendung im Vordergrund steht. Diese Methoden werden typisch zur Signalanalyse eingesetzt und es existieren neben einer umfassenden Theorie eine Vielzahl von Anwendungsfällen [63, 57, 44].

Zur Analyse der nachfolgend vorgestellten, unterschiedlichen Verfahren zur Extraktion von relevanter Information über das Koppelsignal, wird ein beispielhaftes Koppelsignal $y(t)$ definiert. Dieses Koppelsignal wurde derart festgelegt, dass neben einer äquidistanten sowie nicht äquidistanten Abtastung unterschiedliche Frequenzanteile und Unstetigkeiten enthalten sind, wodurch es typisch auftretende Signale bei Co-Simulation darstellt. Abbildung 6.2 (oben) zeigt das synthetisch erzeugte und für Analysezwecke definierte Koppelsignal:

$$y(t) := \begin{cases} 1.0 \sin(0.628 t) & \text{für } 0 \leq t \leq 10 \\ 1.0 \sin(0.418 t) & \text{für } 10 < t \leq 25 \\ 2.0 \sin(0.418 t) & \text{für } 25 < t \leq 40 \\ 0.5 \sin(0.628 t) & \text{für } 40 < t \leq 50 \\ y(t - 50) & \text{für } 50 < t \leq 100 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.2)$$

Das synthetische Koppelsignal besteht konkret aus einer amplituden- und frequenzmodulierten Sinusschwingung (Glg. 6.2). Zudem erfolgt in der ersten Signalhälfte ($t \leq 50$ s) eine konstante Abtastung durch die Makro-Schrittweite und im zweiten Abschnitt ($t > 50$ s) eine Abtastung mit variabler Schrittweite. Für die nachfolgende Betrachtung des Signals im Frequenzbereich wurde als notwendiger Zwischenschritt das Signal im Zeitbereich mittels äquidistanter Abtastung repräsentiert. Die korrespondierenden Stützstellen in der zweiten Signalhälfte wurden dazu mittels linearer Interpolation errechnet. Für die steigungs-basierte Methode ist die Art der Abtastung unerheblich und somit *kein* zusätzlicher Zwischenschritt erforderlich.

Zeitabhängige *FOURIER*-Transformation

Die wohl bekannteste und weitest verbreitete Methode zur Signalanalyse im Frequenzbereich ist die *FOURIER*-Transformation. Dabei werden die Anteile von harmonischen Signalkomponenten in Abhängigkeit ihrer Frequenz erfasst. Die grundlegende Annahme von harmonischen Signalanteilen führt zu einer theoretisch *unendlich feinen* Frequenzauflösung und zu *keiner* zeitlichen Auflösung. Das rührt daher, da Zeit und Frequenz umgekehrt proportional zueinander verknüpft sind. Im Falle von nicht-stationären Signalen, wie z. B. dem definierten synthetischen Koppelsignal, ist somit eine zeitliche Zuordnung der Frequenzanteile nicht möglich. Um aber trotzdem eine zeitliche Auflösung zu erhalten, existiert die Idee nur einen bestimmten Ausschnitt des gesamten Signals durch ein sog. Fenster $w(t)$ zu betrachten und diesen Ausschnitt mittels der *FOURIER*-Transformation zu analysieren. Das verbleibende Signal wird ausgeblendet. Durch Verschieben des zeitlich lokalisierten Fensters kann eine zeitliche Abhängigkeit des Frequenzspektrum $Y(\omega, t)$ erzielt werden:

$$Y(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) w(\tau - t) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (6.3)$$

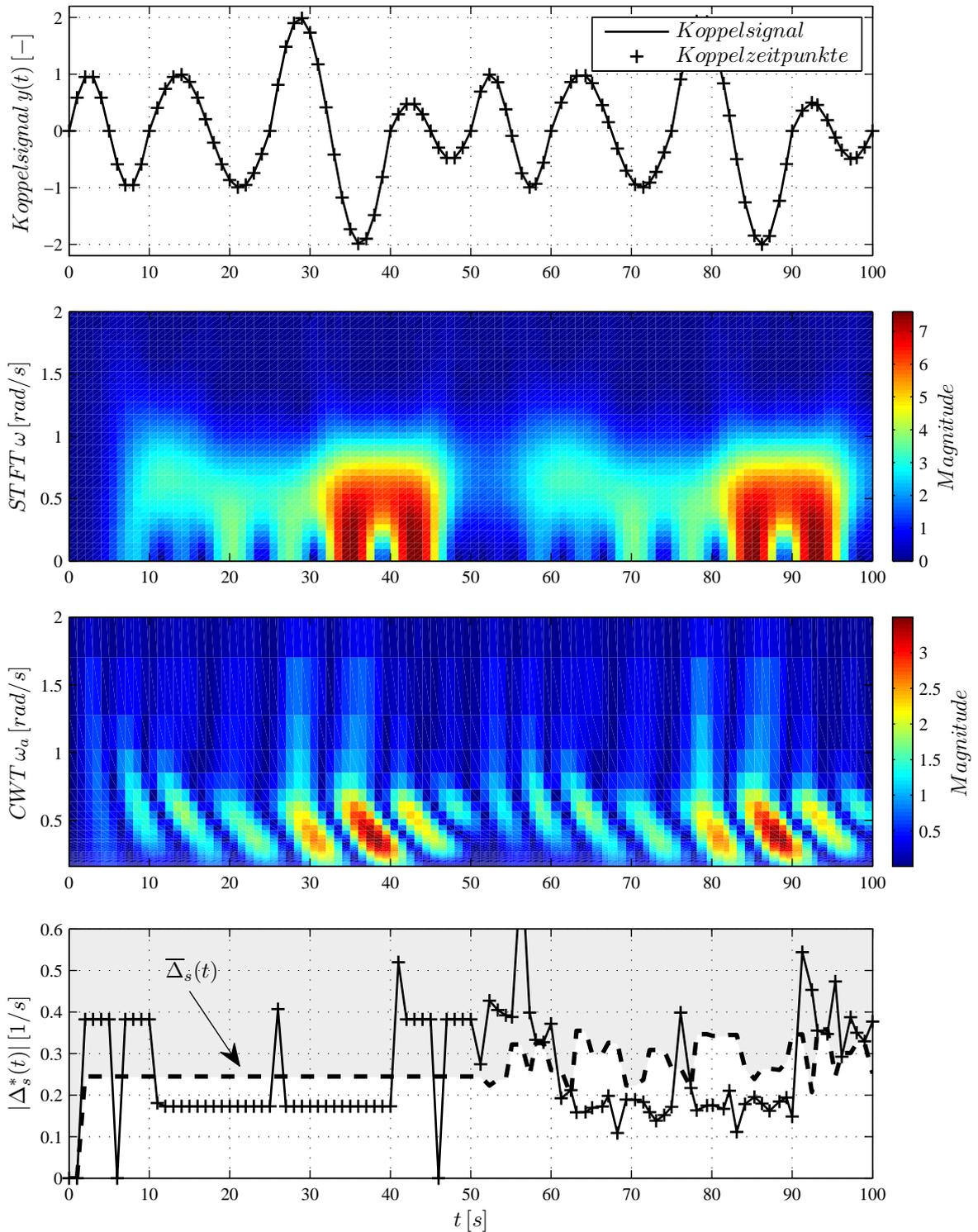


Abbildung 6.2: Synthetisches Koppelsignal $y(t)$ und dessen Darstellung in der Zeit-Frequenzebene mittels zeitabhängiger Fourier-Transformation (STFT) sowie der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation und Anwendung der Methode basierend auf Steigungsinformation

Diese Methode zur Signalanalyse wird als *zeitabhängige FOURIER-Transformation* oder auch als *Kurzzeit-FOURIER-Transformation* (engl. *short-time fourier-transformation*) (STFT) bezeichnet [63].

Bevor nun die zeitabhängige *FOURIER-Transformation* zur Analyse des Koppelsignals herangezogen werden kann, ist es notwendig, einige Problematiken infolge der durchzuführenden sog. *Fensterung* zu diskutieren. Wie oben erwähnt, erfolgt die Fensterung durch eine Multiplikation des zu analysierenden Signals mit dem definierten Fenster im Zeitbereich (Glg. 6.3). Eine Multiplikation im Zeitbereich entspricht einer Faltung im Frequenzbereich, was dazu führt, dass durch diese periodische Faltung im Frequenzbereich Spitzen im Spektrum geglättet werden. Das Ausmaß dieser Verschmierung und die reduzierte Auflösung im Frequenzbereich hängen primär von der Länge und der Form des gewählten Fensters ab. Es existieren eine Reihe von vordefinierten Fenstern, wie z. B. das *KAISER-* oder *HAMMING-*Fenster, wobei über weitere Parameter ein Kompromiss zwischen Verschmierung und Auflösung im Frequenzbereich eingegangen werden kann. Demzufolge ist für die Signalanalyse das Fenster so zu wählen, dass die Signalanteile im Zeitbereich und im Frequenzbereich gut lokalisierbar sind. Genau an dieser Stelle muss ein Kompromiss eingegangen werden. Allgemein gilt, je *schneller* sich die Signalcharakteristiken ändern, desto *kürzer* sollte das Fenster sein. Mit einem *kurzem* Fenster nimmt jedoch die Auflösung im Frequenzbereich ab.

In Bezug auf die Analyse des Koppelsignals zur Extraktion von Signalinformation zur Steuerung der Makro-Schrittweite wurde das *HAMMING-*Fenster

$$\omega(t) = 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi}{M}t\right) \quad \text{mit } t = -\frac{M-1}{2}, \dots, \frac{M-1}{2} \quad (6.4)$$

der Länge $M = 13$ gewählt, siehe Abb. 6.3. Das Fenster klingt langsam ab und führt somit zu einer relativ guten Auflösung im Frequenzbereich. Die Fensterlänge wurde dabei, basierend auf den zu extrahierenden Frequenzen, festgelegt. In Anlehnung an die verwendete Extrapolationstechnik ist es auch denkbar, die Fensterlänge anhand der maximal zulässigen Frequenz auszulegen. Höhere Frequenzanteile sind dadurch sichtbar, worauf eine Schrittweitensteuerung reagieren kann. In Abbildung 6.2 (zweite Bildreihe) ist das Resultat² der zeitabhängigen *FOURIER-Transformation* in Form einer Amplitudenverteilung in der Zeit-Frequenzebene, dem sog. *Spektrogramm*, dargestellt. Das *HAMMING-*Fenster wurde dabei schrittweise über das synthetische Koppelsignal geschoben und zu jedem Koppelzeitpunkt ein Frequenzspektrum über die *FOURIER-Transformation* ermittelt. Um den Zeitpunkt $t = 10$ s werden die ersten Signalanteile um die Frequenz $\omega = 0.628$, entsprechend der ersten Sinusschwingung, sichtbar. Klar ersichtlich ist der Zeitversatz im Spektrogramm von ca. 6 Sekunden. Ursache dafür ist, neben der Fensterlänge und der Fensterform, die Tatsache, dass das Fenster nicht symmetrisch um den Koppelzeitpunkt liegt, sondern so positioniert wird, dass das Fenster am Koppelzeitpunkt endet. Bei der gewählten Fensterlänge von 13 Sekunden beträgt der zeitliche Versatz ca. 6 Sekunden, was sich unter Beachtung der abklingenden Fensterform mit der oben getroffenen Aussage deckt.

Aus dem Spektrogramm ist der tendenzielle Trend der Koppelsignalfrequenz und der Koppelsignalamplitude ersichtlich. Ein längeres Fenster würde die zeitliche Lokalisierbarkeit reduzieren und die Frequenzauflösung erhöhen und vice versa. Für die Verwendung der

²Die Berechnung der zeitabhängigen *FOURIER-Transformation* erfolgte in MATLAB unter Verwendung des Kommandos `spectrogram(y, hamming(13), 12, 128, 1)`.

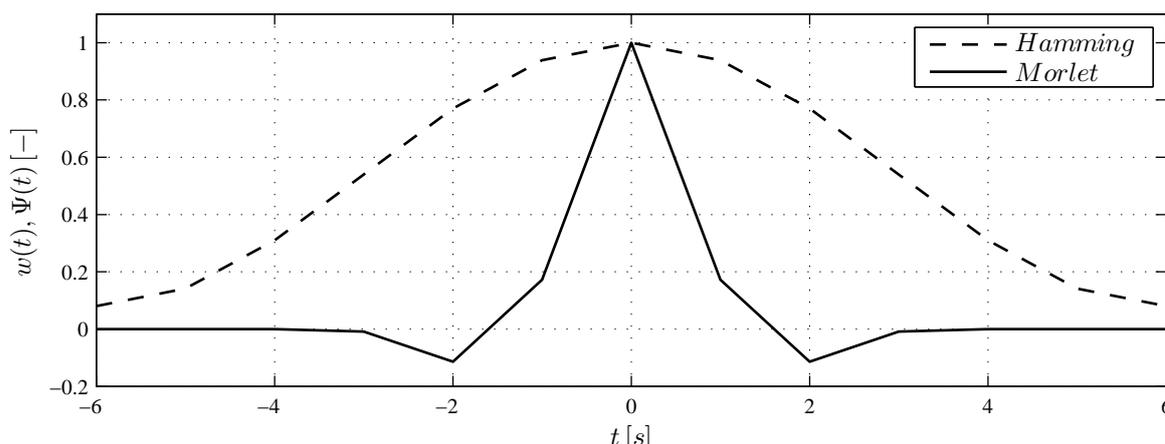


Abbildung 6.3: Darstellung des *HAMMING*-Fensters und des *MORLET*-Wavelets der Länge 13 im Zeitbereich

zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation zur Extraktion von relevanter Signalinformation ist ein kurzes Fenster günstiger, um schnelle Signaländerungen um den Koppelzeitpunkt zu detektieren. Mit diesem kurzen Fenster sinkt jedoch die Auflösung im Frequenzbereich, sodass dies zu einer sehr konservativen Steuerung der Makro-Schrittweite führt. Genauso führt ein längeres Fenster zu einer erhöhten Frequenzauflösung, jedoch zu einer schlechten zeitlichen Auflösung. Ein plötzlich am Koppelzeitpunkt auftretender Sprung könnte zwar detektiert werden, bleibt aber annähernd über die gesamte Fensterlänge im Spektrum sichtbar.

Der hier getroffene Kompromiss zwischen zeitlicher Lokalisierbarkeit und Auflösung im Frequenzbereich ist für eine Schrittweitensteuerung bereits günstig gewählt. Die resultierende relativ schlechte Auflösung im Zeit- und Frequenzbereich führt unweigerlich zu einer sehr konservativen Steuerung der Makro-Schrittweite.

Wavelet-Transformation

Das Hauptproblem bei der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation ist die Wahl der richtigen Fenstergröße. Wählt man ein weites Fenster, dann erhält man eine schlechte Zeitauflösung, aber eine gute Frequenzauflösung und umgekehrt. Bedenkt man, dass viele hochfrequente Phänomene kurzlebig sind, wie z. B. ein Sprung, und niederfrequente Schwingungen eher einen langlebigen Charakter besitzen, so wäre eine mögliche Lösung des Problems die Anpassung der Fenstergröße an die Frequenzen. Bei der *WAVELET*-Transformation tritt diese Eigenheit auf, wodurch sie für die hier beabsichtigte Anwendung interessant ist und deswegen im Rahmen dieser Arbeit kurz beleuchtet wird [14].

Im Unterschied zur zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation wird bei der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation anstelle der Fensterfunktion ein sog. *WAVELET* $\Psi^{(a,b)}(t)$ zum Untersuchen des Signals eingesetzt

$$\Psi^{(a,b)}(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (6.5)$$

wobei das Basis-*WAVELET* Ψ die Auslöschungsbedingung bzw. Oszillationsbedingung

erfüllt

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0 \quad \text{mit} \quad \Psi(t) \neq 0. \quad (6.6)$$

Mittels der nachfolgenden Integraltransformation, der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation, können die *WAVELET*-Koeffizienten bestimmt werden

$$Y_{\Psi}(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (6.7)$$

Die Zeitabhängigkeit der Koeffizienten ist dabei implizit enthalten. Die beiden angeführten Parameter dienen zur Verschiebung (Translation) und/oder zur Skalierung (Dilatation) der *WAVELET*-Funktion. Dabei bewirkt der Parameter b eine Verschiebung, sodass $Y_{\Psi}(a, b)$ lokale Information des Signals um den Zeitpunkt $t = b$ enthält. Der Parameter a bewirkt hingegen eine Streckung ($a > 1$) oder eine Stauchung ($a < 1$) und steuert somit den Einflussbereich oder den Frequenzbereich [21, 44, 57].

Die resultierenden Koeffizienten der *WAVELET*-Transformation sind über die Skalierung a und der Position b aufgespannt. Diese allgemeine und vielfältig anwendbare Form kann in eine Zeit-Frequenzdarstellung umgemünzt werden, indem der Parameter b die zeitliche Lokalisierung beschreibt und der Skalierungsparameter a in eine korrespondierende Frequenz umgerechnet wird. Dies erfolgt derart, dass unter Beachtung der sog. Zentrumsfrequenz f_c der gewählten *WAVELET*-Funktion, der Skalierung a und der Abtastschrittweite die Skalierung in eine *pseudo*-Frequenz f_a übertragen werden kann

$$f_a = \frac{f_c}{aT_s}, \quad (6.8)$$

sodass die Koeffizienten $Y_{\Psi}(a, b)$ in gewohnter Form in der Zeit-Frequenzebene aufgetragen werden können. Nach diesem kurzem Überblick kann die *WAVELET*-Transformation nun zur Eignung als Methode zur Signalanalyse zur Steuerung der Makro-Schrittweite (grafisch) analysiert werden.

Die Ausgangssituation bleibt unverändert. Am aktuellen Koppelzeitpunkt müssen unter Verwendung der Historie des Signals Eigenschaften extrahiert werden, die zur Steuerung der Makro-Schrittweite herangezogen werden können. Wie oben bei der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation wird dazu wieder ein Teilausschnitt des Koppelsignals betrachtet und nun mittels der *WAVELET*-Transformation analysiert. Von den ermittelten Koeffizienten werden jedoch nur jene zum Koppelzeitpunkt verwendet und dargestellt. Der Vorteil liegt, im Kontrast zur zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation, darin, dass schnelle Änderungen nur kurz sichtbar sind. Abbildung 6.2 (dritte Bildreihe) zeigt das Resultat³ der Methode, basierend auf der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation, zur Untersuchung des definierten synthetischen Koppelsignals. Zu jedem Koppelzeitpunkt wurde ein Signalausschnitt der Länge 13 aus der Historie des Koppelsignals betrachtet. Diese Signalsegmente wurden mittels der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation analysiert. Auffällig ist die schnelle Antwortzeit auf eine Änderung im Signal. Z. B. wird bereits zum dritten Koppelzeitpunkt die Signaländerung deutlich sichtbar. Diese Eigenheit ist

³Die Berechnung der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation erfolgte in MATLAB unter Verwendung des Kommandos `cwt(y, 2,[1:5], 'morl')`.

über die gesamte Signaldauer zu beobachten und rührt daher, da bei der *WAVELET*-Transformation die Fensterweite im betrachteten Segment an die Signalfrequenz angepasst wird. Wie erwartet, werden dadurch hohe Frequenzanteile relativ schnell erfasst. Neben den schnellen Änderungen im Signal ist zusätzlich der Trend der Koppelsignalfrequenz erkennbar, jedoch nur sehr unscharf.

Zum Analysieren des Signals über die *WAVELET*-Transformation wurde bei diesem Beispiel das *MORLET*-Wavelet gewählt, siehe Abb. 6.3. Dort wo dieses "Muster" in skaliertem Form mit dem Signal korreliert, treten hohe Koeffizienten auf. Welches *WAVELET* als Basisfunktion zur Analyse verwendet wird, ist dem Anwender überlassen.

Die hier getroffene Wahl der Parameter ist für die Anwendung angemessen, es führt aber, neben einer sehr vorteilhaften schnellen Reaktionszeit, trotzdem zu einer ungünstigen bzw. unscharfen Auflösung im Frequenzbereich. Durch die erhöhte zeitliche Auflösung kann somit eine Schrittweitensteuerung relativ schnell auf hochfrequente Signalkomponenten reagieren. Die Auflösung im Frequenzbereich ist aber unzureichend und führt zu einer ebenfalls konservativen Steuerung der Makro-Schrittweite.

Steigungs-basierte Analyse

Ein neuartiges Verfahren zur Analyse des Koppelsignals im Zeitbereich ist eine, im Rahmen dieser Arbeit entwickelte, Methode in Bezug auf Steigungsinformation des Signals. Inspiriert von dem recherchierten Ansatz zum Finden von Indikatoren zur Bewertung der Qualität einer Co-Simulation, wird in diesem Abschnitt die Idee der Verwendung von Gradienten - Steigungsinformation - weiter verfolgt und von einer anderen Perspektive beleuchtet [49].

Ausgangspunkt ist, dass ein Koppelsignal, das i. A. nicht äquidistant abgetastet ist, als *stückweise affine* Zeitfunktion interpretiert werden kann und eine Approximation der exakten Lösung des vorgeschalteten Teilsystems darstellt (vgl. Abb. 6.2 oben). Durch die Berechnung der Steigungen in Bezug auf die Mikro-Schrittweite $\delta T^{<l>}$, kann der resultierende Verlauf als Steigung einer *stückweise affine* Zeitfunktion interpretiert werden. Dabei wird die Steigung $steig_{\delta T}$ bei diesem Ansatz durch den sog. Rückwärts-Differenzen-Quotienten⁴ zu den Abtastzeitpunkten bestimmt:

$$steig_{\delta T}(t_{\delta}^{<L>}) = \frac{y(t_{\delta}^{<L>}) - y(t_{\delta}^{<L-1>})}{\delta T^{<l>}} \quad (6.9)$$

Die sog. *finiten Differenzen* sind in vielen Anwendungen, aufgrund der einfachen Berechnungsvorschrift zur Approximation von Gradienten bzw. Steigungen, eine Standardmethode [25]. Für diesen Ansatz viel interessanter ist die Steigungsinformation $steig_{\Delta T}$ in Bezug auf die Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m>}$, die ebenfalls über den Rückwärts-Differenzen-Quotienten zu den Koppelzeitpunkten ausgedrückt wird:

$$steig_{\Delta T}(t_{\Delta}^{<M>}) = \frac{y(t_{\Delta}^{<M>}) - y(t_{\Delta}^{<M-1>})}{\Delta T^{<m>}} \quad (6.10)$$

⁴Neben den einseitigen Differenzen, wie dem hier angewandten Rückwärtsquotienten oder dem Vorwärtsquotienten, könnte die Genauigkeit der Berechnung durch den sog. zentralen Differenzenquotienten erhöht werden. Der Vorwärts- sowie der Zentralquotient scheiden aber vorab aus, da zum Koppelzeitpunkt der zukünftige Wert des Koppelsignals nicht zur Verfügung steht.

Im Falle von zusätzlichen Abtastzeitpunkten zwischen den Koppelzeitpunkten stellen die Steigungen in Bezug auf die Makro-Schrittweite eine Approximation dar. Wie diese Steigungen nun zur Bestimmung einer sinnvollen Makro-Schrittweite genutzt werden können, wird im Folgenden näher beschrieben.

Rückblickend auf die energieerhaltende Strategie aus Abschnitt 4.1 kann ein vernünftiger Ansatz formuliert werden. Der grundlegende Gedanke der Strategie basiert darauf, dass, falls der Fehler durch die notwendige Extrapolation über den vorherigen Makro-Schritt dem Extrapolationsfehler über den aktuellen Makro-Zeitschritt entspricht und sich die Koppelsignale idealerweise nicht ändern, der Fehler kompensiert werden kann. Der springende Punkt dabei ist, dass sich die Koppelsignale in ihrer Steigung über den betrachteten Zeitraum *nicht* ändern dürfen, was zur Ableitung einer adaptiven Makro-Schrittweitensteuerung herangezogen werden kann. Die vorhin erwähnten Steigungen werden nun dazu verwendet, um diese Steigungsänderung der Koppelsignale quantitativ zu beschreiben. Eine Änderung des Koppelsignals ist durch eine Änderung der Steigung $\Delta_s(\cdot)$ erkennbar, die zum Koppelzeitpunkt bestimmt wird:

$$\Delta_s(t_{\Delta}^{<M>}) = \text{steig}_{\Delta T}(t_{\Delta}^{<M-1>}) - \text{steig}_{\Delta T}(t_{\Delta}^{<M>}) \quad (6.11)$$

Die Idee ist einfach formuliert: Ist die Steigungsänderung zwischen zwei Zeitschritten *zu groß*, so müssen die Signalanteile des Koppelsignals zu hohe Frequenzen enthalten und/oder zu große Amplituden besitzen. Wie in diesem Kontext eine *zu große* Steigungsänderung zu interpretieren ist, muss noch erörtert werden.

Ein direkter Schluss von der Information über die Steigungsänderung auf die im Signal enthaltene Frequenz ist nicht möglich. Grund dafür ist die *Heisenbergsche Unschärferelation*, sodass die enthaltene Frequenz in Bezug auf den kleinen, zur Verfügung stehenden Zeitausschnitt, bei Betrachtung von nur drei benachbarten Abtastpunkten, nicht bestimmbar ist. Genau genommen sind aber bei Verwendung von Steigungsinformation zur Steuerung der Makro-Schrittweite, die im Koppelsignal enthaltene Frequenzanteile *nicht* zwingend erforderlich. Alleiniges Ziel ist es, die Steigungsänderung möglichst gering zu halten. Folglich kann eine große Steigungsänderung drei grundlegende Ursachen haben: Entweder sind die Frequenzanteile des Koppelsignals zu hoch oder deren Amplitude ist zu groß oder das Koppelsignal wird durch die Makro-Schrittweite nicht ausreichend oft abgetastet. In allen Fällen führt eine kleinere Makro-Schrittweite zu einer kleineren Steigungsänderung, sodass die Frequenz- und Amplitudeninformation implizit in der Steigungsänderung enthalten ist und die energieerhaltende Strategie zum Tragen kommt.

Die Verwendung der Steigungsänderung würde im Prinzip ausreichen, um die Makro-Schrittweite *adaptiv* an das Koppelsignal anzupassen. Die nicht zur Verfügung stehende Information über die aktuelle Bandbreite des Koppelsignals verhindert jedoch die Anpassung der Schrittweite an das Übertragungsverhalten der unterschiedlichen Extrapolationsverfahren. Dies bewirkt eine verminderte Leistungsfähigkeit und stellt einen noch zu betrachtenden wichtigen Aspekt dar. Die Extrapolationsverfahren besitzen unterschiedliche Eigenschaften, sodass spezifische maximale Steigungsänderungen zulässig sind. Um die *effektive* Übertragungsbandbreite der Extrapolationsmethoden auszuschöpfen, muss eine Beziehung zwischen der maximal zulässigen Steigungsänderung und den Signaleigenschaften formuliert werden.

Wie oben erwähnt, ist die Steigungsänderung von den Frequenzen und Amplituden des Koppelsignals sowie von der gewählten Makro-Schrittweite abhängig. Eine scheinbar aussichtslose Situation. Die Steigungsänderung wird durch drei Freiheitsgrade beeinflusst.

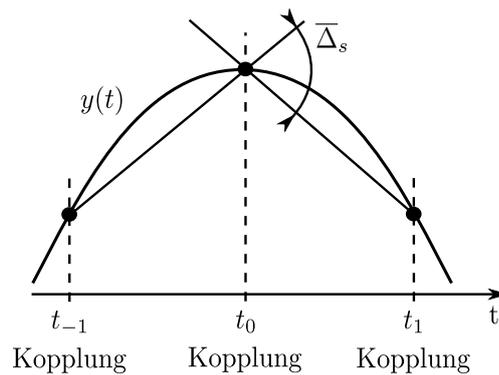


Abbildung 6.4: Maximal mögliche Steigungsänderung $\bar{\Delta}_s$ in Bezug auf die erste Halbwelle der Sinusschwingung $y(t) = \sin(\bar{\omega}_{norm}/\Delta T t)$

Um trotzdem einen Bezug zwischen den jeweiligen Extrapolationsverfahren und der Steigungsänderung herzustellen, müssen die Freiheitsgrade reduziert werden.

Als erster Freiheitsgrad wird die Makro-Schrittweite betrachtet. Die Makro-Schrittweite spezifiziert die Abtastfrequenz, mit der das Koppelsignal abgetastet wird. Zudem beeinflusst die Makro-Schrittweite das Übertragungsverhalten der eingesetzten Extrapolationsmethode (vgl. Abs. 4.6.2). In der Darstellung über die normierte Frequenz $\omega\Delta T$, wie in den Abbildungen 3.5 gezeigt, kann für jede modellierte Extrapolationsmethode eine maximal zulässige normierte Frequenz $\bar{\omega}_{norm}$ bestimmt werden (vgl. Tab. 3.1):

$$\bar{\omega}_{norm} = \omega\Delta T \quad (6.12)$$

Durch diese Gleichung ist zugleich die Relation zwischen maximaler Koppelsignalfrequenz und Abtastschrittweite bzw. der Makro-Schrittweite festgelegt. D. h. aus der Makro-Schrittweite lässt sich, basierend auf der maximal zulässigen normierten Frequenz, die aktuelle maximal zulässige Koppelsignalfrequenz bestimmen. Ein Freiheitsgrad konnte somit durch die Beziehung 6.12 eliminiert werden.

Typischerweise erfolgt die Auslegung der maximal zulässigen Frequenz, neben der Betrachtung der Phasendrehung, auch unter Berücksichtigung der Amplitudenverstärkung. Bei gleichbleibender Frequenz ruft eine große Signalamplitude eine große Steigungsdifferenz hervor. Diese Steigungsdifferenz ist bei der maximal zulässigen Frequenz (Glg. 6.12) am größten, sodass die Steigungsänderung, unter Beachtung der dargestellten Ausführungen, als Maß für die maximal zulässige Amplitude interpretiert werden kann. Wird eine Einheitsamplitude angesetzt, so ist die Auslegung der maximal zulässigen Koppelsignalfrequenz intuitiver und die maximal auftretende Steigungsänderung kann analytisch bestimmt werden. In Abbildung 6.4 ist dazu die erste Halbwelle einer Sinusschwingung samt der zu den Koppelzeitpunkten abgetasteten Werte und Steigungsänderung skizziert. Der Zeitpunkt des Maximalwertes am Scheitelpunkt der Schwingung lässt sich über die maximal zulässige normierte Frequenz und der aktuellen Makro-Schrittweite (Glg. 6.12) bestimmen

$$t_0 = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\bar{\omega}_{norm}} \Delta T, \quad (6.13)$$

wodurch sich unter Beachtung der Makro-Schrittweite ΔT die Zeitpunkte⁵ der benachbarten Abtastwerte ermitteln lassen:

$$t_{-1} = t_0 - \Delta T \qquad t_1 = t_0 + \Delta T. \quad (6.14)$$

Einfaches Einsetzen in die Beziehung (Glg. 6.11) führt somit zur maximal auftretenden Steigungsänderung $\overline{\Delta}_s$ bei maximal zulässiger Frequenz $\overline{\omega}_{norm}/\Delta T$ des Koppelsignals und Einheitsamplitude:

$$\overline{\Delta}_s(t_1) = \frac{2 - \sin(\overline{\omega}_{norm}/\Delta T t_{-1}) - \sin(\overline{\omega}_{norm}/\Delta T t_1)}{\Delta T}. \quad (6.15)$$

Es bleibt noch offen, ob die Ermittlung der maximalen Steigungsänderung auf Basis der maximal zulässigen Frequenz und Einheitsamplitude zu einer Einschränkung führt. Betrachtet man niedrigere normierte Frequenzen ($\omega\Delta T < \overline{\omega}_{norm}$) bei Einheitsamplitude, so kann *keine* höher Steigungsänderung auftreten. Hingegen kann eine erhöhte Amplitude sehr wohl zu einer Überschreitung der maximalen Steigungsänderung führen, unabhängig von der Frequenz. Durch Zugrundelegen der Einheitsamplitude wird jedoch eine größere Steigungsänderung als höhere Frequenz interpretiert, was zu sehr kleinen Schrittweiten führt. Einen Ausweg bietet die Betrachtung von Steigungsdifferenzen $\Delta_s^*(t_{\Delta}^{<M>})$, bezogen auf den mittleren Koppelsignalwert

$$\Delta_s^*(t_{\Delta}^{<M>}) = \begin{cases} \Delta_s(t_{\Delta}^{<M>})/y(t_{\Delta}^{<M-1>}) & \text{falls } y(t_{\Delta}^{<M-1>}) \neq 0 \\ \Delta_s(t_{\Delta}^{<M>}) & \text{sonst.} \end{cases} \quad (6.16)$$

Somit erfolgt zum Zeitpunkt $t_{\Delta}^{<M-1>}$ eine Skalierung der Amplitude des Koppelsignals auf Einheitsamplitude und Vergleiche mit der maximal zulässigen Steigungsdifferenz $\overline{\Delta}_s$ können angestellt werden. Eine Ausnahme stellt der Fall $y(t_{\Delta}^{<M-1>}) = 0$ dar. In solchen Situationen wird die Skalierung der Steigungsänderung mit $1/y(t_{\Delta}^{<M-1>})$ vernachlässigt, da der Koppelsignalwert $y(t_{\Delta}^{<M-1>})$ ohnedies in einem günstigen Wertebereich liegt. Besonders vorteilhaft zeichnet sich die Tatsache aus, dass es gelungen ist, einen interpretierbaren Zusammenhang zwischen der maximal zulässigen Koppelsignalfrequenz und der Steigungsänderung herzustellen.

In Abbildung 6.2 (unten) ist die absolute Steigungsänderung in Bezug auf das definierte Testsignal dargestellt und dieser Sachverhalt somit veranschaulicht. In Anlehnung an das definierte Koppelsignal wurde exemplarisch die maximal zulässige normierte Frequenz auf $\overline{\omega}_{norm} = 0.5 [rad]$ gesetzt. Laut Signaldefinition aus Gleichung 6.2 muss die absolute Steigungsänderung, bezogen auf die Signalamplitude (Glg. 6.16), aufgrund der Frequenzverhältnisse die maximal zulässige Steigungsänderung (Glg. 6.15) teilweise überschreiten. Der resultierende Verlauf der maximal zulässigen Steigungsdifferenz unter Berücksichtigung der aktuellen Makro-Schrittweite wird durch die strichlierte Linie repräsentiert. Es ist schön ersichtlich, dass in allen Fällen die Steigungsänderung ausreichende Aussagekraft besitzt, um die Makro-Schrittweite zu steuern. Liegt die ermittelte aktuelle Steigungsänderung im grau schattierten Bereich, d. h. die maximal zulässige Steigungsänderung wurde überschritten, so muss die Makro-Schrittweite reduziert werden. Andernfalls steht ein gewisser Spielraum zur Verfügung und die Makro-Schrittweite könnte erhöht werden. Im

⁵Die hier getätigte Annahme von *konstanter* Makro-Schrittweite führt zu einer Überabschätzung. Ist eine der beiden Schrittweiten kleiner, so wird die Steigungsdifferenz ebenfalls kleiner.

Vergleich zur zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation fällt auf, dass bereits nach drei Koppelzeitpunkten die Signaländerung erkannt wird. Es ist ersichtlich, dass eine hohe Frequenz in einer großen Steigungsänderung mündet. Sehr auffällig ist die Sensitivität zu den Zeitpunkten, wo entweder eine Amplituden- oder Frequenzmodulation plötzlich stattfindet. Unstetigkeiten werden demnach bei der Betrachtung von Steigungsänderungen besonders gut detektiert.

Der vorgeschlagene Ansatz, Steigungsinformation zur adaptiven Anpassung der Makro-Schrittweite heranzuziehen, basiert auf der hier vorgestellten energieerhaltenden Strategie. Zur Berechnung der interessierenden Steigungsänderung werden nur drei Abtastwerte benötigt und es entstehen keine Komplikationen oder ein zusätzlicher Aufwand durch evtl. nicht äquidistant abgetastete Koppelsignale. Die lokale Betrachtung von Koppelgrößen ist dabei vollkommen ausreichend und reduziert den Berechnungsaufwand enorm, wobei gleichzeitig eine hohe Sensitivität in Bezug auf schnelle Änderungen des Koppelsignals erzielt wird. Im Prinzip ist eine Betrachtung von Frequenzanteilen nicht mehr notwendig, da diese Informationen implizit in der Steigungsänderung ausreichend gut für die vorgesehene Anwendung enthalten sind.

Vergleich und Diskussion

Nach der Vorstellung denkbarer Methoden zur Analyse des Koppelsignals, sollen deren Eigenschaften kurz gegenübergestellt und diskutiert werden. Primäres Ziel der Analyse des Koppelsignals ist es, die wesentliche Information zum Steuern der Makro-Schrittweite aus dem Signal zu extrahieren. Als grundlegende Einschränkung steht zur Analyse nicht das vollständige Signal über die gesamte Laufzeit zur Verfügung, sondern nur die Historie des Koppelsignals zum aktuellen Koppelzeitpunkt, wo eine Berechnung durchgeführt werden kann.

Angelehnt an die Übertragungsfunktionen möglicher Extrapolationsverfahren, ist eine Extraktion der aktuell im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile sinnvoll und naheliegend. Zudem wurde fortlaufend ein kleiner Ausschnitt des zur Verfügung stehenden Signals zum einen durch die *FOURIER*-Transformation und zum anderen durch die kontinuierliche *WAVELET*-Transformation im Frequenzbereich dargestellt. Zur Anwendung beider Verfahren ist ein zusätzlicher Zwischenschritt notwendig, indem das Signal mittels konstanter Abtastschrittweite repräsentiert wird. Dieser Schritt ist bei Verwendung einer Schrittweitensteuerung immer erforderlich und führt unweigerlich durch die lineare Interpolation zu einer Approximation des originalen Signals und ist einhergehend mit einem erhöhten Berechnungsaufwand. Die zuletzt vorgeschlagene Methode basiert auf Steigungsinformation und ist unabhängig von der Art der Abtastung, was einen wesentlichen Vorteil darstellt.

Bei der Transformation des Signals in den Frequenzbereich steht ständig der Kompromiss zwischen zeitlicher Lokalisierung und der Auflösung im Frequenzbereich im Vordergrund. Bei der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation stellen die Fensterlänge und die Fensterform zwei Einstellmöglichkeiten dar. Zudem geht die Ausführung der *FOURIER*-Transformation in diskreter Form meist mit dem Leckeffekt einher [63]. Bei der *WAVELET*-Transformation bietet die Wahl der *WAVELET*-Funktion bestimmte Freiheiten. In Abhängigkeit dieses "Musters" sind spezielle Signalformen, wie z. B. ein Sprung, mehr oder weniger gut sichtbar. Bei beiden Methoden säumen einige grundlegende Fragestellungen den Weg. Tatsache ist, dass es gegenüber der zeitabhängigen *FOURIER*-

Transformation bei der *WAVELET*-Transformation durch Ausnützen ihrer Eigenschaften gelingt, eine schnellere Reaktionszeit in Bezug auf plötzlich auftretende Änderungen des Koppelsignals zu erzielen. Die Auflösung im Frequenzbereich ist jedoch bei beiden Methoden zu gering. Zur Berechnung der *FOURIER*-Transformation wurde anstatt der Fensterlänge bereits eine höhere Frequenzauflösung durch die Verwendung der diskreten 128-Punkt *FOURIER*-Transformation erreicht. Genauso erfolgte bei der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation die Anwendung einer höher aufgelösten Skalierungsskala, so dass die beiden Methoden in ihrer Frequenzauflösung bereits sehr gut ausgenutzt wurden. Trotzdem können die aktuell enthaltenen Signalfrequenzen nur ungefähr erahnt werden. Dies resultiert in einer sehr konservativen Wahl der Schrittweite.

Die steigungs-basierte Methode hingegen extrahiert nicht direkt Frequenzinformationen, sondern berechnet Steigungen. Schnelle Signaländerungen werden sensibel detektiert und führen durch die Verwendung von nur drei Stützstellen zu einer guten zeitlichen Lokalisierung. Zudem ist ein sehr geringer Berechnungsaufwand erforderlich. Beim Vergleich der Resultate der Methode mit jener, basierend auf der *WAVELET*-Transformation, sind starke Ähnlichkeiten erkennbar (Abb. 6.2). Überall dort, wo hohe Frequenzanteile auftreten, ist signifikant ein Ausschlag der Steigungsdifferenz ersichtlich. Die oben ausgeführte geschickte Interpretation erlaubt eine qualitative Aussage über die Frequenz und Amplitudenverhältnisse im Signal und mündet in einer völlig ausreichenden Information über das Signal zur Steuerung der Schrittweite.

6.2.2 Strategie zur Steuerung der Makro-Schrittweite

Nach der Gegenüberstellung und Diskussion möglicher Verfahren zur Analyse des Koppelsignals erfolgt in diesem Abschnitt ein Vorschlag einer möglichen adaptiven Makro-Schrittweitensteuerung. Ein, im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagener, Ansatz wird dabei sinnvoll erweitert, um die Unabhängigkeit von der Signalamplitude zu erhalten [12]. Der Ansatz ist somit generell einsetzbar.

Bei einer *adaptiven* Makro-Schrittweitensteuerung wird generell versucht, die Makro-Schrittweite an das Koppelsignal bzw. die co-simulierten Teilsysteme anzupassen. Information wird dazu typischerweise aus der Historie des Kopplungssignals extrahiert und zur Vorhersage einer geeigneten Makro-Schrittweite herangezogen. Dem zuvor angestellten Vergleich potentieller Analyseverfahren zufolge, kristallisierte sich die steigungs-basierte Methode als äußerst effizient in Richtung Berechnungsaufwand und Sensitivität heraus (vgl. Abs. 6.2.1). Aus diesem Grund wird nachfolgend eine adaptive Makro-Schrittweitensteuerung, basierend auf der Berechnung der Steigung des Koppelsignals zu den Koppelzeitpunkten angeführt. Die Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m>}$ unterliegt dabei typischerweise gewissen Restriktionen, wie z. B. einer minimalen Makro-Schrittweite $\underline{\Delta T}$ und einer maximal zulässigen Makro-Schrittweite $\overline{\Delta T}$ (vgl. Glg. 4.42).

In Abschnitt 6.2.1 wurden in ausführlicher Form die Anwendung sowie die Vorteile der Verwendung von Steigungsinformation zur Steuerung der Makro-Schrittweite aufgezeigt. Einen wesentlichen Beitrag stellt dabei die Interpretation einer Steigungsdifferenz und die Zuordnung einer maximal zulässigen Steigungsdifferenz, in Bezug auf die normierte *effektive* Bandbreite $\bar{\omega}_{norm}$ möglicher Extrapolationsverfahren, dar. Vom Standpunkt aus, dass die maximal zulässige Steigungsänderung $\bar{\Delta}_s$ gegeben ist, lässt sich eine adaptive Makro-Schrittweitensteuerung anführen. Unter Berücksichtigung der aktuell auftretenden Steigungsdifferenz $\Delta_s^*(t_{\Delta}^{<M>})$ nach Gleichung 6.16, kann zum Koppelzeitpunkt $t_{\Delta}^{<M>}$ somit

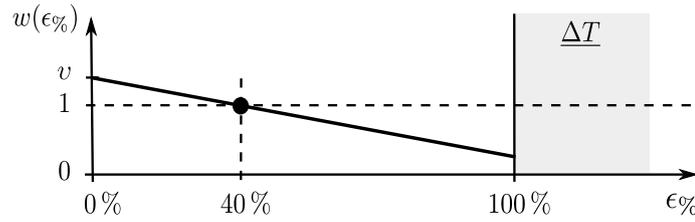


Abbildung 6.5: Gewichtungsfunktion zur adaptiven Anpassung der Makro-Schrittweite

eine prozentuale Abweichung $\epsilon_{\%}(t_{\Delta}^{<M>})$ bestimmt werden

$$\epsilon_{\%}(t_{\Delta}^{<M>}) = \left| \frac{\Delta_s^*(t_{\Delta}^{<M>})}{\overline{\Delta}_s(t_{\Delta}^{<M>})} \right| 100\%. \quad (6.17)$$

Dieses prozentuale Fehlermaß $\epsilon_{\%}(t_{\Delta}^{<M>})$ dient nun dazu, um zum Koppelzeitpunkt, basierend auf der aktuell angewandten Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m>}$, adaptiv die nachfolgende Makro-Schrittweite $\Delta T^{<m+1>}$ zu bestimmen

$$\Delta T^{<m+1>} = w(\epsilon_{\%}) \Delta T^{<m>}, \quad (6.18)$$

wobei die verwendete Funktion $w(\epsilon_{\%})$ eine Gewichtungsfunktion darstellt. Eine bewährte Wahl ist ein linearer Zusammenhang, in dem sinnvollerweise dem Anwender eine Justiermöglichkeit durch einen Parameter ξ zur Verfügung steht

$$w(\epsilon_{\%}) = \left(\frac{1-v}{40} \right) \epsilon_{\%} + v \quad \text{mit} \quad v = \frac{0.3}{100} \xi + 1.1, \quad (6.19)$$

mit dem die Entwicklungsgeschwindigkeit der Makro-Schrittweite festgelegt werden kann [12]. Der Parameter $\xi \in [0, 100\%]$ (engl. *evolution factor*) legt demnach die Entwicklungsgeschwindigkeit fest. Die Verhältnisse zu der angeführten Gleichung 6.19 und der vorgestellten Strategie sind aus Gründen der Übersichtlichkeit in Abbildung 6.5 skizziert. Falls die Steigungsänderung $\Delta_s^*(t_{\Delta}^{<M>})$ die maximal zulässige Steigungsänderung $\overline{\Delta}_s$ überschreitet, übersteigt der prozentuale Fehlerwert nach Gleichung 6.17 hundert Prozent ($\epsilon_{\%} = 100\%$) und die Makro-Schrittweite wird auf die minimal zulässige Makro-Schrittweite $\underline{\Delta T}$ gesetzt. In allen anderen Fällen wird ein effektives Gewicht zur adaptiven Anpassung bestimmt. Liegt der prozentuale Fehler unter 40%, so wird die Makro-Schrittweite erhöht, über 40% wird die Makro-Schrittweite verringert. Über den Parameter ξ wird die Steigung der Geraden beeinflusst, wodurch direkt Einfluss auf die Entwicklung der Makro-Schrittweite genommen wird. Dem Anwender der Co-Simulation steht somit die Möglichkeit zur Verfügung, mit einem einzigen Parameter ξ intuitiv das Verhalten der Schrittweitensteuerung entweder *konservativer* oder *aggressiver* auszulegen.

6.2.3 Erweiterung um Zusatzinformation

Es ist generell sinnvoll, die Makro-Schrittweite an das Koppelsignal anzupassen. Eine adaptive Strategie zur Steuerung der Makro-Schrittweite fußt im Wesentlichen auf der

Extraktion von relevanter Signalinformation aus Beobachtungen kurz vor dem Kopplungsprozess, siehe Abb. 6.1. In den vorherigen Abschnitten wurden dazu potentielle Verfahren zu Signalanalyse im Zeit- und Frequenzbereich angeführt. Darauf aufbauend, soll in diesem Abschnitt gezeigt werden, wie durch zusätzliche Information die Schätzung von zukünftigen Makro-Schrittweiten verbessert werden kann.

Grundproblematik bei *nicht-iterativer* Co-Simulation ist, dass jede Simulation der Teilsysteme über einen Makro-Zeitschritt nur einmal ausgeführt werden kann. Im Falle von internen Schleifen müssen unbekannte Koppelgrößen durch Extrapolation geschätzt werden, was eine Fehlerquelle bildet. Mit den hier entwickelten Methoden ist es teilweise möglich, diese unumgänglichen Kopplungsfehler zu kompensieren, jedoch nur in einem bestimmten Rahmen. Wurde die Makro-Schrittweite trotzdem *zu groß* gewählt, so bleibt der eingebrachte Fehler bestehen. Bei Anwendung einer adaptiven Makro-Schrittweitensteuerung, die auf der Historie der Kopplungssignale beruht, kann eine plötzlich schnelle Änderung *nicht* vorhergesehen werden, sodass in weiterer Folge die Makro-Schrittweite *nicht* angepasst werden kann und zu einem Schätzfehler führt. Die einzige Lösungsmöglichkeit stellt das Einbinden von Zusatzinformation dar.

Das Verwenden von Metainformation über die Modelle, beschränkt die Anwendbarkeit und erfordert Detailwissen über die Modelle. Metainformation über die Modelle würde einen enormen Vorteil mit sich bringen, soll jedoch hier nicht betrachtet werden. Einzig verbleibende Möglichkeit ist eine ausgiebigere Analyse der zur Verfügung stehenden Kopplungssignale. Demzufolge ist zu erörtern, aus welchem Grund in dem zu extrapolierenden Koppelsignal schnelle Signaländerungen bzw. hochfrequente Anteile zu Stande kommen. Es ist leicht nachvollziehbar, dass diese vorherzusehenden Komponenten im Teilsystem selbst erzeugt oder aus einer sich schnell ändernden Anregung resultieren. Ohne Metainformation ist die erste Option für die weiteren Betrachtungen nicht mehr relevant und wird aus diesem Grund nicht weiter behandelt. Besonders interessant ist aber der zweitgenannte Grund, der in der Annahme mündet, dass durch hochfrequente Anregungen des Teilsystems, hochfrequente Anteile im zu koppelnden Signal entstehen. D. h., werden schnelle Signaländerungen im Eingangssignal des vorgeschalteten Teilsystems frühzeitig erkannt, so kann schon vor Simulation die Makro-Schrittweite präventiv reduziert werden. Das Blockschaltbild zeigt dazu Abbildung 6.6. Einzige Modifikation gegenüber dem oben vorgestellten Ansatz (Abb. 6.1) ist, dass das Eingangssignal $u(t)$ des Teilsystems auch einer Signalanalyse unterzogen und zur Steuerung der Makro-Schrittweite herangezogen wird. Der bislang dargestellten *adaptiven* Kopplung steht durch diese Modifikation zusätzlich zukünftige Information zur Verfügung, sodass die Kopplung zugleich *prädiktiven* und *adaptiven* Charakter besitzt. Diese Idee kann natürlich weitergespielt werden, indem mehrere (alle) relevante Koppelsignale, nach Extraktion der wesentlichen Information, zur Vorhersage einer sinnvollen Makro-Schrittweite dienen. Konkret stehen zu einem Koppelzeitpunkt für die n betrachteten Koppelsignale Steigungsänderungen $\Delta_{s,i}^*(t_{\Delta,i}^{<M_i>})$, mit $i = 1, \dots, n$, zur Verfügung. Allgemein kann dazu jeder Koppelzeitpunkt $t_{\Delta,i}^{<M_i>}$ unterschiedlich sein und auf einer speziellen Anzahl an Makro-Schritten M_i beruhen. Eine einfache Möglichkeit, diese erweiterte Information in die vorgestellte Strategie zur Steuerung der Makro-Schrittweite (Abs. 6.2.2) einzubetten, ist die Ermittlung der größten aktuell auftretenden Steigungsänderung:

$$\Delta_s^*(t_{\Delta}^{<M>}) := \max_{i=1,\dots,n} |\Delta_{s,i}^*(t_{\Delta,i}^{<M_i>})| \quad (6.20)$$

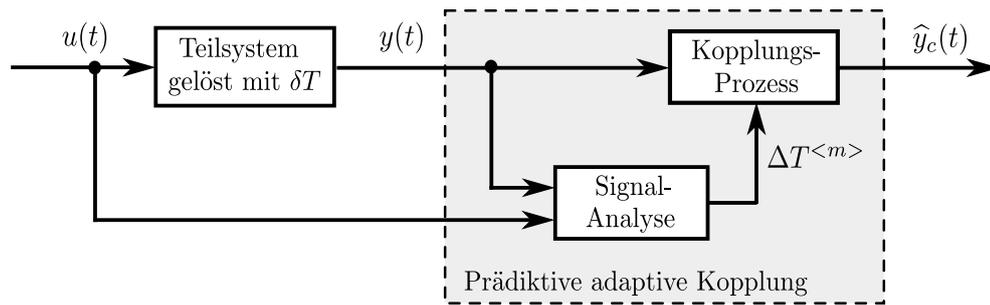


Abbildung 6.6: Erweiterung des Koppel-elementes um eine prädiktive adaptive Makro-Schrittweiten-Steuerung

Die größte auftretende Steigungsdifferenz assoziiert eine schnelle Änderung eines der berücksichtigten Koppelsignale und führt zu einem großen prozentualen Fehler (Glg. 6.17) und in weiterer Folge zur Anwendung einer vorbeugend kleinen Makro-Schrittweite. Ist das verursachende Ereignis vorbei, so kann die Makro-Schrittweite wieder langsam angehoben werden.

6.3 Beispiel: Wärmeübertragung - Fortsetzung

Zur Demonstration der Wirkungsweise der vorgeschlagenen Steuerungen der Makro-Schrittweite, erfolgt in diesem Abschnitt eine exemplarische Anwendung anhand des bereits mehrfach gezeigten Beispiels der konduktiven Wärmeübertragung zwischen zwei Punktmassen (vgl. Abs. 4.7). Zum einen wird der Effekt der *adaptiven* Schrittweitensteuerung und zum anderen die erhöhte Vorhersagefähigkeit der *prädiktiven adaptiven* Strategie aufgezeigt.

Das gekoppelte System der beiden Punktmassen wird unter Verwendung von *variablen* und gleichen Makro-Schrittweiten ($\Delta T^{<m>} \in [0.5, 5]$) *sequentiell* ausgeführt, d. h. Teilsystem 1 wird vor Teilsystems 2 gelöst, sodass der Temperaturverlauf $T_2(t)$ jeweils über den aktuellen Makro-Zeitschritt durch $\hat{T}_2(t)$ geschätzt werden muss.

Bei dem Ansatz der *adaptiven* Steuerung der Makro-Schrittweite wird ausschließlich, basierend auf der Historie des Koppelsignals, der Temperatur $T_2(t)$, *adaptiv* die aktuelle Makro-Schrittweite bestimmt. Die Signalanalyse erfolgt dabei durch die vorgeschlagene *steigungsbasierte* Methode, unter Berücksichtigung der vorgegebenen maximal zulässigen normierten Frequenz. Abbildung 6.7 zeigt dazu die Resultate der durchgeführten Mono- und Co-Simulationen. Bei den gekoppelten Simulationen erfolgte die Schätzung der Koppelgröße $T_2(t)$ jeweils über Extrapolation 0-ter Ordnung ohne und mit *konstanter* Korrektur ($\gamma = 50\%$). Im Falle von Extrapolation 0-ter Ordnung *ohne* Korrektur wurde die normierte, maximal zulässige Frequenz auf $\bar{\omega}_{norm} = 0.05 [rad]$ gesetzt, um das gekoppelte System möglichst gering zu beeinflussen. Bei der Anwendung von *konstanter* Korrektur werden Koppelfehler im interessierenden unteren Frequenzbereich nahezu kompensiert, wodurch eine größere *effektive* Bandbreite zur Verfügung steht. In diesem Falle wurde die normierte maximal zulässige Frequenz auf $\bar{\omega}_{norm} = 0.2 [rad]$ festgelegt. Abbildung 6.7 zeigt in der dritten Bildreihe den Verlauf der *adaptiv* bestimmten Makro-Schrittweiten. Zusätzlich sind die maximal zulässige Makro-Schrittweite $\overline{\Delta T} = 5 s$ sowie die minimale zulässige Makro-Schrittweite $\underline{\Delta T} = 0.5 s$ als Begrenzungen dargestellt. Es ist ersichtlich,

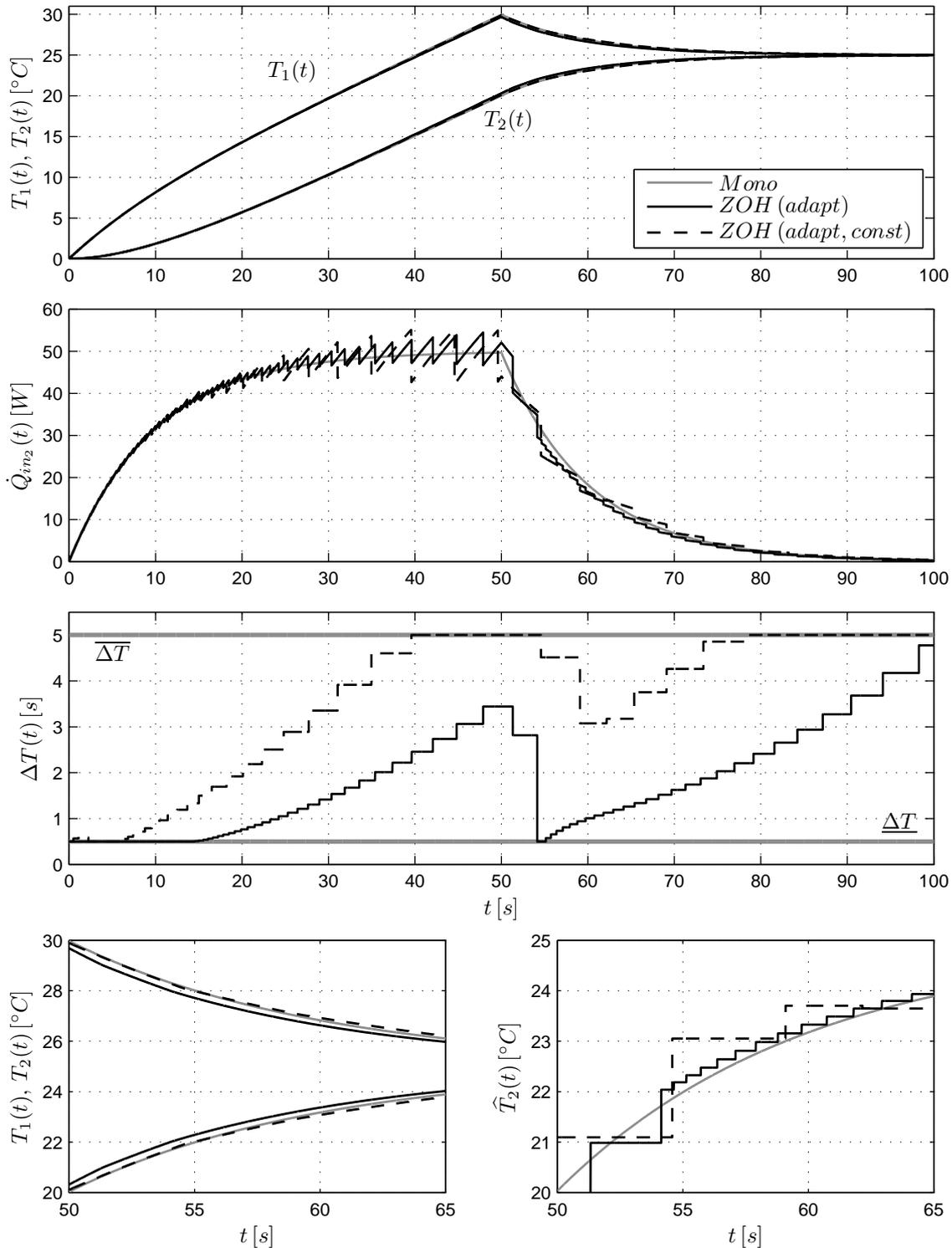


Abbildung 6.7: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe und des Wärmeintrags auf die zweite Punktmasse bei Co- und Mono-Simulation. Betrachtung der *adaptiven* Steuerung der Makro-Schrittweite bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung ($\bar{\omega}_{norm} = 0.05 [\text{rad}]$) und Anwendung *konstanter* Korrektur ($\bar{\omega}_{norm} = 0.2 [\text{rad}]$)-($\underline{\Delta T} = 0.5 \text{ s}$, $\overline{\Delta T} = 5 \text{ s}$, $\gamma = 50 \%$, $\xi = 40 \%$)

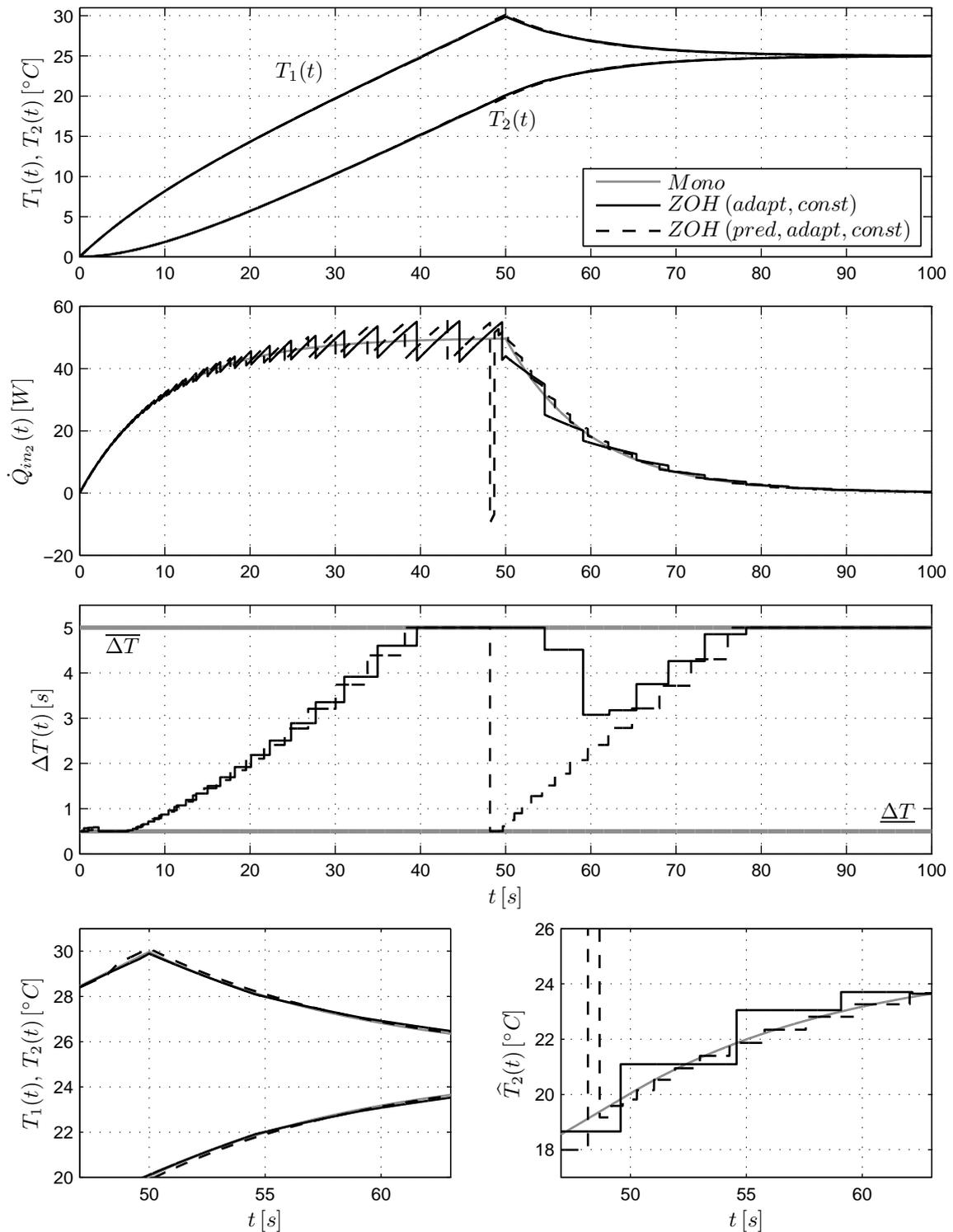


Abbildung 6.8: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe und des Wärmeeintrags auf die zweite Punktmasse bei Co- und Mono-Simulation. Betrachtung der *prädiktiven adaptiven* Steuerung der Makro-Schrittweite bei Kopplung mit Extrapolation 0-ter Ordnung mit *konstanter* Korrektur ($\underline{\Delta T} = 0.5 \text{ s}$, $\overline{\Delta T} = 5 \text{ s}$, $\gamma = 50\%$, $\xi = 40\%$, $\bar{\omega}_{norm} = 0.2 \text{ [rad]}$)

dass sich jeweils die Makro-Schrittweite an den Verlauf der Temperatur $T_2(t)$ und der definierten normierten, maximal zulässigen Bandbreiten *adaptiv* anpasst. Aufgrund der kleineren zulässigen Bandbreite bei Kopplung *ohne* Korrektur, ist die Entwicklung der Makro-Schrittweite in diesem Fall reduziert. Wird nach dem Sprung ($t = 50\text{ s}$) des Wärmeeintrages $\dot{Q}_1(t)$ auf Null (Glg. 4.91) eine zu starke Änderung der Steigungsdifferenz im Verlauf der Temperatur $T_2(t)$ detektiert, so wird die Makro-Schrittweite bei Kopplung ohne Korrektur ($\bar{\omega}_{norm} = 0.05\text{ [rad]}$) auf die minimal zulässige Makro-Schrittweite und bei Kopplung mit Korrektur ($\bar{\omega}_{norm} = 0.2\text{ [rad]}$) auf eine verringerte Makro-Schrittweite gesetzt. Es ist ersichtlich, dass diese Maßnahme zum Koppelzeitpunkt durchgeführt wird und, aufgrund der bereits erreichten Makro-Schrittweite entsprechend, verzögert erfolgt. Um nun die Problematik der verzögerten Detektion von schnellen Koppelsignaländerungen zu umgehen, wurde die modifizierte Version der *adaptiven* Steuerung, die sog. *prädiktive adaptive* Makro-Schrittweitensteuerung, bei diesem Beispiel angewandt. Konkret wurde die Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung samt *konstanter* Korrektur durchgeführt ($\bar{\omega}_{norm} = 0.2\text{ [rad]}$) und dabei zum einen, die *adaptive* Steuerung sowie zum anderen, die *prädiktive adaptive* Steuerung der Makro-Schrittweite verwendet. Zur Ausnützung des *prädiktiven* Charakters wurde die Steigungsänderung des Wärmeeintrags $\dot{Q}_1(t)$ auf die Punktmasse 1 zur Steuerung der Makro-Schrittweite herangezogen. Abbildung 6.8 zeigt dazu die Simulationsergebnisse und stellt die beiden Ansätze gegenüber. Durch die Berücksichtigung des zukünftigen Verlaufes des Eingangssignals, kann die sprunghafte Anregung des Systems frühzeitig erkannt und pro-aktiv die Makro-Schrittweite reduziert werden. Somit ist gewährleistet, dass die *effektive* Bandbreite der Kopplung an das Koppelsignal präventiv angepasst wird. Als abschließender Hinweis ist im Verlauf der geschätzten Temperatur $\hat{T}_2(t)$ (unteren Bildreihe links) zum Umschaltzeitpunkt ($t \approx 54\text{ s}$) markant erkennbar, wie sich diese Umschaltung auf die *konstante* Korrektur auswirkt. Die Fehlerfläche wird nun nach Umschaltung über einen kleinen Makro-Zeitschritt *konstant* verteilt.

6.4 Zusammenfassung

Die Wahl der Makro-Schrittweite stellt eine große Herausforderung für den Anwender der Co-Simulation dar. Dieser kritische Parameter beeinflusst das Systemverhalten und die Qualität der Resultate immens. In diesem Kapitel werden in einem kurzem Rückblick gängige Methoden zur Bestimmung einer geeigneten *konstanten* oder *variablen* Makro-Schrittweite aufgezeigt. Zur Erhaltung der Eigenschaft einer universell einsetzbaren Methode, verbleibt nur die Möglichkeit der Analyse der immer zur Verfügung stehenden Koppelsignale, ohne Vorabinformation über die Teilmodelle zu bemühen.

In Anlehnung an die modellierten Übertragungsfunktionen typischer Extrapolationsverfahren, wurden zum Extrahieren von relevanter Signalinformation die zeitabhängige *FOURIER*-Transformation und die kontinuierliche *WAVELET*-Transformation einer neuartigen Methode, basierend auf Steigungsinformation, gegenübergestellt. Die signifikanten Vorteile bei Verwendung der fortlaufenden Steigungsänderung, führten zu einer leicht einsetzbaren *adaptiven* Strategie zur Steuerung der Makro-Schrittweite. Die Interpretation der Wirkung liefert einen nutzbaren Zusammenhang zum Ausnutzen der verwendeten Extrapolationsmethode.

Die Berücksichtigung typischer Ursachen von schnellen Änderungen des betrachteten Kop-

pelsignals, führte zu einer *adaptiven prädiktiven* Schrittweitensteuerung. Unter Einbeziehen von zusätzlicher Information kann somit vorbeugend auf hochfrequente Koppelsignale reagiert werden, was zu qualitativ hochwertigeren Simulationsergebnissen führt. Eine abschließende beispielhafte Anwendung zeigt die Wirkung der entwickelten Strategie zur *adaptiven und prädiktiven adaptiven* Steuerung der Makro-Schrittweite.

Kapitel 7

Qualität der Co-Simulation

Infolge der Kopplung von Simulatoren bei Co-Simulation werden unumgänglich Fehler in das co-simulierte Gesamtsystem eingebracht. Eine Bewertung der Co-Simulation ist bislang nur durch den direkten Vergleich der Ergebnisse mit einer Referenzlösung möglich, die allgemein nicht zur Verfügung steht. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dieser Problemstellung und stellt eine Methode vor, die eine generell anwendbare, aussagekräftige Bewertung der Qualität zulässt. Der Anwender erhält nach erfolgter Co-Simulation eine Aussage über die Qualität. Treten Probleme durch die Kopplung auf, so sind diese im Netzwerk der Co-Simulation topologisch und auch zeitlich lokalisierbar.

7.1 Problematik

Co-Simulation definiert sich durch die Kopplung unterschiedlicher domänenspezifischer Simulationswerkzeuge. Wie bereits in den einleitenden Kapiteln dargestellt, sind typische Gründe für die Anwendung von Co-Simulation, dass es einen enormen Aufwand erfordert, die komplexen Modelle in eine andere Modellierungssprache zu portieren und/oder spezielle Eigenschaften nur durch spezielle Simulationswerkzeuge zur Verfügung gestellt werden. Diese Hauptgründe sprechen für die Durchführung von Co-Simulationen, was Flexibilität beim Entwurf von Systemen mit sich bringt. Zur gesamtheitlichen Simulation und der holistischen Analyse der Teilsysteme ist jedoch eine Kopplung unumgänglich. Die eingebrachten Kopplungsfehler beeinflussen das Systemverhalten. In welchem Ausmaß die Kopplungsfehler die Co-Simulation beeinflussen, ist dabei *ohne* Detailwissen über alle involvierten Modelle *nicht* möglich. Die Vertrauenswürdigkeit der Simulationsergebnisse sinkt damit zunehmend.

Ein Standardansatz zur Bewertung von Co-Simulationsergebnissen ist die Gegenüberstellung mit einer Referenzlösung. Typischerweise wird eine Metrik definiert, woraus ein Maß für die Güte der Ergebnisse der Co-Simulation resultiert. Einsatzgebiete sind hauptsächlich wissenschaftliche Untersuchungen der Kopplung, wo *einfache* Modelle zur Verfügung stehen und somit die Durchführung einer Mono-Simulation umsetzbar ist. *Einfach* bezieht sich hier auf die Komplexität der co-simulierten Teilmodelle, sodass eine Portierung in eine einheitliche Modellierungssprache mit vertretbarem Aufwand möglich ist. Neben dem Durchführen einer zweiten Simulation ist die Sinnhaftigkeit einer zusätzlichen Co-Simulation bei einer existierenden Mono-Simulation fraglich.

Zur Bewertung der Co-Simulation sind demnach neue Ansätze notwendig. Abschätzen des Diskretisierungsfehlers ist prinzipiell denkbar, führt jedoch zu einer sehr pessimistischen Bewertung und ist unhandlich für die praktische Anwendung [3, 4, 76]. Eine, im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagene Methode, fokussiert spezielle Aspekte im Frequenzbereich anstatt im Zeitbereich. Universelle Einsetzbarkeit zur Bewertung der Qualität und Ansätze zur Fehler Diagnose zeichnet die Methode aus.

7.2 Methode zur Bewertung

Ausgangspunkt für die hier angestellten Betrachtungen sind Teilmodelle, die co-simuliert werden müssen. D.h. aus Gründen der Komplexität der Teilmodelle oder des Umsetzungsaufwands steht *keine* Mono-Simulation zur Verfügung. Zudem ist dem Anwender der Co-Simulation absolut *kein* Detailwissen über die involvierten Teilmodelle bekannt. Von dieser misslichen und zugleich allgemeinen Situation ausgehend, soll nun eine Methode zur Bewertung der Co-Simulation erstellt werden.

Für einen Lösungsansatz wird einmal mehr eine der grundlegenden Ideen, worauf diese Arbeit aufbaut, herangezogen. Eine wesentliche Betrachtungsweise war, dass die Kopplung als alleinige Ursache für ungenaue Simulationsresultate verantwortlich ist. Der, bei der Kopplung durch Extrapolation eingebrachte Schätzfehler, beeinflusst das Gesamtsystem und führt zu verfälschten bzw. abweichenden Ergebnissen der Co-Simulation. Ist dieser Fehler *relativ* klein oder kann die eingebrachte Störung annähernd kompensiert werden (NEPCE), so wird dadurch die Genauigkeit und in weiterer Folge die Aussagekraft der Co-Simulation erhöht. Genau auf dieser Annahme baut der nachfolgende Vorschlag einer Methode zur Bewertung der Qualität einer durchgeführten Co-Simulation auf.

Der Schlüssel zum Erfolg ist abermals eine Betrachtung im Frequenzbereich. Grundsätzlich sind die eingesetzten Methoden zur Kopplung der Simulationswerkzeuge bekannt. Typische Vertreter¹ bei *nicht-iterativer* Co-Simulation sind die eingehend analysierten Kopplungen via Extrapolation bestimmter Ordnung (ZOH, FOH, SOH), mit oder ohne Anwendung der nahezu energierhaltenden Strategie und eventuellen Filteranwendungen (siehe Kapitel 3, 4 und 5). Anhand dieser Verfahren können Übertragungsfunktionen bestimmt werden, wodurch eine normierte maximale *effektive* Bandbreite $\bar{\omega}_{norm}(t)$ in Anlehnung an die angewandte Kopplung festgelegt werden kann. Da i. A. auch eine *variable* Makro-Schrittweite $\Delta T(t)$ zulässig ist und die Makro-Schrittweite direkt das Übertragungsverhalten der Kopplungen beeinflusst, ist die maximale *effektive* Bandbreite $\bar{\omega}_{norm}$ i. A. von der Zeit abhängig. Beinhaltet das Koppelsignal ausschließlich Frequenzanteile in diesem definierten Frequenzband

$$\omega(t) < \bar{\omega}(t) = \frac{\bar{\omega}_{norm}}{\Delta T(t)}, \quad (7.1)$$

so wird ein vernachlässigbar kleiner Fehler durch die Kopplung eingebracht. Der hier vorgeschlagene Ansatz ist demzufolge denkbar einfach: Wird die maximale *effektive* Bandbreite $\bar{\omega}(t)$ über die gesamte Dauer der Simulation *nicht* überschritten, so wurde zu jedem Zeitpunkt eine geeignete Makro-Schrittweite gewählt und somit *kein entscheidender* Kopplungsfehler in das Gesamtsystem eingebracht. Dieser sehr einfache Ansatz besitzt

¹Genauso ist es möglich die Algorithmen bei *iterativer* Co-Simulation in den Frequenzbereich zu überführen.

zwei wesentliche Vorteile. Zum einen ist durch die Zuordnung der Koppelsignale die topologische Information und zum anderen durch die Abhängigkeit von der Zeit eine zeitliche Information des Koppelfehlers zugänglich. Im Prinzip kann, basierend auf dieser Information, der Koppelfehler topologisch und auch zeitlich lokalisiert werden. Aus der Sicht des Anwenders ist eine Qualitätsbewertung der durchgeführten Co-Simulation möglich. Im Falle von zu groß gewählter Makro-Schrittweite ist zum einen die spezielle Kopplung und somit das involvierte Teilsystem topologisch im Netzwerk lokalisierbar und zum anderen ist der Koppelfehler zeitlich zuordenbar. Verallgemeinert kann hier von einem Verfahren zur Validierung und Fehlerdiagnose gesprochen werden. Einzig zu bewältigende Problemstellung ist die Extraktion der Frequenzinformation aus dem Koppelsignal. Dieser Aspekt wird im nachfolgenden Abschnitt beleuchtet.

7.2.1 Signalanalyse

Zur Anwendung der vorgeschlagenen Bewertungsmethode ist eine Frequenzanalyse des Koppelsignals notwendig. Konkret ist es erforderlich, zu jedem Zeitpunkt die maximal im Koppelsignal auftretende Signalfrequenz bzw. die Bandbreite des Koppelsignals zu bestimmen. Eine Frequenz zu einem Zeitpunkt exakt zu bestimmen ist jedoch, wie oben erwähnt, aufgrund der *Heisenbergschen-Unschärferelation*, nicht möglich. Mögliche Verfahren zur Annäherung wurden bereits in Abschnitt 6.2.1 vorgestellt. Die potentiellen Verfahren zur Analyse eines Signals im Frequenzbereich sind dabei die zeitabhängige *FOURIER*-Transformation und die *WAVELET*-Transformation. Beide Verfahren erlauben eine zeitliche Lokalisierung der Frequenzkomponenten.

Hauptproblem bei der Anwendung der *WAVELET*-Transformation ist die Wahl einer geeigneten Basisfunktion, dem sog. Basis-*WAVELET*. In Abhängigkeit davon, werden bestimmte "Muster" im Koppelsignal, die für die Bewertungsmethode sehr interessant sind, mehr oder weniger gut detektiert. Im Gegensatz dazu erfordert die zeitabhängige *FOURIER*-Transformation die Festlegung der Charakteristiken des zur Analyse verwendeten Fensters. Die Fensterform und die Fensterlänge legen dabei primär die Auflösung im Frequenz- und im Zeitbereich fest. Liegt z. B. ein frequenzmoduliertes Signal vor, so muss die Fensterweite laufend an das Signal angepasst werden, um das Signal bzw. die Frequenz in der Zeit-Frequenzebene möglichst gut zu detektieren. Diesbezüglich existiert ein Vorschlag einer sog. *adaptiven* Kurzzeit-*FOURIER*-Transformation (ASTFT), bei dem aus einer vorgegebenen Menge an anwendbaren Fenstern zur Laufzeit jenes Fenster gewählt wird, bei dem die Frequenz am besten im Spektrum sichtbar wird [52]. Im Falle von zugleich auftretenden Signalkomponenten mit unterschiedlichen Momentanfrequenzen, würde jene mit dem größten Energieinhalt favorisiert werden. Für die hier beabsichtigte Anwendung ist jedoch zu jedem Zeitpunkt die höchste auftretende Frequenz interessant, sodass dieser Ansatz bzw. die Adaptionregel angepasst werden müsste. Um diesen teilweise erheblichen numerischen Aufwand zu vermeiden, lässt sich in Anbetracht der beabsichtigten Aufgabenstellung die Fensterweite, wie bereits in Abschnitt 6.2.1 kurz erwähnt, vorab bestimmen.

Durch die Art der Kopplung bzw. des eingesetzten Extrapolationsverfahrens ist die maximal zulässige effektive Bandbreite $\bar{\omega}(t)$, bei *variabler* Makro-Schrittweite in Abhängigkeit von der Zeit, bekannt (vgl. Glg. 7.1). Zur Bewertung der Co-Simulation wird anhand dieser Schranke die Qualität quantifiziert. D. h., wird das Fenster in Bezug auf die maximal zulässige *effektive* Bandbreite gewählt, so werden Frequenzanteile im Koppelsignal

um $\bar{\omega}(t)$ gut aufgelöst. Wesentlich wichtiger ist, dass höhere Frequenzen immer erkennbar sind. Im Gegensatz dazu müssen tiefere Frequenzanteile nicht unbedingt detektiert werden, da diese Signalanteile ohnedies ausreichend genau durch die Kopplung übertragen werden. Diese Überlegung reduziert den Berechnungsaufwand enorm und liefert eine sinnvolle Wahl der Fensterlänge.

Bei Verwendung der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation mit einem Fenster, dessen Länge in Abhängigkeit der maximal zulässigen *effektiven* Bandbreite der Kopplung gewählt wurde, tritt jedoch ein weiteres Problem auf. Die Fensterung führt zu einer Verschmierung im Frequenzbereich [63], sodass zulässige Koppelsignale geringfügig Frequenzanteile oberhalb der maximal zulässigen Bandbreite besitzen und somit eine Bewertung erschweren bzw. zu einer fehlerhaften Bewertung der Resultate führt. Aus diesem Grund werden nachfolgend zwei Ansätze vorgeschlagen, die eine aussagekräftige sowie interpretierbare Bewertung zulassen.

Energiebetrachtung

Auswirkung der Fensterung bei der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation ist eine reduzierte Auflösung im Frequenzbereich. Die auftretende periodische Faltung im Frequenzbereich führt zu einer Verschmierung der Frequenzkomponenten, die sich, in Abhängigkeit der gewählten Fensterform, theoretisch bis ins Unendliche erstrecken können, sodass eine Bewertung schwierig ist. Genauso besitzen Unstetigkeiten im Koppelsignal ein nicht bandbegrenzttes Spektrum, wodurch eine *nicht-iterative* Co-Simulation ohne Koppelfehler nicht möglich ist. Dieser Problematik wird in diesem Abschnitt mittels einer Energiebetrachtung begegnet. Dazu erfolgt in diesem Abschnitt eine kurze Bemerkung bezüglich energieerhaltender Kopplung.

Physikalisch motivierte Energie resultiert, in Abhängigkeit der betrachteten Domäne, immer aus der Verknüpfung zweier physikalischer Größen. Im Kontext der abgehandelten nahezu energieerhaltenden Kopplung wurde dazu eine *generalisierte* Energie (Glg. 4.1) definiert, um eine Verallgemeinerung zu erzielen. Dabei kann aus zwei beliebigen Größen übertragene Energie ermittelt werden. Im Kontrast dazu, existiert in der Signaltheorie die Definition der Signalenergie E eines Signals $y(t)$, basierend auf der nachfolgenden Gleichung:

$$E := \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt \quad (7.2)$$

Diese Interpretation von Energie wird oft für die Ableitung von Beweisen und Theoremen verwendet [22, 63]. Ein bekanntes Theorem aus der Signaltheorie ist diesbezüglich das *PARSEVALsche*-Theorem

$$\int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Y(j\omega)|^2 d\omega, \quad (7.3)$$

das eine Brücke zwischen der Darstellung eines Signals im Zeitbereich und im Frequenzbereich über die Signalenergie liefert. Mit dem *PARSEVALschen* Theorem wird ausgedrückt, dass die Energie eines Signals im Zeitbereich gleich seiner Energie im Frequenzbereich ist. Demzufolge lässt sich auch die Aussage treffen, dass eine quadratisch integrierbare Zeitfunktion $y(t)$ näherungsweise als bandbegrenzt angesehen werden kann, wenn der Energie-

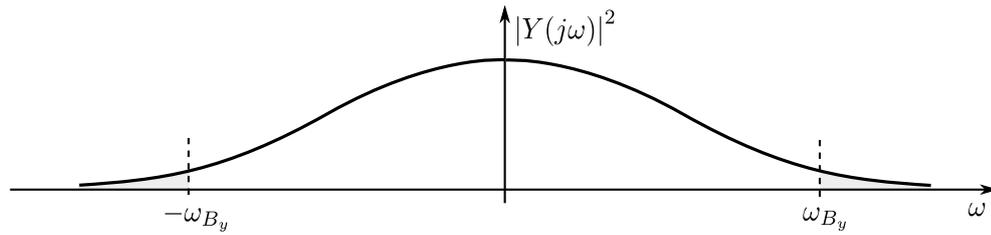


Abbildung 7.1: Skizze zur Veranschaulichung der Verhältnisse in Bezug auf das PARSEVALsche Theorem

anteil in den Grenzen $-\omega_{B_y} \leq \omega \leq \omega_{B_y}$ viel größer (95% bis 99%) als in den verbleibenden Bereichen $|\omega| > \omega_{B_y}$ ist:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |Y(j\omega)|^2 d\omega - \int_{-\omega_{B_y}}^{\omega_{B_y}} |Y(j\omega)|^2 d\omega \ll \int_{-\infty}^{\infty} |Y(j\omega)|^2 d\omega \quad (7.4)$$

bzw.

$$2 \int_{\omega_{B_y}}^{\infty} |Y(j\omega)|^2 d\omega \ll \int_{-\infty}^{\infty} |Y(j\omega)|^2 d\omega \quad (7.5)$$

In Abbildung 7.1 sind die Verhältnisse anhand des Spektrums $Y(j\omega)$ des Signals $y(t)$ illustriert. Diese Formulierung ist in Bezug auf den Kopplungsprozess bei Co-Simulation auch nutzbar, um die Qualität der Kopplung zu bewerten. Werden die im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile *annähernd* unverändert durch die Kopplung übertragen, bleibt das Koppelsignal *annähernd* unverändert. Salopp formuliert bedeutet das, dass falls die maximale *effektive* Bandbreite des Übertragungsverhaltens der Kopplung über die gesamte Simulationslaufzeit ausreichend groß ist, (im signaltheoretischem Sinne) von nahezu Energieerhaltung gesprochen werden kann.

Da die Koppelsignale i. A. nicht-stationäre Signale darstellen, ist es für die weiteren Betrachtungen zweckmäßig, die Frequenzanteile eines Signals in Abhängigkeit von der Zeit zu betrachten und somit Spektrogramme $Y(j\omega, t)$ (vgl. Abs. 6.2.1) anstelle von Spektren $Y(j\omega)$ für die Bewertung zu verwenden, um die lokalen Eigenschaften der Koppelsignale zu beschreiben.

Die Problematiken in Bezug auf nicht bandbegrenzte Spektren der Koppelsignale oder infolge der Fensterung bei der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation lassen sich nun adressieren. Nicht bandbegrenzte Signalspektren erfordern theoretisch eine unendlich feine Makro-Schrittweite, was praktisch nicht umsetzbar ist. Werden hingegen die Spektren als *annähernd* bandbegrenzt betrachtet, so führt dies zu einem vernachlässigbaren Fehler und zu einer interpretierbaren Kopplung. Demzufolge liegt eine moderate Kopplung vor, falls zu jedem Zeitpunkt die Koppelsignalenergie zu einem bestimmten Prozentsatz $(1 - \kappa)$ im maximal zulässigen *effektivem* Frequenzband $\bar{\omega}(t)$ liegt (vgl. Glg. 7.5)

$$\frac{1}{\pi} \int_{\bar{\omega}(t)}^{\infty} |Y(j\omega, t)|^2 d\omega < \kappa \|Y(j\omega, t)\|_2^2, \quad (7.6)$$

wobei die Koppelsignalenergie mittels der Zweier-Norm definiert ist [22]

$$\|Y(j\omega, t)\|_2 := \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Y(j\omega, t)|^2 d\omega \right)^{1/2}. \quad (7.7)$$

Diese Überlegung führt, speziell bei Unstetigkeiten im Koppelsignal, zu einer marginalen Abschwächung der Anforderung an die Genauigkeit. Da bei *nicht-iterativer* Co-Simulation ohnehin ein vernachlässigbarer Fehler in das System eingebracht wird, ist diese Formulierung durchaus akzeptabel. In Bezug auf die reduzierte Auflösung der Signalkomponenten im Frequenzbereich durch die zeitabhängige *FOURIER*-Transformation oder die *WAVELET*-Transformation, sind keine wesentliche Einbußen der Genauigkeit entstanden, da hier hauptsächlich die künstlich erzeugten, verschmierten Frequenzanteile vernachlässigt werden. Trotzdem ist anhand des Spektrums schwer zu unterscheiden, ob es sich um Unstetigkeiten im Koppelsignal oder um Fenstereffekte handelt, die zu bewerten sind. Eine scharfe Detektion der im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile ist sehr erwünscht, worauf eine aussagekräftige Bewertung aufbaut. Im nachfolgenden Abschnitt wird deshalb eine relativ neuartige Signalanalyse vorgestellt und angewandt.

HILBERT-HUANG-Transformation

Eine relativ neuartige Methode ein Signal zu analysieren, bietet die sog. EMD (engl. *empirical mode decomposition*). Diese Methode wurde gegen Ende der neunziger Jahre von *HUANG* publiziert und basiert auf einer iterativen Zerlegung eines Signals im Zeitbereich [39, 40, 70]. Bei dem iterativen Prozess der Signalzerlegung werden *empirisch* mittelwertfreie amplituden- und frequenzmodulierte Signalkomponenten, die sog. IMFs (engl. *intrinsic mode functions*) und ein verbleibender sog. *Trend*, extrahiert. In Abbildung 7.2 ist dazu beispielhaft die Zerlegung² des in Kapitel 6 definierten synthetischen Koppelsignals (Glg. 6.2) illustriert. Im Bild oben ist abermals das synthetische Koppelsignal $y(t)$ dargestellt. In den mittleren Bildreihen sind die extrahierten mittelwertfreien symmetrischen *Moden* $\Phi_i(t)$, mit $i = 1, \dots, 3$, und im Bild unten ist der verbleibende *Trend* $y_t(t)$ gezeigt. Jeder extrahierte *Mode* liegt in einem bestimmten Frequenzband, das adaptiv durch den Algorithmus, in Abhängigkeit des vorliegenden Signals, festgelegt wird. Demzufolge wird die EMD als *adaptive* Filterung eines Signals angesehen und kann für praktische Anwendungen auch als Filterbank implementiert werden [70, 71].

Als Erweiterung und zur Analyse des Signals im Frequenzbereich, lässt sich unter Verwendung der *HILBERT*-Transformation zu den n extrahierten *reellen Moden* $\Phi_i(t)$ ein *imaginärer* Teil $b_i(t)$ bestimmen, sodass eine *analytische* Beschreibung $z_i(t)$ der i -ten Signalkomponente existiert [63]:

$$z_i(t) = \Phi_i(t) + jb_i(t) \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, n \quad (7.8)$$

Aus dieser analytischen Beschreibung der *Moden* (Glg. 7.8) können aufgrund von speziellen Eigenschaften, wie z. B. lokaler Symmetrie und Mittelwertfreiheit, die Momentanfrequenzen $\omega_{\Phi_i}(t)$ annähernd bestimmt werden

$$\omega_{\Phi_i}(t) = \frac{d\phi_i(t)}{dt} \quad \text{mit} \quad \phi_i(t) = \arctan \left(\frac{b_i(t)}{\Phi_i(t)} \right), \quad (7.9)$$

²Der verwendete Algorithmus zur Zerlegung des Signals wurde in MATLAB nach den Ausführungen in den Publikationen [69, 66] implementiert.

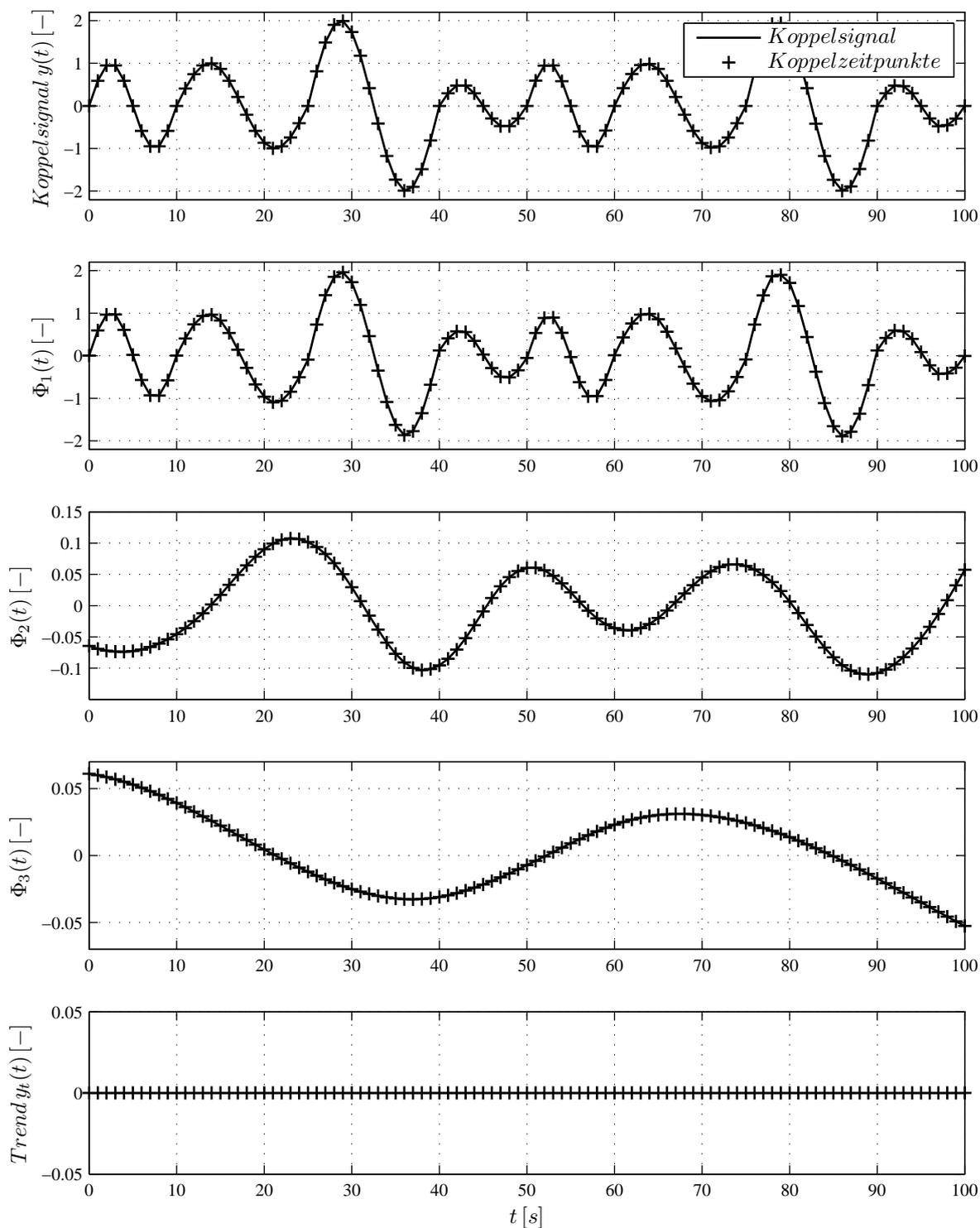


Abbildung 7.2: Zerlegung des synthetischen Koppelsignals in einzelne *Moden* und dem verbleibenden *Trend*

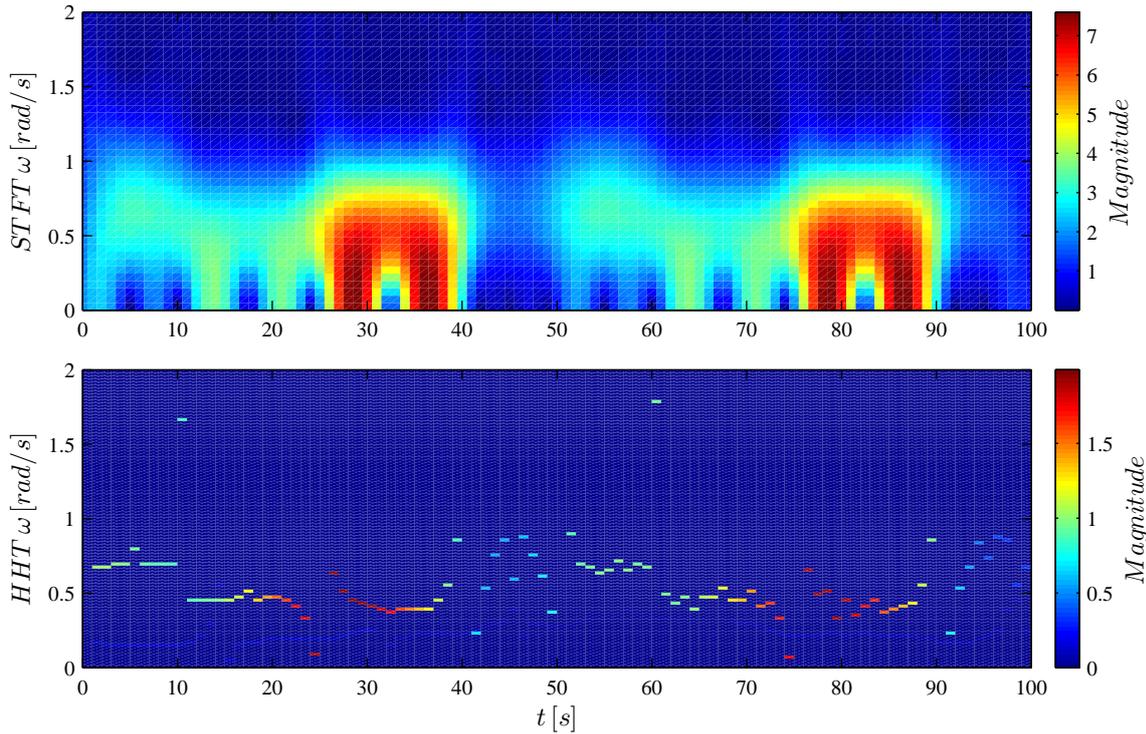


Abbildung 7.3: Repräsentation des synthetischen Koppelsignals in der Zeit-Frequenzebene mittels zeitabhängiger *FOURIER*-Transformation (STFT) und *HILBERT-HUANG*-Transformation (HHT)

sodass eine Analyse des Signals im Frequenzbereich möglich ist. Aufgrund der Verwendung der *HILBERT*-Transformation, wird diese Methode als *HILBERT-HUANG*-Transformation (HHT) bezeichnet [39].

Durch die Betrachtung von endlichen zeitdiskreten Signalen ist die Verwendung der *HILBERT*-Transformation und die anschließende Bestimmung der Momentanfrequenz der einzelnen IMFs jedoch problematisch. Zusätzlich verursacht die Betrachtung von endlichen Signalen die Bestimmung der einzelnen Signalkomponenten, was die Leistungsfähigkeit der Methode degradiert. Kürzlich wurden dazu Modifikationen der Methode vorgeschlagen, sodass die Probleme in Bezug auf die zeitdiskrete Repräsentation des Signals und der *HILBERT*-Transformation größtenteils gelöst wurden [69, 66]. Diese Methoden wurden zur Analyse verwendet.

Besonders bemerkenswert ist die wesentlich erhöhte Lokalisierbarkeit der Signalkomponenten im Zeit- und Frequenzbereich. In Abbildung 7.3 ist dazu das synthetisch erzeugte Koppelsignal (Abb. 6.2) anhand der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation und der *HILBERT-HUANG*-Transformation in der Zeit-Frequenzebene dargestellt. Im Bild oben sind die Ergebnisse der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation abgebildet, wobei das verwendete Fenster zu jedem Koppelzeitpunkt an die maximal zulässige Bandbreite von $\bar{\omega}(t) = 0.5 [\text{rad/s}]$ angepasst wurde. Im Bild unten sind die Resultate der *HILBERT-HUANG*-Transformation dargestellt. Es ist klar ersichtlich, dass die *HILBERT-HUANG*-Transformation eine scharfe Lokalisierung der Signalkomponenten im Zeit- und Frequenzbereich erlaubt. Eine scharfe zeitliche und hohe Frequenzauflösung ermöglicht eine genauere Abschätzung der aktuellen Bandbreite des Koppelsignals und führt somit zu einer

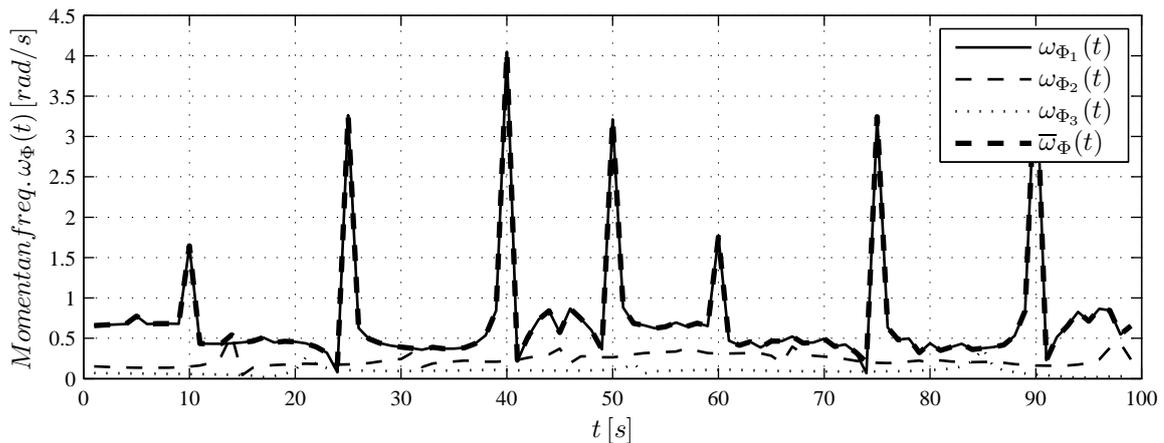


Abbildung 7.4: Darstellung der errechneten Momentanfrequenzen ω_{Φ_i} ($i = 1, 2, 3$) der extrahierten *Moden* und Kennzeichnung der maximal auftretenden Frequenz $\bar{\omega}_{\Phi}$ im Koppelsignal über die Zeit

aussagekräftigeren Bewertung. Aus diesem Grund ist die HHT für die Bewertung von Co-Simulationen prädestiniert. Wurden demzufolge die n intrinsischen *Moden* $\Phi_i(t)$ aus dem Koppelsignal $y(t)$ durch die EMD extrahiert sowie deren mitlaufenden Frequenzen $\omega_{\Phi_i}(t)$ bestimmt, so kann die maximal im Koppelsignal auftretende Momentanfrequenz $\bar{\omega}_{\Phi}(t)$ bestimmt werden:

$$\bar{\omega}_{\Phi}(t) = \max_{i=1, \dots, n} (\omega_{\Phi_i}(t)) \quad (7.10)$$

In Abbildung 7.4 sind die ermittelten Momentanfrequenzen ω_{Φ_i} der extrahierten *Moden* aus dem synthetischen Koppelsignal dargestellt. Zusätzlich ist die maximal auftretende Koppelsignalfrequenz $\bar{\omega}_{\Phi}$ eingezeichnet. Dem Bild ist zu entnehmen, dass die Signalkomponenten sowohl zeitlich als auch im Frequenzbereich sehr genau bestimmt wurden. Zusätzlich sind neben den beiden Signalfrequenzen ($\omega = 0.628$ und $\omega = 0.418$, vgl. Glg. 6.2) Unstetigkeiten im Koppelsignal signifikant sichtbar. Dieser Verlauf $\bar{\omega}_{\Phi}(t)$ der im Koppelsignal auftretenden maximalen Momentanfrequenz eignet sich demzufolge sehr gut zum qualitativen Bewerten der Kopplung bei vernachlässigbar kleinem verbleibenden *Trend*. In den meisten Fällen ist der *Trend* vernachlässigbar klein und besitzt *keinen* wesentlichen Einfluss auf die maximale Momentanfrequenz des Koppelsignals. Im Allgemeinen ist es aber durch den adaptiven Charakter des EMD-Algorithmus durchaus möglich, dass ein *nicht* vernachlässigbarer *Trend* existiert und somit bei der Bewertung berücksichtigt werden muss. Z.B. in Fällen, wo das Koppelsignal *keine* Schwingungen enthält, können auch *keine* *Moden* extrahiert werden und die Signalcharakteristik bleibt zur Gänze³ im *Trend* erhalten, der demnach auch Unstetigkeiten enthalten kann. Problematisch dabei ist, dass der verbleibende *Trend* i. A. ein *nicht mittelwertfreies* und *nicht symmetrisches* (Teil-)Signal darstellt, wodurch, nach dem oben geschilderten Weg, *keine* Momentanfrequenz bestimmt werden kann. Eine naheliegende Lösung ist die Analyse des verbleibenden *Trend*-Signals mittels der zeitabhängigen *FOURIER*- oder der *WAVELET*-Transformation unter der Annahme von bandbegrenzten Koppelsignalen (Glg. 7.6), wie

³Im abschließenden Beispiel der Wärmeübertragung tritt genau ein solcher Spezialfall auf.

im vorherigen Abschnitt erläutert.

Kriterien zur Bewertung

In den beiden vorhergehenden Abschnitten wurden Methoden vorgeschlagen, um ein Signal anhand der Frequenzanteile zu bewerten. In diesem Abschnitt erfolgt eine Art Zusammenfassung der Methoden und die Formulierung von Bewertungskriterien.

Wird das vorliegende Koppelsignal $y(t)$ mittels der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation oder der *WAVELET*-Transformation in die Zeit-Frequenzebene übergeführt, so resultiert dies in einer unscharfen Auflösung im Frequenzbereich. Grund dafür ist die notwendige Fensterung zum Erzielen einer zeitlichen Zuordnung der Frequenzanteile. Um eine Bewertung durchführen zu können, wird die Annahme von annähernd bandbegrenzten Koppelsignalen verwendet. In Anlehnung an Gleichung 7.6 kann somit ein binäres Signal, unter Verwendung der maximal zulässigen Bandbreite $\bar{\omega}(t)$, nach Gleichung 7.1 definiert werden

$$q_{Spec}(t) := \begin{cases} 1 & \text{falls } \frac{1}{\pi} \int_{\bar{\omega}(t)}^{\infty} |Y(j\omega, t)|^2 d\omega < \kappa \|Y(j\omega, t)\|_2^2 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (7.11)$$

das sich als Kriterium zur Bewertung der Kopplung eignet. Zudem beinhaltet dieses Signal $q_{Spec}(t)$, im Falle von zu klein gewählter Makro-Schrittweite, Information über die zeitliche Lokalisierung des Kopplungsfehlers.

Der zweite Ansatz, um die Frequenzinformation aus dem Koppelsignal zu extrahieren, führt über die *HILBERT-HUANG*-Transformation. Der große Vorteil liegt dabei in der wesentlich höheren Auflösung von Schwingungen im Zeit- und im Frequenzbereich. Mittels der bestimmten Momentanfrequenzen lässt sich äußerst scharf die maximal auftretende momentane Koppelsignalfrequenz $\bar{\omega}_\Phi(t)$ nach Gleichung 7.10 bestimmen. Die Frequenzanteile der Unstetigkeiten eines eventuell verbleibenden *Trend*-Signals $y_t(t)$ kann abermals z. B. über die zeitabhängige *FOURIER*-Transformierte $Y_t(j\omega, t)$ und der Annahme von einem annähernd bandbegrenzten Signal berücksichtigt werden:

$$q_{HHT}(t) := \begin{cases} 1 & \text{falls } \left\{ \bar{\omega}_\Phi(t) < \bar{\omega}(t), \frac{1}{\pi} \int_{\bar{\omega}(t)}^{\infty} |Y_t(j\omega, t)|^2 d\omega < \kappa \|Y_t(j\omega, t)\|_2^2 \right\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (7.12)$$

Abermals beschreibt dieses binäre Fehlersignal $q_{HHT}(t)$ die Qualität der spezifischen Kopplung. Der erhöhte numerische Aufwand durch die Signalzerlegung über die EMD, führt zu einer genaueren Abschätzung der im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile und somit zu einer aussagekräftigen Bewertung der Resultate der durchgeführten Co-Simulation.

7.3 Beispiel: Wärmeübertragung - Fortsetzung

In diesem abschließenden Abschnitt werden die Resultate des angeführten Beispiels Wärmeübertragung aus Kapitel 6 analysiert und bewertet. Die Resultate bieten sich für die Demonstration der Funktionsweise der vorgeschlagenen Bewertungsmethode für *nicht-iterative* Co-Simulation gut an, da die Makro-Schrittweite adaptiv an den Verlauf des

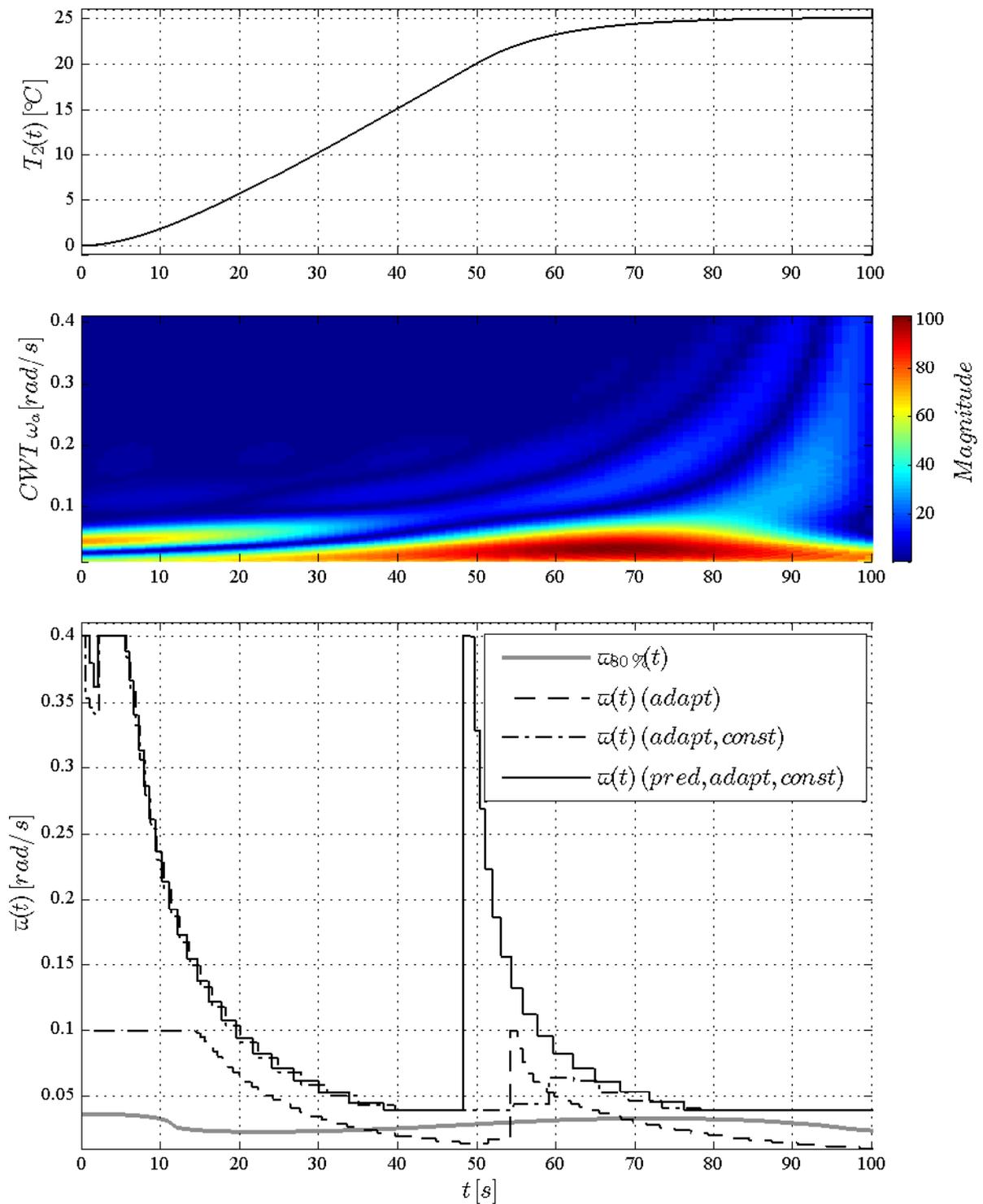


Abbildung 7.5: Gegenüberstellung der zu übertragenden Frequenz $\bar{\omega}_{80\%}(t)$ mit den maximal zulässigen Frequenzen $\bar{\omega}(t)$ bei unterschiedlicher Kopplung am Beispiel Wärmeübertragung

Koppelsignals angepasst wurde und sich somit die *effektive* Bandbreite der eingesetzten Kopplungsvarianten über die Zeit ändert.

Bei dem Beispiel der Wärmeübertragung zwischen zwei Punktmassen wurde der Temperaturverlauf $T_2(t)$ der Punktmasse 2, infolge der festgelegten Ausführungsreihenfolge über jeden Makro-Zeitschritt, durch $\widehat{T}_2(t)$ geschätzt bzw. angenähert. Der Temperaturverlauf $T_2(t)$ ist in Abbildung 7.5 (Bild oben) dargestellt. Den obigen Ausführungen zufolge, muss die Kopplung zu jedem Zeitpunkt eine ausreichend große *effektive* Bandbreite zur Verfügung stellen, um das Koppelsignal annähernd fehlerfrei zu übertragen. Da das vorliegende Koppelsignal *keine* Schwingung beinhaltet, ist eine Analyse mittels der *HILBERT-HUANG*-Transformation unmöglich. Es können *keine Moden* extrahiert werden. Als Resultat würde das Koppelsignal zur Gänze im verbleibenden *Trend* enthalten sein. Um trotzdem das Signal zu analysieren⁴ bietet sich die *WAVELET*-Transformation an. Im mittleren Bild ist dazu das Spektrogramm der durchgeführten Transformation⁵ dargestellt. Es ist ersichtlich, dass sich die Hauptsignalenergie um $t = 70\text{ s}$ konzentriert und zu Beginn ($t \approx 5\text{ s}$) sowie um $t \approx 65\text{ s}$ höherfrequente Signalanteile im Koppelsignal existieren. Aufgrund der Fensterung kommt es zur Verschmierung der Signalkomponenten in der Zeit-Frequenzebene, sodass die Frequenzkomponenten nicht exakt lokalisiert werden können. Aus diesem Grund wurde die zu übertragende Frequenz $\bar{\omega}_{80\%}(t)$ derart bestimmt, damit in diesem Frequenzband 80 % der Signalenergie ($\kappa = 0.2$) enthalten ist. Der resultierende Verlauf ist im Bild unten eingezeichnet. Zusätzlich sind die unterschiedlichen *effektiven* Bandbreiten $\bar{\omega}(t)$ der Koppelemente in Bezug auf die adaptiv angewandten Makro-Schrittweiten und die festgelegten normierten, maximalen *effektiven* Bandbreiten $\bar{\omega}_{norm}(t)$ nach Gleichung 7.1 dargestellt. Die Kopplung erfolgte über Extrapolation 0-ter Ordnung mittels *adaptiver* Steuerung der Makro-Schrittweite mit und ohne *konstanter* Korrektur sowie mittels *prädiktiver adaptiver* Steuerung der Makro-Schrittweite mit Korrektur. Die Makro-Schrittweite wurde dabei im Intervall $\Delta T \in [0.5, 5]$ variiert ($\xi = 40\%$, $\gamma = 50\%$). Bei der Gegenüberstellung der zu übertragenden Frequenz $\bar{\omega}_{80\%}(t)$ mit den maximal zulässigen Frequenzen $\bar{\omega}(t)$ fällt auf, dass die Kopplungsvarianten *mit* Korrektur eine ausreichend große *effektive* Bandbreite zur Verfügung stellen und somit das Koppelsignal annähernd verlustlos übertragen. Im Kontrast dazu, verletzt die Kopplung *ohne* Korrektur die Forderung 7.1 und führt somit zu einer maßgeblichen Verfälschung des Koppelsignals.

7.4 Zusammenfassung

Dieses Kapitel fokussiert eine Methode zur Bewertung der Resultate von *nicht-iterativen* Co-Simulationen. Die grundlegende Problematik dabei ist, dass im Allgemeinen und vor allem bei realen Anwendungen *keine* Referenzlösung zur Verfügung steht. Eine neuartige Methode wird benötigt, um die Resultate von *nicht-iterativer* Co-Simulation qualitativ zu bewerten.

Im Gegensatz zu Betrachtungen im Zeitbereich, werden zu Beginn Überlegungen im Frequenzbereich, basierend auf den modellierten Übertragungsfunktionen und der spezifi-

⁴Die *WAVELET*-Transformation wird bei diesem Beispiel der *FOURIER*-Transformation aufgrund der erhöhten Auflösung in der Zeit-Frequenzebene vorgezogen.

⁵Die Berechnung der kontinuierlichen *WAVELET*-Transformation erfolgte in MATLAB unter Verwendung des Kommandos `cwt(y, 2:[1:9], 'morl')`.

schen maximal zulässigen *effektiven* Bandbreite der Kopplungen, angestellt. Der fundamentale Gedanke dabei ist, dass die Bandbreite des Koppelsignals kleiner als die *effektive* Bandbreite der eingesetzten Kopplung sein muss, um das Koppelsignal annähernd fehlerfrei und den Hauptenergieanteil zu übertragen. Grundsätzliches Erfordernis zur Prüfung der Bandbreite des vorliegenden Koppelsignals ist die Extraktion der im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile. Zum einen gelingt die Ableitung eines sinnvollen Kriteriums auf Basis der zeitabhängigen *FOURIER*-Transformation und zum anderen durch Verwendung der sog. *HILBERT-HUANG*-Transformation. Der erhöhte numerische Aufwand des zuletzt genannten Ansatzes spiegelt sich in einer wesentlich schärferen Zeit- und Frequenzauflösung wider. Zudem liefert die vorgeschlagene Methode zur Bewertung, die Möglichkeit einer zeitlichen und topologischen Lokalisierung eines eventuell auftretenden Fehlers, verursacht durch die Kopplung. Dem Anwender steht somit nach erfolgter Co-Simulation Information über die Qualität der Resultate und eine Unterstützung im Falle von Koppelfehlern zur Verfügung.

Kapitel 8

Evaluierungsbeispiele

Anhand zweckdienlicher, theoretischer Beispiele konnten bislang die wesentlichen Eigenschaften der entwickelten Kopplung für nicht-iterative Co-Simulation dargestellt werden. Im Kontrast dazu, zeigt dieses Kapitel eine Anwendung der nahezu energieerhaltenden Kopplung anhand einer praxisnahen Co-Simulation. Das gewählten Beispiel stammt aus dem automotiven Bereich, wo jeweils eine Reihe an komplexen Teilsystemen interagiert. Zusätzlich wird eine artfremde Anwendung mit regelungstechnischem Hintergrund vorgestellt. Die Analyse der jeweiligen Simulationsergebnisse zeigt die Wirkung der Kopplungsmethode auf.

8.1 Beispiel: Fahrer-Assistenz-System

Fahrer-Assistenz-Systeme (FAS) finden zunehmend mehr Bedeutung. Hauptgrund dafür ist meist die erhöhte Sicherheit, vorallem die der Fahrzeuginsassen und der Passanten. Bereits mit der Einführung der ersten motorisierten Fahrzeuge und den darauffolgenden Verkehrsunfällen wurden Sicherheitsaspekte relevant. Eine offensichtliche Maßnahme ist die Effizienzsteigerung der Bremsen von Fahrzeugen. Sogenannte Antiblockier-Bremssysteme (engl. *antilock-braking system*, kurz ABS) unterstützen seitdem den Fahrzeuglenker bei Bremsmanövern [2]. Der große Vorteil bei solchen Systemen ist, dass die Bremskraft entsprechend dosiert wird, damit sowohl der Bremsweg verkürzt wird als auch das Fahrzeug lenkbar bleibt. Mit der Entwicklung kristallisierten sich zwei wesentliche Ansätze für ABS-Systeme heraus. Zum einen wird der Reifenschlupf und zum anderen die Reifenbeschleunigung zur Regelung der Bremskraft herangezogen [43, 64].

Die Entwicklung von ABS-Systemen erfolgt heutzutage virtuell am Rechner und ermöglicht somit eine flexible Auslegung, sowie auch eine Vorabstudie der Wirkung des entworfenen Systems. Oftmals werden vereinfachte Fahrzeugmodelle, die approximativ die wesentlichen dynamischen Eigenschaften abbilden (z. B. ein Viertelfahrzeugmodell), verwendet, um die Regelungssysteme auszulegen. Die starke Verhaltensapproximation birgt jedoch eine gewisse Unsicherheit und somit weiteres Synthese- und Analysepotential. Aus diesem Grund werden genauere Fahrzeugmodelle eingesetzt. Ein solches Fahrzeugmodell kann z. B. durch ein Mehrkörpersystem (MKS), modelliert in einem geeigneten MKS-Simulationswerkzeug, dargestellt werden. Problematisch erweist sich hierbei, dass sich

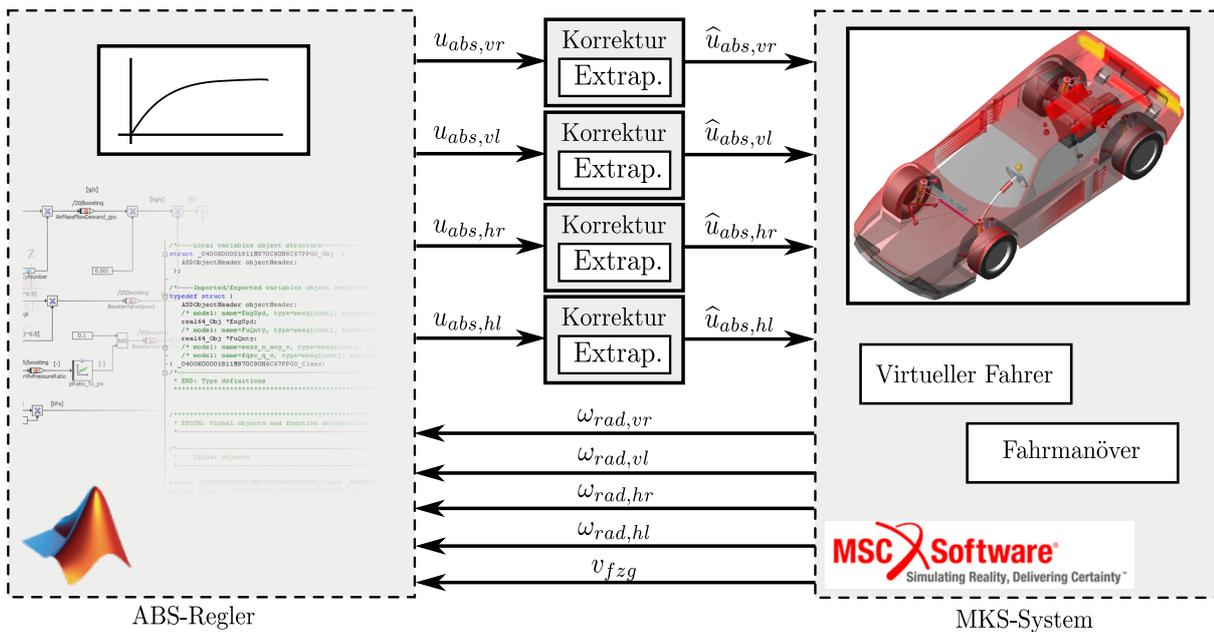


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung des Gesamtsystems bestehend aus ABS-Regler implementiert in MATLAB und dem MKS-System modelliert in MSC/ADAMS

das entworfene ABS-System nicht durch die verwendete Modellierungssprache abbilden lässt. Typischerweise werden Umwege gesucht, um das ABS-System trotzdem in das MKS-Modell einzubinden. Co-Simulation stellt in diesem Fall eine mögliche Lösung dar, wobei das ABS-System in einem eigenen, dafür vorgesehenen, Simulationswerkzeug entworfen und das Verhalten des Fahrzeugs in einem MKS-Simulationswerkzeug abgebildet wird. Eine solche Konfiguration dient in diesem Abschnitt als Evaluierungsbeispiel, wobei ein ABS-System implementiert in MATLAB und ein in MSC/ADAMS samt virtuellen Fahrer modelliertes Fahrzeug, *nicht-iterativ* gekoppelt werden. Bei diesem Ansatz ist es nicht notwendig, dass das ABS-System mit jeder Reglermodifikation erneut in das MKS-System integriert werden muss. Zusätzlich wird im MKS-System das Fahrmanöver vorgegeben, worauf der virtuelle Fahrer reagiert und daraufhin das ABS-System die Bremskräfte an den Rädern entsprechend skaliert.

In Abbildung 8.1 ist das gekoppelte Gesamtsystem dargestellt. Dabei liest das ABS-System die aktuelle Fahrzeuggeschwindigkeit $v_{fzg}(t)$ sowie die Winkelgeschwindigkeiten¹ der Räder $\omega_{rad, vr}(t)$, $\omega_{rad, vl}(t)$, $\omega_{rad, hr}(t)$, $\omega_{rad, hl}(t)$ ein. Aus diesen Werten werden die ABS-Steuersignale $u_{ABS, vr}(t)$, $u_{ABS, vl}(t)$, $u_{ABS, hr}(t)$, $u_{ABS, hl}(t)$ durch den implementierten Regelalgorithmus bestimmt, der den Reifenschlupf und zusätzlich auch die Reifenbeschleunigung zur Berechnung der Signale heranzieht. Des Weiteren liegen die Steuersignale im Intervall $[0, 1]$ und skalieren den Fahrerwunsch bei Bremsmanövern, d. h. damit wird im Fahrzeugmodell die, vom virtuellen Fahrer gewünschte, Bremskraft bzw. das Bremsmoment skaliert.

Für dieses Evaluierungsbeispiel wurde zudem als Bremsmanöver eine Vollbremsung in einer Linkskurve verwendet, siehe Abbildung 8.2. Das Fahrzeug fährt dabei mit eine Ge-

¹Bei den Winkelgeschwindigkeiten bezeichnen jeweils die Indizes die Radposition. Z. B. steht *vr* für *vor*ne *re*chts und *hl* für *h*inten *l*inks.

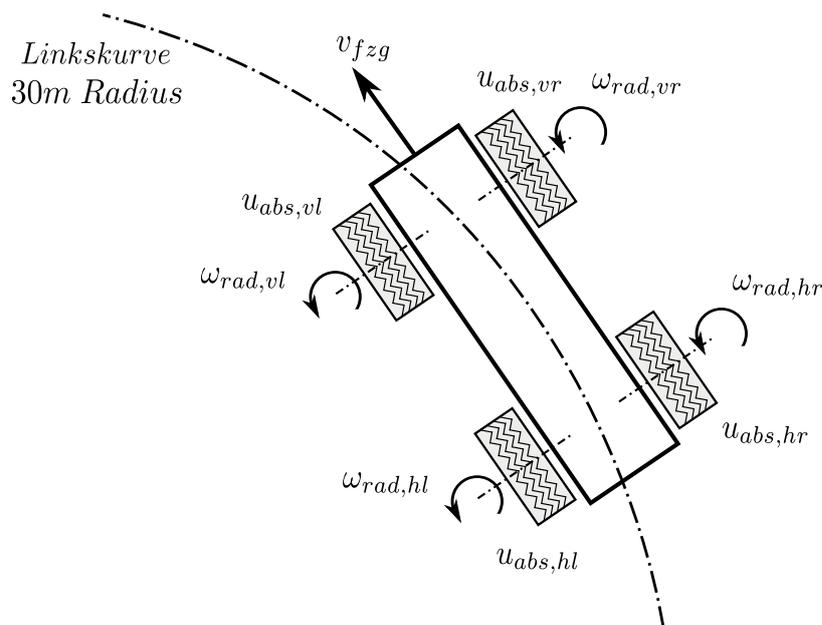


Abbildung 8.2: Schematische Darstellung des vorgegebenen Fahrmanövers: Vollbremsung in einer Linkskurve durch den virtuellen Fahrer

schwindigkeit² von $v_{fzg} \approx 48 \text{ km/h}$ in die Kurve (Radius 30 m) und der virtuelle Fahrer betätigt bei einer bestimmten Querschleunigung ($0.6g$) die Bremse (Vollbremsung). Ab diesem Zeitpunkt skaliert das ABS-System das Bremsmoment, um ein Blockieren der Reifen, und somit einen längeren Bremsweg, zu verhindern.

8.1.1 Mono-Simulation

Aus Evaluierungsgründen wurde für dieses Beispiel eine oftmals unmögliche Mono-Simulation durchgeführt. Zum einen sind die benötigten Lösungsalgorithmen nicht verfügbar, zum anderen ist eine Modellportierung nicht möglich oder stellt einen enormen Aufwand dar.

Bei diesem Beispiel wurde das, in MATLAB, entworfene ABS-System in geeigneter Weise exportiert und in das MKS-System, in MSC/ADAMS, importiert bzw. geeignet eingebunden. Der Export des ABS-Systems erfolgte dabei unter Verwendung einer speziellen MATLAB-Bibliothek, mit der Modelle für bestimmte Plattformen kompiliert werden können (engl. *realtime-workshop*, kurz RTW). Die Einbindung, des so erstellten ABS-Systems, das über den RTW zu einer DLL (engl. *dynamic link library*) kompiliert wurde, erfolgte in MSC/ADAMS unter Verwendung einer speziellen Schnittstelle, einer sog. GSE (engl. *general state equation*). Durch den getätigten Aufwand steht somit eine Referenzlösung zur Verfügung, anhand der die Resultate der Co-Simulation bewertet werden können.

Die Resultate der durchgeführten Mono-Simulation sind zur Plausibilisierung in Abbildung 8.3 dargestellt. Im Bild oben ist die Fahrzeuggeschwindigkeit $v_{fzg}(t)$ ersichtlich. Das Fahrzeug fährt mit konstanter Geschwindigkeit ($\approx 48 \text{ km/h}$) in die Linkskurve. Ab dem Zeitpunkt der Bremsbetätigung, welcher vom virtuellen Fahrer bestimmt wird, nimmt

²Die initiale Fahrzeuggeschwindigkeit ergibt sich aus dem, in MSC/ADAMS, definierten Fahrmanöver und resultiert bei diesem Beispiel in einer Geschwindigkeit von 47.79 km/h .

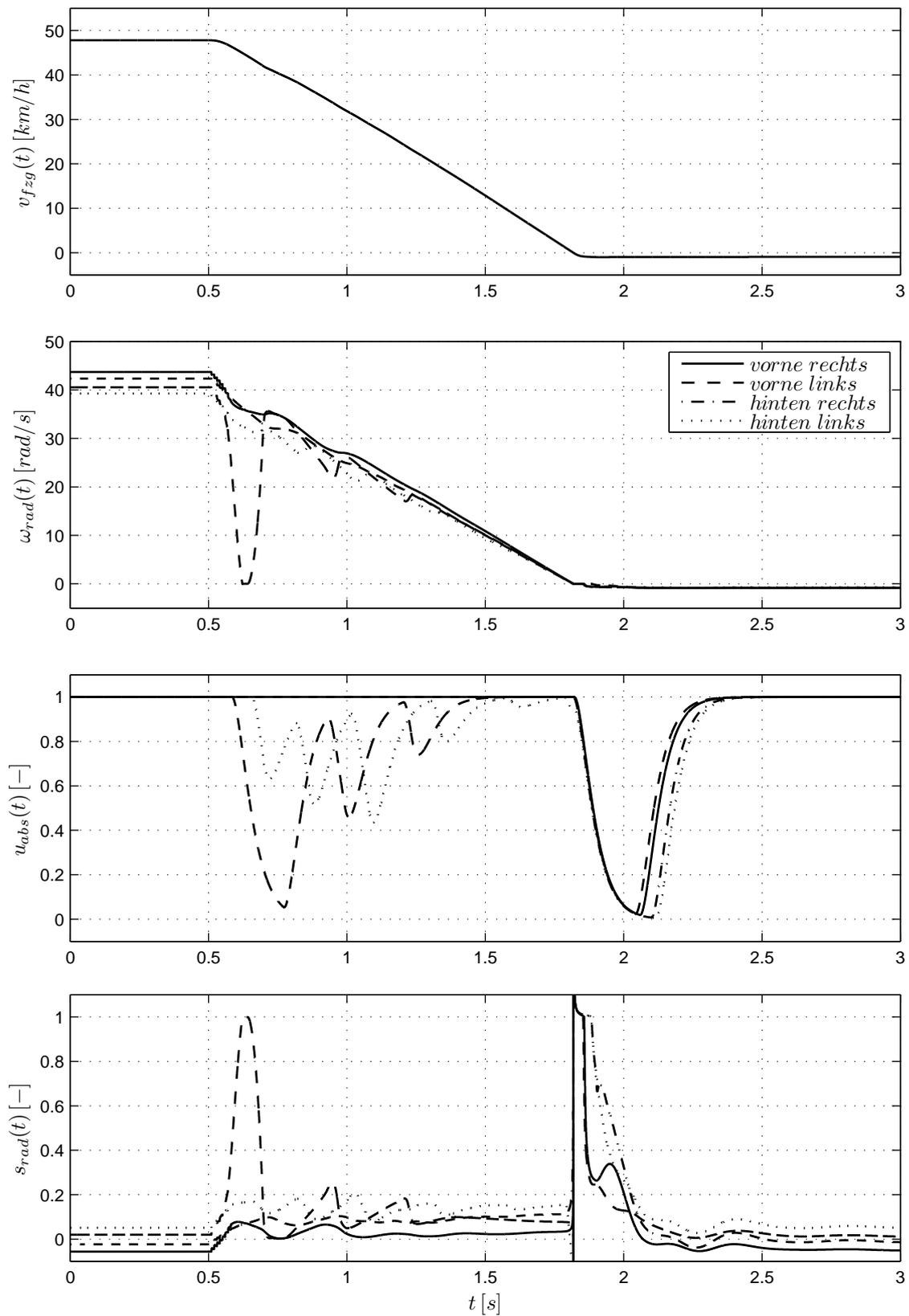


Abbildung 8.3: Resultate der Mono-Simulation des Fahrer-Assistenz-Systems (durchgeführt in MSC/ADAMS)

die Fahrzeuggeschwindigkeit bis zum Stillstand des Fahrzeuges ab. Aus dem zweiten Bild sind die vorherrschenden Winkelgeschwindigkeiten $\omega_{rad}(t)$ der vier Räder zu entnehmen. Diese stellen sich in Abhängigkeit der Fahrzeug- und der Reifendynamik sowie der skalierten Bremskraft ein. Ebenfalls ist die Abnahme bis zum Stillstand zu erkennen. Die zugehörigen ABS-Steuersignale sind im dritten Bild dargestellt. Es ist hier schön ersichtlich, dass die Bremskraft am Rad *vorne links* am Stärksten vom ABS-System skaliert wird. Abschließend zeigt das Bild unten den Verlauf des Reifenschlupfs der Räder. Der Reifenschlupf ist über die Gleichung

$$s_{rad}(t) = \frac{v_{fzg}(t) - \omega_{rad}(t)r_{rad}}{v_{fzg}(t)} \quad (8.1)$$

definiert, wobei r_{rad} den Reifenradius symbolisiert und in diesem Beispiel auf den Wert $r_{rad} = 321 \text{ mm}$ fixiert ist [43, 64]. Diese sind die wesentlichen Regelgrößen und sollen während dem Bremsmanöver für dieses Beispiel für jedes Rad, aufgrund der Reibcharakteristik in Längsrichtung, bei einem Sollwert von $s_{rad,ref} = 0.1$ liegen. Auch dieser Effekt ist im Bild unten ersichtlich. Aufgrund leicht abweichender Reifenradien liegen die Werte des Reifenschlupfs vor dem Bremsmanöver um den Wert 0 und während dem Bremsvorgang um den Wert 0.1, wie beabsichtigt.

8.1.2 Nicht-iterative Co-Simulation

Bei dieser Co-Simulationsanwendung werden die beiden Simulationswerkzeuge MATLAB und MSC/ADAMS *nicht-iterativ* gekoppelt. Die Anbindung der Simulationswerkzeuge und die Kopplung erfolgt unter Verwendung der Co-Simulations-Plattform ICOS [1]. Beide Simulationswerkzeuge bieten für eine *nicht-iterative* Co-Simulation maximale Anbindungsmöglichkeiten, sodass,

- zu den Koppelzeitpunkten zusätzlich, zu den Werten an den Koppelzeitpunkten, Werte des Koppelsignals zwischen den Koppelzeitpunkten (sog. *Sequenzen*) über den vorhergehenden Makro-Zeitschritt zur Verfügung stehen und des Weiteren
- eine konstante als auch *adaptiv* gewählte Makro-Schrittweite verwendet werden kann.

Eine besondere Eigenheit des Fahrzeugmodells ist, dass während der Simulation Unstetigkeiten in den Winkelgeschwindigkeiten auftreten, was die Kopplung der beiden Simulationswerkzeuge erschwert. Unter Beachtung dieser Modelleigenschaft kann somit vorab eine sinnvolle Ausführungsreihenfolge der involvierten Simulationswerkzeuge definiert werden. Da sich die Fahrzeugdaten u. U. schnell ändern können, ist eine Extrapolation dieser Koppelgrößen mit einem größeren Koppelfehler behaftet. Um diese Fehlerquelle auszuschließen verbleibt nur die Option einer *sequentiellen* Ausführungsreihenfolge, wobei MSC/ADAMS zeitlich vor MATLAB über die festgelegte, *konstante* Makro-Schrittweite simuliert wird. In diesem Fall müssen somit die ABS-Steuersignale in jedem Makro-Zeitschritt extrapoliert werden.

Anhand dieser Festlegung werden im Rahmen dieses Beispiels unterschiedliche Koppelvarianten angewandt und die erzielten Resultate der Referenzlösung der Mono-Simulation gegenübergestellt. Zu den Koppelvarianten zählen:

- Extrapolation mittels ZOH, FOH und SOH
- Realisierung der Korrektur als *konstanter* oder *linearer* Verlauf
- Kopplung *ohne* oder *mit* Filteranwendungen
- *Konstante* oder *adaptiv* gesteuerte Makro-Schrittweite

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden nachfolgend nur die zeitlichen Verläufe der *linken* Räder präsentiert, wobei einige ausgewählte Konfigurationen der Kopplung eingesetzt wurden. Im nachfolgenden Abschnitt 8.1.3 werden zur Übersicht alle Simulationsergebnisse bzgl. der angewandten Koppelvariante anhand der Qualität bewertet und übersichtlich angeführt.

Ausgangssituation bei diesem Beispiel ist, dass keinerlei Information über die Dynamiken der gekoppelten Systeme bekannt ist. Es verbleibt nur die Möglichkeit der Annahme einer geeigneten Makro-Schrittweite in Bezug auf das eingesetzte Extrapolationsverfahren. In einem ersten Schritt wurden diesbezüglich drei unterschiedliche Kopplungsvarianten mit unterschiedlichen *konstanten* Makro-Schrittweiten verwendet. Die Resultate der jeweiligen Co-Simulationen sind dazu in den Abbildungen 8.4, 8.5 und 8.6 dargestellt. Abermals ist im Bild oben die Fahrzeuggeschwindigkeit in Längsrichtung gefolgt von den vorherrschenden Winkelgeschwindigkeiten an den (zwei linken) Rädern im zweiten Bild angeführt. Das untere Bild zeigt die beiden korrespondierenden Steuersignale des ABS-Systems. Zudem ist zusätzlich zu den Resultaten der Co-Simulationen jeweils die Referenzlösung der durchgeführten Mono-Simulation (vgl. Abb. 8.3) in den Abbildungen hinterlegt.

Als erster Versuch wurde das Gesamtsystem unter Verwendung von Extrapolation 2-ter Ordnung, einer *konstanten* Makro-Schrittweite von $\Delta T = 0.01 \text{ s}$ und *ohne* Korrekturereingriff *nicht-iterativ* gelöst (Abb. 8.4). Bei der graphischen Gegenüberstellung sind die zeitlichen Verläufe der Fahrzeuggeschwindigkeit $v_{fzg}(t)$ und der Winkelgeschwindigkeiten an den linken Rädern $\omega_{rad,vl}(t)$ und $\omega_{rad,hl}(t)$ deckungsgleich. Bei den gekoppelten Größen $u_{abs,vl}(t)$ und $u_{abs,hl}(t)$, den ABS-Steuersignalen, sind jedoch Abweichungen zur Referenzlösung erkennbar, speziell bei dem Steuersignal des *linken hinteren* Rades.

Beim zweiten Versuch wurde das Gesamtsystem unter Verwendung von Extrapolation 1-ter Ordnung, einer kleineren *konstanten* Makro-Schrittweite von $\Delta T = 0.005 \text{ s}$ und mit *linear* realisierter Korrektur *nicht-iterativ* gekoppelt (Abb. 8.5). Wiederum sind im Verlauf der Fahrzeuggeschwindigkeit $v_{fzg}(t)$ keine Störungen ersichtlich. Im Verlauf der Winkelgeschwindigkeit des *hinteren linken* Rades ist jedoch eine kleine Abweichung erkennbar. Wie auch bei der vorherigen Kopplung über SOH ist auch hier die Störung des ABS-Signals am Rad *hinten* markant ersichtlich, jedoch anders geartet.

Als letzter Kopplungsansatz wurde das Gesamtsystem unter Verwendung von Extrapolation 0-ter Ordnung, einer nochmals kleineren *konstanten* Makro-Schrittweite von $\Delta T = 0.002 \text{ s}$ und mit *konstanter* Realisierung der Korrektur *nicht-iterativ* gelöst (Abb. 8.6). Leicht ersichtlich liegen bei dieser Art der Kopplung graphisch keine Abweichungen vor, auch nicht beim ABS-Signal *hinten links*.

Nach dieser kurzen Diskussion der drei beispielhaften Co-Simulationsanwendungen ist offensichtlich die dritte Variante zu bevorzugen. Diese Kombination der gewählten Makro-Schrittweite in Kombination zum Extrapolationsverfahren und der verwendeten Korrektur führt zu einer vertrauenswürdigen Lösung. Diese Evaluierung ist jedoch nur aufgrund der Kenntnis der Referenzlösung der Mono-Simulation möglich und bei normalen Co-Simulationsanwendungen nicht durchführbar! Welche Lösung akzeptiert wird, bleibt dem

Anwender überlassen. Aus diesem Grund werden im nächsten Abschnitt die angewandten Kopplungen und die resultierende Qualität der Resultate genauer betrachtet.

8.1.3 Qualität der Resultate

Im Allgemeinen ist eine Referenzlösung einer Mono-Simulation nicht zugänglich. Die Bewertung der Resultate erweist sich dadurch als äußerst schwierig. Im oben gezeigten Fall liefert die Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung und *konstanter* Korrektur aussagekräftige Ergebnisse. In diesem Abschnitt wird die vorgestellte Methode (siehe Kap. 7) zur Bewertung der Qualität der Resultat einer *nicht-iterativen* Co-Simulation herangezogen, um die Ergebnisse zu überprüfen. Die Analyse der Kopplung erfolgt dabei im Frequenzbereich.

In Abbildung 8.7 sind diesbezüglich die *BODE'*-Diagramme der verwendeten Kopplungen angeführt. Es ist ersichtlich, dass die Kopplung mittels Extrapolation 2-ter Ordnung (SOH), relativ groß gewählter Makro-Schrittweite von $\Delta T = 0.01\text{ s}$ und *ohne* eine Korrekturanwendung nur eine sehr kleine *effektive* Bandbreite $\bar{\omega}_{soh}$ zur Verfügung stellt. Wesentlich besser sind die Übertragungseigenschaften bei der Kopplung mittels Extrapolation 1-ter Ordnung und mit *linearer* Korrektur geartet ($\bar{\omega}_{foh}$). Die größte *effektive* Bandbreite bietet, wie aus den Zeitverläufen in Abbildung 8.6 zu erwarten, die Kopplung über ZOH, mit kleiner Schrittweite $\Delta T = 0.002\text{ s}$ und der Anwendung von *konstanter* Korrektur. Bei dieser Art der Kopplung können Frequenzen in einer Bandbreite von bis zu $\bar{\omega}_{zoh} = 300\text{ rad/s}$ annähernd fehlerfrei übertragen werden.

Abbildung 8.8 zeigt in weiterer Folge die maximalen Momentanfrequenzen $\bar{\omega}_{\Phi,abs,vi}(t)$ und $\bar{\omega}_{\Phi,abs,hl}(t)$ der beiden zu schätzenden ABS-Steuersignale $u_{abs,vi}(t)$ und $u_{abs,hl}(t)$. Die maximalen Momentanfrequenzen wurden dabei über die *HILBERT-HUANG*-Transformation bestimmt, vgl. Abs. 7.2.1. Zusätzlich zu den zeitlichen Verläufen sind in den beiden Bildern die vorher erwähnten *effektiven* Bandbreiten ($\bar{\omega}_{soh}$, $\bar{\omega}_{foh}$, $\bar{\omega}_{zoh}$) der verwendeten Kopplungsvarianten angedeutet. Auf einen Blick ist ersichtlich, dass die Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) in diesem Fall eine ausreichend große *effektive* Bandbreite zur Verfügung stellt und somit die ABS-Steuersignale annähernd fehlerfrei übertragen werden können. Anhand dieser Grafik lassen sich z.B. auch die Koppelfehler in den ABS-Steuersignalen $u_{abs,hl}(t)$ bei der SOH- und der FOH-Kopplung erklären (Abs. 8.4, 8.5). In den beiden Abbildungen ist z.B. eine Abweichung um den Zeitpunkt von $t \approx 1.2\text{ s}$ zu erkennen. Genau an dieser Stelle tritt eine hohe maximale Momentanfrequenz auf (vgl. Abb. 8.8), sodass die *effektiven* Bandbreiten der beiden Kopplungen nicht ausreichen und somit ein nicht vernachlässigbarer Fehler in das System eingebracht wird. Speziell hat dieser Fehler Auswirkungen auf den nachfolgenden Verlauf der Koppelgrößen. D. h., anhand der Resultate einer Co-Simulation kann unter Berücksichtigung der zulässigen *effektiven* Bandbreiten die Lösung bewertet werden.

Abschließend sei angemerkt, dass bei diesem Beispiel die Verläufe der maximalen Momentanfrequenzen nur wenige starke Überhöhungen beinhalten. Damit nur ein vernachlässigbar kleiner Fehler in die Simulation eingebracht wird, muss bei einer *konstanten* Makro-Schrittweite, diese ausreichend klein gewählt werden, damit die *effektive* Bandbreite zu den Zeitpunkten, wo hohe Frequenzanteile im Koppelsignal vorliegen, gewährleistet werden kann. Dies führt zu langen Simulationszeiten. Abhilfe schafft hier eine *adaptiv* angepasste Makro-Schrittweite. Dieser Aspekt wird nach einer umfassenden Simulationsstudie in Abschnitt 8.1.4 beleuchtet.

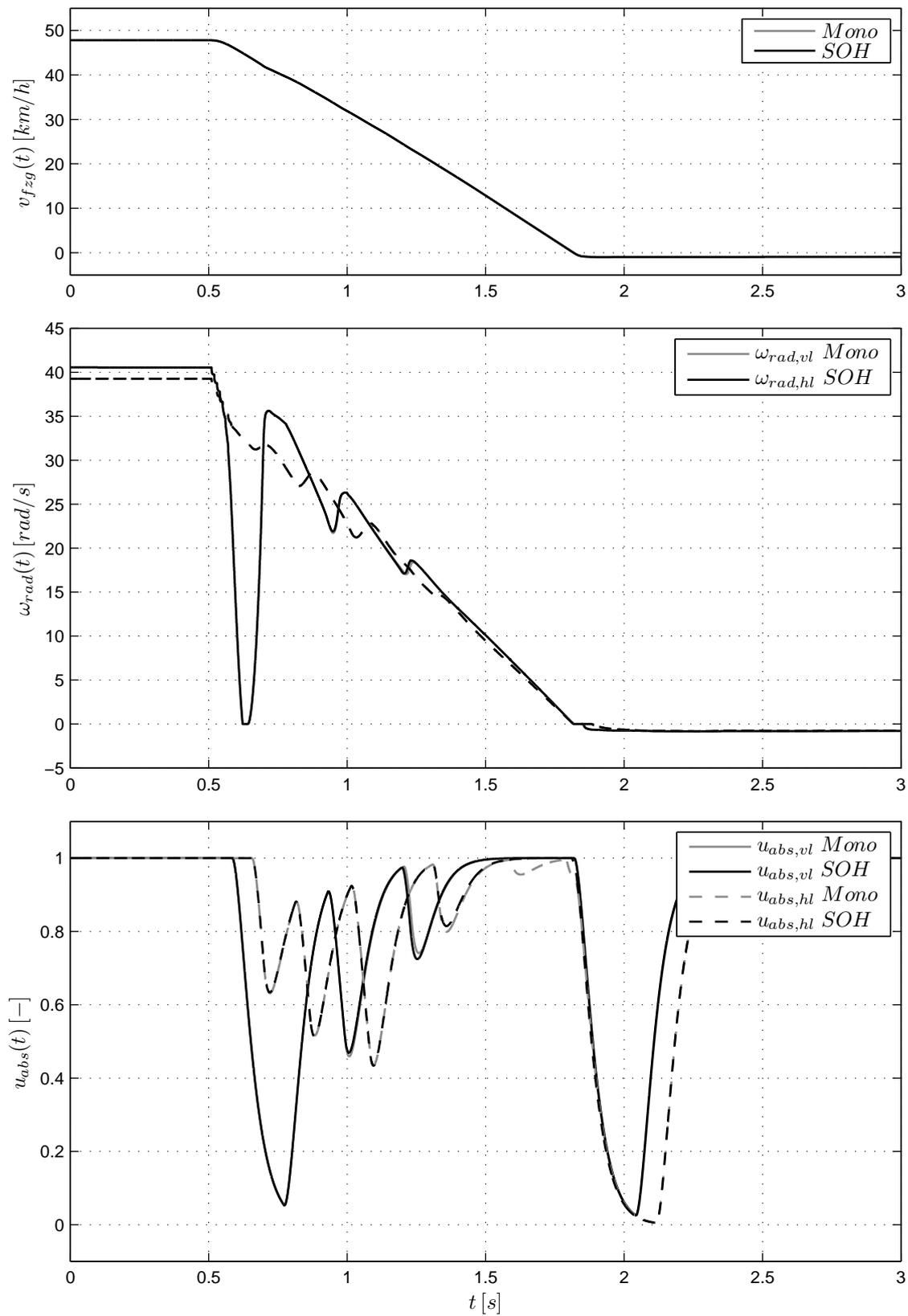


Abbildung 8.4: Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 2-ter Ordnung (SOH) *ohne* Korrektur ($\Delta T = 0.01$ s)

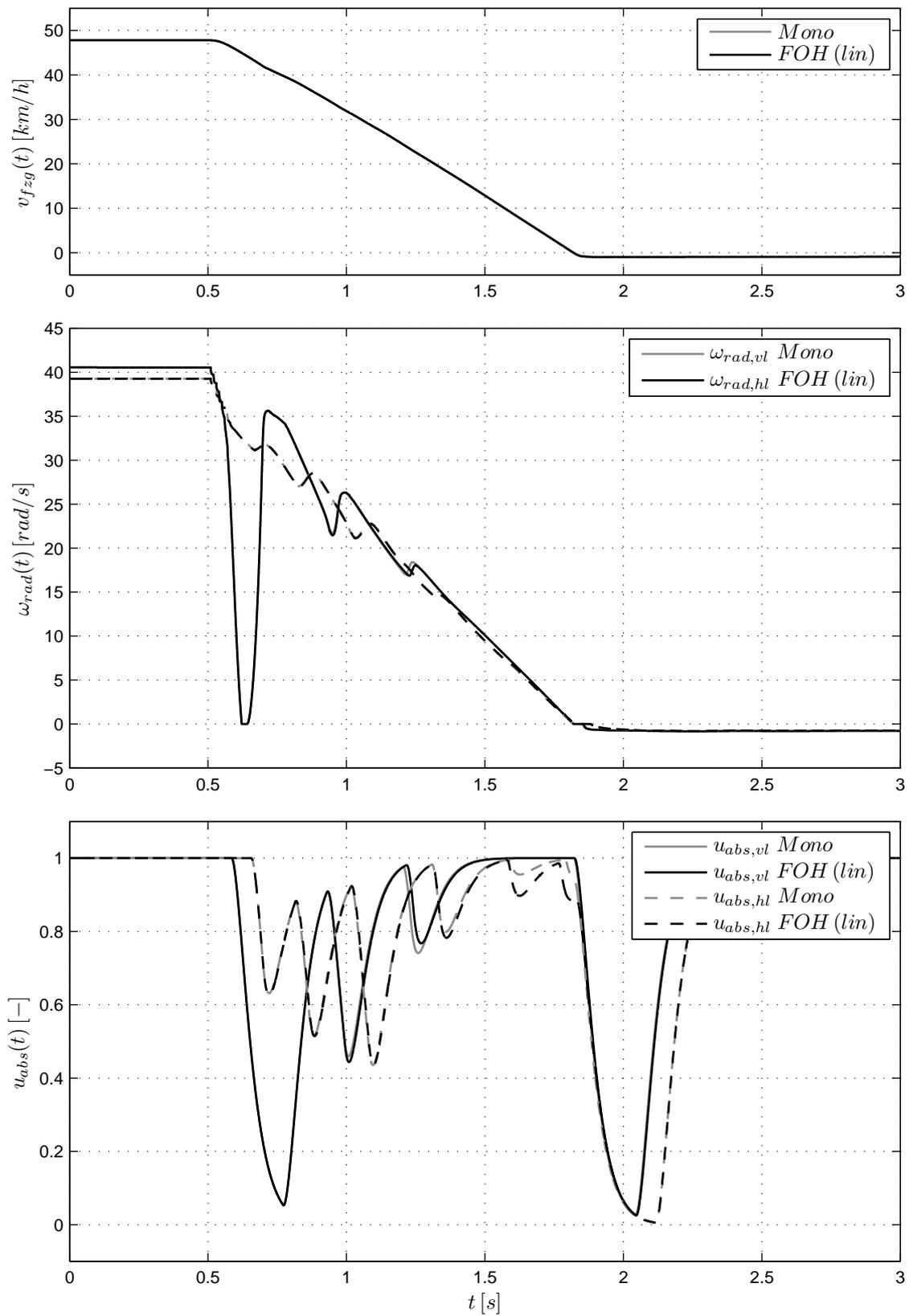


Abbildung 8.5: Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 1-ter Ordnung (FOH) mit *linearer* Korrektur ($\Delta T = 0.005$ s, $\gamma = 95\%$)

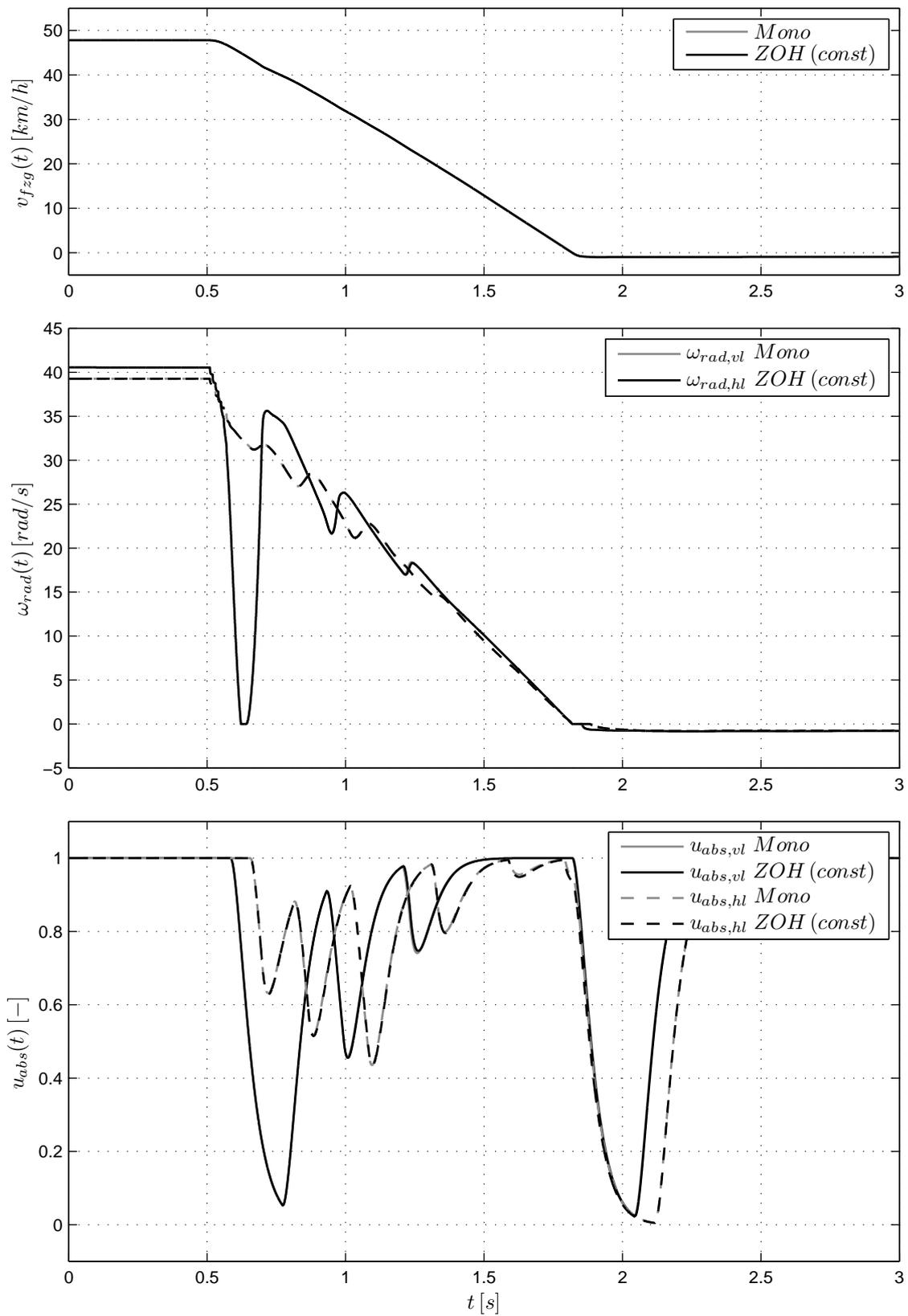


Abbildung 8.6: Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) mit *konstanter* Korrektur ($\Delta T = 0.002$ s, $\gamma = 75\%$)

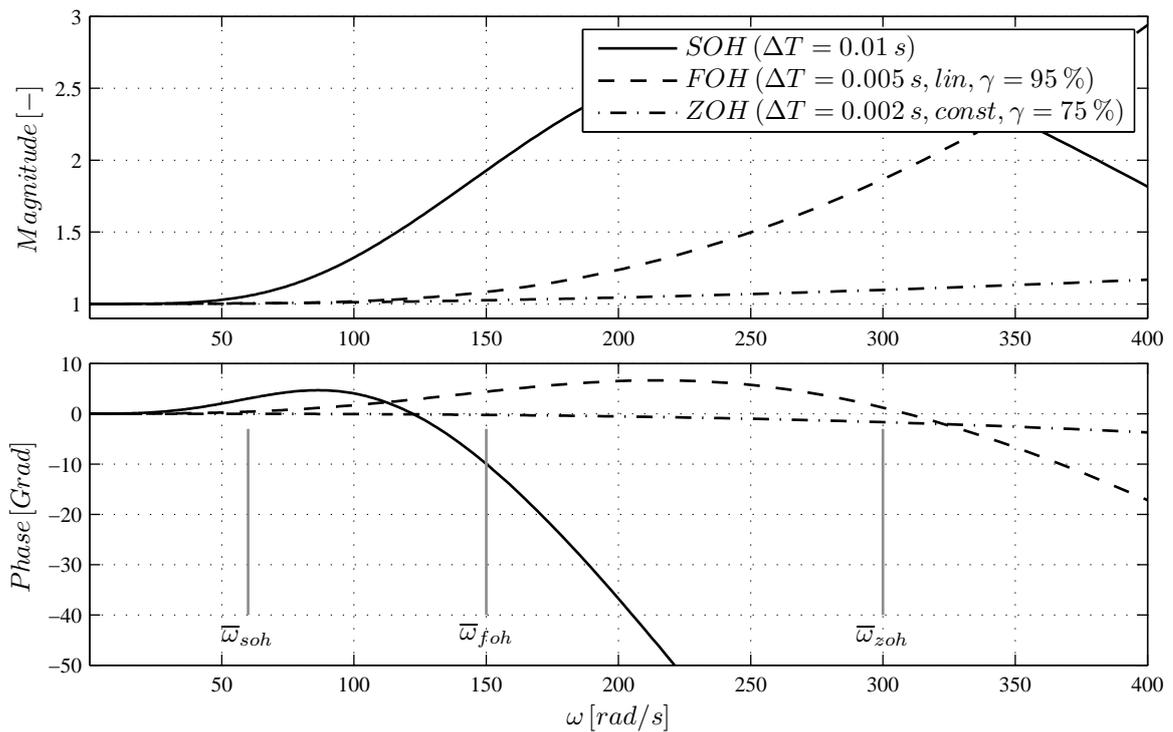


Abbildung 8.7: Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen der eingesetzten Koppellemente samt Kennzeichnung der effektiven Bandbreiten

Co-Simulationsstudie

Im Vorfeld wurden bereits drei unterschiedliche Konfigurationen der Kopplung analysiert. In diesem Abschnitt sollen in einer breit angelegten Co-Simulationsstudie die möglichen Einstellparameter der Kopplung variiert und die resultierenden Auswirkungen auf die Resultate der jeweiligen Co-Simulationen analysiert werden. Im Speziellen werden die Einstellparameter,

- der Wert der *konstanten* Makro-Schrittweite,
- die Ordnung der polynomialen Extrapolation (ZOH, FOH, SOH),
- die Art und das Ausmaß der Korrektur und
- die Ordnung eines evtl. vorhandenen Rekonstruktionsfilters

für diese Untersuchung variiert und der Effekt auf die Co-Simulationsresultate über den auftretenden Fehler (ISE) dargestellt. Aus dieser Gegenüberstellung lassen sich die Wirkungen der Kopplungen anschaulich vergleichen und zudem charakteristische Eigenschaften festgehalten.

In den nachfolgenden Abbildungen sind die ermittelten Fehler (ISE) der Koppelgrößen bzgl. dem Rad *hinten links* angeführt. Dabei erfolgte die Extrapolation zum Erzeugen der Abbildungen 8.9 und 8.10 mittels 0-ter Ordnung (ZOH), bei den Abbildungen 8.11 und 8.12 mittels 1-ter Ordnung (FOH) und bei den Abbildungen 8.13 und 8.14 über Extrapolation 2-ter Ordnung (SOH). Zusätzlich zeigt jede Abbildung in der linken Bildspalte die

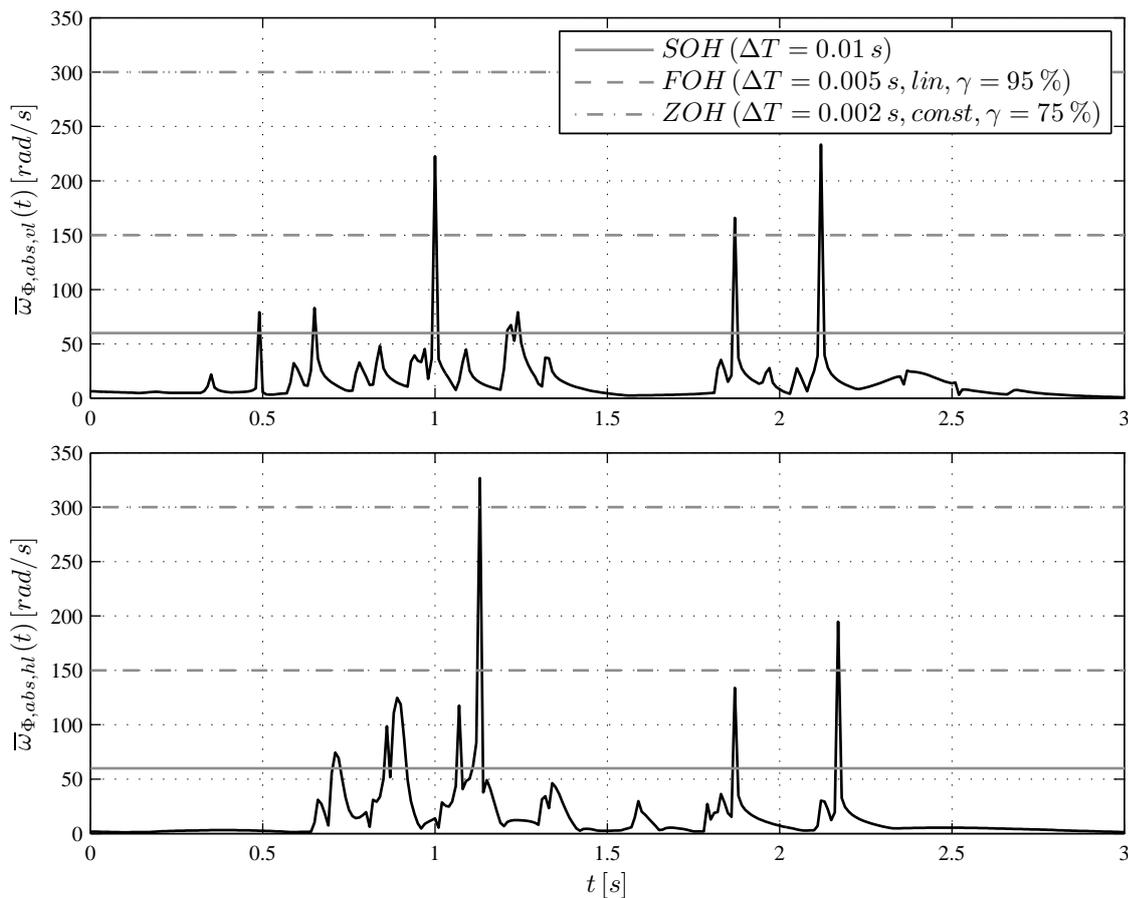


Abbildung 8.8: Darstellung der maximalen Momentanfrequenzen ($\bar{\omega}_{\Phi,abs,vt}$, $\bar{\omega}_{\Phi,abs,hl}$) der ABS-Signale *vorne* und *hinten links* der Mono-Simulation samt Kennzeichnung der effektiven Bandbreiten $\bar{\omega}$ der unterschiedlichen Kopplungen

Anwendung von *konstanter* Korrektur und die jeweils rechte Bildspalte, die Anwendung von *linearer* Korrektur. Das Ausmaß der Korrektur umfasst die mögliche Wertemenge $\gamma \in \{0\%, 25\%, 50\%, 75\%, 95\%\}$. Die einzelnen Bildreihen unterscheiden sich durch die evtl. Anwendung von Rekonstruktionsfiltern und in weiterer Folge der Filterordnung. D. h., in der Bildreihe oben wurde *kein* Rekonstruktionsfilter verwendet, in der mittleren Bildreihe ein Rekonstruktionsfilter 1-ter Ordnung und in der Bildreihe unten ein Rekonstruktionsfilter 2-ter Ordnung. Als Entwurfsparameter der Filter wurde neben der Filterordnung die Knickfrequenz auf $\omega_{p,r} = 1.0 \text{ rad}$ und die minimale Verstärkung auf $\delta_{p,r} = -1.0 \text{ dB}$ festgelegt. Als verbleibender Einstellparameter umfasst die Abszisse der Diagramme eine Variation der *konstanten* Makro-Schrittweite $\Delta T \in \{0.001 \text{ s}, 0.0025 \text{ s}, 0.005 \text{ s}, 0.0075 \text{ s}, 0.01 \text{ s}\}$, zu welchen jeweils eine sparate Co-Simulation durchgeführt wurde. In Summe umfasst diese Studie 390 Co-Simulationen.

Abbildung 8.9 zeigt die Fehler der Koppelgröße $\omega_{rad,hl}(t)$ bei Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung samt zusätzlicher Konfigurationsmöglichkeiten der Kopplung. Wie den Bildern zu entnehmen ist, steigt der Koppelfehler generell mit größer werdender Makro-Schrittweite. Des Weiteren ist ersichtlich, dass zum einen mit größerem Korrekturingriff die Genauigkeit der Resultate steigt und zum anderen mit steigender Filterordnung die

effektive Bandbreite reduziert wird. Der zuletzt genannte Effekt folgt aus der umgekehrt proportionalen Abhängigkeit der *effektiven* Bandbreite von der Makro-Schrittweite. Beim Vergleich von *konstanter* und *linearer* Korrektur ist zusätzlich erkennbar, dass eine *konstante* Realisierung der Korrektur tendenziell genauere Resultate bewirkt.

Korrespondierend zu den Konfigurationen in Abbildung 8.9 stellt Abbildung 8.10 die Fehler der zu schätzenden Koppelgröße $u_{abs,hl}(t)$ dar. Generell sind die selben Effekte wie oben beschrieben ersichtlich. Sehr auffällig ist jedoch in der 1-ten Bildreihe der Fehler bei Anwendung von hoher Korrektur ($\gamma \in \{75\%, 95\%\}$). Trotz relativ genauer Resultate der Koppelgröße $\omega_{rad,hl}(t)$ (vgl. Abb. 8.9) tritt scheinbar ein nicht vernachlässigbarer Fehler in der Koppelgröße $u_{abs,hl}(t)$ auf. Diese Effekte sind durch das verwendete ABS-System begründbar. Zum einen befindet sich das Kompensationssystem in diesem Betriebsbereich in einem schwingungsfähigen Modus und erzeugt somit eine höherfrequente Schwingung und zum anderen sind im ABS-System Schaltglieder implementiert, welche basierend auf Schaltschwellen agieren. Die Problematik dabei ist, dass die hochfrequente Korrektorschwingung nicht ausreichend vom Fahrzeugmodell gedämpft wird und somit die Schaltschwelle der Schaltglieder im ABS-System teilweise früher erreicht wird, was zu einem leicht veränderten Systemverhalten führt. Besonders einsichtig ist jedoch, dass sich diese Korrektorschwingung durch Anwendung von Rekonstruktionsfiltern reduzieren lässt und dieser unerwünschte Effekt somit, auf Kosten einer reduzierten Makro-Schrittweite bei annähernd gleichem Genauigkeitsniveau, nicht auftritt.

Ähnliche Verhältnisse liegen bei der Kopplung mittels Extrapolation 1-ter (Abb. 8.11, 8.12) vor. Die wesentlich größeren zur Verfügung stehenden *effektiven* Bandbreiten bewirken signifikant kleinere Koppelfehler der Koppelgrößen.

Erfolgt die Kopplung hingegen mittels Extrapolation 2-ter Ordnung (Abb. 8.13, 8.14), so bewirken die Korrekturmaßnahmen nur bei Anwendung von Rekonstruktionsfiltern eine Verbesserung der Resultate. Hier zeichnet sich ab, dass die Unstetigkeiten im Korrekturverlauf die Lösung des Systems stören und somit die Qualität der Extrapolation 2-ter Ordnung mit steigendem Korrekturingriff reduzieren. Erst durch den Einsatz von Rekonstruktionsfiltern kann eine geeignete Korrektur erfolgen. Bei beiden Ansätzen (FOH, SOH) ist zudem markant ersichtlich, dass eine Filteranwendung³ die *effektiven* Bandbreiten mit steigender Filterordnung zunehmend einschränkt. Im Speziellen ist hier aufgrund der ohnehin größeren *effektiven* Bandbreite der Extrapolationsverfahren eine erhöhte Knickfrequenz der Rekonstruktionsfilter sinnvoll.

Nach der Diskussion dieser Co-Simulationsstudie lassen sich charakteristische Eigenschaften der Kopplung anführen. Je nach Konfiguration der Kopplung sind unterschiedliche Effekte zu erkennen. Als charakteristische Eigenschaften können festgehalten werden:

- Die Realisierung einer *konstanten* Korrektur erzielt eine höhere Kompensation als eine *linear* realisierte Korrektur.
- Starker Korrekturingriff *ohne* Rekonstruktionsfilter kann u. U. zu hochfrequenten überlagerten Schwingungen anderer Koppelsignale führen.
- Mit steigender Filterordnung sinkt die *effektive* Bandbreite.
- Extrapolationsmethoden besitzen unterschiedliche *effektive* Bandbreiten, wodurch zugeschnittene Rekonstruktionsfilter geeignet sind.

³Die Anwendung von Rekonstruktionsfiltern ist nur in Kombination eines Kompensationssystems sinnvoll. Aus diesem Grund erfolgt bei der Kopplung *ohne* Korrekturingriff ($\gamma = 0\%$) *keine* Filterung.

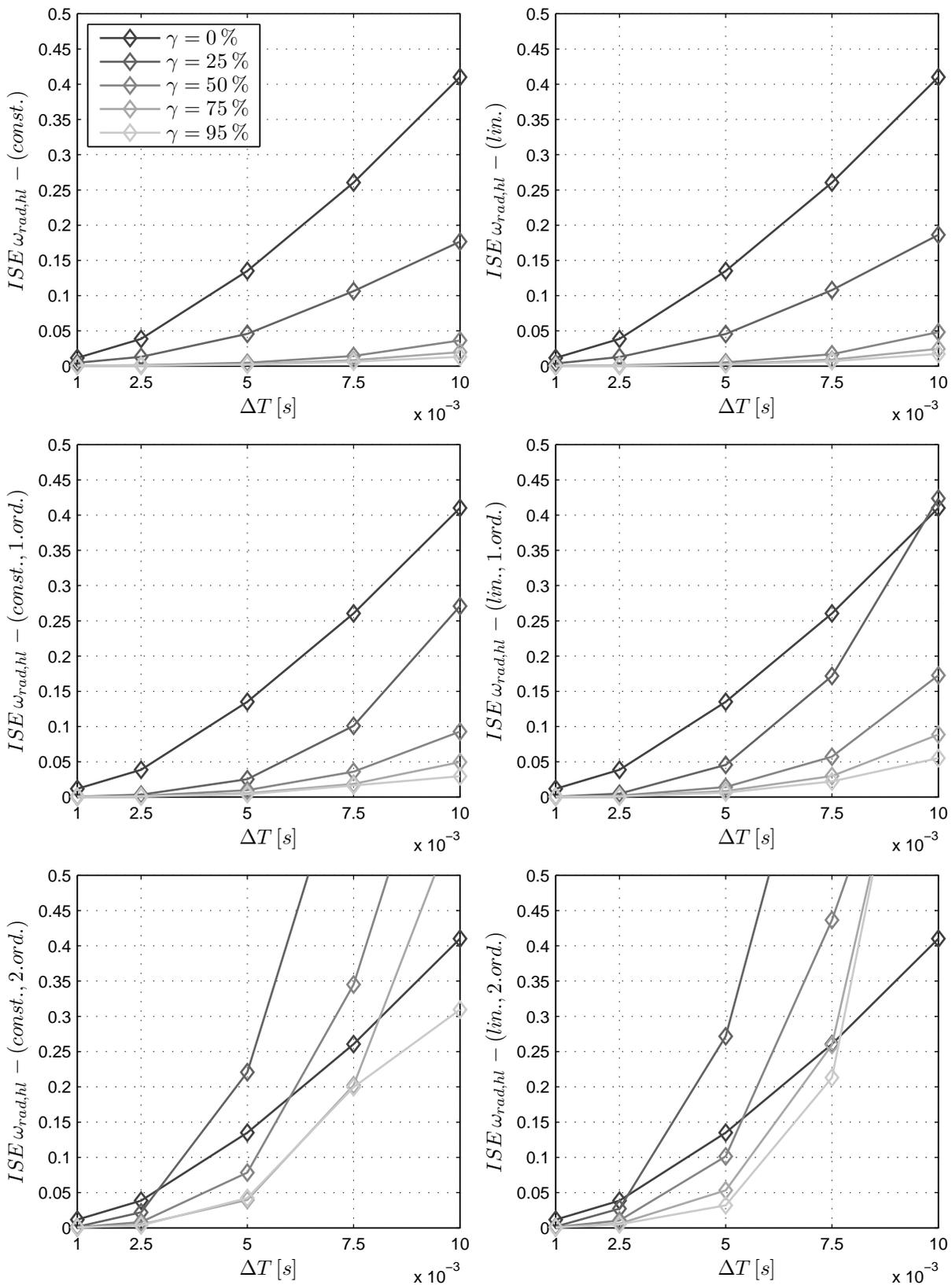


Abbildung 8.9: Gegenüberstellung der ISE der Koppelgröße $\omega_{rad,hl}(t)$ bei Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung und Anwendung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur und evtl. Glättung 1-ter oder 2-ter Ordnung

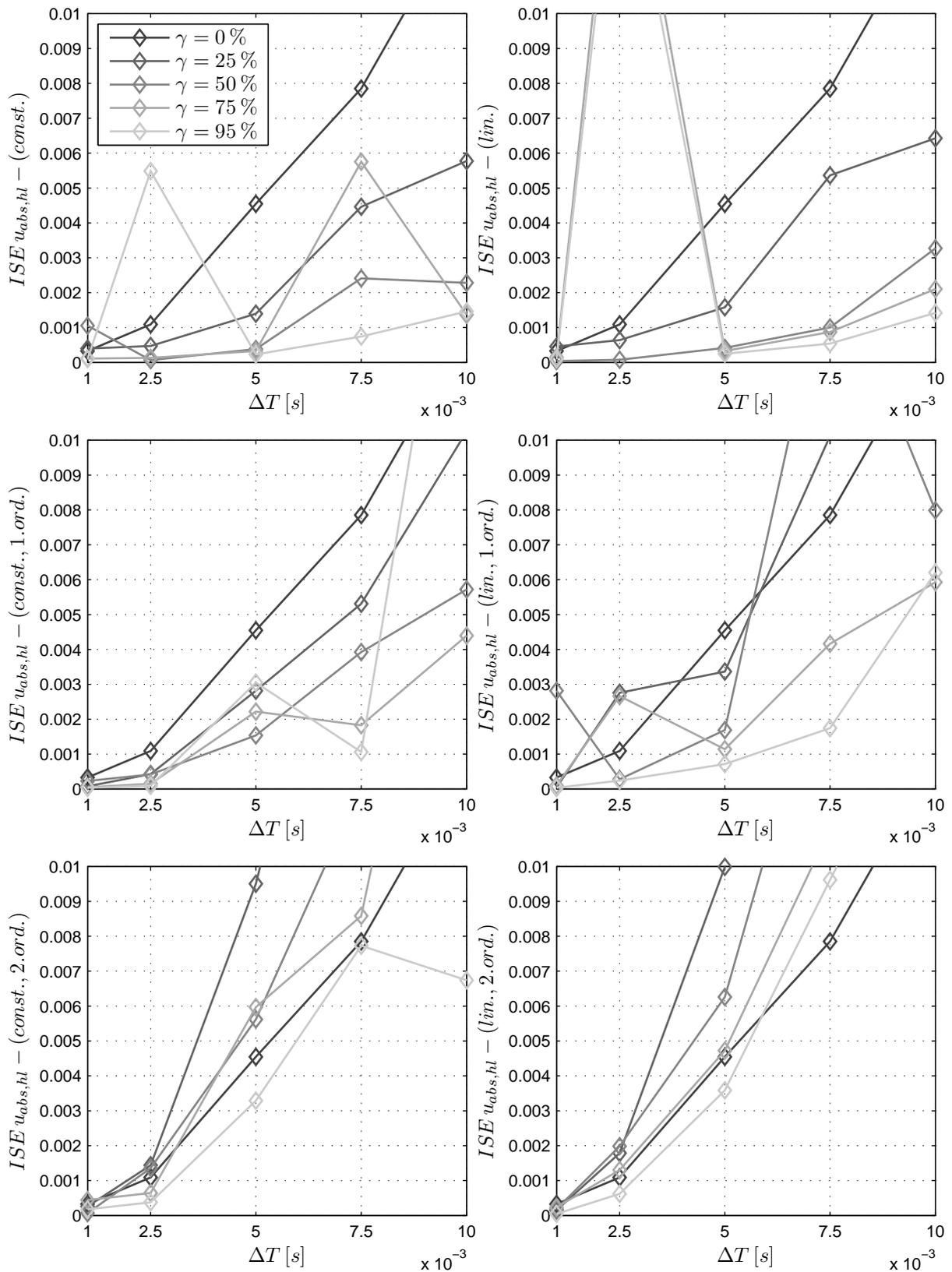


Abbildung 8.10: Gegenüberstellung der ISE der Koppelgröße $u_{abs,hl}(t)$ bei Koppelung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung und Anwendung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur und evtl. Glättung 1-ter oder 2-ter Ordnung

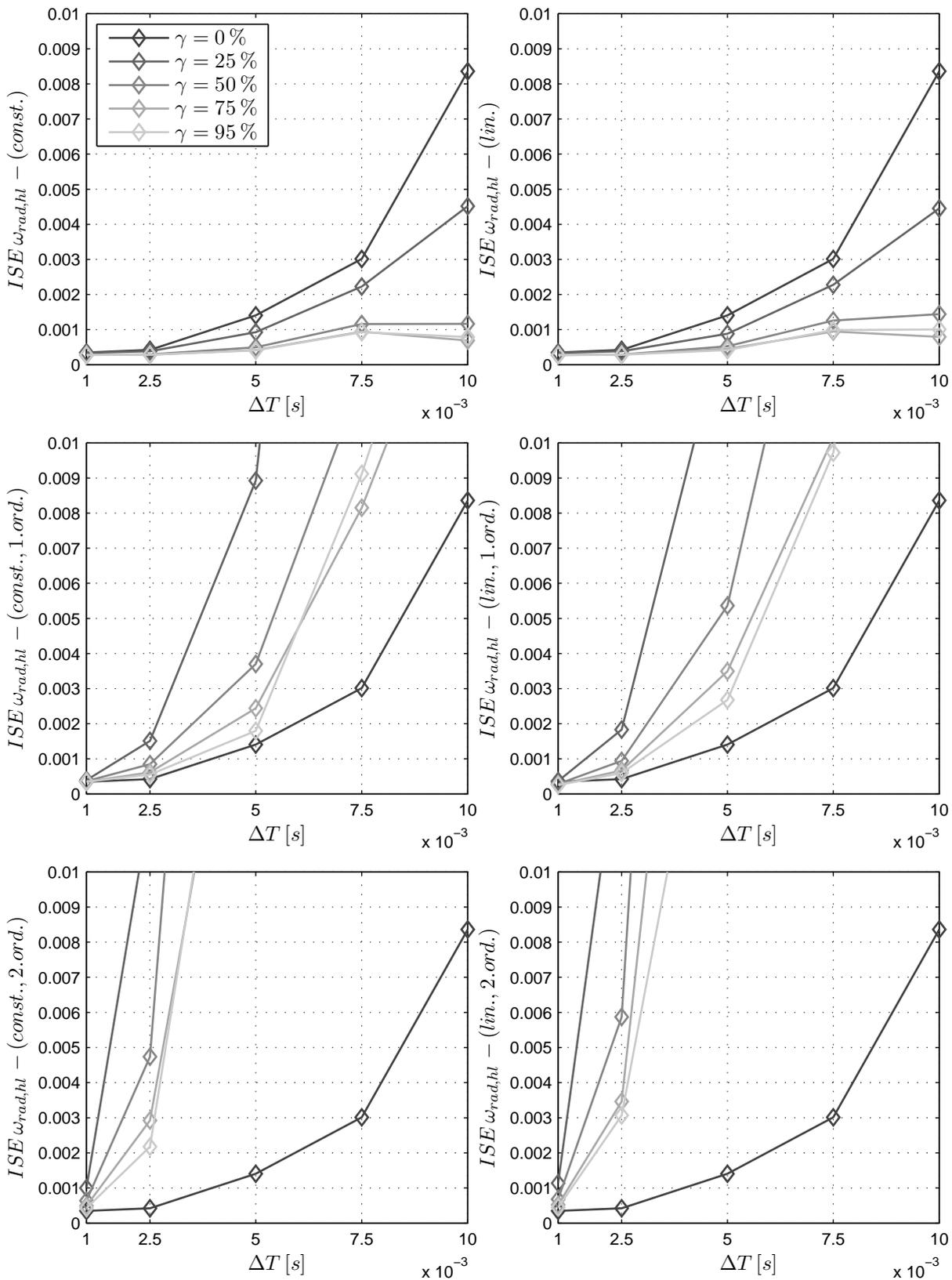


Abbildung 8.11: Gegenüberstellung der ISE der Koppelgröße $\omega_{rad,hl}(t)$ bei Koppelung mittels Extrapolation 1-ter Ordnung und Anwendung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur und evtl. Glättung 1-ter oder 2-ter Ordnung

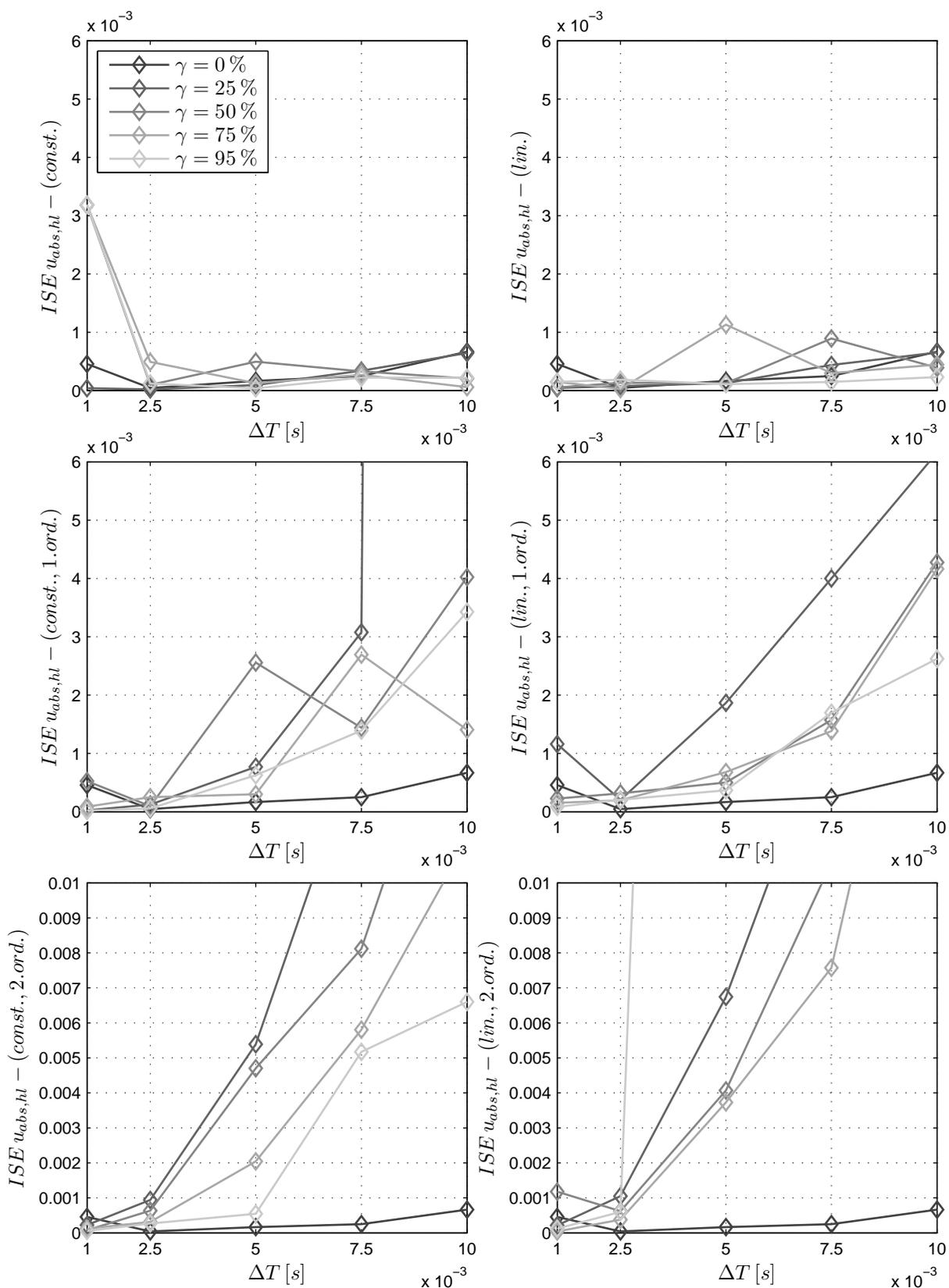


Abbildung 8.12: Gegenüberstellung der ISE der Koppelgröße $u_{abs,hl}(t)$ bei Koppelung mittels Extrapolation 1-ter Ordnung und Anwendung von konstanter oder linearer Korrektur und evtl. Glättung 1-ter oder 2-ter Ordnung

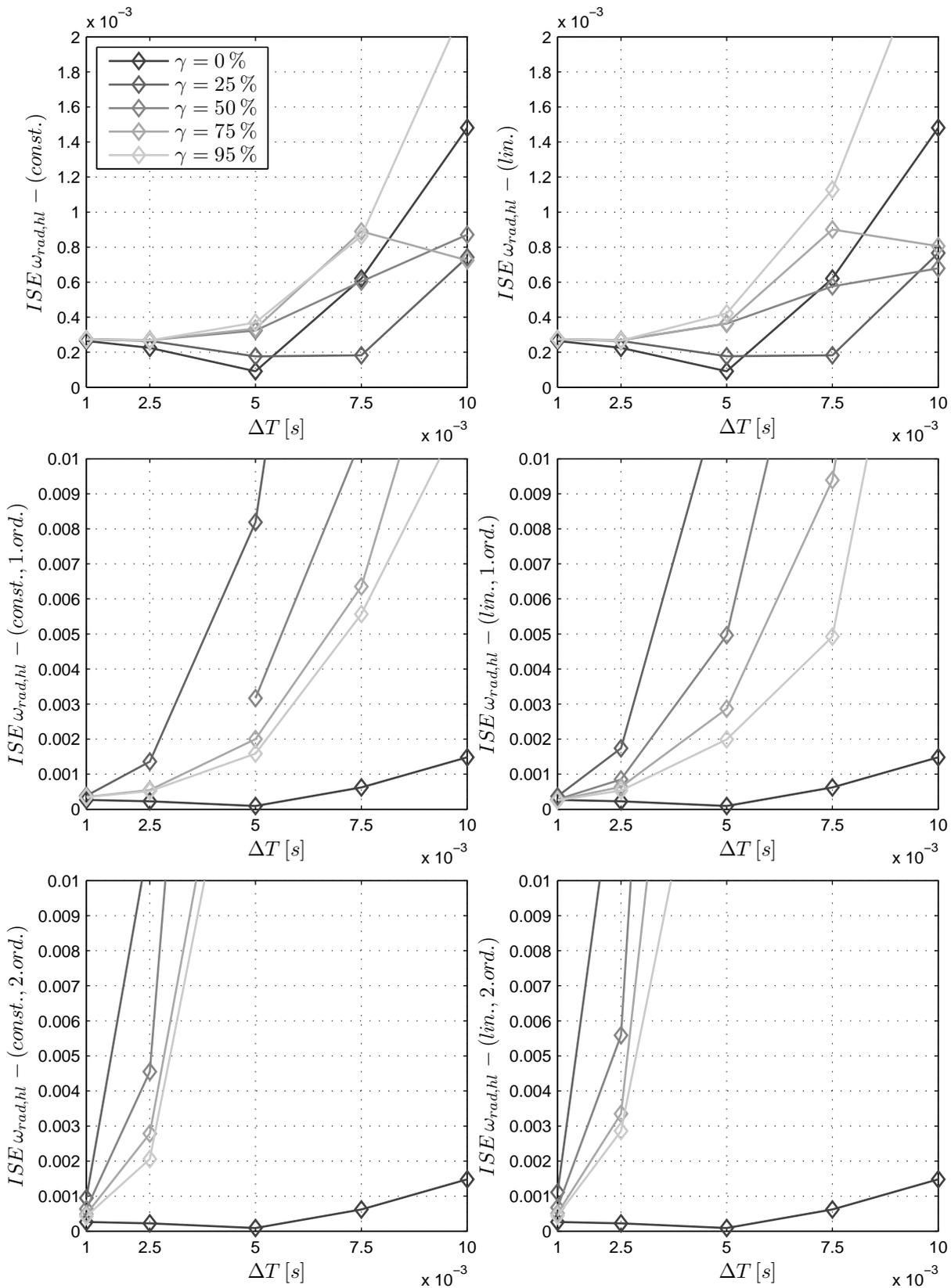


Abbildung 8.13: Gegenüberstellung der ISE der Koppelgröße $\omega_{rad,hl}(t)$ bei Koppelung mittels Extrapolation 2-ter Ordnung und Anwendung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur und evtl. Glättung 1-ter oder 2-ter Ordnung

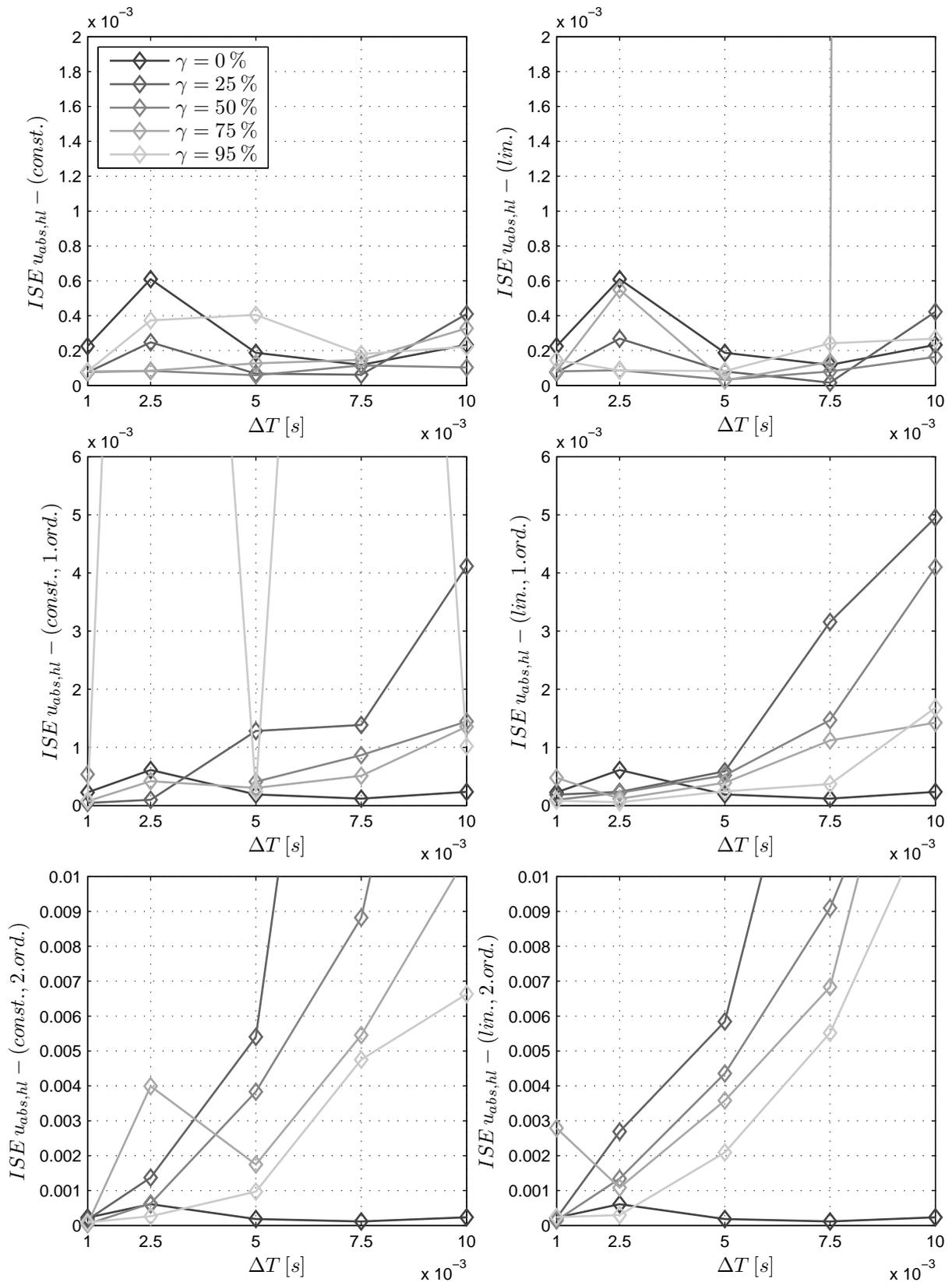


Abbildung 8.14: Gegenüberstellung der ISE der Koppelgröße $u_{abs,hl}(t)$ bei Koppelung mittels Extrapolation 2-ter Ordnung und Anwendung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur und evtl. Glättung 1-ter oder 2-ter Ordnung

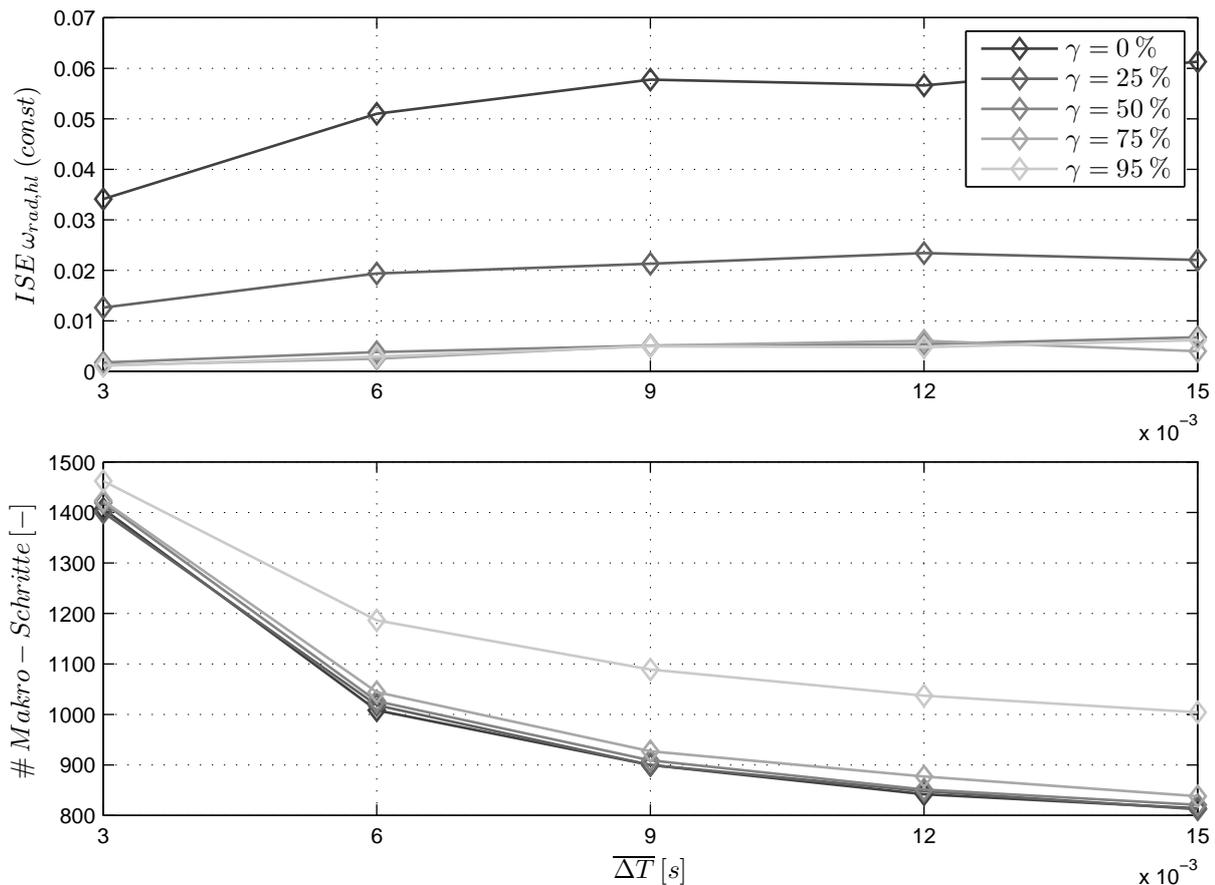


Abbildung 8.15: Gegenüberstellung der ISE der Koppelgröße $\omega_{rad,hl}(t)$ und der benötigten Anzahl der Makro-Schritte bei ZOH-Kopplung mit *konstanter* Korrektur und *adaptiver* Makro-Schrittweitensteuerung bei unterschiedlichen maximal zulässigen Makro-Schrittweiten ΔT

8.1.4 Adaptive Steuerung der Makro-Schrittweite

Wie bereits oben kurz erwähnt, ist bei diesem Co-Simulationsbeispiel, durch die Verwendung einer *adaptiven* Makro-Schrittweitensteuerung, Potential zur Reduktion der Gesamtsimulationszeit vorhanden. Da die Schrittweitensteuerung auf bereits vergangenen Werten des Koppelsignals basiert, kann sich nachträglich erweisen, dass die Makro-Zeitschrittweite zu groß gewählt wurde. Dies tritt vorallem dort auf, wo plötzliche Änderungen im Koppelsignal auftreten. Eine Möglichkeit, um den so eingebrachten Fehler nachträglich zu kompensieren, besteht durch die Anwendung einer Korrekturmethode.

Zum Aufzeigen der zeitlichen Einsparung wurde bei dieser Studie die Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung und *konstanter* Korrektur durchgeführt. Dabei wurde das Ausmaß der Korrektur über den Einstellparameter $\gamma \in \{0\%, 25\%, 50\%, 75\%, 95\%\}$ variiert. Zu jeder Konfiguration der Kopplung wurden der *adaptiven* Makro-Schrittweitensteuerung zu einer festen minimalen Makro-Schrittweite $\underline{\Delta T} = 0.001\text{ s}$ sechs unterschiedliche maximal zulässige Makro-Schrittweiten $\overline{\Delta T} \in \{0.003\text{ s}, 0.006\text{ s}, 0.009\text{ s}, 0.012\text{ s}, 0.015\text{ s}\}$ vorgegeben. Aus einer Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse wurden abermals die auftretenden Fehler (ISE) sowie zusätzlich die Anzahl der benötigten Makro-Schritte be-

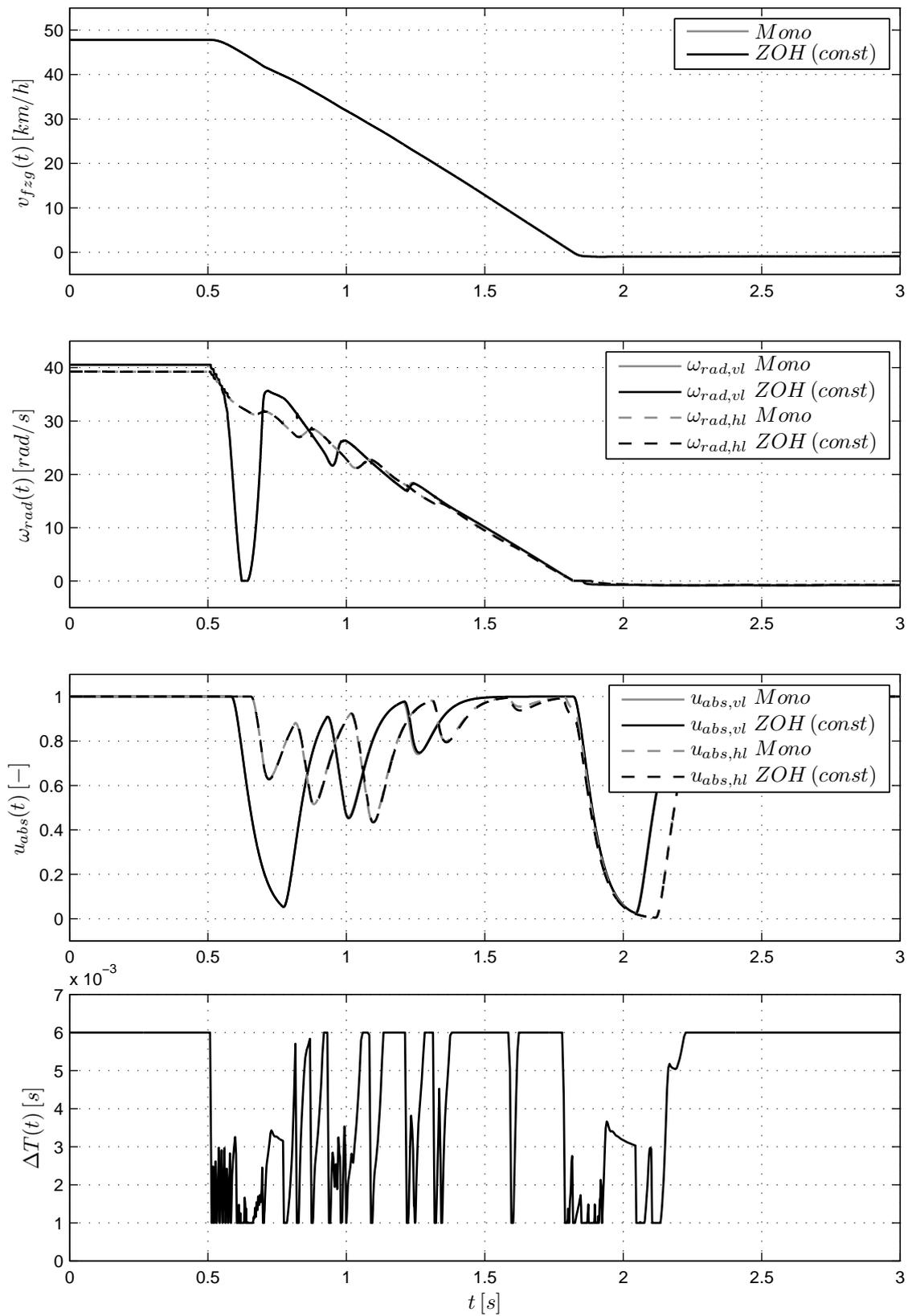


Abbildung 8.16: Gegenüberstellung der Resultate der Mono-Simulation und der Co-Simulation mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH) mit *konstanter* Korrektur und adaptiver Makro-Schrittweitensteuerung ($\Delta T \in [0.001 \text{ s}, 0.006 \text{ s}]$, $\gamma = 75\%$)

stimmt. In Abbildung 8.15 sind die resultierenden Kennlinien dargestellt. Im Bild oben ist der Fehler und im Bild unten die Anzahl der jeweils benötigten Makro-Zeitschritte in Abhängigkeit der maximal zulässigen Makro-Schrittweite $\overline{\Delta T}$ enthalten. Mit zunehmendem Korrekturingriff wird der eingebrachte Fehler reduziert. Wie erwartet sinkt auch die Anzahl der benötigten Makro-Zeitschritte mit größer werdender maximal zulässiger Makro-Schrittweite. Bemerkenswert ist, dass mit einem hohen Korrekturingriff, der Fehler für die gewählten Makro-Schrittweiten annähernd konstant bleibt. Ist jedoch der Korrekturingriff zu hoch, so wirkt sich dies auf die Koppelgröße aus, indem hochfrequente Schwingungen eintreten, was eine Reduktion der Schrittweite zur Folge hat. Aus diesem Grund benötigt die Kopplung mit 95 % Korrekturingriff deutlich mehr Makro-Schritte. Als beispielhafte Konfiguration wurde eine Co-Simulation mit Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH), konstanter Korrektur ($\gamma = 75\%$) und *adaptiv* gesteuerter Makro-Schrittweite im zulässigen Intervall von $\Delta T \in [0.001\text{ s}, 0.006\text{ s}]$ durchgeführt, siehe Abb. 8.16. Die Koppelgrößen sind dabei graphisch deckungsgleich mit jenen der durchgeführten Mono-Simulation. Zusätzlich ist im Bild unten der Verlauf der *adaptiv* angepassten Makro-Schrittweite angeführt. Dem Bild ist zu entnehmen, dass überall dort, wo die Bandbreite aufgrund der aktuell verwendeten Makro-Schrittweite $\Delta T(t)$ nicht ausreicht, die Makro-Schrittweite reduziert wird, um eine annähernd fehlerfreie Kopplung zu ermöglichen. Wie in Abbildung 8.15 zu entnehmen werden bei diesem speziellen Beispiel (Abb. 8.16) 1044 Makro-Zeitschritte zur Lösung benötigt. Im Vergleich zu einer *konstant* gewählten Makro-Schrittweite $\Delta T = 0.001\text{ s}$ können in diesem Fall 1956 Makro-Zeitschritte bei annähernd gleichbleibender Genauigkeit (Abb. 8.9) eingespart werden.

8.2 Artfremde Anwendung

Die bislang im Rahmen dieser Arbeit gezeigten Beispiele, zielten immer konkret auf eine Co-Simulation ab. Zwei oder mehr von einander abhängige Teilsysteme interagieren. Dabei wurde generell versucht, den bei der Kopplung unumgänglichen Koppelfehler zu kompensieren. Dieselbe Problemstellung existiert aber nicht ausschließlich bei Co-Simulation, sondern bei jeder Schnittstelle oder Art der Kopplung von Teilsystemen, wo zu diskreten Zeitpunkten ein kontinuierlicher Verlauf approximiert werden muss. Ein Beispiel dazu stammt aus dem Bereich der Regelungstechnik, das in diesem Abschnitt zur artfremden Anwendung der entwickelten Kopplung herangezogen wird.

Die typische Konfiguration eines Regelungssystems besteht aus der Regelstrecke und dem entworfenen Regler. Die Realisierung des Regelungsgesetzes erfolgt dabei meist auf einem Digitalrechner, der zu diskreten Zeitpunkten die Stellgröße in Abhängigkeit der Messgröße und der Referenzgröße aktualisiert. Die diskrete Wertefolge der Stellgröße wird dabei, wie in Abschnitt 2.3.3 gezeigt, über ein Halteglied (ZOH) einer kontinuierlichen, *stückweise konstanten* Funktion zugeordnet. Ebenso muss die Messgröße zur digitalen Verarbeitung abgetastet werden. Die Schnittstelle zwischen dem zeitdiskreten und zeitkontinuierlichen Bereich und somit den beiden Teilsystemen wird hier durch die eingesetzten Digital-Analog- und Analog-Digital-Wandler realisiert. Die Effekte des ZOH-Gliedes am Eingang der Regelstrecke sind wohl bekannt und beeinflussen das Verhalten des Regelungssystems maßgeblich. Aus diesem Grund existieren Verfahren, bei denen das Halteglied beim Entwurf eines Reglers explizit berücksichtigt wird [10, 37, 42]. Für die Klasse von Systemen, wo jedoch ein zeitkontinuierliches Regelgesetz *quasi*-kontinuierlich realisiert werden muss,

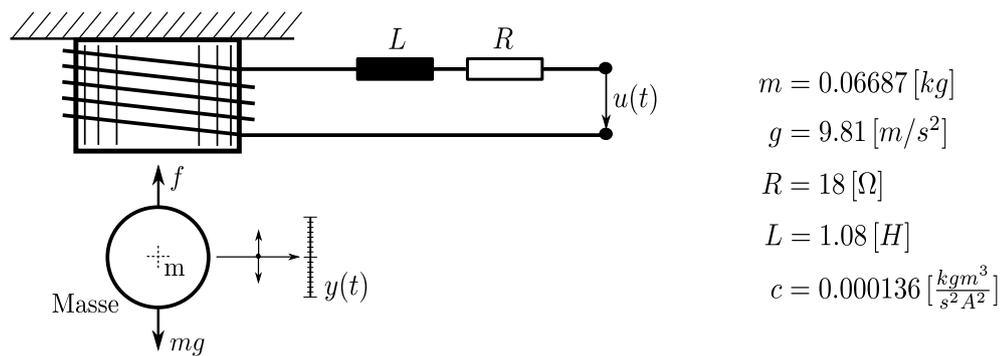


Abbildung 8.17: Schematische Darstellung des Hubmagneten samt Parameter

wird das Systemverhalten beeinflusst, was in weiterer Folge zu Stabilitätsproblemen führen kann. Unnötig kleine Schrittweiten sind die Konsequenz und führen zu einem erhöhten Rechenaufwand. Die *exakte Eingangs-Ausgangs-Linearisierung* stellt einen solchen Spezialfall dar. Sie wird nachfolgend exemplarisch am Beispiel *Hubmagnet* behandelt.

8.2.1 Beispiel: Hubmagnet

Das Labormodell *Hubmagnet* wurde an der Technischen Universität Graz im Rahmen einer Diplomarbeit erstellt und dient dort zur Erprobung unterschiedlicher Regelungsstrategien [53]. Bei dem System handelt es sich um eine Eisenkugel, die in einem elektrisch erzeugtem Magnetfeld über die anliegende Spannung $u(t)$ vertikal positioniert werden kann, siehe Abb. 8.17. Die Position der Kugel wird durch einen optischen Sensor erfasst. Bei diesem System bezeichnet m die Masse der Eisenkugel, g die normale Erdbeschleunigung, R den Ohm'schen Widerstand des Elektromagneten und L die Induktivität der Spule. Die Konstante c repräsentiert hauptsächlich eine zusätzliche Induktivität, die durch die Eisenkugel hervorgerufen wird und dabei von der Größe, vom Material und der Ruhelage der Kugel abhängt. Unter Berücksichtigung der physikalischen Gegebenheiten, lässt sich ein nichtlineares mathematisches Modell

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= f(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u \end{aligned} \quad (8.2)$$

mit

$$f(\mathbf{z}) = 2(g - z_3) \left[\left(1 - \frac{2c}{Lz_1}\right) \frac{z_2}{z_1} + \frac{R}{L} \right] \quad (8.3)$$

$$b(\mathbf{z}) = -\frac{2}{Lz_1} \sqrt{\frac{c}{m}} (g - z_3) \quad (8.4)$$

anschreiben, wobei $\mathbf{z} = [z_1, z_2, z_3]^T$ den Zustandsvektor repräsentiert und $z_1(t)$ der vertikalen Position der Eisenkugel $y(t)$ und zugleich der Messgröße entspricht ($z_1(t) = y(t)$). Wie der Name schon verrät, wird bei der *exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung* das

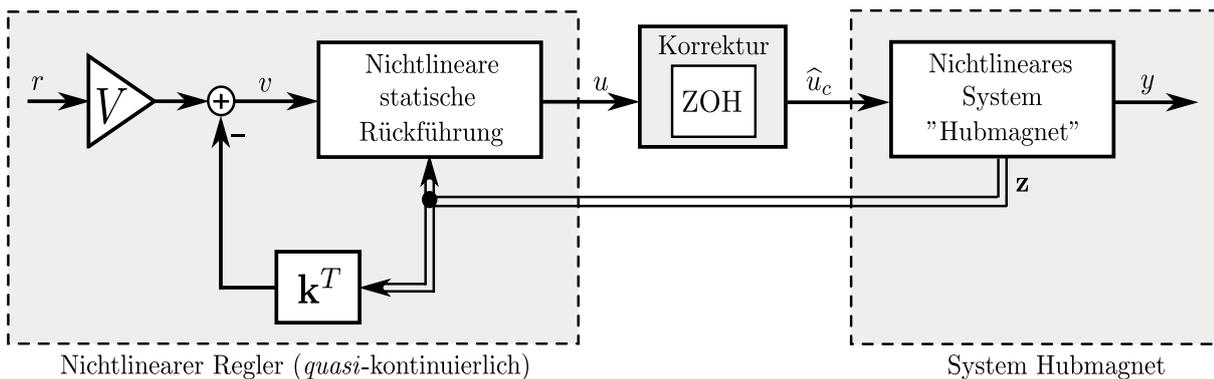


Abbildung 8.18: Regelungssystem Hubmagnet mit Abgrenzung der beiden Teilsysteme

Eingangs-Ausgangsverhalten des Systems *exakt* linearisiert. Für eine spezielle Klasse von Systemen, welcher auch der vorliegende Hubmagnet angehört, ist diese Methode anwendbar. Eine Linearisierung der Regelstrecke erfolgt bei diesem Beispiel durch eine nichtlineare *statische* Rückführung der Systemzustände, wobei $v(t)$ die neue Eingangsgröße des linearen Systems darstellt:

$$u(\mathbf{z}) = \frac{1}{b(\mathbf{z})} (v - f(\mathbf{z})) \quad (8.5)$$

Großer Vorteil dieser Methodik ist, dass nach erfolgter Linearisierung die umfassende Theorie linearer Systeme zum Reglerentwurf herangezogen werden kann. In diesem Beispiel wurde ein sog. linearer Zustandsregler⁴ mit Verstärkung V der Führungsgröße $r(t)$ und Zustandsrückführung \mathbf{k} entworfen:

$$v = Vr - \mathbf{k}^T \mathbf{z} \quad (8.6)$$

Das vollständige Regelungssystem ist in Abbildung 8.18 dargestellt und die beiden Teilsysteme Regler und Hubmagnet abgegrenzt. Durch die nichtlineare Zustandsrückführung (Glg. 8.5) ist das Regelgesetz trotz linearem Zustandsregler (Glg. 8.6) nichtlinear. Dies erschwert die Ableitung einer diskreten Vorschrift erheblich, sodass Regler dieser Art *quasi*-kontinuierlich ausgewertet werden. Der *ideale* kontinuierliche Verlauf der Stellgröße $u(t)$ wird über ein *Halteglied* 0-ter Ordnung durch $\hat{u}(t)$ approximiert. Mit sehr kleinen Schrittweiten wird versucht das kontinuierliche Verhalten des Reglers zu approximieren, was unweigerlich einen Realisierungsfehler bzw. Koppelfehler hervorruft. Anwenden, der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Kompensationsmethode, führt zu einer korrigierten Stellgröße $\hat{u}_c(t)$, wodurch die Wirkung der Extrapolation 0-ter Ordnung teilweise kompensiert wird.

⁴Der lineare Zustandsregler wurde derart parametrisiert, damit die Pole des linearen Regelungssystems bei $s_i = -44.62$, mit $i = 1, 2, 3$, liegen.

8.2.2 Modifikation der Kopplung

Zur Anwendung der vorgestellten Kopplung muss eine kleine Modifikation eingeführt werden. Speziell die Ermittlung des Fehlersignals oder der Fehlerfläche nach den Ausführungen in Kapitel 4 ist für diese artfremde Anwendung unmöglich.

Nach der Festlegung einer konstanten Abtastschrittweite ΔT wird das nichtlineare Regelgesetz im Betrieb nur zu den diskreten Zeitpunkten $t_n = t(n\Delta T)$ ausgewertet. Der resultierende Wert der Stellgröße u_n wird dabei, unter Verwendung von Extrapolation 0-ter Ordnung, über eine Abtastperiode konstant gehalten, sodass am Eingang der Kopplung *kein* kontinuierliches Eingangssignal zur Verfügung steht. Ein Fehlersignal nach Abbildung 3.1 zu bestimmen, ist somit nicht möglich. D. h., das Fehlersignal muss für diese Anwendung neu definiert werden.

Die Ursache für diese Problematik ist die *quasi*-kontinuierliche Realisierung. Mit sehr kleiner Abtastschrittweite und Extrapolation 0-ter Ordnung wird versucht, den Verlauf entsprechend einer kontinuierlichen Realisierung des Regelgesetzes anzunähern. Die Anwendung von Extrapolation 0-ter Ordnung ist für die Schätzung des zukünftigen Verlaufes typisch und ein günstiger Standardbaustein. Der verursachte Fehler bzw. die eingebrachte Totzeit ist enorm. Die Historie des Stellsignals könnte jedoch sehr wohl als eine *stückweise affine* Funktion interpretiert werden, was den Verlauf des Fehlersignals gut annähert. Somit wird die Fehlerfläche $A_\epsilon^{<n>}$ neu definiert und kann einfach bestimmt werden:

$$A_\epsilon^{<n>} := \left(\frac{u_{n-1} - u_n}{2} \right) \Delta T \quad (8.7)$$

Die Ermittlung der Fehlerfläche erfordert geringen Aufwand und wird zum Abtastzeitpunkt bestimmt. Basierend auf dieser Modifikation (Glg. 8.7), kann die Korrektur nach Gleichung 4.81 berechnet werden und resultiert in einer korrigierten Stellgröße $\hat{u}_c(t)$. Bei einer realen Anwendung kann diese Korrektur softwaretechnisch sofort nach Ermitteln der neuen Stellgröße erfolgen. Im nachfolgenden Abschnitt wird diese Modifikation im Rahmen einer Simulationsstudie am Beispiel Hubmagnet angewandt.

$$ISE := \int_0^{0.35} (y_{mono}(t) - y_{couple}(t))^2 dt \quad (8.8)$$

8.2.3 Simulationsstudie

Zur Demonstration der Wirkung der Kopplungsmethode bei der artfremden Anwendung wurde das oben beschriebene Regelungssystem, bestehend aus dem Hubmagneten (Glg. 8.2-8.4) und dem entworfenen Regler (Glg. 8.5, 8.6), in einem Simulationsmodell aufgebaut. Für die Simulationsstudie wurden zudem die unterschiedlichen Kopplungsvarianten im Modell abgebildet. Konkret umfassen diese die realitätsnahe Kopplung mittels Extrapolation 0-ter Ordnung (ZOH), die modifizierte Kopplung mittels *konstanter* Korrektur und eine Mono-Simulation, d. h. eine Simulation ohne Approximation der Stellgröße.

In einer ersten Simulationsstudie wurde die Auswirkung der vorgeschlagenen Modifikation anhand einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße beleuchtet. Ausgehend von der Ruhelage des Systems bei $y_r = 0.013 m$, erfolgte in zwei separat durchgeführten Simulationen eine sprungförmige Positionsänderung ($\Delta y = \pm 0.003 m$) in beide Richtungen, d. h.

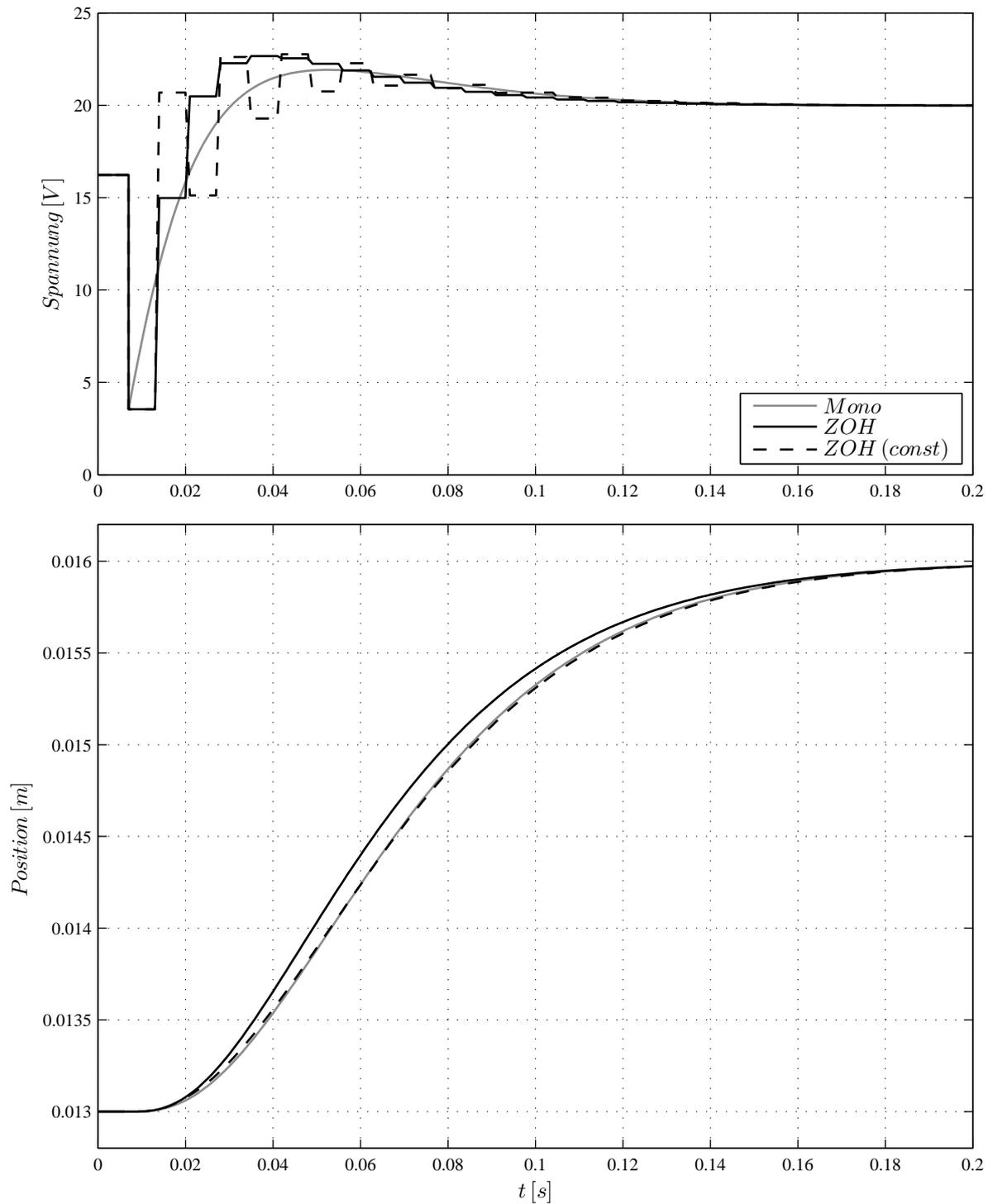


Abbildung 8.19: Gegenüberstellung der Stellgrößen (oben) und Messgrößen (unten) des geregelten Hubmagneten einer Mono-Simulation und der Kopplung (ZOH) mit und ohne Anwendung von *konstanter* Korrektur bei positiver Positionsänderung ($\Delta T = 0.007$ s, $\gamma = 50$ %)

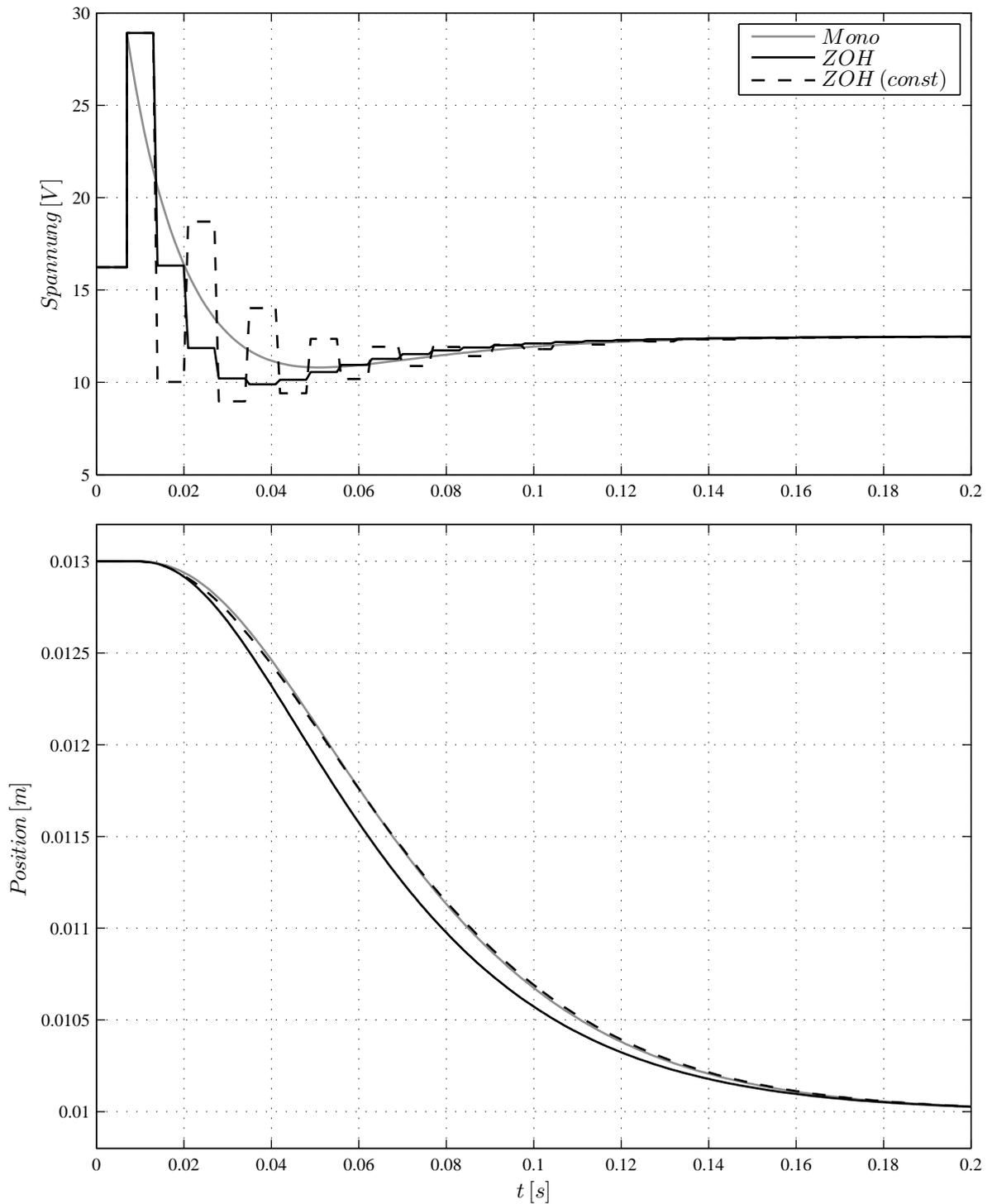


Abbildung 8.20: Gegenüberstellung der Stellgrößen (oben) und Messgrößen (unten) des geregelten Hubmagneten einer Mono-Simulation und der Kopplung (ZOH) mit und ohne Anwendung von *konstanter* Korrektur bei negativer Positionsänderung ($\Delta T = 0.007$ s, $\gamma = 50\%$)

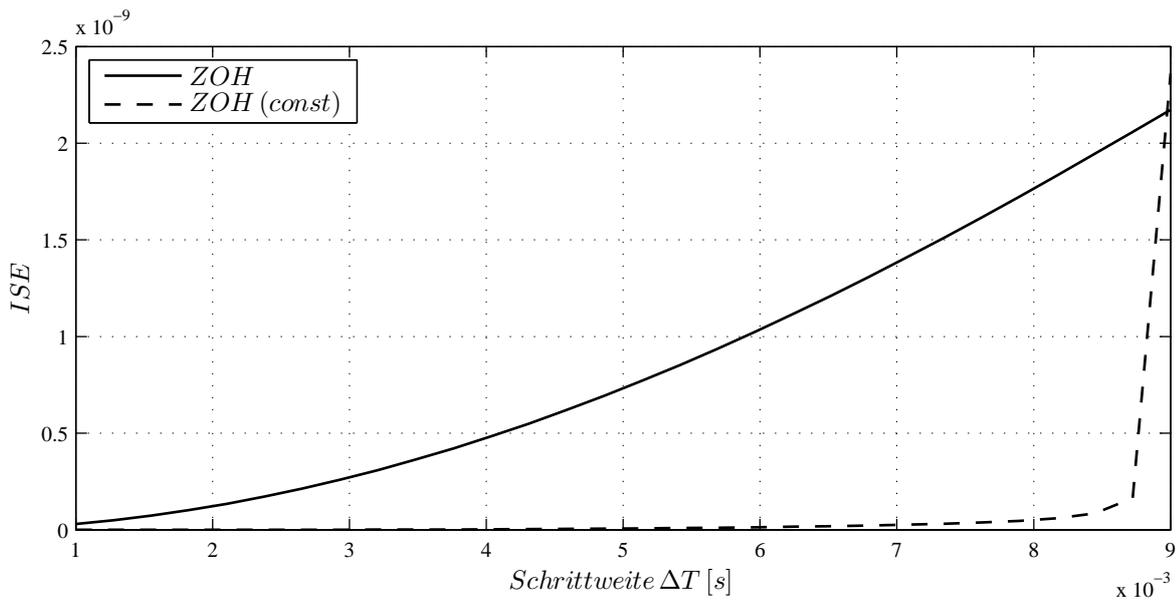


Abbildung 8.21: Gegenüberstellung des ISE bei Kopplung mittels ZOH ohne und mit *konstanter* Korrektur bei unterschiedlichen Schrittweiten ($\gamma = 50\%$)

bei positiver Auslenkung $y_+ = 0.016 \text{ m}$ und bei negativer Auslenkung $y_- = 0.01 \text{ m}$. Die Abtastschrittweite wurde mit $\Delta T = 0.007 \text{ s}$ festgelegt. Die Simulationsergebnisse sind dazu in den Abbildungen 8.19 und 8.20 dargestellt. Entsprechend der eingesetzten Koppelvariante unterscheiden sich die zeitlichen Verläufe. Im jeweils oberen Bild sind die Stellgrößen, sowie im jeweils unteren Bild die Regelgrößen, die der Position der Eisenkugel entsprechen, abgebildet. Beim Betrachten des idealen Verlaufes der Stellgröße, als Resultat der durchgeführten Mono-Simulation, ist zum Zeitpunkt der Führungssprünge ($t = 0.007 \text{ s}$) auch eine sprunghafte Änderung der Stellgröße erkennbar. Dieser Effekt tritt aufgrund des statischen Regelgesetzes auf und hat zwei Nachteile zur Folge. Zum einen wird nach Gleichung 8.7 eine nicht vorhandene Fehlerfläche bestimmt und zum anderen reicht die *effektive* Bandbreite der vorgeschlagenen Kopplung nicht aus. Das Interpretieren einer nicht vorhandenen Fehlerfläche im Falle einer sprunghaften Änderung der Stellgröße, lässt sich durch eine einfache Abfrage softwaretechnisch lösen. Die kurzzeitige Überschreitung der *effektive* Bandbreite durch die hochfrequenten Anteile des Stellsignals führen jedoch zu einem Koppelfehler und somit zu einer Limitierung der maximal möglichen Abtast- bzw. Koppelschrittweite.

Zum Aufzeigen der erzielbaren Wirkung der Korrektur wurde bei diesen Versuchen der Einstellparameter des Kompensationssystems auf $\gamma = 50\%$ gesetzt, d. h. endliche Einstellzeit (engl. *dead-beat*) des Kompensationssystems ($\alpha = 1$) und unskalierte Korrektur ($\beta = 1$). In beiden Abbildungen ist ersichtlich, dass die Stellgröße durch die *konstante* Korrektur teilweise erheblich modifiziert wird, um den Effekt des Haltegliedes 0-ter Ordnung zu kompensieren. Zudem deuten die zeitlichen Verläufe der Messgrößen darauf hin, dass mit der gewählten Schrittweite von $\Delta T = 0.007 \text{ s}$ und den Konfigurationen des Kompensationssystems für dieses Beispiel nahezu das Kompensationslimit erreicht ist. Zur Ermittlung der tatsächlich sinnvollen Schrittweite wurde in einer zweiten Simulationsstudie eine Variation der Schrittweite durchgeführt. Dabei erfolgte die Variation der Schrittweite

im Intervall $\Delta T \in [0.001, 0.009]$. Zur Bewertung der Qualität der Kopplung wurden die zeitlichen Verläufe der Messgröße herangezogen und als Gütekriterium das Integral über den quadratischen Fehler (engl. *integral of square error*, kurz *ISE*) zwischen dem Resultat der Mono-Simulation $y_{mono}(t)$ und den gekoppelten Varianten $y_{couple}(t)$ bestimmt:

Abbildung 8.21 zeigt das Resultat der Simulationsstudie und demonstriert die Wirkung der Kompensation. Bis zu einer Schrittweite von $\Delta T = 0.008$ s wird der Koppelfehler stark unterdrückt und führt zu einer signifikanten Steigerung der Leistungsfähigkeit des Regelungssystems. Wie oben vermutet, ist bei dieser speziellen Auslegung der Kopplung das Kompensationslimit bei einer Schrittweite von $\Delta T = 0.007$ s für dieses Beispiel annähernd erreicht und stellt somit eine sinnvolle Konfiguration dar.

8.3 Zusammenfassung

Dieses Kapitel zeigt eine Co-Simulationsanwendung und eine weiter ähnliche Problemstellungen anhand einer sog. artfremden Anwendung.

Beim analysierten Fahrer-Assistenz-System wurde eine Kopplung der beiden Programme MATLAB und MSC/ADAMS realisiert. Die Kopplung erfolgt *sequentiell* und *nicht-iterativ*, wobei typische Probleme adressiert wurden. Anhand dieses Beispiels wurde der Nutzen der entworfenen Qualitätsbewertung, der Korrekturmethode und der *adaptiven* Makro-Schrittweitensteuerung dargestellt. In einer breit angesetzten Co-Simulationsstudie konnten die charakteristischen Eigenschaften der unterschiedlichen Konfiguration der Kopplung gezeigt werden.

Des Weiteren erfolgte anhand einer regelungstechnischen Problemstellung am Beispiel *Hubmagnet* eine artfremde Anwendung der vorgeschlagenen Koppelmethode. Dabei konnte der Approximationsfehler der notwendigen *quasi*-kontinuierlichen Realisierung der nicht-linearen statischen Regelvorschrift in einem bestimmten Bereich nahezu vollständig kompensiert werden.

Kapitel 9

Ausblick

Basierend auf der durchgeführten ausgiebigen Literaturrecherche und den zahlreichen fachlichen Diskussionen ist ein genereller Trend von Co-Simulation erkennbar. Meine persönliche Sicht auf zukünftige Entwicklungen in diesem Bereich wird dazu in Worte gefasst. Zudem adressiert dieses Kapitel weiterführende Themen, die für wissenschaftliche Betrachtungen und auch zur praktischen Anwendung von nicht-iterativer Co-Simulation einen sinnvollen Beitrag leisten können und zu aufbauender Arbeit anspornen.

9.1 Genereller Trend

Der Grundgedanke von verteilter Modellierung und zugleich verteilter Simulation im Entwicklungsprozess ist der treibende Motor für Anwendungen von Co-Simulation. Geprägt von den Vorteilen wie z. B. domänenzugeschnittener Programme mit ihren speziellen Lösungsalgorithmen, Reduktion der Komplexität durch Separation und/oder Nutzung von verteilter Rechenleistung, ist die damit erzielbare Flexibilität offensichtlich. Hauptkriterium und entscheidende Komponente zur erfolgreichen Durchführung einer solchen Entwicklungsvariante ist die Anbindung und die Kopplung der involvierten Simulationstools. An dieser Stelle treten teils massive Probleme auf. Neben Anbindungsproblemen, wie z. B. keine oder eingeschränkte softwaremäßige Unterstützung der Simulatoren, stellt die Kopplung der eingesetzten Simulationstools die große Herausforderung dar. Systeme werden in den speziellen Fachabteilungen virtuell, anhand eines Modells am Rechner, entwickelt und analysiert. Typischerweise erfolgt über Jahre hinweg eine fortlaufende Erweiterung des Modells um spezielle Details, was die Komplexität des Modells erhöht. Auf der anderen Seite erfordern steigende Qualitätsanforderungen eine gesamtheitliche Absicherung von Produkten, auch auf virtueller Ebene, das eine übergreifende Simulation unabdingbar macht. Aufgrund der hohen Komplexität der Teilsysteme und dem damit verbundenen zeitlichen Aufwand, ist eine Portierung der Teilmodelle in ein einziges Simulationstool bzw. Modell praktisch unmöglich. Es existieren Simulationstools, die sog. *Exportfunktionen* zur Verfügung stellen und somit das Teilsystem im zeitlichen Rahmen einfach in ein gesamtheitliches Modell integriert werden kann. Das Fehlen von domänenzugeschnittener Lösungsalgorithmen kann das Konzept jedoch zum Kippen bringen. In solchen Fällen spart Co-Simulation unnötigen Modellierungsaufwand ein. Die Unternehmen haben diesen Trend hin zur Co-Simulation bereits vor Jahren erkannt. Gängig

waren/sind Insellösungen, wo zwei Teilmodelle gekoppelt werden, um die Systeminteraktionen auch auf virtueller Ebene abzubilden. Aber auch große Co-Simulationen, wie z. B. Gesamtfahrzeugsimulationen im automotiven Bereich, sind bereits Stand der Technik. Das Interesse an Co-Simulation wächst zunehmend auch in anderen Bereichen, wodurch insbesondere den Problemen im Zuge der notwendigen Kopplung mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Der *iterative* und der *nicht-iterative* Ansatz stellen die zwei möglichen Varianten zur Kopplung dar. Beide Kopplungsvarianten haben ihre Stärken und Schwächen. Der *iterative* Ansatz zeichnet sich durch die hohe erzielbare Genauigkeit aus, ist aber anfällig für Konvergenzprobleme, falls algebraische Schleifen existieren. Verschiedene Lösungsmöglichkeiten sind bekannt, die jedoch erheblichen numerischen Mehraufwand erfordern. Als zusätzlicher Nachteil in Richtung Echtzeitsimulation ist das schwer abschätzbare Laufzeitverhalten zu nennen. Einsatzgebiete sind, aufgrund der geforderten erhöhten Simulatoranbindungsmöglichkeiten, begrenzt, sodass dieser Ansatz zur Kopplung für Insellösungen, wo hohe Genauigkeit gefordert ist, sinnvolle Anwendung findet.

Dem gegenüber stellt der *nicht-iterative* Ansatz minimale Anforderungen an die Simulationswerkzeuge, sodass meist relativ schnell eine softwaremäßige Möglichkeit zur Anbindung gefunden werden kann. Der bislang existierende Genauigkeitsnachteil gegenüber dem *iterativen* Prinzip wurde in dieser Arbeit adressiert, wodurch der *nicht-iterative* Ansatz eine alternative Koppelvariante darstellt und von nun an ein breites Spektrum an Simulationswerkzeugen *vernünftig* koppelbar ist. Die Genauigkeit, die mit *iterativer* Kopplung erzielt wird, ist mit *nicht-iterativer* Kopplung jedoch *nicht* in allen Fällen gewährleistet. Aus diesem Grund ist für reine Simulationsanwendungen zwischen Genauigkeit und Laufzeit abzuwägen, wodurch eine verschachtelte Struktur, bestehend aus *nicht-iterativer* und eingebetteter *iterativer* Kopplung (engl. *nested iterative coupling*), denkbar ist.

Ein Trend, der deutlich in der Industrie beobachtet werden kann, geht in Richtung Einbindung realer Hardware-Komponenten, wie z. B. Prüfstände oder Steuergeräte. Bei diesem hoch interessanten Konzept treffen die Welten des virtuellen und realen Testens bzw. der Systemauslegung aufeinander. Simulation und Kopplung in Echtzeit ist dafür Grundvoraussetzung. Für die Kopplung von Echtzeitanwendungen ist jedoch nur der *nicht-iterative* Ansatz, mit gut abschätzbaren Laufzeiteigenschaften, interessant. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit diesem Thema. Durch modifizierte Extrapolation bzw. Korrektur des Schätzfehlers, sind größere Koppelschrittweiten auf gleichem Genauigkeitsniveau möglich, das großes Potential für Echtzeitanwendungen bietet. Diese Anwendungen werden in Zukunft verstärkt im Entwicklungsprozess zu finden sein.

Die Kopplungsmechanismen sind sehr weit fortgeschritten. Im Prinzip ist Co-Simulation bereits beherrschbar. Die Problematiken bezüglich der Kopplung bei Co-Simulation erfordern jedoch weitere, intensive Bemühungen und stellen in den nächsten Jahren bestimmt einen aktuellen Forschungsgegenstand dar. Zudem liegen die Probleme oft in der softwaremäßigen Anbindung der Simulationswerkzeuge. Aber nicht nur die Kopplung der Teilsysteme gilt als Herausforderungen einer Co-Simulations-Plattform, sondern auch übergeordnete Eigenschaften, wie z. B. allgemeine Schnittstellen zu Modellbibliotheken, gezielte Fehlerbehandlung oder einheitliches Management von Simulationsergebnissen rücken in den Vordergrund. Diese zusätzlichen Möglichkeiten fördern die reibungsfreie und flexible Anwendbarkeit von Co-Simulation, sowie die Integration in den Entwicklungsprozess der Unternehmen. Die Anwendbarkeit, ist neben Gewährleistung der Kopplung, auch in Zukunft ein entscheidender Faktor für die erfolgreiche Anwendung von Co-Simulation.

9.2 Ideen zukünftiger Arbeit

Grundlegend ist Co-Simulation durch die Kopplung von Teilsystemen, die in unterschiedlichen Simulatoren abgebildet und gelöst werden, definiert. Aus Zwecken nötiger Synchronisation erfolgt dabei der Datenaustausch in kleinen Zeitschritten, den Makro-Zeitschritten, wobei zum Koppeln der Teilsysteme *iterative* und *nicht-iterative* Methoden zur Verfügung stehen. Für beide Kopplungsansätze stellt sich die Frage nach einer effizienten **Ausführungsreihenfolge**. Beim *iterativen* Ansatz wirkt sich dies auf die Konvergenz und Laufzeiteigenschaften aus. In Bezug auf diese Arbeit und der praktischen allgemeinen Anwendung, ist jedoch die Ausführungsreihenfolge bei Anwendung des *nicht-iterativen* Prinzips wesentlich interessanter. Die Ausführungsreihenfolge bestimmt, an welcher Stelle im Co-Simulationsnetzwerk Koppelgrößen durch Extrapolation geschätzt werden müssen und somit eine Störung in das System eingebracht wird. In welcher Form sich diese Störung auf das Resultat der Gesamtsimulation auswirkt, hängt von den involvierten Teilsystemen ab. Wie einleitend in dieser Arbeit erwähnt, existieren dazu bereits unterschiedliche Ansätze. Die meist getätigten Annahmen von einfach klassifizierbaren Systemen und Vorhandensein von Metainformation, wie z. B. Systemen mit *trägen* oder *schnellen* Dynamiken, schränken die Anwendung stark ein. Beim Aufsetzen einer großen Co-Simulation, wo viele komplexe Systeme stark interagieren, sind intelligente Strategien erforderlich, die z. B. Systemdynamiken mitlaufend identifizieren und *adaptiv* eine effiziente Ausführungsreihenfolge festlegen.

Im Zuge der vorgeschlagenen *nahezu energieerhaltenden* Strategie wird die Historie des Koppelsignals und die Extrapolation herangezogen, um ein Korrektursignal zu generieren. Der daraus resultierende Schätzfehler wurde aus Gründen der universellen Anwendbarkeit herangezogen, sodass die Kopplung *ohne* Wissen über die Systeme arbeitet. Prinzipiell ist dabei die Korrektur immer nachlaufend. Wäre nun aber bestimmte Information der angekoppelten Teilsysteme bekannt, so könnte dies in die Schätzung unbekannter Koppelgrößen einfließen und dadurch zu einer Verbesserung führen. Abermals könnte hier eine **mitlaufende Systemidentifikation** hilfreich sein. Modellbasierte Ansätze wären dadurch denkbar. Vermutlich ist hier eine sehr einfache Modellstruktur ausreichend, um die *aktuellen* lokalen Eigenschaften des Systems im Arbeitspunkt zu approximieren.

Eine sehr vielversprechende Anwendung des Koppелеlementes mit Maßnahmen zur Korrektur, ist in Richtung **Echtzeit-Co-Simulation** zu sehen. Anwendungen, wo Teilsysteme in einer vorgegebenen Zeit antworten müssen und es in vereinzelt Fällen zu Zeitüberschreitungen kommt, stellen einen solchen Anwendungsfall dar (engl. *soft-real-time*). In bestimmten Fällen ist die vorgegebene Zeitschranke eventuell nicht einhaltbar, sodass ein Schätzwert zum geforderten Zeitpunkt ausgegeben wird. Es ist denkbar, dass der dabei aufgetretene Schätzfehler im darauffolgenden Zeitschritt durch die Korrektur *nahezu* ausgemerzt wird. Das Potential und die Grenzen einer solchen Anwendung müssen in einer Studie aufgezeigt und somit die praktische Umsetzung abgesichert werden.

Nach der Darstellung des Koppелеlementes im Rahmen dieser Arbeit, besitzt es die vorteilhafte Eigenschaft, Koppelfehler in einem bestimmten Bereich stark zu reduzieren. Im Falle der ZOH-Kopplung kann dadurch die eingeführte Totzeit im interessierenden unteren Frequenzbereich *nahezu* eliminiert werden. Insbesondere bedeutet dies, dass in einem bestimmten Frequenzbereich ein *inverses* Totzeitglied approximiert worden ist. Bei Anwendung der Kopplung über die Definitionsgrenzen von Co-Simulation hinaus, wo z. B. Prüfstände (*hardware in the loop*, kurz HIL) oder generell gemessene Signale das

Gesamtsystem beeinflussen, tritt meist eine Form von Rauschen bzw. **Messrauschen** auf, dessen Einfluss bislang nicht untersucht worden ist. Eine interessante Fragestellung ist, ob Rauschen die Leistungsfähigkeit des vorgeschlagenen Koppелеlementes herabsetzt.

Eine weitere Idee für eine zukünftige Arbeit geht in Richtung Steuerung der Makroschrittweite, sowie Bewertung der Resultate von *nicht-iterativer* Co-Simulation. Ausgehend von der in dieser Arbeit getätigten Annahme, dass *keine* Metainformation über die gekoppelten Teilmodelle zur Verfügung steht, ist es sinnvoll, die Wahl der Makroschrittweite und die Bewertung der Resultate auf der, maximal im Koppelsignal auftretenden, **Momentanfrequenz** zu stützen. Hauptaugenmerk liegt dabei auf der möglichst genauen Extraktion dieser Frequenzinformation aus dem Koppelsignal. Geringer Berechnungsaufwand und eine mitlaufende Ausführung erhöhen dabei die Anwendbarkeit, sodass z. B. die Bewertung der Kopplung während der Simulation durchgeführt werden kann und bei Überschreiten von zulässigen Fehlertoleranzen die Gesamtsimulation gestoppt bzw. andere Maßnahmen getroffen werden können.

Kapitel 10

Zusammenfassung

Dieses abschließende Kapitel gibt einen Überblick über die vorliegende Arbeit und fasst die einzelnen Teile in einem großen Bild zusammen. Entlang der Arbeit werden wesentliche Beiträge und Schlüsselkonzepte hervorgehoben. Beim genauen Hinsehen lösen die inhärenten Eigenschaften des entwickelten Koppелеlementes einleitend angeführte Probleme, deren Diskussion die Arbeit abrundet.

Die steigende Komplexität von Systemen erfordert eine verteilte Modellbildung und Simulation im virtuellen Entwicklungsprozess. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dazu die Co-Simulation von Teilsystemen, die in unterschiedlichen Simulationswerkzeugen modelliert und simuliert werden, behandelt. Insbesondere liegt der Fokus auf der sog. *nicht-iterativen* Kopplung. Durch die minimalen Anforderungen an die Schnittstellen der involvierten Simulationswerkzeuge, ist diese spezielle Art der Kopplung für eine allgemein anwendbare Co-Simulation prädestiniert. Das Zusammenführen bzw. das Koppeln einer stark heterogenen Landschaft an Simulationswerkzeugen wird dadurch verstärkt. Einhergehend mit dieser vorteilhaften Eigenschaft, säumen eine Reihe von Problemen den Weg, die zur erfolgreichen Anwendung beleuchtet werden müssen. Aus dieser Betrachtung wurden einleitend in **Kapitel 1** die Ziele dieser Arbeit definiert. Umfassend stehen dabei die Leistungsfähigkeit von *nicht-iterativer* Co-Simulation und die einfache praktische Anwendbarkeit im Vordergrund.

In einem eigenständigen **Kapitel 2** erfolgt vorab eine Erhebung des aktuellen Standes der Technik und der Forschung. Aus der vielfältigen Anwendbarkeit von Co-Simulation existiert eine Vielzahl von Begriffen, die zugeordnet werden müssen. Dazu schafft eine einleitende Begriffsvereinheitlichung eine gemeinsame Basis. Die Darstellung der beiden fundamentalen Kopplungsvarianten zeigt die prinzipielle Funktionsweise der Ansätze auf. Die *Nachteile* des *iterativen* Ansatzes bezüglich Simulatoranbindung, Konvergenzverhalten und Filteranwendungen werden angesprochen. Die angeführten Aspekte einer allgemeinen Signalverarbeitungskette dienen als Basis für nachfolgende Kapitel und der Eingliederung der Arbeit in die System- und Signaltheorie.

Aufgrund der Einfachheit wird die *nicht-iterative* Kopplung von wechselseitig abhängigen Teilsystemen oft bei praktischen Anwendungen verwendet. Die Interaktion der involvierten Teilsysteme untereinander, erzwingt jedoch eine Schätzung bzw. die Extrapolation von speziellen Koppelgrößen, das einen immanenten Schätzfehler hervorruft und eine Störung in das System einbringt. Diese Vorhersage ist besonders schwierig und stellt das

essentielle Kriterium dar, das maßgeblich die Leistungsfähigkeit von *nicht-iterativer* Co-Simulation bestimmt. Treten Probleme auf, so werden typischerweise kleinere Schrittweiten verwendet um die Genauigkeit der Schätzung zu erhöhen. Ist das System mit diesem Ansatz lösbar, so müssen lange Simulationszeiten toleriert werden. Des Weiteren besitzt die *nicht-iterative* Methodik *expliziten* Lösungscharakter, da die Schätzung auf der Historie von Simulationsresultaten basiert. Bei der speziellen Klasse von Systemen, die durch die Kopplung eine algebraische Schleife bilden, sog. *Differential-Algebraische-Gleichungen*, treten dadurch evtl. Lösungsprobleme auf. **Kapitel 3** erörtert diese Probleme im Detail, wobei zum einen Betrachtungen im Frequenzbereich angestellt werden und zum anderen auf die Lösbarkeit von Systemen Bezug genommen wird. In Anlehnung an eine Signalverarbeitungskette werden problematische *Aliasing*-Effekte und die Signalrekonstruktion diskutiert, welche das Fundament für die aufbauenden Kapitel bildet.

Um das Ziel einer erhöhten Leistungsfähigkeit von *nicht-iterativer* Co-Simulation zu verfolgen, liegt im **Kapitel 4** der Fokus auf einer neuen Koppelstrategie. Die Idee basiert auf der fortlaufenden Korrektur von verursachten Schätzfehlern, die im Rahmen der Betrachtung von *generalisierter* Energie vorgestellt wird. Diese Interpretation erlaubt die Benennung von Kopplungen dieser Art als *nahezu energieerhaltende Kopplungen*. Die Bezeichnung *nahezu* rührt daher, dass eine exakte Kompensation der Schätzfehler generell *nicht* möglich ist! Basierend auf dieser Idee, ist somit eine fundamentale Struktur (Glg. 4.15) des Koppel-elementes gegeben, anhand dieser unterschiedliche Realisierungsvarianten diskutiert werden. Es wird gezeigt, dass die vorgeschlagene Strategie das Übertragungsverhalten der Koppel-elemente im interessierenden Frequenzbereich verbessert und, *ohne* jegliche Metainformation über die gekoppelten Teilmodelle, auf die eingesetzten Extrapolationsverfahren anwendbar ist. Diese Eigenschaften verleihen dem Koppel-element einen universell einsetzbaren Charakter. In einer nachfolgenden Stabilitätsanalyse erschweren die gewählte Realisierung von *konstanter* oder *linearer* Korrektur und die Betrachtung von *variablen* Makro-Schrittweiten die Bestimmung der Einstellparameter im kontinuierlichen Bereich. Eine Lösungsmöglichkeit ergibt sich durch eine geschickte Transformation, sodass die Kompensationssysteme im zeitdiskreten Bereich analysiert werden können, woraus sich die stabilisierenden Einstellparameter ablesen lassen.

Die Anwendung der entwickelten Strategie öffnet neue Wege und bietet Potential zur weiteren Verbesserung der Kopplung. Angedacht werden an dieser Stelle, die in Kapitel 3 erwähnten und erörterten Probleme im Zuge der notwendigen Abtastung der Koppelsignale. Konkret wird hier von Maßnahmen zum Verhindern von *Aliasing*-Effekten und Erweiterungen zur Signalrekonstruktion gesprochen. Diese noch ausstehenden Modifikationen erfordern die Integration von Tiefpassfiltern, die in *quasi-analoger* Form realisiert worden sind. Nach der Einbettung eines *Anti-Aliasing*-Filters in die Struktur des Koppel-elementes, erfolgt die Eingliederung eines Rekonstruktionsfilters. Bei der zuletzt genannten Erweiterung musste die Stabilitätsanalyse neu aufgerollt werden, wobei auf Basis der zeitdiskreten Beschreibung der Systeme und durch die Anwendung der Stabilitätstheorie nach *LYAPUNOV*, die Einstellparameter bestimmt werden konnten. Mit den in **Kapitel 5** durchgeführten Erweiterungen stehen somit unterschiedliche Ausprägungen des Koppel-elementes zur Verfügung, weshalb eine praktische Anwendung und Parametrierung möglicherweise erschwert werden könnte. Die gegebene Modularität lässt sich jedoch in einem Bibliotheksansatz fassen, wodurch vordefinierte und sinnvoll konfigurierte Koppel-elemente zur Verfügung stehen. Abhängig von der gegebenen Problemstellung, kann ein geeignetes Koppel-element vom Anwender gewählt werden. Das Ausmaß der Korrektur ist

dabei intuitiv über einen einzigen prozentualen Parameter im Bereich von 0 % bis 100 % wählbar.

Zum Anwenden von *nicht-iterativer* Co-Simulation und aus Zwecken der Synchronisierung muss eine Makro-Schrittweite festgelegt werden. Diese Schrittweite beeinflusst die Bandbreite der Koppelemente und somit die Genauigkeit der Simulationsergebnisse maßgeblich. In **Kapitel 6** wird dazu ein kurzer Rückblick über bereits existierende Ansätze zur Wahl der Makro-Schrittweite aufgezeigt. Bei den Ansätzen wird oft von Metainformation ausgegangen, die die dynamischen Eigenheiten des Systems charakterisiert. In dieser Arbeit wird ein ähnlicher Ansatz verfolgt. Basierend auf der Extraktion von relevanter Information aus dem, generell zur Verfügung stehenden Koppelsignal, wird die Makro-Schrittweite adaptive gewählt und somit den vorherrschenden Systemdynamiken angepasst. *Keine* Metainformation ist dazu notwendig. Nach dem Vergleich potentieller Methoden zur Signalanalyse erfolgt ein Vorschlag, basierend auf Steigungsinformation. Es gelingt eine Interpretation in Bezug auf die im Koppelsignal enthaltenen Frequenzanteile, die zur Anpassung der Koppelemente herangezogen werden. Eine Erweiterung zu einer *prädiktiven adaptiven* Steuerung der Makro-Schrittweite rundet das Kapitel ab, wobei durch Ausnutzen einer *sequentiellen* Ausführungsreihenfolge schnelle Änderungen im Koppelsignal verhindert werden können.

Eine Bewertung von Simulationsergebnissen ist bei *nicht-iterativer* Co-Simulation bislang nicht möglich. Die Gegenüberstellung der Resultate einer separat durchgeführten *Mono-Simulation* wird in wissenschaftlichen Publikationen oft angeführt, ist aber aus Gründen der Sinnhaftigkeit und der Komplexität in praktischen Anwendungen unmöglich. Diese Problematik wird im Rahmen dieser Arbeit im abschließendem theoretischen **Kapitel 7** betrachtet. Durch die Modellierung der eingesetzten Extrapolationsverfahren stehen Kennwerte zur Verfügung, wie z. B. die maximal zulässige Koppelsignalfrequenz, anhand derer die Güte der Kopplungen quantitativ bewertet werden kann. Zur Extraktion der Momentanfrequenz aus dem Koppelsignal, nach erfolgter Co-Simulation, werden Methoden zur Signalanalyse herangezogen. Die Bewertung erfolgt dabei relativ einfach und intuitiv. Dort, wo die im Koppelsignal auftretende Momentanfrequenz die maximal zulässige Frequenz überschreitet, wurde ein Fehler in das gekoppelte System eingebracht. Diese Betrachtungsweise beruht auf der Modellierung der Extrapolationsverfahren. Der wesentliche Vorteil liegt in der dadurch erzielbaren topologischen und zeitlichen Zuordnung von eventuell auftretenden Koppelfehlern und trägt zum Vertrauen in die Simulationsergebnisse bei.

Zum Sicherstellen der ausgeführten Theorie, sind in **Kapitel 8** praxisnahe Beispiele zur Evaluierung angeführt. Anhand der teils komplexen gekoppelten Systeme, ist die Notwendigkeit von Co-Simulation motiviert. Eine Gesamtsimulation zum Testen eines Fahrer-Assistenz-Systems stellt die Wirkung der Kopplung unter Beweis. Eine artfremde Anwendung, am Beispiel eines geregelten Hubmagneten, zeigt dabei das Potential der entwickelten Methode zum Reduzieren der unumgänglichen Effekte bei *quasi-kontinuierlicher* Realisierung von kontinuierlichen Regelgesetzen.

Als abschließende Bemerkung sei an dieser Stelle auf Eigenschaften der vorgeschlagenen Kopplung hingewiesen. Betrachtet man die vollständige Funktionalität der Kopplung samt Korrektur, der Reduktion von Koppelleffekten und der adaptiven Steuerung der Makro-Schrittweite, so können folgenden Eigenschaften festgehalten werden:

- Durch die nahezu vollständige Kompensation der Schätzfehler liegt annähernd eine ideale Kopplung vor und das dynamische Verhalten des Systems wird durch die Kopplung nur marginal verändert.
- Im Falle von variabler Makro-Schrittweite wird die Kopplung an die Systemdynamik angepasst, sodass das Verhalten des gekoppelten Systems sehr nahe am Verhalten des Gesamtsystems liegt.
- Das Koppелеlement ist in der Co-Simulations-Plattform implementiert und beeinflusst die Dynamik der modellierten Teilsysteme nicht. Die Schrittweiten des unterlagerten Lösungsalgorithmus müssen *nicht* angepasst werden.

Diese Eigenschaften ergeben sich bei der Anwendung des Koppелеlementes automatisch. Besonders interessant ist aber, dass die aufgelisteten Punkte die grundlegenden Probleme bei Filteranwendungen, die in Abschnitt 2.2.3 angeführt wurden, lösen.

“Prognosen sind schwierig, besonders wenn sie die Zukunft betreffen.”

[Niels Bohr 1885 – 1962]

Anhang A

Ergänzende mathematische Zusammenhänge

A.1 Parameter des *Butterworth*-Filters

Der *Butterworth*-Filter besitzt in normierter Darstellung mit der *cut-off* Frequenz $\omega_c = 1$ ausschließlich Pole am Einheitskreis der komplexen s -Ebene. In Abhängigkeit der Filterordnung setzt sich das Nennerpolynom der Übertragungsfunktion aus komplexen Polpaaren und eventuell einem reellen Pol zusammen. Die Übertragungsfunktion des Filters $F(s)$ entspricht Gleichung 2.20 und ist hier aus Gründen der Übersichtlichkeit abermals angeführt:

$$F(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^n + a_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^{n-1} + \dots + a_1 \frac{s}{\omega_c} + 1} \quad (\text{A.1})$$

Zur einfachen Parametrierung sind die Koeffizienten des Filters in nachfolgender Tabelle für die in dieser Arbeit interessierenden Ordnungen enthalten.

Ordnung	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$n = 1$	1	1	0	0	0	0
$n = 2$	1	$\sqrt{2}$	1	0	0	0
$n = 3$	1	2.000	2.000	1	0	0
$n = 4$	1	2.613	3.414	2.613	1	0
$n = 5$	1	3.236	5.236	5.236	3.236	1

Tabelle A.1: Koeffizienten des *Butterworth*-Filters im normierten Frequenzbereich

A.2 Modellierung der Extrapolation

Die eingesetzten, unterschiedlichen Methoden zur Extrapolation von Koppelgrößen, stellen die Hauptproblematik bei *nicht-iterativer* Co-Simulation dar. Für die Betrachtungsweisen in dieser Arbeit werden einige Extrapolationstechniken systemtechnisch modelliert. Die Interpolationsformel von *NEWTON* dient dabei zum Finden der mathematischen

Vorschrift im Zeitbereich. Eine anschließende durchgeführte *LAPLACE*-Transformation liefert die gesuchte Darstellung im Frequenzbereich. Nach Anführen der Interpolationsformel von *NEWTON*, werden in diesem Abschnitt die Extrapolation 1-ter und 2-ter Ordnung vom Zeitbereich in den Frequenzbereich überführt. Zur Lösung der dabei auftretenden Integrale wurde eine mathematische Formelsammlung genutzt [8].

A.2.1 Interpolationsformel von *NEWTON*

Mithilfe der Interpolationsformel von *NEWTON* können Polynome n -ten Grades $p_n(x)$ zur Approximation berechnet werden [8, 20]. Das Polynom ist definiert als

$$p_n(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + c_n(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{n-1}) \quad (\text{A.2})$$

bzw.

$$p_n(x) = c_0 + (x - x_0)(c_1 + (x - x_1)(c_2 + \dots + c_n(x - x_{n-1}))). \quad (\text{A.3})$$

Die Koeffizienten c_i können durch Einsetzen von Wertepaaren (x_i, y_i) in ein gestaffeltes Gleichungssystem bestimmt werden. Ein effizientes Hilfsmittel zur Bestimmung der Koeffizienten bieten die sog. *dividierten Differenzen*

$$c_0 = y_0, \quad c_1 = [x_1, x_0] = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \quad c_2 = [x_2, x_1, x_0] = \frac{[x_2, x_1] - [x_1, x_0]}{x_2 - x_0}, \quad (\text{A.4})$$

wobei allgemein gilt:

$$c_{k+1} = [x_{k+1}, x_k, \dots, x_0] = \frac{[x_{k+1}, x_k, \dots, x_1] - [x_k, x_{k-1}, \dots, x_1, x_0]}{x_{k+1} - x_0} \quad (\text{A.5})$$

A.2.2 *LAPLACE*-Transformation des FOH

Bei der Extrapolation 1-ter Ordnung werden zwei vergangene Werte zur Schätzung von unbekanntem Größen herangezogen. Diese Technik wird im Kontext dieser Arbeit als Halteglied 1-ter Ordnung (engl. *first-order-hold*, kurz FOH) bezeichnet. Die Interpolationsformel von *NEWTON* nach Abschnitt A.2.1 liefert dazu die mathematische Beschreibung im Zeitbereich, angeschrieben für Extrapolation zum Koppelzeitpunkt und unter Verwendung von *Sequenzen*

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= \frac{y(n\Delta T) - y(n\Delta T - \delta T)}{\delta T} (t - n\Delta T + \delta T) + y(n\Delta T - \delta T) \\ &= \frac{y(n\Delta T) - y(n\Delta T - \delta T)}{\delta T} (t - n\Delta T) + y(n\Delta T) \\ &= \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T) (t - n\Delta T) - \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T) (t - n\Delta T) + y(n\Delta T), \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

mit

$$n\Delta T \leq t < (n+1)\Delta T. \quad (\text{A.7})$$

Die *LAPLACE*-Transformation liefert dazu, ausgehend von der zeitlichen Beschreibung (Glg. A.6,A.7), einen mathematischen Zusammenhang im Frequenzbereich:

$$\mathcal{L}\{\hat{y}(t)\} = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n\Delta T}^{(n+1)\Delta T} \left(\frac{1}{\delta T} y(n\Delta T)(t - n\Delta T) - \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T)(t - n\Delta T) + y(n\Delta T) \right) e^{-st} dt. \quad (\text{A.8})$$

Durch die Verwendung der Variablensubstitution $\tau = t - n\Delta T$ bzw. $t = \tau + n\Delta T$ folgt

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{\hat{y}(t)\} &= \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T) \tau e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{A(s)} \\ &\quad - \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T) \tau e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{B(s)} + \underbrace{\int_0^{\Delta T} y(n\Delta T) e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{C(s)}, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

wobei für den Term $A(s)$ gilt

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

für den Term $B(s)$ gilt

$$\begin{aligned} B(s) &= \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

für den Term $C(s)$ gilt

$$\begin{aligned} C(s) &= y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} e^{-st} dt \\ &= y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Durch Einsetzen der Terme A.10 - A.12 in Gleichung A.9 folgt mit Einführen der *LAPLACE*-Transformierten Impulsfolgen $y_s(s)$ und $y_{s,\delta T}(s)$

$$\begin{aligned} \hat{y}(s) &= \underbrace{\left[\left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{\delta T s^2} \right) + \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T}}{s} \right) \right]}_{M(s)} y_s(s) \\ &\quad - \underbrace{\left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{\delta T s^2} \right)}_{N(s)} y_{s,\delta T}(s) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

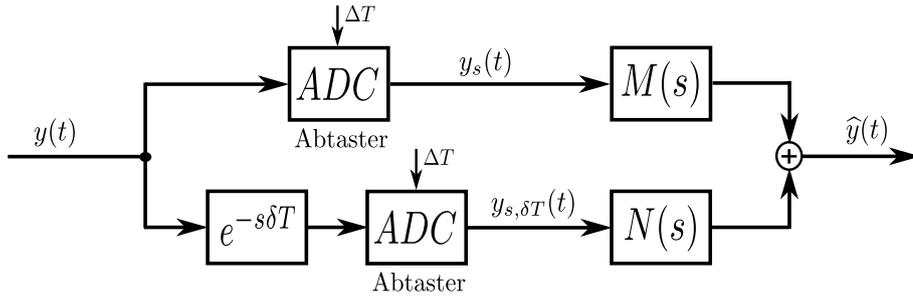


Abbildung A.1: Gegebenheiten zum Bestimmen der Übertragungsfunktion des FOH-Gliedes

mit

$$y_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \quad (\text{A.14})$$

$$y_{s,\delta T}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T}. \quad (\text{A.15})$$

Problematisch ist hierbei, dass die *LAPLACE*-Transformierte $\hat{y}(s)$ von zwei unterschiedlichen Wertefolgen $y(n\Delta T)$ und $y(n\Delta T - \delta T)$ abhängt! Unter Berücksichtigung von Annahme 3.2.1 und dem daraus folgenden Zusammenhang

$$y_s(s) = \frac{1}{\Delta T} y(s) \quad y_{s,\delta T}(s) = \frac{1}{\Delta T} e^{-s\delta T} y(s), \quad (\text{A.16})$$

wobei nach dem Abtastprozess nur das Basisspektrum berücksichtigt wird (vgl. Glg. 2.11), kann jedoch eine allgemeine Form gefunden werden. In Abbildung A.1 sind die vorliegenden Gegebenheiten dargestellt. Für den Fall $\delta T \neq \Delta T$, d. h. zusätzliche Information zwischen den Koppelzeitpunkten steht zur Verfügung, lautet somit die Übertragungsfunktion $H_{foh}(s) = \hat{y}(s)/y(s)$:

$$H_{foh}(s) = \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{\Delta T \delta T s^2} \right) (1 - e^{-s\delta T}) + \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T}}{\Delta T s} \right) \quad (\text{A.17})$$

Unter Beachtung des speziellen Falls von $\delta T \equiv \Delta T$, d. h. *keine* Information zwischen den Koppelzeitpunkten steht zur Verfügung, vereinfacht sich die Übertragungsfunktion zu einer bekannten Form [19] und lässt sich kompakt anschreiben:

$$H_{foh}(s) = \frac{(1 + s\Delta T) (1 - e^{-s\Delta T})^2}{s^2 \Delta T^2} \quad (\text{A.18})$$

Die Übertragungsfunktionen (Glg. A.17, A.18) beschreiben die Extrapolation 1-ter Ordnung (FOH) im Bildbereich bei konstanter Makro- und evtl. vorhandener konstanter Mikro-Schrittweite.

A.2.3 LAPLACE-Transformation des SOH

Bei der Extrapolation 2-ter Ordnung werden drei vergangene Werte zur Schätzung von unbekanntem Größen herangezogen. Diese Technik wird im Kontext dieser Arbeit als Halteglied 2-ter Ordnung (engl. *second-order-hold*, kurz SOH) bezeichnet. Die Interpolationsformel von *NEWTON* nach Abschnitt A.2.1 liefert dazu die mathematische Beschreibung im Zeitbereich, angeschrieben für Extrapolation zum Koppelzeitpunkt und unter Verwendung von *Sequenzen*

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) = & \left[\left(\frac{\frac{y(n\Delta T) - y(n\Delta T - \delta T)}{\delta T} - \frac{y(n\Delta T - \delta T) - y(n\Delta T - 2\delta T)}{\delta T}}{2\delta T} \right) (t - n\Delta T + \delta T) \right. \\ & \left. + \left(\frac{y(n\Delta T - \delta T) - y(n\Delta T - 2\delta T)}{\delta T} \right) \right] (t - n\Delta T + 2\delta T) \\ & + y(n\Delta T - 2\delta T), \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

mit

$$n\Delta T \leq t < (n+1)\Delta T. \quad (\text{A.20})$$

Einige Umformungen der Gleichung A.19 führt zu der nachfolgenden zeitlichen Vorschrift:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) = & \left(\frac{0.5y(n\Delta T) - y(n\Delta T - \delta T) + 0.5y(n\Delta T - 2\delta T)}{\delta T^2} \right) (t - n\Delta T)^2 \\ & + \left(\frac{1.5y(n\Delta T) - 2y(n\Delta T - \delta T) + 0.5y(n\Delta T - 2\delta T)}{\delta T} \right) (t - n\Delta T) \\ & + y(n\Delta T) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Die *LAPLACE*-Transformation liefert dazu, ausgehend von der zeitlichen Beschreibung (Glg. A.21, A.20) und unter Verwendung der Variablensubstitution $\tau = t - n\Delta T$ bzw. $t = \tau + n\Delta T$, einen mathematischen Zusammenhang im Frequenzbereich

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{\hat{y}(t)\} = & \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{0.5}{\delta T^2} y(n\Delta T) \tau^2 e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{D(s)} \\ & - \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{1}{\delta T^2} y(n\Delta T - \delta T) \tau^2 e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{E(s)} + \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{0.5}{\delta T^2} y(n\Delta T - 2\delta T) \tau^2 e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{F(s)} \\ & + \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{1.5}{\delta T} y(n\Delta T) \tau e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{G(s)} - \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{2}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T) \tau e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{H(s)} \\ & + \underbrace{\int_0^{\Delta T} \frac{0.5}{\delta T} y(n\Delta T - 2\delta T) \tau e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{I(s)} + \underbrace{\int_0^{\Delta T} y(n\Delta T) e^{-s(\tau+n\Delta T)} d\tau}_{C(s)}, \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

wobei für den Term $D(s)$ gilt

$$\begin{aligned} D(s) &= \frac{0.5}{\delta T^2} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau^2 e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{0.5}{\delta T^2} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{2 - \Delta T^2 s^2 e^{-s\Delta T} - 2\Delta T s e^{-s\Delta T} - 2e^{-s\Delta T}}{s^3} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

für den Term $E(s)$ gilt

$$\begin{aligned} E(s) &= \frac{1}{\delta T^2} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau^2 e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{\delta T^2} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{2 - \Delta T^2 s^2 e^{-s\Delta T} - 2\Delta T s e^{-s\Delta T} - 2e^{-s\Delta T}}{s^3} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

für den Term $F(s)$ gilt

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{0.5}{\delta T^2} y(n\Delta T - 2\delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau^2 e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{0.5}{\delta T^2} y(n\Delta T - 2\delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{2 - \Delta T^2 s^2 e^{-s\Delta T} - 2\Delta T s e^{-s\Delta T} - 2e^{-s\Delta T}}{s^3} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

für den Term $G(s)$ gilt:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{1.5}{\delta T} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{1.5}{\delta T} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

für den Term $H(s)$ gilt

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{2}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{2}{\delta T} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

für den Term $I(s)$ gilt

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{0.5}{\delta T} y(n\Delta T - 2\delta T) e^{-sn\Delta T} \int_0^{\Delta T} \tau e^{-s\tau} d\tau \\ &= \frac{0.5}{\delta T} y(n\Delta T - 2\delta T) e^{-sn\Delta T} \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{s^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Einsetzen der Terme A.23 - A.28 und A.12 in Gleichung A.22 mit Einführen der *LAPLACE*-Transformierten Impulsfolgen $y_s(s)$, $y_{s,\delta T}(s)$ und $y_{s,2\delta T}(s)$

$$y_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta T) e^{-sn\Delta T} \quad (\text{A.29})$$

$$y_{s,\delta T}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta T - \delta T) e^{-sn\Delta T} \quad (\text{A.30})$$

$$y_{s,2\delta T}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta T - 2\delta T) e^{-sn\Delta T} \quad (\text{A.31})$$

führt zu einer Beziehung, wodurch die *LAPLACE*-Transformierte $\hat{y}(s)$ von drei unterschiedlichen Wertefolgen $y(n\Delta T)$, $y(n\Delta T - \delta T)$ und $y(n\Delta T - 2\delta T)$ abhängt! Wie bereits im vorherigen Abschnitt gezeigt, kann unter Berücksichtigung von Annahme 3.2.1 und Verwendung der folgenden Zusammenhänge

$$y_s(s) = \frac{1}{\Delta T} y(s) \quad y_{s,\delta T}(s) = \frac{1}{\Delta T} e^{-s\delta T} y(s) \quad y_{s,2\delta T}(s) = \frac{1}{\Delta T} e^{-s2\delta T} y(s) \quad (\text{A.32})$$

eine allgemeine Form der Übertragungsfunktion $H_{soh}(s) = \hat{y}(s)/y(s)$ angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} H_{soh}(s) &= (0.5 - e^{-s\delta T} + 0.5e^{-s2\delta T}) \left(\frac{2 - \Delta T^2 s^2 e^{-s\Delta T} - 2\Delta T s e^{-s\Delta T} - 2e^{-s\Delta T}}{\Delta T \delta T^2 s^3} \right) \\ &+ (1.5 - 2e^{-s\delta T} + 0.5e^{-s2\delta T}) \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T} - s\Delta T e^{-s\Delta T}}{\Delta T \delta T s^2} \right) \\ &+ \left(\frac{1 - e^{-s\Delta T}}{\Delta T s} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

Diese Übertragungsfunktion (Glg. A.33) beschreibt die Extrapolation 2-ter Ordnung (SOH) im Bildbereich bei konstanter Makro-Schrittweite und evtl. vorhandener konstanter Mikro-Schrittweite.

A.3 Aspekte zur Implementierung

Die Koppelsignale sind bei Co-Simulation ausschließlich zu diskreten Zeitpunkten definiert. Zusätzlich kann eine Filterung des Koppelsignals, z. B. aufgrund von *Anti-Aliasing*-Maßnahmen oder zur Signalrekonstruktion, nur zu den Koppelzeitpunkten erfolgen. Dies erschwert die Anwendung analoger Tiefpassfilter ungemein, sodass die Filter in zeitdiskreter Form ausgeführt werden müssen. In Abschnitt 5.2 wurde eine Variante zur Realisierung analoger Tiefpassfilter in *quasi-analoger* Form vorgestellt, wobei die Koppelsignale vorteilhaft als kontinuierliche *stückweise affine* Funktion interpretiert wurden. Die zusätzliche Tatsache von nicht äquidistanter Abtastschrittweite bzw. Mikro-Schrittweite und evtl. auftretender, zeitlich *variabler* Makro-Schrittweiten, erfordert eine flexible Parametrisierung der eingesetzten Tiefpassfilter. Eine flexible Parametrisierung kann, wie in Abschnitt 5.2 angeführt, durch das *symbolische Lösen* bestimmter Zusammenhänge gefunden werden. Für einen Tiefpassfilter 2-ter Ordnung sind die symbolischen Lösungen nachfolgend angeführt.

A.3.1 Symbolische Berechnung notwendiger Koeffizienten

In diesem Abschnitt wird ein *analoger* Tiefpassfilter 2-ter Ordnung nach Gleichung 5.13 in einen *quasi-analogen* Tiefpassfilter 2-ter Ordnung in Zustandsraumdarstellung überführt, vgl. Glg. 5.10:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t_1) &= \Phi(t_1)\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_1(t_1)k + \mathbf{h}_2(t_1)u_0 \\ y(t_1) &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}(t_1)\end{aligned}$$

Die Transitionsmatrix $\Phi(t_1)$ beschreibt den Zustandsübergang zwischen den diskreten Zeitpunkten und ist für einen Tiefpassfilter 2-ter Ordnung durch folgende Gleichung gegeben

$$\Phi(t_1) = e^{\mathbf{A}t_1} = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(t_1) & \Phi_{12}(t_1) \\ \Phi_{21}(t_1) & \Phi_{22}(t_1) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.34})$$

wobei für die einzelnen Einträge der Matrix mit $m = \sqrt{a_1^2 - 4a_0}$ gilt:

$$\begin{aligned}\Phi_{11}(t_1) &= \frac{a_0 e^{\left(\frac{mt_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}\right)} \left(\frac{a_1}{a_0} + \frac{\frac{mt_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}}{a_0 t_1}\right) - a_0 \left(\frac{a_1}{a_0} - \frac{\frac{mt_1}{2} + \frac{a_1 t_1}{2}}{a_0 t_1}\right)}{m e^{\left(\frac{mt_1}{2} + \frac{a_1 t_1}{2}\right)} m}, \\ \Phi_{12}(t_1) &= \frac{e^{\left(\frac{mt_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}\right)} (a_1 - m) \left(\frac{a_1}{a_0} + \frac{\frac{mt_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}}{a_0 t_1}\right) - (a_1 + m) \left(\frac{a_1}{a_0} - \frac{\frac{mt_1}{2} + \frac{a_1 t_1}{2}}{a_0 t_1}\right)}{2m e^{\left(\frac{mt_1}{2} + \frac{a_1 t_1}{2}\right)} m}, \\ \Phi_{21}(t_1) &= \frac{a_0}{e^{\left(\frac{mt_1}{2} + \frac{a_1 t_1}{2}\right)} m} - \frac{a_0 e^{\left(\frac{mt_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}\right)}}{m}, \\ \Phi_{22}(t_1) &= \frac{a_1 + m}{2e^{\left(\frac{mt_1}{2} + \frac{a_1 t_1}{2}\right)} m} - \frac{e^{\left(\frac{mt_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}\right)} (a_1 - m)}{2m}\end{aligned}$$

Die Parametrierung der beiden Eingangsvektoren $\mathbf{h}_1(t_1)$ und $\mathbf{h}_2(t_1)$ kann dabei über die symbolische Lösung der in den Gleichungen 5.11 und 5.12 angegebenen Faltungsintegrale gefunden werden

$$\mathbf{h}_1(t_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{11}(t_1) \\ \mathbf{h}_{12}(t_1) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{h}_2(t_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{21}(t_1) \\ \mathbf{h}_{22}(t_1) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.35})$$

wobei für die einzelnen Einträge der Vektoren mit $m = \sqrt{a_1^2 - 4a_0}$ gilt:

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}_{1_1}(t_1) &= \frac{t_1}{a_0} - \frac{a_1}{a_0^2} + \frac{1}{a_0 e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)} m} - \frac{e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)}}{a_0 e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} m} + \frac{a_1}{2a_0^2 e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)}} \\
&+ \frac{a_1 e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)}}{2a_0^2 e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)}} - \frac{a_1^2}{2a_0^2 e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)} m} + \frac{a_1^2 e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)}}{2a_0^2 e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} m}, \\
\mathbf{h}_{1_2}(t_1) &= \frac{1}{e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)} (a_1^2 + ma_1 - 2a_0)} + \frac{a_1 - m + 2a_0 t_1 - a_1^2 t_1 + a_1 m t_1}{(a_1 - m)(-a_1^2 + ma_1 + 2a_0)} \\
&+ \frac{a_1 \left(\frac{2}{e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)} (a_1^2 + ma_1 - 2a_0)} - \frac{2(a_1 + m + 2a_0 t_1 - a_1^2 t_1 - a_1 m t_1)}{(a_1 + m)(a_1^2 + ma_1 - 2a_0)} \right)}{2m} \\
&- \frac{e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)}}{e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} (-a_1^2 + ma_1 + 2a_0)} - \frac{a_1 + m + 2a_0 t_1 - a_1^2 t_1 - a_1 m t_1}{(a_1 + m)(a_1^2 + ma_1 - 2a_0)} \\
&- \frac{a_1 \left(\frac{2(a_1 - m + 2a_0 t_1 - a_1^2 t_1 + a_1 m t_1)}{(a_1 - m)(-a_1^2 + ma_1 + 2a_0)} - \frac{2e^{\left(\frac{m t_1}{2}\right)}}{e^{\left(\frac{a_1 t_1}{2}\right)} (-a_1^2 + ma_1 + 2a_0)} \right)}{2m}, \\
\mathbf{h}_{2_1}(t_1) &= \frac{(a_1 - m) \left(e^{\left(\frac{m t_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}\right)} - 1 \right)}{m(-a_1^2 + ma_1 + 2a_0)} + \frac{(a_1 + m) \left(e^{\left(-\frac{a_1 t_1}{2} - \frac{m t_1}{2}\right)} - 1 \right)}{m(a_1^2 + ma_1 - 2a_0)}, \\
\mathbf{h}_{2_2}(t_1) &= \frac{(a_1 - m) \left(e^{\left(\frac{m t_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}\right)} - 1 \right)}{2(-a_1^2 + ma_1 + 2a_0)} - \frac{(a_1 + m) \left(e^{\left(-\frac{a_1 t_1}{2} - \frac{m t_1}{2}\right)} - 1 \right)}{2(a_1^2 + ma_1 - 2a_0)} \\
&- \frac{a_1(a_1 + m) \left(e^{\left(-\frac{a_1 t_1}{2} - \frac{m t_1}{2}\right)} - 1 \right)}{2m(a_1^2 + ma_1 - 2a_0)} - \frac{a_1(a_1 - m) \left(e^{\left(\frac{m t_1}{2} - \frac{a_1 t_1}{2}\right)} - 1 \right)}{2m(-a_1^2 + ma_1 + 2a_0)}
\end{aligned}$$

Anhang B

Ergänzungen zum NEPCE

B.1 Zeitdiskreter Filter samt Integrator

Das *zeitdiskrete* Kompensationssystem bietet die wesentlichen Vorteile einer gangbaren Stabilitätsanalyse und einer daraus folgenden einfachen Parametrierung. Zudem kann das System direkt softwaremäßig umgesetzt werden. Mit der Modifikation der energieerhaltenden Kopplung durch spezielle Anwendung von Rekonstruktionsfilter, die im zeitkontinuierlichen Bereich ausgelegt werden, ist es notwendig, resultierende *zeitkontinuierliche* Systeme in *zeitdiskrete* Systeme überzuführen. In weiterer Folge erhält man wiederum eine *zeitdiskrete* Vorschrift für das Kompensationssystem samt Filteranwendung. Konkret muss dabei ein System $P(s)$, das aus einem Tiefpassfilter $F(s)$ samt nachgeschaltetem Integrator $1/s$ besteht, transformiert werden:

$$P(s) = \frac{1}{s}F(s) \quad (\text{B.1})$$

Ausgangspunkt für die Berechnung ist abermals die Zustandsraumdarstellung eines kontinuierlichen SISO Systems, welches das System *ohne* Durchgriffsterm beschreibt, vgl. Glg. 5.7:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \end{aligned}$$

Die Lösung des Differential-Gleichungssystems zu einem bestimmten Zeitpunkt ΔT_t , ausgehend vom Startzeitpunkt $t_0 = 0$ unter Berücksichtigung der bekannten Lösung $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$, kann über die Transitionsmatrix des kontinuierlichen Systems ermittelt werden, vgl. Abs. 5.2:

$$\mathbf{x}(\Delta T_t) = \Phi(\Delta T_t)\mathbf{x}_0 + \int_0^{\Delta T_t} \Phi(\Delta T_t - \tau)\mathbf{b}u(\tau)d\tau \quad (\text{B.2})$$

Im Falle von *konstanter* Realisierung der Korrektur und Verwendung der konstanten *normierten* Makro-Schrittweite $\Delta T_t = 1$, liegt am Eingang des Systems eine *stückweise konstante* Funktion $u_{const}(t)$ an

$$u_{const}(t) = A_r^{<m+1>} \quad \text{mit} \quad t_{\Delta_t}^{<m>} < t \leq t_{\Delta_t}^{<m+1>}, \quad (\text{B.3})$$

sodass der Eingang des Systems über jedes Abtastintervall *konstant* ist. Unter Beachtung dieser Tatsache lässt sich das Integral in Gleichung B.2 analytisch lösen und führt zu einem *zeitdiskreten* System [37, 29], vgl. Glg. 5.43

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{<m+1>} &= \mathbf{\Phi} \mathbf{x}^{<m>} + \mathbf{h} A_r^{<m+1>} \\ A_{r_t}^{<m+1>} &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}^{<m+1>} \end{aligned}$$

mit

$$\mathbf{h} = \int_0^{\Delta T_t} \mathbf{\Phi}(\Delta T_t - \tau) \mathbf{b} d\tau. \quad (\text{B.4})$$

Zum Diskretisieren steht dazu z. B. in MATLAB das Kommando `c2d(., ΔTt, 'ZOH')` für die Anwendung von *konstanter* Korrektur zu Verfügung. Gegenüber dem vorherigen Fall liegt bei *linearer* Realisierung der Korrektur eine *stückweise lineare* Funktion $u_{lin}(t)$ mit Steigung k am Eingang des Systems an

$$u_{lin}(t) = \underbrace{\frac{2A_r^{<m+1>}}{\Delta T_t^2}}_k t = 2A_r^{<m+1>} t \quad \text{mit} \quad t_{\Delta_t}^{<m>} < t \leq t_{\Delta_t}^{<m+1>}. \quad (\text{B.5})$$

Die Dynamikmatrix $\mathbf{\Phi}$ des *zeitdiskreten* Systems bleibt dabei zwar unverändert, jedoch muss der Eingangsvektor \mathbf{h} modifiziert werden

$$\mathbf{h} = 2 \int_0^{\Delta T_t} \mathbf{\Phi}(\Delta T_t - \tau) \tau \mathbf{b} d\tau, \quad (\text{B.6})$$

was schlussendlich abermals zu einem *zeitdiskreten* System der Form 5.43 führt. Aufgrund der *normierten* Makro-Schrittweite ΔT_t sind die Koeffizienten des Filters fest gegeben, konstant und vorab ermittelbar.

B.2 Konfiguration des NEPCE

In diesem Abschnitt werden einige Konfigurationen von möglichen Kopplungen tabellarisch aufgelistet. Abhängig vom Extrapolationsverfahren, dem Anwenden von *konstanter* oder *linearer* Korrektur und eventuellem Einsatz von *Anti-Aliasing*- oder Rekonstruktionsfiltern ergeben sich unterschiedliche mögliche Einstellparameter α und β . Zudem lassen sich aus den Konfigurationen der unterschiedlichen Kopplungen die normierten *effektiven* Bandbreiten $\bar{\omega}_{norm}$ bestimmen, die z. B. zur *adaptiven* Steuerung der Makro-Schrittweite herangezogen werden können. Tabelle B.1 beinhaltet die Parameter bei Anwendung der NEPCE *ohne* Filteranwendung. Hingegen beinhalten die nachfolgende Tabelle B.2 die Parameter mit unterschiedlichen Anwendungen von *Anti-Aliasing*- und/oder Rekonstruktionsfiltern.

Extrap.	Korrektur	$\bar{\omega}_{norm}$	α	β	Filtercharakteristik					
					Anti-Aliasing				Rekonst.	
					n_{aa}	$\omega_{p,aa}$	$\delta_{p,aa}$	n_r	$\omega_{p,r}$	$\delta_{p,r}$
ZOH	<i>konstant</i>	0.42	[1, 2]	[0, 1]	—	—	—	—	—	—
ZOH	<i>linear</i>	0.37	[1, 2]	[0, 1]	—	—	—	—	—	—
FOH	<i>konstant</i>	0.66	[1, 2]	[0, 1]	—	—	—	—	—	—
FOH	<i>linear</i>	0.61	[1, 2]	[0, 1]	—	—	—	—	—	—
SOH	<i>konstant</i>	0.72	[1, 2]	[0, 1]	—	—	—	—	—	—
SOH	<i>linear</i>	0.67	[1, 2]	[0, 1]	—	—	—	—	—	—

Tabelle B.1: Festlegung der Einstellparameter $\bar{\omega}_{norm}$, α und β des NEPCE *ohne* Filteranwendungen. Die Werte sind für den speziellen, *normierten* Fall $\Delta T = 1$ s angegeben.

Extrap.	Korrektur	$\bar{\omega}_{norm}$	α	β	Filtercharakteristik					
					Anti-Aliasing				Rekonst.	
					n_{aa}	$\omega_{p,aa}$	$\delta_{p,aa}$	n_r	$\omega_{p,r}$	$\delta_{p,r}$
ZOH	<i>konstant</i>	0.37	[0, 2.89]	1	—	—	—	1	1.0	—1
ZOH	<i>linear</i>	0.27	[0, 1.98]	1	—	—	—	1	1.0	—1
FOH	<i>konstant</i>	0.49	[0, 2.89]	1	—	—	—	1	1.0	—1
FOH	<i>linear</i>	0.36	[0, 1.98]	1	—	—	—	1	1.0	—1
SOH	<i>konstant</i>	0.53	[0, 2.89]	1	—	—	—	1	1.0	—1
SOH	<i>linear</i>	0.39	[0, 1.98]	1	—	—	—	1	1.0	—1
ZOH	<i>konstant</i>	0.16	[0, 1.12]	1	—	—	—	2	1.0	—1
ZOH	<i>linear</i>	0.15	[0, 0.96]	1	—	—	—	2	1.0	—1
FOH	<i>konstant</i>	0.2	[0, 1.12]	1	—	—	—	2	1.0	—1
FOH	<i>linear</i>	0.18	[0, 0.96]	1	—	—	—	2	1.0	—1
SOH	<i>konstant</i>	0.2	[0, 1.12]	1	—	—	—	2	1.0	—1
SOH	<i>linear</i>	0.18	[0, 0.96]	1	—	—	—	2	1.0	—1
ZOH	<i>konstant</i>	0.29	[1, 2]	[0, 1]	1	1.0	—1	—	—	—
ZOH	<i>linear</i>	0.26	[1, 2]	[0, 1]	1	1.0	—1	—	—	—
FOH	<i>konstant</i>	0.39	[1, 2]	[0, 1]	1	1.0	—1	—	—	—
FOH	<i>linear</i>	0.34	[1, 2]	[0, 1]	1	1.0	—1	—	—	—
SOH	<i>konstant</i>	0.44	[1, 2]	[0, 1]	1	1.0	—1	—	—	—
SOH	<i>linear</i>	0.39	[1, 2]	[0, 1]	1	1.0	—1	—	—	—
ZOH	<i>konstant</i>	0.31	[0, 2.89]	1	1	1.0	—1	1	1.0	—1
ZOH	<i>linear</i>	0.23	[0, 1.98]	1	1	1.0	—1	1	1.0	—1
FOH	<i>konstant</i>	0.36	[0, 2.89]	1	1	1.0	—1	1	1.0	—1
FOH	<i>linear</i>	0.27	[0, 1.98]	1	1	1.0	—1	1	1.0	—1
SOH	<i>konstant</i>	0.38	[0, 2.89]	1	1	1.0	—1	1	1.0	—1
SOH	<i>linear</i>	0.28	[0, 1.98]	1	1	1.0	—1	1	1.0	—1
ZOH	<i>konstant</i>	0.14	[0, 1.98]	1	1	1.0	—1	2	1.0	—1
ZOH	<i>linear</i>	0.13	[0, 0.96]	1	1	1.0	—1	2	1.0	—1

Tabelle B.2: Festlegung der Einstellparameter $\bar{\omega}_{norm}$, α und β des NEPCE *mit* Filteranwendungen. Die Werte sind für den speziellen, *normierten* Fall $\Delta T = 1$ s angegeben.

Extrap.	Korrektur	$\bar{\omega}_{norm}$	α	β	Filtercharakteristik					
					Anti-Aliasing				Rekonst.	
					n_{aa}	$\omega_{p,aa}$	$\delta_{p,aa}$	n_r	$\omega_{p,r}$	$\delta_{p,r}$
FOH	<i>konstant</i>	0.16	[0, 1.98]	1	1	1.0	-1	2	1.0	-1
FOH	<i>linear</i>	0.15	[0, 0.96]	1	1	1.0	-1	2	1.0	-1
SOH	<i>konstant</i>	0.16	[0, 1.98]	1	1	1.0	-1	2	1.0	-1
SOH	<i>linear</i>	0.15	[0, 0.96]	1	1	1.0	-1	2	1.0	-1
ZOH	<i>konstant</i>	0.53	[0, 3.28]	1	-	-	-	1	2.5	-0.95
ZOH	<i>linear</i>	0.47	[0, 3.18]	1	-	-	-	1	2.5	-0.95
FOH	<i>konstant</i>	0.64	[0, 3.28]	1	-	-	-	1	2.5	-0.95
FOH	<i>linear</i>	0.59	[0, 3.18]	1	-	-	-	1	2.5	-0.95
SOH	<i>konstant</i>	0.83	[0, 3.28]	1	-	-	-	1	2.5	-0.95
SOH	<i>linear</i>	0.74	[0, 3.18]	1	-	-	-	1	2.5	-0.95
ZOH	<i>konstant</i>	0.32	[0, 2.17]	1	-	-	-	2	2.5	-0.95
ZOH	<i>linear</i>	0.26	[0, 1.56]	1	-	-	-	2	2.5	-0.95
FOH	<i>konstant</i>	0.43	[0, 2.17]	1	-	-	-	2	2.5	-0.95
FOH	<i>linear</i>	0.36	[0, 1.56]	1	-	-	-	2	2.5	-0.95
SOH	<i>konstant</i>	0.5	[0, 2.17]	1	-	-	-	2	2.5	-0.95
SOH	<i>linear</i>	0.4	[0, 1.56]	1	-	-	-	2	2.5	-0.95
ZOH	<i>konstant</i>	0.29	[1, 2]	[0, 1]	1	1.2	-0.9	-	-	-
ZOH	<i>linear</i>	0.26	[1, 2]	[0, 1]	1	1.2	-0.9	-	-	-
FOH	<i>konstant</i>	0.39	[1, 2]	[0, 1]	1	1.2	-0.9	-	-	-
FOH	<i>linear</i>	0.34	[1, 2]	[0, 1]	1	1.2	-0.9	-	-	-
SOH	<i>konstant</i>	0.44	[1, 2]	[0, 1]	1	1.2	-0.9	-	-	-
SOH	<i>linear</i>	0.39	[1, 2]	[0, 1]	1	1.2	-0.9	-	-	-
ZOH	<i>konstant</i>	0.46	[0, 3.28]	1	1	1.2	-0.9	1	2.5	-0.95
ZOH	<i>linear</i>	0.39	[0, 3.18]	1	1	1.2	-0.9	1	2.5	-0.95
FOH	<i>konstant</i>	0.52	[0, 3.28]	1	1	1.2	-0.9	1	2.5	-0.95
FOH	<i>linear</i>	0.5	[0, 3.18]	1	1	1.2	-0.9	1	2.5	-0.95
SOH	<i>konstant</i>	0.59	[0, 3.28]	1	1	1.2	-0.9	1	2.5	-0.95
SOH	<i>linear</i>	0.54	[0, 3.18]	1	1	1.2	-0.9	1	2.5	-0.95
ZOH	<i>konstant</i>	0.27	[0, 2.17]	1	1	1.2	-0.9	2	2.5	-0.95
ZOH	<i>linear</i>	0.21	[0, 1.56]	1	1	1.2	-0.9	2	2.5	-0.95
FOH	<i>konstant</i>	0.32	[0, 2.17]	1	1	1.2	-0.9	2	2.5	-0.95
FOH	<i>linear</i>	0.27	[0, 1.56]	1	1	1.2	-0.9	2	2.5	-0.95
SOH	<i>konstant</i>	0.34	[0, 2.17]	1	1	1.2	-0.9	2	2.5	-0.95
SOH	<i>linear</i>	0.27	[0, 1.56]	1	1	1.2	-0.9	2	2.5	-0.95
ZOH	<i>konstant</i>	0.48	[0, 3.96]	1	-	-	-	1	1.7	-0.9
ZOH	<i>linear</i>	0.36	[0, 2.54]	1	-	-	-	1	1.7	-0.9
FOH	<i>konstant</i>	0.6	[0, 3.96]	1	-	-	-	1	1.7	-0.9
FOH	<i>linear</i>	0.53	[0, 2.54]	1	-	-	-	1	1.7	-0.9
SOH	<i>konstant</i>	0.6	[0, 3.96]	1	-	-	-	1	1.7	-0.9
SOH	<i>linear</i>	0.67	[0, 2.54]	1	-	-	-	1	1.7	-0.9

Tabelle B.2: Festlegung der Einstellparameter $\bar{\omega}_{norm}$, α und β des NEPCE mit Filteranwendungen. Die Werte sind für den speziellen, *normierten* Fall $\Delta T = 1$ s angegeben.

Extrap.	Korrektur	$\bar{\omega}_{norm}$	α	β	Filtercharakteristik					
					Anti-Aliasing				Rekonst.	
					n_{aa}	$\omega_{p,aa}$	$\delta_{p,aa}$	n_r	$\omega_{p,r}$	$\delta_{p,r}$
ZOH	<i>konstant</i>	0.24	[0, 1.62]	1	—	—	—	2	1.7	−0.9
ZOH	<i>linear</i>	0.21	[0, 1.28]	1	—	—	—	2	1.7	−0.9
FOH	<i>konstant</i>	0.31	[0, 1.62]	1	—	—	—	2	1.7	−0.9
FOH	<i>linear</i>	0.27	[0, 1.28]	1	—	—	—	2	1.7	−0.9
SOH	<i>konstant</i>	0.33	[0, 1.62]	1	—	—	—	2	1.7	−0.9
SOH	<i>linear</i>	0.29	[0, 1.28]	1	—	—	—	2	1.7	−0.9
ZOH	<i>konstant</i>	0.32	[1, 2]	[0, 1]	1	1.4	−1.0	—	—	—
ZOH	<i>linear</i>	0.28	[1, 2]	[0, 1]	1	1.4	−1.0	—	—	—
FOH	<i>konstant</i>	0.43	[1, 2]	[0, 1]	1	1.4	−1.0	—	—	—
FOH	<i>linear</i>	0.39	[1, 2]	[0, 1]	1	1.4	−1.0	—	—	—
SOH	<i>konstant</i>	0.55	[1, 2]	[0, 1]	1	1.4	−1.0	—	—	—
SOH	<i>linear</i>	0.48	[1, 2]	[0, 1]	1	1.4	−1.0	—	—	—
ZOH	<i>konstant</i>	0.42	[0, 3.96]	1	1	1.4	−1.0	1	1.7	−0.9
ZOH	<i>linear</i>	0.31	[0, 2.54]	1	1	1.4	−1.0	1	1.7	−0.9
FOH	<i>konstant</i>	0.49	[0, 3.96]	1	1	1.4	−1.0	1	1.7	−0.9
FOH	<i>linear</i>	0.39	[0, 2.54]	1	1	1.4	−1.0	1	1.7	−0.9
SOH	<i>konstant</i>	0.54	[0, 3.96]	1	1	1.4	−1.0	1	1.7	−0.9
SOH	<i>linear</i>	0.41	[0, 2.54]	1	1	1.4	−1.0	1	1.7	−0.9
ZOH	<i>konstant</i>	0.21	[0, 1.62]	1	1	1.4	−1.0	2	1.7	−0.9
ZOH	<i>linear</i>	0.18	[0, 1.28]	1	1	1.4	−1.0	2	1.7	−0.9
FOH	<i>konstant</i>	0.25	[0, 1.62]	1	1	1.4	−1.0	2	1.7	−0.9
FOH	<i>linear</i>	0.22	[0, 1.28]	1	1	1.4	−1.0	2	1.7	−0.9
SOH	<i>konstant</i>	0.26	[0, 1.62]	1	1	1.4	−1.0	2	1.7	−0.9
SOH	<i>linear</i>	0.22	[0, 1.28]	1	1	1.4	−1.0	2	1.7	−0.9

Tabelle B.2: Festlegung der Einstellparameter $\bar{\omega}_{norm}$, α und β des NEPCE mit Filteranwendungen. Die Werte sind für den speziellen, *normierten* Fall $\Delta T = 1$ s angegeben.

Literaturverzeichnis

- [1] *ICOS 2.0*. Virtual Vehicle Research and Test Center, Graz, Austria, Software Information ist verfügbar unter: <http://www.v2c2.at/icos> (Zitiert auf Seite 153.)
- [2] ALY, A. A. ; ZEIDAN, E. ; HAMED, A. ; SALEM, F.: An Antilock-Bracking System (ABS) Control: A Technical Review. 2 (2011), Nr. 3, S. 185–195. – Intelligent Control and Automation (Zitiert auf Seite 149.)
- [3] ARNOLD, M.: Multi-Rate Time Integration for Large Scale Multibody System Models. Version: 2007. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-5981-0_1. In: *IUTAM Symposium on Multiscale Problems in Multibody System Contacts* Bd. 1. Springer Netherlands, 2007. – ISBN 978-1-4020-5981-0, 1-10 (Zitiert auf Seiten 1, 2, 26, 34 and 136.)
- [4] ARNOLD, M.: Numerical methods for simulation in applied dynamics. Version: 2009. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-211-89548-1_5. In: *Simulation Techniques for Applied Dynamics* Bd. 507. Springer Vienna, 2009. – ISBN 978-3-211-89548-1, 191-246 (Zitiert auf Seiten 1, 10, 26, 34, 92 and 136.)
- [5] ARNOLD, M. ; CARRARINI, A. ; HECKMANN, A. ; HIPPMANN, G.: Simulation Techniques for Multidisciplinary Problems in Vehicle System Dynamics. In: *Vehicle System Dynamics Supplement* (2003), Nr. 40, S. 17–36 (Zitiert auf Seiten 2 and 10.)
- [6] ARNOLD, M. ; SCHIERZ, T.: Effizienz und Robustheit numerischer Kopplungsalgorithmen im MODELISAR Co-Simulation-Interface. In: *Tagungsband ASIM-Treffen STS/GMMS 2009 und DASS 2009* (2009), S. 1–6 (Zitiert auf Seite 113.)
- [7] BAKER, B.: *Anti-Aliasing, Analog Filters for Data Acquisition Systems*. Microchip Technology Inc., 1999 (Zitiert auf Seiten 19, 89, 90 and 92.)
- [8] BARTSCH, H.: *Taschenbusch mathematischer Formeln*. Fachbuchverlag Leipzig, 2004. – ISBN 3-446-22891-8 (Zitiert auf Seite 188.)
- [9] BASTIAN, J. (Hrsg.) ; CLAUSS, C. (Hrsg.) ; WOLF, S. (Hrsg.) ; SCHNEIDER, P. (Hrsg.): *Master for Co-Simulation Using FMI*. 2011 . – 8th International Modelica Conference, Dresden, Germany (Zitiert auf Seite 14.)
- [10] BAUER, R. ; DOURDOUMAS, N.: Zeitdiskrete approximative Zustandslinearisierung. 55 (2007), Nr. 1, S. 1–9. – at - Automatisierungstechnik (Zitiert auf Seite 170.)
- [11] BAUMGARTE, J.: Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (1972), Nr. 1, S. 1–16 (Zitiert auf Seite 15.)

- [12] BENEDIKT, M. ; STIPPEL, H. ; WATZENIG, D.: An Adaptive Coupling Methodology for Fast Time-Domain Distributed Heterogeneous Co-Simulation. In: *SAE International, Detroit* (2010), S. 1025–1031 (Zitiert auf Seiten 2, 5, 11, 113, 126 and 127.)
- [13] BENEDIKT, M. ; ZEHETNER, J. ; WATZENIG, D. ; BERNASCH, J.: Modern Coupling Strategies - Is Co-Simulation Controllable? In: *NAFEMS Seminar: The Role of CAE in System Simulation* (2011), S. 1–10. ISBN 978–1–874376–65–1 (Zitiert auf Seite 9.)
- [14] BERGH, J. ; EKSTEDT, F. ; LINDBERG, M.: *Wavelets mit Anwendung in Signal- und Bildverarbeitung*. Springer Berlin Heidelberg New York, 2007. – ISBN 978–3–540–49011–1 (Zitiert auf Seite 119.)
- [15] BROYDEN, C. G.: A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations. In: *Mathematics of Computation* 19 (1965), Nr. 92, S. 577–593 (Zitiert auf Seite 14.)
- [16] BURGERMEISTER, B. ; ARNOLD, M. ; ESTLER, B.: DAE time integration for real-time applications in multi-body dynamics. In: *ZAMM - Z. Angew. Math. Mech.* (2006), Nr. 86, S. 759–771 (Zitiert auf Seite 15.)
- [17] BUSCH, M.: *Entwicklung einer Simpack-Modelica/Dymola-Schnittstelle*, Institut für Robotik und Mechatronik, Oberpfaffenhofen, Diplomarbeit, 2006 (Zitiert auf Seiten 9, 10, 12, 14 and 113.)
- [18] BUSCH, M.: *Zur effizienten Kopplung von Simulationsprogrammen*, Universität Kassel, Deutschland, PhD Dissertation, 2012 (Zitiert auf Seite 10.)
- [19] CLEVELAND, W.: First-Order-Hold Interpolation Digital-To-Analog Converter with Application to Aircraft Simulation. 1976 (NASA TN D-8331). – Forschungsbericht. – Ames Research Center, Moffett Field, Calif. (Zitiert auf Seiten 27, 29 and 190.)
- [20] DAHMEN, W. ; REUSKEN, A.: *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – ISBN 978–3–540–76492–2 (Zitiert auf Seite 188.)
- [21] DAUBECHIES, I.: The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis. 36 (1990), Nr. 5, S. 961–1005. – IEEE Transactions on Information Theory (Zitiert auf Seite 120.)
- [22] DOYLE, J. C. ; FRANCIS, B. A. ; TANNENBAUM, A. R.: *Feedback Control Theory*. Dover Publication, INC., Mineola, New York, 1992. – ISBN 978–0–486–46933–1 (Zitiert auf Seiten 138 and 139.)
- [23] DRONKA, S.: *Die Simulation gekoppelter Mehrkörper- und Hydraulik-Modelle mit Erweiterung für Echtzeitsimulation*, Technische Universität Dresden, PhD Dissertation, 2004 (Zitiert auf Seiten 9, 10 and 113.)
- [24] DUGARD, L. ; VERRIEST, E. I.: *Lecture Notes in Control and Information Sciences 228*. Springer-Verlag London, 1998. – ISBN 3–540–76193–4 (Zitiert auf Seiten 55, 56 and 58.)
- [25] FORRESTER, A. I. J. ; SÓBESTER, A. ; KEANE, A. J.: *Engineering Design via Surrogate Modelling - A Practical Guide*. John Wiley & Sons Ltd., 2008. – ISBN 978–0–470–06068–1 (Zitiert auf Seite 121.)

- [26] FRIDMAN, E. ; SHAKED, U.: Delay-dependent stability and H_{∞} control: constant and time-varying delays. In: *International Journal of Control* 76 (2003), S. 48–60 (Zitiert auf Seite 56.)
- [27] GAHINET, P. ; NEMIROVSKY, A. ; LAUB, J. ; CHILALI, M.: The LMI Control Toolbox. In: *In Proc. IEEE Conf. Decision and Control* (1994), S. 2083–2041 (Zitiert auf Seite 59.)
- [28] GAJIC, Z. ; QURESHI, M.: *Lyapunov matrix equation in system stability and control*. Academic Press Inc, 1995. – ISBN 978–0122733703 (Zitiert auf Seite 99.)
- [29] GAUSCH, F. ; HOFER, A. ; SCHLACHER, K.: *Digitale Regelkreise - Ein einfacher Einstieg mit dem Programm yLINSY*. Oldenbourg, 1991. – ISBN 978–3486218367 (Zitiert auf Seiten 52, 68, 69 and 198.)
- [30] GEIMER, M. ; KRÜGER, T. ; LINSEL, P.: Co-Simulation, gekoppelte Simulation oder Simulatorkopplung? Ein Versuch der Begriffsvereinheitlichung. In: *O + P Zeitschrift für Fluidtechnik* 50 (2006), S. 572–576 (Zitiert auf Seiten 1 and 8.)
- [31] GU, K. ; KHARITONOV, V. L. ; CHEN, J.: *Stability of Time-Delay Systems*. Birkhäuser Boston, 2003. – ISBN 0–8176–4212–9 (Zitiert auf Seiten 56, 57, 58 and 59.)
- [32] GU, K. ; NICULESCU, S. I.: Additional Dynamics in Transformed Time-Delay Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 45 (2000), S. 572–575 (Zitiert auf Seiten 57 and 58.)
- [33] HAIRER, E. ; NORSETT, S. ; WANNER, G.: *Solving Ordinary Differential Equations 1 - Nonstiff Problems*. Springer Series in Computational Mathematics, Springer-Verlag, 2008. – ISBN 978–3–540–56670–0 (Zitiert auf Seite 34.)
- [34] HALE, J. K. ; LUNEL, S. M. V.: *Introduction to Functional Differential Equations (Applied Mathematical Sciences 99)*. Springer-Verlag New York, 1993. – ISBN 0–387–94076–6 (Zitiert auf Seiten 60 and 61.)
- [35] HE, Y. ; WANG, Q. G. ; LIN, C. ; WU, M.: Delay-range-dependent Stability for Systems with time-varying delay. In: *Automatica* 43 (2007), S. 371–376 (Zitiert auf Seiten 55 and 59.)
- [36] HOMMEL, M.: *Parallelisierte Simulationsprozesse für virtuelles Prototyping in der Automobilindustrie*, Technische Universität Carolo - Wilhelmina zu Braunschweig, PhD Dissertation, 2006 (Zitiert auf Seite 1.)
- [37] HORN, M. ; DOURDOUMAS, N.: *Regelungstechnik - Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise*. Pearson Studium, 2004. – ISBN 3–8273–7059–0 (Zitiert auf Seiten 32, 48, 56, 68, 69, 82, 83, 98, 99, 170 and 198.)
- [38] HSIAO-PING, H. ; CHENG-LIANG, C. ; YUNG-CHENG, C. ; PEI-LIN, C.: A modified smith predictor with an approximate inverse of dead time. In: *AIChE Journal* 36 (1990), 1025–1031. <http://dx.doi.org/10.1002/aic.690360708> (Zitiert auf Seite 45.)

- [39] HUANG, N. E. ; SHEN, Z. ; LONG, S. R. ; WU, M. L. ; SHIH, H. H. ; ZHENG, Q. ; YEN, N. C. ; TUNG, C. C. ; LIU, H. H.: The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. (1998), S. 903–995. – Proc. R. Soc. Lond. A (Zitiert auf Seiten 140 and 142.)
- [40] HUANG, N. E. ; WU, M. C. ; LONG, S. R. ; SHEN, S. P. ; QU, W. ; GLOERSEN, P. ; FAN, K. F.: A confidence limit for the Empirical Mode Decomposition and Hilbert spectral analysis. (2003), S. 2317–2345. – Proc. R. Soc. Lond. A (Zitiert auf Seite 140.)
- [41] HULBERT, G. M. ; MA, Z. ; WANG, J.: Gluing for Dynamic Simulation of Distributed Mechanical Systems. (2005), S. 69–94. – Advances in Computational Multibody Systems (Zitiert auf Seite 14.)
- [42] JANSCHKE, K.: *Systementwurf mechatronischer Systeme: Methoden - Modelle - Konzepte*. Springer-Verlag Berlin, 2010. – ISBN 978-3-540-78876-8 (Zitiert auf Seiten 15, 16, 17, 19, 22, 28, 51, 56, 66, 68, 92 and 170.)
- [43] JOHANSEN, T. A. ; PETERSEN, I. ; KALKKUHLE, J. ; LÜDEMANN, J.: Gain-Scheduled Wheel Slip Control in Automotive Brake Systems. 11 (2003), Nr. 6, S. 799–811. – Transactions on Control Systems Technology (Zitiert auf Seiten 149 and 153.)
- [44] KAISER, G.: *A Friendly Guide to Wavelets*. Birkhäuser, 1994. – ISBN 0-8176-3711-7 (Zitiert auf Seiten 116 and 120.)
- [45] KARNER, M.: *Co-Simulation of Cross-Domain Automotive Systems*, Technische Universität Graz, Austria, PhD Dissertation, 2011 (Zitiert auf Seite 1.)
- [46] KARNOPP, D. ; MARGOLIS, D. ; ROSENBERG, R.: *System Dynamics: A unified Approach*. Wiley-Interscience, New York, 1990. – ISBN 0-471-62171-4 (Zitiert auf Seite 37.)
- [47] KÜBLER, R. ; SCHIEHLEN, W.: Modular Simulation in Multibody System Dynamics. In: *Multibody System Dynamics* 4 (2000), S. 107–127 (Zitiert auf Seiten 1, 2, 11, 14 and 26.)
- [48] KÜBLER, R. ; SCHIEHLEN, W.: Two Methods of Simulator Coupling. In: *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 6 (2000), S. 93–113 (Zitiert auf Seiten 2, 14 and 15.)
- [49] KNORR, S.: *Multirate-Verfahren in der Co-Simulation gekoppelter dynamischer Systeme mit Anwendung in der Fahrzeugdynamik*, Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften, Universität Ulm, Diplomarbeit, 2002 (Zitiert auf Seiten 112 and 121.)
- [50] KOSSEL, R. ; STRUPP, N. ; TEGETHOFF, W.: Effects of Tool Coupling on Transient Simulation of a Mobile Air-Conditioning Cycle. (2009), S. 318–325. – Proceedings 7th Modelica Conference (Zitiert auf Seite 9.)
- [51] KRÜGER, W. R. ; VACULIN, O. ; KORTÜM, W.: Multi-Disciplinary Simulation of Vehicle System Dynamics. (2002), S. 1–16. – Reduction of Military Vehicle Acquisition Time and Cost through Advanced Modelling and Virtual Simulation (Zitiert auf Seite 8.)

- [52] KWOK, H. K. ; DOUGLAS, I. J.: Improved Instantaneous Frequency Estimation Using an Adaptive Short-Time Fourier Transform. 48 (2000), Nr. 10, S. 2964–2972. – IEEE Transactions on Signal Processing (Zitiert auf Seite 137.)
- [53] LADLER, H.: *Entwicklung und Realisierung des Labormodells Hubmagnet*, Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik (IRT), Diplomarbeit, 2002. – Diplomarbeit an der TU Graz (Zitiert auf Seite 171.)
- [54] LELARASMEE, E. ; RUEHLI, A. E. ; SANGIOVANNI-VINCENTELLI, A. I.: The Waveform Relaxation Method for Time-Domain Analysis of Large Scale Integrated Circuits. CAD-1 (1982), Nr. 3, S. 131–145. – IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems (Zitiert auf Seite 14.)
- [55] LEVINE, W. S. (Hrsg.): *The Control Handbook - Control System Fundamentals*. 2nd ed. CRC Press, 2011. – ISBN 978–1–4200–7362–1 (Zitiert auf Seiten 51 and 52.)
- [56] LÖFBERG, J.: YALMIP : A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB. In: *Proceedings of the CACSD Conference*, 2004 (Zitiert auf Seiten 59 and 99.)
- [57] LOUIS, A. K. ; MAASS, P. ; RIEDER, A.: *Wavelets: Theorie und Anwendung*. B. G. Teubner Stuttgart, 1998. – ISBN 3–519–12094–1 (Zitiert auf Seiten 116 and 120.)
- [58] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme - Digitale Regelung*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – ISBN 978–3–540–32335–8 (Zitiert auf Seite 98.)
- [59] NEWTON, A. R. ; SANGIOVANNI-VINCENTELLI, A. I.: Relaxation-Based Electrical Simulation. ED-30 (1983), Nr. 9, S. 1184–1207. – IEEE Transactions on Electron Devices (Zitiert auf Seite 14.)
- [60] NICULESCU, S. I.: *Delay Effects on Stability - A Robust Control Approach*. Springer-Verlag London, 2001. – ISBN 1–85233–291–3 (Zitiert auf Seiten 56, 57, 58, 60 and 61.)
- [61] OBERSCHELP, O. ; VÖCKING, H.: Multirate Simulation of Mechatronic Systems. (2004), S. 404–409. ISBN 0–7803–8599–3. – International Conference on Mechatronics (Zitiert auf Seite 9.)
- [62] OLIVIER, P.: Approximate system inverses. In: *Electronics Letters* 31 (1995), S. 2050–2051 (Zitiert auf Seite 56.)
- [63] OPPENHEIM, A. V. ; SCHAFER, R. W. ; BUCK, J. R.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. Pearson Studium, 2004. – ISBN 3–8273–7077–9 (Zitiert auf Seiten 21, 116, 118, 125, 138 and 140.)
- [64] PEDRO, J. O. (Hrsg.) ; NYANDORO, C. (Hrsg.) ; BIGG, C. G. (Hrsg.) ; GROSS, K. (Hrsg.) ; NELSON, J. T. (Hrsg.): *Design of an Antilock Braking System Controller*. 2003 . – 1th African Control Conference, AFCON, Capetown, South Africa (Zitiert auf Seiten 149 and 153.)
- [65] PUNTIGAM, W.: *Programm unabhängige Co-Simulationsplattform zur instationären Kopplung von Teilmodellen für ein effizientes Energiemanagement des Gesamtfahrzeuges am Beispiel des thermischen Managements*, Graz University of Technology, PhD Dissertation, 2007 (Zitiert auf Seiten 11 and 72.)

- [66] RATO, R. T. ; ORTIGUEIRA, M. D. ; BATISTA, A. G.: On the HHT, its problems, and some solutions. (2008), S. 1374–1394. – Mechanical Systems and Signal Processing (Zitiert auf Seiten 140 and 142.)
- [67] REINSCHKE, K.: *Lineare Regelungs- und Steuerungstheorie*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. – ISBN 978–3–540–21886–9 (Zitiert auf Seite 51.)
- [68] RICHARD, J. P.: Time-delay Systems: An Overview of some recent advances and open Problems. In: *Automatica* 39 (2003), S. 1667–1694 (Zitiert auf Seite 55.)
- [69] RILLING, G. ; FLANDRIN, P.: On the influence of sampling on the empirical mode decomposition. (2006), S. 444–447. – Proceedings of the international Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 21, ICASSP (Zitiert auf Seiten 140 and 142.)
- [70] RILLING, G. ; FLANDRIN, P. ; GONÇALVES, P.: On Empirical Mode Decomposition and its Algorithms. (2003), S. 1–16. – IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NISP-03, Grado (I) (Zitiert auf Seite 140.)
- [71] RILLING, G. ; FLANDRIN, P. ; GONÇALVES, P.: On Empirical Mode Decomposition as a Filterbank. (2004). – IEEE Signal Processing Letters 11 (2) (Zitiert auf Seite 140.)
- [72] RISSIEK, W. ; JOHN, W.: A Dynamic Scheduling Algorithm for the Simulation of MOS and Bipolar Circuits Using Waveform Relaxation. (1992), S. 421–426. – EURO-DAC '92 Proceedings of the conference on European design automation (Zitiert auf Seite 14.)
- [73] RÖSCH, O. J.: *Regelung dynamischer Systeme mit stochastischer Zeitverzögerung durch ein Kommunikationsnetzwerk*, Universität Siegen, PhD Dissertation, 2006 (Zitiert auf Seiten 55, 57, 58 and 59.)
- [74] SKOGESTAD, S. ; POSTLETHWAITE, I.: *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*. Second. John Wiley & Sons, 2005. – ISBN 978–0–470–01167–6 (Zitiert auf Seite 99.)
- [75] SLOTINE, J. E. ; LI, W.: *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991. – ISBN 0–13–040890–5 (Zitiert auf Seite 99.)
- [76] TRČKA, M.: *Co-Simulation for Performance Prediction of Innovative Integrated Mechanical Energy Systems in Buildings*, Eindhoven University of Technology, PhD Dissertation, 2008 (Zitiert auf Seiten 9, 10, 113 and 136.)
- [77] TRČKA, M. ; WETTER, M. ; HENSEN, J.: Comparison of Co-Simulation Approaches for Building and HVACR Systems Simulation. (2007), S. 1418–1425. – Building Simulation 2007 (Zitiert auf Seiten 9 and 10.)
- [78] TRČKA, M. ; WETTER, M. ; HENSEN, J.: An Implementation of Co-Simulation for Performance Prediction of Innovative Integrated HVAC Systems in Buildings. (2009), S. 724–731. – Building Simulation 2009 (Zitiert auf Seiten 9 and 10.)
- [79] TROCH, I.: Solving the Discrete Lyapunov Equation Using the Solution of the Corresponding Continuous Lyapunov Equation and Vice Versa. 33 (1988), Nr. 10, S. 944–946. – IEEE Transactions on Automatic Control (Zitiert auf Seite 99.)

- [80] VALASEK, M.: Highly Efficient Models and Simulations - The Basis of Design of Mechatronic Systems. In: *METALURGIJA* (2010), Nr. 40, S. 127–131 (Zitiert auf Seiten 9 and 10.)
- [81] VÖLKER, L.: *Untersuchung des Kommunikationsintervalls bei der gekoppelten Simulation*, Fakultät für Maschinenbau, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), PhD Dissertation, 2010 (Zitiert auf Seiten 2, 10 and 112.)
- [82] WHITE, J. K.: *Multirate Integration Properties of Waveform Relaxation with Application to Circuit Simulation and Parallel Computation*, EECS Department, University of California, Berkeley, PhD Dissertation, 1985. <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/1985/591.html> (Zitiert auf Seite 14.)
- [83] WITRANT, E. ; GEORGES, D. ; WIT, C. Canudas D. ; SENAME, O.: Stabilisation of network controlled systems with a predictive approach. In: *1st Workshop on Networked Control System and Fault Tolerant Control* (2005), S. 1–6 (Zitiert auf Seite 62.)
- [84] WITRANT, E. ; WIT, C. D. ; GEORGES, D. ; ALAMIR, M.: Remote stabilization via time-varying communication network delays: application to TCP networks. In: *International Conference on Control Applications* (2004), S. 1085–1992 (Zitiert auf Seite 62.)

CURRICULUM VITAE



Name:	Martin Benedikt
Geboren:	09. Mai 1978, 9900 Lienz, Tirol
Nationalität:	Österreich
Familienstand:	verheiratet
1984 - 2002	Schul Ausbildung, Lehre zum Elektroinstallateur, - Abschlussprüfung am 22. April 1999 Kolleg für Maschineningenieurwesen und Automatisierungstechnik - Matura am 26. Juni 2002
1999	Präsenzdienst
2002 - 2008	Studium der Telematik an der Technischen Universität Graz  - Abschluss Bakkelaureatsstudium am 14. Februar 2006 - Abschluss Masterstudium am 26. Juni 2008
2007 - 2008	Masterarbeit "Dickenregelung eines Folienextrusionsprozesses" - Bernecker+Rainer Industrie-Elektronik Ges.m.b.H 
2008 - Heute	Angestellter am Kompetenzzentrum Das virtuelle Fahrzeug Forschungsgesellschaft mbH. (ViF) - U. a. Bearbeitung der vorliegenden Dissertation

PUBLIKATIONEN

Thesis

- Benedikt M., Gauge Control for Sheet Extrusion, Master thesis, University of Technology Graz, Institute for Control and Automation (IRT), 2008

Konferenzbeiträge

- Benedikt M., Stippel H. und Watzenig D.; An Adaptive Coupling Methodology for Fast Time-Domain Distributed Heterogeneous Co-Simulation, SAE World Congress 2010, Detroit, April 2010
- Benedikt M.; Novel Approach for Performance Evaluation of Fast Time-Domain Non-Iterative Co-Simulation, Book of Abstracts, 2nd International Conference on Engineering Optimization, 6-9 September, Lisbon, Portugal, 2010
- Benedikt M., Zehetner J., Watzenig D. und Bernasch J.; Modern Coupling Strategies - Is Co-Simulation Controllable?, NAFEMS: The Role of CAE in System Simulation, Wiesbaden, Germany, 2011, 1–10
- Benedikt M., Wimmer P. und Zehetner J.; Co-Simulation Driven Design of Complex Vehicle Dynamic Control Systems, NAFEMS European Conference Multiphysics Simulation 2012, Frankfurt, Germany, 2012

Poster

- Benedikt M., Stippel H. and Watzenig D.; Fast Time-Domain Co-Simulation using Adaptive Macro-Step-Size Control, 3. Grazer Symposium Virtuelles Fahrzeug (GSVF), Graz, Mai 2010

Journals

- Benedikt M., Watzenig D. und Hofer A.; Modelling and Analysis of the Non-Iterative Coupling Process for Co-Simulation, Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, Taylor & Francis, 2012 (eingereicht)

Patente

- Benedikt M., Stippel H. und Bernasch J.; Modellbasierte Methodik und Verfahren zur Quantifizierung der Qualität der Resultate von Co-Simulationen, eingereicht 2010
- Benedikt M., Watzenig D. und Bernasch J.; Nahezu energieerhaltende Kopplungs-Methodik für nicht-iterative Co-Simulation, EU-Patentanmeldung, eingereicht 2010, (EP 2 442 248 A1)