



Dipl.-Ing. Philipp Hadl

**Zum besseren Verständnis der Streuung des Zugtragverhaltens
von stahlfaserbewehrtem Normalbeton und
Ultra-Hochleistungsbeton**

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der technischen Wissenschaften

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

Institut für Betonbau

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Dissertation identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present doctoral dissertation.

Datum / Date

Unterschrift / Signature

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Betonbau der Fakultät für Bauingenieurwesen der Technischen Universität Graz.

Mein besonderer und aufrichtiger Dank gilt meinem Betreuer Univ.-Prof. Nguyen Viet Tue für die Betreuung meiner Arbeit. Er hat durch seine stetige Diskussionsbereitschaft und vielen Hilfestellungen wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Des Weiteren danke ich ihm für die wissenschaftliche Förderung, das fachliche Vertrauen in den letzten Jahren und für die sehr angenehme Zusammenarbeit, die zum erfolgreichen Abschluss verschiedener Forschungsprojekte führte.

Herrn Prof. Eugen Brühwiler danke ich für die Übernahme der zweiten Begutachtung dieser Arbeit.

Meinen Kollegen am Institut für Betonbau, Christoph Betschoga, Regina della Pietra, Peter Heinrich, Hoang Kim, Dirk Schlicke, Nguyen Duc Tung, Katrin Turner, Stefan Oberwalder und Goran Vojvodic danke ich für die Entlastung in den letzten beiden Jahren. Besonders bedanken möchte ich mich bei Johannes Oppeneder für die unzähligen Diskussionen und Michael Huß für die Unterstützung im Labor. Darüber hinaus danke ich Johannes Gröger der durch seine Vorarbeit und fachliche Kompetenz wertvollen Input für diese Arbeit geleistet hat.

Des Weiteren bedanke ich mich beim Team des Labors für konstruktiven Ingenieurbau, allen voran Univ.-Doz. Bernhard Freytag sowie Uwe Fülöp, Reinhard Holzschuster, Hannes Koitz und Josef Linder für die gute Zusammenarbeit in den letzten Jahren und die kompetente Betreuung während der Versuchsdurchführungen.

Der größte Dank gilt abschließend meiner Familie für die stetige Unterstützung. Besonders herzlicher Dank gebührt meiner lieben Frau Sophie, die alle Höhen und Tiefen beim Entstehen dieser Arbeit miterleben musste. Ohne ihr Verständnis und ihre Geduld, sowie ihre aufmunternden Worte wäre die Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt einen Beitrag zum Zugtragverhalten von stahlfaserbewehrtem Normalbeton (NSC) und Ultra-Hochleistungsbeton (UHPC) und beinhaltet sowohl experimentelle als auch theoretische Untersuchungen. Der Fokus liegt dabei auf der Streuung des Nachrisszugtragverhaltens, der Definition der Prozesszonenlänge und auf der Ermittlung von zentrischen Zugspannungs-Dehnungsbeziehungen aus Biegezugversuchen.

Nach der Einleitung und der Definition der Problemstellung erfolgt eine detaillierte Beschreibung der experimentellen Versuche. Diese beinhalten Biegezugversuche an Standardbiegebalken aus faserbewehrtem NSC und UHPC sowie an bauteilähnlichen Balken und Platten. Dabei konnte beobachtet werden, dass die Streuung im Tragverhalten durch eine geeignete Faserzugabe deutlich reduziert werden kann. Anschließend wurden aus den Balken und Platten Scheiben herausgeschnitten und die Faserorientierung und -verteilung mit dem fotooptischen Verfahren bestimmt. Die Ergebnisse zeigen, dass die Faserorientierung bei gleicher Herstellungsart nur in geringer Bandbreite schwankt, während die Faserverteilung stärker streut.

Des Weiteren wird ein numerisches Modell entwickelt, das Kraft-Durchbiegungskurven bzw. Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen von 4-Punkt-Biegezugversuchen berechnet. Da in dem Modell jede Faser separat betrachtet wird, sind die Position zum Riss, die Einbindelänge und der Einbindewinkel für jede Faser bekannt. Durch Iteration der Druckzonenhöhe kann in jedem Querschnitt für jeden Dehnungszustand bzw. jede Rissbreite das resultierende Moment berechnet werden. Die Berechnung der Durchbiegung erfolgt mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte aus dem Integral der Krümmungen und dem Biegemoment am virtuellen System über die Balkenlänge. Die im Bereich der Lokalisation benötigte Prozesszonenlänge kann folglich für jeden Biegebalken durch Vergleich mit dem Versuchsergebnis bestimmt werden. Des Weiteren kann dadurch die zentrische Spannungs-Dehnungslinie sowohl für den verfestigenden als auch entfestigenden Bereich ermittelt werden. Zusätzlich wird im Rahmen der Untersuchungen der Einfluss von Streuungen der Faserverteilung und der Faserorientierung auf das Tragverhalten quantifiziert.

Darauf aufbauend wird ein analytisches Modell entwickelt, mit dem die zentrische Zugspannungs-Dehnungslinie aus den Ergebnissen von Biegezugversuchen direkt ermittelt werden kann. Es ist für Balken mit Deflection-Softening oder Deflection-Hardening Verhalten anwendbar und beinhaltet sowohl die Beschreibung des Tragverhaltens bis zum Erreichen der Peaklast als auch eine genaue Definition der Arbeitslinie im Bereich der Lokalisation. Die benötigte Prozesszonenlänge wird auf Basis der Ergebnisse des numerischen Modells durch Näherungsfunktionen abgeschätzt.

Abschließend erfolgt eine Empfehlung für die Bemessung und Herstellung von normalfestem und ultra-hochfestem Stahlfaserbeton. Der Bemessungsvorschlag behandelt vorwiegend faserbewehrten UHPC mit Deflection-Hardening Verhalten mit und ohne konventionelle Betonstahlbewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. Zusätzlich erfolgt ein Vorschlag zur Modifikation einiger Faktoren in der DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton.

Abstract

The present work deals with the tensile behaviour of steel fibre reinforced normal strength concrete (NSC) and ultra-high performance concrete (UHPC) and includes experimental as well as theoretical investigations. The main objectives are the scattering in the post cracking tensile behaviour, the reasonable definition of the characteristic length and the derivation of tensile-stress strain relationships from bending tests.

After introduction and problem statement, the experimental investigations are outlined in detail. This includes bending tests on standardized prisms made of fibre reinforced NSC and UHPC as well as structural tests on beams and plates. The experimental observations showed that the scattering in the load bearing behaviour can be significantly reduced by an appropriate fibre addition. Subsequently, slices were cut from each specimen after its bending test in order to determine the fibre orientation and distribution. By using photo-optical analyses it was found, that the fibre distribution varied widely among all specimens, while the fibre orientation is very uniform, when all specimens are cast in a continuous process.

Further, a numerical model has been developed that calculates force or flexural tensile strength - mid-span deflection relationships of 4-point-bending tests. In this model, all relevant fibres are considered with their individual position to the crack, embedded length and angle. By iterative calculation of the compression zone height, the cross-sectional load bearing capacity is determined depending on the given curvature or crack width. The deflection is calculated with the principle of virtual work by double integration of the curvatures over the length of the prism. Consequently, the characteristic length, required for the unloading branch, is determined for each bending beam by comparison with experimental results. By this, associated tensile stress-strain relationships are derived from bending tests. Moreover this approach was used to investigate the influence of scattering in the fibre distribution and orientation on the load bearing behaviour.

On basis of the experimental and numerical investigations, an analytical model to determine tensile stress-strain relationships directly from bending tests has been developed. The proposed model is valid for beams with both deflection-softening and deflection-hardening behaviour. Whereby the included constitutive law definition characterizes the hardening phase up to the peak load and the area of localization (unloading branch) integratively. The required characteristic length is estimated by approximation functions based on results of the numerical model.

Finally, comprehensive recommendations for the design and production of steel fibre reinforced NSC and UHPC are derived and presented. The design recommendations focus on fibre reinforced UHPC with deflection-hardening behaviour with or without conventional reinforcement at the ultimate and serviceability limit state. In addition, modifications for several factors in the German guideline for fibre concrete are proposed.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
1.1	Tragverhalten von Stahlfaserbeton	1
1.1.1	Bestimmung der Materialeigenschaften	2
1.1.2	Streuung im Tragverhalten	5
1.2	Ziel der Arbeit	7
2	Versuchsergebnisse	8
2.1	Eigene Versuche mit Normalbeton	8
2.1.1	Begleitversuche	10
2.1.2	Biegezugversuche	10
2.1.3	Faseranzahl in der Bruchfläche vs. Biegetragverhalten	12
2.1.4	Streuung Standardbiegebalken - großformatige Balken	13
2.1.5	Einfluss der Faserzugabe	14
2.2	Eigene Versuche mit UHPC	15
2.2.1	Druckfestigkeit und E-Modul	16
2.2.2	Biegezugversuche	16
2.3	Auswertung der Faserorientierung und -verteilung	19
2.3.1	Theoretische Grundlagen	20
2.3.2	Einfluss der Probekörpergeometrie und des Herstellprozesses	23
2.3.3	Versuchsergebnisse	26
2.3.4	Verteilung der Faserorientierung	29
2.4	Versuche anderer Wissenschaftler	30
2.4.1	Versuche von Gröger	30
2.4.2	Versuche von Müller	33
2.5	Zusammenfassung	34
3	Numerisches Modell	36
3.1	Modellbeschreibung	36
3.1.1	Allgemein	36
3.1.2	Eingaben	44
3.1.3	Verfestigendes Biegetragverhalten	45
3.1.4	Entfestigendes Biegetragverhalten	51
3.2	Nachrechnung der Versuche	58
3.2.1	Versuche mit UHPC	58
3.2.2	Versuche mit Normalbeton	60
3.2.3	Auswertung der Prozesszonlänge	62
3.2.4	Ausgezogene Faserebenen bei Peaklast	66
3.2.5	Auswertung der Druckzonhöhe	67
3.2.6	Auswertung der Betondruckstauchung	69

3.3	Einfluss der Faserverteilung und -orientierung	70
3.3.1	Definition Mindestfasergehalt	70
3.3.2	Streuungskonstante bei optimaler Faserorientierung	72
3.3.3	Faserorientierung im Schnitt vs. Faserorientierung im Volumen	74
3.3.4	Berechnungen zum Einfluss von Verteilung und Orientierung	74
4	Analytisches Modell	82
4.1	Modellbeschreibung	82
4.1.1	Eingaben	83
4.1.2	Verfestigendes Verhalten	84
4.1.3	Entfestigendes Verhalten	87
4.2	Nachrechnung der Versuche	96
4.2.1	Versuche mit UHPC	96
4.2.2	Versuche mit Normalbeton	99
4.2.3	Statistische Auswertung der Zugarbeitslinie	100
4.3	Vergleich der Ergebnisse	103
4.3.1	Vergleich mit dem numerischen Modell	103
4.3.2	Punkt M_{II}/δ_{II} bei Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$	105
4.3.3	Vergleich mit FE-Simulation	105
5	Empfehlung für die Bemessung und Herstellung	107
5.1	Teilsicherheitsbeiwerte	107
5.2	Bemessung von UHPC	108
5.2.1	Bemessungswerte für Druck- und Zugbeanspruchung	109
5.2.2	Faserbewehrter UHPC	112
5.2.3	Faserbewehrter UHPC in Kombination mit Betonstahlbewehrung	114
5.3	Bemessung von stahlfaserbewehrtem Normalbeton	115
5.4	Empfehlung für die Herstellung	117
6	Zusammenfassung und Ausblick	119
	Literaturverzeichnis	122
A	Ergebnisse der Biegezugversuche	A 1
B	Berechnung der Durchbiegung für Standardbiegebalken	B 2
B.1	Fall B	B 2
B.2	Fall C	B 3
B.3	Fall D	B 4
C	Nachrechnung der Biegezugversuche	C 6
C.1	UHPC Standardbiegebalken - 13/0.2 mm - 0.75 %	C 6
C.2	UHPC Standardbiegebalken - 13/0.2 mm - 1.50 %	C 10
C.3	UHPC Standardbiegebalken - 20/0.2 mm - 0.75 %	C 14
C.4	UHPC Standardbiegebalken - 20/0.2 mm - 1.50 %	C 18
C.5	UHPC Platten - 13/0.2 mm - 0.75 %	C 22
C.6	UHPC Platten - 13/0.2 mm - 1.50 %	C 26
C.7	UHPC Platten - 20/0.2 mm - 0.75 %	C 30

C.8	UHPC Platten - 20/0.2 mm - 1.50 %	C 34
C.9	Normalbeton Standardbiegebalken - 60 mm - 30 kg	C 38
C.10	Normalbeton Standardbiegebalken - 60 mm - 60 kg	C 42
C.11	Normalbeton Standardbiegebalken - 30 mm - 30 kg	C 46
C.12	Normalbeton Standardbiegebalken - 30 mm - 60 kg	C 50
C.13	Normalbeton Große Balken - 60 mm - 30 kg	C 54
C.14	Normalbeton Große Balken - 60 mm - 60 kg	C 57
C.15	Normalbeton Große Balken - 30 mm - 30 kg	C 60
C.16	Normalbeton Große Balken - 30 mm - 60 kg	C 63

D Berechnung der Durchbiegung für bauteilähnliche Balken D 66

D.1	Fall A	D 66
D.2	Fall B	D 67
D.3	Fall C	D 68
D.4	Fall D	D 69

1 Einleitung und Motivation

Stahlfaserbeton könnte für viele Anwendungsbereiche wegen des Wegfalls der Bewehrungsarbeit eine gute Alternative zu konventionellem Stahlbeton sein. Mit dem Verzicht auf Betonstahl wird die Herstellung von Bauteilen deutlich vereinfacht, da diese in einem Arbeitsgang hergestellt werden können, was zu wesentlich weniger Arbeitszeitaufwand führt. Folglich ergeben sich wirtschaftliche Vorteile sowohl auf Bauherrenseite als auch für die ausführende Unternehmen. Des Weiteren können Bewehrungsfehler ausgeschlossen werden und bei der Verdichtung kommt es zu keiner Behinderung durch Stabstahl- oder Mattenbewehrung. Da die Stahlfasern bis in die Randzone des Bauteils wirken kommt es zu deutlich weniger Abplatzungen an Ecken und Kanten. Die für die Sicherstellung des Korrosionsschutzes der Bewehrung und für die Einleitung der Verbundkraft notwendige Betondeckung ist nicht erforderlich. Gerade in Zusammenhang mit der Entwicklung von innovativen filigranen Konstruktionen aus ultrahochfestem Beton (UHPC) sowie der vermehrten industriellen Herstellung von Betonbauteilen ergibt sich ein großes potentiell Anwendungsgebiet von Stahlfaserbeton.

Die bekanntlich große Streuung des Nachrisszugtragverhaltens verhindert bislang jedoch eine breitere Anwendung des Stahlfaserbetons, da dadurch sowohl die charakteristischen Materialkennwerte (5%-Quantilwerte) als auch der erforderliche Sicherheitsfaktor negativ beeinflusst werden. Die Standsicherheit von tragenden Bauteilen kann somit häufig allein mit dem Bemessungswert der Nachrisszugfestigkeit nicht nachgewiesen werden, sodass Faserbeton bis heute meist nur bei Bauteilen mit großem Umlagerungsvermögen und geringer Belastung, wie z.B. Fußböden oder Tunnelschalen, zur Anwendung kommt. Verschiedene Untersuchungen, wie z.B. Erdem (2002), Müller (2015) und Gröger (2017), haben gezeigt, dass die große Streuung der Nachrisszugfestigkeit sowohl in normalfesten als auch ultrahochfesten Betonen unabhängig von den Frischbetoneigenschaften vorhanden ist. Es stellt sich in diesem Zusammenhang die Frage, welcher Prozess, begonnen von der Betonherstellung bis zum Betonieren, das spätere Tragverhalten im Bauteil am meisten beeinflusst.

1.1 Tragverhalten von Stahlfaserbeton

Die allgemeine Beschreibung des Tragverhaltens von Stahlfaserbeton war bereits Bestandteil zahlreicher Forschungsarbeiten, wie beispielsweise Erdem (2002), Pfyl (2003), Strack (2007), Jungwirth (2006), Leutbecher (2007) oder Reichel (2010) um stellvertretend nur einige zu nennen. Auch Gröger (2017) gibt in seiner Arbeit einen guten Überblick zur Wirkungsweise von Stahlfasern und folglich dessen Tragverhalten. Daher sei an dieser Stelle auf die genannten Literaturquellen verwiesen.

Naaman & Reinhardt (2015) teilen Stahlfaserbeton grundsätzlich in Strain-Hardening und Strain-Softening Verhalten ein, wie in Abb. 1.1 dargestellt ist. Stahlfaserbetone mit Strain-Hardening Verhalten führen auch unter Biegezugbeanspruchung zwangsläufig zu einem verfestigenden Verhalten (Deflection-Hardening). Hingegen zeigen Stahlfaserbetone mit Strain-Softening Verhalten teilweise ein Deflection-Softening und teilweise ein Deflection-Hardening Verhalten unter Biegezugbeanspruchung, was vorwiegend von der Größe des Nachrisszugtragverhaltens und dem Kraftabfall nach der Erstrissbildung bestimmt wird.

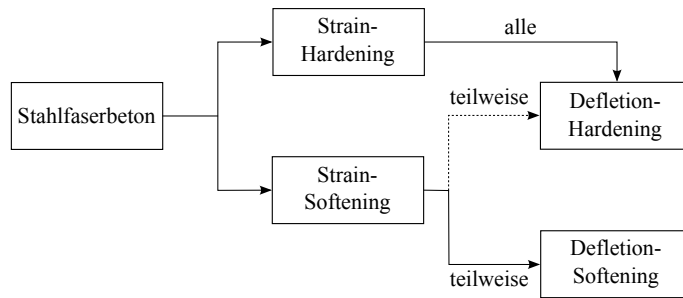


Abb. 1.1: Einteilung von Stahlfaserbeton nach Naaman & Reinhardt (2015)

1.1.1 Bestimmung der Materialeigenschaften

Durch die Vielzahl an Einflüssen ist es nicht möglich allein durch die eingesetzte Faser- menge und die verwendete Betondruckfestigkeitsklasse zuverlässige Rückschlüsse auf das Nachrisszugtragverhalten von Stahlfaserbeton zu ziehen. Zur Klassifizierung des Nachriss- zugtragverhaltens wurden daher verschiedene Verfahren und Methoden entwickelt, die beispielsweise in Erdem (2002) oder Gröger (2017) zusammengestellt und diskutiert wurden. Zentrische Zugversuche erwiesen sich aufgrund der hohen Kosten und der großen Sensibilität gegenüber Abweichungen im Versuchsaufbau für normalfeste Stahlfaserbetone als wenig geeignet. Sowohl die DAfStb- Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) als auch die österreichische Richtlinie Faserbeton (ÖBV (2008)) definieren zur Bestimmung des Zugtragverhaltens und der Leistungsklasse 4-Punkt-Biegezugversuche an Standard- biegebalken. Mit den Last-Durchbiegungskurven wird mittels Umrechnungsfaktoren auf die zentrische Spannungs-Dehnungslinie zurückgerechnet. Die in ÖBV (2008) und DAfStb (2010) definierten Ansätze zur Berechnung der Zugarbeitslinie gelten strenggenommen nur für Biegebalken mit Deflection-Softening Verhalten, da von einem Einzelriss und einer reinen Starrkörperverschiebung ausgegangen wird. Dadurch ist die Rissöffnung w bei einer bestimmten Durchbiegung δ bekannt. Mit der definierten Prozesszonenlänge l_{ch} (in DAfStb (2010) ≈ 130 mm) kann die dazugehörige Dehnung $\varepsilon_t = \frac{w}{l_{ch}}$ berechnet werden (siehe Crack-Band-Model nach Bazant & Oh (1983)).

Durch die fortgeschrittene Betontechnologie lassen sich auch in Normalbeton hohe Faser- gehalte verarbeiten, sodass teilweise auch ein Deflection-Hardening Verhalten beobachtet wird. Bei Deflection-Hardening Verhalten wird die Verformung bzw. Durchbiegung ent- scheidend von der Rissbildung bestimmt. Die Auswertung der Kraft-Durchbiegungskurve bei definierter Verformung, in DAfStb (2010) beispielsweise 0.5 bzw. 3.5 mm, entspricht folglich nicht mehr der bei dieser Durchbiegung unterstellten Rissbreite bzw. Dehnung. Für Biegebalken mit Deflection-Hardening Verhalten ist demnach ein neuer Ansatz zur Berechnung der Spannungs-Dehnungslinie erforderlich.

In Bauteilen aus Faserbeton bildet sich ab einer bestimmten Beanspruchung ein diskreter konzentrierter Makroriss ähnlich einem plastischen Gelenk aus. Bei einer lokalisierten Verformung ist es notwendig die Rissbreite auf eine für die Bemessung benötigte Dehnung durch die Definition einer Bezugslänge l_{ch} umzurechnen. Im Bereich der Bezugslänge, auch als Prozesszonenlänge bezeichnet, nehmen die Krümmungen durch den Faserauszug überproportional zu, sodass die Hypothese von Navier/Bernoulli nicht mehr gilt. Laut Reichel (2010) ist l_{ch} von einer Vielzahl von Faktoren, wie Bauteilhöhe, Druckzonenhöhe, Querschnittsform, Belastungsgrad und Form der Biegemomentenlinie abhängig. In Abb. 1.2 sind der Bereich der Lokalisation und die Prozesszonenlänge schematisch dargestellt.

Da die Krümmung innerhalb der Bezugslänge einen nichtlinearen Verlauf aufweist, wird l_{ch} in den verschiedenen Richtlinien durch eine Länge mit konstanter Krümmung und

gleichem Flächenanteil ersetzt (hier mit l_{lokal} bezeichnet), wie Abb. 1.2 ebenfalls zeigt. Wenngleich es sich hier um eine Vereinfachung handelt, ist dies der einzige wirklich praktikable Ansatz. Zur Bestimmung der genauen Länge von l_{lokal} gibt es bislang keinen einheitliche Vorgehensweise, sodass sich die Definitionen der verschiedenen Richtlinien teilweise stark voneinander unterscheiden. In den meisten Vorschlägen, für eine praktikable ingenieurmäßige Erfassung der Prozesszonenlänge ist die Berücksichtigung des Höheneinflusses gemeint. Würde man bei hohen und niedrigen Bauteilen die gleiche Prozesszonenlänge verwenden, so würden unter Biegebeanspruchung die bei hohen Bauteilen größeren Rissöffnungen zu unrealistisch großen Dehnungen und Krümmungen führen (Reichel (2010)). Auch bei den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modellen (siehe Kapitel 3 und 4) wird von einem rechteckförmigen Verlauf der Prozesszonenlänge ausgegangen.

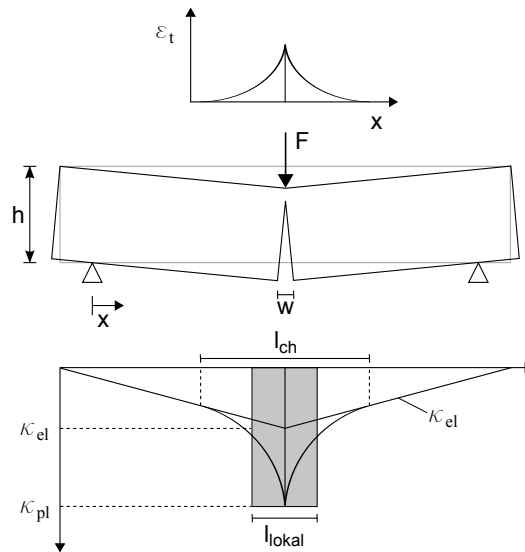


Abb. 1.2: Definition der Prozesszonenlänge l_{lokal} nach Reichel (2010) und Habel (2004)

Bei der Verwendung von UHPC wird in der Regel ein Deflection-Hardening Verhalten beobachtet. Die Rückrechnung auf die zentrische Spannungs-Dehnungslinie erfolgt durch eine inverse Analyse, meistens mittels FE-Berechnung, was mit erheblichem Zeitaufwand verbunden ist (siehe SIA (2014)). Des Weiteren können der verfestigende und der entfestigende Bereich nur schwer mit einem FE-Programm bzw. in einem Rechenlauf abgebildet werden (Gröger (2017)). Alternativ kann die Zugspannungs-Rissöffnungsbeziehung durch direkte Zugversuche bestimmt werden, wie beispielsweise in den Richtlinien SIA (2014) und AFGC (2013) empfohlen wird.

Aufgrund der Einfachheit der 4-Punkt-Biegezugversuche ist es erstrebenswert, die Zugarbeitslinie von UHPC in Zukunft auch durch diese ableiten zu können. Gerade bei Bauteilen aus UHPC ist eine genaue Beschreibung des Zugtragverhaltens unbedingt erforderlich, da bei den filigranen Konstruktionen häufig komplett auf konventionelle Bewehrung verzichtet wird. Bisher ist die Rückrechnung der Spannungs-Dehnungslinie aus den Ergebnissen der Biegezugversuche noch nicht zufriedenstellend gelöst.

Habel (2004) und Spasojevic (2008) beschreiben Modelle zur Ermittlung des Materialgesetzes aus 3-Punkt-Biegezugversuchen mit Strain-Hardening Verhalten und gehen dabei von einem bilinearen Zugspannungsverlauf bis zum Erreichen der residualen Zugfestigkeit aus. In der Arbeit von Spasojevic (2008) werden während der Lokalisation bereits reversible Verformungsanteile berücksichtigt. Weitere Modelle wie beispielsweise von Kanakubo (2006), Qian & Li (2008), Rigaud et al. (2011) und Baby et al. (2013) gelten ebenfalls nur

für UHPC mit Strain-Hardening Verhalten. Des Weiteren wird in den genannten Modellen teilweise nur das verfestigende Verhalten bis zum Erreichen der Peaklast beschrieben. Auch das analytische Modell von Leutbecher (2007), welches unter anderem in Fehling et al. (2013) und Freytag & Santner (2014) aufgegriffen wurde, konnte bis zum heutigen Stand nicht ausreichend genau auf einen Biegezugversuch übertragen werden.

Bei der zur Umrechnung auf die Spannungs-Dehnungslinie benötigten Prozesszonenlänge unterscheiden sich die Ansätze in den verschiedenen Literaturquellen teilweise erheblich. Habel (2004) und Reichel (2010) geben einen Überblick über die verschiedenen Ansätze. Beispielsweise ist in der französischen Richtlinie ein Wert von $\frac{2}{3} \cdot h$ definiert, während Leutbecher (2007) und Fehling et al. (2013) eine Länge von $2 \cdot h$ vorschlagen.

Die französische Richtlinie für UHPC (AFGC (2013)) schlägt zur Bestimmung des Materialgesetzes 3-Punkt- oder 4-Punkt-Biegezugversuche, bzw. zentrische Zugversuche vor. Bei der Durchführung von Biegezugversuchen wird entweder die Mittendurchbiegung oder die Rissöffnung bzw. Dehnung durch Wegaufnehmer an der Balkenunterseite gemessen (siehe Abb. 1.3). Dabei ist zu beachten, dass die gemessene Dehnung bzw. Rissöffnung bei Deflection-Hardening Verhalten einer über mehrere Risse verschmierten Dehnung bzw. Rissöffnung entspricht. So ist diese Vorgehensweise bis zum Erreichen der Peaklast noch einigermaßen nachvollziehbar, im Bereich der Rissöffnung (Lokalisationsbereich) führt diese Dehnung jedoch zu falschen Werten, da in der verschmierten Dehnung auch reversible Verformungsanteile außerhalb des Lokalisationsbereichs enthalten sind. Mit der Momenten-Dehnungsbeziehung wird auf eine zentrische Spannungs-Dehnungslinie zurückgerechnet. Wird im Biegezugversuch nur die Mittendurchbiegung gemessen, so wird in der Inversen Analyse vereinfacht ein bilinearer Zugspannungsverlauf mit horizontalem Plateau nach Erreichen der Erstrisslast unterstellt. Des Weiterem gelten die beschriebenen Verfahren laut AFGC (2013) nur für UHPC mit Strain-Hardening Verhalten.

In der Biegebemessung definieren die meisten Berechnungsansätzen, siehe JSCE (2006) oder SIA (2014), mit Ausnahme von AFGC (2013), keine Begrenzung der Zugdehnung am gezogenen Querschnittsrand. In AFGC (2013) wird die maximal zulässige Dehnung mit 2.5‰ definiert und kann gegebenenfalls erhöht werden, sofern die Materialcharakterisierung durch zentrische Zugversuche erfolgt. Grundsätzlich sollte die maximal zulässige Dehnung jedoch in Abhängigkeit von Fasergehalt und -geometrie bzw. auf Basis von Versuchsergebnissen definiert werden, auch wenn Biegezugversuche zur indirekten Bestimmung des Materialgesetzes verwendet werden.

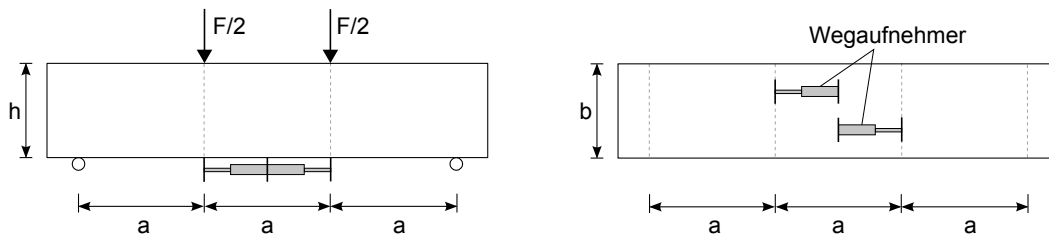


Abb. 1.3: Seitenansicht (links) und Ansicht von Unten (rechts) eines 4-Punkt-Biegezugversuchs nach AFGC (2013) mit Wegaufnehmern an der Balkenunterseite

Das in Kapitel 3 vorgestellte numerische Modell ermöglicht eine genaue Definition der Zugarbeitslinie durch 4-Punkt-Biegezugversuche und der Prozesszonenlänge in Abhängigkeit der Rissbreite. Durch die bekannte Prozesszonenlänge kann die Spannungs-Dehnungslinie aus Biegezugversuchen in weiterer Folge auch direkt bestimmt werden, wie das analytische Modell in Kapitel 4 zeigt. Durch die Nachrechnung von Biegezugversuchen ist auch die

Zugdehnung bei Erreichen der Traglast (Peaklast) im Biegezugversuch bekannt, sodass diese in der Bemessung folglich begrenzt werden kann.

1.1.2 Streuung im Tragverhalten

Das Tragverhalten von Stahlfaserbeton streut bekanntlich und wie bereits erwähnt in großer Bandbreite. In der Regel sind Variationskoeffizienten zwischen 20 und 30% zu erwarten. Beispielsweise beobachteten Molins et al. (2009) in Biegezugversuchen aus Normalbeton Variationskoeffizienten von mehr als 20%. Prisco et al. (2009) berichten über Streuungen der Biegezugfestigkeit von etwa 35% und einem Verhältnis von maximaler zu minimaler Tragfähigkeit von mehr als vier. Auch Barr et al. (2003), Erdem (2002), Strack (2007), Müller (2015) und Gröger (2017) stellten in ihren Untersuchungen große Streuungen im Materialverhalten von normalfestem Stahlfaserbeton fest. In Abb. 1.4 sind exemplarisch die Ergebnisse an 4-Punkt-Biegezugversuchen von Müller (2015) in Form von Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen ($\sigma_{eq.} = \frac{M}{W}$) dargestellt. Alle Probekörper wurden im selben Labor mit demselben Personal und Equipment hergestellt. Nähere Informationen zu den Untersuchungen von Müller (2015) können Abschnitt 2.4.2 entnommen werden.

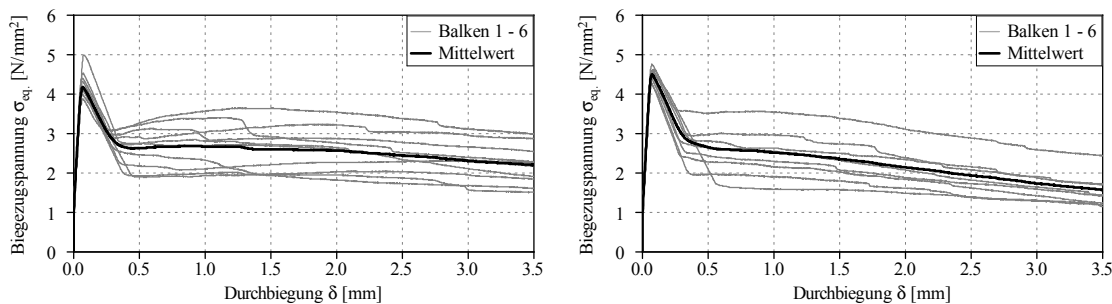


Abb. 1.4: Ergebnisse der 4-Punkt-Biegezugversuche von Müller (2015) mit langen ($l_f/d_f=50/0.6$; 30 kg/m^3 ; links) und kurzen Fasern ($l_f/d_f=30/0.6$; 40 kg/m^3 ; rechts)

Auch im Tragverhalten von faserbewehrtem UHPC konnten große Streuungen beobachtet werden, wie die Untersuchungen in Leutbecher (2007), Reichel (2010) oder Gröger (2017) belegen. Besonders anschaulich wird die Streuung des Materialverhaltens bei der Auswertung des Ringversuchs des DFG Schwerpunktprogramms *SPP 1182 Nachhaltiges Bauen mit UHPC*. Im Zuge des Forschungsschwerpunktes wurden 4-Punkt-Biegezugversuche nach DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) durchgeführt, die in unterschiedlichen Laboren hergestellt und geprüft wurden. Um die Vergleichbarkeit der Versuchskörper zu gewährleisten, wurden der Misch- und Prüfablauf, sowie der Herstellungsprozess vorgegeben und somit konstant gehalten. Zwei Betonmischungen, ein Feinkorn-UHPC (M2Q) und ein Grobkorn-UHPC (B5Q), mit 2.5 Vol.-% Stahlfasern ($l_f/d_f = 9/0.19 \text{ mm}$) wurden untersucht. Je Versuchsserie wurden 6 Biegebalken hergestellt und geprüft. In Abb. 1.5 sind die ermittelten Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen ($\sigma_{eq.} = \frac{M}{W}$) dargestellt. Die große Streuung der Versuchsergebnisse ist offensichtlich.

In Tab. 1.1 sind die beteiligten Organisationen des Ringversuchs sowie die bei 0.5 bzw. 3.5 mm Durchbiegung ermittelten mittleren äquivalenten Biegezugspannungen $\sigma_{eq.,m}$ und dazugehörige Variationskoeffizienten ν dargestellt (Fröhlich & Schmidt (2014)). Dabei fällt auf, dass die Versuchskörper einer Serie (6 Balken) zum Teil nur in geringer Bandbreite streuen ($\approx 5 - 15\%$). Werden alle Versuchskörper gesammelt betrachtet, so ergeben sich Variationskoeffizienten von bis zu 50%. Des Weiteren ist die Streuung bei kleiner Durchbiegung bei allen Versuchsserien geringer als bei größerer Durchbiegung.

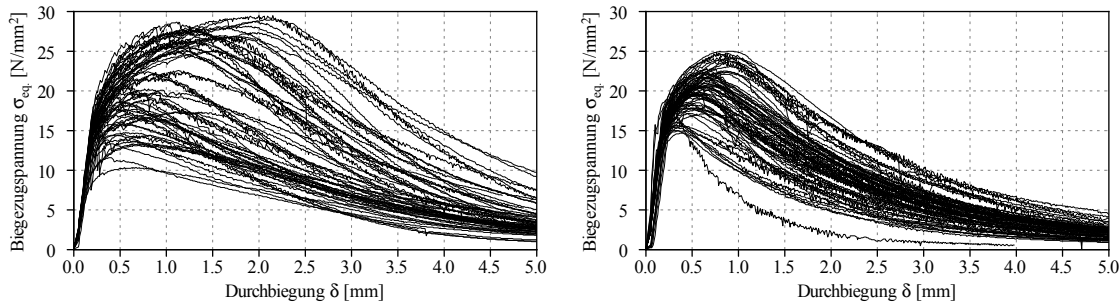


Abb. 1.5: Ergebnisse der Biegezugversuche mit Feinkorn-UHPC (M2Q; links) und Grobkorn-UHPC (B5Q; rechts) aus dem Ringversuch des deutschen Schwerpunktprogramms SPP 1182 (Fröhlich & Schmidt (2014))

Anhand der vorliegenden Daten ist nicht eindeutig feststellbar, welcher Anteil der Streuungen zufolge der verwendeten Prüfmaschine bzw. dem Herstellungsort (Verwendung unterschiedlicher Intensivmischer) zuzuordnen ist. Beispielsweise wurden mit der Mischung M2Q zwei Serien in Kassel hergestellt und geprüft. Die erste Serie ergibt Variationskoeffizienten von 4.5% bzw. 23.4% bei 0.5 mm bzw. 3.5 mm Durchbiegung, die zweite von 22.6% bzw. 57.2%. Die vorliegenden Daten reichen für weitere Rückschlüsse nicht aus, verdeutlichen jedoch die große Streuung im Tragverhalten.

Herstellort	Prüf-ort	M2Q				B2Q			
		0.5 mm		3.5 mm		0.5 mm		3.5 mm	
		$\sigma_{eq.,m}$ [MPa]	ν [%]	$\sigma_{eq.,m}$ [MPa]	ν [%]	$\sigma_{eq.,m}$ [MPa]	ν [%]	$\sigma_{eq.,m}$ [MPa]	ν [%]
A	KS	16.7	7.3	5.7	18.7	20.3	4.3	4.5	24.0
M	KS	17.6	9.4	4.9	13.6	20.2	4.3	3.7	40.0
H	KS	-	-	-	-	15.8	22.8	2.4	31.9
A	A	14.7	16.2	5.8	30.2	20.2	8.2	3.8	15.0
M	M	19.7	5.8	6.2	44.1	19.5	9.2	4.1	27.6
H	H	-	-	-	-	21.5	8.1	3.5	20.2
KS	A	20.2	23.6	9.0	31.3	20.7	1.1	5.3	15.1
KS	M	18.1	23.0	6.8	53.2	16.6	17.9	3.6	23.7
KS	H	23.8	1.5	11.7	36.8	23.8	2.3	6.3	25.2
KS	B	16.2	15.2	7.1	22.9	17.8	3.6	4.3	11.8
KS	KA	21.1	5.8	15.1	37.5	21.7	2.5	6.7	15.9
KS	KS	24.1	4.5	9.1	23.4	19.5	13.2	4.1	24.5
KS	KS	20.7	22.6	7.8	57.2	-	-	-	-
Gesamt		18.9	7.7	19.3	48.5	19.4	4.3	12.9	34.8

A=Aachen; B=Branschweig; H=Hamburg; KA=Kaiserslautern; KS=Kassel; M=München

Tab. 1.1: Herstellungs- und Prüf-ort der Biegebalken sowie Ergebnisse der einzelnen Versuchsserien bei 0.5 bzw. 3.5 mm Durchbiegung aus Fröhlich & Schmidt (2014)

Als Ursache für die großen Streuungen werden z.B. in Lin (1996), Holschemacher et al. (2006), Leutbecher (2007) oder Fehling et al. (2013), um stellvertretend nur einige zu nennen, die Faser- und Faserverteilung und Faserrichtung genannt. Insbesondere der Orientierung der Fasern wurde in der Vergangenheit große Beachtung geschenkt, wie den Untersuchungen in Leutbecher (2007), Fehling et al. (2013) und Freytag (2014) zu entnehmen ist. Unterschiedliche Methoden zur positiven Beeinflussung der Faserrichtung wurden in der Vergangenheit erprobt, die sich allesamt jedoch als wenig praktikabel erwiesen (siehe

Bonzel & Schmidt (1984) und Linsel (2005)). Neuere Erkenntnisse haben gezeigt, dass die inhomogene Faserverteilung im Bauteil hauptverantwortlich für die große Streuung im Tragverhalten ist (Hadl et al. (2015)). Im Rahmen dieser Arbeit werden umfangreiche experimentelle (Kapitel 2) und numerische (Kapitel 3) Untersuchungen durchgeführt, um den Einfluss der Faserverteilung und -orientierung zu quantifizieren.

1.2 Ziel der Arbeit

Der Anspruch dieser Arbeit ist es, einen wertvollen Beitrag zum Tragverhalten von stahlfaserbewehrtem Normalbeton und UHPC zu liefern. Hierbei wird der Fokus einerseits auf die Streuung im Tragverhalten und dessen Ursache gelegt. Dazu werden umfangreiche experimentelle und numerische Untersuchungen durchgeführt um den Einfluss der Faserverteilung und der Faserorientierung auf die Streuung zu quantifizieren. Darauf aufbauend können Empfehlungen für die Herstellung und Bemessung gegeben sowie entsprechende Sicherheitsbeiwerte abgeleitet werden.

Ein weiterer Schwerpunkt der Arbeit befasst sich mit der ordnungsgemäßen Definition der Prozesszonlänge. Dazu wird in Kapitel 3 ein Modell entwickelt, dass jede Faser separat betrachtet, sodass für jede Faser die genaue Position zum Riss, die Einbindelänge und der Einbindewinkel bekannt sind. Durch die Iteration der Druckzonhöhe kann für jeden Dehnungszustand bzw. jede Rissbreite das resultierende Moment berechnet werden. Die Berechnung der dazugehörigen Durchbiegung erfolgt mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte aus dem Integral der Krümmungen und dem Biegemoment am virtuellen System über die Balkenlänge. Die Prozesszonlänge kann folglich für jeden Biegebalken durch Vergleich mit dem Versuchsergebnis exakt bestimmt werden. Auch Einflüsse aus Rissausmitte, reversiblen Verformungen sowie Faserorientierung und -verteilung können quantifiziert werden. Zusätzlich ist die Dehnungsebene bei Erreichen der Peaklast bekannt, sodass eine Aussage über die aktivierten und nicht aktivierten Fasern über die Querschnittshöhe möglich ist.

Des Weiteren wird ein neuer Ansatz zur Definition der Spannungs-Dehnungslinie aus Biegebalken mit Deflection-Hardening Verhalten vorgestellt. Bislang stellen inverse Analysen sehr zeit- und kostenintensive Verfahren dar, die dadurch wenig praktikabel sind. Das analytische Modell in Kapitel 4 beschreibt einen Vorschlag, wie das Materialgesetz direkt aus Biegezugversuchen bestimmt werden kann. Das Modell beinhaltet nicht nur die Beschreibung des Tragverhaltens bis zum Erreichen der Peaklast, sondern auch eine genaue Definition der Zugarbeitslinie im Bereich der Lokalisation (Rissöffnung). Die benötigte Prozesszonlänge wird auf Basis der Ergebnisse des numerischen Modells durch Näherungsfunktionen abgeschätzt.

Durch die Nachrechnung von Biegebalken mit dem numerischen oder analytischen Modell ist die Zugdehnung bei Erreichen der Peaklast bekannt. Folglich kann die Dehnung am gezogenen Querschnittsrand bei der Biegebemessung von UHPC begrenzt werden. In Kapitel 5 erfolgt eine Empfehlung für die Bemessung von faserbewehrtem UHPC mit Deflection-Hardening Verhalten mit und ohne konventionelle Betonstahlbewehrung. Zusätzlich erfolgt ein Vorschlag zur Herstellung von Stahlfaserbeton und zur Modifikation der DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)).

Die Ergebnisse dieser Arbeit sollen die Grundlage bilden um in Zukunft das Materialgesetz von Stahlfaserbeton mit Deflection-Hardening Verhalten aus Biegezugversuchen mechanisch konsistent ableiten zu können. Des Weiteren werden Empfehlungen zum Mischen und Verarbeiten von Faserbeton zur Reduktion der Streuung im Tragverhalten gegeben.

2 Versuchsergebnisse

Im Rahmen dieser Arbeit wurden umfangreiche experimentelle Untersuchungen mit normal- und ultrahochfestem Stahlfaserbeton durchgeführt. Ziel der Versuche war es, den Einfluss der Faserorientierung und -verteilung sowie der Faserzugabeart und der Probekörpergeometrie auf die Streuung im Tragverhalten zu quantifizieren. Zusätzlich werden in diesem Kapitel die Ergebnisse repräsentativer Versuche aus der Literatur zusammengestellt und diskutiert.

2.1 Eigene Versuche mit Normalbeton

Mit normalfestem Stahlfaserbeton wurden bauteilähnliche Balken mit einer Länge von 1.6 m, einer Breite von 0.24 m und einer Höhe von 0.45 m hergestellt. Parallel dazu wurden Standardbiegebalken nach DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) ($B \times H = 0.15 \times 0.15 \text{ m}$) betoniert. Um praxisähnliche Bedingungen zu simulieren, wurden alle Balken in einem Transportbetonwerk hergestellt. Die Versuchsergebnisse wurden bereits in Hadl & Tue (2016) veröffentlicht und sind hier der Vollständigkeit halber nochmal dargestellt. Je Versuchsreihe wurden 4 große, bauteilähnliche Balken und 6 Standardbiegebalken mit derselben Mischung hergestellt. Alle Balken einer Reihe wurden stets in der Form eines langen Trägers (6.4 m bzw. 4.2 m) hergestellt. Dadurch konnten Einflüsse aus der Produktion und Herstellung kleinerer Balken ausgeschlossen und das Tragverhalten entlang eines großformatigen Trägers beurteilt werden. Nach dem Betonieren wurden die durchgehenden Balken mittels Blechplatten in 4 bzw. 6 kleinere Balken unterteilt. Alle Balken wurden nach 28 Tagen mittels 4-Punkt-Biegezugversuchen getestet. Anschließend wurden aus jedem Probekörper Platten herausgeschnitten und die Faserorientierung und -verteilung mit dem fotooptischen Verfahren nach Tue et al. (2007) bestimmt (siehe Abschnitt 2.3). Abb. 2.1 zeigt den schematischen Versuchsablauf.

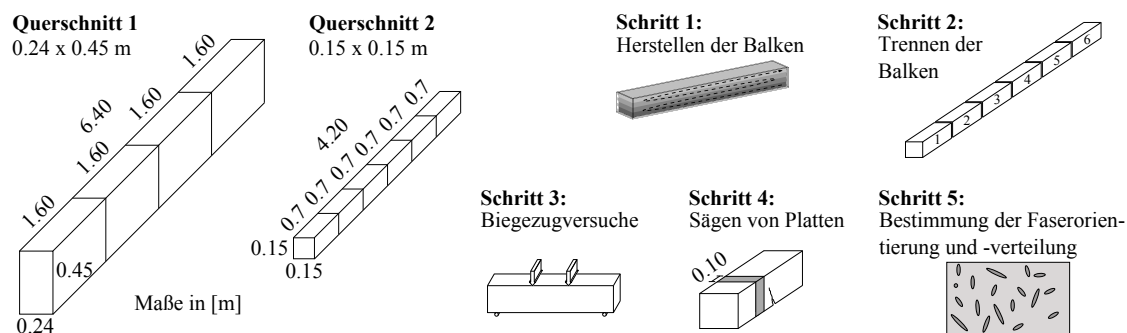


Abb. 2.1: Untersuchte Probekörpergeometrien und schematischer Versuchsablauf (Schritt 1 - 5)

Die Balken unterschieden sich neben der Probekörpergeometrie im Fasergehalt, in der Faserlänge und in der Faserzugabeart. Verwendet wurden gekröpfte Stahlfasern mit Endhaken und ein Fasergehalt ρ_f von 30 bzw. 60 kg/m^3 . Beide Stahlfaserarten – Faserart I ($l_f = 30 \text{ mm}$) und II ($l_f = 60 \text{ mm}$) - hatten einen Durchmesser d_f von 0.8 mm und eine Zugfestigkeit von 1100 N/mm^2 .

	Faserart I (30/0.8 mm)		Faserart II (60/0.8 mm)	
	30 kg/m ³	60 kg/m ³	30 kg/m ³	60 kg/m ³
große, bauteilähnliche Balken (0.45 x 0.24 x 1.60 m ³)	4	4	4	4
Bezeichnung NB-GB-	-30-30	-30-60	-60-30	-60-60
Standardbiegebalken (0.15 x 0.15 x 0.70 m ³)	6	6	6	6
Bezeichnung NB-STBB-	-30-30	-30-60	-60-30	-60-60

Tab. 2.1: Anzahl der Balken je Versuchsserie A - C und Serienbezeichnung (z.B. NB-STBB-30-60)

Um den Einfluss der Faserzugabeart quantifizieren zu können, wurden die Fasern dem Frischbeton unterschiedlich zugegeben. In Serie A wurden die Fasern auf das Förderband der Reihemischanlage dosiert. In Serie B wurden die Fasern mittels Faserdosiermaschine direkt in den Werksmischer zugegeben. In Serie C wurde der Beton ohne Fasern in den Fahrmischer gelassen und anschließend die Fasern per Hand in den Fahrmischer zugegeben. Dabei wurde darauf geachtet, die Fasern nicht stoßweise zuzugeben, um eine potenzielle Igelbildung zu vermeiden. Abb. 2.2 zeigt die verschiedenen Arten der Faserzugabe. In Summe wurden 48 große Balken und 72 Standardbiegebalken geprüft, wie Tab. 2.1 zeigt.

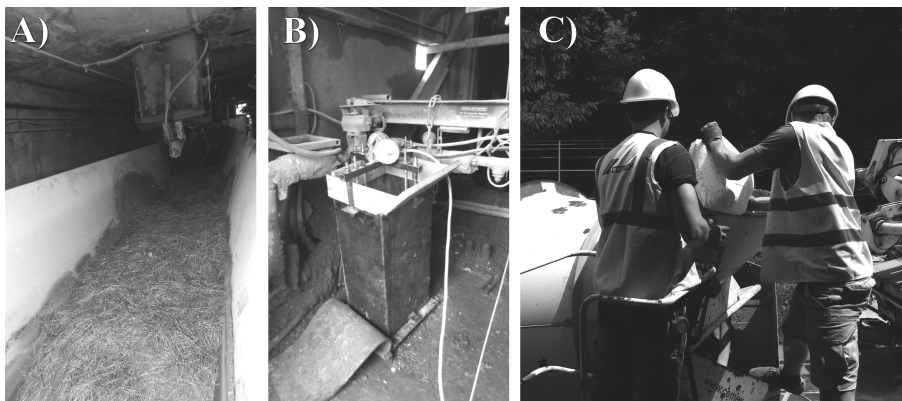


Abb. 2.2: Zugabe der Fasern auf das Förderband (Serie A), mittels Faserdosiermaschine (Serie B) und in den Fahrmischer (Serie C)

Um die Vergleichbarkeit der einzelnen Versuchsserien zu gewährleisten, wurde die Betonzusammensetzung konstant gehalten. Alle Balken wurden lagenweise betoniert, sodass der Einbau in mehreren Schichten erfolgte. Der verwendete Beton hatte ein Größtkorn von 16 mm und die Frischbetonkonsistenz F4 (Ausbreitmaß 49 – 55 cm), wobei die Steuerung der Konsistenz über die Fließmitteldosierung erfolgte. In Hadl et al. (2015) wurde bereits festgestellt, dass die Frischbetonkonsistenz und die Rüttelgassen keinen nennenswerten Einfluss auf die Streuung im Tragverhalten haben. Dennoch wurde darauf geachtet, die Rüttelgassen am Rand bzw. außerhalb der späteren maximalen Momentenbelastung im Biegezugversuch anzuordnen. Abb. 2.3 zeigt die Rüttelgassen. Die Balken der Serien A und B wurden mittels Radlader befüllt, Serie C direkt aus dem Fahrmischer.

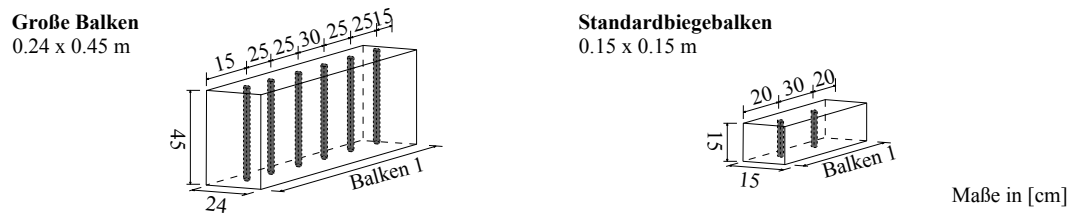


Abb. 2.3: Anordnung der Rüttelgassen

2.1.1 Begleitversuche

Entsprechend den Ergebnissen der Begleitversuche konnte der Beton nach ON-B4710 (2007) als C25/30 mit einer mittleren Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl.}$ von 33 N/mm^2 und einem Elastizitätsmodul E_{cm} nach ONR-23303 (2009) von ca. 33000 N/mm^2 charakterisiert werden. Die Prüfung des Elastizitätsmoduls und der Druckfestigkeit ergab, dass die verschiedenen Stahlfaserarten und -mengen keinen nennenswerten Einfluss auf diese Materialeigenschaften haben.

2.1.2 Biegezugversuche

Der Versuchsaufbau und -ablauf der Biegezugversuche erfolgte in Anlehnung an die DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton DAfStb (2010). Die großformatigen Balken hatten einen Auflagerabstand von 1.50 m und einen Abstand zwischen den Kräfteinleitungspunkten von 0.30 m ; die Standardbiegebalken eine Stützweite von 0.60 m und eine Belastung an den Drittelpunkten, wie in Abb. 2.4 ersichtlich ist. Alle Probekörper wurden im Versuch um 90° gedreht, sodass die abgezogene Fläche seitwärts stand. Dadurch wurde dem Einfluss von etwaigem Faserabsetzen Rechnung getragen. Um keine Normalkraft in die Balken einzuleiten, wurden die Balken auf frei beweglichen Stahlrollen gelagert.

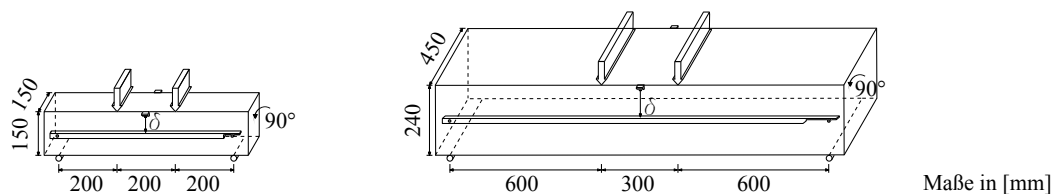


Abb. 2.4: Versuchsaufbau der Biegezugversuche für Standardbiegebalken (links) und große, bauteilähnliche Balken (rechts)

In allen Biegezugversuchen trat der Riss zwischen den Kräfteinleitungspunkten und somit im Bereich der maximalen Momentenbelastung auf. Unabhängig vom Fasergehalt (30 bzw. 60 kg/m^3) wurde in allen Versuchskörpern ein Kraftabfall nach der Rissbildung beobachtet (Deflection-Softening Verhalten). Der Kraftanstieg bis zum Erreichen der Matrixbiegezugfestigkeit verlief weitestgehend linear, gefolgt von einem Kraftabfall von bis zu 70% bei einer Durchbiegung $\delta = 0.25 \text{ mm}$. In Abb. 2.5 sind die Ergebnisse aus Versuchsserie B in Form von Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen ($\sigma_{eq.} = \frac{M}{W}$) dargestellt. Weiters ist der dazugehörige Variationskoeffizient ν ersichtlich, der sich aus der ermittelten Standardabweichung geteilt durch den Mittelwert bei einer bestimmten Durchbiegung ergibt. Die Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen der Serien A und C sind in Anhang A dargestellt.

Mit Faserart I (kurze Fasern) konnte in allen Versuchen ein reines Softening-Verhalten beobachtet werden. Besonders mit geringem Fasergehalt (30 kg/m^3) fällt die Kraft nach

der Rissbildung schnell ab. Versuchskörper mit Faserart II (lange Fasern) zeigten nach der Rissbildung ebenfalls einen Kraftabfall. Die weitere Aktivierung der Fasern führte jedoch zu einem erneuten Kraftanstieg. Die Streuung der Nachrisszugfestigkeit der Balken der Serie B ist erwartungsgemäß klein, was auf eine sehr homogene Faserverteilung und –orientierung hindeutet. Die Ergebnisse der Serien A und C streuen stärker, wie in Tab. 2.2 ersichtlich ist.

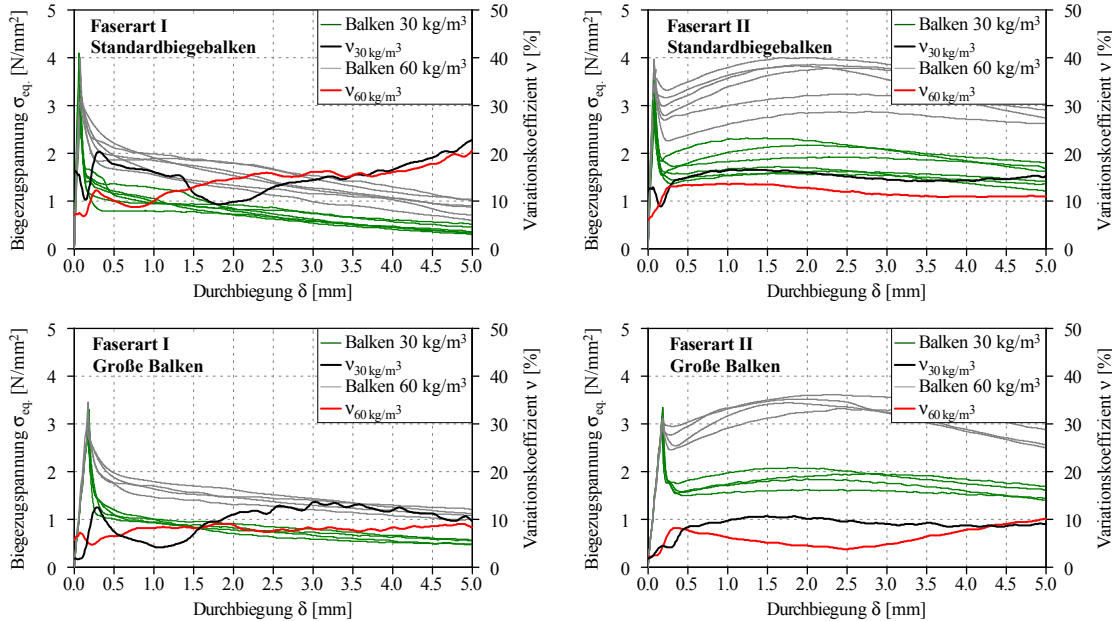


Abb. 2.5: Ergebnisse der Biegezugversuche aus Serie B

Die statistische Auswertung der Versuche in Tab. 2.2 zeigt, dass die Streuung in der Nachrisszugfestigkeit durch eine geeignete Faserzugabe (mittels Faserdosiermaschine) reduziert werden kann. Der Mittelwert $\sigma_{eq,m}$, der Variationskoeffizient ν sowie der 5%-Quantilwert aller Versuchsserien sind für eine Durchbiegung von 0.5 mm (SLS) und 3.5 mm (ULS) dargestellt (siehe DAfStb (2010)). Die mittlere Nachrissbiegezugfestigkeit an Standardbiegebalken ist stets geringfügig größer als bei großformatigen Balken, was auf den Maßstabeffekt zurückzuführen ist. Des Weiteren ist die Nachrissbiegezugfestigkeit deutlich von der Faserlänge abhängig. Mit langen Fasern können auch bei kleiner Durchbiegung größere Kräfte übertragen werden. Dies ist auf das geringe l_f/d_f -Verhältnis der kurzen Fasern (Faserart I) sowie den geringen Fasergehalt und der damit verbundenen geringen Anzahl an effektiven Fasern zurückzuführen. Bei größerer Verformung ($\delta = 3.5$ mm) ist der Einfluss der Faserlänge erwartungsgemäß noch dominanter.

Die unterschiedliche Streuung der einzelnen Serien führt dazu, dass sich die zugehörigen charakteristischen Werte zum Teil deutlich voneinander unterscheiden. Weiters ist ersichtlich, dass die Streuung mit zunehmendem Fasergehalt und Querschnittsfläche abnimmt. Die mit Standardbiegebalken erzielten Variationskoeffizienten sind bei entsprechender Faserverteilung stets größer als bei den Versuchen mit großformatigen Balken. Weiters ist die Streuung bei kurzen Fasern größer als bei langen Fasern.

				$\delta = 0.5 \text{ mm}$			$\delta = 3.5 \text{ mm}$		
Faser- art	QS [m ²]	ρ_f [kg/m ³]		$\sigma_{eq.,m}$ [MPa]	ν [%]	5%-Q. [MPa]	$\sigma_{eq.,m}$ [MPa]	ν [%]	5%-Q. [MPa]
Serie A (Förderband)	I	0.15x0.15	30	1.1	21.9	0.64	0.6	36.1	0.18
			60	2.1	16.4	1.43	1.1	24.0	0.58
		0.24x0.45	30	1.0	17.5	0.64	0.6	34.1	0.17
			60	1.8	14.9	1.25	1.2	17.3	0.73
	II	0.15x0.15	30	1.8	15.7	1.25	1.7	15.6	1.20
			60	3.3	15.9	2.26	3.1	16.1	2.16
	0.24x0.45	30	1.8	14.7	1.23	1.6	13.7	1.15	
		60	2.9	13.2	2.11	3.3	16.5	2.17	
Serie B (Faserdosiermaschine)	I	0.15x0.15	30	1.1	17.9	0.72	0.6	14.2	0.4
			60	2.0	9.4	1.59	1.2	14.8	0.83
		0.24x0.45	30	1.1	8.8	0.87	0.6	11.7	0.46
			60	1.9	6.8	1.59	1.3	8.1	1.05
	II	0.15x0.15	30	1.7	14.9	1.20	1.7	14.1	1.24
			60	3.0	13.5	2.25	3.4	10.7	2.67
	0.24x0.45	30	1.6	8.9	1.31	1.7	9.2	1.40	
		60	2.8	8.2	2.30	3.2	6.7	2.73	
Serie C (Fahrnischer)	I	0.15x0.15	30	1.1	20.1	0.70	0.6	33.3	0.22
			60	2.4	13.0	1.82	1.0	25.5	0.52
		0.24x0.45	30	1.1	16.7	0.70	0.6	15.6	0.39
			60	1.7	11.4	1.30	1.2	17.3	0.76
	II	0.15x0.15	30	1.8	24.8	0.91	1.9	26.3	0.93
			60	3.3	15.3	2.35	3.0	12.4	2.30
	0.24x0.45	30	1.7	8.5	1.39	1.7	13.6	1.20	
		60	2.8	11.5	2.08	3.2	9.4	2.53	

Tab. 2.2: Statistische Auswertung der Biegezugversuche

2.1.3 Faseranzahl in der Bruchfläche vs. Biegetragverhalten

Die Standardbiegebalken wurden nach dem Biegezugversuch in zwei Hälften geteilt, um die Faseranzahl in der Rissfläche zu ermitteln. Die Fasern wurden in beiden Bruchflächen gezählt und addiert. Dabei wurde zwischen tatsächlicher Faseranzahl $N_{tat.}$ und der effektiven Faseranzahl $N_{eff.}$ unterschieden. $N_{tat.}$ beschreibt die gesamte Anzahl an Fasern in der Bruchfläche unabhängig von deren Einbindelänge und -orientierung. Als effektiv zählten Fasern, wenn ihr Endhaken im Versuch geradegezogen wurde, sie eine Einbindelänge von mindestens 5 mm hatten und sie während des Biegezugversuchs in der Zugzone lagen. Die Zugzone wurde vereinfacht gemäß DAfStb (2010) mit 9/10 der Balkenhöhe angenommen. Die genaue Lage der Fasern in der Zugzone wurde nicht berücksichtigt. Abb. 2.6 zeigt, dass ein eindeutiger Zusammenhang zwischen $N_{eff.}$ und der beobachteten äquivalenten Biegezugspannung $\sigma_{eq.}$ bei 0.5 bzw. 3.5 mm Durchbiegung besteht. Die Korrelation mit $N_{tat.}$ ist kleiner, weshalb hier auf eine Darstellung verzichtet wird. Ähnliche Ergebnisse stellte Müller (2015) in seinen Untersuchungen fest.

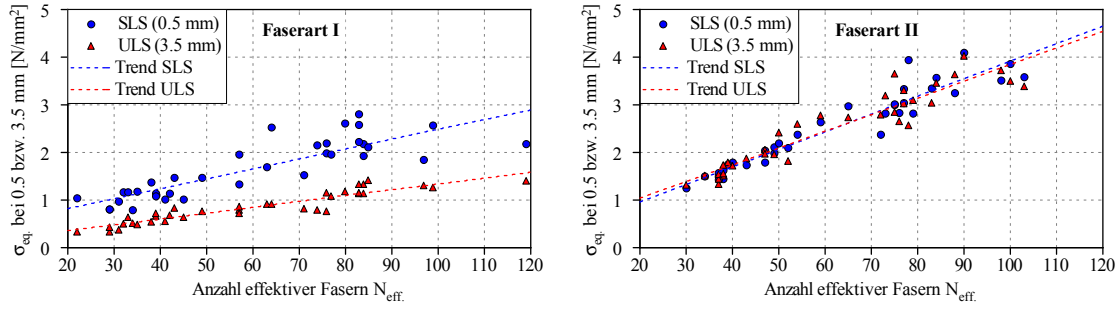


Abb. 2.6: Korrelation von N_{eff} und der beobachteten äquivalenten Biegezugspannung σ_{eq} bei 0.5 bzw. 3.5 mm Durchbiegung

2.1.4 Streuung Standardbiegebalken - großformatige Balken

Wie erwähnt, führt die Zugabe mittels Faserdosiermaschine (Serie B) zu den gleichmäßigsten Ergebnissen. Bei genauerer Betrachtung der Variationskoeffizienten bei $\delta = 0.5$ bzw. 3.5 mm fällt auf, dass die Streuung mit zunehmendem Fasergehalt und Querschnittsfläche abnimmt. Die Streuungen an Standardbalken sind wesentlich größer als bei großformatigen Balken. Eine Abnahme der Streuung mit zunehmender Querschnittsfläche konnte auch in Erdem (2002) und Lingemann & Zilch (2013) festgestellt werden. In Lingemann & Zilch (2013) wird die mit zunehmender Querschnittsfläche abnehmende Streuung theoretisch mit dem Varianzfortpflanzungsgesetz erklärt. Tritt bei einer gezogenen Querschnittsfläche $A_{ct,i}$ der Variationskoeffizient V_i auf, so kann die Streuung $V_{cal.}(A_{ct})$ für ein Vielfaches der Fläche $A_{ct,i}$ nach Glg. 2.1 ermittelt werden. In Lingemann & Zilch (2013) werden die Ergebnisse der dortigen experimentellen Untersuchungen damit gut wiedergegeben. Alternativ dazu wird von den genannten Autoren ein eher konservativer Ansatz nach Glg. 2.2 vorgeschlagen. Dabei wird von einem maximalen Variationskoeffizienten von 25% bei kleinformatigen Probekörpern ausgegangen.

$$V_{cal.}(A_{ct}) = V_i \cdot \sqrt{\frac{A_{ct}}{A_{ct,i}}} \quad (2.1)$$

$$V(A_{ct}) = 0.1 \cdot A_{ct}^{-0.25} \quad (2.2)$$

In Abb. 2.7 ist ersichtlich, dass die Streuung der Biegezugversuche aus Serie B mit steigender mittlerer Faseranzahl im Schnitt zuerst potenziell abnimmt und sich bei sehr großen Faseranteilen asymptotisch einem Grenzwert von ca. 5% annähert. Weiters werden die Ergebnisse aus Serie B mit Glg. 2.1 ($V_i = 20\%$) und Glg. 2.2 gegenübergestellt. Zusätzlich sind die Versuchsergebnisse mit UHPC, welche in Abschnitt 2.2 genau beschrieben werden, dargestellt. Die Betonflächen A_{ct} bzw. $A_{ct,i}$ werden dabei auf eine äquivalente Faseranzahl im Schnitt umgerechnet. Die äquivalente Faseranzahl im Schnitt ist bei bekanntem Fasergehalt, -geometrie und -orientierung nur abhängig von der Probekörpergeometrie, siehe Glg. 2.13 in Abschnitt 2.3.1. Die äquivalente Faseranzahl ändert sich folglich im selben Verhältnis wie die Probekörpergeometrie. In Abb. 2.7 ist zu erkennen, dass mit Glg. 2.1 die Abnahme der Streuung mit zunehmender mittlerer Faseranzahl im Schnitt deutlich überschätzt wird. Der Ansatz nach Glg. 2.2 stellt hingegen eine sehr konservative Annahme dar, der die Streuung im Tragverhalten grundsätzlich überschätzt. Eine bessere Näherung liefert Glg. 2.3, die auf Glg. 2.2 beruht.

$$V(A_{ct}) = 0.05 \cdot A_{ct}^{-0.25} \quad (2.3)$$

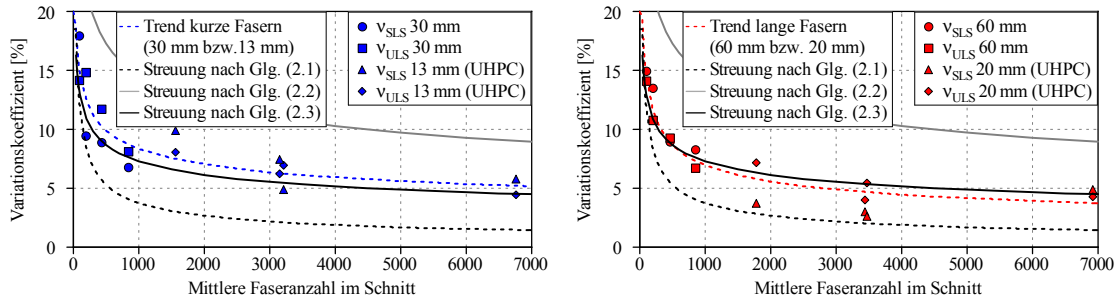


Abb. 2.7: Abnahme des Variationskoeffizienten mit steigender mittlerer Faseranzahl im Schnitt bei 0.5 mm (links) bzw. 3.5 mm Durchbiegung (rechts)

2.1.5 Einfluss der Faserzugabe

Die Ergebnisse der 4-Punkt-Biegezugversuche verdeutlichen, dass die Streuung im Nachrisszugtragverhalten von Stahlfaserbeton durch eine geeignete und sorgfältige Faserzugabe reduziert werden kann. Bis jetzt wurde der Art der Faserzugabe nur wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Wenngleich hier nur Stahlfasern mit Endhaken verwendet wurden, so ist davon auszugehen, dass dies auch für andere Fasergeometrien bzw. -formen gilt. Bei geraden Fasern ist allerdings zu erwarten, dass die Streuung generell geringer ist, da Fasern ohne Endhaken nicht so stark zu Agglomeration neigen und der Einfluss auf die Frischbetoneigenschaften geringer ist.

Die Zugabe der Fasern auf das Förderband (Serie A) liefert die größten Streuungen gefolgt von der Zugabe in den Fahrnischer (Serie C). Durch die Zugabe mittels Faserdosiermaschine werden die gleichmäßigsten Ergebnisse erzielt. Eine geringe Streuung der Nachrisszugfestigkeit infolge geeigneter Faserzugabe konnte auch in Hadl et al. (2015) beobachtet werden. Abb. 2.8 zeigt einen Vergleich der erzielten Variationskoeffizienten aus den Biegezugversuchen bei 0.5 mm (ν_{SLS}) bzw. 3.5 mm Durchbiegung (ν_{ULS}).

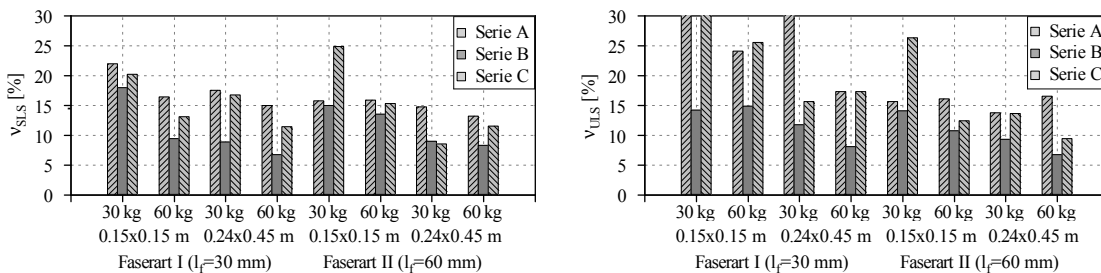


Abb. 2.8: Streuung der Biegezugfestigkeit in Abhängigkeit der Faserzugabeart (Serie A - C) bei 0.5 mm (links) und 3.5 mm Durchbiegung (rechts)

Zur Kontrolle der Faserverteilung definiert die DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) Auswaschversuche oder alternativ ein induktives Messverfahren. Dazu werden aus einem Fahrnischer drei Frischbetonteilproben, aus dem ersten, zweiten und dritten Drittel der Ladung entnommen und der vorhandene Fasergehalt bestimmt. Die Probemenge beträgt 10 bis 15 l. Dieser Methode ermöglicht es, sicherzustellen, dass die Fasern im Fahrnischer global gesehen gleichmäßig verteilt sind. Anzumerken ist, dass die Menge von 15 l beinahe einem gesamten Standardbiegebalken entspricht, sodass es durch diese Methode nicht möglich ist, die Streuung im lokalen Tragverhalten wiederzugeben. Daher sollte die Probemenge zur Sicherstellung der Faserverteilung in Abhängigkeit der Bauteilgeometrie festgelegt werden.

Wie durch die Auswertung der Versuche gezeigt wurde ist eine Faserzugabe mittels Faserdosiermaschine am sinnvollsten und führt theoretisch zu den größten Bemessungswerten. Zur Erzielung eines gleichmäßigen Tragverhaltens, ist in jedem Fall die in DAfStb (2010) vorgegebene Mischdauer einzuhalten, sofern die Fasern direkt in den Fahrmischer zugegeben werden.

2.2 Eigene Versuche mit UHPC

Die Untersuchungen mit UHPC beinhalteten plattenartige Probekörper und Standardbiegebalken nach DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)). Die dünnen Platten hatten eine Höhe von 0.05 m und eine Breite von 0.2 m; die Standardbiegebalken eine Breite und Höhe von 0.15 m. Durch die verschiedenen Querschnittsgeometrien war es möglich die Ergebnisse an bauteilähnlichen Platten mit Standardbiegebalken zu vergleichen. Neben der Probekörpergeometrie unterschieden sich die Balken im Fasergehalt und in der Faserlänge. Verwendet wurden gerade Stahlfasern (Faserart I $l_f/d_f = 13/0.2$ mm; Faserart II $l_f/d_f = 20/0.2$ mm) und ein Fasergehalt ρ_f von 0.75 Vol.-% bzw. 1.50 Vol.-%. Die Versuchsergebnisse wurden bereits in Hadl et al. (2016) veröffentlicht und sind hier der Vollständigkeit halber nochmal dargestellt.

Jede der 8 Versuchsserien bestand aus 6 Probekörpern, die stets in der Form eines langen Trägers (4.2 m) hergestellt wurden. Dadurch konnten Einflüsse aus der Produktion und Herstellung kleinerer Balken ausgeschlossen und das Tragverhalten entlang eines großformatigen Trägers beurteilt werden. Nach Erhärten des Betons wurden aus jedem durchgehenden Träger 6 kleinere Balken/Platten (Länge 0.7 m) herausgeschnitten, wie Abb. 2.9 zeigt. Anschließend wurden mit allen Balken und Platten 4-Punkt-Biegezugversuche durchgeführt. Um Informationen zur Faserorientierung und -verteilung zu erhalten, wurden aus jedem Probekörper nach dem Biegezugversuch Scheiben herausgeschnitten und die Faserorientierung und -verteilung mit dem fotooptischen Verfahren nach Tue et al. (2007) bestimmt (siehe Abschnitt 2.3). Abb. 2.9 zeigt den Versuchsablauf.

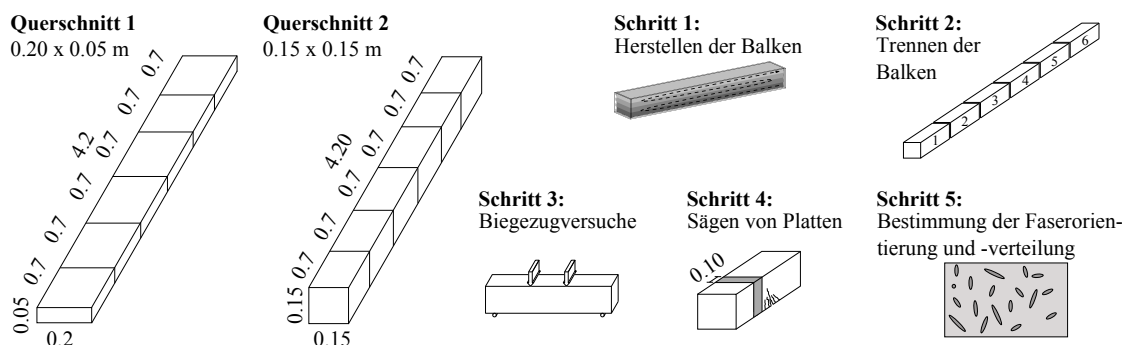


Abb. 2.9: Untersuchte Probekörpergeometrien und schematischer Versuchsablauf (Schritt 1 - 5)

Voraussetzung für ein gleichmäßiges Tragverhalten von UHPC ist eine möglichst homogene Faserverteilung am Ende des Mischprozesses (Freytag & Santner (2014)). Während dem Betonieren, ändert sich die Faserverteilung nur mehr in geringem Maße. Voraussetzung dazu sind allerdings entsprechende Frischbetoneigenschaften (keine Fasersedimentation, siehe Abschnitt 2.3.2). Die Faserorientierung ist hingegen vom Herstellprozess abhängig und wird in Abschnitt 2.3 genau beschrieben. Daher wurden die Fasern während des Mischprozesses, nachdem der Nullbeton eine fließfähige Konsistenz erreicht hatte, kontinuierlich mittels Faserdosiermaschine zugegeben. Durch die Faserdosiermaschine wurden

die Fasern vor dem Einmischen vereinzelt, sodass keine Faserbündel (Igel) in den Mischer beigegeben wurden. Werden die Fasern stoßartig in den Mischer zugegeben, so reicht die Mischenergie häufig nicht aus, um eine Igelbildung zu vermeiden, insbesondere bei Mischern mit niedriger Mischintensität. Die Neigung zur Igelbildung steigt bekanntlich mit zunehmendem Fasergehalt und Faserschlankeit ($\lambda = l_f/d_f$).

	Faserart I (13/0.2 mm)		Faserart II (20/0.2 mm)	
	0.75 Vol.-%	1.50 Vol.-%	0.75 Vol.-%	1.50 Vol.-%
Platten (0.05 x 0.15 x 0.70 m ³)	6	6	6	6
Bezeichnung UHPC-PLAT-	-13-0.75	-13-1.50	-20-0.75	-20-0.75
Standardbiegebalken (0.15 x 0.15 x 0.70 m ³)	6	6	6	6
Bezeichnung UHPC-STBB-	-13-0.75	-13-1.50	-20-0.75	-20-1.50

Tab. 2.3: Anzahl der Balken und Serienbezeichnung (z.B. UHPC-STBB-13-1.50)

Alle 4.2 m langen Balken/Platten wurden lagenweise in Schichten befüllt. Jeder Balken und jede Platte wurden mit einer separaten Mischung hergestellt. Der selbstverdichtende UHPC hatte ein Setzmaß nach DAfStb (2003) von ca. 800 mm, gemessen auf einer trockenen Stahlplatte. Durch die selbstständige Nivellierung und Entlüftung des Betons wurde die Faserverteilung durch den Herstellprozess nicht beeinflusst. Nach dem Betonieren wurde die freie Betonoberfläche mittels Plastikfolie abgedeckt und die Balken nach 24 h ausgeschalt. Die Lagerung der Prüfkörper erfolgte bis zum Prüfalter von 28 Tagen bei einer Raumtemperatur von 20°C. Parallel dazu wurden Probekörper zur Bestimmung der Würfel- und Zylinderdruckfestigkeit sowie des E-Moduls für jede Betonart hergestellt.

2.2.1 Druckfestigkeit und E-Modul

Wie zu erwarten war, haben die verschiedenen Stahlfaserarten und -mengen keinen nennenswerten Einfluss auf die Druckfestigkeit. Die Würfeldruckfestigkeit (Kantenlänge 100 mm) wurde für alle Versuchsserien zu $f_{c,cube} \approx 190 \text{ N/mm}^2$ und die Zylinderdruckfestigkeit ($L/D = 200/100 \text{ mm}$) zu $f_{c,cyl.} \approx 185 \text{ N/mm}^2$ bestimmt. Die Prüfung des Elastizitätsmodul E_{cm} nach ONR-23303 (2009) ergab $\approx 52500 \text{ N/mm}^2$, wobei ein leichter Anstieg von E_{cm} mit zunehmendem Fasergehalt beobachtet wurde, wie in Tab. 2.4 dargestellt ist.

Faserart		I (13/0.2 mm)		II (20/0.2 mm)	
ρ_f	[Vol.-%; kg/m ³]	0.75; 58.9	1.50; 117.8	0.75; 58.9	1.50; 117.8
$f_{c,cube}^{(*1)}$	[N/mm ²]	194.1	191.8	192.2	197.8
$f_{c,cyl.}^{(*2)}$	[N/mm ²]	184.9	185.5	184.4	182.0
$E_{cm}^{(*2)}$	[N/mm ²]	52100	52700	52300	52800

(*1) Mittelwert aus 6 Proben; (*2) Mittelwert aus 3 Proben

Tab. 2.4: Ergebnisse der Begleitversuche

2.2.2 Biegezugversuche

Der Versuchsaufbau und -ablauf der Biegezugversuche erfolgte in Anlehnung an die DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton DAfStb (2010). Alle Probekörper hatten eine Stützweite

von 0.60 m und eine Belastung an den Drittelpunkten, wie in Abb. 2.10 dargestellt ist. Die Standardbiegebalken wurden im Versuch um 90° gedreht, sodass die abgezogene Fläche seitwärts stand. Dadurch wurde dem Einfluss von etwaigem Faserabsetzen Rechnung getragen. Die Oberfläche der Platten wurden plangeschliffen, um im Kräfteinleitungsbereich Kraftkonzentrationen zu vermeiden. Um keine Normalkraft in die Balken einzuleiten, wurden die Balken auf frei beweglichen Stahlrollen gelagert.

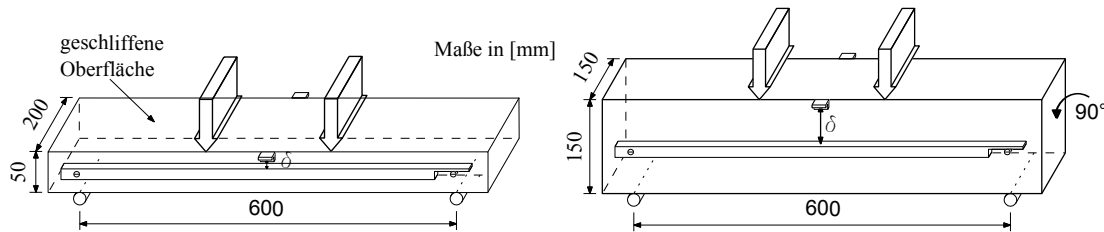


Abb. 2.10: Versuchsaufbau der Biegezugversuche für Platten (links) und Standardbiegebalken (rechts)

Die Ergebnisse der Biegezugversuche sind in Abb. 2.11 und 2.12 in Form von Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen dargestellt ($\sigma_{eq.} = \frac{M}{W}$) dargestellt. Die verwendeten Fasergehalte und -geometrien führten in allen Versuchen zu einer Mehrfachrissbildung (Deflection-Hardening Verhalten). Die unterschiedliche Querschnittsgeometrie der Balken bzw. Platten führte dazu, dass sich die Verläufe der Versuchskurven deutlich voneinander unterscheiden. Dies ist mit dem Maßstabeffekt zu begründen. Bei Platten treten bei gleicher Durchbiegung δ im Vergleich zu Standardbiegebalken deutlich kleinere Dehnungen auf. Weiters ist in Abb. 2.11 der zugehörige Variationskoeffizient ν dargestellt.

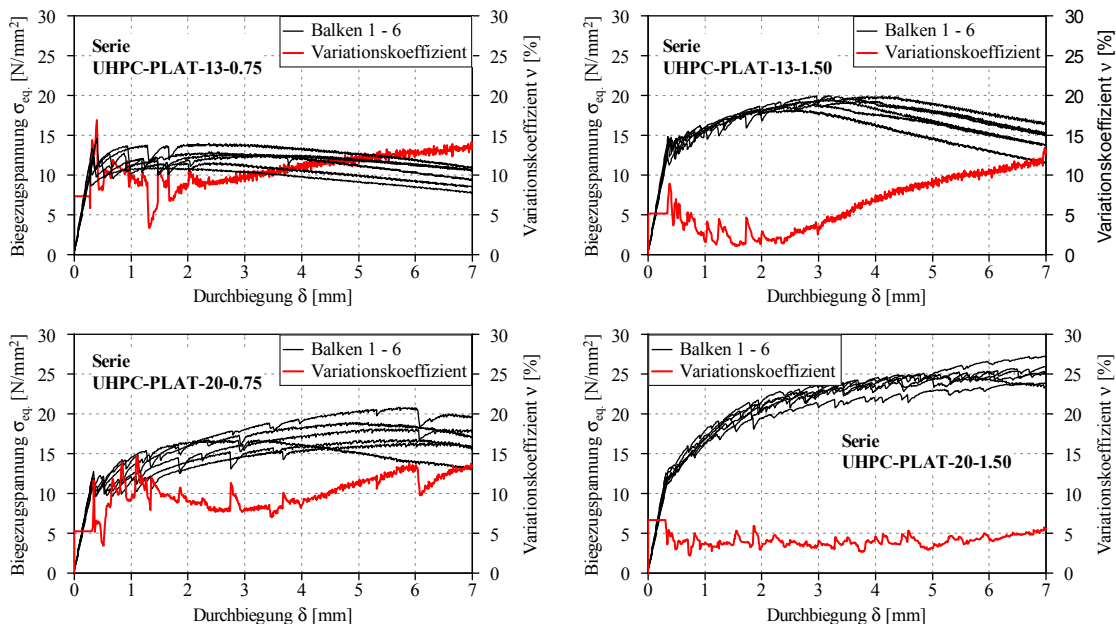


Abb. 2.11: Ergebnisse der Biegezugversuche an UHPC-Platten

Die Verwendung von 0.75 Vol.-% 13 mm Fasern (UHPC-PLAT-13-0.75) führte bei Platten (Abb. 2.11) zu einer maximalen Biegezugspannung von ≈ 13 N/mm². Dieser Wert ist geringfügig größer als die Matrixbiegezugfestigkeit (≈ 12 N/mm²). Die Serie UHPC-PLAT-13-1.50 ermöglichte Biegezugspannungen bis ≈ 19 N/mm². Die maximalen Werte

mit 20 mm Fasern (UHPC-PLAT-20-0.75 bzw. UHPC-PLAT-20-1.50) betragen ≈ 18 und ≈ 25 N/mm².

In Standardbiegebalken (Abb. 2.12) wurden mit 13 mm Fasern (UHPC-STBB-13-0.75 bzw. UHPC-STBB-13-1.50) maximale Biegezugspannungen von ≈ 12 und ≈ 20 N/mm² erzielt. Die Verwendung von 20 mm Fasern (UHPC-STBB-20-0.75 bzw. UHPC-STBB-20-1.50) ermöglichte Werte zwischen ≈ 18 und ≈ 22 N/mm².

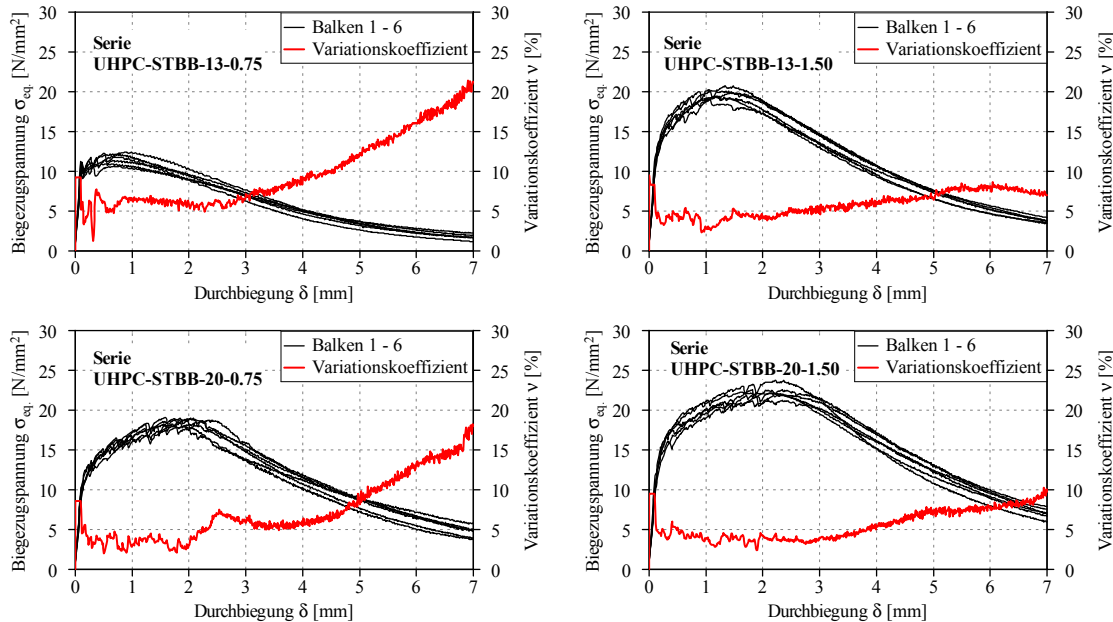


Abb. 2.12: Ergebnisse der Biegezugversuche an UHPC-Standardbiegebalken

Tab. 2.5 zeigt die statistische Auswertung der Versuche. Darin sind der Mittelwert der maximalen Biegetragfähigkeit $\sigma_{max.,eq,m}$ und der Variationskoeffizient $\nu_{\sigma,max.}$ für alle Versuchsserien, sowie der Mittelwert $\delta_{max.,m}$ und der Variationskoeffizient $\nu_{\delta,max.}$ der zugehörigen Durchbiegung dargestellt. Weiters sind die Mittelwert $\sigma_{eq.,0.5/3.5,m}$ und der Variationskoeffizienten $\nu_{0.5/3.5}$ für eine Durchbiegung von 0.5 mm und 3.5 mm in Anlehnung an DAfStb (2010) dargestellt.

Es ist ersichtlich, dass die Versuche mit Platten zu einer geringfügig höheren maximalen Biegezugspannung führen als Standardbiegebalken. Weiters steigt die Tragfähigkeit mit steigendem Fasergehalt. Auffallend ist, dass mit Faserart II (20 mm) die Verdoppelung des Fasergehaltes nur zu einem unterproportionalen Anstieg der Biegetragfähigkeit führte. Offensichtlich war der maximale Fasergehalt bereits überschritten, sodass es zu einer gegenseitigen Beeinflussung der Fasern kam. Belhouil (1996) und Yoo et al. (2014) stellten in eigenen Untersuchungen ebenfalls fest, dass bei Fasergehalten ab 1 Vol.-% die weitere Zugabe von Fasern nur mehr zu einem unterproportionalen Anstieg der Biegetragfähigkeit führt. Dabei sind Einflüsse aus der Änderung der mittleren Verbundspannung, den Frischbetoneigenschaften, der Streuung im Tragverhalten und des Rissabstandes zu berücksichtigen.

Der Variationskoeffizient liegt bei allen Serien zwischen 3 und 10%. Dies deutet auf eine sehr gleichmäßige Faserverteilung hin, die durch die Faserdosiermaschine erreicht wurde. Die Auswertung der Faserorientierung und -verteilung ist in Abschnitt 2.3 dargestellt. Weiters führt die Erhöhung von Fasergehalt und Querschnittsgeometrie tendenziell zu einer geringeren Streuung, wie bereits in Abb. 2.7 dargestellt wurde.

		Platten				Standardbiegebalken			
		UHPC-PLAT-				UHPC-STBB-			
		-13-		-20-		-13-		-20-	
		-0.75	-1.5	-0.75	-1.5	-0.75	-1.5	-0.75	-1.5
$\sigma_{max.,eq.,m}$	[N/mm ²]	12.9	19.2	17.9	25.6	11.6	19.8	18.7	22.3
$\nu_{\sigma,max.}$	[%]	8.5	3.4	9.5	4.8	5.3	2.8	2.3	3.7
$\delta_{max.,m}$	[mm]	2.45	3.23	5.33	6.67	0.70	1.32	1.88	2.37
$\nu_{\delta,max.}$	[%]	23.1	18.4	19.8	16.6	15.3	10.0	13.2	4.4
$\sigma_{eq.,0.5,m}$	[N/mm ²]	11.1	13.5	11.3	13.1	11.3	17	14.3	17.8
$\nu_{0.5}$	[%]	8	6.9	3.7	3	6.2	4.4	2.6	4.8
$\sigma_{eq.,3.5,m}$	[N/mm ²]	11.9	18.7	16.7	22.9	5.8	11.9	12.8	18.2
$\nu_{3.5}$	[%]	9.9	4.9	7.1	4	7.4	5.7	5.4	4.2

Tab. 2.5: Statistische Auswertung der UHPC Versuche

Wenngleich die maximale Tragfähigkeit $\sigma_{max.,eq.,m}$ nur in geringem Maße streut, so ist in Tab. 2.5 ersichtlich, dass die zugehörige Durchbiegung $\delta_{max.}$ mit $\approx 5 - 20$ % wesentlich stärker schwankt. Dabei konnte ebenfalls eine Abnahme mit zunehmendem Fasergehalt und Querschnittsgeometrie beobachtet werden.

2.3 Auswertung der Faserorientierung und -verteilung

Um Informationen über die Faserorientierung und -verteilung zu erhalten, wurden aus jedem Probekörper nach dem Biegezugversuch Scheiben herausgeschnitten. Anschließend wurde die Faserverteilung und -orientierung an beiden Seiten der Scheiben mit dem fotooptischen Verfahren nach Tue et al. (2007) bestimmt. Dadurch sind in jedem Schnitt die Faseranzahl und die dazugehörige Faserorientierung bekannt.

Nachteil dieses Verfahrens ist, dass schnittparallele Fasern nicht erfasst werden können. Daher wird in Freytag (2014) die räumlich kombinierte 3-Bild-Auswertung vorgeschlagen. Bei diesem Verfahren werden drei orthogonal aufeinander stehende Schnittflächen zur Bestimmung der drei zugehörigen Faserorientierungsbeiwerte des Volumens herangezogen. Dadurch werden jene Fasern, die in einem Schnittbild den erwähnten Fehler verursachen, in einem der anderen beiden Schnittbilder berücksichtigt. Anzumerken ist, dass sich sowohl die Orientierung als auch die Faseranzahl innerhalb dieses Volumens ändern und somit nicht mehr für einen Schnitt gelten. Daher und aufgrund des erheblich höheren Aufwandes der 3-Bild-Auswertung erfolgt die Ermittlung der Faserorientierung im vorliegenden Fall nur im 1-Bild-Verfahren. Weitere Verfahren zur Bestimmung der Faserorientierung sind beispielsweise die Computertomographie (Schnell et al. (2010)) oder das Induktionsverfahren (Wichmann et al. (2013)), welche beide mit erheblichem finanziellen Aufwand verbunden gewesen wären. Des Weiteren sind die Probekörpergeometrien bei den beiden letztgenannten Verfahren stark beschränkt.

Die erste Schnittfläche wurde stets unmittelbar neben der Bruchfläche aus dem Biegezugversuch angeordnet, die zweite ca. 7 cm daneben, um auch bei langen Fasern in Normalbeton ($l_f = 60$ mm) zwei völlig unabhängige Schnitte anzutreffen. Bei den Probekörpern aus UHPC und Normalbeton der Serie B wurde die Faserorientierung und -verteilung an beiden Schnittflächen ermittelt. An den Normalbeton-Scheiben der Serie A und C wurde nur die Faseranzahl bestimmt. Je Versuchsserie wurden somit zwischen 8 (große Balken aus Normalbeton) und 12 Schnittbilder (Standardbiegebalken aus Normalbeton und UHPC, sowie Platten aus UHPC) untersucht.

Nach dem Schneiden wurden die Schnittflächen mittels Nass- und Trockenschleifverfahren aufbereitet. Dadurch können die ursprünglich elliptischen Faserquerschnitte wiederhergestellt werden. Darüber hinaus werden dicht nebeneinander liegende Fasern, die infolge des Sägens zu Faserhaufen verschmiert wurden, wieder separiert. Abb. 2.13 zeigt den Ausschnitt einer Schnittfläche aus Normalbeton und UHPC nach der Bearbeitung.

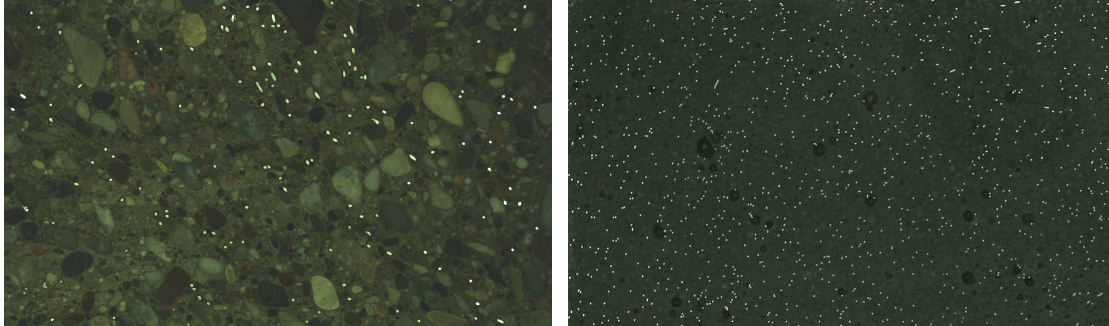


Abb. 2.13: Ausschnitt einer bearbeiteten Schnittfläche aus Normalbeton (links) und UHPC (rechts)

2.3.1 Theoretische Grundlagen

Während die Faserverteilung Aufschluss darüber gibt, wo die Fasern im betrachteten Volumen angeordnet sind, beschreibt die Faserorientierung die Ausrichtung der Fasern im Bauteil. Zur Beschreibung der Faserorientierung hat sich der Faserorientierungsbeiwert η etabliert. Er ergibt sich aus dem Verhältnis der auf die Betrachtungsrichtung (Rissnormale) projizierten Faserlänge zur tatsächlichen Faserlänge und kann nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen, wie Abb. 2.14 zeigt. Nach Schönlin (1988) kann die mittlere Faserorientierung nach Glg. 2.4 bestimmt werden.

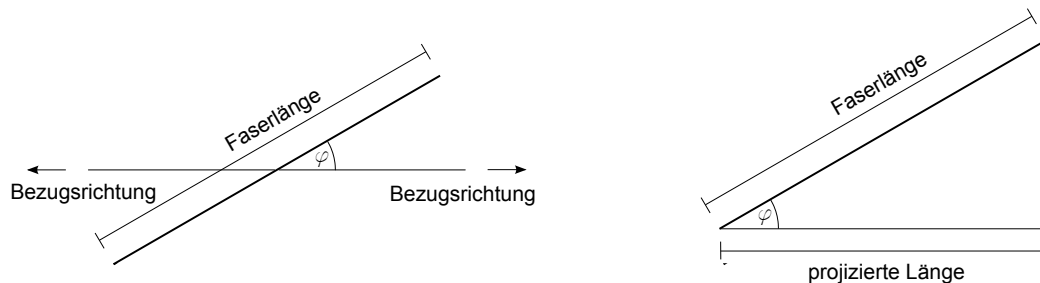


Abb. 2.14: Projizierte Faserlänge in betrachteter Zugspannungsrichtung und tatsächliche Faserlänge nach Schönlin (1988)

$$\eta = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{l_{f,proj,i}}{l_f} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{l_f \cdot \cos \varphi_i}{l_f} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \cos \varphi_i \quad 0 \leq \eta \leq 1.0 \quad (2.4)$$

Der Zustand bei dem sich in jede mögliche Raumrichtung gleich viele Fasern ausrichten entspricht der ideal-dreidimensionalen isotropen Faserorientierung (η_{3D}) (Freytag & Santner (2014)). Die isotrope Faserorientierung in der Ebene, bei der sich die Fasern nur in einem zweidimensionalen Raum bewegen können, wird mit η_{2D} bezeichnet. Wie in der Arbeit von Leutbecher (2007) beschrieben, lassen sich für eine ideal-dreidimensionale und eine ideal-zweidimensionale Faserausrichtung die Faserorientierungswerte analytisch

durch Integration über die Raum- bzw. Richtungswinkel herleiten. Weitere Informationen können beispielsweise Belhoul (1996), Leutbecher (2007), Jungwirth (2006) oder Freytag & Santner (2014) entnommen werden. Für die drei Raumrichtungen lassen sich somit folgende Orientierungszustände definieren:

$$\eta_{1D} = 1.0 \quad (\text{eindimensionale Faserorientierung}) \quad (2.5)$$

$$\eta_{2D} = \frac{2}{\pi} \approx 0.637 \quad (\text{zweidimensionale Faserorientierung}) \quad (2.6)$$

$$\eta_{3D} = 0.5 \quad (\text{dreidimensionale Faserorientierung}) \quad (2.7)$$

Zur Ermittlung der Faserorientierung mit dem fotooptischen Verfahren nach Tue et al. (2007) werden, anstelle der Einbindelängen, die Ellipsen der den Riss kreuzenden Fasern betrachtet. Die mittlere Faserorientierung η_S aller in der Schnittfläche vorhandener Fasern kann nach Glg. 2.8 bestimmt werden, wobei auf die Definition von Schönlin (1988) zurückgegriffen wird und m die Faseranzahl im Schnitt, $d_{F,i}$ die Länge der kleineren Ellipsenhauptachse und $d_{F2,i}$ die Länge der größeren Ellipsenhauptachse ist.

$$\eta_S = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{d_{F,i}}{d_{F2,i}} \quad (2.8)$$

Bei der Berechnung der Faserorientierung nach Glg. 2.8 bleibt häufig unberücksichtigt, dass die kleinere Ellipsenhauptachse $d_{F,i}$ aufgrund geometrischer Zusammenhänge immer dem Faserdurchmesser d_f entsprechen muss. Der Fehler entsteht beim Fotografieren der Schnittflächen durch Über-, bzw. Unterbelichtung, sodass ein Teil der Fasern im Bild größer bzw. kleiner dargestellt werden. Eine Auswertung ohne Berücksichtigung der erwähnten Geometrie führt zu falschen Ergebnissen. Die Größe des Fehlers ist abhängig von der Stärke der Über- bzw. Unterbelichtung.

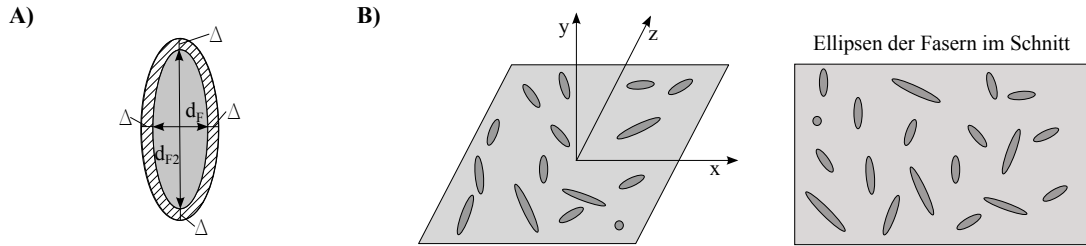


Abb. 2.15: Ellipsenkorrekturfaktor Δ bei Über- bzw. Unterbelichtung nach Trummer (2013) (A) und Schematische Darstellung der Ellipsen im Schnittbild (B)

Daher wird in Trummer (2013) der Ellipsenkorrekturfaktor Δ vorgeschlagen, wie in Abb. 2.15 dargestellt ist. Die Korrektur ergibt sich, indem die zu groß oder zu klein dargestellte Ellipse auf die bekannte Breite - dem Faserdurchmesser - bezogen wird. Die Abweichung von $2 \cdot \Delta$ wird sowohl bei der kleinen als auch der großen Ellipsenhauptachse addiert bzw. subtrahiert. In Glg. 2.9 wird Glg. 2.8 daher um den Korrekturfaktor Δ erweitert.

$$\eta_S = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{d_{F,i} \pm 2 \cdot \Delta}{d_{F2,i} \pm 2 \cdot \Delta} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{d_f}{d_{F2,i} \pm 2 \cdot \Delta} \quad (2.9)$$

In bisherigen Untersuchungen, wie z.B. Lee (2009), Abrishamabaf et al. (2013), Laranjeira et al. (2011), Ferrara et al. (2011), oder Kang & Kim (Kang & Kim), wird davon

ausgegangen, dass die Orientierung im Schnitt η_S auch der Faserorientierung im Bauteil η_V entspricht. Dass diese Vorgehensweise nicht der Definition von η entspricht, erklärt Freytag (2014) am Beispiel eines orthotropen Faserorientierungszustands: In einem kleinen Volumen gibt es 9 Fasern. Es sind je drei davon in die drei Raumrichtungen x, y und z orientiert. In jedem Schnitt (normal auf die Koordinatenachsen) werden 3 Fasern rechtwinkelig auf ihre Längsachse geschnitten. Dadurch ergibt sich bei Mittelwertbildung über die 3 geschnittenen Fasern ein η_S von 1.0 nach Glg. 2.8, obwohl nur 3 von 9 Fasern geschnitten werden. Diese Berechnung führt demnach zu einem falschen Ergebnis, da die tatsächliche Faserorientierung im Volumen $\eta_V = 0.33$ beträgt.

Wird, wie bisher üblich, angenommen, dass η_S gleich η_V entspricht, führt dies zu einer Überschätzung des Nachrisszugtragverhalten. Der Faserorientierungsbeiwert η gibt in der Grundgleichung der Nachrisszugfestigkeit von Faserbeton (Glg. 2.10) (gilt nur für gerade Fasern) nicht die Wirksamkeit einer zur Zugrichtung geneigten Faser an, sondern die korrekte Anzahl der risskreuzenden Fasern (Leutbecher & Fehling (2009)). Für die Wirksamkeit der Fasern steht der Wirksamkeitsfaktor g , der in Wirklichkeit von η abhängig ist und vereinfachend häufig konstant angenommen wird (Freytag (2014)). In der Literatur sind für g verschiedene Ansätze vorhanden, die sich zum Teil deutlich voneinander unterscheiden:

- Jungwirth (2006): $\sqrt{0.75} \leq g \leq 0.75$
- Pfyl (2003), Freytag & Santner (2014): $g = 1.0$
- Belhoul (1996): $1.0 \leq g \leq 1.2$

In Glg. 2.10 wird eine mittlere Einbindelänge von $\frac{l_f}{4}$ und eine konstante Verbundspannung τ_f entlang der Einbindelänge angenommen. Wird in Glg. 2.10 die Faserorientierung aus der Schnittbildauswertung η_S eingesetzt führt dies zur erwähnten Überschätzung des Nachrisszugtragverhaltens (Freytag (2014)).

$$\begin{aligned}
 \sigma_{t0} &= \frac{F}{A_c} = \frac{1}{A_c} \cdot \overbrace{\frac{\rho_f \cdot A_c \cdot \eta}{A_f}}^{\text{Faseranzahl}} \cdot g \cdot \overbrace{\tau_f \cdot \frac{l_f}{4} \cdot \frac{2 \cdot d_f \cdot \pi}{2}}^{\text{Ausziehungskraft}} \\
 &= \frac{1}{A_c} \cdot \frac{\rho_f \cdot A_c \cdot \eta}{\frac{d_f^2 \cdot \pi}{4}} \cdot g \cdot \tau_f \cdot \frac{l_f}{4} \cdot \frac{2 \cdot d_f \cdot \pi}{2} \\
 &= \frac{l_f}{d_f} \cdot g \cdot \tau_f \cdot \eta \cdot \rho_f
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Die fehlerhafte Ermittlung bzw. Verwendung von η wird durch die Tatsache verstärkt, dass bei Grenzwertbetrachtung $\eta = 1.0$ bzw. 0 die Faserorientierung im Schnitt η_S gleich der Faserorientierung im Volumen η_V entspricht. Zur korrekten Ermittlung der Faserorientierung im Bauteil η_V aus der Faserorientierung in einer Schnittfläche η_S schlägt Freytag (2014) daher vor, ein Volumen der Tiefe l_f mit gleichmäßiger Faserverteilung und unveränderter Faserorientierung zu betrachten, sodass die Faseranzahl m und Faserorientierung η_S in jedem parallelen Schnitt unverändert bleiben (siehe Abb. 2.16). Je steiler die Fasern geneigt sind, desto weniger werden davon geschnitten, hingegen werden in einem Schnittbild alle Fasern erfasst, die genau orthogonal auf die Schnittfläche liegen.

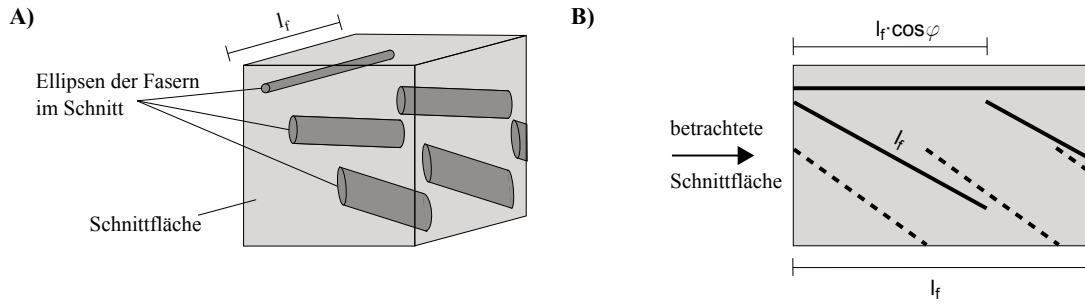


Abb. 2.16: Schematische Darstellung des Volumen der Tiefe l_f (A) sowie Seitenansicht (B) zur Ermittlung der Faserorientierung im Volumen η_V

Die Faseranzahl im betrachteten Volumen m_V der Tiefe l_f mit gleichmäßiger Faserverteilung und unveränderter Faserorientierung, kann folglich mit Glg. 2.11 ermittelt werden, wobei $\eta_{S,i}$ die Orientierung einer Einzelfaser ist (Freytag (2014)).

$$m_V = \sum_{i=1}^m \frac{l_f}{l_f \cdot \cos \varphi_i} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\eta_{S,i}} \quad (2.11)$$

Der Faserorientierungsbeiwert η_V ergibt sich aus dem Verhältnis zwischen der Faseranzahl im Schnitt m und der Faseranzahl im Volumen m_V (Freytag (2014)):

$$\eta_V = \frac{\sum_{i=1}^{m_V} \eta_{V,i}}{m_V} = \frac{\sum_{i=1}^m \eta_{S,i} \cdot \frac{1}{\eta_{S,i}}}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{\eta_{S,i}}} = \frac{m}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{\eta_{S,i}}} \quad (2.12)$$

Mit der bekannten Faseranzahl im Schnitt und der bekannten Faserorientierung im Volumen kann mit der Formel von Hilsdorf et al. (1985) der tatsächlich im Bereich der Schnittfläche vorhandene Fasergehalt ρ_f berechnet werden, wobei A_f die Querschnittsfläche einer Faser und A_c die Betonfläche ist:

$$\rho_f = \frac{m \cdot A_f}{A_c \cdot \eta_V} \quad \text{mit: } A_f = \frac{d_f^2 \cdot \pi}{4} \quad (2.13)$$

2.3.2 Einfluss der Probekörpergeometrie und des Herstellprozesses

Ohne äußere Störeinflüsse verteilen sich die Fasern theoretisch ideal-dreidimensional und zufällig im Raum (η_{3D}). Herstellungs- und Einbautechnologie, Vibration, Begrenzungen durch Schalflächen und die Zusammensetzung der Gesteinskörnung, insbesondere das Größtkorn, beeinflussen die Faserverteilung und -orientierung. Durch die genannten Einflüsse wird die freie Orientierung der Fasern zum Teil stark beeinflusst, was zu einem anisotropen Tragverhalten führt.

In Rand- und Eckbereichen von geschalteten Bauteilen können sich Fasern aus geometrischen Gründen nur zwei- oder eindimensional ausrichten, auch als Randeffect bezeichnet. Belhouli (1996) schlägt als Vereinfachung vor, in einem Randabstand mit einer Breite von $\frac{l_f}{2}$ zwischen dem zwei- und dreidimensionalen Faserorientierungsfaktor zu mitteln, sodass sich ein Orientierung von 0.6 ergibt (siehe Abb. 2.17).

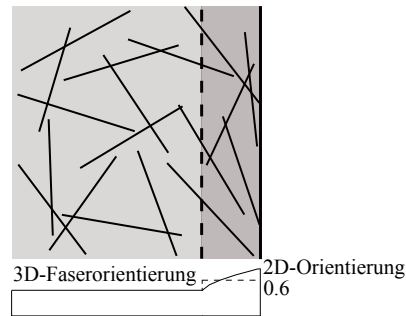


Abb. 2.17: Randeffect nach Belhoul (1996)

Die Orientierung der Fasern zufolge Fließ- und Herstellungsprozess war bereits Bestandteil diverser Untersuchungen, wie z.B. Soroushian & Lee (1990), Lin (1996), Grünewald (2004), Boulekbache et al. (2010), Abrishamabaf et al. (2013), Blanco et al. (2013) oder O.Svec et al. (2014). Soroushian & Lee (1990) leiten ausgehend von theoretischen Überlegungen Beziehungen für Faserorientierungswerte ab, wobei sie nicht die absoluten Abmessungen der Probekörper als bestimmende Größe annehmen, sondern das Verhältnis der Abmessungen zur Faserlänge. Je höher eine Bauteil desto eher nähert sich die Faserorientierung der ideal-dreidimensionalen Orientierung (η_{3D}) an. Je dünner ein Bauteil desto eher wird sich eine ideal zweidimensionale Faserorientierung (η_{2D}) einstellen. In Abb. 2.18 sind die hergeleiteten Orientierungswerte dargestellt. Zu beachten ist, dass die Probekörpergeometrie zwar einen gewissen Einfluss auf die Faserorientierung hat, die Herstellungs- und Verdichtungsart, sowie die Betonkonsistenz in diesen Überlegungen jedoch nicht berücksichtigt werden.

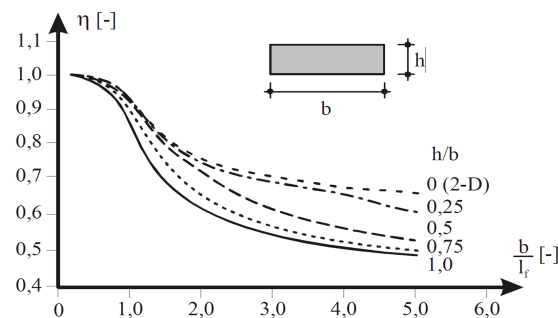


Abb. 2.18: Faserorientierung in Abhängigkeit geometrischer Kenngrößen nach Soroushian & Lee (1990)

In den Untersuchungen von Soroushian & Lee (1990), Lin (1996) und Grünewald (2004) an balkenartigen Bauteilen konnte häufig ein Ausrichten der Fasern in Fließrichtung des Betons beobachtet werden. Hingegen konnte bei Untersuchungen an plattenartigen Bauteilen, wie z.B. in Abrishamabaf et al. (2013), Blanco et al. (2013) und O.Svec et al. (2014), festgestellt werden, dass sich die Fasern orthogonal auf die Fließrichtung des Betons ausrichten. Dies gilt sowohl für Normalbeton als auch für UHPC.

In Svec et al. (2012) wird die Verteilung und Orientierung von langen Stahlfasern ($l_f = 60 \text{ mm}$; Fasergehalt 40 kg/m^3) in selbstverdichtendem Normalbeton strömungsmechanisch simuliert und durch Versuche verifiziert. Die Ergebnisse der untersuchten Bodenplatte zeigen deutlich, dass sich die Fasern orthogonal auf die Fließrichtung des Betons ausrichten, sofern die Orientierung nicht von Schalflächen beschränkt wird, wie in Abb. 2.19 ersichtlich ist. Die Untersuchungen in Hadl et al. (2015) mit fließfähigem Beton (Konsistenz F6) an einer mittig befüllten Bodenplatte bestätigen diese Aussage.

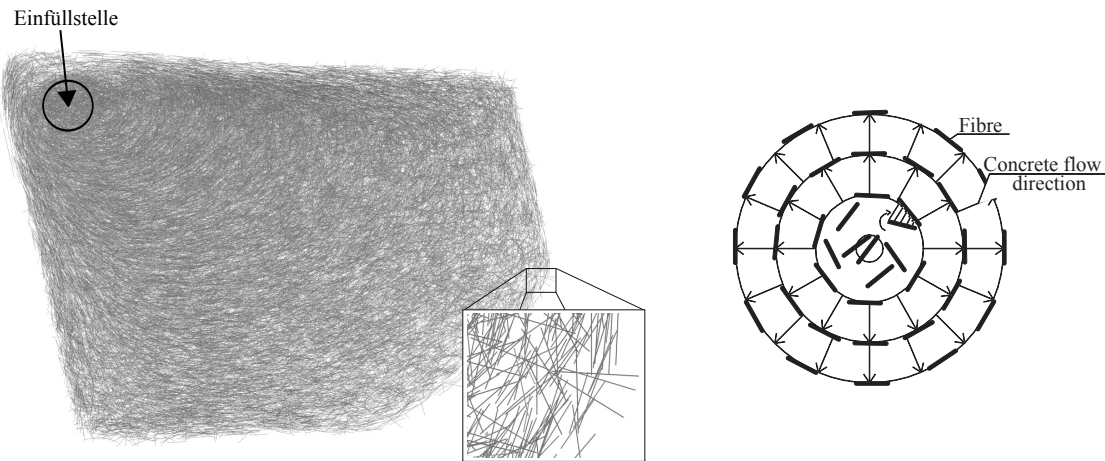


Abb. 2.19: Orthogonales Ausrichten der Fasern in einer Bodenplatte nach Svec et al. (2012) (links) und Orientierung von Fasern in einer mittig befüllten Platte (Abrishamabaf et al. (2013); rechts)

Stähli et al. (2007) begründen in ihren Untersuchungen warum es einerseits zu einem Ausrichten der Fasern entlang von Schalungsflächen und andererseits zu einer orthogonalen Orientierung auf die Fließrichtung kommt. Dazu wurden balkenförmige Bauteile mit fließfähigem UHPC hergestellt und anschließend die Faserorientierung bestimmt. Durch die Schalung von balkenförmigen Bauteilen kommt es zu einer Art Tunnel durch den der Beton fließt. In diesem Tunnel variiert die Strömungsgeschwindigkeit bzw. Fließgeschwindigkeit des Betons zwischen Null an der Schalung bis zu einem Maximalwert im Zentrum des Tunnels, wie in Abb. 2.20 dargestellt ist. Die Strömungsgeschwindigkeit übt eine hydrodynamische Beanspruchung auf die Fasern aus. Durch die auf die Fasern wirkenden Kräfte und Momente richten sich diese in Tunnelachse orthogonal auf die Fließrichtung aus. Entlang der Schalungsflächen kommt es hingegen zu einer Ausrichtung in Fließrichtung, wie ebenfalls Abb. 2.20 entnommen werden kann. Der Effekt ist umso stärker je größer die Fließgeschwindigkeit ist und umso länger die Strömungsgeschwindigkeit die Fasern beeinflussen kann. Je geringer die Viskosität und je länger der Fließweg, desto stärker ist die Ausrichtung der Fasern zum einen entlang der Schalfflächen und zum anderen orthogonal auf die Fließrichtung im Bauteil (Stähli et al. (2007)). Boulekbache et al. (2010) führten ähnliche Untersuchungen mit selbstverdichtendem Normalbeton durch und kamen zu den gleichen Ergebnissen. Der Ansatz von Stähli et al. (2007) erklärt auch warum sich Fasern in dünnen UHPC-Bauteilen bevorzugt in Fließrichtung ausrichten.

Markovic (2006) beschreibt, dass bei Verwendung verschiedener Faserlängen, die längeren Fasern für die kürzeren Fasern eine Art Barriere darstellen, welche sie in ihrer freien Rotation behindert. Freytag & Santner (2014) beschreiben zusätzlich, dass je höher der Fasergehalt ist, desto mehr kommt es zu einer gegenseitigen Behinderung der Fasern und desto weniger ausgeprägt tritt die Faserausrichtung ein.

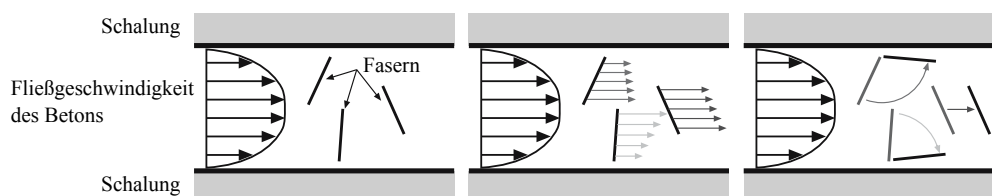


Abb. 2.20: Modell zur Faserausrichtung in Fließrichtung des Betons nach Stähli et al. (2007) (Draufsicht)

Eine weitere wichtige Rolle für die Orientierung der Fasern spielt die Konsistenz des Frischbetons, da Fasern bestrebt sind sich mit steigendem Verdichtungsaufwand horizontal auszurichten, wie Abb. 2.21 zeigt (Belhoul (1996) bzw. Edgington & Hannant (1972)). Dies gilt insbesondere für die externe Verdichtung mittels Rütteltisch. Bei der Verwendung von Innenrüttlern stellten Hadl et al. (2015) in ihren Untersuchungen fest, dass die Rüttelgassen zu keiner Inhomogenität in der Faserverteilung und -orientierung führt.

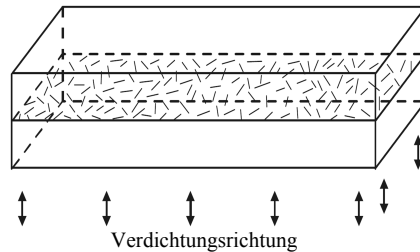


Abb. 2.21: Bevorzugte Orientierung von Stahlfasern beim Einbringen und Verdichten (Edgington & Hannant (1972))

Empelmann & Teutsch (2009) stellten in ihren Untersuchungen einen erheblichen Einfluss der Betonierrichtung auf die Faserorientierung und Leistungsfähigkeit von Stahlfaserbeton fest. So betrug unter ansonsten gleichen Bedingungen die Nachrissbiegezugfestigkeit von stehend betonierten Faserbetonbalken nur etwa 55 bis 65% im Vergleich zu liegend betonierten Balken.

Nach dem heutigen Stand der Technik richten sich die Fasern in fließfähigen Betonen in Abhängigkeit des Strömungsprofils orthogonal auf die Fließrichtung des Betons aus. Entlang von Schallflächen kommt es zu einem Ausrichten in Fließrichtung. Besonders in dünnen Bauteilen aus UHPC orientieren sich die Fasern daher in Fließrichtung des Betons. In steiferen, nicht fließfähigen Betonen mit großen Querschnitten stellt sich vorwiegend eine dreidimensionale Faserorientierung ein, wobei auf die Dauer und Art der Verdichtung zu achten ist.

2.3.3 Versuchsergebnisse

Die Faseranzahl im Schnitt m , die Orientierung der Fasern im Schnitt η_S bzw. im Bauteil η_V nach Glg. 2.9 bzw. Glg. 2.12 und der berechnete Fasergehalt ρ_f nach Glg. 2.13 sind für die untersuchten Schnittbilder aus Normalbeton in Tab. 2.6 inklusive zugehöriger Variationskoeffizienten ν_m , $\nu_{\eta,S}$, $\nu_{\eta,V}$ und ν_{ρ_f} dargestellt. Für Standardbiegebalken wurden je Versuchsserie 12, für große, bauteilähnliche Balken 8 Schnittbilder untersucht. Es ist ersichtlich, dass die Faseranzahl im Schnitt je nach Faserzugabeart unterschiedlich stark streut. Die Faserzugabe auf das Förderband (Serie A) liefert die ungleichmäßigsten Ergebnisse, gefolgt von der Zugabe in den Fahrwischer (Serie C). Die Zugabe mit Faserdosiermaschine (Serie B) liefert die gleichmäßigsten Ergebnisse. Weiters nimmt der Variationskoeffizient ν_m mit steigender mittlerer Faseranzahl in der Schnittfläche tendenziell ab. Der Unterschied zwischen kurzen und langen Fasern ist nicht eindeutig feststellbar.

In der Auswertung von Serie B ist ersichtlich, dass die Faserorientierung unabhängig von Faserart, Fasergehalt und Probekörpergeometrie sowohl im Schnitt als auch im Bauteil nur in geringem Maße schwankt ($\nu_{\eta,S} \approx 3 - 5\%$; $\nu_{\eta,V} \approx 4 - 7\%$). Die Faserorientierung η_V nimmt mit zunehmender Querschnittsfläche geringfügig ab und nähert sich tendenziell einer dreidimensionalen Orientierung an ($\eta_{3D} = 0.5$). Die Werte für η_S bzw. η_V liegen im

Bereich der von Lin (1996), Abrishamabaf et al. (2013), Hadl et al. (2015) und Trummer (2013) ermittelten Werte. Die Faseranzahl in der Schnittfläche streut mit 7 – 16% in größerer Bandbreite. Zusätzlich streut der berechnete und tatsächlich im Bereich der Schnittfläche vorhandene Fasergehalt ρ_f stärker als die Faseranzahl in der Schnittfläche. Weiters konnte Glg. 2.13 verifiziert werden, da der berechnete Fasergehalt ρ_f im Mittel stets der zugegebenen Fasermenge entspricht.

Bezeichnung		m [-]	ν_m [%]	η_S [-]	$\nu_{\eta,S}$ [%]	η_V [-]	$\nu_{\eta,V}$ [%]	ρ_f [kg/m ³]	ν_{ρ_f} [%]
Serie A (Förderband)	NB-STBB-30-30	95	19.8	-	-	-	-	-	-
	NB-STBB-30-60	175	19.7	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-30-30	412	15.2	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-30-60	713	14.3	-	-	-	-	-	-
	NB-STBB-60-30	116	13.3	-	-	-	-	-	-
	NB-STBB-60-60	191	14.2	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-60-30	504	8.4	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-60-60	919	14.5	-	-	-	-	-	-
Serie B (Faserdosiermaschine)	NB-STBB-30-30	94	14.2	0.70	4.6	0.57	6.8	28.9	16.8
	NB-STBB-30-60	199	14.8	0.71	5.2	0.58	6.1	59.9	15.9
	NB-GB-30-30	431	8.7	0.67	3.5	0.54	4.7	29.6	13
	NB-GB-30-60	841	6.9	0.64	3.1	0.53	4.0	59.0	5.7
	NB-STBB-60-30	104	15.7	0.72	5.4	0.61	7.0	30.1	13.6
	NB-STBB-60-60	206	13.7	0.71	5.1	0.6	7.1	60.9	16.6
	NB-GB-60-30	463	7.5	0.70	4.9	0.56	4.0	30.7	10.1
	NB-GB-60-60	857	5.5	0.67	3.8	0.54	4.1	59.3	3.7
Serie C (Fahrmischer)	NB-STBB-30-30	94	22.4	-	-	-	-	-	-
	NB-STBB-30-60	173	11.8	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-30-30	427	10.8	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-30-60	835	10.4	-	-	-	-	-	-
	NB-STBB-60-30	119	19.9	-	-	-	-	-	-
	NB-STBB-60-60	213	10.3	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-60-30	490	9.8	-	-	-	-	-	-
	NB-GB-60-60	1005	7.5	-	-	-	-	-	-

Tab. 2.6: Ergebnisse der Schnittbildauswertung mit Normalbeton

Bei einer homogenen Faserverteilung muss in einem Schnittbild bei steigender Faserorientierung die Faseranzahl im Schnitt steigen. Infolge der Streuung der Faserverteilung konnte dieser Zusammenhang in der Auswertung der Schnittbilder nicht bestätigt werden. Die Einzelwerte der Schnittbilder sind hier nicht explizit dargestellt. Die Versuchsergebnisse deuten darauf hin, dass die Streuung im Nachbruchverhalten maßgeblich durch die inhomogene Faserverteilung verursacht wird. Der Einfluss aus der Faserorientierung dürfte eher gering sein.

Die Ergebnisse der Schnittbildauswertung mit UHPC sind in Tab. 2.7 dargestellt. Für jede Versuchsserie wurden 12 Schnittbilder untersucht. Es ist ersichtlich, dass die Faserorientierung unabhängig von Faserart, Fasergehalt und Probekörpergeometrie sowohl im Schnitt als auch im Bauteil nur in geringem Maße schwankt ($\nu_{\eta,S} \approx 2 - 5\%$; $\nu_{\eta,V} \approx 3 - 5\%$). In dünnen Platten schwankt die Faserorientierung η_S zwischen 0.69 - 0.82 und η_V zwischen 0.64 und 0.76. Bei Standardbiegebalken ergibt sich η_S zu 0.65 - 0.77 und η_V zu 0.58 - 0.67. Wie zu erwarten war, nimmt die Faserorientierung η_S bzw. η_V mit

zunehmender Querschnittshöhe ab. Dieser Effekt ist umso größer je länger die Fasern sind.

Bezeichnung	m [-]	ν_m [%]	η_S [-]	$\nu_{\eta,S}$ [%]	η_V [-]	$\nu_{\eta,V}$ [%]	ρ_f [Vol.-%]	ν_{ρ_f} [%]
UHPC-PLAT-13-0.75	1563	6.6	0.77	3.8	0.68	4.5	0.72	7.4
UHPC-PLAT-13-1.50	3217	5.5	0.75	3.3	0.69	3.3	1.46	5.1
UHPC-PLAT-20-0.75	1786	5.4	0.76	4.0	0.71	4.8	0.80	3.7
UHPC-PLAT-20-1.50	3440	6.1	0.75	3.4	0.70	4.4	1.54	6.9
UHPC-STBB-13-0.75	3153	5.9	0.71	3.5	0.61	3.9	0.72	5.3
UHPC-STBB-13-1.50	6769	4.7	0.70	2.3	0.61	3.3	1.54	4.0
UHPC-STBB-20-0.75	3475	4.8	0.72	4.8	0.63	3.8	0.77	5.1
UHPC-STBB-20-1.50	6929	3.9	0.72	3.6	0.64	3.4	1.52	3.8

Tab. 2.7: Ergebnisse der Schnittbildauswertung mit UHPC

Des Weiteren ist in Tab. 2.7 ersichtlich, dass die Faseranzahl in der Schnittfläche m und der berechnete Fasergehalt ρ_f je Versuchsserie stärker streuen ($\nu_m \approx 4 - 7\%$; $\nu_{\rho_f} \approx 4 - 8\%$). In dünnen Platten mit niedrigem Fasergehalt (UHPC-PLAT-13-0.75 bzw. UHPC-PLAT-20-0.75) liegt m bei 1323 - 1940 Fasern, bei höherem Fasergehalt (UHPC-PLAT-13-1.50 bzw. UHPC-PLAT-20-1.50) zwischen 2956 und 3834. Bei Standardbiegebalken ergibt sich für m bei den Serien UHPC-STBB-13-0.75 bzw. UHPC-STBB-20-0.75 eine Faseranzahl zwischen 2827 und 3723. Für die Serien UHPC-STBB-13-1.50 bzw. UHPC-STBB-20-1.50 liegen zwischen 6123 und 7217 Fasern im Schnitt. Anzumerken ist, dass die Faseranzahl im Schnitt bei gleichem Faserdurchmesser nur von der Probekörpergeometrie und der Faserorientierung abhängt und nicht durch die Faserlänge beeinflusst wird. Der berechnete Fasergehalt nach Glg. 2.13 streut in ähnlichem Bereich wie die Faseranzahl im Schnitt. Die Ergebnisse mit langen Fasern (Faserart II) führen tendenziell zu kleineren Streuungen als kurze Fasern (Faserart I).

Der Vergleich zwischen den Ergebnissen der Biegezugversuche und der Schnittbildauswertung zeigt, dass ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den in Biegezugversuchen und mit dem fotooptischen Verfahren ermittelten Variationskoeffizienten besteht. In Abb. 2.22 wird die Streuung im berechneten Fasergehalt ν_{ρ_f} und der Faseranzahl im Schnitt ν_m mit der Streuung der Biegezugfestigkeit bei $\delta = 0.5$ bzw. 3.5 mm ($\nu_{0.5}$ bzw. $\nu_{3.5}$) verglichen. Die Gegenüberstellung mit ν_{ρ_f} erfolgt nur für Serien aus UHPC und Normalbeton der Serie B, da in Serie A und C die Faserorientierung nicht bestimmt wurde und somit ρ_f nicht berechnet werden konnte. Es ist ersichtlich, dass eine Korrelation zwischen den Variationskoeffizienten aus den Biegezugversuchen und den Ergebnissen der Schnittbildauswertung besteht.

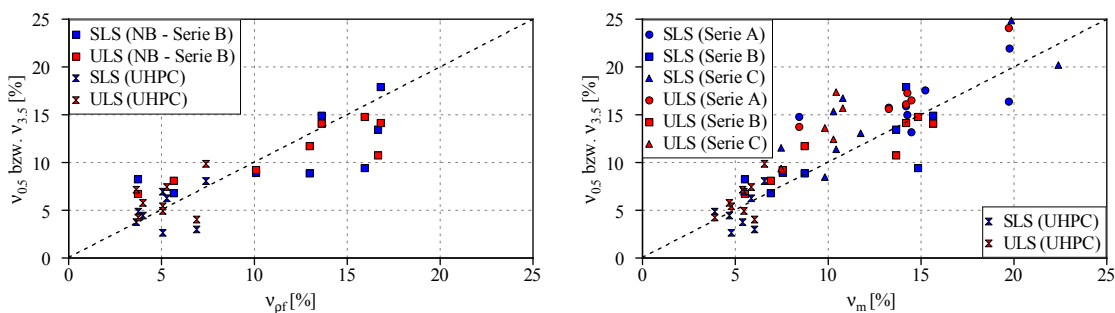


Abb. 2.22: Vergleich der Streuung aus den Biegezugversuchen ($\nu_{0.5}$ bzw. $\nu_{3.5}$) mit den Ergebnissen aus der Schnittbildauswertung (ν_m bzw. ν_{ρ_f})

Die Streuung im Biegetragverhalten (siehe Abschnitt 2.1.2 bzw. 2.2.2) nimmt mit zunehmendem Fasergehalt und Querschnittsfläche ab. Eine ähnliche Tendenz konnte in der Schnittbildauswertung beobachtet werden. Sowohl die Streuung der Faseranzahl im Schnitt ν_m , als auch die Streuung des berechneten Fasergehaltes ν_{ρ_f} nimmt mit zunehmender mittlerer Faseranzahl in der Schnittfläche ab. Bei der ohnehin sehr gleichmäßigen Faserorientierung ist dieser Effekt weniger stark ausgeprägt. Abb. 2.23 zeigt die Abnahme von ν_m , und ν_{ρ_f} mit steigender mittlerer Faseranzahl im Schnitt.

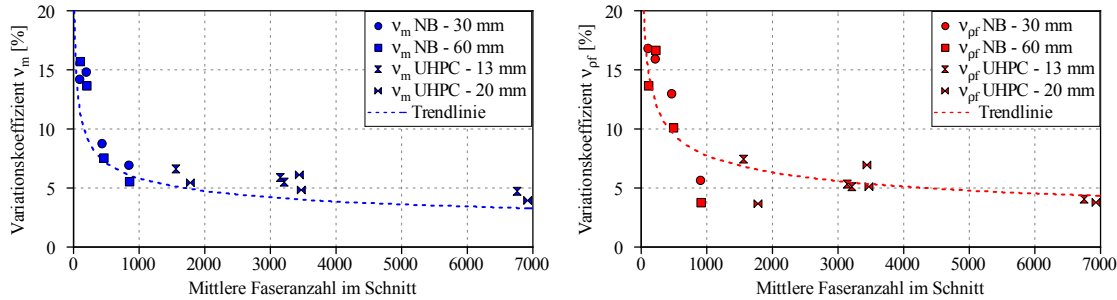


Abb. 2.23: Abnahme von ν_m und ν_{ρ_f} mit steigender mittlerer Faseranzahl im Schnitt

Auch in Erdem (2002) und Lingemann & Zilch (2013) konnte gezeigt werden, dass die mittlere Anzahl der den Riss kreuzenden Fasern starken Einfluss auf die Streuungen im Tragverhalten von Stahlfaserbeton hat. Dabei ist es unerheblich ob die Faseranzahl durch die Probekörper-, die Fasergeometrie oder den Fasergehalt beeinflusst wird. Mit Standardbiegebalken werden bei Normalbeton stets größere Streuungen beobachtet als mit bauteilähnlichen Abmessungen. In der DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) wird dieser Einfluss bereits durch den Faktor K_{fG} berücksichtigt, der den Einfluss der Bauteilgröße auf den Variationskoeffizienten wiedergibt.

2.3.4 Verteilung der Faserorientierung

Für die genaue Berechnung des Tragverhaltens von Faserbeton mit dem in Abschnitt 3 vorgestellten numerischen Modell muss neben der mittleren Faserorientierung im Volumen η_V die dazugehörigen Standardabweichung $\sigma_{\eta,V}$ bekannt sein. $\sigma_{\eta,V}$ gibt an wie die Fasern um den Mittelwert η_V orientiert sind. Laranjeira et al. (2011) führten Untersuchungen zur Verteilung der Orientierung der Einzelfasern durch. Dabei wird ausgehend von der mittleren Faserorientierung η_V die dazugehörige Standardabweichung $\sigma_{\eta,V}$ abgeschätzt. Laut Laranjeira et al. (2011) ergibt sich bei einer Faserorientierung von $\eta_V = 0.5$ eine Standardabweichung von 0.25 was durch die Annahme des 95% - Quantilwertes begründet wird. Damit wird eine Näherungsfunktion zur Abschätzung der Standardabweichung (Glg. 2.14) in Abhängigkeit der mittleren Faserorientierung aufgestellt. In Laranjeira et al. (2011) werden mit diesem Ansatz die eigenen Versuchsergebnisse gut wiedergegeben.

$$\sigma_{\eta,V} = \eta_V \cdot (1 - \eta_V) \quad (2.14)$$

Eigene Überlegungen führen zum Ansatz, dass sich bei einer ideal-dreidimensionalen Faserorientierung ($\eta_{3D} = 0.5$) die Standardabweichung nach Glg. 2.15 ergibt (König et al. (2008)). Dem liegt zugrunde, dass bei einer isotropen ideal-dreidimensionalen Faserorientierung jede Faserorientierung η_i die gleiche Auftretenswahrscheinlichkeit hat.

$$\sigma_{\eta,3D} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \cdot \sum_1^m (\eta_i - 0.5)^2} = \frac{1}{\sqrt{12}} \approx 0.289 \quad (2.15)$$

Bei einer eindimensionalen Faserorientierung $\eta_{1D} = 1.0$ ist die Standardabweichung gleich null. Dasselbe gilt für eine Faserorientierung $\eta_V = 0$. Mit den genannten Grenzbetrachtungen kann auf Basis von Glg. 2.14 und 2.15 die Standardabweichung $\sigma_{\eta,V}$ wie folgt abgeschätzt werden:

$$\sigma_{\eta,V} = \frac{4}{\sqrt{12}} \cdot \eta_V \cdot (1 - \eta_V) \quad (2.16)$$

In Abb. 2.24 werden die Ansätze nach Glg. 2.14 und 2.16 mit den Versuchsergebnissen aus Abschnitt 2.3.3 verglichen. Es ist ersichtlich, dass die Standardabweichung $\sigma_{\eta,V}$ mit dem Ansatz nach Glg. 2.14 (Laranjeira et al. (2011)) eher unterschätzt wird. Der Ansatz nach Glg. 2.16 stellt eine bessere Näherung dar, der die Standardabweichung eher überschätzt. Der Unterschied zwischen den beiden Ansätzen wird ausgehend von einer isotropen Orientierung mit zunehmender Faserausrichtung kleiner, bedingt durch die Grenzwerte bei $\eta_{1D} = 1.0$ bzw. 0.

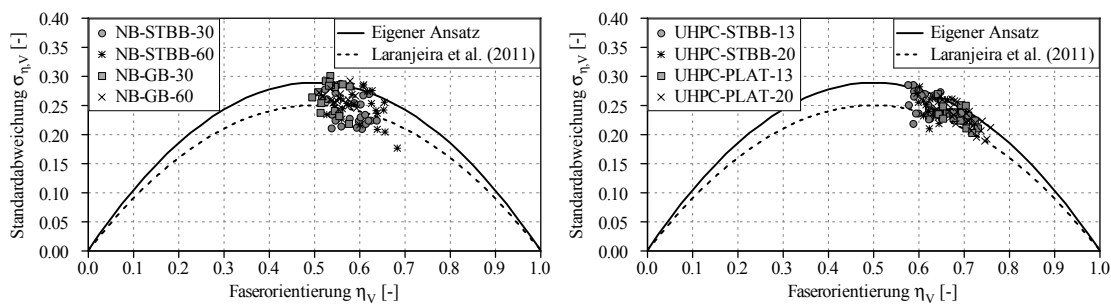


Abb. 2.24: Abschätzung von $\sigma_{\eta,V}$ nach Glg. 2.14 bzw. 2.16 und Vergleich mit Versuchsergebnissen aus Normalbeton (links) und (UHPC)

2.4 Versuche anderer Wissenschaftler

In der Literatur ist eine Vielzahl an Biegezugversuchen mit normalfestem und ultrahochfestem Beton vorhanden, beispielsweise Belhoul (1996), Tue et al. (2006), Stürwald (2011), Yoo et al. (2014), Oettel & Empelmann (2015), Müller (2015) oder Gröger (2017). Die durchgeführten Untersuchungen unterscheiden sich allesamt in Versuchsaufbau und -durchführung (insbesondere 3-Punkt- oder 4-Punkt-Biegezugversuch), in der Probekörpergeometrie, in der Betonfestigkeit, sowie in verwendeter Faserart- und -gehalt. Da im Rahmen dieser Arbeit 4-Punkt-Biegezugversuche nach DAfStb (2010) durchgeführt wurden, liegt der Fokus auch auf dieser Art von Versuchskörpern.

In diesem Abschnitt werden die Versuchsergebnisse von Gröger (2017) und Müller (2015) beschrieben und diskutiert. Die Ergebnisse der anderen Untersuchungen sind den genannten Literaturquellen zu entnehmen. In der Arbeit von Huß (2016) sind weitere Versuchsergebnisse aus UHPC zusammengestellt.

2.4.1 Versuche von Gröger

Gröger (2017) führte 4-Punkt-Biegezugversuche nach DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) mit normalfestem und ultrahochfestem Stahlfaserbeton durch. Die Versuche werden detailliert beschrieben, da neben den Kraft-Durchbiegungskurven bzw. Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen auch die Ausmitte x_r für jeden Versuch dokumentiert ist, und somit die Grundlagen für eine Nachrechnung mit dem in Abschnitt 3 vorgestellten numerischen Modell gegeben sind.

Versuche mit Normalbeton

Die Untersuchungen beinhalteten vier normalfeste Betone (M1 - M4) mit zwei verschiedenen Frischbetonkonsistenzen (F4 und F6). Insgesamt wurden 48 Balken getestet, wobei zwei Faserlängen zum Einsatz kamen. Ein Teil dieser Ergebnisse wurde bereits in Hadl et al. (2015) publiziert. Für jede Betonart (M1 - M4) wurden 12 Biegebalken hergestellt, die an 4 unterschiedlichen Tagen (je 3 Balken) mit gleichem Personal und Equipment hergestellt wurden. Um die Vergleichbarkeit der einzelnen Versuchsserien zu gewährleisten, wurde der Mischprozess und die Herstellungsart für alle Betoniertermine konstant gehalten. Die Balken wurden von einer Seite befüllt und mittels Rütteltisch verdichtet, wobei die Rütteldauer abhängig von der Frischbetonkonsistenz variierte. Die Betonrezeptur wurde konstant gehalten und die erforderliche Konsistenz über die Fließmittelzugabe eingestellt. Verwendet wurden Stahlfasern mit Endhaken und ein Fasergehalt von 30 kg/m^3 . Beide Stahlfaserarten – Faserart I ($l_f = 25 \text{ mm}$) und II ($l_f = 50 \text{ mm}$) - hatten einen Durchmesser d_f von 0.6 mm und eine Zugfestigkeit von 1100 N/mm^2 . Der verwendete Beton entsprach einem C30/37 mit einem Elastizitätsmodul von ca. 35000 N/mm^2 . Die Prüfung des Elastizitätsmoduls und der Druckfestigkeit ergab, dass die verschiedenen Stahlfaserarten keinen nennenswerten Einfluss auf diese Materialeigenschaften im Vergleich mit dem Nullbeton haben.

Mit beiden Fasertypen konnte das für normalfesten Stahlfaserbeton typische Deflection-Softening Verhalten beobachtet werden, wie in Abb. 2.25 ersichtlich ist. Wird der Probekörper mit wesentlich höherer Nachrissbiegezugfestigkeit in Serie M2 bei der statistischen Auswertung (siehe Tab. 2.8) nicht berücksichtigt (als Serie M2₁ bezeichnet), so ist der Variationskoeffizient weitgehend unabhängig von der Frischbetonkonsistenz und der Faserlänge. Bei Beton mit langen Fasern nimmt der Variationskoeffizient mit steigender Frischbetonkonsistenz jedoch tendenziell ab, während der Mittelwert zunimmt.

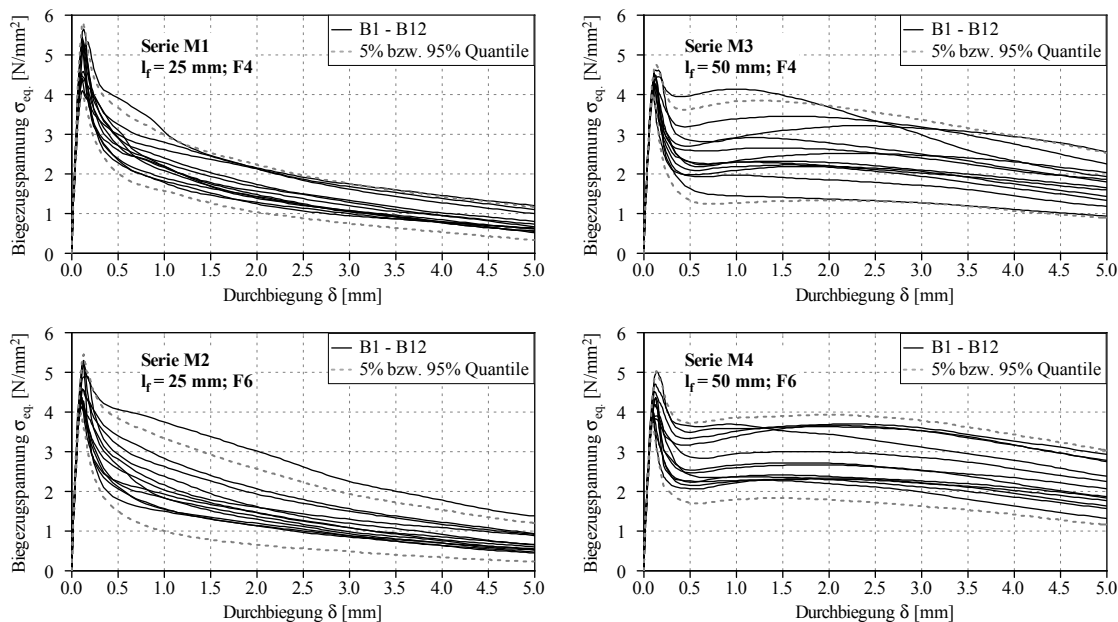


Abb. 2.25: Ergebnisse der Biegezugversuche mit Normalbeton von Gröger (2017)

Die statistische Auswertung der Versuchsserien ist in Tab. 2.8 dargestellt. Der Mittelwert σ_m , die Standardabweichung s , der Variationskoeffizient ν , sowie 5%-Quantilwert der Versuchsserien sind für eine Durchbiegung von 0.5 mm (SLS) und 3.5 mm (ULS) dargestellt.

Wie erwartet ist die mittlere Nachrissbiegezugfestigkeit bei 0.5 mm Durchbiegung nahezu unabhängig von der Faserlänge. Die unterschiedliche Streuung zufolge der Versuchsserien führt jedoch dazu, dass sich die zugehörigen charakteristischen Werte der einzelnen Serie deutlich voneinander unterscheiden. Der Einfluss der Faserlänge ist erst bei größerer Verformung dominant. Die Nachrissbiegezugfestigkeit der Serien M3 und M4 ist mehr als doppelt so groß wie die von M1 und M2. Insgesamt kann durch die Ergebnisse schlussgefolgert werden, dass die Verwendung langer Fasern in Verbindung mit einer hohen Frischbetonkonsistenz am sinnvollsten ist.

	M1	M2	M2 ₁	M3	M4
$\delta = 0.5 \text{ mm}$					
$\sigma_m \text{ [N/mm}^2\text{]}$	2.84	2.66	2.54	2.47	2.71
$s \text{ [N/mm}^2\text{]}$	0.46	0.65	0.5	0.64	0.56
$\nu \text{ [%]}$	16.1	24.4	19.8	25.8	20.6
5%-Quantilwert	2.02	1.5	1.63	1.33	1.71
$\delta = 3.5 \text{ mm}$					
$\sigma_m \text{ [N/mm}^2\text{]}$	1.1	1.06	0.97	2.16	2.57
$s \text{ [N/mm}^2\text{]}$	0.26	0.37	0.23	0.55	0.58
$\nu \text{ [%]}$	24	34.8	23.5	25.4	22.6
5%-Quantilwert	0.63	0.4	0.56	1.18	1.52

Tab. 2.8: Statistische Auswertung der Biegezugversuche mit Normalbeton von Gröger (2017)

Versuche mit UHPC

Die Untersuchungen von Gröger (2017) beinhalteten auch 4-Punkt-Biegezugversuche nach DAfStb (2010) mit selbstverdichtendem UHPC. Die Ergebnisse wurden bereits in Gröger et al. (2012) veröffentlicht. Zwei verschiedene Stahlfaserarten mit einer Faserlänge $l_f = 6.0 \text{ mm}$ bzw. $l_f = 12.7 \text{ mm}$ und einem Durchmesser $d_f = 0.175 \text{ mm}$ wurden verwendet. Der Fasergehalt betrug 0.75 bzw. 1.50 Vol.-%. Je Versuchsserie wurden 12 Biegebalken an 4 unterschiedlichen Tagen (je 3 Balken) mit gleichem Personal und Equipment hergestellt. Zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit der einzelnen Versuchsserien, wurde der Mischprozess und die Herstellungsart für alle Betoniertermine konstant gehalten. Das Setzmaß des selbstverdichtenden UHPC betrug nach DAfStb (2003) ca. 730 mm. Alle Probekörper wurden nach 28 Tagen Lagerung bei Raumklima getestet. Die Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl.}$ wurde zu $\approx 160 \text{ N/mm}^2$ und der Elastizitätsmodul E_{cm} zu $\approx 48000 \text{ N/mm}^2$ bestimmt.

Die Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen sind für alle Versuchsserien in Abb. 2.26 dargestellt. Der große Einfluss der Faserlänge ist eindeutig erkennbar. Mit 6 mm langen Fasern konnte unabhängig vom Fasergehalt innerhalb einer Versuchsserie sowohl ein Deflection-Softening als auch ein Deflection-Hardening Verhalten beobachtet werden. Aufgrund der geringen Faserschlankheit, ist die Leistungsfähigkeit vergleichsweise gering. Des Weiteren werden die kurzen Fasern nach Erreichen der Maximallast rasch ausgezogen. Mit 12.7 mm langen Fasern konnte in allen 24 Versuchen mit 0.75 bzw. 1.50 Vol.-% ein Deflection-Hardening Verhalten festgestellt werden. Auch nach Erreichen der Peaklast konnte ein entsprechend duktiles Verhalten beobachtet werden, sodass die Fasern langsam ausgezogen werden.

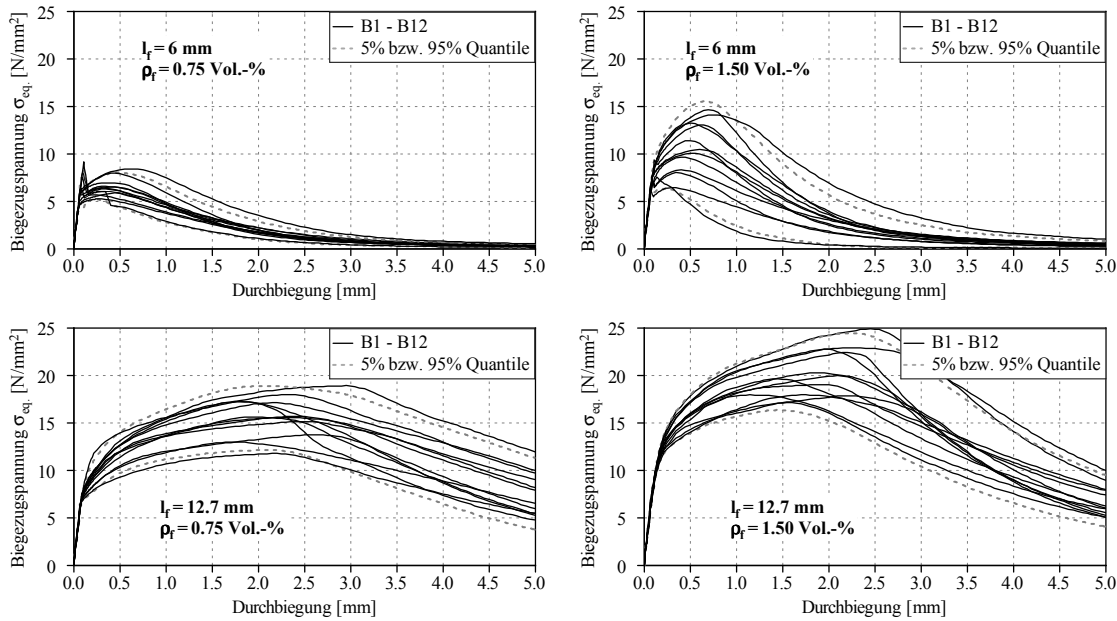


Abb. 2.26: Ergebnisse der Biegezugversuche mit UHPC von Gröger (2017)

Die statistische Auswertung der Versuche in Tab. 2.9 zeigt den Mittelwert der maximalen äquivalenten Biegezugspannung $\sigma_{max.,eq.,m}$ und den dazugehörigen Variationskoeffizienten $\nu_{max.}$ für die verschiedenen Versuchsserien. Des Weiteren ist der Mittelwert $\delta_{max.,m}$ und der Variationskoeffizient $\nu_{\delta,max.}$ der zugehörigen Durchbiegung dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die langen Fasern zu wesentlich höheren Biegezugspannungen führen als die kurzen Fasern. Bei beiden Faserarten steigt die Tragfähigkeit mit steigendem Fasergehalt. Auffallend ist allerdings, dass wie in den Versuchen in Abschnitt 2.2.2 beobachtet, die Verdoppelung des Fasergehaltes nur zu einem unterproportionalen Anstieg der Biegetragfähigkeit führt. Die Werte für $\delta_{max.,m}$ werden ebenfalls hauptsächlich durch die Faserlänge bestimmt. Des Weiteren ist die Streuung von $\sigma_{max.,eq.,m}$ und $\delta_{max.,m}$ bei längeren Fasern geringer. Wie in den eigenen Versuchen in Abschnitt 2.2.2, konnte beobachtet werden, dass die maximale Tragfähigkeit $\sigma_{max.,eq.,m}$ geringer streut als die dazugehörige Durchbiegung $\delta_{max.,m}$.

Faserlänge l_f	6 mm		12.7 mm	
	0.75 [Vol.-%]	1.50 [Vol.-%]	0.75 [Vol.-%]	1.50 [Vol.-%]
$\sigma_{max.,eq.,m}$ [N/mm ²]	6.53	10.59	15.92	20.30
$\nu_{max.}$ [%]	14.2	25.9	13.5	12.1
$\delta_{max.,m}$ [mm]	0.37	0.48	2.25	1.88
$\nu_{\delta,max.}$ [%]	30.6	32.9	16.4	20.6

Tab. 2.9: Statistische Auswertung der Biegezugversuche mit UHPC von Gröger (2017)

2.4.2 Versuche von Müller

Müller (2015) führte im Rahmen seiner Arbeit sehr umfangreiche Untersuchungen mit normalfestem und hochfestem Stahlfaserbeton durch. Diese beinhalteten 4-Punkt-Biegezugversuche an Standardbiegebalken nach DAfStb (2010) und großformatige Balken (Breite 20 cm; Höhe 40 cm) mit und ohne Stabstahlbewehrung. In Summe wurden 21 Faserarten und 13 Betonsorten untersucht, darunter auch selbstverdichtende Betone, ein

Leichtbeton und ein hochfester Beton. Der verwendete Fasergehalt variierte zwischen 20 und 60 kg/m³.

In den Biegezugversuchen beobachtete er, dass die Faserschlankheit bei allen Fasertypen, insbesondere aber bei Fasern mit Endhaken großen Einfluss auf die Biegetragfähigkeit hat. Je schlanker die gekröpften Fasern sind, desto höher die Nachrissbiegezugfestigkeit. Die in den Versuchsserien beobachteten Variationskoeffizienten liegen zwischen ca. 10 und 30%. In der Auswertung der Versuchsergebnisse stellte er zusätzlich fest, dass sich unabhängig vom Fasertyp mit Zunahme der Betondruckfestigkeit die maximal aufnehmbare Last je Faser erhöht. Durch die Erhöhung des Fasergehaltes kommt es hingegen zu einer Reduzierung der Fasereffektivität bzw. des Lasttragvermögens der Einzelfasern bei gleicher Betondruckfestigkeit. Dies führt dazu, dass mit einem Anstieg des Fasergehaltes kein linearer Anstieg der Biegezugfestigkeit einhergeht.

Nach Durchführung der Biegezugversuche wurde die Faseranzahl in der Bruchfläche der Standardbiegebalken ermittelt. Basierend auf den Versuchsergebnissen stellte er in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit und der zu erwartenden Faseranzahl im Schnitt, Näherungsfunktionen der zu erreichenden Nachrissbiegezugfestigkeit bei 0.5 und 3.5 mm Durchbiegung auf.

Die hier beschriebenen Ergebnisse sind nur ein Ausschnitt aus den im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse. Für weitere Ergebnisse bzw. genaue Werte sei an dieser Stelle auf Müller (2015) verwiesen. Des Weiteren sei angemerkt, dass obwohl eine sehr große Anzahl an Faserarten untersucht wurde, die in Abschnitt 2.1.2 verwendeten Fasertypen nicht zum Einsatz kamen. Daher ist auch kein direkter Vergleich der Versuchsergebnisse möglich.

2.5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden umfangreiche Untersuchungen zum Tragverhalten von normal- und ultrahochfestem Stahlfaserbeton durchgeführt. Ergänzt werden die eigenen Untersuchungen durch die Versuchsergebnisse von Gröger (2017) und Müller (2015). Die Ergebnisse der eigenen Untersuchungen zeigen, dass die Streuung im Nachrisszugtragverhalten stark durch die Art der Faserzugabe beeinflusst wird, und folglich durch eine sorgfältige Faserzugabe deutlich reduziert werden kann. Bisher wurde der Art der Faserzugabe nur geringe Aufmerksamkeit geschenkt.

Des Weiteren konnte festgestellt werden, dass die in Versuchen erzielten Streuungen mit zunehmender mittlerer Faseranzahl in der Bruchfläche abnehmen. Dabei ist es unerheblich, ob die Faseranzahl durch die Probekörper-, die Fasergeometrie oder den Fasergehalt beeinflusst wird. Tendenziell ist die Verwendung langer Fasern für das Tragverhalten als auch für dessen Streuungen sowohl für Normalbeton als auch UHPC am sinnvollsten.

Die Faserorientierung in liegend hergestellten Balken und Platten streut, bei konstanter Herstellungsmethode nur in geringem Maße und ist weitgehend unabhängig von Faserlänge und Fasergehalt. Die Faseranzahl im Schnitt und der im Bereich der Schnittfläche tatsächlich vorhandene Fasergehalt streuen wesentlich stärker. Bei den Versuchen mit Normalbeton war der Einfluss aus der Art der Faserzugabe deutlich erkennbar. Die Auswertung der Ergebnisse lässt vermuten, dass ein Großteil der Streuung im Nachrisszugtragverhalten durch eine inhomogene Faserverteilung hervorgerufen wird. Der Einfluss aus der Faserorientierung wird als gering vermutet, sofern die Elemente auf dieselbe Art und Weise hergestellt werden.

Der Vergleich der Streuung aus den Biegezugversuchen und der Schnittbildauswertung liefert eine gute Übereinstimmung. Es konnte ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Streuung der Faseranzahl im Schnitt bzw. dem berechneten tatsächlichen Fasergehalt und den in Biegezugversuchen beobachteten Streuungen festgestellt werden. Eine Korrelation mit der Streuung der Faserorientierung konnte nicht beobachtet werden. Die vorliegenden Versuchsergebnisse bilden die Grundlage für die Berechnungen zur Bestimmung des Einflusses der Faserverteilung und der Faserorientierung auf die Streuung im Tragverhalten mit dem numerischen Modell in Abschnitt 3.3.

3 Numerisches Modell

Das vorgestellte numerische Modell berechnet Kraft-Durchbiegungskurven bzw. Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen von 4-Punkt-Biegezugversuchen sowie zugehörige Materialgesetze (zentrische Spannungs-Dehnungslinien). Es ist sowohl für Normalbeton als auch UHPC anwendbar. Die Ergebnisse bilden die Grundlage für das in Kapitel 4 beschriebene analytische Modell.

Zur Beschreibung der Fasern im Raum werden die Fasern auf ihre Faserschwerpunkte (FSP) bezogen und jeder Faser eine fiktive Tragwirkung zugewiesen. In Abhängigkeit der Rissposition wird die Anzahl und Orientierung der den Riss kreuzenden Fasern bestimmt. Durch Iteration der Druckzonenhöhe wird das Tragverhalten im Biegezugversuch ermittelt. Neben der Quantifizierung des Einflusses der Faserverteilung und der Faserorientierung ist eine mechanische Bestimmung der Prozesszonlänge (l_{lokal}) möglich, welche in bisherigen Untersuchungen, z.B. Habel (2004) oder Strack (2007) nur näherungsweise bestimmt werden konnte. Da zu jedem Zeitpunkt auch die Krümmung und Dehnung im fiktiven Balken bekannt sind, kann die dazugehörige Spannungs-Dehnungslinie ermittelt werden.

Nachdem jede Faser einzeln betrachtet wird, ist eine hohe Rechenleistung erforderlich. Insbesondere bei UHPC mit hohen Fasergehalten führt die große Faseranzahl zu einem entsprechenden Berechnungsaufwand. Daher wurde das Programm in MathWorks® Matlab® umgesetzt.

3.1 Modellbeschreibung

3.1.1 Allgemein

Basierend auf einem Vorschlag von Müller (2015) werden die Fasern für ihre Darstellung im Raum auf ihre Faserschwerpunkte (FSP) bezogen. Für die Beschreibung des Modells wird anfangs von einer homogenen Faserverteilung ausgegangen. Unter Faserverteilung wird die zahlenmäßige Verteilung der Fasern innerhalb eines Bauteils verstanden. Eine homogene Faserverteilung bedeutet, dass in jedem Volumen dV , unabhängig von der Volumenform und der Ausrichtung der Fasern (Faserorientierung), stets die gleiche Fasermenge ρV (Fasergewicht) vorhanden ist und somit für jede Raumrichtung gleich ist (siehe Bonzel & Schmidt (1984) und Bonzel & Schmidt (1985)). Demnach muss auch die Anzahl der Faserschwerpunkte für jedes Volumen dV gleich sein. In Abb. 3.1 ist eine homogene Faserverteilung schematisch dargestellt.

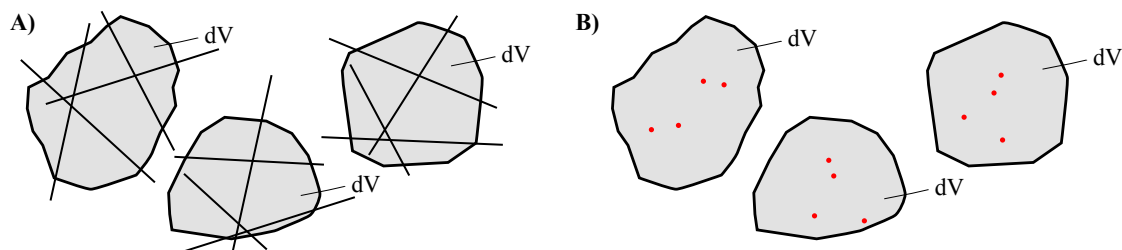


Abb. 3.1: Schematische Darstellung einer homogenen Faserverteilung mit Fasern (A) und auf Faserschwerpunkte bezogen (B)

Unter der Bedingung, dass das Modell in alle drei Raumrichtungen unabhängig von der Betrachtungsrichtung gleiche Ergebnisse liefern muss, wird jeder Faser ein Betonvolumen mit der in Abb. 3.2 (A) dargestellten Form zugewiesen. Jedes Element besteht aus 7 Einzelwürfeln der Länge a , in dessen Zentrum der FSP sitzt. Die Elemente können vollkommen bündig aneinandergereiht werden, sodass jeder FSP ein gleichartiges, gleich großes, richtungsunabhängiges Teilvolumen besitzt. Andere Volumenformen, wie beispielsweise Tetraeder oder Kugeln gleicher Größe können nicht vollkommen bündig aneinandergereiht werden (Haji-Akbari et al. (2009)). Ein einfaches Würfelmodell hat zum Nachteil, dass der Abstand zwischen den FSP größer wird und sich daher bei geringen Fasergehalten (demnach auch geringe Anzahl an FSP) fiktive Inhomogenitäten im Modell ergeben. Dasselbe gilt für verschiedene Kristallgitterstrukturen. In Abb. 3.2 (C) ist ein mit Elementen ausgefüllter Referenzwürfel dargestellt. An der Ober- und Unterseite, sowie an den Seitenflächen ragen die Anschlusssecken der Elemente hervor.

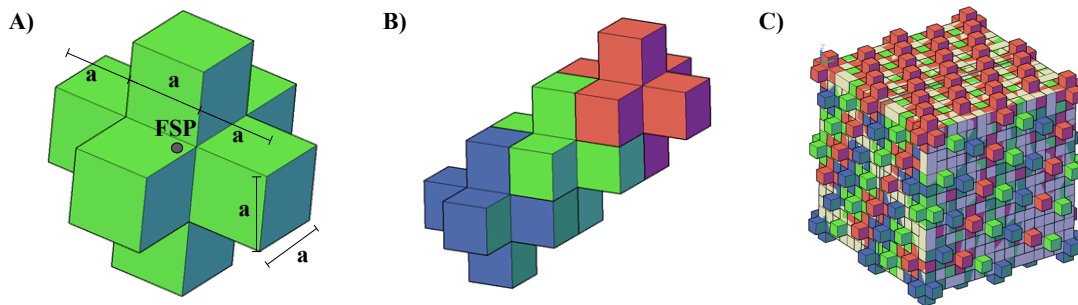


Abb. 3.2: Empfohlene Anordnung der FSP mit Elementen bestehend aus 7 Würfeln der Kantenlänge a (A) und Aneinanderreihung mehrerer Elemente (B) sowie mit Elementen ausgefüllter Referenzwürfel (C)

Blendet man für den in Abb. 3.2 (C) dargestellten Referenzwürfel das Betonvolumen aus und betrachtet nur die FSP, so ist ersichtlich, dass die FSP (gleich wie die Elemente vorher) auf Ebenen (Ebene A - G) angeordnet sind (siehe Abb. 3.3). Die Betrachtung des Referenzwürfels von allen drei Raumrichtungen in Abb. 3.3 (B - D) zeigt, dass sich stets die gleiche Anordnung an FSP (Ebenenabstand a) ergibt. Die Bedingung einer homogenen Faserverteilung ist demnach erfüllt.

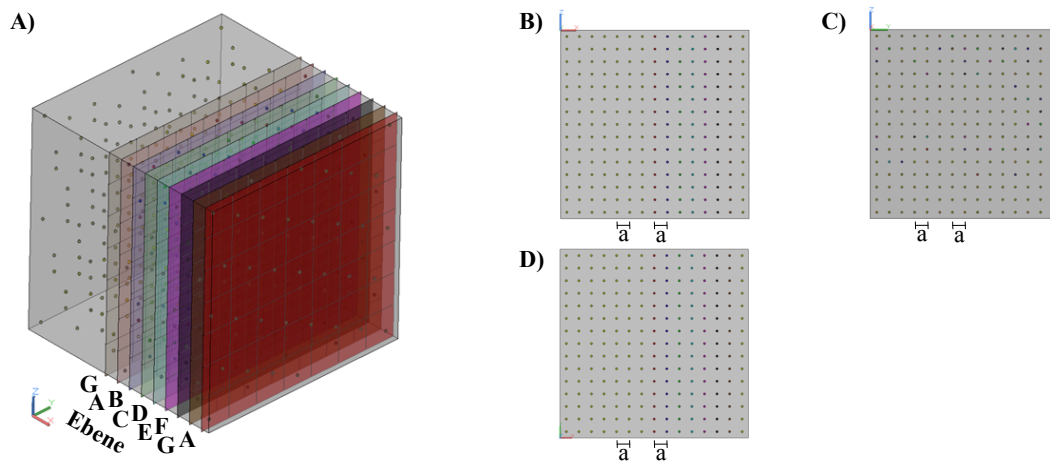


Abb. 3.3: Ebenen A - G mit Faserschwerpunkten (A); Seitenansicht (B), Ansicht von Vorne (C) und Draufsicht (D) der sich ergebenden FSP-Ebenen

Das Betonvolumen $V_{B,EF}$, das einer Einzelfaser zur Verfügung steht, ergibt sich aus dem bekannten Betonvolumen V_B und der beigegebenen Faseranzahl N_{zf} nach Glg. 3.1. Die beigegebene Faseranzahl ist abhängig von Fasergehalt ρ_f , Faserlänge l_f , Faserdurchmesser d_f und dem spezifischen Gewicht der Faser γ_f .

$$V_{B,EF} = \frac{V_B}{N_{zf}} = \frac{V_B}{\frac{\rho_f}{l_f \cdot d_f^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \gamma_f}} \quad (3.1)$$

Für die in Abb. 3.2 dargestellten Elemente, in deren Zentrum der FSP sitzt, kann mit dem bekannten Betonvolumen einer Einzelfaser $V_{B,EF}$ auf die Kantenlänge a rückgeschlossen werden. Somit ergibt sich der Abstand zwischen den Faserebenen a zu:

$$\begin{aligned} 7 \cdot a^3 &= V_{B,EF} \\ \Rightarrow a &= \sqrt[3]{\frac{V_{B,EF}}{7}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Anordnung der Faserschwerpunkte

In Biegezugversuchen wird das Tragverhalten nur in eine Tragrichtung, in Balkenlängsachse, ermittelt (siehe CEB-fib (2013) und DAfStb (2010)). Daher wird im Modell die Tragwirkung nur entlang der Balkenlängsachse bestimmt. Die FSP werden wie oben beschrieben auf Faserebenen mit dem Ebenenabstand a angeordnet. Die in betrachteter Tragrichtung projizierten Ebenen werden als Hauptebenen bezeichnet. Bei einer homogenen Faserverteilung befinden sich auf jeder Hauptebene gleich viele FSP (± 1 FSP). Im inhomogenen Fall befinden sich auf jeder Hauptebene unterschiedlich viele FSP. Abb. 3.4 zeigt schematisch die Anzahl an FSP je Hauptebene für einen homogenen (A) und inhomogenen (B) Fall.

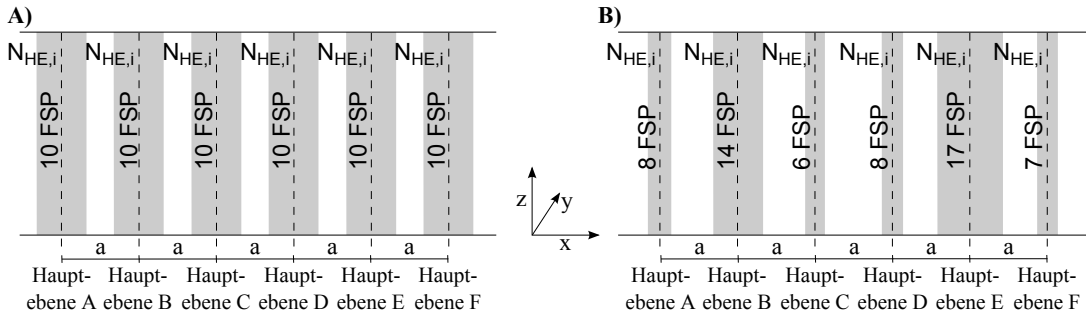


Abb. 3.4: Anzahl der FSP je Hauptebene bei homogener (A) und inhomogener (B) Faserverteilung

In einem Balken der Länge L ergeben sich $H_{E,n}$ Hauptebenen, die im Abstand a angeordnet sind:

$$H_{E,n} = \lfloor \frac{L}{a} + 1 \rfloor \quad (3.3)$$

Die mittlere Anzahl an FSP je Hauptebene $N_{HE,m}$ wird aus der beigegebenen Faseranzahl N_{zf} geteilt durch die Anzahl an Hauptebenen $H_{E,n}$ ermittelt:

$$N_{HE,m} = \lfloor \frac{N_{zf}}{H_{E,n}} \rfloor \quad (3.4)$$

Werden die FSP homogen angeordnet, so befindet sich auf jeder Hauptebene gleich viele FSP (± 1 FSP). Für den inhomogenen Fall bestehen folgende Möglichkeiten:

- Normalverteilung: Die Anzahl an FSP je Hauptebene wird durch eine Gaußsche Normalverteilung definiert. Dabei ist $N_{HE,m}$ der Mittelwert μ und $\sigma_{HE,m}$ die zugehörige Standardabweichung (Rooch (2014)). Ebenen mit Werten < 0 müssen mit Minimalwert 0 überschrieben werden.
- Poissonsverteilung: Die Anzahl an FSP je Hauptebene wird durch eine Poissonsverteilung definiert. Dabei entspricht $N_{HE,m}$ dem erwarteten Mittelwert μ und $\sigma_{HE,m}^2$ der Varianz und somit dem reellen Parameter λ (Eckey et al. (2005)).
- Variation der Fasermenge: Durch Variation der beigegebenen Faseranzahl N_{zf} kann bei mehreren Programmdurchläufen eine Inhomogenität in der Faserverteilung simuliert werden.

Sollte die $\sum N_{HE,i}$ nicht der tatsächlich beigegebenen Faseranzahl N_{zf} entsprechen, so werden Hauptebenen zufällig ausgewählt denen ein FSP hinzugegeben oder abgezogen wird (± 1 FSP) bis $\sum N_{HE,i} \stackrel{!}{=} N_{zf}$ gilt.

Mit der bekannten Anzahl an FSP je Hauptebene $N_{HE,i}$ können die FSP horizontal (z-Koordinate) angeordnet werden. Bei einer homogenen Faserverteilung ergeben sich mit der Balkenhöhe h , $N_{E,n}$ Nebenebenen (horizontale Anordnung, z-Koordinate), die im Abstand a angeordnet sind, siehe Abb. 3.5.

$$N_{E,n} = \lfloor \frac{h}{a} + 1 \rfloor \quad (3.5)$$

Die Anzahl der FSP je Nebenebene $N_{NE,i}$ ergibt sich für eine homogene Faserverteilung aus der Anzahl an FSP je Hauptebene $N_{HE,i}$ geteilt durch die Anzahl der Nebenebenen $N_{E,n}$:

$$N_{NE,i} = \lfloor \frac{N_{HE,i}}{N_{E,n}} \rfloor \quad (3.6)$$

Wie Abb. 3.5 (A) zeigt, befinden sich bei homogener Faserverteilung auf jeder Nebenebene gleich viele FSP (± 1 FSP). Im Beispiel in Abb. 3.5 (A) liegen mehrere FSP (2 FSP) hintereinander bzw. übereinander in y-Richtung. Da das Tragverhalten nur in x-Richtung ermittelt wird ist eine solche Darstellung ausreichend. Sollte die $\sum N_{NE,i}$ nicht der Anzahl an FSP je Hauptebene $N_{HE,i}$ entsprechen, so werden Ebenen zufällig ausgewählt denen ein FSP hinzugegeben oder abgezogen wird (± 1 FSP) bis $\sum N_{NE,i} \stackrel{!}{=} N_{HE,i}$ gilt.

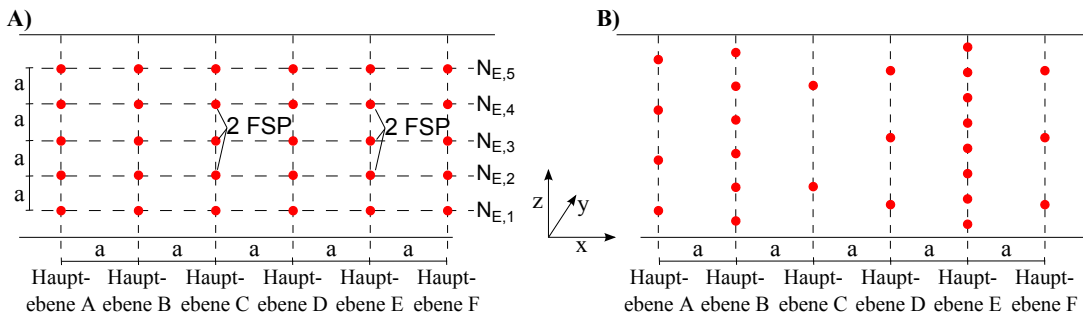


Abb. 3.5: Horizontale Anordnung der FSP für homogene Faserverteilung (links) und inhomogene Faserverteilung (rechts)

Bei einer inhomogenen Faserverteilung werden die FSP je Hauptebene $N_{HE,i}$ horizontal (z-Koordinate) homogen verteilt, wie in Abb. 3.5 (B) ersichtlich ist. Es ist in jeder

Nebenebene $N_{NE,i}$ nur ein FSP vorhanden, die gleichmäßig über den Querschnitt verteilt sind.

Zuweisen der Faserorientierung

In einem nächsten Schritt wird jedem FSP eine Faserorientierung zugewiesen, wie in Abb. 3.6 ersichtlich ist. Dazu müssen der Mittelwert der Faserorientierung η_V und die zugehörige Standardabweichung $\sigma_{\eta,V}$ bekannt sein. Die mittlere Faserorientierung η_V wird vom Programmbenutzer vor Beginn der Berechnung festgelegt.

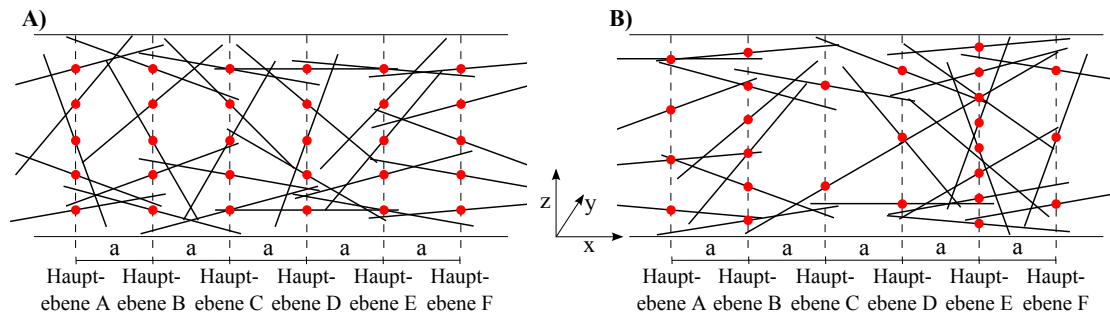


Abb. 3.6: Zuweisen der Faserorientierung für homogene (A) und inhomogene (B) Faserverteilung

Gemäß der Versuchsergebnisse in Abschnitt 2 kann die Standardabweichung $\sigma_{\eta,V}$ in Abhängigkeit der mittleren Faserorientierung η_V nach Glg. 3.7 abgeschätzt werden. Im Modell werden die verschiedenen Einzelwerte für $\eta_{V,i}$ mit einer Beta-Verteilung berechnet.

$$\sigma_{\eta,V} = \frac{4}{\sqrt{12}} \cdot \eta_V \cdot (1 - \eta_V) \quad (3.7)$$

In Abrishamabaf et al. (2013) und Laranjeira et al. (2011) wird die Verteilung der Faserorientierung durch eine Normalverteilung beschrieben. Die Faserorientierung kann, unabhängig ob im Volumen $\eta_{V,i}$ oder in der Schnittfläche $\eta_{S,i}$, nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Eine Normalverteilung ist stets an beiden Seiten offen, sodass bei der Modellierung über einen Mittelwert der Faserorientierung $\eta_{V/S}$ und zugehöriger Standardabweichung $\sigma_{\eta,V/S}$ von Statistikprogrammen stets Werte < 0 und > 1 mitberechnet werden. Diese Werte müssen in der Berechnung mit den Minimal- bzw. Maximalwerten überschrieben werden. Weiteres sind rechts- oder linksschiefe Verteilungen mit der Normalverteilung nur schwer abzubilden. Auch andere Verteilungen wie beispielsweise die Weibullverteilung, die Lognormalverteilung, die Gamma- oder die Exponentialverteilung sind an beiden oder zumindest an einer Seite offen und weisen dasselbe Problem wie die Normalverteilung auf (siehe Abb. 3.7).

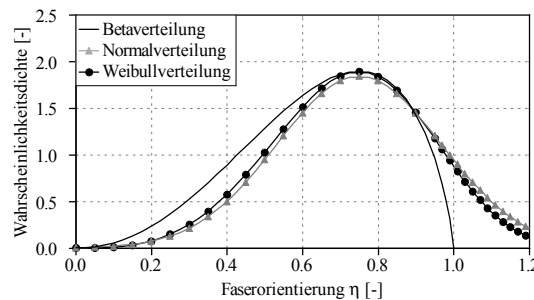


Abb. 3.7: Beta-, Normal- und Weibullverteilung nach Johnson et al. (1995) für eine mittlere Faserorientierung von 0.7 und Verwendung von Glg. 3.7

Die Betaverteilung präsentiert eine kontinuierliche, geschlossene Wahrscheinlichkeitsverteilung über dem Intervall $[0, 1]$. Sie wird durch die 4 Parameter Mittelwert μ , Standardabweichung σ , Untergrenze a und Obergrenze b definiert. Die Dichtefunktion einer Betaverteilung wird direkt durch die zwei Formparameter α und β definiert (Johnson et al. (1995)).

$$f(x) = \frac{1}{B_{\alpha,\beta}} \cdot \frac{(x-a)^{(\alpha-1)} \cdot (b-x)^{(\beta-1)}}{(b-a)^{(\alpha+\beta-1)}} \quad \text{mit :} \quad a \leq x \leq b \quad (3.8)$$

Sind der Mittelwert μ und die Standardabweichung σ einer gegebenen Funktion bekannt, so können die Parameter α und β wie folgt geschätzt werden (Simpson (2014)):

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{1-\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{\mu} \right) \cdot \mu^2 \\ \beta &= \alpha \cdot \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Um Inhomogenitäten in der Faserorientierung berücksichtigen zu können, kann die mittlere Faserorientierung η_V bei mehreren Programmdurchläufen variiert werden. Weiters wird der Randeffect, Fasern können sich im Bereich von Rand- und Eckbereichen nur zwei- oder eindimensional ausrichten, berücksichtigt. Dazu wurde der Ansatz von Belhouli (1996) übernommen, laut dem sich im Randbereich mit einer Breite von $\frac{l_f}{2}$ die Faserorientierung zu 0.6 ergibt.

Position des maßgebenden Risses (Makroriss)

Die Position des maßgebenden Risses (Makroriss) wird vom Programm benutzer vor Beginn der Berechnung definiert oder im Bereich der maximalen Momentenbelastung im Biegezugversuch (zwischen den Krafteinleitungspunkten) zufällig erzeugt. Folglich ist für jede Faser die Position zum Riss, die Einbindelänge und der Einbindewinkel bekannt. Fasern deren FSP weiter als $\frac{l_f}{2}$ vom Riss entfernt sind können diesen nicht kreuzen und sind für die weitere Berechnung nicht relevant.

Tragverhalten einer Einzelfaser

Die Wirkungsweise von Stahlfasern im Beton war bereits Bestandteil zahlreicher Untersuchungen, wie beispielsweise Pfyl (2003), Strack (2007), Jungwirth (2006) oder Leutbecher (2007) um stellvertretend nur einige zu nennen. Zur Beschreibung des Tragverhaltens einer Einzelfaser wird an dieser Stelle auf die genannten Literaturquellen verwiesen.

Für gerade Stahlfasern, wie sie primär in hochfesten und ultrahochfesten Betonen verwendet werden, ist die Definition eines Verbundgesetzes zur Beschreibung des Verbundverhaltens zwischen Faser und Matrix erforderlich. In der Literatur existieren verschiedene Vorschläge wie die Verbundspannung τ in Abhängigkeit der Relativverschiebung s zwischen Faser und Matrix beschrieben werden kann. Basierend auf Versuchsergebnissen schlagen Namur & Naaman (1989) ein ideal - elastisch - plastisches Verbundgesetz (siehe Abb. 3.8 (A)), und Naaman et al. (1991a), Naaman et al. (1991b) ein ideal - elastisch - abgetrept - plastisches Verbundgesetz (Abb. 3.8 (B)) vor. Die beiden Phasen entsprechen dabei jeweils dem Haftverbund τ_{ba} und dem Reibverbund τ_{bf} zwischen Faser und Matrix. Darauf aufbauend definiert Pfyl (2003) als Vereinfachung ein ideal - plastisches Verbundgesetz (Abb. 3.8 (C)). Eine ausführliche Diskussion der verschiedenen Verbundgesetze erfolgt ebenfalls in Pfyl (2003). Anzumerken ist, dass alle drei vorgestellten Verbundgesetze Idealisierungen des in Versuchen beobachteten Verbundverhaltens darstellen.

Im vorgestellten Modell wird das ideal - plastische Verbundgesetz, wie von Pfyl (2003) vorgeschlagen, verwendet.

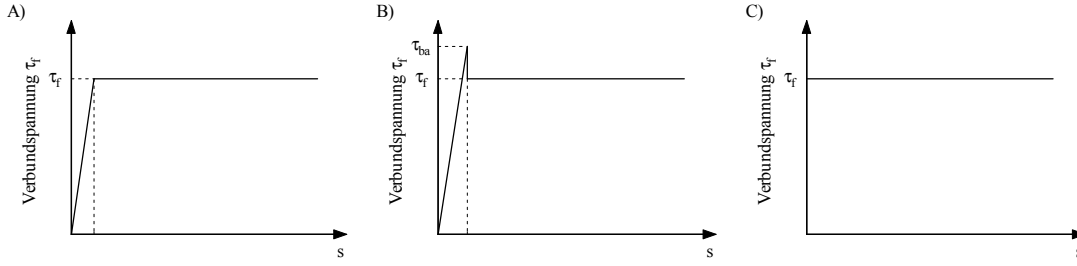


Abb. 3.8: Verschiedene Verbundgesetze nach Namur & Naaman (1989) (A), Naaman et al. (1991a) (B) und Pfyl (2003) (C)

Im Modell ist die Verbundspannung τ_0 als Eingabeparameter festgelegt, bei der die Faser genau orthogonal auf den Riss steht ($\eta = 1.0 \hat{=} \varphi = 0^\circ$). Mit zunehmendem Einbindewinkel nimmt die Fasertragfähigkeit anfänglich zu und fällt ab Winkeln $> 30^\circ$ ab. Basierend auf einer Auswertung der Ausziehversuche von Cunha et al. (2010), Soetens et al. (2013) und Breitenbücher & Song (2014) werden in Abhängigkeit von τ_0 die Verbundspannungen für Einbindewinkel von 30° , 45° , 60° und 70.53° definiert (Glg. 3.10 - 3.13). Zwischen den einzelnen Werten wird linear interpoliert. Fasern mit einem Einbindewinkel $> 70.53^\circ$ ($\eta = 0.33$) werden in der weiteren Berechnung als nicht wirksam definiert.

$$\tau_{30} = 1.2 \cdot \tau_0 \quad (3.10)$$

$$\tau_{45} = 1.0 \cdot \tau_0 \quad (3.11)$$

$$\tau_{60} = 0.5 \cdot \tau_0 \quad (3.12)$$

$$\tau_{70.53} = 0 \cdot \tau_0 \quad (3.13)$$

In Normalbeton werden zur Verbesserung des Verbundverhaltens i.d.R. gekröpfte Fasern mit Endhaken verwendet. Im Modell wird das Tragverhalten (Kraft-Schlupfbeziehung) gekröpfter Fasern an die Versuchsergebnisse anderer Wissenschaftler angenähert (Abrishamabaf et al. (2013), Robins et al. (2002), Soetens et al. (2013) und Breitenbücher & Song (2014)). In all diesen Versuchen wurden ähnliche Ergebnisse erzielt, wobei insbesondere festgestellt wurde, dass die Einbindelänge auf das Tragverhalten einer Einzelfaser kaum Einfluss hat, sofern der Endhaken ausreichend in den Beton eingebettet ist. Laut Soetens et al. (2013) führt eine Abnahme der Einbindelänge zu keiner ersichtlichen Änderung in der Kraft-Schlupf Beziehung bis die Einbindelänge erreicht ist. Demnach erfolgt die Kraftübertragung primär durch den Formverbund des Endhakens. Weitere Ergebnisse von Ausziehversuchen sind in Pfyl (2003) und Strack (2007) zusammengestellt.

Wie ebenfalls in Strack (2007) erläutert, ist es notwendig, dass sich der Endhaken in einer gewissen Entfernung zur Rissoberfläche befindet um wirksam zu werden. Ist der Abstand zu klein, oder die Betonfestigkeit zu gering, können die für die plastische Faserverformung benötigten Umlenkkräfte dafür sorgen, dass die Betonmatrix zwischen Endhaken und Rissoberfläche keilförmig abplatzt, was zu einem vollständigen Abfall der aufnehmbaren

Last führt. Laut Naaman (2004) tritt dieses Versagen bei Einbindelängen kleiner als ≈ 6 mm auf, wobei dieser Wert in Abhängigkeit von Fasergeometrie und Betonfestigkeit zu sehen ist. Da in der vorliegenden Arbeit nur Normalbeton der Festigkeitsklasse C25/30 untersucht wurde, wird die minimale Einbindelänge mit 7 mm festgelegt. Folglich werden Fasern mit einer Einbindelänge < 7 mm als unwirksam definiert.

Der Einbettungswinkel hat wesentlich größeren Einfluss auf das Tragverhalten von Fasern mit Endhaken. Pfyl (2003) vergleicht in seiner Arbeit mehrere experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Einfluss des Einbindewinkels und stößt auf teilweise widersprüchliche Resultate im Hinblick auf eine laststeigernde Wirkung mit zunehmendem Einbindewinkel. Weiters ist anzumerken, dass in Ausziehversuchen i.d.R. große Streuungen festgestellt werden und eine eindeutige Aussage über die Tragwirkung oft schwierig ist. Die in jedem Fall verbleibende Unsicherheit der Wirksamkeit von Fasern mit einem Einbindewinkel $> 60^\circ$ ($\eta = 0.5$) veranlasste beispielsweise Foster (2001) Fasern mit größeren Einbindewinkeln in der Berechnung der den Riss querenden Fasern bzw. des Fasergehaltes zu vernachlässigen. Dieser Ansatz wird im vorliegenden Modell übernommen.

In Abb. 3.9 sind die Versuchsergebnisse von Robins et al. (2002) und Breitenbücher & Song (2014) an Stahlfasern mit Endhaken dargestellt. Die unterschiedliche Neigung der Kraft-Schlupf Beziehung im Anfangsbereich ist mit Unterschieden im Versuchsaufbau zu begründen. Die unterschiedlichen Auszugskräfte resultieren aus verschiedenen Faserdurchmessern. Robins et al. (2002) verwendeten Fasern mit einer Länge von 50 mm und einem Durchmesser von 0.5 mm, Breitenbücher & Song (2014) Fasern mit einer Länge von 60 mm und einem Durchmesser von 0.75 mm. Weiters ist die im Modell verwendete idealisierte Kraft-Schlupf Beziehung basierend auf den Ergebnissen von Breitenbücher & Song (2014) dargestellt.

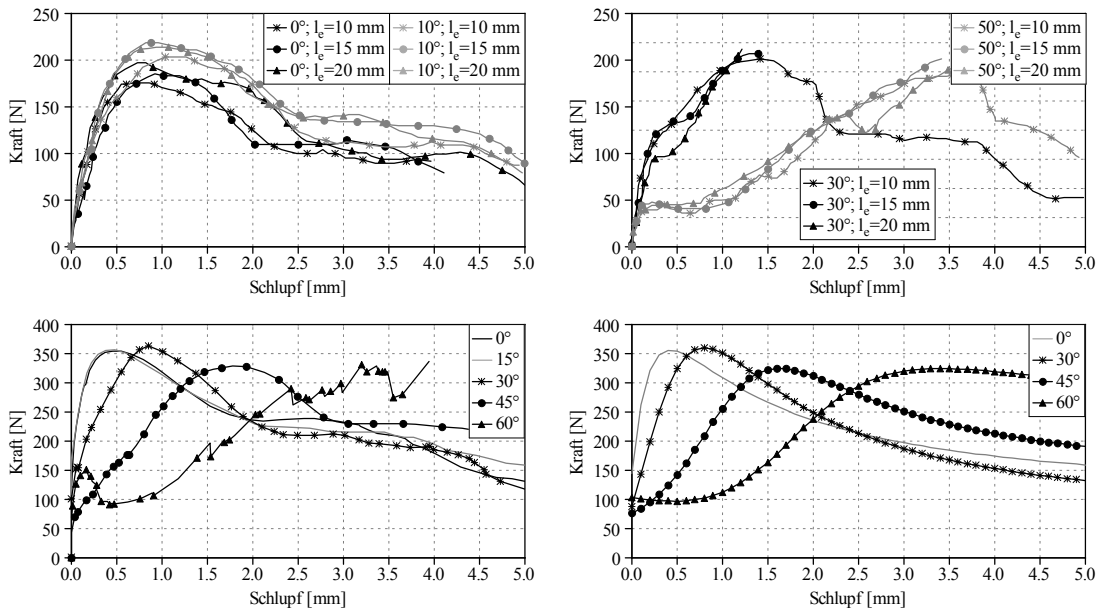


Abb. 3.9: Ausziehversuche mit unterschiedlicher Einbindelänge und -winkel nach Robins et al. (2002) (oben); Ausziehversuche von Breitenbücher & Song (2014) mit konstanter Einbindelänge und verschiedenen Einbindewinkeln (unten links) und daraus angenäherte Kraft-Schlupfbeziehung für das Modell (unten rechts)

Rissverzahnung

Unter Rissverzahnung wird die Eigenschaft des Betons verstanden, nach Überschreiten der Matrixzugfestigkeit $f_{ct,0}$ weiterhin Kräfte über den Riss übertragen zu können (König et al. (2008)). In der Literatur existieren verschiedene Ansätze, die in Illich (2015) zusammengefasst und diskutiert werden. CEB-fib (1993) beschreibt die Verringerung der Zugfestigkeit während der Rissöffnung durch:

$$\sigma_{ct}(w) = f_{ct,0} \cdot e^{\left(-\frac{w \cdot f_{ct,0}}{G_f}\right)} \quad (3.14)$$

Die in Gl. 3.14 benötigte Bruchenergie G_f ergibt sich nach CEB-fib (1993) zu:

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.7} \quad (3.15)$$

Dabei ist G_{f0} der Grundwert der Bruchenergie und Tab. 3.1 zu entnehmen.

Größtkorn [mm]	8	16	32
Bruchenergie G_{f0} [N/mm]	0.025	0.030	0.032

Tab. 3.1: Grundwerte der Bruchenergie G_{f0} nach CEB-fib (1993)

Illich (2015) beschreibt, dass bei Verwendung von Glg. 3.15 für UHPC die Bruchenergie deutlich überschätzt wird. Ma (2010) erhält durch experimentelle Kleinversuche Bruchenergien G_f zwischen ≈ 60 N/m für Feinkorn-UHPC und ≈ 90 N/m für Grobkorn-UHPC und liegt damit weit unter den mit Glg. 3.15 prognostizierten Werten. Weitere Versuchsergebnisse zum Bruchverhalten von faserfreiem UHPC fehlen in der Literatur. In den Arbeiten von Leutbecher (2007), Reichel (2010) und Illich (2015) wurde der Ansatz von Ma (2010) mit 60 N/m bzw. 90 N/m übernommen. Da auch die Bruchenergie einer gewissen Streuung unterliegt, ist diese im Modell für jeden Versuch separat festzulegen.

3.1.2 Eingaben

Das entwickelte Modell soll eine möglichst große Bandbreite von Biegezugversuchen an balken- und plattenförmigen Versuchskörpern beschreiben. Daher sind verschiedene Eingabeparameter erforderlich.

Bezüglich der Balkengeometrie sind folgende Parameter zu definieren, die in Abb. 3.10 veranschaulicht sind:

- Balkenhöhe h
- Balkenbreite b
- Balkenlänge l_{ges}
- Länge des seitlichen Überstandes l_{ue}
- Abstand zwischen den Auflagerpunkten $l_{ef} = l_{ges} - 2 \cdot l_{ue}$
- Abstand Balkenende zum Krafteinleitungspunkt l_{P1}
- Abstand zwischen den Krafteinleitungspunkten l_{P2}
- Ausmitte des Makrorisses x_r

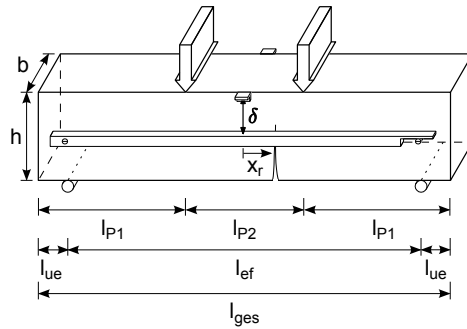


Abb. 3.10: Schematische Darstellung der geometrischen Eingaben für das numerische Modell

Großen Einfluss auf das Tragverhalten nach dem Erreichen der Peaklast hat die Ausmitte x_r . Die Lage des lokalisierten Makrorisses bestimmt den Verlauf der berechneten Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung bzw. Kraft-Durchbiegungskurve erheblich. Gemäß der maximalen Momentenbelastung ist der lokalisierte Makroriss im Bereich zwischen den Krafteinleitungspunkten zu erwarten. Die Ausmitte x_r kann demnach Werte zwischen 0 und $\frac{l_{P2}}{2}$ annehmen. Ist die Ausmitte größer als $\frac{l_{P2}}{2}$, wird der Versuch, wie in DAfStb (2010) vorgeschlagen, als ungültig definiert.

Für den verwendeten Beton und die eingesetzten Stahlfasern sind folgende Parameter festzulegen:

- Zylinderdruckfestigkeit des Betons $f_{c,cyl}$
- Elastizitätsmodul des Betons E_{cm}
- Zugfestigkeit des Betons $f_{ct,0}$
- Bruchenergie des faserfreien Betons G_f
- Druckarbeitslinie bei Normalbeton
- Faserlänge l_f
- Faserdurchmesser d_f
- Elastizitätsmodul der Fasern E_f
- Fasergehalt ρ_f
- Mittlere Faserorientierung η_V
- Verbundspannung τ_0
- Zugfestigkeit der Fasern f_{ym}

Bei Versuchskörpern mit überkritischem Tragverhalten im Biegezugversuch (Deflection-Hardening) ist die Durchbiegung $\delta_{max.}$ und die äquivalente Biegezugspannung $\sigma_{max.,eq.}$ bei Peaklast zu definieren:

- Balkendurchbiegung bei Peaklast $\delta_{max.}$
- Äquivalente Biegezugspannung bei Peaklast $\sigma_{max.,eq.} = \frac{M}{W}$

3.1.3 Verfestigendes Biegetragverhalten

Das Tragverhalten (Last-Verformungsverhalten) im Biegezugversuch wird im vorliegenden Modell grundsätzlich in drei Phasen eingeteilt, die in Abb. 3.11 dargestellt sind. Bereich I entspricht dem quasi-linear-elastischen Verhalten des Probekörpers bis zum Erreichen der Erstrisslast. In Bereich II kommt es zur Ausbildung mehrerer feiner Risse, bis es in Bereich 3 zu einer Lokalisation im schwächsten Riss kommt. Bereich 3 beginnt nach dem Erreichen der Peaklast und entspricht dem Faserauszug im lokalisierten Riss. In der Modellbeschreibung werden die Bereiche I und II unter dem Begriff Mehrfachrissbildung zusammengefasst. Im Falle eines Deflection-Softening Verhaltens entfällt Phase

II, sodass direkt nach dem Erstriss, die Lokalisation und der Faserauszug beginnt. Eine detaillierte Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens auf Biegung beanspruchter Faserbetonbauteile kann Gröger (2017) entnommen werden.

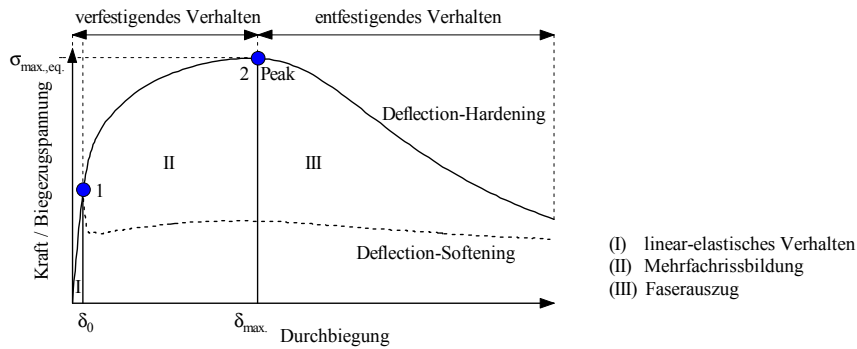


Abb. 3.11: Verschiedene Phasen des Biegetragverhaltens von Stahlfaserbeton

Schritt 1: linear-elastischer Bereich

Hierbei handelt es sich um den, bis zum Erreichen der Matrixzugfestigkeit des Betons $f_{ct,0}$ quasi-linear-elastischen Bereich der Betonarbeitslinie. Dieser Abschnitt ist von Faserart und -gehalt größtenteils unabhängig. Wenngleich sich die Matrixzugfestigkeit nach Holschemacher et al. (2006) entsprechend dem Verhältnis der Dehnsteifigkeiten von Fasern und Beton um den Faktor γ_f erhöht, stellte Pfyl (2003) in seinen Untersuchungen fest, dass eine Steigerung der Betonzugfestigkeit nur in Ausnahmefällen bzw. unter Laborbedingungen möglich ist. Die Ergebnisse der eigenen Untersuchungen in Abschnitt 2 bestätigen diese Aussage. Im Modell wird die Zugdehnung $\varepsilon_{ct,0}$ des Betons bei Erreichen der Matrixzugfestigkeit nach dem Hook'schen Gesetz ermittelt, wenngleich es sich hierbei um eine Vereinfachung handelt, wie in Ma (2010), Pfyl (2003), Leutbecher (2007), Reichel (2010) und Illich (2015) beschrieben.

$$\varepsilon_{ct,0} = \frac{f_{ct,0}}{E_{cm}} \quad (3.16)$$

Die Umrechnung der zentrischen Betonzugfestigkeit auf die Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ erfolgt für Normalbeton gemäß König et al. (2008) nach Glg. 3.17. In Fehling et al. (2013) wird empfohlen die Gleichung für UHPC geringfügig zu modifizieren (Glg. 3.18). Diese Ansätze werden im Modell übernommen, wobei h die Bauteilhöhe und $h_0 = 100$ mm sind.

$$f_{ct,fl} = \frac{f_{ct,0}}{\frac{1.5 \cdot (h/h_0)^{0.7}}{1 + 1.5 \cdot (h/h_0)^{0.7}}} \quad (3.17)$$

$$f_{ct,fl} = \frac{f_{ct,0}}{\frac{2 \cdot (h/h_0)^{0.7}}{1 + 2 \cdot (h/h_0)^{0.7}}} \quad (3.18)$$

Die dazugehörige Durchbiegung δ_0 für einen 4-Punkt-Biegezugversuch ergibt sich nach Glg. 3.19 (Krapfenbauer (2008)). Dabei ist l der Abstand der Auflager, a der Abstand von Auflager zu Kräfteinleitung, E_{cm} der Elastizitätsmodul des Betons, F_0 die zugehörige Auflagerkraft und I das Flächenträgheitsmoment des Querschnitts.

$$\delta_0 = \frac{F_0 \cdot l^3}{24 \cdot E_{cm} \cdot I} \cdot \frac{a}{l} \cdot \left[3 - 4 \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2\right] \quad (3.19)$$

Schritt 2: Berechnung der Krümmung im Peak

Zur Bestimmung der Krümmungsfigur des Balkens unter Peaklast wird der Ansatz von Gröger (2017) übernommen. Dabei wird die Mittendurchbiegung δ mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte aus dem Integral der Biegemomente am statischen und am virtuellen System über die Balkenlänge berechnet. Mit der Definition $\varkappa = \frac{M}{EI}$ ergibt sich die zu bestimmende Krümmung direkt aus der Mittendurchbiegung nach Glg. 3.20. Für einen Biegebalken mit Belastung an den Drittelpunkten ergibt sich das statische System und das virtuelle System nach Abb. 3.12.

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_0^l \bar{M}(x) \cdot M(x) dx = \int_0^l \bar{M}(x) \cdot \varkappa(x) dx \quad (3.20)$$

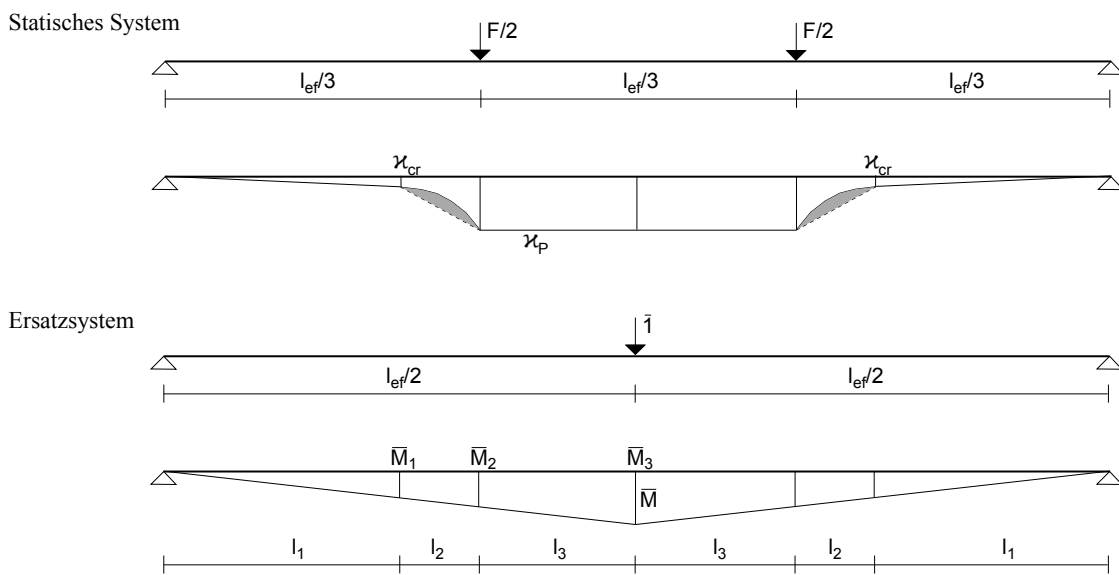


Abb. 3.12: Bestimmung der Krümmung am Peak nach Gröger (2017)

Durch die Anwendung der Integraltafeln ergibt sich unter Ausnutzung der Symmetrie des statischen Systems die Durchbiegung δ zu (Gröger (2017)):

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\varkappa_{cr} \bar{M}_1}{3} l_1 + \alpha_x \frac{\varkappa_{cr} (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_P (\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)}{6} l_2 + \frac{\varkappa_P (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 \quad (3.21)$$

Die Schnittgrößen am virtuellen System \bar{M}_1 , \bar{M}_2 und \bar{M}_3 ergeben sich aus den geometrischen Verhältnissen am Biegebalken.

$$\bar{M}_1 = \frac{l_1}{2} \quad \bar{M}_2 = \frac{l_{ef}}{6} \quad \bar{M}_3 = \frac{l_{ef}}{4} \quad (3.22)$$

Die geometrischen Größen l_1 , l_2 und l_3 werden aus dem Verhältnis des Rissmomentes M_{cr} zum Moment bei Peaklast M_P bestimmt.

$$l_1 = \frac{l_{ef}}{3} \frac{M_{cr}}{M_P} \quad l_2 = \frac{l_{ef}}{3} - l_1 \quad l_3 = \frac{l_{ef}}{6} \quad (3.23)$$

Der Faktor α_x berücksichtigt die nichtlineare Krümmungsverteilung zwischen der Stelle des Rissmomentes und dem Lasteinleitungspunkt. Gröger (2017) wertete verschiedene

Materialgesetze aus und schlägt einen Exponenten $k = 0.6$ in Glg. 3.24 vor. Dieser Ansatz wird im vorliegenden Modell übernommen.

$$\alpha_x = \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^k \quad (3.24)$$

Das Einsetzen von Glg. 3.22 - 3.24 in Glg. 3.21 liefert mit $\varkappa_{cr} = \frac{2f_{ct,fl}}{E_{cm}h}$ die direkte Lösung für die Krümmung \varkappa_P im Bereich zwischen den Lasteinleitungspunkten. Mit den Eingabewerten aus Abschnitt 3.1.2 ist in Glg. 3.25 für $\delta = \delta_{max.}$, für $M_P = \sigma_{max.,eq.} \cdot \frac{bh^2}{6}$ und für $M_{cr} = f_{ct,fl} \cdot \frac{bh^2}{6}$ einzusetzen.

$$\varkappa_P = \frac{\frac{27\delta}{l_{ef}^2} - \frac{2f_{ct,fl}}{E_{cm} \cdot h} \left(\left(\frac{M_{cr}}{M_P} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{M_{cr}}{M_P} \right)^k + \frac{1}{2} \left(\frac{M_{cr}}{M_P} \right)^{k+1} - \left(\frac{M_{cr}}{M_P} \right)^{k+2} \right)}{\left(\frac{M_{cr}}{M_P} \right)^k - \frac{1}{2} \left(\frac{M_{cr}}{M_P} \right)^{k+1} - \frac{1}{2} \left(\frac{M_{cr}}{M_P} \right)^{k+2} + \frac{15}{8}} \quad (3.25)$$

Schritt 3: Schnittgrößen im Peak

Bis zum Erreichen der maximalen Traglast wird im Modell von einem Ebenbleiben des Querschnitts ausgegangen, sodass die Betonzugdehnung ε_{ctfm} am unteren Querschnittsrand aus der bekannten Krümmung \varkappa_P und der Druckzonenhöhe x berechnet werden kann. Zur Verifizierung dieser Annahme wurden nichtlineare FE-Berechnungen mit dem Programm Atena durchgeführt. In Abb. 3.13 (A) wird die mit der FE-Berechnung ermittelte Kraft-Durchbiegungskurve mit den Versuchswerten verglichen. Abb. 3.13 (B) zeigt die Dehnungen über die Bauteilhöhe bei verschiedenen Laststufen. Es ist ersichtlich, dass bis zum Erreichen der Peaklast (Risslokalisierung), von einem Ebenbleiben des Querschnitts ausgegangen werden kann. Nach Überschreiten der Peaklast besitzt dies keine Gültigkeit mehr. Die Annahme im Modell scheint demnach gerechtfertigt.

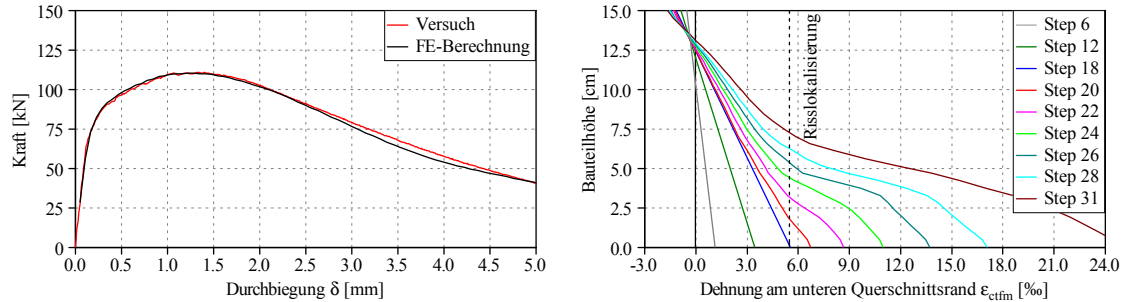


Abb. 3.13: Last-Verformungskurve aus der FE-Berechnung und Vergleich mit dem Versuch (A); Dehnungen in Abhängigkeit von Bauteilhöhe und Laststufe (B)

Die Druckzonenhöhe x wird mit der bekannten Krümmung \varkappa_P iterativ ermittelt, bis das Gleichgewicht zwischen Druck- und Zugkräften im Querschnitt gegeben ist. Dabei ist F_c die Betondruckkraft, $F_{ct,0}$ die Matrixzugkraft, F_{Rvz} die Kraft zufolge Rissverzahnung und $\sum F_{F,i}$ die Kraft zufolge der Fasern.

$$F_c \stackrel{!}{=} F_{ct,0} + F_{Rvz} + \sum F_{F,i} \quad (3.26)$$

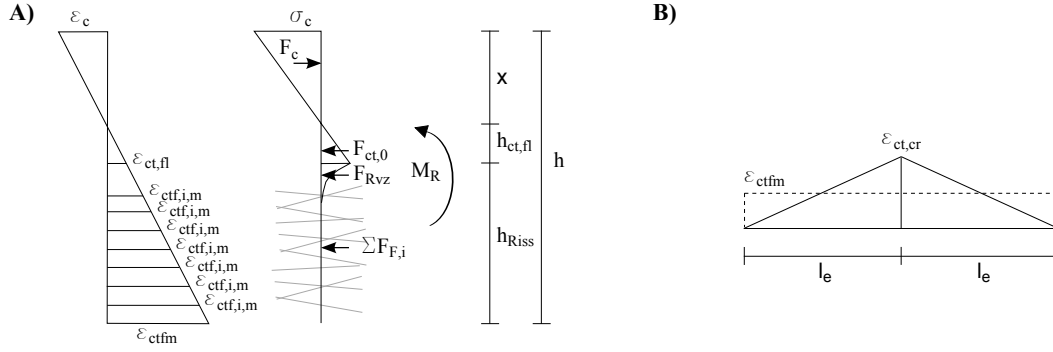


Abb. 3.14: Innere Schnittkräfte am Balken bei Peaklast (A); Dehnung im Riss $\varepsilon_{ct,cr}$ und mittlere Dehnung $\varepsilon_{ctf,m}$ an der Balkenunterseite

Zur Ermittlung der Betondruckkraft F_c und der Matrixzugkraft $F_{ct,0}$ wird bei UHPC von einem linear-elastischen Materialverhalten des Betons ausgegangen. Mit $\varepsilon_c = \varkappa_P \cdot x$ bzw. $h_{ct,fl} = \frac{f_{ct,fl}}{\varkappa_P \cdot E_{cm}}$ ergeben sich F_c und $F_{ct,0}$ nach Glg. 3.27 bzw. 3.28. Bei Balken aus Normalbeton ist die Eingabe einer Druckspannungs-Dehnungsbeziehung erforderlich. Die Berechnung von F_c erfolgt entsprechend der eingegebenen Druckarbeitslinie.

$$F_c = \sigma_c \cdot b \cdot \frac{x}{2} = \varepsilon_c \cdot E_{cm} \cdot b \cdot \frac{x}{2} = \varkappa_P \cdot E_{cm} \cdot b \cdot \frac{x^2}{2} \quad (3.27)$$

$$F_{ct,0} = f_{ct,fl} \cdot b \cdot \frac{h_{ct,fl}}{2} = f_{ct,fl} \cdot b \cdot \frac{f_{ct,fl}}{\varkappa_P \cdot E_{cm}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{f_{ct,fl}^2 \cdot b}{2 \cdot \varkappa_P \cdot E_{cm}} \quad (3.28)$$

Zur Ermittlung von F_{Rvz} ist die Definition einer Rissbreite während der Mehrfachrissbildung erforderlich. In dieser Phase ergeben sich nur sehr kleine Rissbreiten, da davon ausgegangen werden kann, dass der Rissabstand $s_r \leq l_f$ ist, wenngleich in Leutbecher (2007) und Jungwirth (2006) auch Rissabstände $\leq \frac{l_f}{2}$ beobachtet wurden. Die Rissbreite w am unteren Balkenende ergibt sich gemäß Glg. 3.29 mit einer Einbindelänge von $l_e = \frac{l_f}{2}$. Die Dehnung im Riss $\varepsilon_{ct,cr}$ muss gemäß der konstanten Verbundspannung der doppelten mittleren Dehnung $\varepsilon_{ctf,m}$ entsprechen ($\varepsilon_{ct,cr} = 2 \cdot \varepsilon_{ctf,m}$), wie in Abb. 3.14 (B) schematisch dargestellt ist. Die Kraft F_{Rvz} wird anschließend nach Glg. 3.14 berechnet. An dieser Stelle sei nochmals angemerkt, dass die Rissbreite während der Mehrfachrissbildung nur zur Ermittlung von F_{Rvz} benötigt wird und nicht zur Faseraktivierung (siehe Abschnitt 3.1.4).

$$\begin{aligned} w &= 2 \cdot l_e \cdot \varepsilon_{ct,cr} \cdot 0.5 \\ &= l_e \cdot \varepsilon_{ct,cr} \\ &= l_e \cdot 2 \cdot \varepsilon_{ctf,m} \\ &= \frac{l_f}{2} \cdot 2 \cdot \varepsilon_{ctf,m} \\ &= l_f \cdot \varepsilon_{ctf,m} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Durch die vorher beschriebene Anordnung der FSP, ist für jede Faser die Position zum Riss, die Einbindelänge und der Einbindewinkel bekannt. Dadurch kann für jede Faser die zugehörige Dehnung $\varepsilon_{ctf,i,m}$ ermittelt werden. Für gerade Stahlfasern ergibt sich die mögliche Faserkraft $F_{F,i}$ unter der Bedingung, dass die Dehnung im Riss stets der doppelten mittleren Dehnung entspricht, zu:

$$F_{F,i} = 2 \cdot \varepsilon_{ctf,i,m} \cdot E_f \cdot \frac{d_f^2 \cdot \pi}{4} \quad (3.30)$$

Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Faserkraft $F_{F,i}$ auch durch die Einbindelänge der Faser in den Riss $F_{w,i}$ bestimmt wird. Die tatsächliche Einbindelänge der Faser in den Riss $l_{e,tat.}$ ergibt sich aus der Einbindelänge in betrachtete Zugspannungsrichtung und dem Einbindewinkel φ_i zu $l_{e,tat.} = \frac{l_e}{\cos(\varphi_i)}$ (Abb. 3.15). Mit der Verbundspannung in Abhängigkeit des Einbindewinkels nach Glg. 3.10 - 3.13 kann $F_{w,i}$ wie folgt bestimmt werden:

$$F_{w,i} = d_f \cdot \pi \cdot l_{e,tat.} \cdot \tau_i \quad (3.31)$$

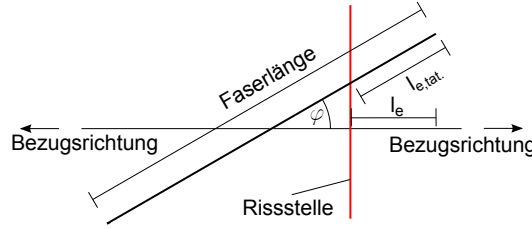


Abb. 3.15: Tatsächliche Einbindelänge einer Faser in Abhängigkeit vom Einbettungswinkel φ

Zusätzlich ist zu berücksichtigen, dass die Tragfähigkeit einer Faser $F_{y,i}$ nicht überschritten werden darf, da es ansonsten zu einem Reißen der Faser kommt.

$$F_{y,i} = f_y \cdot \frac{d_f^2 \cdot \pi}{4} \quad (3.32)$$

Die Faserkraft $F_{F,i}$ ergibt sich somit unter der Bedingung $F_{F,i} \leq F_{w,i} \leq F_{y,i}$ zu:

$$F_{F,i} = 2 \cdot \varepsilon_{ctf,i,m} \cdot E_f \cdot \frac{d_f^2 \cdot \pi}{4} \leq d_f \cdot \pi \cdot l_{e,tat.} \cdot \tau_i \leq f_y \cdot \frac{d_f^2 \cdot \pi}{4} \quad (3.33)$$

Der Faserauszug nach Aktivierung der Faserspannung wird durch die Reduktion der Einbindelänge $l_{e,tat.}$ zufolge der jeweiligen Rissweite ($w = l_f \cdot \varepsilon_{ctf,i}$) in Abhängigkeit der Faserposition in Glg. 3.31 Rechnung getragen. Mit der bekannten Größe und Lage der Kräfte F_c , $F_{ct,0}$, F_{Rvz} und $\sum F_{F,i}$ wird das resultierende Moment M_{RP} und folglich die resultierende äquivalente Biegezugspannung $\sigma_{eq.} = \frac{M_{RP}}{W}$ berechnet.

Schritt 4: Berechnung weiterer Punkte bis zum Peak

Nach Berechnung der Schnittgrößen zufolge Peaklast werden weitere Punkte zwischen der Erstrisslast (Pkt. 1 in Abb 3.16) und dem Peak (Pkt. 2 in Abb 3.16) berechnet. Dazu wird die Krümmung zwischen den Kräfteinleitungspunkten \varkappa_i innerhalb der Grenzwerte \varkappa_{cr} und \varkappa_P variiert ($\varkappa_{cr} < \varkappa_i < \varkappa_P$).

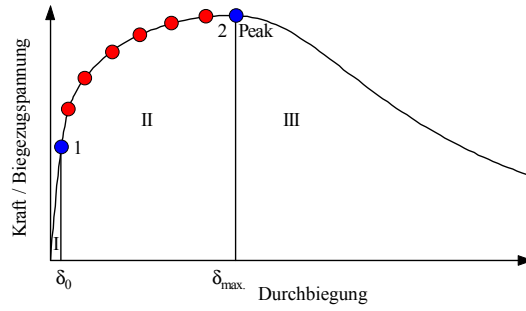


Abb. 3.16: Berechnung weiterer Punkte zwischen Erstrisslast (Pkt. 1) und Peaklast (Pkt. 2)

Die Ermittlung der Schnittkräfte erfolgt analog der Vorgehensweise zur Berechnung der Schnittgrößen im Peak (Schritt 3). Durch Verwendung von Glg. 3.26 bis 3.33 ergibt sich das resultierende Moment $M_{R,i}$ und die äquivalente Biegezugspannung $\sigma_{eq.,i}$. Wie in Abb. 3.17 dargestellt ist, verkleinert sich mit zunehmender Krümmung die Druckzonenhöhe und vergrößert sich die Betonzugdehnung ε_{ctfm} am unteren Querschnittsrand.

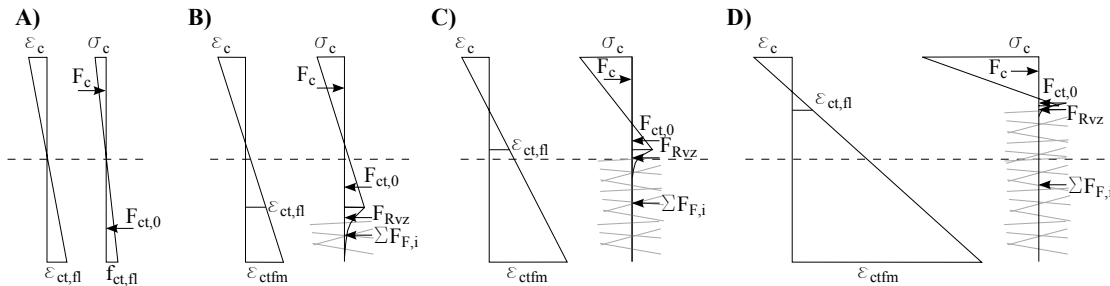


Abb. 3.17: Dehnungszustände und innere Schnittkräfte im Modell: (A) Erstriss; (B - C) zwischen Erstriss und Peaklast; (D) Peaklast

Für die Berechnung der Durchbiegung werden die Schnittgrößen am virtuellen System $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \bar{M}_3$ und die geometrischen Größen l_1, l_2, l_3 nach Glg. 3.22 bzw. 3.23 berechnet, wobei anstelle von M_P das resultierende Moment $M_{R,i}$ zu verwenden ist. Die zugehörige Durchbiegung ergibt sich in Anlehnung an Glg. 3.21.

$$\delta = 2 \cdot \left(\frac{\varkappa_{cr} \bar{M}_1}{3} l_1 + \alpha_x \frac{\varkappa_{cr} (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_i (\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)}{6} l_2 + \frac{\varkappa_i (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 \right) \quad (3.34)$$

Schritt 5: Bestimmung der Zugarbeitslinie bis zum Peak

Da bei jeder Krümmung \varkappa_i die inneren Schnittkräfte und die zugehörige Dehnung bekannt sind, kann die Zugarbeitslinie (Spannungs-Dehnungslinie) näherungsweise bestimmt werden. Die Genauigkeit ist dabei abhängig von der Anzahl der gewählten Punkte zwischen der Erstrisslast (Pkt. 1 in Abb. 3.16) und dem Peak (Pkt. 2 in Abb. 3.16).

3.1.4 Entfestigendes Biegetragverhalten

Das entfestigende Tragverhalten (Bereich III in Abb. 3.11) beginnt nach dem Erreichen der Peaklast und ist durch die Lokalisation des schwächsten Risses und dem damit verbundenen Faserauszug gekennzeichnet. Durch die Öffnung des Makrorisses konzentriert sich die Durchbiegung in einem konkreten Riss. Das Ebenbleiben des Querschnitts verliert seine Gültigkeit und es liegt keine Zugdehnung, sondern eine Rissöffnung w_{cr} des Makrorisses

vor. Wie in Abschnitt 1.1.1 beschrieben, ist die Rissöffnung nach Bazant & Oh (1983) durch die Wahl einer geeigneten Bezugslänge in eine Zugdehnung umzurechnen. Durch die Berechnung der Durchbiegung δ mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte ist eine eindeutige Definition dieser Prozesszonenlänge l_{lokal} (entspricht der Bezugslänge) durch den Vergleich mit Versuchsergebnissen, unter Berücksichtigung reversibler Verformungsanteile möglich.

Schritt 1: Schnittgrößen bei gegebener Rissbreite

Wie vorher beschrieben, ist die Lage jeder Faser zum Riss, die Einbindelänge und der Einbindewinkel bekannt. Dadurch können für jede Rissweite w_{cr} die inneren Schnittkräfte und das resultierende Moment M_R ermittelt werden. Abb. 3.18 zeigt die auftretenden Schnittkräfte im Balken. Die Druckzonenhöhe x und die Betonstauchung ε_c werden iterativ ermittelt bis das Gleichgewicht zwischen Druck- und Zugkräften am Querschnitt gegeben ist.

$$F_c \stackrel{!}{=} F_{ct,0} + F_{Rvz} + \sum F_{F,i} \quad (3.35)$$

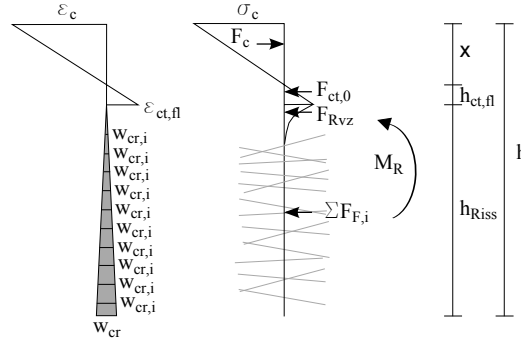


Abb. 3.18: Innere Schnittkräfte am Balken nach Peaklast (Bereich III) bei Rissweite w_{cr}

Zur Ermittlung der Betondruckkraft F_c und der Matrixzugkraft $F_{ct,0}$ wird bei UHPC weiterhin von einem linear-elastischen Materialverhalten des Betons ausgegangen, siehe Glg. 3.36 bzw. 3.37. Bei Balken aus Normalbeton erfolgt die Berechnung von F_c entsprechend der eingegebenen Druckarbeitslinie.

$$F_c = \sigma_c \cdot b \cdot \frac{x}{2} = \varepsilon_c \cdot E_{cm} \cdot b \cdot \frac{x}{2} \quad (3.36)$$

$$F_{ct,0} = f_{ct,fl} \cdot b \cdot \frac{h_{ct,fl}}{2} = f_{ct,fl} \cdot b \cdot \frac{x \cdot f_{ct,fl}}{\varepsilon_c \cdot E_{cm}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{b \cdot x \cdot f_{ct,fl}^2}{2 \cdot \varepsilon_c \cdot E_{cm}} \quad (3.37)$$

Die Kraft zufolge der Rissverzahnung F_{Rvz} wird mit der vorhandenen Rissbreite w_{cr} nach Glg. 3.14 berechnet. Dazu wird eine linearer Rissverlauf über die Querschnittshöhe angenommen, wie in Abb. 3.18 ersichtlich ist. Die Berechnung der Faserkraft $F_{F,i}$ erfolgt für jede Faser über die zugehörige Rissweite $w_{cr,i}$. Mit der Verbundspannung in Abhängigkeit des Einbindewinkels nach Glg. 3.10 - 3.13 kann $F_{F,i}$ wie folgt bestimmt werden:

$$F_{F,i} = d_f \cdot \pi \cdot l_{e,tat} \cdot \tau_i \quad (3.38)$$

Die zur Faseraktivierung notwendige Rissbreite $w_{0,i}$, ergibt sich nach Leutbecher (2007) zu:

$$w_{0,i} = \frac{4 \cdot \tau_i \cdot l_{e,tat}^2}{d_f \cdot E_f} \quad (3.39)$$

Ist eine Faser noch nicht aktiviert ($w_{cr,i} < w_{0,i}$), wird die Faserkraft $F_{F,i}$ unter Berücksichtigung von $w_{cr,i}$ berechnet. Weiters darf die Tragfähigkeit einer Faser nach Glg. 3.32 nicht überschritten werden, da es ansonsten zu einem Reißen der Fasern kommt und die Bedingung $F_{F,i} \leq F_{y,i}$ eingehalten werden muss.

$$F_{F,i} = \frac{w_{cr,i} \cdot d_f^2 \cdot \pi \cdot E_f}{4 \cdot l_{e,tat}} \quad (3.40)$$

Das Ausziehen der Fasern findet nach Erreichen der Rissbreite $w_{0,i}$ statt. Hiermit geht eine Reduktion der Einbindelänge $l_{e,tat}$ einher. Mit der bekannten Größe und Lage der Kräfte F_c , $F_{ct,0}$, F_{Rvz} und $\sum F_{F,i}$ wird das resultierende Moment $M_{R,i}$ und die äquivalente Biegezugspannung $\sigma_{eq,i} = \frac{M_{R,i}}{W}$ berechnet. Die zugehörige Durchbiegung δ und die Zugdehnung am unteren Balkenende ε_{ctfm} sind zu diesem Zeitpunkt noch unbekannt.

Schritt 2: Reversible Verformungsanteile

Nach Überschreiten der Peaklast nimmt die Kraft im Biegezugversuch sukzessive ab. Dadurch reduziert sich die Verkrümmung in den Balkenbereichen außerhalb des Makrorisses. Diese Verformungen werden nach Gröger (2017) als reversible Verformungsanteile bezeichnet.

Der hier vorgestellte Ansatz basiert auf den Versuchsergebnissen an direkten Zugproben. In der Literatur sind keine Versuchsergebnisse an Biegebalken mit Deflection-Hardening Verhalten und kurzzeitiger Ent- und Wiederbelastung vorhanden. Wille et al. (2014) untersuchten den Einfluss verschiedener Faserarten und -gehalte auf das Tragverhalten in direkten Zugversuchen. Die Proben wurden teilweise während der Mehrfach- als auch der Makrorissbildung kurzzeitig entlastet. Ein Ausschnitt der Versuchsergebnisse ist in Abb. 3.19 dargestellt.

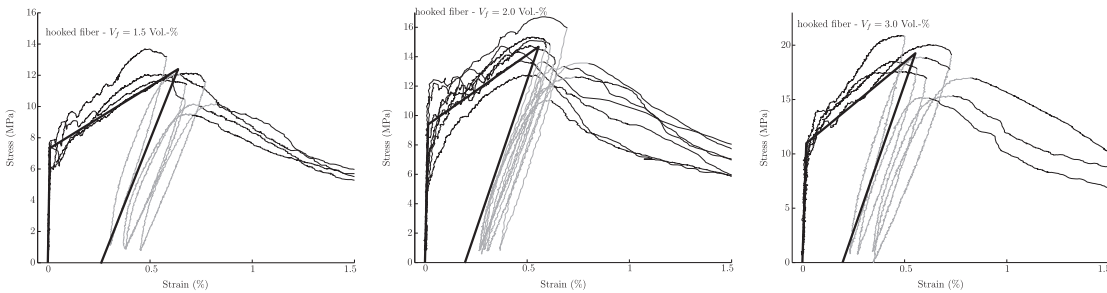


Abb. 3.19: Versuchsergebnisse an direkten Zugproben mit kurzzeitiger Entlastung während der Makrorissbildung nach Wille et al. (2014)

Basierend auf den Versuchen von Wille et al. (2014) definiert Gröger (2017) verschiedene Ansätze für die Erstriss-, Mehrfach- und Makrorissbildung. Bis zum Erstriss verhält sich das Material linear-elastisch. Folglich sind bis zu diesem Punkt alle Verformungen als reversibel zu betrachten $\varepsilon_{t,el*} = \varepsilon_t$. Zwischen der Erstrissbildung $\varepsilon_{t,0}$ und Erreichen der residualen Zugfestigkeit zufolge Peaklast $\varepsilon_{ctf,Peak}$ werden die reversiblen Zugdehnungen zunehmend größer. Im Makrorissbereich gibt es jedoch keine weitere Zunahme. Für die

im vorgestellten Modell benötigten reversiblen Verformungen nach Erreichen der Peaklast wird somit der Ansatz von Gröger (2017) übernommen.

$$\varepsilon_{t,el*} = \varepsilon_t \quad \text{für: } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{t,0} \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_{t,el*} = \varepsilon_{t,0} + 0.5 \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_{t,0}) \quad \text{für: } \varepsilon_{t,0} < \varepsilon_t < \varepsilon_{ctf,Peak} \quad (3.42)$$

$$\varepsilon_{t,el*} = \varepsilon_{t,0} + 0.5 \cdot (\varepsilon_{ctf,Peak} - \varepsilon_{t,0}) \quad \text{für: } \varepsilon_t \geq \varepsilon_{ctf,Peak} \quad (3.43)$$

Folglich muss der Ansatz für einen zentrischen Zugversuch auf einen Biegezugversuch umgelegt werden. Für jede Rissweite w_{cr} sind das resultierende Moment $M_{R,i}$ und die äquivalente Biegezugspannung $\sigma_{eq,i}$ bekannt, wie in Schritt 1 beschrieben. Die dazugehörige Durchbiegung (Lage) ist im Modell noch nicht bekannt, wie in Abb. 3.21 dargestellt ist.

In Anlehnung an den Ansatz von Gröger (2017) (siehe Glg. 3.41 - 3.43) werden nach dem Überschreiten der Peaklast, außerhalb des Lokalisationsbereichs, 50% der Krümmungen als reversibel angenommen. Die maximale Krümmung $\varkappa_{R,OL,i}$ im Bereich zwischen den Kräfteinleitungspunkten und außerhalb des Lokalisationsbereichs (siehe Abb. 3.20) unter Berücksichtigung der reversiblen Verformungsanteile kann somit vereinfacht nach Glg. 3.44 bestimmt werden.

$$\varkappa_{R,OL,i} = 0.5 \cdot \varkappa_{Peak} + 0.5 \cdot \varkappa_{Peak} \cdot \frac{M_{R,i}}{M_P} \quad (3.44)$$

Im Bereich zwischen Auflager und Kräfteinleitung verhält sich das Material, wie beschrieben, bis zum Erreichen der Erstrisslast linear-elastisch. Daher muss auch die Krümmung bei Erstrisslast \varkappa_{cr} entsprechend der Reduktion des Momentes reduziert werden. Die Krümmung $\varkappa_{cr,LOK,i}$ kann somit nach Glg. 3.45 ermittelt werden.

$$\varkappa_{cr,LOK,i} = \varkappa_{cr} \cdot \frac{M_{R,i}}{M_P} \quad (3.45)$$

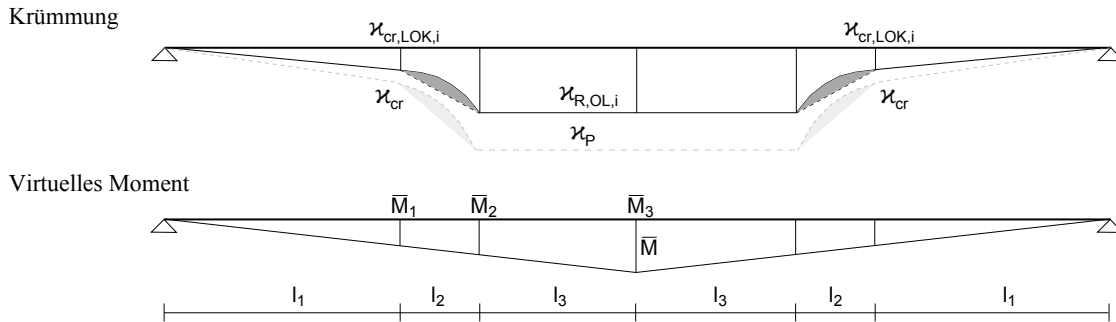


Abb. 3.20: Krümmungsfigur zur Berechnung der reversiblen Verformungen

Der Faktor α_x zur Berücksichtigung der nichtlinearen Krümmungsverteilung zwischen der Stelle des Rissmomentes und dem Lasteinleitungspunkt ergibt sich unter Berücksichtigung der reversiblen Verformungsanteile zu:

$$\alpha_x = \left(\frac{M_{cr,LOK,i}}{M_{R,i}} \right)^k \quad (3.46)$$

$$\text{mit: } M_{cr,LOK,i} = M_{cr} \cdot \frac{M_{R,i}}{M_P}$$

Die Durchbiegung $\delta_{R,OL,i}$ (Pkt. 3 in Abb. 3.21) ohne Berücksichtigung der Makrorissbildung (Lokalisationsbereich) kann mit der Krümmungsfigur aus Abb. 3.20 berechnet werden. Die Werte für \bar{M}_1 , \bar{M}_2 und \bar{M}_3 sowie l_1 , l_2 , l_3 entsprechen dabei den Werten aus Abschnitt 3.1.3, da Bereiche die unter Peaklast gerissen sind, auch während der Makrorissbildung gerissen bleiben.

$$\begin{aligned} \delta_{R,OL,i} = 2 \cdot & \left(\frac{\varkappa_{cr,LOK,i} \bar{M}_1}{3} l_1 + \alpha_x \frac{\varkappa_{cr,LOK,i} (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)}{6} l_2 \right) \\ & + 2 \cdot \left(\frac{\varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 \right) \end{aligned} \quad (3.47)$$

In Abb. 3.21 wird der beschriebene Ansatz zur Berücksichtigung der reversiblen Verformungsanteile mit eigenen Versuchsergebnissen verglichen. Die Biegezugversuche wurden unabhängig zu den Untersuchungen in Kapitel 2 durchgeführt und während der Makrorissbildung kurzzeitig entlastet. Die Probekörper unterscheiden sich in verwendetem Fasergehalt und Faserart. Es ist ersichtlich, dass der vorgeschlagene Ansatz eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen liefert. Weiters ist die reversible Durchbiegung δ_{el*} bei vollständiger Entlastung nach dem Erreichen der Peaklast ersichtlich.

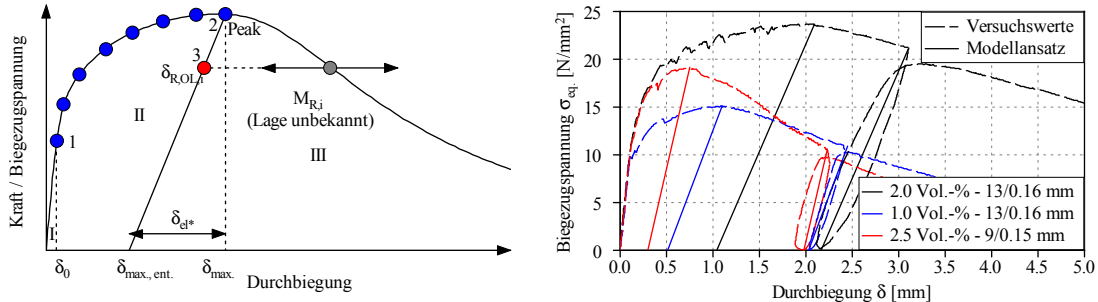


Abb. 3.21: Berechnung der reversiblen Verformungen und Vergleich mit Versuchsergebnissen

Schritt 3: Berechnung der Durchbiegung mit der Prozesszonenlänge l_{lokal}

Durch die Makrorissbildung kommt es im Bereich der Rissöffnung nach Gröger (2017) zu einer stärkeren Verkrümmung $\varkappa_{R,LOK,i}$ über die Prozesszonenlänge l_{lokal} . Es wird davon ausgegangen, dass sich die zusätzliche Krümmung infolge der Rissöffnung nur im Bereich des Makrorisses konzentriert. Die Krümmung bzw. Durchbiegung der übrigen Bereiche zwischen den Kräfteinleitungspunkten entspricht der Krümmung $\varkappa_{R,OL,i}$ bzw. Durchbiegung $\delta_{R,OL,i}$ aus Schritt 2 unter Berücksichtigung der reversiblen Verformungen. Die grundlegende Krümmungsfigur für 4-Punkt-Biegezugversuche mit Belastung an den Drittelpunkten ist für den Bereich des Faserauszugs in Abb. 3.22 dargestellt. Die Durchbiegung δ für ein bekanntes Moment $M_{R,i}$ (siehe Schritt 1) wird mit dem Prinzip

der virtuellen Kräfte, wie im Bereich der Mehrfachrissbildung aus dem Integral der Biegemomente am statischen und am virtuellen System über die Balkenlänge nach Glg. 3.20 berechnet.

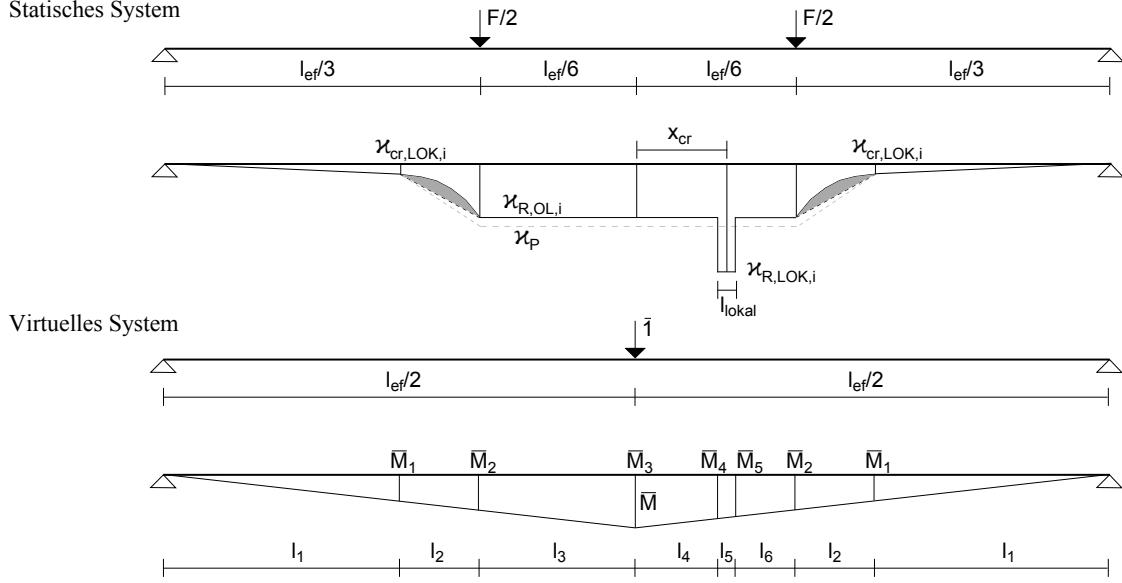


Abb. 3.22: Bestimmung der Durchbiegung während der Makrorissbildung nach Gröger (2017)

In Abhängigkeit der Ausmitte x_r des Makrorisses und der Größe der Prozesszonenlänge l_{lokal} ist in folgende Fälle zu unterscheiden:

- Fall A: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} \leq \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} \geq 0$ (in Abb. 3.22 dargestellt)
- Fall B: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} \leq \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} < 0$
- Fall C: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} \geq 0$
- Fall D: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} < 0$

Für den in Abb. 3.22 dargestellten Fall A ergeben sich die virtuellen Schnittgrößen $\bar{M}_1 - \bar{M}_5$ aus den geometrischen Verhältnissen am Biegebalken und dem Abstand des Makrorisses x_r zur Balkenmitte. Für alle anderen Fälle wird auf Anhang B verwiesen.

$$\bar{M}_1 = \frac{l_1}{2} \quad \bar{M}_2 = \frac{l_{ef}}{6} \quad \bar{M}_3 = \frac{l_{ef}}{4} \quad (3.48)$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_{ef}}{4} - \frac{x_r}{2} + \frac{l_5}{4} \quad \bar{M}_5 = \frac{l_{ef}}{4} - \frac{x_r}{2} - \frac{l_5}{4} \quad (3.49)$$

Die geometrischen Größen $l_1 - l_6$ ergeben sich aus dem Verhältnis des Rissmomentes zum Moment zufolge Peaklast bzw. aus der Lage des Makrorisses und der Prozesszonenlänge $l_5 = l_{lokal}$. Die Prozesszonenlänge l_{lokal} wird mit zunehmender Rissbreite größer (siehe Abschnitt 3.2.3) und wird durch den Vergleich mit Versuchsergebnissen bestimmt. M_P ist zu verwenden, da Bereiche, die unter Peaklast gerissen sind, auch während der Makrorissbildung gerissen bleiben. Der Faktor α_x wird nach Glg. 3.46 ermittelt.

$$l_1 = \frac{l_{ef}}{3} \frac{M_{cr}}{M_P} \quad l_2 = \frac{l_{ef}}{3} \left(1 - \frac{M_{cr}}{M_P} \right) \quad l_3 = \frac{l_{ef}}{6} \quad (3.50)$$

$$l_4 = x_r - \frac{l_5}{2} \quad l_5 = l_{lokal} \quad l_6 = \frac{l_{ef}}{6} - x_r - \frac{l_5}{2} \quad (3.51)$$

Die Krümmung im Bereich der Makrorissbildung $\varkappa_{R,LOK,i}$ ergibt sich aus der Verkrümmung der Druckzone. Dabei ist x die Höhe der Druckzone und ε_c die Betonstauchung.

$$\varkappa_{R,LOK,i} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (3.52)$$

Die Durchbiegung δ wird durch die Anwendung der Integraltafeln nach Gröger (2017) und mit α_x nach Glg. 3.24 berechnet. Dabei ist zu beachten dass durch den exzentrischen Makroriss keine Symmetrie mehr vorliegt. Glg. 3.53 gilt nur für den beschriebenen Fall A. Für die Fälle B - D ist δ entsprechend der Beschreibung in Anhang B zu berechnen.

$$\begin{aligned} \delta = & 2 \frac{\varkappa_{cr,LOK,i} \bar{M}_1}{3} l_1 + 2 \alpha_x \frac{\varkappa_{cr,LOK,i} (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)}{6} l_2 \\ & + \frac{\varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 + \frac{\varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2} l_4 \\ & + \frac{\varkappa_{R,LOK,i} (\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2} l_5 + \frac{\varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_5 + \bar{M}_2)}{2} l_6 \end{aligned} \quad (3.53)$$

Schritt 4: Bestimmung der Zugarbeitslinie nach dem Peak

Zur Berechnung der Zugarbeitslinie ist es notwendig, die Rissöffnung w_{cr} des Makrorisses durch Wahl einer geeigneten Bezugslänge in eine Zugdehnung umzurechnen. Die Bezugslänge entspricht der Prozesszonenlänge l_{lokal} . Dabei ist zu berücksichtigen, dass vor Beginn der Rissöffnung unter Peaklast die Zugdehnung $\varepsilon_{ctf,Peak}$ und die Rissbreite w_{Peak} vorhanden sind. Die Zugdehnung für den Bereich des Faserauszugs ergibt sich somit zu:

$$\varepsilon_{ctf,i} = \varepsilon_{ctf,Peak} + \frac{(w_{cr} - w_{Peak})}{l_{lokal}} \quad (3.54)$$

Da bei jeder Rissbreite w_{cr} die inneren Schnittkräfte und die zugehörige Dehnung bekannt sind, kann die Zugarbeitslinie (Spannungs-Dehnungslinie) näherungsweise bestimmt werden. Die Genauigkeit ist dabei abhängig von der Anzahl der Stützstellen. Je mehr Stützstellen berechnet werden, desto langsamer nimmt die Rissbreite zu, und desto genauer das Berechnungsergebnis. Abb. 3.23 zeigt beispielhaft die mit dem Modell ermittelte Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung und die dazugehörige Spannungs-Dehnungslinie für einen Versuchskörper mit Deflection-Hardening Verhalten.

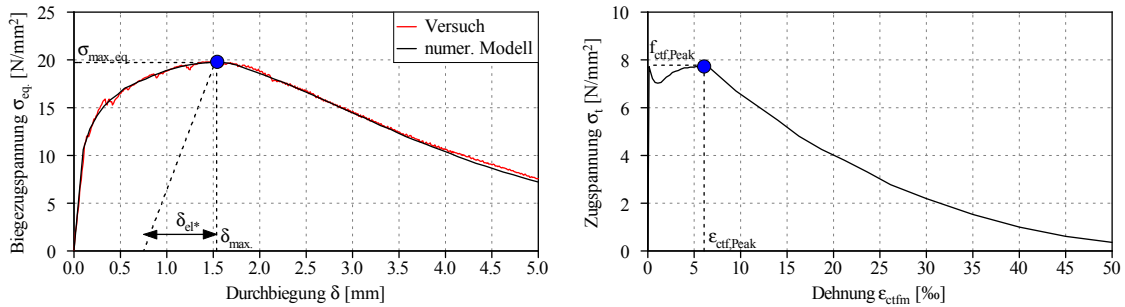


Abb. 3.23: Mit dem Modell ermittelte Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung (links) und dazugehörige Spannungs-Dehnungslinie (rechts)

3.2 Nachrechnung der Versuche

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten und in Kapitel 2 beschriebenen Versuche mit Normalbeton und UHPC wurden mit dem numerischen Modell nachgerechnet. Zusätzlich wurden die Versuche von Gröger (2017) an UHPC-Biegebalken untersucht, um eine größere Anzahl an Versuchskörpern zu erhalten. Weiters kann dadurch eine größere Anzahl an Parametern, beispielsweise Faserlänge, -durchmesser und -gehalt zur Auswertung und Beurteilung herangezogen werden. Die Versuche von Gröger (2017) wurden ausgewählt, da eine genaue Dokumentation von Versuchsaufbau, -durchführung und -ergebnissen vorliegt.

Zur Nachrechnung der Versuche wird von einer homogenen Anordnung der FSP ausgegangen. Inhomogenitäten in der Faserverteilung werden durch die Variation des eingegebenen Fasergehaltes ρ_f berücksichtigt. Die Faserorientierung wird entsprechend den Versuchsergebnissen in Kapitel 2 gewählt.

3.2.1 Versuche mit UHPC

Bei den Biegezugversuchen mit UHPC konnte mit allen Probekörpern ein Deflection-Hardening Verhalten beobachtet werden, wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben wurde. Zur Nachrechnung von Versuchen mit Deflection-Hardening Verhalten ist die Eingabe der Balkendurchbiegung $\delta_{max.}$ bei Peaklast und der dazugehörigen maximalen äquivalenten Biegezugspannung $\sigma_{max.,eq.} = \frac{M}{W}$ erforderlich, wie in Abschnitt 3.1.2 beschrieben. Die Eingabewerte zur Nachrechnung der Biegebalken sind für jede Versuchsserie in Tab. 3.2 zusammengefasst. Die genauen Werte zur Nachrechnung der einzelnen Versuche sind der Versuchsdokumentation in Anhang C zu entnehmen. Weitere Parameter wurden mit $f_{c,cyl.} = 185$ MPa, $E_f = 210.000$ MPa und $E_{cm} = 52.000 - 53.000$ MPa festgelegt.

Versuchsserie	$\delta_{max.}$ [mm]	$\sigma_{max.}$ [MPa]	ρ_f [Vol.-%]	η_V [-]	τ_0 [MPa]	$f_{ct,0}$ [MPa]	G_f [N/mm]
STBB-13-0.75	0.6-0.9	10.6-12.4	0.7-0.8	0.5-0.6	15.4	7.1-8.1	0.04-0.06
STBB-13-1.50	1.2-1.6	19.0-20.6	1.5-1.6		13.3	7.3-8.3	0.05-0.07
STBB-20-0.75	1.6-2.3	18.0-19.1	0.7-0.8		14.5	7.0-7.6	0.06-0.09
STBB-20-1.50	2.2-2.5	21.3-23.7	1.5-1.6		9.5	7.9-9.3	0.05-0.08
PLAT-13-0.75	1.6-3.2	10.9-13.8	0.6-0.8	0.6-0.7	15.4	6.2-8.0	0.04-0.06
PLAT-13-1.50	2.6-4.1	18.0-20.0	1.3-1.5		13.3	6.9-8.1	0.06-0.07
PLAT-20-0.75	3.2-6.2	16.0-20.6	0.7-0.8		14.5	6.5-7.0	0.06-0.09
PLAT-20-1.50	4.5-7.5	24.0-27.6	1.4-1.6		9.5	6.4-7.2	0.06-0.08

Tab. 3.2: Eingabewerte für die Nachrechnung der Versuche mit UHPC

Wie in Tab. 3.2 ersichtlich ist, nimmt die Verbundspannung τ_0 mit steigendem Fasergehalt ab. Dies ist damit zu begründen, dass es bei hohen Fasergehalten zu einer gegenseitigen Beeinflussung der Fasern kommt, wie bereits in Abschnitt 2.2.2 erläutert wurde. Yoo et al. (2014) stellten in experimentellen Untersuchungen fest, dass bei Fasergehalten ab 1 Vol.-% die weitere Zugabe von Fasern nur mehr zu einem unterproportionalen Anstieg des Biegetragverhaltens führt und begründen dies mit der Abnahme der mittleren Verbundspannung zwischen Faser und Matrix.

In Abb. 3.24 werden die mit dem Modell ermittelten Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen mit den Versuchsergebnissen aus Abschnitt 2 verglichen. Für die Standardbiegebalken und plattenförmigen Prüfkörper ist je Fasergehalt und -geometrie ein

repräsentativer Versuch abgebildet. Die Nachrechnung mit dem Modell zeigt eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Weiters ist die verwendete Prozesszonenlänge in Abhängigkeit der Makrorissöffnung w_{cr} abgebildet. Der Einfluss der Prozesszonenlänge wird in Abschnitt 3.2.3 beschrieben und diskutiert. Anhang C beinhaltet die Nachrechnung aller UHPC-Versuche inklusive der ermittelten Spannungs-Dehnungslinie und der Prozesszonenlänge.

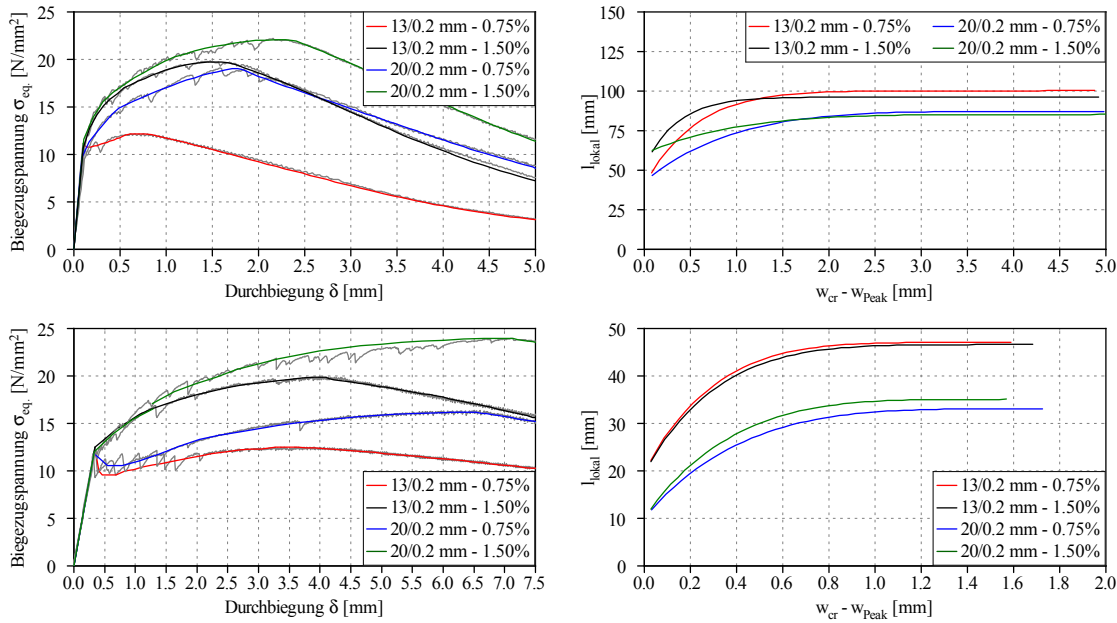


Abb. 3.24: Nachrechnung der UHPC - Versuche aus Kapitel 2 an Standardbiegebalken (oben) und Platten (unten), sowie zugehörige Prozesszonenlänge (rechts)

Anzumerken ist, dass der Bereich bis zum Erreichen der Peaklast (Mehrfachrissbildung) stark von der angesetzten Bruchenergie G_f abhängig ist. Wird diese zu groß gewählt, wird das Tragverhalten nach der Erstrissbildung überschätzt. Hingegen führt ein zu geringer Ansatz von G_f zu einer Unterschätzung des Tragverhaltens in diesem Bereich.

Die Ausmitte des Makrorisses x_r hat großen Einfluss auf das mit dem Modell ermittelte Tragverhalten nach Erreichen der Peaklast, wie in Abschnitt 3.1.2 bereits angedeutet wurde. Abb. 3.25 zeigt den Einfluss der Ausmitte auf das Tragverhalten während der Makrorissbildung bei gleicher Prozesszonenlänge. Es ist ersichtlich, dass die genaue Erfassung der Ausmitte x_r während der Versuchsdurchführung für die Nachrechnung von Biegezugversuchen von großer Bedeutung ist.

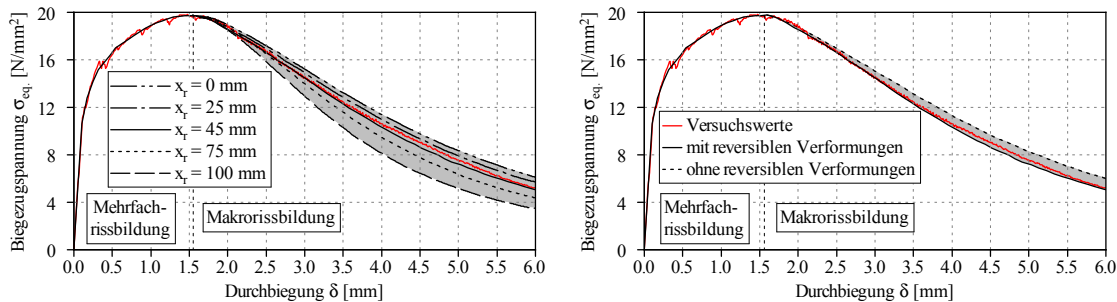


Abb. 3.25: Einfluss der Ausmitte x_r auf das Tragverhalten nach Erreichen der Peaklast (links) und Tragverhalten mit bzw. ohne Berücksichtigung der reversiblen Verformungen (rechts)

Abb. 3.25 zeigt weiters, wie wichtig es ist die reversiblen Verformungsanteile in der Nachrechnung von Biegezugversuchen korrekt zu berücksichtigen. Ohne Berücksichtigung der reversiblen Verformungen, wird die Durchbiegung während der Rissöffnung überschätzt. Anzumerken ist, dass der Einfluss der reversiblen Verformungsanteile nur bei Versuchen mit entsprechend ausgeprägtem, verfestigendem Tragverhalten so groß ist, wie in Abb. 3.25 dargestellt.

3.2.2 Versuche mit Normalbeton

Bei der Nachrechnung der Versuche mit Normalbeton ist zu beachten, dass die Phase der Mehrfachrissbildung wegen des geringeren Fasergehaltes in der Regel nicht vorhanden ist. In allen Versuchen, siehe Kapitel 2, wurde ein Deflection-Softening Verhalten beobachtet. Demnach beginnt mit dem Erreichen der Erstrisslast die Rissöffnung und der Faserauszug. Die Eingabewerte zur Nachrechnung der Biegebalken aus Normalbeton sind für jede Versuchsserie in Tab. 3.3 dargestellt. Die genauen Werte zur Nachrechnung der einzelnen Versuche sind der Versuchsdokumentation in Anhang C zu entnehmen.

Versuchsserie	ρ_f [kg/m ³]	η_V [-]	$f_{ct,0}$ [MPa]	G_{f0} [N/mm]	$f_{c,cyl.}$ [MPa]	E_{cm} [MPa]	β_f [-]
NB-STBB-60-30	25.3-35.5		2.1-2.4				0.78
NB-STBB-60-60	46.2-71.9	0.5-0.7	2.3-2.7				0.74
NB-STBB-30-30	27.0-34.2		2.2-2.7				0.45
NB-STBB-30-60	54.0-66.0		2.3-2.7				0.42
NB-GB-60-30	26.4-32.1		2.3-2.5	0.02-0.04	34	33.000	0.78
NB-GB-60-60	56.1-66.0	0.5-0.6	2.3-2.5				0.74
NB-GB-30-30	27.0-33.0		2.2-2.5				0.45
NB-GB-30-60	56.7-63.0		2.2-2.6				0.42

Tab. 3.3: Eingabewerte für die Nachrechnung der Versuche mit Normalbeton

In den Versuchen wurden gekröpfte Fasern mit Endhaken verwendet. Wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben wird das Tragverhalten (Kraft-Schlupfbeziehung) gekröpfter Fasern an die Versuchsergebnisse anderer Wissenschaftler angenähert. Die im vorliegenden Modell implementierte Kraft-Schlupf Beziehung basiert auf den Ausziehversuchen von Breitenbücher & Song (2014) und ist in Abb. 3.9 dargestellt. Breitenbücher & Song (2014) verwendeten einen Beton mit einer Würfeldruckfestigkeit von ≈ 80 MPa und einen Faserdurchmesser von 0.75 mm. In den Untersuchungen in Kapitel 2 wurde ein Beton C25/30 und Fasern mit einem Durchmesser von 0.8 mm verwendet. Zur Berücksichtigung der niedrigeren Betondruckfestigkeit und des geringeren Faserdurchmessers wird der Korrekturfaktor β_f eingeführt. Die Kraft für jede Faser wird in Abhängigkeit des Faserschlupfs und des Einbindevinkels gemäß Abb. 3.9 ermittelt und um den Faktor β_f reduziert. Zur Quantifizierung von β_f wurde eine Parameterstudie durchgeführt. Die daraus resultierenden Werte für β_f sind für die verschiedenen Versuchsserien in Tab. 3.3 dargestellt. Der Faktor β_f ist bei konstantem Fasergehalt und -geometrie unabhängig von der Probekörpergeometrie.

Die Nachrechnung der Versuche in Abb. 3.26 zeigt eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Für die Standardbiegebalken und großen, bauteilähnlichen Prüfkörper ist je Fasergehalt und -geometrie ein repräsentativer Versuch abgebildet. Weiters ist die verwendete Prozesszonenlänge in Abhängigkeit der Makrorissöffnung (w_{cr}) abgebildet. Für die Nachrechnung der großen Balken musste die Krümmungsfigur aus Abb. 3.22 modifiziert werden, da die Balken, wie in Kapitel 2 beschrieben, nicht an den

Drittelpunkten belastet wurden. Die Krümmungsfigur aus Abb. 3.22 und die sich daraus ergebende Durchbiegung besitzen für die großen Balken keine Gültigkeit mehr. Die für die großen Balken entsprechend dem Versuchsaufbau modifizierte Krümmungsfigur und die sich daraus ergebende Durchbiegung δ sind in Anhang D dargestellt.

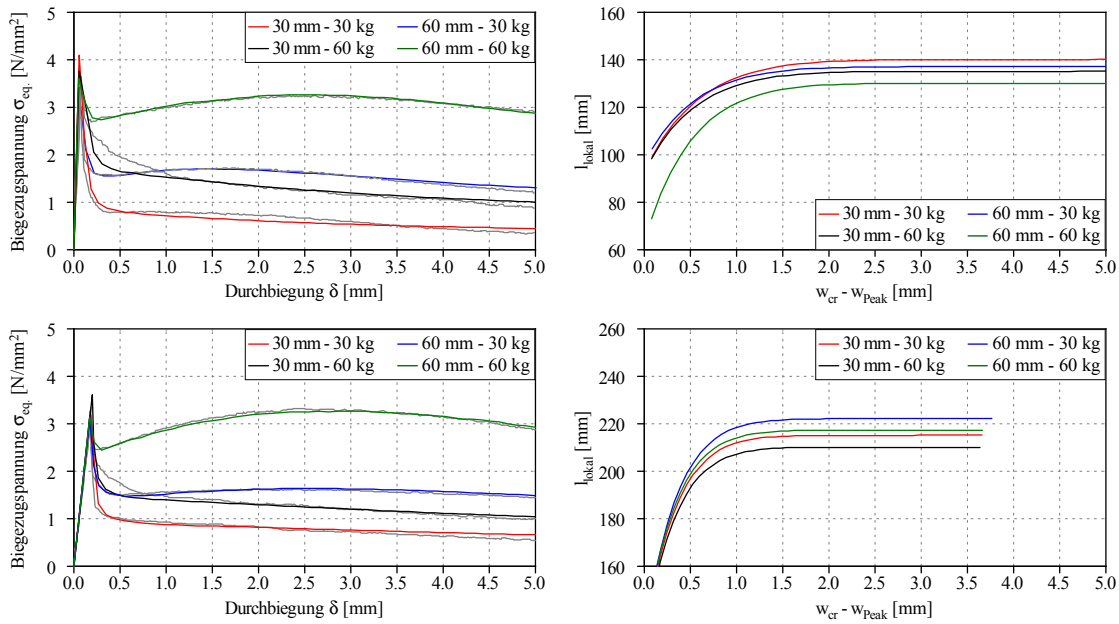


Abb. 3.26: Nachrechnung der Normalbeton - Versuche aus Kapitel 2 an Standardbiegebalken (oben) und bauteilähnlichen Balken (unten), sowie zugehörige Prozesszonenlänge (rechts)

Die Ausmitte des Makrorisses x_r hat für die Berechnung der Durchbiegung δ bei Normalbeton geringeren Einfluss als bei Probekörpern aus UHPC, wie Abb. 3.27 zeigt. Dies ist mit der größeren Prozesszonenlänge und der Berechnung der Durchbiegung über die doppelte Integration der Krümmungen zu begründen. Trotzdem ist die Rissbreite bei gleicher Durchbiegung und Einzelrissbildung von der Ausmitte x_r abhängig.

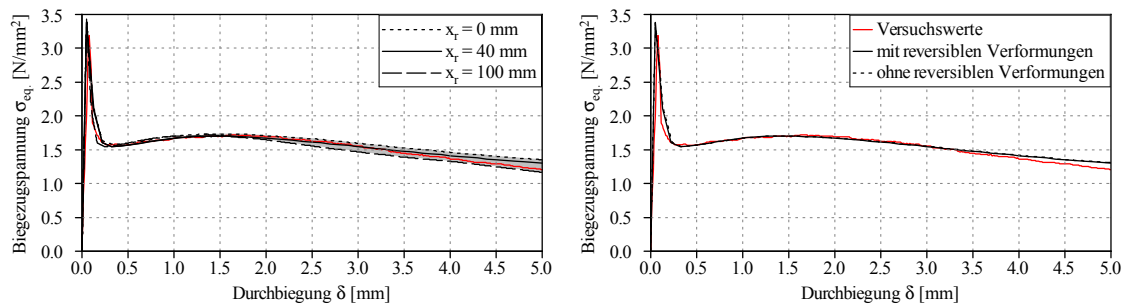


Abb. 3.27: Einfluss der Ausmitte x_r auf das Tragverhalten von Balken aus Normalbeton (links) und Tragverhalten mit bzw. ohne Berücksichtigung der reversiblen Verformungen (rechts)

In Abb. 3.27 ist des Weiteren ersichtlich, dass der Einfluss der reversiblen Verformungsanteile sehr gering ist. Da in den Probekörpern unmittelbar nach dem Erstriss die Lokalisierung beginnt, reduzieren sich die reversiblen Verformungen auf das linear-elastische Verhalten bis zum Erreichen der Matrixzugfestigkeit (siehe Abschnitt 3.1.4). Gemäß Abb. 3.27 können die reversiblen Verformungsanteile für Normalbeton mit Deflection-Softening Verhalten für zukünftige Berechnungen vernachlässigt werden.

3.2.3 Auswertung der Prozesszonenlänge

Die mit dem Modell berechneten Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen nach Erreichen der Peaklast werden maßgeblich durch die Wahl der Prozesszonenlänge l_{lokal} bestimmt. Die korrekte Definition der Prozesszonenlänge ist erforderlich, da die resultierende Durchbiegung während der Makrorissbildung damit berechnet wird (siehe Abschnitt 3.1.4). Sie wird durch den Vergleich mit Versuchsergebnissen bestimmt. In Abb. 3.28 und 3.29 ist der Einfluss der Prozesszonenlänge auf die ermittelte Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung für einen Probekörper aus UHPC und Normalbeton exemplarisch dargestellt. Die Ausmitte x_r wurde konstant gehalten und die reversiblen Verformungen berücksichtigt.

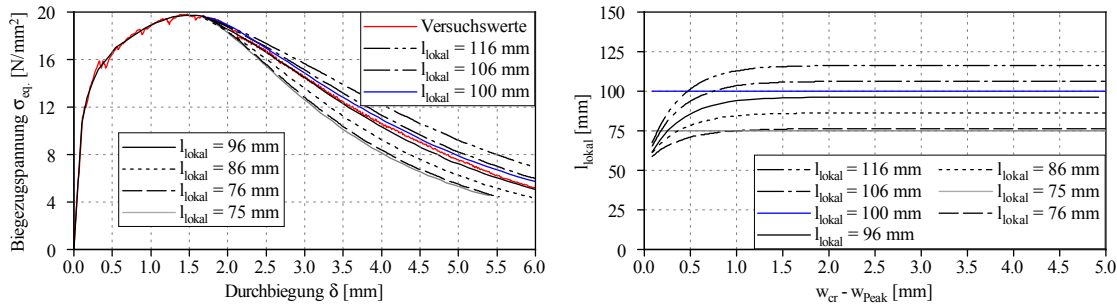


Abb. 3.28: Einfluss der Prozesszonenlänge l_{lokal} auf die ermittelte Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung bei einem Probekörpern aus UHPC

Abb. 3.28 zeigt exemplarisch den Einfluss der Prozesszonenlänge auf die ermittelte Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung während der Makrorissbildung bei einem Probekörper aus UHPC. Die Prozesszonenlänge wächst anfangs mit der Rissbreite w_{cr} und nähert sich bei großen Rissbreiten asymptotisch einem Grenzwert an. Im vorliegenden Fall wird mit $l_{\text{lokal}} = 96$ mm die beste Übereinstimmung mit dem Versuchsergebnis erzielt.

In der französischen Richtlinie UHPC (AFGC (2013)) wird die Prozesszonenlänge vereinfacht mit $\frac{2}{3} \cdot h$, bei Standardbiegebalken demnach mit 100 mm angenommen. Im vorliegenden Fall kommt es dadurch zu einer leichten Überschätzung der Durchbiegung. Dies gilt jedoch nur für den in Abb. 3.28 dargestellten Versuch. Die Prozesszonenlänge ist von Versuch zu Versuch unterschiedlich und streut in gewisser Bandbreite. In der Versuchsdokumentation in Anhang C ist für jeden Balken die dazugehörige Prozesszonenlänge abgebildet. Eine Übersicht über die in der Versuchsnachrechnung verwendeten Prozesszonenlängen ist in Abb. 3.30 dargestellt.

Die Untersuchungen an Normalbeton zum Einfluss der Prozesszonenlänge sind exemplarisch in Abb. 3.29 dargestellt. Die Prozesszonenlänge wächst anfangs, wie bei UHPC, mit der Rissbreite w_{cr} und nähert sich bei großen Rissbreiten asymptotisch einem Grenzwert an. Im vorliegenden Fall wird mit $l_{\text{lokal}} = 137$ mm die beste Übereinstimmung mit dem Versuchsergebnis erzielt.

Wird die Prozesszonenlänge mit $0.9 \cdot h$ definiert, was bei Standardbiegebalken einer Länge von 135 mm entspricht, so wird das Versuchsergebnis gut wiedergegeben, wie in Abb. 3.29 ersichtlich ist. Auch bei Normalbeton ist die Prozesszonenlänge je nach Versuch geringfügig unterschiedlich. Die Prozesszonenlänge für jeden Balken ist in der Versuchsdokumentation in Anhang C ersichtlich. In Abb. 3.32 sind die für die Nachrechnung der Normalbeton-Versuche verwendeten Prozesszonenlängen zusammengefasst.

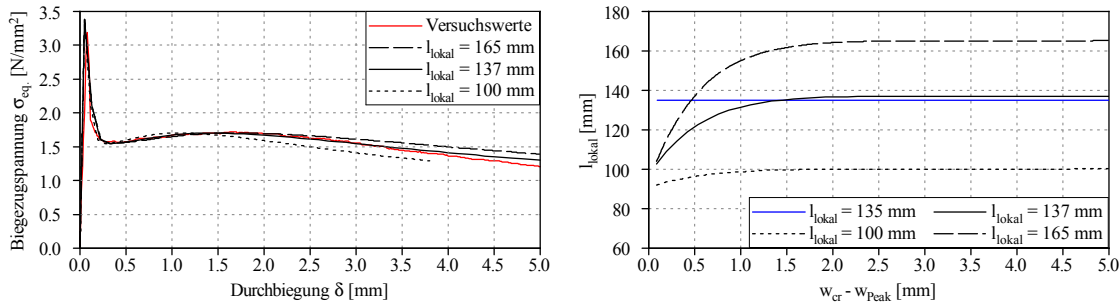


Abb. 3.29: Einfluss der Prozesszonlänge l_{okal} auf die ermittelte Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung bei Balken aus Normalbeton

Prozesszonlänge für UHPC

Die sich aus der Nachrechnung der Versuche mit UHPC ergebenden Prozesszonlängen sind in Abhängigkeit der Rissöffnung w_{cr} in Abb. 3.30 dargestellt. Zum einen wurden die Versuche an Standardbiegebalken und plattenartigen Probekörpern aus Kapitel 2 nachgerechnet. Ergänzt werden die Untersuchungen durch die Nachrechnung der UHPC Versuche von Gröger (2017) an Standardbiegebalken nach DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) mit unterschiedlichen Faserarten und -gehältern. Wie zu erwarten, ist die Prozesszonlänge stark abhängig von der Balkenhöhe h . Der Ansatz nach AFGC (2013) mit $l_{okal} = \frac{2}{3} \cdot h$ führt bei Standardbiegebalken ($h = 150$ mm) zu einer leichten Überschätzung und bei Platten ($h = 50$ mm) zu einer Unterschätzung der Prozesszonlänge.

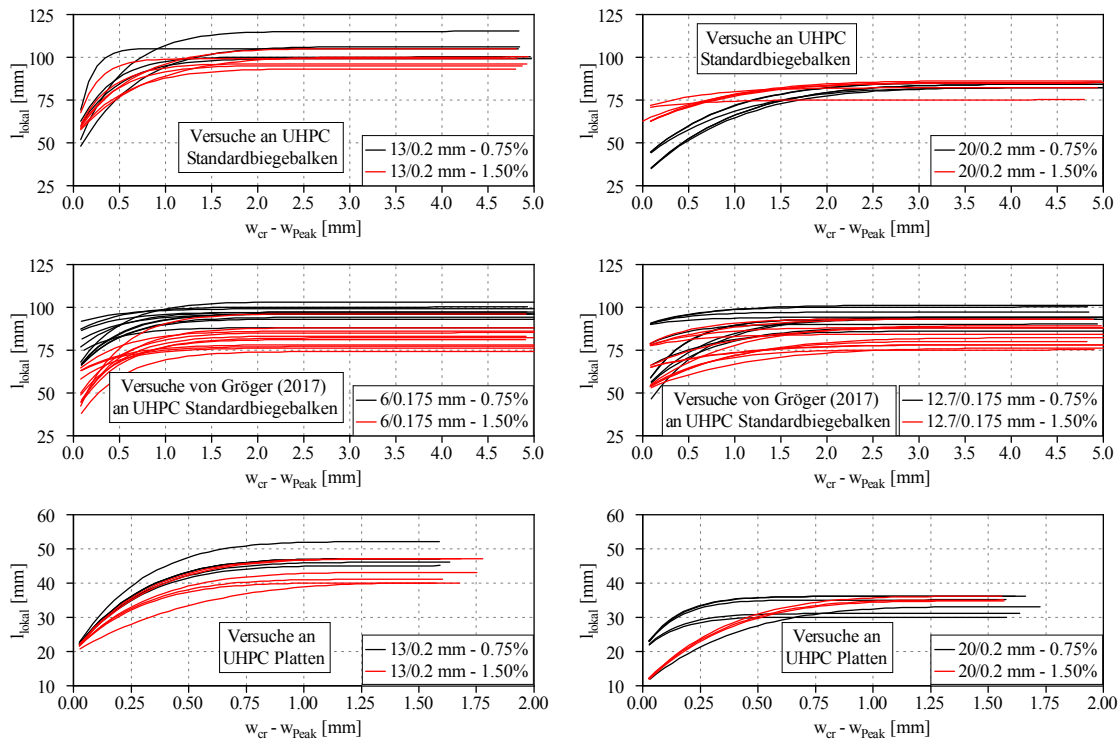


Abb. 3.30: Ermittelte Prozesszonlänge l_{okal} in Abhängigkeit der Rissbreite w_{cr} der untersuchten UHPC-Standardbiegebalken ($h = 150$ mm) aus Kapitel 2 und aus Gröger (2017) sowie für UHPC Platten ($h = 50$ mm)

Laut DAfStb (2010) ist für die Bemessung von Stahlfaserbeton ein Materialgesetz bis zu einer Zugdehnung von 25‰ zu definieren. Bei der Definition der für Faserbeton maximal zulässigen Zugdehnung $\varepsilon_{ct,max}$ unterscheiden sich die verschiedenen Richtlinien teilweise deutlich (siehe beispielsweise Ansatz nach ÖBV (2008)). Daher erfolgt die Auswertung der Prozesszonenlänge für 15, 20 und 25‰. Die Prozesszonenlänge, die bei einer Dehnung von 15, 20 oder 25‰ vorhanden ist, kann durch Anwendung von Glg. 3.54 und auf Basis der Ergebnisse in Abb. 3.30 bestimmt werden. Alternativ kann die Prozesszonenlänge bei einer bestimmten Zugdehnung in der Versuchsdokumentation in Anhang C abgelesen werden. Dort ist die Prozesszonenlänge in Abhängigkeit der Zugdehnung dargestellt.

Die Auswertung der Prozesszonenlänge für 15, 20 und 25‰ in Abb. 3.31 zeigt eine leichte Korrelation mit der Krümmung, die sich zufolge Peaklast ergibt. Je stärker die Krümmung \varkappa_P nach Glg. 3.25 zufolge Peaklast, desto geringer ist die Prozesszonenlänge. Dies deutet darauf hin, dass das Erreichen von l_{lokal} eine bestimmte Ausnutzung des maßgebenden Querschnitts darstellt. Balken mit einem ausgeprägten duktilen Nachrissbiegetragverhalten weisen größere Krümmungen im Peak und demnach geringere Prozesszonenlängen auf. Anzumerken ist, dass die Krümmungen zufolge Peaklast stark von der Balkenhöhe h abhängen. In plattenartigen Probekörpern stellen sich zufolge Peaklast wesentlich größere Krümmungen ein als bei Standardbiegebalken. Weitere Auswertungen bezüglich Fasergehalt und -geometrie führen zu keiner Korrelation mit der ermittelten Prozesszonenlänge und sind hier nicht dargestellt.

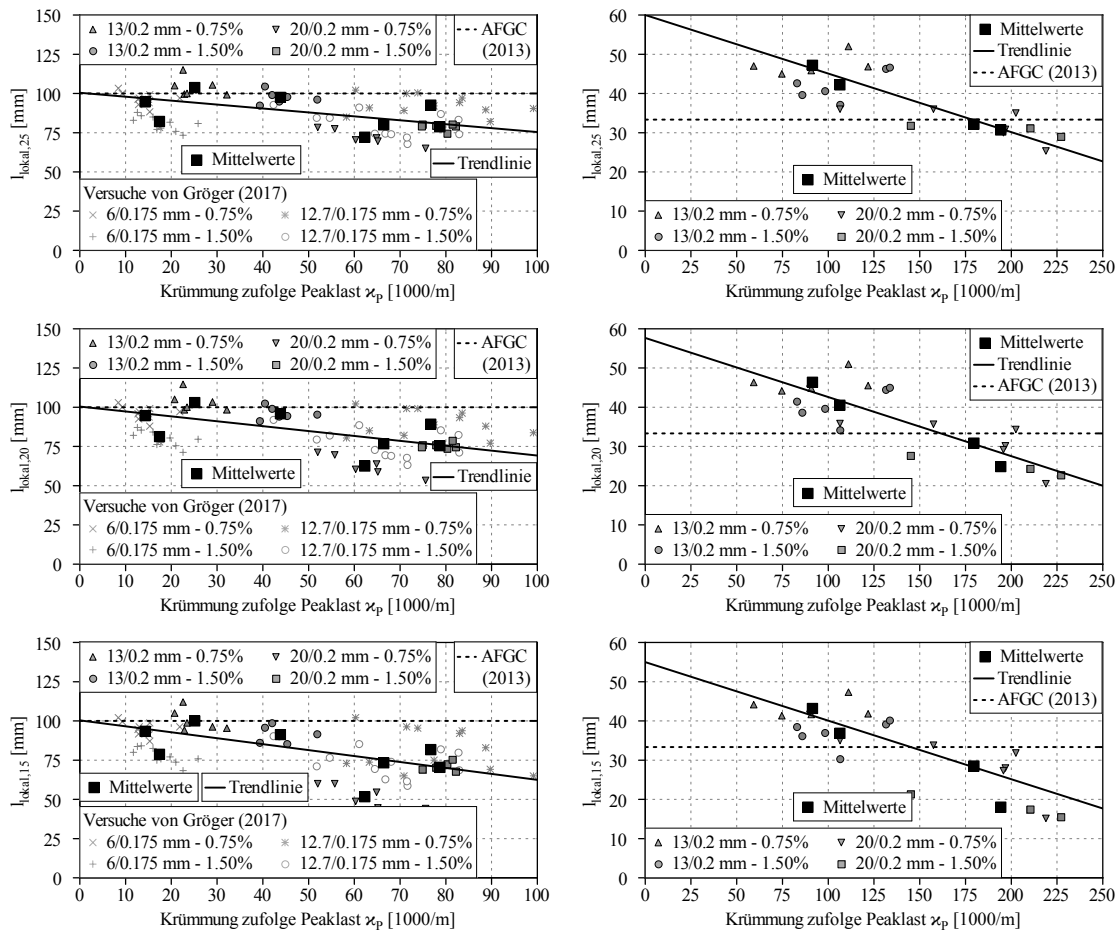


Abb. 3.31: Prozesszonenlängen $l_{lokal,15}$, $l_{lokal,20}$ und $l_{lokal,25}$ bei einer Zugdehnung von 15, 20 und 25‰ in Abhängigkeit der Krümmung zufolge Peaklast \varkappa_P für UHPC-Standardbiegebalken ($h = 150$ mm; links) und UHPC-Platten ($h = 50$ mm; rechts)

Die Prozesszonenlänge bei 15, 20 und 25‰ ist abhängig von der Probekörpergeometrie und der Krümmung im Peak \varkappa_P . Die Auswertung in Abb. 3.31 zeigt, dass die Prozesszonenlänge $l_{\text{lokal},15/20/25}$ für 4-Punkt-Biegezugversuche in Abhängigkeit von \varkappa_P und der Balkenhöhe h für eine geforderte Duktilität $\varepsilon_{ct,max}$ von 15, 20 oder 25‰ nach Glg. 3.55 abgeschätzt werden kann. Dabei ist zu beachten, dass $l_{\text{lokal},15/20/25}$ auch von der Biegeschlankheit und somit vom l_{ef}/h - Verhältnis des Probekörpers abhängt.

$$l_{\text{lokal},15/20/25} = \frac{2}{3} \cdot h - \frac{h + (25 - \varepsilon_{ct,max.}) \cdot 7.5}{600} \cdot \varkappa_P \quad \text{für: } l_{ef}/h = 4$$

$$l_{\text{lokal},15/20/25} = (h + (\varepsilon_{ct,max.} - 15)) - \frac{3}{20} \cdot \varkappa_P \quad \text{für: } l_{ef}/h = 12$$
(3.55)

In Abb. 3.31 ist des Weiteren ersichtlich, dass der Ansatz von AFGC (2013) mit $\frac{2}{3} \cdot h$ die Prozesszonenlänge bei Standardbiegebalken ($h = 150$ mm; $l_{ef}/h = 4$) geringfügig überschätzt. Für plattenartige Bauteile ($h = 50$ mm; $l_{ef}/h = 12$) stellt dieser Ansatz eine ausreichende, wenn auch sehr vereinfachte Näherung dar.

Prozesszonenlänge für Normalbeton

Die sich aus der Nachrechnung der Normalbeton-Versuche ergebenden Prozesszonenlängen sind in Abhängigkeit der Rissöffnung w_{cr} in Abb. 3.32 dargestellt. Die Prozesszonenlänge ist stark abhängig von der Balkenhöhe h . Der Ansatz nach DAfStb (2010) mit $l_{\text{lokal}} \approx 130$ mm liefert für Standardbiegebalken eine gute Näherung. In Abb. 3.32 ist des Weiteren ersichtlich, dass der eigene Ansatz mit $0.9 \cdot h$ sowohl für Standardbiegebalken als auch bauteilähnliche Balken ebenfalls eine gute Näherung darstellt. Mit zunehmender Bauteildicke wird l_{lokal} damit jedoch überschätzt. Die im Vergleich zu UHPC größere Prozesszonenlänge hat zufolge, dass eine Zugdehnung von 25‰ erst bei vergleichsweise großen Rissbreiten erreicht wird.

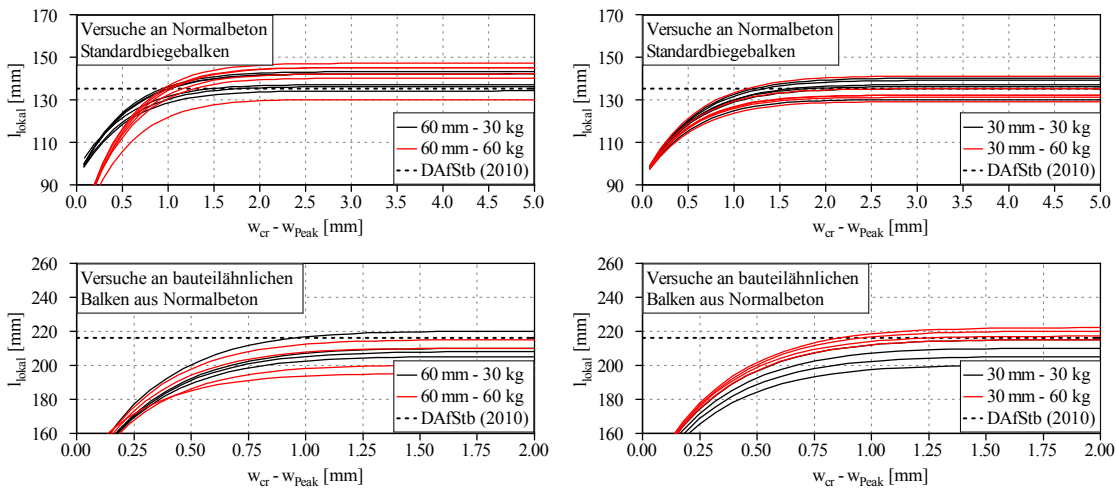


Abb. 3.32: Ermittelte Prozesszonenlänge l_{lokal} in Abhängigkeit der Rissbreite w_{cr} der untersuchten Standardbiegebalken ($h = 150$ mm) und bauteilähnlichen Balken ($h = 240$ mm) aus Normalbeton

Wie bereits beschrieben definiert die Richtlinie Stahlfaserbeton DAfStb (2010) für die Bemessung Materialgesetze bis 25‰. Da es bei Normalbeton nur die Phase der Rissöffnung gibt, kann die Prozesszonenlänge für eine bestimmte Dehnung von 15, 20 oder 25‰ nicht wie bei UHPC von der Krümmung im Peak abhängig gemacht werden. Die große Prozesszonenlänge bei bauteilähnlichen Balken ($h = 240$ mm) hat zufolge, dass bei

gleicher Rissbreite geringere Dehnungen erreicht werden. Für diese Balken ist daher eine Auswertung nur bis 15‰ Zugdehnung möglich.

Die Auswertung der Prozesszonenlänge hat gezeigt, dass der Ansatz nach DAfStb (2010) mit ≈ 130 mm für Standardbiegebalken ($h = 150$ mm; $l_{ef}/h = 4$) als ausreichend bewertet werden kann.

3.2.4 Ausgezogene Faserebenen bei Peaklast

Wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben sind die Fasern auf Faserebenen angeordnet. In diesem Abschnitt wird gezeigt, welche Faserebenen bei Erreichen der Peaklast voll aktiviert sind. Bei aktivierten Fasern ist der Haftverbund überschritten, sodass der Faserauszug beginnt. Diese Auswertung ist nur für die Nachrechnung der UHPC Versuche aus Kapitel 2 möglich, da bei den Normalbeton-Versuchen kein Deflection-Hardening Verhalten beobachtet wurde.

Da auf jeder Ebene mehrere Fasern angeordnet sind, muss definiert werden, wann die Fasern einer Ebene als aktiviert gelten. Eine Ebene gilt als aktiviert, wenn eine Faser mit der optimalen Einbindelänge von $l_e = \frac{l_f}{2}$ aktiviert ist und somit der Faserauszug bereits begonnen hat. Mit Glg. 3.30 und 3.31 aus Abschnitt 3.1.3 stellt dies den Grenzfall $F_{F,i} = F_{w,i}$ dar.

$$2 \cdot \varepsilon_{ctf,i} \cdot E_f \cdot \frac{d_f^2 \cdot \pi}{4} = d_f \cdot \pi \cdot \frac{l_f}{2} \cdot \tau_0 \quad (3.56)$$

Abbildung 3.33 zeigt exemplarisch den Dehnungszustand bei Peaklast und die aktivierten Faserebenen für einen Standardbiegebalken und einen plattenartigen Probekörper.

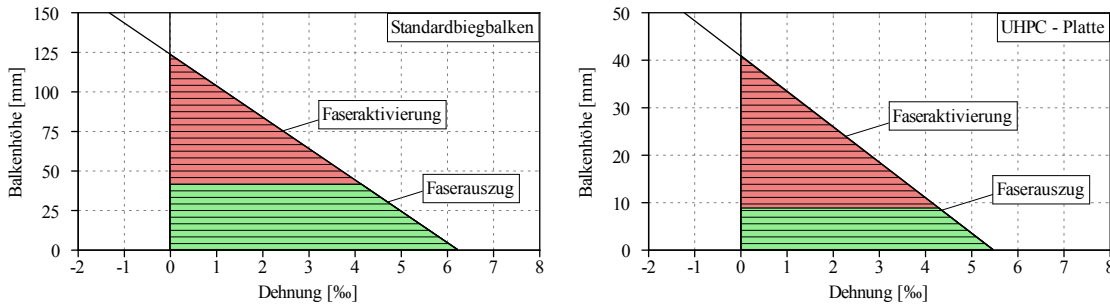


Abb. 3.33: Dehnungszustand bei Peaklast und schematische Darstellung der aktivierten Faserebenen für Standardbiegebalken (links) und Platten (rechts)

Das Verhältnis der aktivierten Faserebenen zur Anzahl an Faserebenen in der Zugzone ($h - x$) wird als aktivierte Faserebenen bezeichnet. In Abb. 3.34 ist der prozentuale Anteil der aktivierten Ebenen in Abhängigkeit des Faktors $\xi_f = \frac{\varepsilon_P \cdot 1000}{\tau_0 \cdot l_f}$ dargestellt. Der Faktor ξ_f wurde eingeführt, da die Aktivierung einer Faser nicht nur von der Krümmung im Peak, sondern auch von der Faserlänge l_f und der vorhandenen Verbundspannung τ_0 abhängt. Bei konstanter Balkenhöhe h ergibt sich in Abhängigkeit von ξ_f ein nahezu linearer Zusammenhang mit dem prozentualen Anteil der aktivierten Fasern.

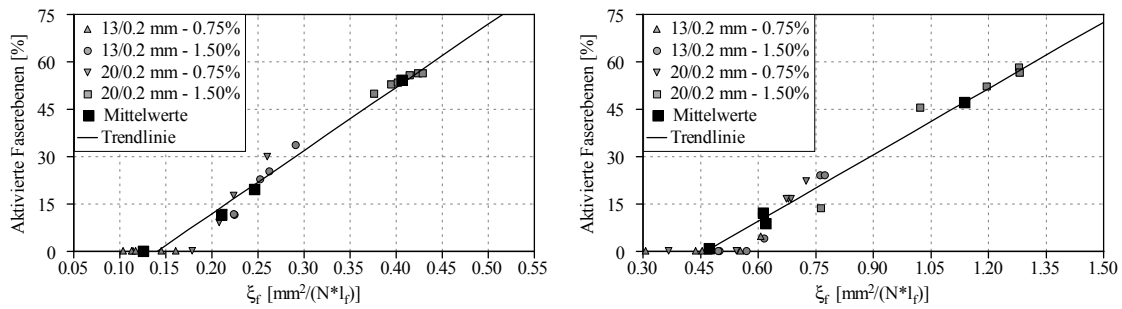


Abb. 3.34: Prozentueller Anteil der aktivierten Faserebenen in Abhängigkeit des Faktors ξ_f für Standardbiegebalken (links) und Platten (rechts)

3.2.5 Auswertung der Druckzonenhöhe

In diesem Abschnitt wird die Druckzonenhöhe $x_{15/20/25}$, die bei einer Dehnung von 15, 20 und 25‰ vorhanden ist, für die nachgerechneten Biegebalken ausgewertet. Bei Normalbeton besteht eine Korrelation mit der im Versuch bei einer Durchbiegung von 3.5 mm beobachteten äquivalenten Biegezugspannung $\sigma_{eq., 3.5}$, wie in Abb. 3.35 ersichtlich ist. Je größer $\sigma_{eq., 3.5}$, desto höher die Druckzone. Des Weiteren nimmt die Druckzonenhöhe mit steigender geforderter Duktilität ($\varepsilon_{ct,max.}$) ab.

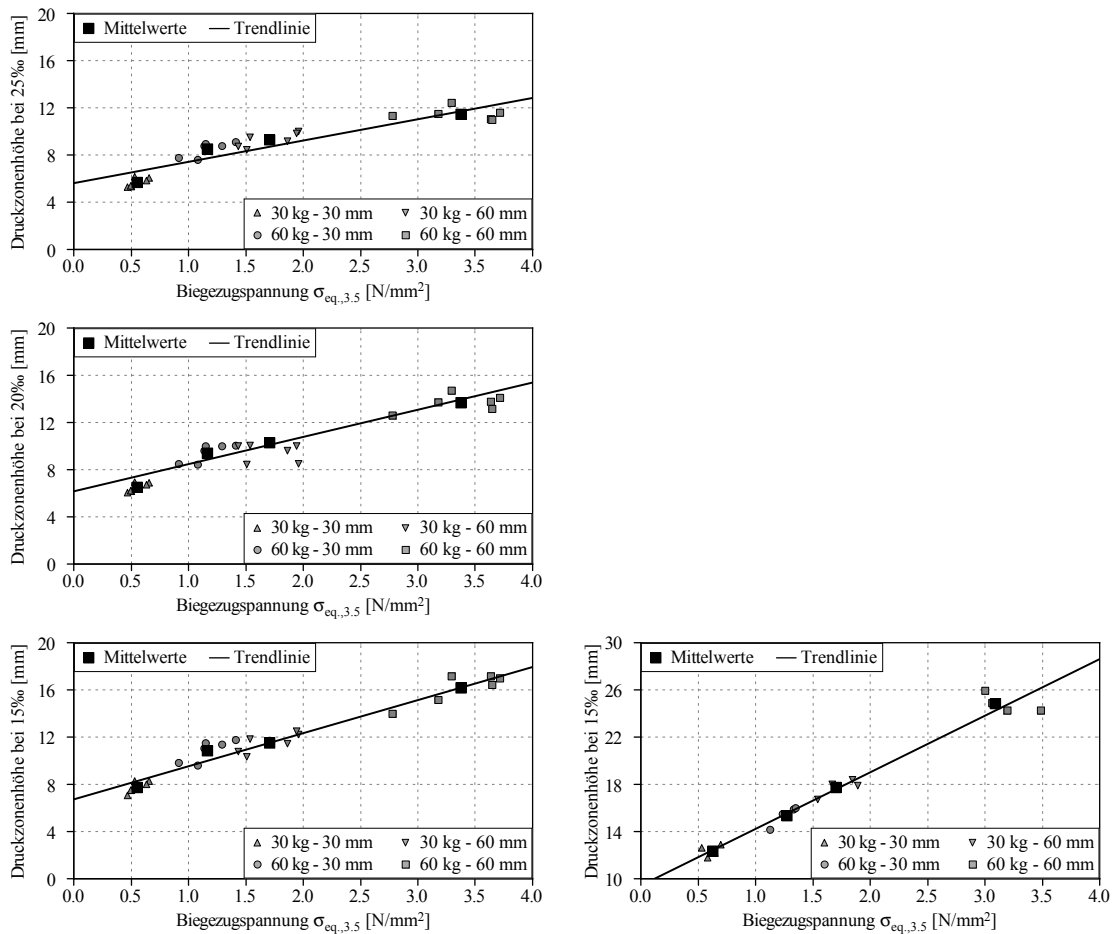


Abb. 3.35: Druckzonenhöhe bei einer Zugdehnung von 25, 20 und 15‰ in Abhängigkeit von $\sigma_{eq., 3.5}$ für Standardbiegebalken (links; $h = 150$ mm) und bauteilähnlichen Balken (rechts; $h = 240$ mm) aus Normalbeton

Die Druckzonenhöhe $x_{15/20/25}$ kann in Abhängigkeit von $\sigma_{eq.,3.5}$, der Bauteilhöhe h und der Biegeschlankheit (l_{ef}/h) des Probekörpers nach Glg. 3.57 abgeschätzt werden. Alternativ kann $x_{15/20/25}$ als Vereinfachung mit $\frac{h}{15}$ angenommen werden, was bei Standardbiegebalken einer Höhe von ≈ 10 mm und bei bauteilähnlichen Balken von ≈ 16 mm entspricht. Für bauteilähnliche Balken ist, wie beschrieben, eine Auswertung nur bei 15‰ möglich, da sich durch die große Prozesszonlänge bei einer Durchbiegung von 5 mm, Dehnungen < 20 ‰ ergeben. Die Versuche in Abschnitt 2.1.2 wurden bei der genannten Durchbiegung abgebrochen.

$$x_{15/20/25} = 6.7 - \frac{\varepsilon_{ct,max.} - 15}{10} \cdot 1.1 + \left(2.8 - \frac{\varepsilon_{ct,max.} - 15}{10} \right) \cdot \sigma_{eq.,3.5}$$

(3.57)

für: $l_{ef}/h = 4$

für: $l_{ef}/h = 6.25$

$$x_{15} = 9.4 + 4.8 \cdot \sigma_{eq.,3.5}$$

Die Auswertung der Druckzonenhöhe $x_{15/20/25}$ für UHPC-Biegebalken in Abb. 3.36 zeigt, dass eine Korrelation mit der Krümmung zufolge Peaklast κ_P besteht. Je größer κ_P , desto höher die Druckzone. Des Weiteren nimmt die Druckzonenhöhe mit steigender geforderter Duktilität ($\varepsilon_{ct,max.}$) ab und es kommt zu einem Einschnüren der Druckzone. Bei geringerer Krümmung κ_P beginnt dieser Prozess bereits früher.

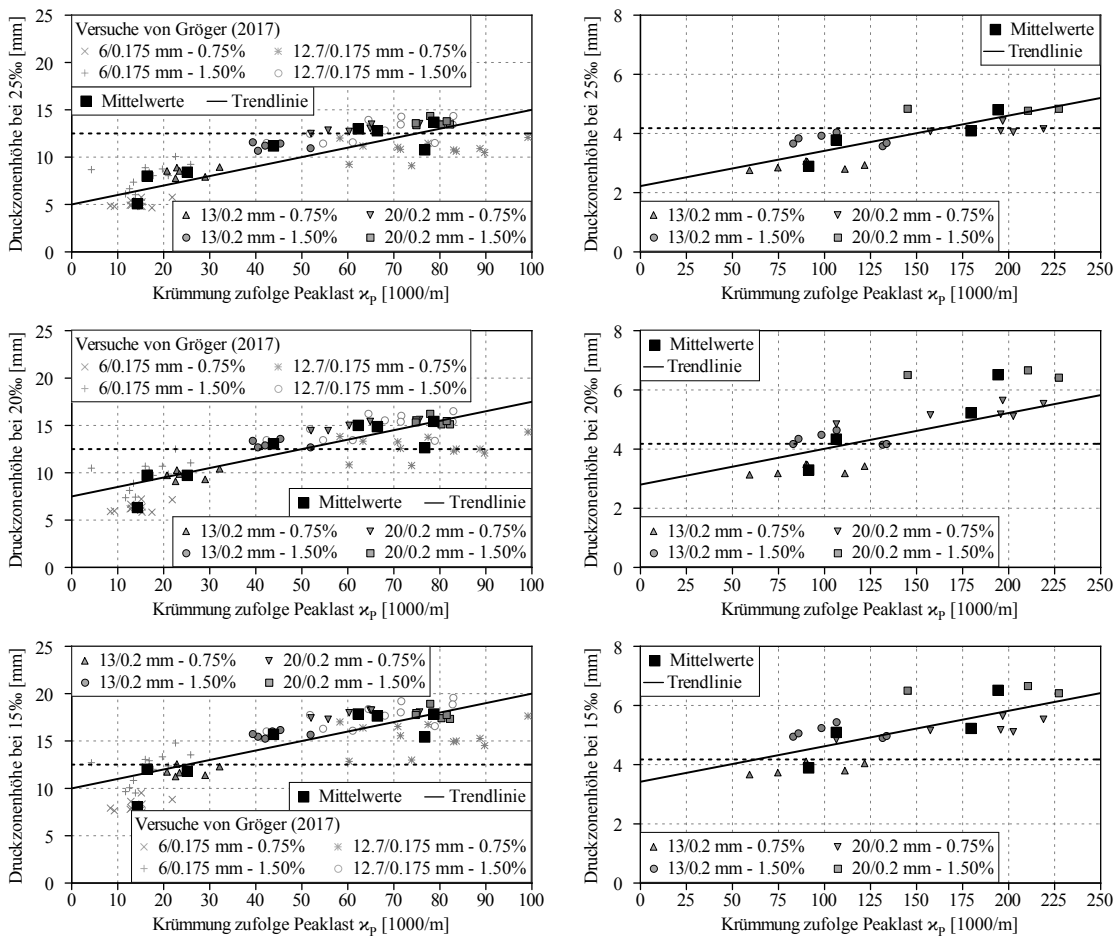


Abb. 3.36: Druckzonenhöhe bei einer Zugdehnung von 25, 20 und 15‰ in Abhängigkeit der Krümmung zufolge Peaklast κ_P für UHPC-Standardbiegebalken ($h = 150$ mm; links) und UHPC-Platten ($h = 50$ mm; rechts)

Die Druckzonenhöhe $x_{15/20/25}$ kann in Abhängigkeit von \varkappa_P , der Bauteilhöhe h und der Biegeschlankheit (l_{ef}/h) des Probekörpers nach Glg. 3.58 abgeschätzt werden. Alternativ kann $x_{15/20/25}$ als Vereinfachung mit $\frac{h}{12}$ angenommen werden, was bei Standardbiegebalken einer Höhe von ≈ 12.5 mm und bei Platten von ≈ 4.17 mm entspricht.

$$x_{15/20/25} = 10 - \frac{\varepsilon_{ct,max.} - 15}{2} + 0.1 \cdot \varkappa_P \quad \text{für: } l_{ef}/h = 4 \quad (3.58)$$

$$x_{15/20/25} = 3.4 - \frac{3}{25} \cdot (\varepsilon_{ct,max.} - 15) + 0.012 \cdot \varkappa_P \quad \text{für: } l_{ef}/h = 12$$

Des Weiteren wurde die Druckzonenhöhe x_P bei Erreichen der Peaklast ausgewertet. Wie in Abb. 3.37 ersichtlich ist, besteht bei konstanter Balkenhöhe h , eine beinahe lineare Korrelation von x_P mit der Krümmung zufolge Peaklast \varkappa_P . Die Druckzonenhöhe x_P kann in Abhängigkeit von \varkappa_P nach Glg. 3.59 geschätzt werden. Ist \varkappa_P unbekannt, kann x_P vereinfacht mit $0.175 \cdot h$ angenommen werden, wie Abb. 3.37 ebenfalls zeigt.

$$x_P = 36.0 - 0.185 \cdot \varkappa_P \quad \text{für: } h = 150 \text{ mm bzw. } l_{ef}/h = 4 \quad (3.59)$$

$$x_P = 11.4 - 0.0175 \cdot \varkappa_P \quad \text{für: } h = 50 \text{ mm bzw. } l_{ef}/h = 12$$

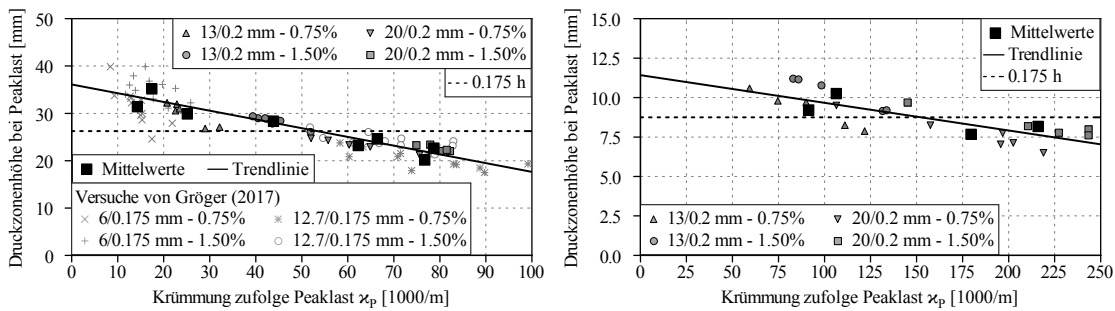


Abb. 3.37: Druckzonenhöhe bei Peaklast in Abhängigkeit von \varkappa_P für Standardbiegebalken ($h = 150$ mm; links) und Platten ($h = 50$ mm; rechts)

3.2.6 Auswertung der Betondruckstauchung

Die Betondruckstauchung ε_c wurde bei einer Zugdehnung von 25‰ ausgewertet. Wie in Abschnitt 3.1.3 und 3.1.4 beschrieben, ist bei Normalbeton die Eingabe einer Druckspannungs-Dehnungsbeziehung erforderlich. Abb. 3.38 zeigt die mit den vorhandenen Materialkennwerten $f_{c,cyl.}$ und E_{cm} (siehe Abschnitt 3.2.2) nach Schneider (2012) ermittelte Druckarbeitslinie, sowie den im Modell implementierten Teil.

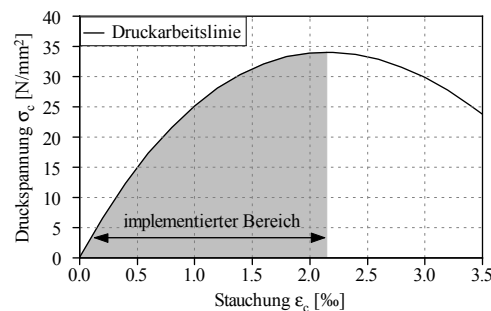


Abb. 3.38: Druckarbeitslinie für Normalbeton nach Schneider (2012) und Modellansatz

In Abb. 3.39 ist ϵ_c bei 25‰ Dehnung in Abhängigkeit von der im Versuch bei einer Durchbiegung von 3.5 mm beobachteten äquivalenten Biegezugspannung $\sigma_{eq., 3.5}$ dargestellt. Es ist ersichtlich, dass Betonstauchungen bis knapp über 2‰ erreicht werden. Ein rein linear-elastisches Materialverhalten unter Druckbeanspruchung würde zu einer zu geringen Druckzonenhöhe führen. Die Auswirkung des dadurch entstehenden Fehlers auf das Biegetragverhalten wären allerdings sehr gering.

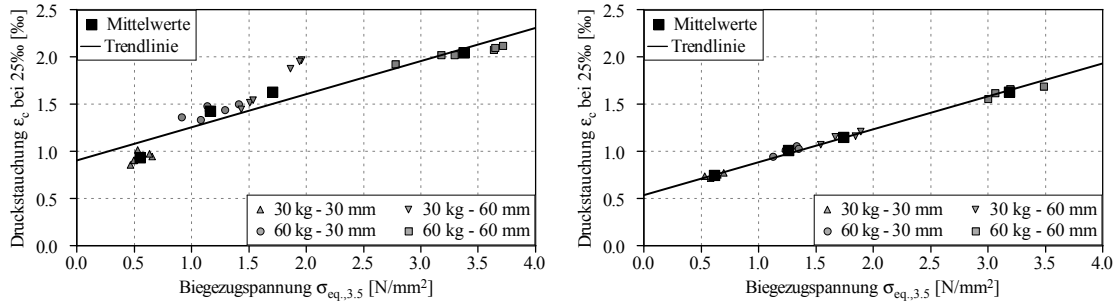


Abb. 3.39: Betonstauchung ϵ_c bei einer Zugdehnung von 25‰ in Abhängigkeit von $\sigma_{eq., 3.5}$ für Standardbiegebalken (links; $h = 150$ mm) und bauteilähnlichen Balken (rechts; $h = 240$ mm) aus Normalbeton

UHPC verhält sich unter Druckbeanspruchung bis zu einem Spannungsniveau von ca. 80 bis 90% der Druckfestigkeit nahezu linear-elastisch (Leutbecher (2007)). Im vorgestellten Modell wird für UHPC von einem rein linear-elastischen Materialverhalten unter Druckbeanspruchung ausgegangen. Die Auswertung der Betondruckstauchung ϵ_c bei einer Zugdehnung von 25‰ ist in Abhängigkeit von κ_P in Abb. 3.40 dargestellt. Der Grenzwert ergibt sich aus $\frac{0.85 \cdot f_{c,cyl.}}{E_{cm}} = \frac{0.85 \cdot 185}{52500} \approx 3.0$ ‰. Es ist ersichtlich, dass bei einer Zugdehnung von 25‰, die Betonstauchung ϵ_c stets unter dem beschriebenen Grenzwert liegt. Die Annahme eines linear-elastischen Drucktragverhaltens ist demnach gerechtfertigt.

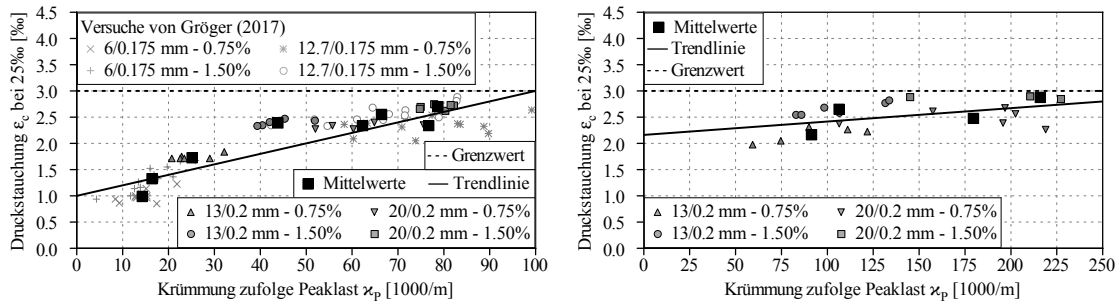


Abb. 3.40: Betonstauchung ϵ_c bei einer Zugdehnung von 25‰ in Abhängigkeit der Krümmung zufolge Peaklast κ_P für UHPC-Standardbiegebalken ($h = 150$ mm; links) und UHPC-Platten ($h = 50$ mm; rechts)

3.3 Einfluss der Faserverteilung und -orientierung

3.3.1 Definition Mindestfasergehalt

Durch die in Abschnitt 3.1.1 beschriebene Anordnung der Faserschwerpunkte (FSP) kann ein theoretischer Mindestfasergehalt für Faserbetonbauteile definiert werden. Grundlegende Überlegung ist es, dass bei einer gegebenen Faserlänge l_f eine gewisse Fasermenge vorhanden sein muss, um eine Überlappung der einzelnen Fasern sicherzustellen. Damit es zu einem gleichmäßigen Tragverhalten entlang eines Balken kommen kann, darf der

Abstand der Faserebenen a bei optimaler Faserorientierung ($\eta = 1.0$) maximal der halben Faserlänge entsprechen ($a \leq \frac{l_f}{2}$), wie in Abb. 3.41 dargestellt ist.

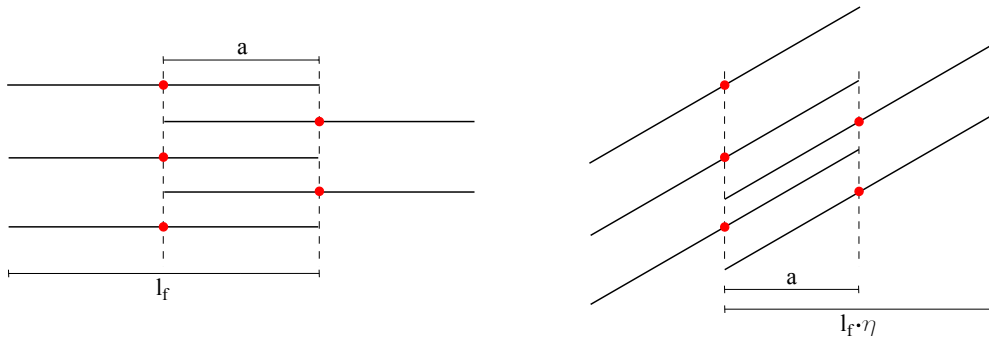


Abb. 3.41: Schematische Darstellung des absoluten Mindestfasergehaltes $\rho_{f,min,abs}$ (links; $a \leq \frac{l_f}{2}$) und des Mindestfasergehaltes unter Berücksichtigung der Faserorientierung $\rho_{f,min,\eta}$ (rechts; $a \leq \frac{l_f}{2} \cdot \eta$)

Mit dem bekannten Betonvolumen einer Einzelfaser $V_{B,EF}$ nach Glg. 3.1 und der Kantenlänge a nach Glg. 3.2, sowie unter Einhaltung der Bedingung $a \leq \frac{l_f}{2}$ ergibt sich der absolute Mindestfasergehalt für Faserbetonbauteile. Unter absolutem Mindestfasergehalt $\rho_{f,min,abs}$ wird jene Fasermenge verstanden, die notwendig ist, um ein gleichmäßiges Tragverhalten entlang eines Balkens zu ermöglichen. Folglich werden in jedem Schnitt zwischen den Faserebenen (Ebenenabstand a), die Fasern von zumindest zwei Ebenen geschnitten.

$$\rho_{f,min,abs} = \frac{2 \cdot d_f^2 \cdot \gamma_f \cdot \pi \cdot V_B}{7 \cdot l_f^2} \quad (3.60)$$

Wird des Weiteren die Faserorientierung η berücksichtigt, so muss angenommen werden, dass alle Fasern genau mit der Orientierung η ausgerichtet sind; η ist in diesem Fall somit nicht nur der Mittelwert der Orientierung aller Fasern, sondern auch die Ausrichtung jeder Einzelfaser. Entsprechend der Ausführungen in Kapitel 2.3 stellt dies eine starke Vereinfachung dar, ist für die vorliegende Betrachtung jedoch als ausreichend zu beurteilen. Unter der Bedingung $a \leq \frac{l_f}{2} \cdot \eta$ (siehe Abb. 3.41) ergibt sich der Mindestfasergehalt unter Berücksichtigung der Faserorientierung $\rho_{f,min,\eta}$ nach Glg. 3.61. Für den Fall der optimalen Faserorientierung ($\eta = 1.0$) entspricht $\rho_{f,min,\eta}$ gleich dem absoluten Mindestfasergehalt $\rho_{f,min,abs}$.

$$\rho_{f,min,\eta} = \frac{2 \cdot d_f^2 \cdot \gamma_f \cdot \pi \cdot V_B}{7 \cdot l_f^2 \cdot \eta^3} \quad (3.61)$$

Die Mindestfasergehalte nach Glg. 3.60 und 3.61 sind in Abb. 3.42 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass der Mindestfasergehalt nur vom l_f/d_f -Verhältnis bestimmt wird. Fasern mit kleiner Schlankheit ($\lambda = l_f/d_f$) führen zu höheren Mindestfasergehalten als Fasern mit großer Schlankheit. Der theoretische Mindestfasergehalt nimmt mit zunehmendem l_f/d_f -Verhältnis und steigender Faserorientierung ab.

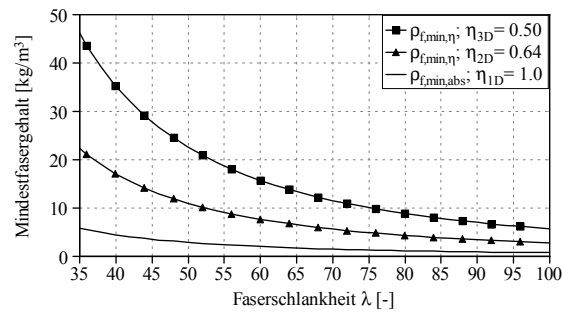


Abb. 3.42: Mindestfasergehalt nach Glg. 3.60 bzw. 3.61

3.3.2 Streuungskonstante bei optimaler Faserorientierung

Als Urstreuung oder unbeeinflussbare Streuung wird eine Streuungskonstante verstanden, die bei theoretisch optimaler homogener Faserverteilung und vollständiger Faserorientierung in Zugrichtung $\eta = 1.0$ infolge der nicht unendlichen Faserlänge auftritt. Wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben, entspricht die Faseranordnung auf Ebenen mit dem Abstand a einer optimalen homogenen Faserverteilung. Eine kompaktere Positionierung der FSP ist nicht erreichbar bzw. ist eine Verkleinerung des Abstands a in betrachtete Raumrichtung nicht möglich, da dadurch Inhomogenitäten in zumindest eine der beiden anderen Richtungen entstehen würden.

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 angedeutet, führt die Anordnung auf Faserebenen in Kombination mit der endlichen Faserlänge dazu, dass in verschiedenen Schnitten mehr Fasern getroffen werden als in anderen. In Abb. 3.43 ist ersichtlich, dass sich die Anzahl der getroffenen Fasern zwischen zwei Faserebenen (Ebenenabstand a) je nach Schnittposition ändert. Da sich bei einer homogenen Faserverteilung auf jeder Faserebene die gleiche Anzahl an FSP (siehe Kapitel 3.1.1) befindet, ist die entstehende Abweichung zweier benachbarter Faserebenen stets gleich groß. Neben der Anzahl der getroffenen Fasern ändert sich auch die Einbindelänge der Fasern je nach Schnittposition, wodurch teilweise mehr bzw. weniger Kräfte übertragen werden können. Dieses Phänomen wird, wie bereits erwähnt, als Urstreuung oder Streuungskonstante bezeichnet.

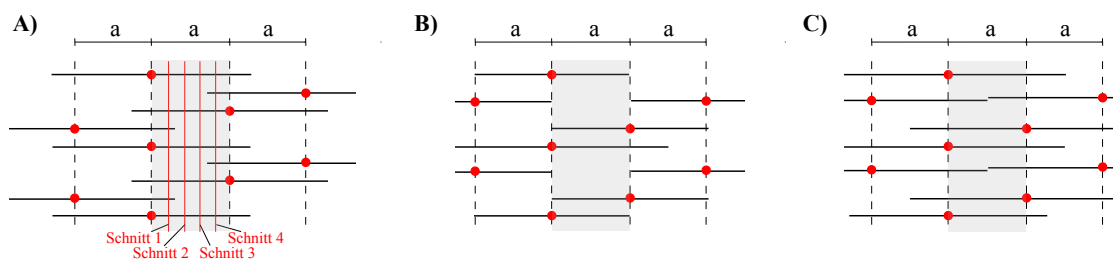


Abb. 3.43: Schematische Darstellung der Streuungskonstante ν_U (A); Grenzwerte bei der es keine Urstreuung auftritt (B und C)

Bei der Berechnung der Streuungskonstante ν_U wird bei geraden Stahlfasern von einem ideal - plastischen Verbundgesetz ausgegangen, wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben. Für Fasern mit Endhaken wird angenommen, dass die Verbundspannung entlang der Faser vernachlässigbar ist und die Kraftübertragung nur durch den Formverbund des Endhakens erfolgt. Die dazu notwendige Einbindelänge wurde in Abschnitt 3.1.1 mit 7 mm festgelegt. Fasern mit einer Einbindelänge ≥ 7 mm sind demnach voll wirksam, Fasern mit einer Einbindelänge < 7 mm werden als unwirksam definiert.

Des Weiteren ist zu beachten, dass ν_U wesentlich vom Verhältnis Faserlänge zu Ebenenabstand $\frac{l_f}{a}$ beeinflusst wird. Wie in Abb. 3.43 (B) und (C) ersichtlich, gibt es für gerade Stahlfasern zwei Grenzwerte bei der keine Urstreuung vorhanden ist. Diese Grenzwerte verschieben sich bei Fasern mit Endhaken entsprechend der definierten Mindesteinbinde­länge. Daraus folgt, dass eine geringe Änderung von a oder l_f zu stark unterschiedlichen Ergebnissen führt.

Die Berechnungsergebnisse für UHPC mit geraden Stahlfasern und Normalbeton mit gekröpften Fasern mit Endhaken sind in Abb. 3.44 dargestellt. Für UHPC wurden verschiedene Stahlfasergehalte und -geometrien ($\rho_f = 0.5 - 3.0$ Vol.-%; $d_f = 0.1, 0.2, 0.3$ mm; $\lambda = 30 - 120$) untersucht. Der Mindestfasergehalt $\rho_{f,min,abs}$ nach Glg. 3.60 wurde bei allen Berechnungen eingehalten. Bei UHPC führt das ideal - plastische Verbundgesetz dazu, dass die Streuungskonstante ν_U nur vom Verhältnis $\frac{l_f}{a}$ abhängt. Bei üblichen Fasergehalten von 1.0 - 3.0 Vol.-% und einer Faserschlankheit $\lambda = l_f/d_f \approx 70$ liegen die Werte für $\frac{l_f}{a}$ in etwa zwischen 6 und 10. Obwohl eine geringe Änderung von a oder l_f unterschiedliche Ergebnisse liefert (bogenförmiger Verlauf zufolge der beschriebenen Grenzwerte), so ist die Tendenz ersichtlich, dass je größer das Verhältnis $\frac{l_f}{a}$, desto kleiner ν_U . Bei sehr großen Verhältnissen von $\frac{l_f}{a}$ konvergiert ν_U gegen null.

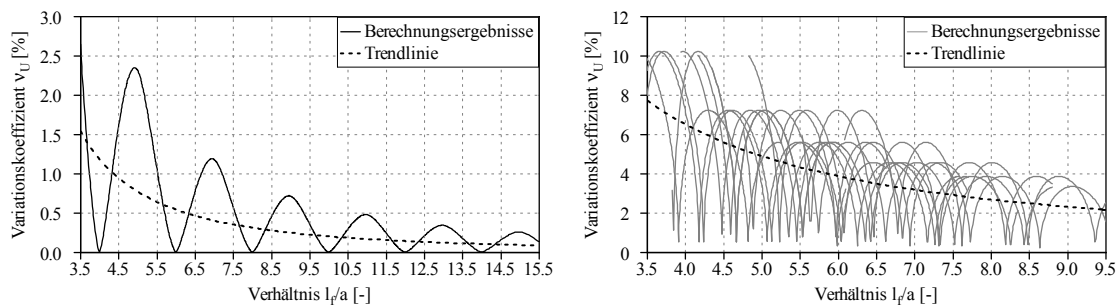


Abb. 3.44: Streuungskonstante ν_U in Abhängigkeit vom Verhältnis $\frac{l_f}{a}$ für UHPC mit geraden Stahlfasern (links) und Normalbeton mit gekröpften Fasern mit Endhaken (rechts)

Die Berechnungen mit Normalbeton und gekröpften Fasern mit Endhaken, liefern deutlich größere Werte für ν_U , wie ebenfalls in Abb. 3.44 ersichtlich ist. Untersucht wurden für Normalbeton übliche Stahlfasergehalte und -geometrien ($\rho_f = 20 - 60$ kg/m³; $d_f = 0.5, 0.75, 1.0$ mm; $\lambda = 40 - 100$). Der Mindestfasergehalt $\rho_{f,min,abs}$ nach Glg. 3.60 wurde bei allen Berechnungen eingehalten. Das beschriebene Tragverhalten von gekröpften Fasern führt dazu, dass ν_U nicht nur vom Verhältnis $\frac{l_f}{a}$ abhängt, sondern auch von Faserdurchmesser und -gehalt beeinflusst wird. Bei für Normalbeton üblichem Fasergehalt von ≈ 30 kg/m³ und einer Faserschlankheit $\lambda = l_f/d_f \approx 70$ liegen die Werte für $\frac{l_f}{a}$ in etwa zwischen 5 und 6. Des Weiteren führt die geringe Änderung von a oder l_f zu stark unterschiedlichen Ergebnissen. Der bogenförmige Verlauf zufolge der beschriebenen Grenzwerte ist stärker ausgeprägt. Dennoch ist die Tendenz zu erkennen, dass ν_U mit zunehmendem Verhältnis $\frac{l_f}{a}$ abnimmt und bei sehr großen Werten gegen null konvergiert.

An dieser Stelle sei nochmals angemerkt, dass die Konstante ν_U auch bei optimaler Faserorientierung und -verteilung vorhanden ist und durch die nicht unendliche Faserlänge hervorgerufen wird. Es handelt sich allerdings um eine rein theoretische Betrachtung bei optimaler Faserorientierung ($\eta = 1.0$).

3.3.3 Faserorientierung im Schnitt vs. Faserorientierung im Volumen

Entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 2.3, ist zwischen der Faserorientierung im Schnitt η_S und im Volumen η_V zu unterscheiden. Die Faserorientierung im Volumen wird bei den Untersuchungen mit dem fotooptischen Verfahren aus den Einzelwerten der Faserorientierung im Schnitt nach Glg. 2.12 gebildet. Die Ergebnisse aus dem numerischen Modell zeigen ebenfalls, dass die Faserorientierung im Schnitt η_S nicht der im Volumen η_V entspricht. In Abb. 3.45 sind die aus der Versuchsnachrechnung ermittelten Werte für η_V und η_S gegenübergestellt. Dabei ist ersichtlich, dass die Faserorientierung im Volumen wesentlich geringer ist als im Schnitt.

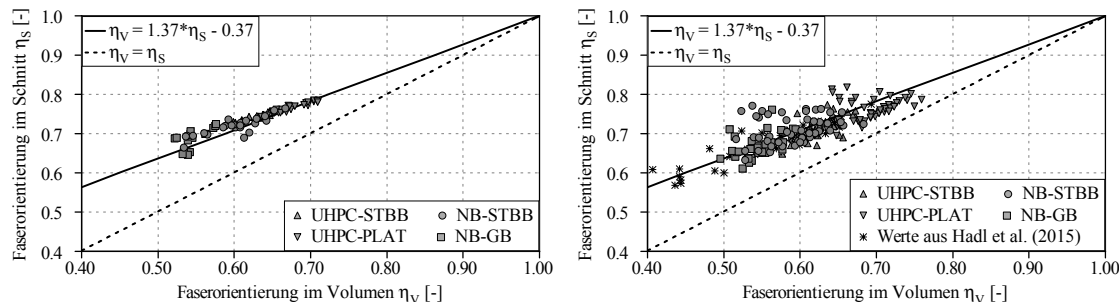


Abb. 3.45: Mit dem Modell aus der Versuchsnachrechnung ermittelte Werte für η_V und η_S (links) sowie Vergleich von η_V und η_S aus den Versuchsergebnissen in Abschnitt 2.3.3 (rechts)

Entsprechend der Modellnachrechnung kann η_V in Abhängigkeit von η_S nach Glg. 3.62 abgeschätzt werden. In Abb. 3.45 ist ersichtlich, dass mit diesem sehr einfachen Ansatz eine ausreichend Übereinstimmung mit den Modellergebnissen erzielt wird. Des Weiteren ist damit die Grenzbetrachtung, dass bei einer Faserorientierung von 1.0 die Orientierung im Volumen gleich jener im Schnitt sein muss, eingehalten. Anzumerken ist, dass die Umrechnung von η_S auf η_V wesentlich von der Standardabweichung der Faserorientierung $\sigma_{\eta,V}$ bestimmt wird. Diese wird im Modell durch Glg. 3.7 abgeschätzt, wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben wurde.

$$\eta_V = 1.37 \cdot \eta_S - 0.37 \quad \text{für: } \eta_S \geq 0.50 \quad (3.62)$$

Des Weiteren sind in Abb. 3.45 die bei der Auswertung der Versuchsergebnisse (siehe Abschnitt 2.3.3) nach Glg. 2.12 ermittelten Werte für η_V jenen von η_S gegenübergestellt. Dabei handelt es sich um die Einzelwerte der Schnittbilder und nicht um die in Abschnitt 2.3.3 in Tab. 2.6 und 2.7 dargestellten Mittelwerte der Versuchsserien. Ergänzt werden die Werte der eigenen Untersuchungen um die in Hadl et al. (2015) dargestellten Ergebnisse. Bei diesen Untersuchungen wurden η_S und η_V ebenfalls separat nach Glg. 2.8 und 2.12 bestimmt.

Abb. 3.45 zeigt, dass auch die Versuchsergebnisse durch Glg. 3.62 sehr gut wiedergegeben werden. Basierend auf diesen Untersuchungen kann festgehalten werden, dass η_V in der Schnittbildauswertung nach Glg. 2.12 ermittelt werden kann und dass der gewählte Ansatz für die Standardabweichung der Faserorientierung $\sigma_{\eta,V}$ entsprechend Glg. 3.7 gültig ist. Geringfügige Abweichungen zwischen Modell und Versuchsergebnissen resultieren aus Unsicherheiten der geschätzten Standardabweichung $\sigma_{\eta,V}$.

3.3.4 Berechnungen zum Einfluss von Verteilung und Orientierung

Durch die in Abschnitt 3.1.1 beschriebene Anordnung der Fasern in Form von Faserschwerpunkten (FSP), sowie der manuellen Eingabe der mittleren Faserorientierung η_V , ist es

möglich den Einfluss der Orientierung und der Verteilung der Fasern auf das Tragverhalten zu quantifizieren. Die Streuung in der Faserorientierung wird durch Variation von η_V simuliert. Die Streuung der Faserverteilung ergibt sich durch die Anordnung der FSP entsprechend einer Normalverteilung oder Poissonsverteilung bzw. durch die Variation des Fasergehaltes, wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben wurde. Die Untersuchungen wurden für UHPC mit geraden Stahlfasern und Normalbeton mit gekröpften Fasern mit Endhaken durchgeführt.

Grundlegende Untersuchungen mit UHPC

Der Einfluss der Faserorientierung und der Faserverteilung auf das Tragverhalten eines Standardbiegebalken aus UHPC ($l_f/d_f = 13/0.2 \text{ mm}$; $\rho_f = 118 \text{ kg/m}^3$) ist in Abb. 3.46 dargestellt. Die mittlere Faserorientierung η_V wurde zwischen 0.55 und 0.65 bzw. 0.50 und 0.70 variiert. Die Streuung der Faserverteilung $\nu_{\rho f}$ wurde ebenfalls durch die Variation des Fasergehaltes simuliert. Dieser beträgt zwischen 1.375 und 1.625 Vol.-% bzw. 1.25 und 1.75 Vol.-%, was demselben Variationskoeffizienten wie die Streuung der Faserorientierung $\nu_{\eta,V}$ entspricht ($\nu_{\eta,V} = \nu_{\rho f} = 5\%$ bzw. 10%). Die Krümmung zufolge Peaklast wurde für diese Untersuchungen konstant gehalten (Eingabe von $\delta_{max.}$ und $\sigma_{max.,eq.}$ unverändert) um den Einfluss von Änderungen in der Faserorientierung und -verteilung schematisch aufzeigen zu können. Tatsächlich bewirkt eine Variation von η_V bzw. ρ_f auch eine Änderung der Krümmung bei Peaklast.

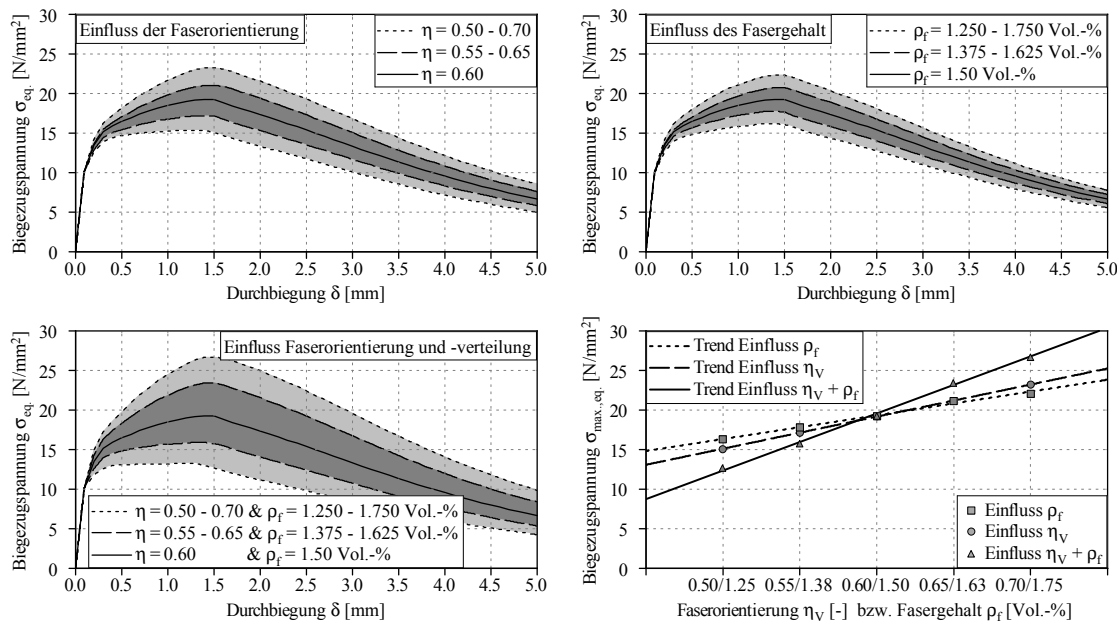


Abb. 3.46: Einfluss von $\nu_{\eta,V}$ (links oben), $\nu_{\rho f}$ (rechts oben) und kombiniert (links unten) auf die Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung eines Standardbiegebalken aus UHPC sowie Einfluss auf die maximale Biegetragfähigkeit $\sigma_{max.,eq.}$ (rechts unten).

Die Modellergebnisse in Abb. 3.46 zeigen den Einfluss von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho f}$ auf das Tragverhalten im Biegezugversuch. Dabei ist ersichtlich, dass die Änderung der Faserorientierung zu größeren Streuungen in der Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung führt, als die Änderung des Fasergehaltes. Dies ist damit zu begründen, dass sich durch eine Änderung von η_V sowohl die Faseranzahl als auch die Faserorientierung im Schnitt verändern. Des Weiteren sind die Untersuchungsergebnisse mit gleichzeitiger Streuung von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho f}$ dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Einflüsse von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho f}$ einfach summiert werden und somit überlagert werden können. Die Auswertung der maximalen Biegetragfähigkeit

$\sigma_{max.,eq.}$ in Abb. 3.46 (rechts unten) in Abhängigkeit von η_V bzw. ρ_f verdeutlicht diese Schlussfolgerung. Des Weiteren ist ersichtlich, dass ein linearer Zusammenhang zwischen η_V bzw. ρ_f und $\sigma_{max.,eq.}$ besteht.

Die Eingabe von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho,f}$ führt zu einer Streuung der maximalen Biegetragfähigkeit $\nu_{\sigma,max.}$, wie in Abb. 3.47 dargestellt ist. Untersucht wurden die in Abschnitt 2.2 verwendeten Fasergehälter und -geometrien, wobei festgestellt werden konnte, dass die Fasergeometrie und der Fasergehalt kaum Einfluss auf die Streuung im Tragverhalten haben, sofern $\nu_{\rho,f}$ auf den mittleren Fasergehalt ρ_f bezogen wird. Geringfügige Änderungen ergeben sich lediglich durch den im Modell berücksichtigten und in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Randeffect (Fasern können sich entlang von Schalflächen nur zweidimensional ausrichten). Wird in der Berechnung eine Streuung des Fasergehaltes von beispielsweise 10 kg/m^3 eingegeben, so hat der Fasergehalt durchaus Einfluss auf $\nu_{\sigma,max.}$.

Abb. 3.47 zeigt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen $\nu_{\eta,V}$ bzw. $\nu_{\rho,f}$ und $\nu_{\sigma,max.}$ besteht. Der Einfluss der in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Streuungskonstante ν_U wurde durch mehrere Programmdurchläufe berücksichtigt und dadurch eliminiert. Wie bereits erwähnt hat die Streuung der Faserorientierung (Voraussetzung $\nu_{\eta,V} = \nu_{\rho,f}$) größeren Einfluss auf die Streuung der maximalen Biegetragfähigkeit und kann näherungsweise durch $\nu_{\sigma,max.} \approx 1.2 \cdot \nu_{\eta,V}$ beschrieben werden. Die Streuung des Fasergehaltes wird vollständig in der maximalen Biegetragfähigkeit ($\nu_{\sigma,max.} = 1.0 \cdot \nu_{\rho,f}$) wiedergegeben. Bei gleichzeitigem Auftreten von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho,f}$ können die Einflüsse bei der Ermittlung von $\nu_{\sigma,max.}$, wie beschrieben und in Abb. 3.47 ersichtlich, einfach überlagert bzw. aufsummiert werden.

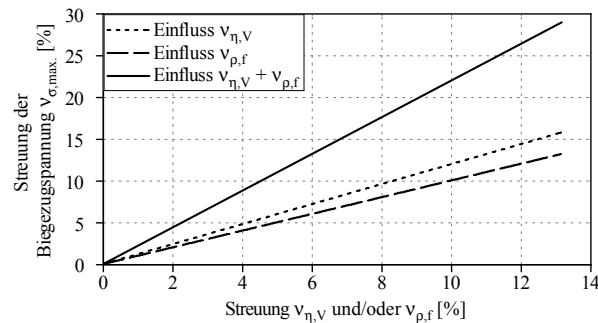


Abb. 3.47: Einfluss von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho,f}$ auf die Streuung der maximalen Biegetragfähigkeit $\nu_{\sigma,max.}$ bei Standardbiegebalken aus UHPC, sowie Kombination der beiden Einflüsse

Grundlegende Untersuchungen mit Normalbeton

Der Einfluss der Faserorientierung und der Faserverteilung auf das Tragverhalten eines Standardbiegebalken aus Normalbeton ($l_f/d_f = 60/0.8 \text{ mm}$; $\rho_f = 30 \text{ kg/m}^3$) ist in Abb. 3.48 dargestellt. Die mittlere Faserorientierung η_V wurde zwischen 0.55 und 0.65 bzw. 0.50 und 0.70 variiert. Die Streuung der Faserverteilung $\nu_{\rho,f}$ wurde ebenfalls durch die Variation des Fasergehaltes simuliert. Dieser beträgt zwischen 27.5 und 32.5 kg/m^3 bzw. 25.0 und 35.0 kg/m^3 , was demselben Variationskoeffizienten wie die Streuung der Faserorientierung $\nu_{\eta,V}$ entspricht ($\nu_{\eta,V} = \nu_{\rho,f} = 5\%$ bzw. 10%).

Die Modellergebnisse in Abb. 3.48 zeigen den Einfluss von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho,f}$ auf das Tragverhalten im Biegezugversuch. Dabei ist ersichtlich, dass die Änderung der Faserorientierung und des Fasergehaltes zu ähnlichen Streuungen in der Biegezugspannung-Durchbiegungsbeziehung führen. Bei kleinerer Durchbiegung ist der Einfluss der Faserorientierung stärker ausgeprägt, während bei sehr großen Durchbiegungen der Einfluss aus der Faserverteilung etwas größer ist. Dies ergibt sich aus der Wirkungsweise von

gekröpften Fasern, deren Tragverhalten primär durch die Einbindelänge des Endhaken definiert wird, wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben wurde. Des Weiteren sind die Untersuchungsergebnisse mit gleichzeitiger Streuung von $\nu_{\eta,V}$ und ν_{ρ_f} dargestellt. Wie bei UHPC mit geraden Fasern können die Einflüsse von $\nu_{\eta,V}$ und ν_{ρ_f} einfach summiert und somit überlagert werden. Die Auswertung der Biegetragfähigkeit bei 3.5 mm Durchbiegung $\sigma_{eq.,3.5}$ (ULS nach DAfStb (2010)) in Abb. 3.48 (rechts unten) in Abhängigkeit von η_V bzw. ρ_f verdeutlicht diese Schlussfolgerung. Des Weiteren ist ersichtlich, dass ein linearer Zusammenhang zwischen η_V bzw. ρ_f und $\sigma_{eq.,3.5}$ besteht.

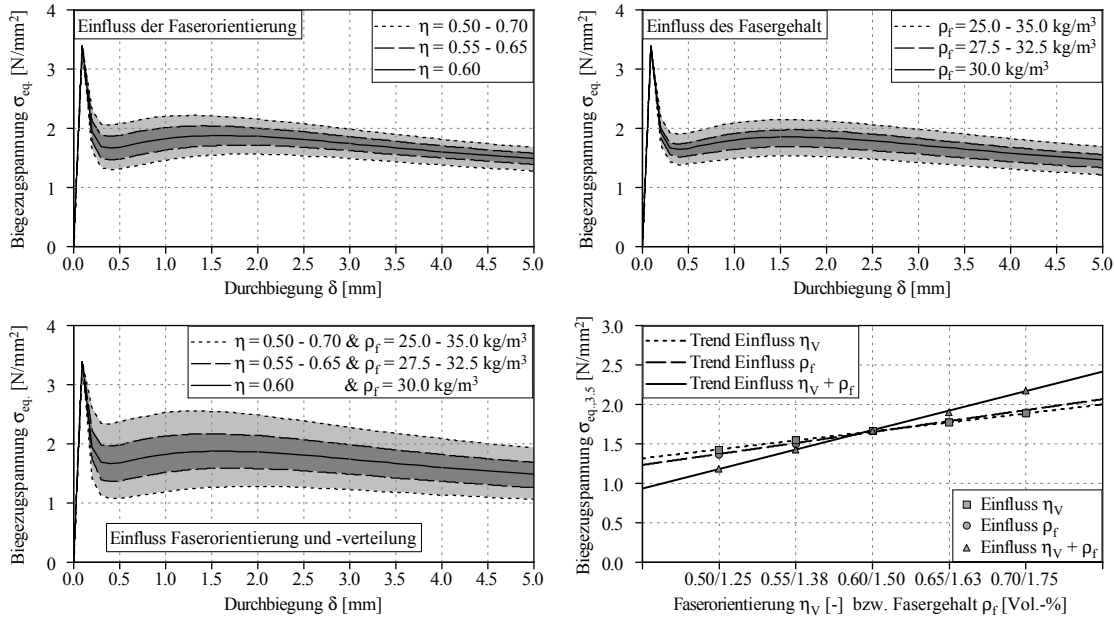


Abb. 3.48: Einfluss von $\nu_{\eta,V}$ (links oben), ν_{ρ_f} (rechts oben) und kombiniert (links unten) auf die Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung eines Standardbiegebalken aus Normalbeton sowie Einfluss auf die maximale Biegetragfähigkeit $\sigma_{eq.,3.5}$ (rechts unten)

In Abb. 3.49 ist der Einfluss von $\nu_{\eta,V}$ und ν_{ρ_f} auf die Streuung der Biegetragfähigkeit bei 3.5 mm Durchbiegung $\nu_{3.5}$ dargestellt. Untersucht wurden die in Abschnitt 2.1 verwendeten Fasergehälter und -geometrien, wobei, wie bei den Untersuchungen mit UHPC, festgestellt werden konnte, dass die Fasergeometrie und der Fasergehalt kaum Einfluss auf die Streuung im Tragverhalten haben, sofern ν_{ρ_f} auf den mittleren Fasergehalt ρ_f bezogen wird. Geringfügige Änderungen ergeben sich wiederum durch den im Modell berücksichtigten Randeffect.

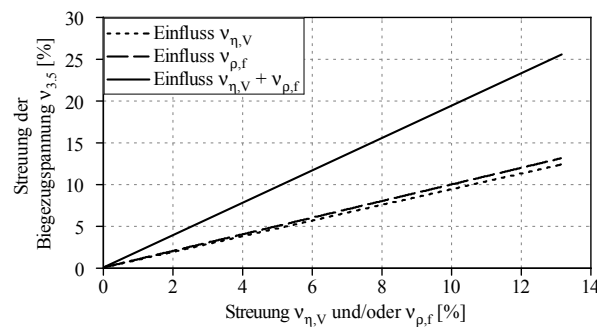


Abb. 3.49: Einfluss von $\nu_{\eta,V}$ und ν_{ρ_f} auf die Streuung Biegetragfähigkeit bei 3.5 mm Durchbiegung $\nu_{3.5}$ bei Standardbiegebalken aus Normalbeton, sowie Kombination der beiden Einflüsse

Abb. 3.49 zeigt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen $\nu_{\eta,V}$ bzw. $\nu_{\rho f}$ und $\nu_{3.5}$ besteht. Der Einfluss der in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Streuungskonstante ν_U wurde durch mehrere Programmdurchläufe berücksichtigt und dadurch eliminiert. Wie erwähnt führt die Streuung der Faserorientierung zu ähnlichen Streuungen in der Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung, wie die Streuung der Faserverteilung (Voraussetzung $\nu_{\eta,V} = \nu_{\rho f}$). Näherungsweise kann die Streuung der Biegetragfähigkeit bei 3.5 mm Durchbiegung mit $\nu_{3.5} \approx 1.0 \cdot \nu_{\eta,V} / \nu_{\rho,f}$ beschrieben werden. Bei gleichzeitigem Auftreten von $\nu_{\eta,V}$ und $\nu_{\rho f}$ können die Einflüsse bei der Ermittlung von $\nu_{3.5}$, wie bei UHPC beschrieben und in Abb. 3.49 ersichtlich, einfach überlagert bzw. aufsummiert werden.

Anordnung von FSP mit Poissonsverteilung

Basierend auf einem Vorschlag von Naaman (1972) können die Faserschwerpunkte durch eine Poissonsverteilung angeordnet werden. Naaman (1972) definiert in seiner Arbeit aufbauend auf der mittleren Faseranzahl im Einheitsvolumen

$$N_{EV} = \frac{\rho_f}{l_f \cdot \frac{d_f^2 \cdot \pi}{4}} \quad (3.63)$$

und unter Annahme einer Poissonsverteilung die Wahrscheinlichkeit $P_{(R)}$ genau R Fasern in einem Einheitsvolumen anzutreffen:

$$P_{(R)} = \frac{N_{EV}^R \cdot e^{-N_{EV}}}{R!} \quad (3.64)$$

Dieser Ansatz wurde für Untersuchungen an Standardbiegebalken aus UHPC und Normalbeton übernommen. Die Berechnungen beinhalten die in Abschnitt 2.2 (UHPC) und 2.1 (Normalbeton) verwendeten Fasergehalte und -geometrien. Die mittlere Faserorientierung η_V wurde mit 0.60 gewählt und für diese Untersuchungen konstant gehalten, ebenso wie die Krümmung zufolge Peaklast bei Balken aus UHPC. Der Einfluss der Streuungskonstante ν_U wurde durch mehrere Programmdurchläufe berücksichtigt und ist in der Auswertung bereits abgezogen.

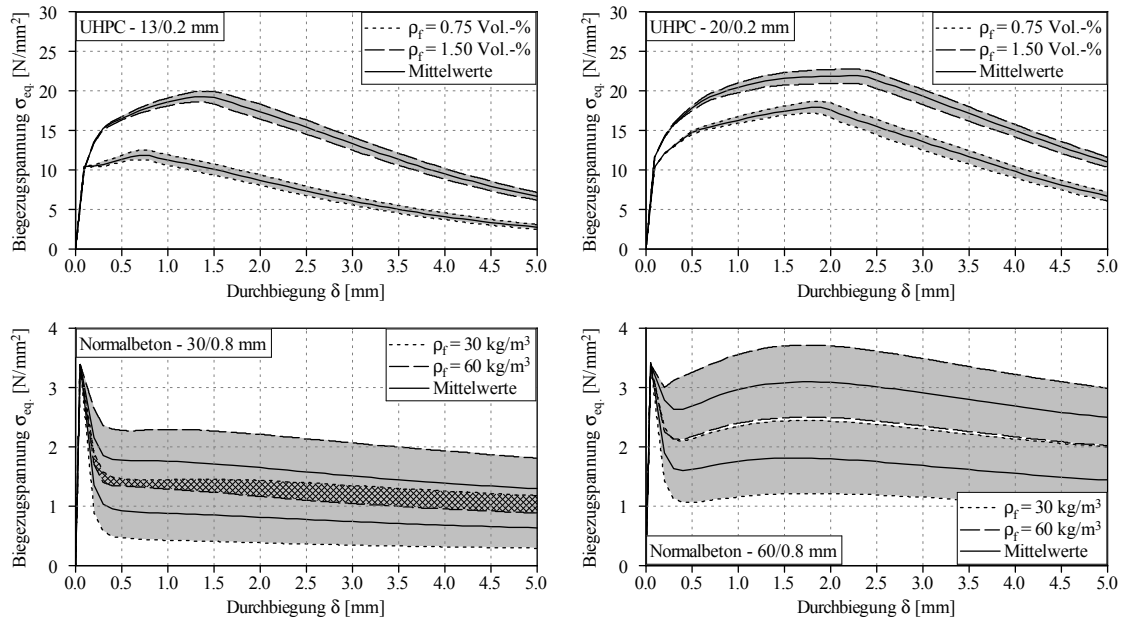


Abb. 3.50: Ermittelte Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen mit Anordnung der FSP durch eine Poissonsverteilung für Standardbiegebalken aus UHPC (oben) und Normalbeton (unten)

Die Berechnungsergebnisse in Abb. 3.50 zeigen, dass die Anordnung der FSP mittels Poissonsverteilung bei UHPC zu Streuungen von $\approx 2 - 4\%$ führt, während sich bei Normalbeton Streuungen zwischen $\approx 10 - 25\%$ ergeben. Der Einfluss von Fasergehalt und -geometrie ist erkennbar, da die Wahrscheinlichkeit $P_{(R)}$ von der Faseranzahl und somit von ρ_f , l_f und d_f bestimmt wird. Ein hoher Fasergehalt bewirkt einen Anstieg der mittleren Faseranzahl im Einheitsvolumen und führt somit zu einer Reduktion der Streuungen. Dies ist insbesondere in den kleinen Streuungen bei den Untersuchungen mit UHPC erkennbar. Des Weiteren ist anzumerken, dass auch die unterschiedliche Faserform (gerade bei UHPC bzw. gekröpft mit Endhaken bei Normalbeton) Einfluss auf die Streuung im Tragverhalten hat.

Anordnung von FSP mit Normalverteilung

Eine weitere Möglichkeit zur Anordnung der FSP besteht in der Verwendung einer Gaußschen Normalverteilung (siehe Abschnitt 3.1.1). Wird die Anzahl der FSP je Hauptebene durch eine Normalverteilung beschrieben, so ist $N_{HE,m}$ der Mittelwert μ und $\sigma_{HE,m}$ die zugehörige Standardabweichung (Rooch (2014)). Ebenen mit Werten < 0 müssen mit Minimalwert 0 überschrieben werden. Mit der Gaußschen Normalverteilung wurden dieselben Untersuchungen wie mit der Poissonsverteilung durchgeführt. Die benötigte Standardabweichung $\sigma_{HE,m}$ wurde mit 5% gewählt.

Die Berechnungen mit der Gaußschen Normalverteilung führen zu sehr ähnlichen Ergebnissen wie die Variation des Fasergehaltes. Der Einfluss der Fasergeometrie bzw. des Fasergehaltes ist nicht erkennbar, da $\sigma_{HE,m}$ auf die mittlere Anzahl an FSP $N_{HE,m}$ und somit den mittleren Fasergehalt ρ_f bezogen wird. Aufgrund der Ähnlichkeit der Ergebnisse mit den oben dargestellten Untersuchungen mit Variation des Fasergehaltes wird auf eine grafische Darstellung der Ergebnisse verzichtet und nicht näher darauf eingegangen. An dieser Stelle wird empfohlen, anstatt mit einer Normalverteilung mit einer Variation des Fasergehaltes zu arbeiten. Dadurch werden die Ergebnisse nachvollziehbarer und transparenter.

Nachrechnung der Versuchsergebnisse mit UHPC und Normalbeton

Für die in Kapitel 2 durchgeführten Biegezugversuche wurde auch die Faserorientierung und -verteilung mit dem fotooptischen Verfahren bestimmt. Neben den Mittelwerten für η_V und ρ_f wurden auch die dazugehörigen Streuungen ermittelt. Mit der bekannten Streuung der Faserorientierung und -verteilung können die Biegezugversuche mit dem Modell simuliert werden. Dabei wird untersucht, ob eine Korrelation der Streuung der Biegezugversuche und der in der Schnittbildauswertung beobachteten Streuungen besteht. Die Untersuchungen wurden für Standardbiegebalken aus Normalbeton und UHPC durchgeführt. Die Streuung der Faserverteilung ν_{ρ_f} wurde durch die Variation des Fasergehaltes berücksichtigt.

In Tab. 3.4 sind die zur Nachrechnung der Biegezugversuche benötigten Eingabeparameter zusammengefasst. Die Mittelwerte und Streuungen der Faserverteilung und Faserorientierung wurden entsprechend den Ergebnissen der Schnittbildauswertung in Tab. 2.6 und 2.7 (siehe Abschnitt 2.3.3) eingegeben. Die zur Berechnung der Krümmung bei Peaklast (nur bei UHPC Balken) erforderlichen Werte $\delta_{max.}$ und $\sigma_{max.,eq.}$ sowie deren Streuung wurde gemäß der Versuchsauswertung in Tab. 2.5 verwendet. Die Streuung der Matrixzugfestigkeit wurde aus den Ergebnissen in Tab. 4.3 und 4.4 übernommen. Die Ausmitte x_r des lokalisierten Makrorisses wurde zwischen 0 und 100 mm variiert.

		$\sigma_{max.}$ [MPa]	$\nu_{max.}$ [%]	$\delta_{max.}$ [mm]	$\nu_{\delta,max.}$ [%]	η_V [-]	$\nu_{\eta,V}$ [%]	ρ_f [%]	ν_{ρ_f} [%]	$f_{ct,0}$ [MPa]	$\nu_{f,ct}$ [%]
UHPC-	13-0.75	11.6	5.3	0.70	15.3	0.61	3.9	0.75	5.3	6.9	9.9
	13-1.50	19.8	2.8	1.32	10.0	0.61	3.3	1.50	4.0	7.7	6.0
	20-0.75	18.7	2.3	1.88	13.2	0.63	3.8	0.75	5.1	6.7	2.6
	20-1.50	22.3	3.7	2.37	4.4	0.64	3.4	1.50	3.8	6.7	4.4
NB-	30-30	-	-	-	-	0.57	6.8	30	16.8	2.4	6.3
	30-60	-	-	-	-	0.58	6.1	60	15.9	2.5	4.0
	60-30	-	-	-	-	0.61	7.0	30	13.6	2.2	5.0
	60-60	-	-	-	-	0.60	7.1	60	16.6	2.5	5.1

Tab. 3.4: Eingabewerte zur Nachrechnung der Versuchsergebnisse an Standardbiegebalken aus UHPC und Normalbeton (NB)

Die Berechnungsergebnisse in Abb. 3.51 zeigen, dass die Streuung der Biegezugversuche mit den Eingabewerten aus Tab. 3.4 sehr gut nachgerechnet werden kann. Sowohl bei den Untersuchungen mit UHPC als auch mit Normalbeton konnte eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen festgestellt werden. Somit besteht eine eindeutige Korrelation der Ergebnisse aus der Schnittbildauswertung und den in den Biegezugversuchen beobachteten Ergebnissen.

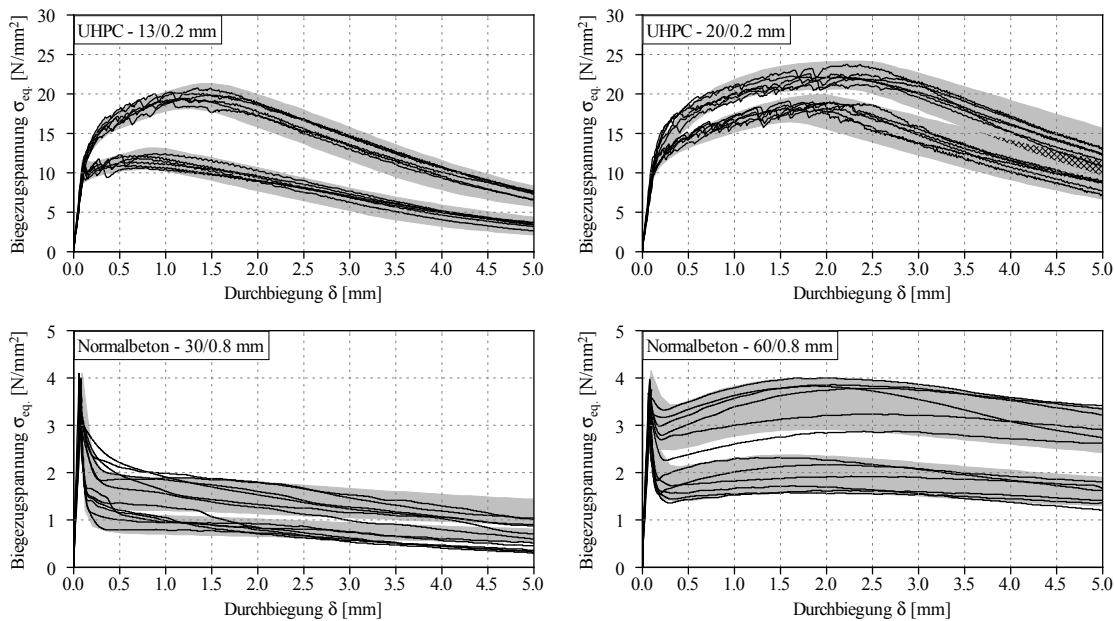


Abb. 3.51: Simulation der Streuung der Biegezugversuche aus Kapitel 2 mit den Eingabewerten aus Tab. 3.4 für Standardbiegebalken aus UHPC (oben) und Normalbeton (unten)

Zusammenfassung

Basierend auf den durchgeführten Untersuchungen können folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

- Die Streuung im Tragverhalten von Stahlfaserbeton wird sowohl durch die Faserorientierung als auch die Faserverteilung verursacht.
- Streuen der Fasergehalt und die Faserorientierung in gleicher Bandbreite (selber Variationskoeffizient), so sind bei der Verwendung gerader Stahlfasern, die Auswirkungen der Änderung der Faserorientierung größer, da sich dadurch sowohl

die Faseranzahl als auch die Orientierung im Schnitt ändert. Bei der Verwendung von gekröpften Fasern mit Endhaken, wie bei Normalbeton üblich, sind die beiden Einflüsse annähernd gleich groß. Anzumerken ist, dass die Faserverteilung bei konstanter Herstellungsmethode jedoch wesentlich stärker streut als die Faserorientierung und die Berechnungen mit demselben Variationskoeffizienten vorwiegend Veranschaulichungszwecken dienen.

- Bei Bauteilen und Probekörpern, die auf dieselbe Art und Weise hergestellt werden, wie beispielsweise liegend hergestellte Balken oder Platten, ist die Faserorientierung relativ konstant, wie die Versuchsergebnisse in Abschnitt 2.3.3 zeigen. Folglich werden Streuungen von ca. 5 - 10% durch die Faserorientierung verursacht. Werden in Materialprüfungen größere Streuungen beobachtet, so sind diese auf Inhomogenitäten in der Faserverteilung zurückzuführen. Da in Biegezugversuchen in der Regel Streuungen von $\approx 20 - 25\%$ beobachtet werden, ist auch die Faserverteilung von großer Bedeutung.
- Bei der Berechnung von Bauteilen aus UHPC, ist eine genaue Kenntnis der Faserorientierung erforderlich. Dabei ist zu beachten, dass sich die Orientierung je nach Herstellungsart, Probekörpergeometrie und Fließprozess ändert, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben wurde. Dies gilt insbesondere für Bauteile mit komplexer Geometrie und aufwendigen Befüll- bzw. Fließwegen.
- Des Weiteren ist zu beachten, dass der Größtkorndurchmesser maximal dem Faserebenenabstand a entsprechen darf, da es ansonsten zwangsläufig zu Faserkonzentrationen und somit Inhomogenitäten in der Faserverteilung kommt.

- Ordnung der Parabel n zur Beschreibung der Spannungsverteilung zwischen $f_{ct,0}$ und $f_{ct,r}$
- Balkendurchbiegung bei Peaklast δ_{max} .
- Äquivalente Biegezugspannung bei Peaklast $\sigma_{max.,eq.} = \frac{M}{W}$

In Bereich III werden folgende Parameter benötigt:

- Das Moment M_{II} und die dazugehörige Durchbiegung δ_{II} bei Erreichen der Grenzzugdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$
- Residuale Zugfestigkeit $f_{ct,r2}$ zufolge M_{II}
- Faktor α_r zur Beschreibung der Neigung der Zugarbeitslinie nach Überschreiten von $f_{ct,r}$

Die Grenzzugdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ entspricht dem Ende des bemessungsrelevanten Bereichs der Zugarbeitslinie. Beispielsweise definiert die DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) Materialgesetze bis 25‰. Da sich die Ansätze für $\varepsilon_{ct,r2}$ je nach Richtlinie zum Teil deutlich von diesem Ansatz unterscheiden, siehe beispielsweise ÖBV (2008) oder CEB-fib (2013), können im vorliegenden Modell Werte von 15, 20 oder 25‰ ausgewählt werden.

4.1.1 Eingaben

Wie das numerische Modell soll auch das analytische Modell eine möglichst große Bandbreite von Biegezugversuchen an balken- und plattenförmigen Versuchskörpern abdecken. Daher ist die Eingabe verschiedener Parameter erforderlich. Bezüglich der Balkengeometrie sind die Parameter analog dem numerischen Modell festzulegen (siehe Abschnitt 3.1.2).

Für den verwendeten Beton und die eingesetzten Stahlfasern sind folgende Parameter einzugeben:

- Zugfestigkeit der Betonmatrix $f_{ct,0}$
- Elastizitätsmodul des Betons E_{cm}
- Faserlänge l_f
- Faktor α_j
- Ordnung der Parabel n
- Grenzzugdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$
- Faktor α_r
- Durchbiegung δ_{II}
- Moment M_{II}

Bei Versuchskörpern mit überkritischem Tragverhalten im Biegezugversuch (Deflection-Hardening) sind die Durchbiegung δ_{max} und die äquivalente Biegezugspannung $\sigma_{max.,eq.}$ bei Peaklast zu definieren:

- Balkendurchbiegung bei Peaklast δ_{max} .
- Äquivalente Biegezugspannung bei Peaklast $\sigma_{max.,eq.} = \frac{M}{W}$

4.1.2 Verfestigendes Verhalten

In der Modellbeschreibung werden die Bereiche I und II unter dem Begriff Mehrfachrissbildung zusammengefasst. Bereich I entspricht dem quasi-linear-elastischen Verhalten des Probekörpers bis zum Erreichen der Erstrisslast. In Bereich II kommt es bei Biegebeanspruchung zur Ausbildung mehrerer feiner Risse, bis es in Bereich III zu einer Lokalisation im schwächsten Riss kommt und folglich der Faserauszug beginnt. Im Falle eines Deflection-Softening Verhaltens entfällt Bereich II, sodass direkt nach dem Erstriss, die Lokalisation und der Faserauszug beginnt. Wie bereits in Abschnitt 3.1.3 erwähnt, kann eine detaillierte Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens auf Biegung oder Zug beanspruchter Faserbetonbauteile der Arbeit von Gröger (2017) entnommen werden.

Schritt 1: linear-elastischer Bereich

Hierbei handelt es sich um den, bis zum Erreichen der Matrixzugfestigkeit des Betons $f_{ct,0}$ quasi-linear-elastischen Bereich der Betonarbeitslinie. Die Zugdehnung $\varepsilon_{ct,0}$ des Betons bei Erreichen der Matrixzugfestigkeit wird wie im numerischen Modell (siehe Schritt 1 in Abschnitt 3.1.3) nach dem Hook'schen Gesetz entsprechend Glg. 3.16 ermittelt. Die Umrechnung der zentrischen Betonzugfestigkeit auf die Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$, sowie die Berechnung der Durchbiegung δ_0 im 4-Punkt-Biegezugversuch erfolgen ebenfalls analog dem numerischen Modell und somit nach Glg. 3.17 - 3.19. Des Weiteren wird zur Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit aus dem Faktor α_j der Beiwert $\alpha_{j,fl}$ definiert:

$$\alpha_{j,fl} = \alpha_j \cdot \frac{f_{ct,0}}{f_{ct,fl}} \quad (4.1)$$

Schritt 2: Berechnung der Krümmung im Peak

Zur Bestimmung der Krümmungsfigur des Balkens unter Peaklast wird der Ansatz von Gröger (2017) übernommen. Dabei wird die Mittendurchbiegung δ mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte aus dem Integral der Biegemomente am statischen und am virtuellen System über die Balkenlänge berechnet. Dieser Ansatz wurde bereits im numerischen Modell verwendet und kann folglich Abschnitt 3.1.3 (Schritt 2) entnommen werden. Die Krümmung des Balkens zufolge Peaklast \varkappa_P kann für den Bereich zwischen den Lasteinleitungspunkten direkt nach Glg. 3.25 berechnet werden.

Schritt 3: Bestimmung der Zugfestigkeit $f_{ct,r}$

Bis zum Erreichen der maximalen Tragfähigkeit (Peaklast) wird analog dem numerischen Modell (Schritt 3 in Abschnitt 3.1.3) von einem Ebenbleiben des Querschnitts ausgegangen. Des Weiteren wird zur Ermittlung der Betondruckkraft F_c und der Matrixzugkraft $F_{ct,0}$ ein rein linear-elastisches Materialverhalten des Betons unterstellt. Wie die Ergebnisse mit dem numerischen Modell in Abschnitt 3.2.6 zeigen, ist dieser Ansatz bis zum Erreichen der Peaklast ausreichend.

Die residuale Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ kann somit direkt aus dem Gleichgewicht am Balkenquerschnitt ermittelt werden. Da die Krümmung zufolge Peaklast \varkappa_P , das einwirkende Moment $M_P = \sigma_{max.,eq.} \cdot \frac{bh^2}{6}$ und die Matrixzugfestigkeit $f_{ct,0}$ bekannt sind, kann die Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ direkt aus der Summe der horizontalen Kräfte und der Biegemomente ermittelt werden (Gröger (2017)). Die Werte für den Faktor α_j und die Ordnung der Parabel n zur Beschreibung der Spannungsverteilung zwischen $f_{ct,0}$ und $f_{ct,r}$ sind vorab festzulegen. In Abb. 4.2 sind die resultierenden Spannungen und Dehnungen am Querschnitt dargestellt. Die Dehnungsebene kann in Abhängigkeit der Krümmung beschrieben werden.

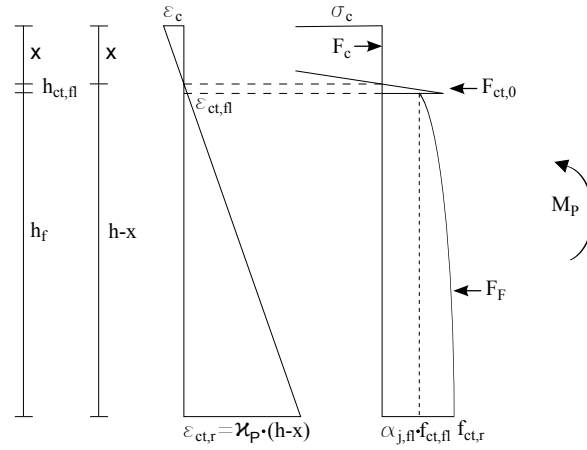


Abb. 4.2: Dehnungen (links) und Spannungen (rechts) zur Bestimmung der Zugfestigkeit $f_{ct,r}$

Das Gleichgewicht der horizontalen Kräfte am Querschnitt ist in Glg. 4.2 dargestellt (Gröger (2017)).

$$\begin{aligned}
 F_c &\stackrel{!}{=} F_{ct,0} + F_F \\
 \frac{E_{cm} \cdot \kappa_P \cdot x^2 \cdot b}{2} &= \frac{f_{ct,fl} \cdot b \cdot \epsilon_{ct,fl}}{2 \cdot \kappa_P} + \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot b \cdot \left(h - x - \frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} \right) \\
 &+ (f_{ct,r} - \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl}) \cdot \frac{n}{n+1} \cdot b \cdot \left(h - x - \frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} \right)
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die Summe der Biegemomente ist in Glg. 4.3 aufgestellt (Gröger (2017)).

$$\begin{aligned}
 M_P &\stackrel{!}{=} F_c \cdot \frac{2 \cdot x}{3} + F_{ct,0} \cdot \frac{2 \cdot \epsilon_{ct,fl}}{3 \cdot \kappa_P} + F_F \cdot z_F \\
 M_P &= \frac{E_{cm} \cdot \kappa_P \cdot x^3 \cdot b}{3} + \frac{f_{ct,fl} \cdot b \cdot \epsilon_{ct,fl}^2}{3 \cdot \kappa_P^2} + \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot b \cdot \left(h - x - \frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} \right) \\
 &\cdot \left(\frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} + \frac{h - x - \frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P}}{2} \right) + (f_{ct,r} - \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl}) \cdot \frac{n}{n+1} \cdot b \\
 &\cdot \left(h - x - \frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} \right) \cdot \left(\frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} + \frac{n+3}{2 \cdot n+4} \cdot \left(h - x - \frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} \right) \right)
 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Das Umstellen von Glg. 4.2 nach dem Term $(f_{ct,r} - \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl}) \cdot \frac{n}{n+1} \cdot b \cdot \left(h - x - \frac{\epsilon_{ct,fl}}{\kappa_P} \right)$ und das Einsetzen in Glg. 4.3 liefert eine kubische Gleichung der Form $0 = x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ zur Bestimmung der Druckzonenhöhe x und ist in Glg. 4.4 dargestellt (Gröger (2017)).

$$\begin{aligned}
0 = & x^3 + x^2 \cdot \overbrace{\left(\frac{3 \cdot (n+1 - 2 \cdot \alpha_{j,fl})}{(n-1)} \cdot \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_P} + \frac{3 \cdot (n+3)}{n-1} \cdot h \right)}^a \\
& + x \cdot \overbrace{\left(\frac{3 \cdot (n+3 - 4 \cdot \alpha_{j,fl})}{(n-1)} \cdot \frac{\varepsilon_{ct,fl}^2}{\varkappa_P^2} + \frac{12 \cdot \alpha_{j,fl}}{(n-1)} \cdot \frac{\varepsilon_{ct,fl} \cdot h}{\varkappa_P} \right)}^b \\
& + \overbrace{\frac{n+5 - 6 \cdot \alpha_{j,fl}}{n-1} \cdot \frac{\varepsilon_{ct,fl}^3}{\varkappa_P^3} - \frac{3 \cdot (n+3 - 4 \cdot \alpha_{j,fl})}{(n-1)} \cdot \frac{\varepsilon_{ct,fl}^2 \cdot h}{\varkappa_P^2}}^c \\
& + \overbrace{-\frac{6 \cdot \alpha_{j,fl}}{(n-1)} \cdot \frac{\varepsilon_{ct,fl} \cdot h^2}{\varkappa_P} - \frac{12 \cdot (n+2)}{(n-1)} \cdot \frac{M_P}{\varkappa_P \cdot b \cdot E_{cm}}}_c
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Die Lösung für die cardanische Gleichung liefert Glg. 4.5 (Gröger (2017)):

$$\begin{aligned}
x = & \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \\
\text{mit: } & p = -\frac{a^2}{3} + b \\
& q = \frac{2 \cdot a^3}{27} - \frac{a \cdot b}{3} + c
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Da der Radikand der Quadratwurzel in Glg. 4.5 negativ ist, muss die Lösung, wie in Gröger (2017) vorgeschlagen, auf der Basis von trigonometrischen Funktionen nach Glg. 4.6 ermittelt werden.

$$x = \sqrt{-\frac{4 \cdot p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot \arccos\left(-\frac{q}{2} \cdot \sqrt{-\frac{27}{p^3}}\right)\right) - \frac{a}{3} \tag{4.6}$$

Die Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ ergibt sich durch Einsetzen von x in Glg. 4.2 nach Gröger (2017) zu:

$$f_{ct,r} = \frac{\frac{E_{cm} \cdot \varkappa_P \cdot x^2}{2} - \frac{f_{ct,fl}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_P} - \frac{\alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl}}{n+1} \cdot \left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_P}\right)}{\frac{n}{n+1} \cdot \left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_P}\right)} \tag{4.7}$$

Die zentrische Zugfestigkeit σ_t nach Überschreiten der Matrixzugdehnung $\varepsilon_{ct,0}$ und bis zum Erreichen der residualen Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ ergibt sich in Abhängigkeit der Zugdehnung ε_t nach Gröger (2017) zu:

$$\sigma_t = f_{ct,r} - (f_{ct,r} - \alpha_j \cdot f_{ct,0}) \cdot \left(\frac{\varepsilon_{ct,r} - \varepsilon_t}{\varepsilon_{ct,r} - \varepsilon_{ct,0}}\right)^n \tag{4.8}$$

Schritt 4: Berechnung weiterer Punkte bis zum Peak

Weitere Punkte zwischen der Erstriss- und Peaklast können durch die Variation der Krümmung zwischen \varkappa_{cr} und \varkappa_P berechnet werden. Da die Arbeitslinie bekannt ist und das Ebenbleiben des QS gilt, kann die dazugehörige Dehnung und Durchbiegung berechnet werden. Es muss lediglich das horizontale Gleichgewicht erfüllt sein, sprich die Summe der horizontalen Kräfte muss gleich null sein.

Durch den Vergleich der ermittelten Kurve mit den Versuchsergebnissen können die Werte für $\alpha_{j,fl}$ und die Ordnung der Parabel n verifiziert, kontrolliert und gegebenenfalls angepasst werden. Dies stellt einen iterativen Prozess dar, bis eine ausreichende Übereinstimmung mit dem Versuchsergebnis gefunden wurde. In Abb. 4.3 ist die bis zum Erreichen der Peaklast ermittelte Zugarbeitslinie sowie die dazugehörige Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung dargestellt.

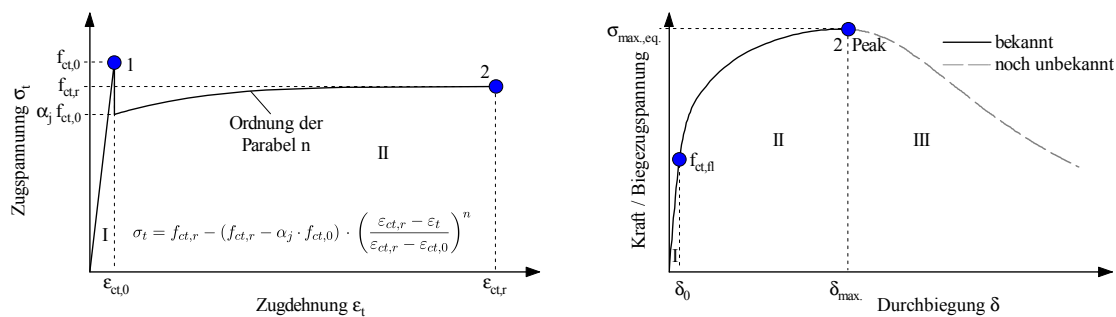


Abb. 4.3: Ermittelte Zugarbeitslinie (links) für die Bereiche I + II und dazugehörige Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung (rechts)

4.1.3 Entfestigendes Verhalten

Das entfestigende Tragverhalten (Bereich III in Abb. 4.1) beginnt nach dem Erreichen der Peaklast und ist durch die Lokalisation des schwächsten Risses und dem damit verbundenen Faserauszug gekennzeichnet. Durch die Öffnung des Makrorisses konzentriert sich die Durchbiegung in einem konkreten Riss. Das Ebenbleiben des Querschnitts verliert seine Gültigkeit und es liegt keine Zugdehnung, sondern eine Rissöffnung des Makrorisses vor. Wie bereits in Abschnitt 3.1.4 erläutert, muss die Rissöffnung entsprechend dem Crack-Band-Model nach Bazant & Oh (1983) durch die Wahl einer geeigneten Bezugslänge in eine Zugdehnung umgerechnet werden. Diese Länge, auch als Prozesszonenlänge l_{lokal} bezeichnet, ist durch die Untersuchungen mit dem numerischen Modell in Abschnitt 3.2.3 bekannt. Damit ist die Bestimmung der Zugarbeitslinie bis zur Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ möglich.

Die Spannungsabnahme nach Überschreiten von $f_{ct,r}$ bis zum Erreichen von $\varepsilon_{ct,r2}$ verläuft linear, wie in Abb. 4.1 ersichtlich ist. Die Neigung der Zugarbeitslinie bzw. die Höhe der Spannungsreduktion wird in diesem Bereich durch den Faktor α_r bestimmt, wie Abb. 4.1 ebenfalls zeigt.

Schritt 1: Bestimmung des Punktes M_{II}/δ_{II} bei Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$

Im ersten Schritt ist die Definition des Punktes aus der Versuchskurve notwendig, bei dem die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ erreicht wird. Dieser Punkt wird in der Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung durch das Moment M_{II} und die Durchbiegung δ_{II} beschrieben (siehe Pkt. 3 in Abb. 4.1).

Entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.1.3 kann davon ausgegangen werden, dass sich die Rissbreite an der Balkenunterseite zufolge Peaklast w_P aus der Faserlänge l_f und der Dehnung $\varepsilon_{ct,r}$ bestimmen lässt.

$$w_P = l_f \cdot \varepsilon_{ct,r} \quad (4.9)$$

Nach Überschreiten der Peaklast ergibt sich die Rissbreite an der Balkenunterseite w_U durch Umstellen von Glg. 3.54 zu:

$$w_U = w_P + l_{\text{lokal}} \cdot (\varepsilon_{ct,r2} - \varepsilon_{ct,r}) \quad (4.10)$$

Durch Umstellen von Glg. 4.10 nach dem Term $w_U - w_P$ ergibt die Rissbreite $w_{U-P,Soll}$, die abzüglich der Rissbreite bei Peaklast (w_P) bei einer Dehnung von $\varepsilon_{ct,r2}$ vorhanden sein muss.

$$w_{U-P,Soll} = w_U - w_P = l_{\text{lokal}} \cdot (\varepsilon_{ct,r2} - \varepsilon_{ct,r}) \quad (4.11)$$

Die in Glg. 4.11 benötigte Prozesszonenlänge l_{lokal} wurde in Abschnitt 3.2.3 eingehend untersucht. Bei UHPC wird l_{lokal} in Abhängigkeit der Krümmung zufolge Peaklast nach Glg. 3.55 berechnet. Bei Normalbeton wird l_{lokal} mit $0.9 \cdot h$ angenommen, wie ebenfalls Abschnitt 3.2.3 zu entnehmen ist. Alternativ dazu können auch beliebige andere Prozesszonenlängen gewählt werden, wie beispielsweise bei UHPC $\frac{2}{3} \cdot h$ nach AFGC (2013).

Anschließend wird ein beliebiger Punkt am abfallenden Ast der im Versuch gewonnen Kraft-Durchbiegungskurve gewählt (Moment $M_{II,i}$; Durchbiegung $\delta_{II,i}$) bei dem die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ erreicht sein soll. In weiterer Folge wird die Durchbiegung $\delta_{LOK,i}$ die theoretisch zufolge der Rissöffnung (Lokalisationsbereich; Faserauszug) hervorgerufen wird, berechnet. Diese ergibt sich aus der Durchbiegung $\delta_{II,i}$ des gewählten Punktes, abzüglich der Durchbiegung außerhalb des Lokalisationsbereichs $\delta_{OL,i}$ unter Berücksichtigung der reversiblen Verformungsanteile. Die reversiblen Verformungsanteile werden analog dem numerischen Modell in Abschnitt 3.1.4 (Schritt 2) nach Glg. 3.47 berücksichtigt. In Abb. 4.4 ist die Vorgehensweise zur Ermittlung von $\delta_{LOK,i}$ schematisch dargestellt.

$$\begin{aligned} \delta_{II,i} &= \delta_{OL,i} + \delta_{LOK,i} \\ \Rightarrow \delta_{LOK,i} &= \delta_{II,i} - \delta_{OL,i} \end{aligned} \quad (4.12)$$

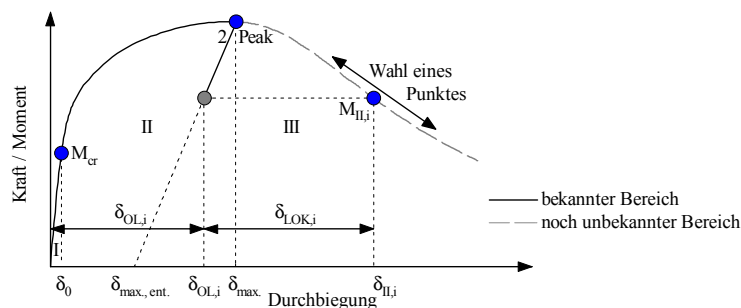


Abb. 4.4: Aufteilen der Verformung $\delta_{II,i}$ in Anteil zufolge Rissöffnung $\delta_{LOK,i}$ und Anteil außerhalb des Lokalisationsbereichs $\delta_{OL,i}$

Bei der Ermittlung der kalkulierten Rissöffnung an der Balkenunterseite $w_{U-P,Kalk}$ wird davon ausgegangen, dass die Rissbreite zufolge der Durchbiegung $\delta_{LOK,i}$ gänzlich

durch eine Starrkörperverschiebung hervorgerufen wird (siehe Abb. 4.5). Somit kann die kalkulierte Rissbreite $w_{U-P,Kalk}$ nach Glg. 4.13 berechnet werden. Die dazu benötigte Druckzonenhöhe x kann in diesem Fall in Abhängigkeit der Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ für UHPC nach Glg. 3.58 und für Normalbeton nach Glg. 3.57 abgeschätzt werden (siehe Abschnitt 3.2.5).

$$w_{U-P,Kalk} = \frac{\delta_{LOK,i} \cdot (h - x)}{l_{ef} + x_r} + \frac{\delta_{LOK,i} \cdot (h - x)}{l_{ef} - x_r} \quad (4.13)$$

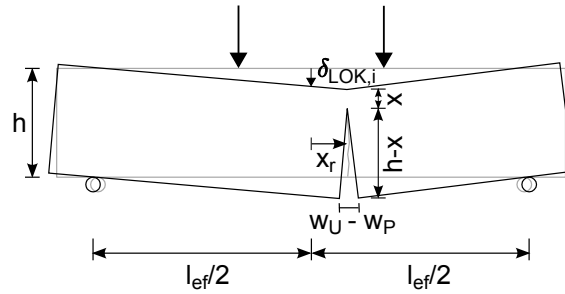


Abb. 4.5: Starrkörperverschiebung zur Berechnung von δ_{II}

Der Punkt $\delta_{II,i}$ wird solange variiert bis die kalkulierte Rissöffnung $w_{U-P,Kalk}$ gleich der tatsächlichen Rissöffnung $w_{U-P,Soll}$ ist. Der Punkt bei dem gilt $w_{U-P,Kalk} = w_{U-P,Soll}$, entspricht dem gesuchten Punkt bei Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$. Somit sind das gesuchte Moment M_{II} und die Durchbiegung δ_{II} bekannt.

Alternativ dazu können M_{II} bzw. δ_{II} für Standardbiegebalken nach DAfStb (2010) entsprechend dem Vorschlag von Gröger (2017) ermittelt werden. Mit $w_U - w_P$ nach Glg. 4.11 und unter der Annahme, dass für den Balken nach DAfStb (2010) vereinfacht gilt $w_U - w_P \approx 1.2 \cdot (\delta_{II} - \delta_{max.})$, ergibt sich δ_{II} nach Glg. 4.14. Wie die Nachrechnung der Versuchsergebnisse in Abschnitt 4.3.2 zeigt, führt diese Ermittlung von δ_{II} jedoch zu größeren Abweichungen als der beschriebene eigene Ansatz.

$$\delta_{II} = \frac{1}{1.2} \cdot l_{lokal} \cdot (\varepsilon_{ct,r2} - \varepsilon_{ct,r}) + \delta_{max.} \quad (4.14)$$

Schritt 2: Berechnung der Krümmung der Druckzone bei Punkt M_{II}/δ_{II}

Die Krümmung der Druckzone \varkappa_{II} kann für das Moment M_{II} mit der bekannten Prozesszonlänge und Durchbiegung δ_{II} mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte berechnet werden. Wie im numerischen Modell beschrieben wird davon ausgegangen, dass sich die zusätzliche Krümmung infolge Rissöffnung nur im Bereich des Makrorisses konzentriert, wie in Abb. 4.6 ersichtlich ist. Die Krümmung der übrigen Bereiche zwischen den Kräfteinleitungspunkten entspricht der Krümmung $\varkappa_{OL,II}$ unter Berücksichtigung der reversiblen Verformungen. Die Werte für $\varkappa_{OL,II}$, $\varkappa_{cr,II}$ und α_x ergeben sich analog dem numerischen Modell nach Glg. 3.44, Glg. 3.45 und Glg. 3.46, wobei anstelle von $M_{R,i}$ das Moment M_{II} zu verwenden ist.

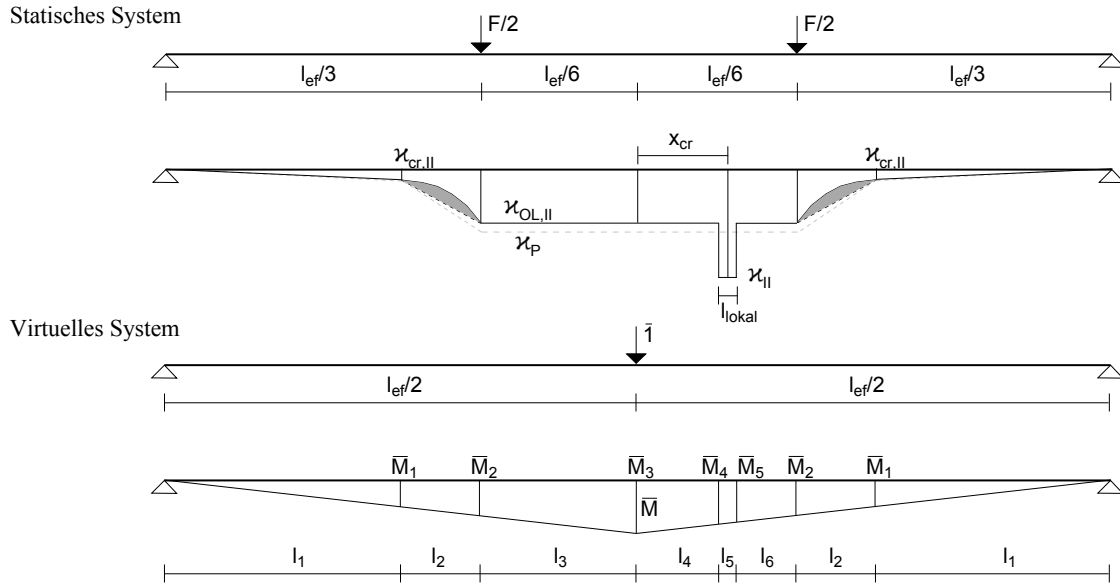


Abb. 4.6: Bestimmung der Krümmung der Druckzone \varkappa_{II} bei Moment M_{II}

In Abhängigkeit der Ausmitte x_r des Makrorisses und der bekannten Prozesszonenlänge l_{lokal} (siehe Schritt 1) ist analog dem numerischen Modell (Abschnitt 3.1.4) in folgende Fälle zu unterscheiden:

- Fall A: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} \leq \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} \geq 0$ (in Abb. 4.6 dargestellt)
- Fall B: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} \leq \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} < 0$
- Fall C: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} \geq 0$
- Fall D: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} < 0$

Für den in Abb. 4.6 dargestellten Fall A ergeben sich die virtuellen Schnittgrößen $\bar{M}_1 - \bar{M}_5$ aus den geometrischen Verhältnissen am Biegebalken und dem Abstand des Makrorisses x_r zur Balkenmitte. Für alle anderen Fälle wird auf Anhang B verwiesen.

$$\bar{M}_1 = \frac{l_1}{2} \quad \bar{M}_2 = \frac{l_{ef}}{6} \quad \bar{M}_3 = \frac{l_{ef}}{4} \quad (4.15)$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_{ef}}{4} - \frac{x_r}{2} + \frac{l_5}{4} \quad \bar{M}_5 = \frac{l_{ef}}{4} - \frac{x_r}{2} - \frac{l_5}{4} \quad (4.16)$$

Die geometrischen Größen $l_1 - l_6$ ergeben sich für den Fall A aus dem Verhältnis des Rissmomentes zum Moment zufolge Peaklast bzw. aus der Lage des Makrorisses und der Prozesszonenlänge $l_5 = l_{lokal}$. M_{cr} ist zu verwenden, da Bereiche die unter Peaklast gerissen sind, auch während der Makrorissbildung gerissen bleiben.

$$l_1 = \frac{l_{ef}}{3} \frac{M_{cr}}{M_P} \quad l_2 = \frac{l_{ef}}{3} \left(1 - \frac{M_{cr}}{M_P} \right) \quad l_3 = \frac{l_{ef}}{6} \quad (4.17)$$

$$l_4 = x_r - \frac{l_5}{2} \quad l_5 = l_{lokal} \quad l_6 = \frac{l_{ef}}{6} - x_r - \frac{l_5}{2} \quad (4.18)$$

Die Krümmung der Druckzone im Bereich der Makrorissbildung \varkappa_{II} ergibt sich mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte somit nach Glg. 4.19. Es sei nochmals angemerkt, dass für die Fälle B - D die Werte $l_1 - l_7$ und $\bar{M}_1 - \bar{M}_6$ dem Anhang B zu entnehmen sind und nicht nach Glg. 4.16 bis 4.18 ermittelt werden dürfen. Des Weiteren gelten die hier dargestellten

Formeln nur für 4-Punkt-Biegezugversuche mit Belastung an den Drittelpunkten. Werden andere Versuchskonfigurationen bzw. -aufbauten gewählt, so sind die Werte für $l_1 - l_7$ und $\bar{M}_1 - \bar{M}_6$ entsprechend anzupassen.

Fall A:

$$\begin{aligned} \varkappa_{II} = & \left(\delta_{II} - \left(\frac{2\varkappa_{cr,II}\bar{M}_1}{3}l_1 + \frac{2\alpha_r(\varkappa_{cr,II}(2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_{OL,II}(\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2))}{6}l_2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2}l_3 + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2}l_4 + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_5 + \bar{M}_2)}{2}l_6 \right) \right) \\ & \frac{2}{l_5(\bar{M}_4 + \bar{M}_5)} \end{aligned}$$

Fall B:

$$\begin{aligned} \varkappa_{II} = & \frac{2}{l_4(\bar{M}_3 + \bar{M}_4) + l_5(\bar{M}_4 + \bar{M}_5)} \left(\delta_{II} - \left(\frac{2\varkappa_{cr,II}\bar{M}_1}{3}l_1 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{2\alpha_r(\varkappa_{cr,II}(2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_{OL,II}(\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2))}{6}l_2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2}l_3 + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_5 + \bar{M}_2)}{2}l_6 \right) \right) \end{aligned}$$

Fall C:

$$\begin{aligned} \varkappa_{II} = & \frac{2}{l_5(\bar{M}_4 + \bar{M}_5) + l_6(\bar{M}_5 + \bar{M}_6)} \left(\delta_{II} - \left(\frac{2\varkappa_{cr,II}\bar{M}_1}{3}l_1 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\alpha_r(\varkappa_{cr,II}(2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_{OL,II}(\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2))}{6}l_2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2}l_3 + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2}l_4 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\alpha_r(\varkappa_{OL,II}(2\bar{M}_6 + \bar{M}_1) + \varkappa_{cr,II}(\bar{M}_6 + 2\bar{M}_1))}{6}l_7 \right) \right) \end{aligned}$$

Fall D:

$$\begin{aligned} \varkappa_{II} = & \frac{2}{l_4(\bar{M}_3 + \bar{M}_4) + l_5(\bar{M}_4 + \bar{M}_5) + l_6(\bar{M}_5 + \bar{M}_6)} \left(\delta_{II} \right. \\ & \left. - \left(\frac{2\varkappa_{cr,II}\bar{M}_1}{3}l_1 + \frac{\alpha_r(\varkappa_{cr,II}(2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_{OL,II}(\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2))}{6}l_2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\varkappa_{OL,II}(\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2}l_3 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\alpha_r(\varkappa_{OL,II}(2\bar{M}_6 + \bar{M}_1) + \varkappa_{cr,II}(\bar{M}_6 + 2\bar{M}_1))}{6}l_7 \right) \right) \end{aligned}$$

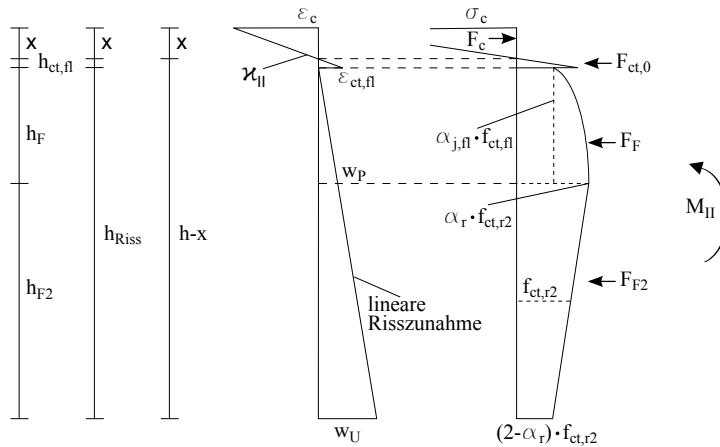
(4.19)

Schritt 4: Bestimmung der Zugfestigkeit $f_{ct,r2}$

Durch die bekannte Verkrümmung der Druckzone \varkappa_{II} , die berechnete Zugarbeitslinie bis zum Erreichen der Peaklast und das bekannte Moment M_{II} , kann die residuale Zugfestigkeit $f_{ct,r2}$ direkt aus dem Gleichgewicht am Balkenquerschnitt bestimmt werden. Der Faktor α_r zur Beschreibung der Neigung der Zugarbeitslinie in diesem Bereich ist vorab festzulegen.

Dabei ist zu beachten, dass das Ebenbleiben des Querschnitts nach Überschreiten der Peaklast nicht mehr gilt. Der gerissene Zugbereich wird daher analog dem numerischen Modell in Abschnitt 3.1.4 über die Rissbreite an der Balkenunterseite w_U nach Glg. 4.10 beschrieben. Es wird ein linearer Rissverlauf über die Querschnittshöhe angenommen der in Kombination mit der kleinen Rissbreite bei Peaklast w_P nach Glg. 4.9 dazu führt, dass die Höhe h_F sehr klein wird. In Abb. 4.7 sind die resultierenden Spannungen und Dehnungen bzw. Rissbreiten am Querschnitt dargestellt.

Zur Ermittlung der Betondruckkraft F_c und der Matrixzugkraft $F_{ct,0}$ wird ein rein linear-elastisches Materialverhalten des Betons unterstellt. Wie die Auswertung der Betonstauchung im numerischen Modell (siehe Abschnitt 3.2.6) zeigt, ist diese Vereinfachung strenggenommen nur für UHPC gültig. Bei Normalbeton kommt es dadurch zu einer Unterschätzung der Druckzonenhöhe. Die Auswirkung des entstehenden Fehlers im Biegetragverhalten ist jedoch als sehr gering zu bewerten.


Abb. 4.7: Bestimmung der Zugfestigkeit $f_{ct,r2}$

Das Gleichgewicht der horizontalen Kräfte am Querschnitt ist in Glg. 4.20 dargestellt.

$$\begin{aligned}
 F_c &\stackrel{!}{=} F_{ct,0} + F_F + F_{F2} \\
 \frac{E_{cm} \cdot \varkappa_{II} \cdot x^2 \cdot b}{2} &= \frac{f_{ct,fl} \cdot b \cdot \varepsilon_{ct,fl}}{2 \cdot \varkappa_{II}} + \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot b \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot w_P \\
 &+ (f_{ct,r} - \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl}) \cdot \frac{n}{n+1} \cdot b \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot w_P \\
 &+ f_{ct,r2} \cdot b \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot (w_U - w_P)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

In Glg. 4.21 ist die Summe der Biegemomente aufgestellt.

$$\begin{aligned}
M_{II} &\stackrel{!}{=} F_c \cdot \frac{2 \cdot x}{3} + F_{ct,0} \cdot \frac{2 \cdot \varepsilon_{ct,fl}}{3 \cdot \varkappa_P} + F_F \cdot z_F \\
M_{II} &= \frac{E_{cm} \cdot \varkappa_P \cdot x^3 \cdot b}{3} + \frac{f_{ct,fl} \cdot b \cdot \varepsilon_{ct,fl}^2}{3 \cdot \varkappa_P^2} + \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot b \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \\
&\cdot w_P \cdot \left(\frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}} + \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot \frac{w_P}{2} \right) + (f_{ct,r} - \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl}) \cdot \frac{n}{n+1} \\
&\cdot b \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot w_P \cdot \left(\frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}} + \frac{n+3}{2 \cdot n+4} \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot w_P \right) \\
&+ f_{ct,r2} \cdot b \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot (w_U - w_P) \\
&\cdot \left(\frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}} + \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot w_P + \frac{4 - \alpha_r}{6} \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot (w_U - w_P) \right)
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Das Umstellen von Glg. 4.20 nach dem Term $f_{ct,r2} \cdot b \cdot \frac{\left(h - x - \frac{\varepsilon_{ct,fl}}{\varkappa_{II}}\right)}{w_U} \cdot (w_U - w_P)$ und das Einsetzen in Glg. 4.21 liefert eine kubische Gleichung der Form $0 = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ zur Bestimmung der Druckzonenhöhe:

$$\begin{aligned}
0 &= x^3 \cdot \overbrace{\left(b \cdot E_{cm} \cdot \varkappa_{II} \cdot (\alpha_r \cdot w_U - (\alpha_r + 2) \cdot w_P) \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot w_U \right)}^{a_3} \\
&+ x^2 \cdot b \cdot \overbrace{\left(-2 \cdot \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) - (\alpha_r \right.} \\
&\overbrace{\left. -4) \cdot (n+2) \cdot w_U) - (\alpha_r + 2) \cdot E_{cm} \cdot \varepsilon_{ct,fl} \cdot (n^2 + 3 \cdot n + 2) \cdot w_U \cdot (w_P} \\
&\overbrace{\left. -w_U) + E_{cm} \cdot h \cdot \varkappa_{II} \cdot (n^2 + 3 \cdot n + 2) \cdot w_U \cdot ((\alpha_r + 2) \cdot w_P - (\alpha_r - 4) \cdot w_U) \right)}^{a_2} \tag{4.22} \\
&\overbrace{\left. -2 \cdot f_{ct,r} \cdot n \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n+2) - n - 5) - (\alpha_r - 4) \cdot (n+2) \cdot w_U) \right)}^{a_2} \\
&+ x \cdot \frac{b}{\varkappa_{II}} \cdot \overbrace{\left((-4 \cdot \alpha_{j,fl} \cdot \varepsilon_{ct,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n+2) + 2 \cdot (n \right.} \\
&\overbrace{\left. -1)) - (\alpha_r - 4) \cdot (n+2) \cdot w_U) \right)}^{a_1} + \dots \text{Fortsetzung Glg. 4.23}
\end{aligned}$$

... Fortsetzung Glg. 4.22

$$\begin{aligned}
& + x \cdot \frac{b}{\varkappa_{II}} \cdot \left(\overbrace{+ 4 \cdot \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot h \cdot \varkappa_{II} \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n \right.}^{a_1} \\
& \overbrace{+ 2) + 2 \cdot (n - 1)) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U}^{a_1} + \varepsilon_{ct,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot (n^2 + 3 \cdot n + 2) \\
& \overbrace{\cdot w_U \cdot ((\alpha_r + 2) \cdot w_P - (\alpha_r - 4) \cdot w_U) - 4 \cdot \varepsilon_{ct,fl} \cdot f_{ct,r} \cdot n \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n}^{a_1} \\
& \overbrace{+ 2) - n - 5) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U}^{a_1} + 4 \cdot f_{ct,r} \cdot h \cdot \varkappa_{II} \cdot n \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r} \\
& \overbrace{\cdot (n + 2) - n - 5) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U)}^{a_1} \left. \right) + \overbrace{\frac{-1}{\varkappa_{II}^2} \cdot (2 \cdot \alpha_{j,fl} \cdot b \cdot \varepsilon_{ct,fl}^2}^{a_0} \\
& \overbrace{\cdot f_{ct,fl} \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n + 2) + 2 \cdot (n - 1)) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U) - 4}^{a_0} \\
& \overbrace{\cdot \alpha_{j,fl} \cdot b \cdot \varepsilon_{ct,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot h \cdot \varkappa_{II} \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n + 2) + 2 \cdot (n - 1)) - (\alpha_r}^{a_0} \\
& \overbrace{- 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U}^{a_0} + 2 \cdot \alpha_{j,fl} \cdot b \cdot f_{ct,fl} \cdot h^2 \cdot \varkappa_{II}^2 \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n + 2) + 2} \\
& \overbrace{\cdot (n - 1)) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U}^{a_0} - b \cdot \varepsilon_{ct,fl}^2 \cdot (f_{ct,fl} \cdot (n^2 + 3 \cdot n + 2) \cdot w_U} \\
& \overbrace{\cdot ((\alpha_r + 2) \cdot w_P - (\alpha_r - 2) \cdot w_U) - 2 \cdot f_{ct,r} \cdot n \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n + 2) - n}^{a_0} \\
& \overbrace{- 5) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U)}^{a_0} \left. \right) - \overbrace{(b \cdot \varepsilon_{ct,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot h \cdot \varkappa_{II} \cdot (n^2 + 3 \cdot n + 2)}^{a_0} \\
& \overbrace{\cdot w_U \cdot ((\alpha_r + 2) \cdot w_P - (\alpha_r - 4) \cdot w_U) - 4 \cdot b \cdot \varepsilon_{ct,fl} \cdot f_{ct,r} \cdot h \cdot \varkappa_{II} \cdot n \cdot w_P}^{a_0} \\
& \overbrace{\cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n + 2) - n - 5) - n - 5) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2) \cdot w_U}^{a_0} + 2 \cdot b \\
& \overbrace{\cdot f_{ct,r} \cdot h^2 \cdot \varkappa_{II}^2 \cdot n \cdot w_P \cdot (w_P \cdot (\alpha_r \cdot (n + 2) - n - 5) - (\alpha_r - 4) \cdot (n + 2))}^{a_0} \\
& \overbrace{\cdot w_U + 12 \cdot \varkappa_{II}^2 \cdot M_{II} \cdot (n^2 + 3n + 2) \cdot w_U^2}^{a_0} \left. \right)
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Durch Umformen von Glg. 4.22 und 4.23 in die Form $0 = x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ kann die Druckzonenhöhe x direkt bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
0 & = x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + c \\
\text{mit: } a & = \frac{a_1}{a_0} \quad b = \frac{a_2}{a_0} \quad c = \frac{a_3}{a_0}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

mit: $p = -\frac{a^2}{3} + b$

$$q = \frac{2 \cdot a^3}{27} - \frac{a \cdot b}{3} + c$$
(4.25)

Auch in diesem Fall ist der Radikand der Quadratwurzel in Glg. 4.25 negativ. Folglich muss die Lösung, wie in Gröger (2017) vorgeschlagen, auf Basis von trigonometrischen Funktionen nach Glg. 4.26 ermittelt werden.

$$x = \sqrt{-\frac{4 \cdot p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot \arccos\left(-\frac{q}{2} \cdot \sqrt{-\frac{27}{p^3}}\right)\right) - \frac{a}{3}$$
(4.26)

Die Zugfestigkeit $f_{ct,r2}$ ergibt sich durch Einsetzen der Druckzonenhöhe x in Glg. 4.20 zu:

$$f_{ct,r2} = \frac{1}{2 \cdot (n+1) \cdot (w_P - w_U) \cdot (\varepsilon_{ct,fl} + \varkappa_{II} \cdot (x-h))} \cdot \left(2 \cdot \alpha_{j,fl} \cdot f_{ct,fl} \cdot w_P \cdot (\varepsilon_{ct,fl} + \varkappa_{II} \cdot (x-h)) + \varkappa_{II} \cdot (E_{cm} \cdot \varkappa_{II} \cdot (n+1) \cdot w_U \cdot x^2 + 2 \cdot f_{ct,r} \cdot n \cdot w_P \cdot (x-h) + \varepsilon_{ct,fl} \cdot (2 \cdot f_{ct,r} \cdot n \cdot w_P - f_{ct,fl} \cdot (n+1) \cdot w_U))\right)$$
(4.27)

Die Zugfestigkeit $f_{ct,r2,u}$ bei Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ ergibt sich somit zu:

$$f_{ct,r2,u} = (2 - \alpha_r) \cdot f_{ct,r2}$$
(4.28)

In Abb. 4.8 ist die mit dem analytischen Modell ermittelte Zugarbeitslinie sowie die dazugehörige Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung schematisch dargestellt. Der Kraftabfall nach Überschreiten von $f_{ct,r}$ bis zum Erreichen der Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ verläuft linear. Ebenso verläuft der Kraftabfall im Biegezugversuch nach Überschreiten der Peaklast bis zum Erreichen des Momentes M_{II} linear.

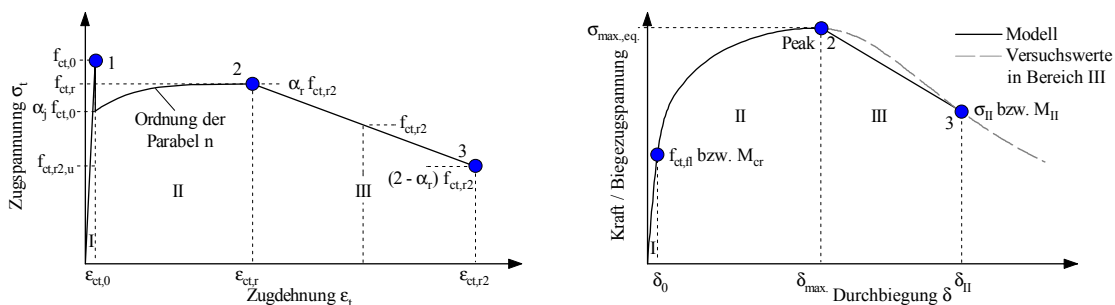


Abb. 4.8: Mit dem analytischen Modell ermittelte Zugarbeitslinie (links) und dazugehörige Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung (rechts) für Balken mit Deflection-Hardening Verhalten

Bei Balken mit Deflection-Hardening Verhalten ist der Faktor α_r so einzustellen, dass $\alpha_r \cdot f_{ct,r2}$ der residualen Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ entspricht ($\alpha_r \cdot f_{ct,r2} = f_{ct,r}$). Wenngleich in

der Arbeit von Gröger (2017) teilweise ein abrupter Kraftabfall nach Erreichen von $f_{ct,r}$ festgestellt wurde, so konnte dies in den eigenen Untersuchungen mit dem numerischen Modell (Abschnitt 3.2) nicht bestätigt werden. Bei Balken mit Deflection-Softening Verhalten entfällt die Phase der Mehrfachrissbildung (Bereich II), sodass diese Bedingung nicht relevant ist.

An dieser Stelle sei nochmals erwähnt, dass das analytische Modell die Zugarbeitslinie auf Basis von 2 Punkten der aus dem Versuch gewonnen Kraft-Durchbiegungskurve bzw. Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung ermittelt. Mit der bekannten Größe und Durchbiegung der Peaklast ($\sigma_{max.,eq.}$; $\delta_{max.}$), sowie des Punktes M_{II} (dazugehörige Durchbiegung δ_{II}) ist die Definition eines Materialgesetzes aus Biegezugversuchen rasch und effizient möglich.

4.2 Nachrechnung der Versuche

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten und in Kapitel 2 beschriebenen Versuche mit Normalbeton und UHPC wurden mit dem analytischen Modell nachgerechnet. Grundsätzlich wurde die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ entsprechend der DAfStb-Richtlinie Stahl-faserbeton (DAfStb (2010)) auf 25‰ festgelegt. Um die Machbarkeit auch mit anderen Grenzdehnungen aufzuzeigen wurde $\varepsilon_{ct,r2}$ bei ausgewählte Balken mit 15 bzw. 20‰ definiert.

4.2.1 Versuche mit UHPC

Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, zeigen alle Biegezugversuche mit UHPC ein Deflection-Hardening Verhalten. Zur Nachrechnung von Versuchen mit Deflection-Hardening Verhalten ist die Eingabe der Balkendurchbiegung $\delta_{max.}$ bei Peaklast und der dazugehörigen maximalen äquivalenten Biegezugspannung $\sigma_{max.,eq.} = \frac{M}{W}$ erforderlich, wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben wurde. Die Eingabewerte zur Nachrechnung der Biegebalken sind für jede Versuchsserie in Tab. 4.1 zusammengefasst. Zusätzlich ist die Eingabe der Kraft-Durchbiegungskurve aus dem Versuch notwendig. Die genauen Werte zur Nachrechnung der einzelnen Versuche sind der Versuchsdokumentation in Anhang C zu entnehmen. Des Weiteren wurde der Elastizitätsmodul des Betons analog der Nachrechnung mit dem numerischen Modell in Abschnitt 3.2.1 mit $E_{cm} = 52.000 - 53.000$ MPa eingegeben.

Versuchsserie	$\delta_{max.}$ [mm]	$\sigma_{max.}$ [MPa]	$f_{ct,0}$ [MPa]	α_j [-]	n [-]	α_r [-]
STBB-13-0.75	0.6-0.9	10.6-12.4	7.1-8.1	0.50-0.60	3-3	1.37-1.58
STBB-13-1.50	1.2-1.6	19.0-20.6	7.3-8.3	0.86-0.94	3-3	1.37-1.45
STBB-20-0.75	1.6-2.3	18.0-19.1	7.0-7.6	0.73-0.80	3-3	1.33-1.38
STBB-20-1.50	2.2-2.5	21.3-23.7	7.9-9.3	0.77-0.90	4-7	1.19-1.30
PLAT-13-0.75	1.6-3.2	10.9-13.8	6.2-8.0	0.50-0.60	3-3	1.16-1.28
PLAT-13-1.50	2.6-4.1	18.0-20.0	6.9-8.2	0.79-0.92	3-7	1.20-1.33
PLAT-20-0.75	3.2-6.5	16.0-20.6	6.5-7.0	0.70-0.90	3-9	1.11-1.21
PLAT-20-1.50	4.5-7.5	24.0-27.6	6.4-7.2	1.00-1.00	5-10	1.06-1.14

Tab. 4.1: Eingabewerte für die Nachrechnung der Versuche mit UHPC und $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$

In Abb. 4.9 werden die mit dem analytischen Modell ermittelten Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen mit den Versuchsergebnissen aus Abschnitt 2 verglichen. Für die Standardbiegebalken und plattenförmigen Prüfkörper ist je Fasergehalt und -geometrie ein repräsentativer Versuch abgebildet ($\varepsilon_{ct,r2}=25\%$). Die Prozesszonenlänge l_{lokal} wurde

nach Glg. 3.55 in Abhängigkeit der Krümmung zufolge Peaklast geschätzt, wenngleich diese in Abschnitt 3.2.3 für jeden Versuchskörper genau ermittelt wurde. Diese Vorgehensweise wurde gewählt, da bei der zukünftigen Nachrechnung von Biegezugversuchen die exakte Prozesszonenlänge nicht bekannt sein wird.

Bei plattenförmigen Versuchskörpern wird die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ von 25‰ teilweise erst bei Durchbiegungen > 7.5 mm erreicht (Versuchsende im Biegezugversuch bei $\delta = 7.5$ mm, siehe Abschnitt 2.2.2). Um dennoch auf eine Spannungs-Dehnungslinie schließen zu können, wird in diesem Fall die Durchbiegung δ_{II} des Momentes M_{II} mit 7.5 mm festgelegt. Die daraus ermittelten Werte sind jedoch für die Bemessung nicht zu verwenden und dienen nur dazu die Machbarkeit aufzuzeigen.

Die Nachrechnung mit dem Modell zeigt eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Zusätzlich ist in Abb. 4.9 die ermittelte dazugehörige Spannungs-Dehnungslinie dargestellt. Es ist ersichtlich, dass alle Versuchsserien mit Ausnahme von UHPC-PLAT-20-1.50 zu einem Strain-Softening Verhalten führen. Die Nachrechnung aller UHPC-Versuche inklusive der ermittelten Spannungs-Dehnungslinien ist in Anhang C dargestellt.

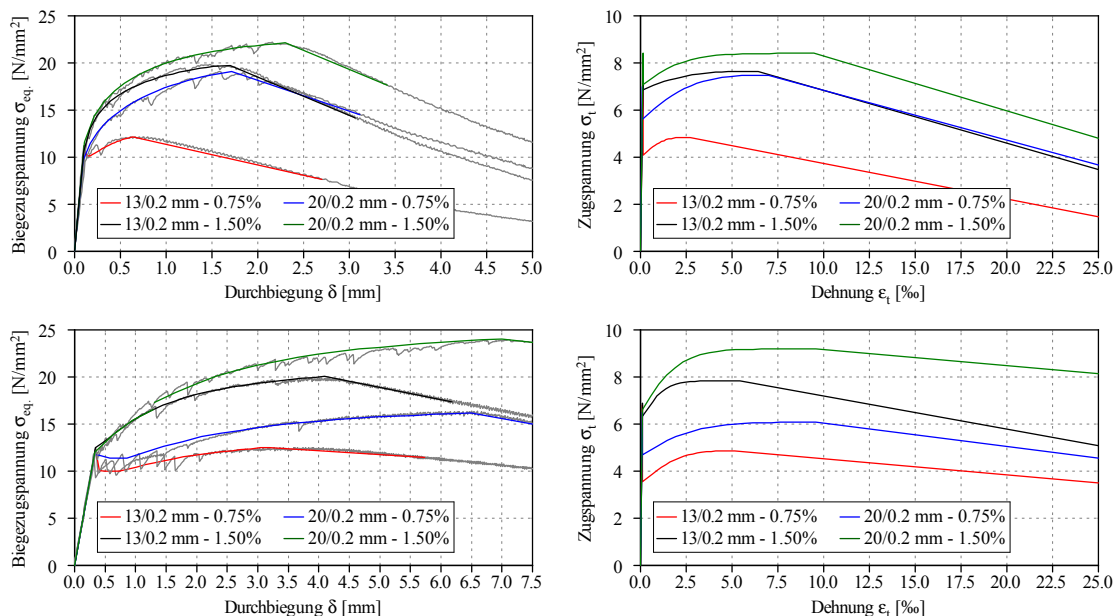


Abb. 4.9: Nachrechnung der UHPC - Versuche aus Kapitel 2 an Standardbiegebalken (oben) und Platten (unten), sowie ermittelte dazugehörige Spannungs-Dehnungslinie (rechts) für $\varepsilon_{ct,r2}=25\text{‰}$

Wird die Prozesszonenlänge gemäß der französischen Richtlinie UHPC AFGC (2013) mit $l_{\text{lokal}} = \frac{2}{3} \cdot h$ gewählt, so ändert sich der Punkt M_{II}/δ_{II} in der berechneten Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung und folglich auch die Spannungs-Dehnungslinie. Der ansteigende Ast bis zum Erreichen der Peaklast bzw. bis zum Erreichen von $f_{ct,r}$ ist davon nicht betroffen. Bei Standardbiegebalken ergeben sich mit dem Ansatz nach AFGC (2013) für M_{II} kleinere Werte bei gleichzeitig größerer Durchbiegung δ_{II} . Hingegen wird bei Platten das Moment M_{II} überschätzt und δ_{II} unterschätzt, wie in den Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen in Abb. 4.10 dargestellt ist. Die markierten Punkte entsprechen den Werten von M_{II} aus Abb. 4.9 mit l_{lokal} nach Glg. 3.55.

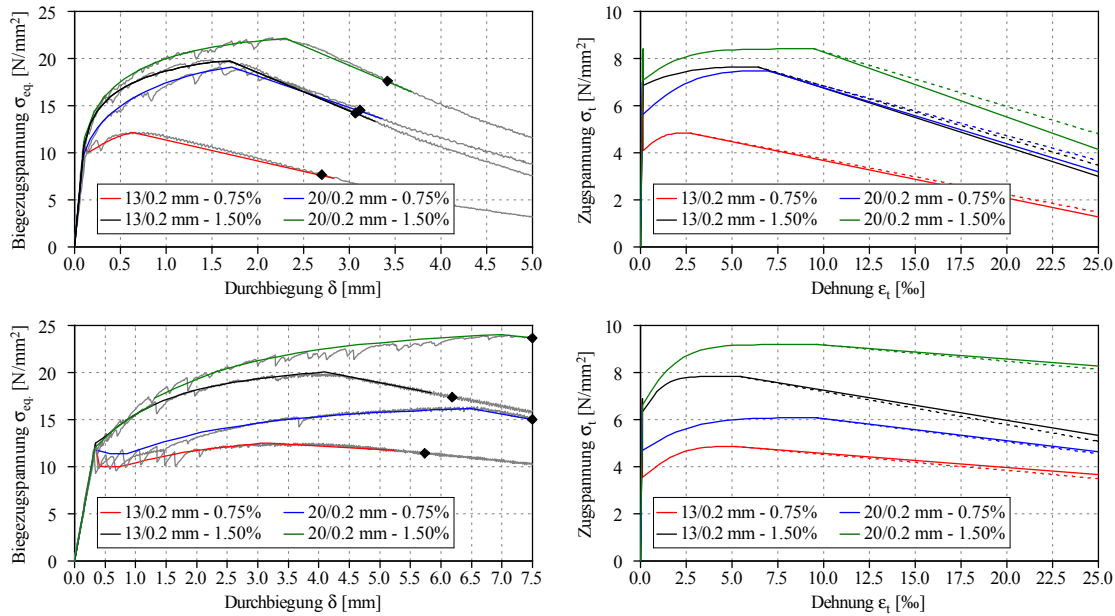


Abb. 4.10: Einfluss der Prozesszonlänge l_{lokal} auf den Punkt M_{II}/δ_{II} in der Biegezugspannung-Durchbiegungsbeziehung von Standardbiegebalken (oben) und Platten (unten), sowie Einfluss auf die Spannungs-Dehnungslinie

Die unterschiedlichen Werte von M_{II} finden sich auch in den ermittelten Spannungs-Dehnungslinien nach Überschreiten von $f_{ct,r}$ wieder, wie in Abb. 4.10 ersichtlich ist. Die strichlierten Linien in den Arbeitslinien entsprechen den Ergebnissen aus Abb. 4.9 mit l_{lokal} nach Glg. 3.55. Bei Standardbiegebalken wird das Zugtragverhalten mit dem Ansatz nach AFGC (2013) in diesem Bereich unterschätzt. Hingegen kommt es bei Platten zu einer leichten Überschätzung des Tragverhaltens in diesem Bereich.

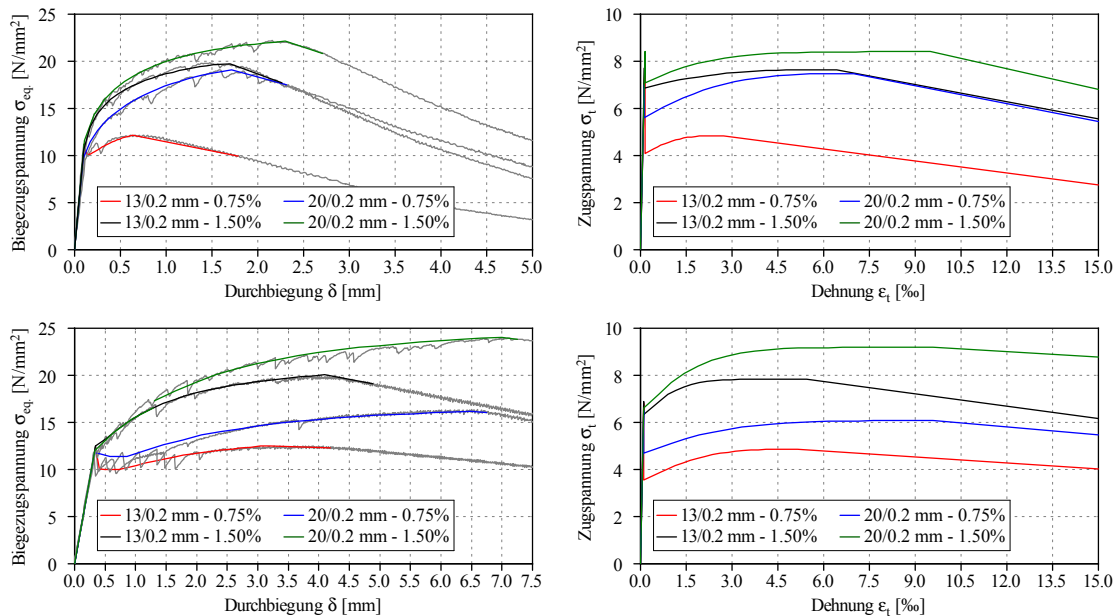


Abb. 4.11: Nachrechnung der UHPC - Versuche aus Kapitel 2 an Standardbiegebalken (oben) und Platten (unten), sowie ermittelte dazugehörige Spannungs-Dehnungslinie (rechts) für $\epsilon_{ct,r2}=15\%$

Des Weiteren sind in Abb. 4.11 die Berechnungsergebnisse für eine Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=15\%$ mit l_{lokal} nach Glg. 3.55 dargestellt. Dabei handelt es sich um dieselben Versuche wie in Abb. 4.9. Bis zum Erreichen der Peaklast bzw. bis zum Erreichen von $f_{ct,r}$ ergibt sich keine Änderung in der Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung und der Spannungs-Dehnungslinie. Durch die kleinere Grenzdehnung ändert sich der Punkt M_{II}/δ_{II} und folglich die Spannungs-Dehnungslinie. Die Berechnungsergebnisse in Abb. 4.11 verdeutlichen die Gültigkeit des Modells mit einer Grenzdehnung von 15%.

4.2.2 Versuche mit Normalbeton

In den Biegezugversuchen mit Normalbeton wurde in allen Versuchen ein Deflection-Softening Verhalten beobachtet. Bei der Nachrechnung der Versuche ist daher zu beachten, dass es die Phase der Mehrfachrissbildung (Bereich II) nicht gibt. Demnach beginnt mit dem Erreichen der Erstrisslast die Rissöffnung und der Faserauszug. Es wurden nur die Versuche an Standardbiegebalken nachgerechnet, da das analytische Modell dazu entwickelt wurde Materialgesetze aus 4-Punkt-Biegezugversuchen zu definieren. Die großen bauteilähnlichen Balken sind aufgrund des deutlich aufwendigeren Versuchsaufbaus und der großen benötigten Betonmenge zu diesem Zweck nicht praktikabel bzw. geeignet.

Die Eingabewerte zur Nachrechnung der Biegebalken sind für jede Versuchsserie in Tab. 4.2 zusammengefasst. Da der Bereich der Mehrfachrissbildung entfällt, ist neben den Versuchswerten nur die Eingabe von $f_{ct,0}$, α_r und E_{cm} notwendig. Die genauen Werte zur Nachrechnung der einzelnen Versuche sind der Versuchsdokumentation in Anhang C zu entnehmen.

Versuchsserie	$f_{ct,0}$ [MPa]	α_r [-]	E_{cm} [MPa]
NB-STBB-60-30	2.1-2.4	1.05-1.15	
NB-STBB-60-60	2.4-2.7	1.10-1.12	
NB-STBB-30-30	2.3-2.7	1.17-1.35	33.000
NB-STBB-30-60	2.4-2.7	1.25-1.35	

Tab. 4.2: Eingabewerte für die Nachrechnung der Versuche mit Normalbeton und $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$

In Abb. 4.12 werden die mit dem analytischen Modell ermittelten Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen mit den Versuchsergebnissen aus Abschnitt 2 verglichen ($\varepsilon_{ct,r2}=25\%$). Für die Standardbiegebalken ist je Fasergehalt und -geometrie ein repräsentativer Versuch abgebildet. Die Prozesszonenlänge l_{lokal} wurde entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.2.3 mit $0.9 \cdot h$ gewählt, wengleich diese in Abschnitt 3.2.3 für jeden Versuchskörper genau ermittelt wurde. Diese Vorgehensweise wurde gewählt, da bei der zukünftigen Nachrechnung von Biegezugversuchen die exakte Prozesszonenlänge nicht bekannt sein wird.

Für die Berechnung des Punktes M_{nE} nach Überschreiten der Erstrisslast in der Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehung (siehe Abb. 4.12) wird von einem Ebenbleiben des Querschnitts und einer Zugdehnung von 1% ausgegangen. Diese Vorgehensweise ist notwendig, da durch den fehlenden Bereich der Mehrfachrissbildung die residuale Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ nicht existiert und der beschriebene Punkt M_{nE} benötigt wird, um die Neigung der Zugarbeitslinie mit dem Faktor α_r zu bestimmen. Die zu M_{nE} zugehörige Durchbiegung entspricht der Durchbiegung der Erstrisslast, sodass es im Modell nach Überschreiten von $f_{ct,fl}$ zu einem abrupten Kraftabfall kommt.

Die Nachrechnung mit dem Modell zeigt eine ausreichende Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Die größeren Abweichungen nach Überschreiten der Erstrisslast

resultieren aus der im Modell nicht berücksichtigten Rissverzahnung der Betonmatrix sowie aus dem linearen Verlauf der Zugarbeitslinie. Des Weiteren sind in Abb. 4.12 die ermittelten Spannungs-Dehnungslinien dargestellt. Die Nachrechnung aller Normalbeton-Standardbiegebalken ist in Anhang C inklusive der ermittelten Spannungs-Dehnungslinien dargestellt.

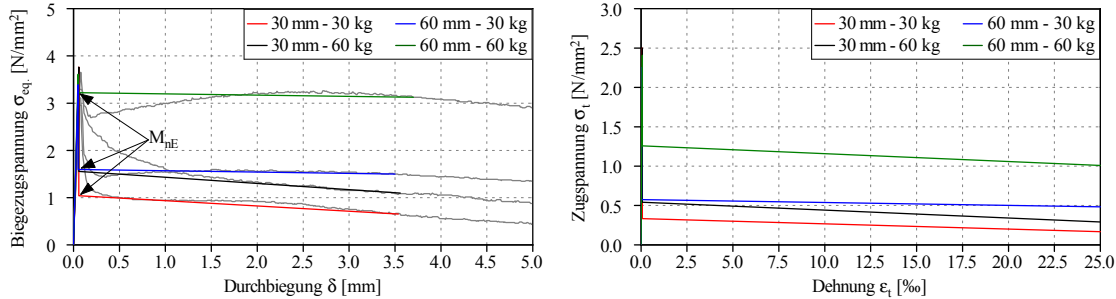


Abb. 4.12: Nachrechnung der Normalbeton-Standardbiegebalken aus Kapitel 2 (links) sowie ermittelte dazugehörige Spannungs-Dehnungslinie (rechts) für $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$

4.2.3 Statistische Auswertung der Zugarbeitslinie

In diesem Abschnitt werden die mit dem analytischen Modell berechneten Spannungs-Dehnungslinien statistisch ausgewertet und mit den Ergebnissen der Biegezugversuche aus Kapitel 2 hinsichtlich der beobachteten Streuungen verglichen.

Zugarbeitslinie für UHPC

In Abb. 4.13 sind die ermittelten Zugarbeitslinien für Standardbiegebalken und Platten aus UHPC zusammengefasst (Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$). Neben den Einzelwerten sind auch die Mittelwerte der verschiedenen Versuchsserien dargestellt.

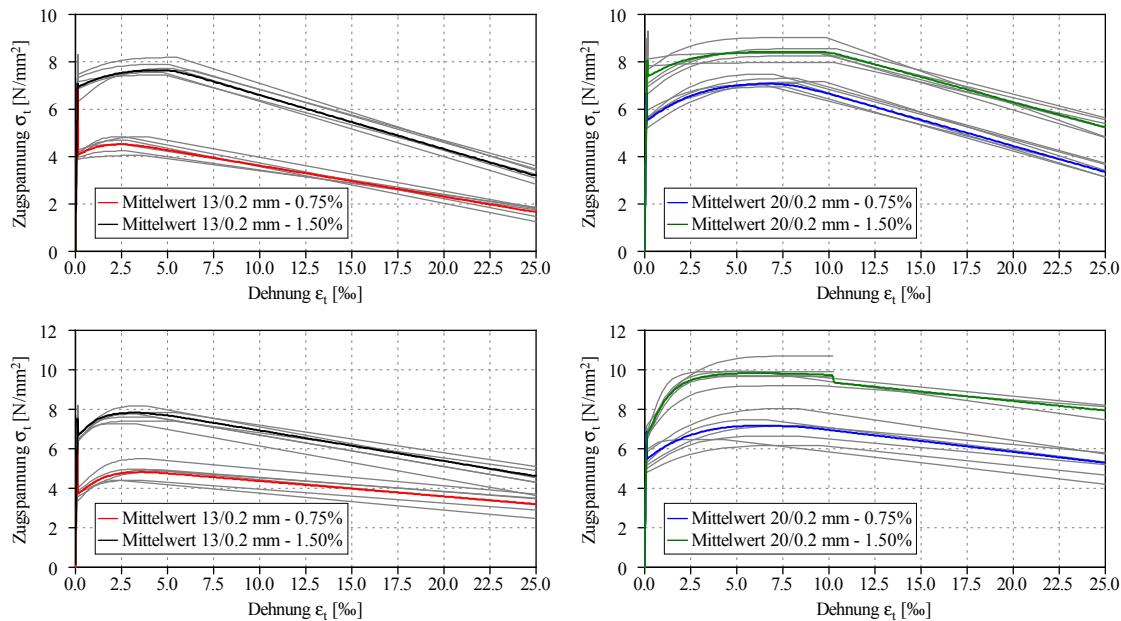


Abb. 4.13: Ermittelte Spannungs-Dehnungslinien für Standardbiegebalken (oben) und Platten (unten) aus UHPC für eine Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$

Tab. 4.3 zeigt die Mittelwerte, Variationskoeffizienten und 5% - Quantilwerte von $f_{ct,0}$, $f_{ct,r}$, $\varepsilon_{ct,r}$ und $f_{ct,r2,u}$ für die einzelnen Versuchsserien. Die mittlere Zugfestigkeit $f_{ct,0}$

beträgt zwischen 6.7 und 8.7 N/mm², wobei sich bei Standardbiegebalken tendenziell höhere Werte ergeben als bei Platten. Die unterschiedlichen Variationskoeffizienten der einzelnen Versuchsserien führen dazu, dass sich die charakteristischen Werte für $f_{ctk,0,05}$ teilweise deutlich voneinander unterscheiden. Bei den Werten der residualen Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ fällt auf, dass die an Platten ermittelten Werte tendenziell höher sind als bei Standardbiegebalken. Des Weiteren streuen die Ergebnisse der Platten stärker. Für $\varepsilon_{ct,r}$ ergeben sich für Standardbiegebalken und Platten ähnliche Mittelwerte, wobei die Streuung bei Platten ebenfalls deutlich höher ist.

Auch für die residuale Zugfestigkeit $f_{ct,r2,u}$ ergeben sich bei Platten höhere Werte als für Standardbiegebalken. Bei der Serie UHPC-PLAT-20-1.5 konnten für $f_{ct,r2,u}$ keine Werte ermittelt werden, da die Grenzdehnung von 25‰ erst bei Durchbiegungen > 7.5 mm erreicht wird und $f_{ct,r2,u}$ somit nicht berechnet werden kann (Versuchsende im Biegezugversuch bei $\delta = 7.5$ mm, siehe Abschnitt 2.2.2).

		Standardbiegebalken UHPC-STBB-				Platten UHPC-PLAT-			
		-13-		-20-		-13-		-20-	
		-0.75	-1.5	-0.75	-1.5	-0.75	-1.5	-0.75	-1.5
$f_{ct,0}$	[MPa]	7.8	7.7	7.3	8.7	6.9	7.7	6.7	6.7
$\nu_{f,ct,0}$	[%]	4.9	4.4	3.6	5.8	9.9	6.0	2.6	4.4
$f_{ctk,0,05}$	[MPa]	7.0	7.0	6.7	7.7	5.5	6.8	6.3	6.1
$f_{ct,r}$	[MPa]	4.5	7.6	7.1	8.4	4.8	7.9	7.3	9.8
$\nu_{f,ct,r}$	[%]	7.3	3.3	2.7	4.2	8.4	4.2	11.0	5.0
$f_{ct,rk,0,05}$	[MPa]	3.9	7.1	6.7	7.7	4.0	7.2	5.6	8.8
$\varepsilon_{ct,r}$	[% ₀₀]	3.1	5.3	7.9	10.0	3.9	4.3	7.7	9.2
$\nu_{\varepsilon,ct,r}$	[%]	19.6	11.4	14.4	4.6	23.8	22.6	24.9	18.2
$\varepsilon_{ct,rk,0,05}$	[% ₀₀]	1.9	4.1	5.6	9.1	2.0	2.3	3.8	5.8
$f_{ct,r2,u}$	[MPa]	1.6	3.3	3.4	5.2	3.2	4.4	5.0	-
$\nu_{f,ct,r2,u}$	[%]	3.3	7.9	8.0	8.6	5.4	12.2	5.5	-
$f_{ct,r2,uk,0,05}$	[MPa]	1.5	2.8	2.9	4.3	2.8	3.4	4.5	-

Tab. 4.3: Statistische Auswertung der Spannungs-Dehnungslinien für Standardbiegebalken und Platten aus UHPC und einer Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$

Wie erwähnt ergeben sich für die residualen Zugfestigkeiten $f_{ct,r}$ und $f_{ct,r2,u}$ bei Platten höhere Werte als bei Standardbiegebalken. Dies ist auf die bessere Faserorientierung in plattenförmigen Probekörpern zurückzuführen. Bei liegend hergestellten Platten beträgt die mittlere Faserorientierung $\eta_V \approx 0.70$, während sich bei Standardbiegebalken Werte von ≈ 0.63 ergeben, wie die Auswertung der Faserorientierung in Abschnitt 2.3.3 gezeigt hat.

In Abb. 4.14 sind die Mittelwerte von $f_{ct,r}$ und $f_{ct,r2,u}$ in Abhängigkeit des Faserfaktors $V_f = \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f$ dargestellt. Wie zu erwarten steigen die residualen Zugfestigkeiten mit zunehmendem Faserfaktor. Des Weiteren ist durch die Trendlinien ersichtlich, dass die an Platten ermittelten Werte höher sind als die an Standardbiegebalken.

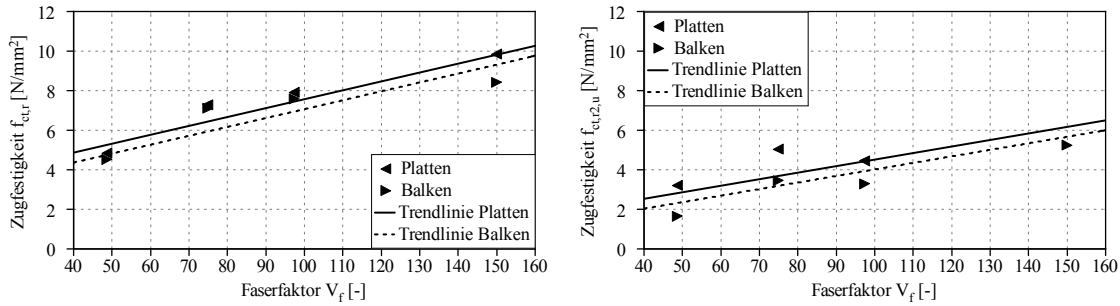


Abb. 4.14: Mittelwerte der residualen Zugfestigkeiten $f_{ct,r}$ (links) bzw. $f_{ct,r2,u}$ (rechts) in Abhängigkeit des Faserfaktors V_f für Standardbiegebalken und Platten aus UHPC

In Abb. 4.15 werden die Variationskoeffizienten $\nu_{\varepsilon,ct,r}$ und $\nu_{f,ct,r}$ aus Tab. 4.3 mit den Streuungen $\nu_{\delta,max}$. (Streuung der Durchbiegung bei Peaklast) und $\nu_{\sigma,max}$. (Streuung der Peaklast) aus den Biegezugversuchen (siehe Abschnitt 2.2.2) verglichen. Die Werte für $\nu_{\delta,max}$. werden nahezu vollständig in den Streuungen $\nu_{\varepsilon,ct,r}$ wiedergeben. Dasselbe gilt für $\nu_{\sigma,max}$. und $\nu_{f,ct,r}$. Mit anderen Worten bedeutet dies, dass sich die in Biegezugversuchen beobachteten Streuungen ($\nu_{\delta,max}$. bzw. $\nu_{\sigma,max}$.) vollständig in der berechneten Zugarbeitslinie ($\nu_{\varepsilon,ct,r}$ bzw. $\nu_{f,ct,r}$) widerspiegeln.

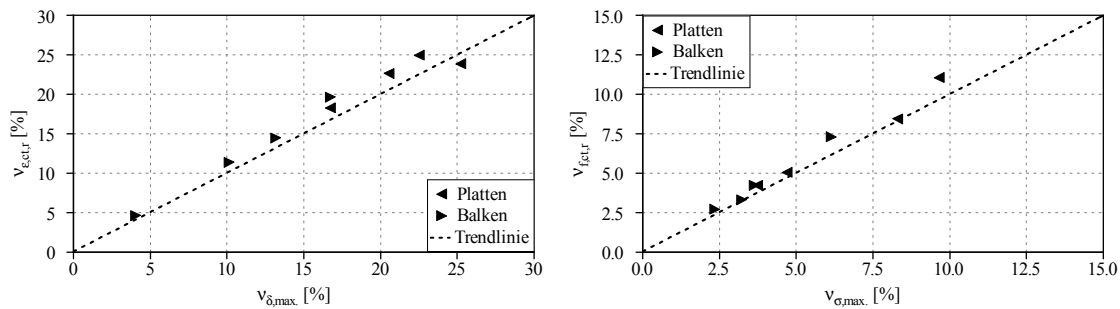


Abb. 4.15: Vergleich der mit dem Modell ermittelten Streuungen $\nu_{\varepsilon,ct,r}$ bzw. $\nu_{f,ct,r}$ und den Streuungsparametern aus den Biegezugversuchen $\nu_{\delta,max}$. bzw. $\nu_{\sigma,max}$. für Standardbiegebalken und Platten aus UHPC

Zugarbeitslinie für Normalbeton

In Abb. 4.16 sind die ermittelten Zugarbeitslinien für Standardbiegebalken aus Normalbeton der Serie B zusammengefasst (Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\text{‰}$). Neben den Einzelwerten sind auch die Mittelwerte der verschiedenen Versuchsserien dargestellt.

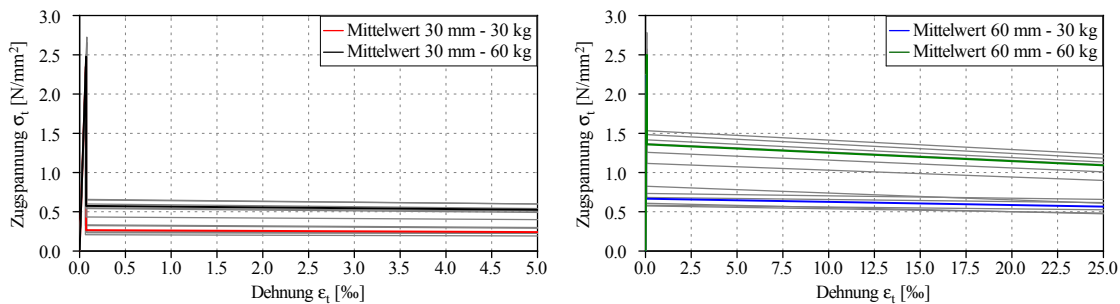


Abb. 4.16: Ermittelte Spannungs-Dehnungslinien für Standardbiegebalken aus Normalbeton für eine Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\text{‰}$

Tab. 4.4 zeigt die Mittelwerte, Variationskoeffizienten und 5% - Quantilwerte von $f_{ct,0}$ und $f_{ct,r2,u}$ für die einzelnen Versuchsserien. Die mittlere Zugfestigkeit $f_{ct,0}$ beträgt zwischen 2.2 und 2.5 N/mm². Die Werte für $f_{ct,r2,u}$ sind stark von Faserlänge und -gehalt abhängig. Je größer die Faserlänge und der Fasergehalt, desto größer die Zugfestigkeit $f_{ct,r2,u}$. Dabei fällt auf, dass die langen Fasern mit niedrigem Fasergehalt (30 kg/m³) zu wesentlich höheren Zugfestigkeiten führen als 60 kg/m³ der kurzen Fasern. Des Weiteren beträgt die Streuung $\nu_{f,ct,r2}$ 10 bis 17% und liegt somit im Bereich der in den Biegezugversuchen beobachteten Ergebnisse (siehe Abschnitt 2.1.2).

		NB-STBB-			
		-30-30	-30-60	-60-30	-60-60
$f_{ct,0}$	[MPa]	2.4	2.5	2.2	2.5
$\nu_{f,ct,0}$	[%]	6.3	4.0	5.0	5.1
$f_{ctk,0,05}$	[MPa]	2.1	2.3	2.0	2.2
$f_{ct,r2,u}$	[MPa]	0.17	0.32	0.57	1.08
$\nu_{f,ct,r2,u}$	[%]	9.8	17.3	13.7	10.6
$f_{ct,r2,uk,0,05}$	[MPa]	0.13	0.21	0.42	0.85

Tab. 4.4: Statistische Auswertung der Spannungs-Dehnungslinien für Standardbiegebalken aus Normalbeton und einer Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$

4.3 Vergleich der Ergebnisse

4.3.1 Vergleich mit dem numerischen Modell

In diesem Abschnitt werden die mit dem analytischen Modell ermittelten Spannungs-Dehnungslinien mit den Ergebnissen aus dem numerischen Modell in Abschnitt 3.2 verglichen. In Abb. 4.17 sind ausgewählte ermittelte Zugarbeitslinien für Standardbiegebalken und Platten aus UHPC gegenübergestellt (Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$). In Anhang C sind die mit dem analytischen und numerischen Modell ermittelten Spannungs-Dehnungslinien für jeden Versuch dargestellt.

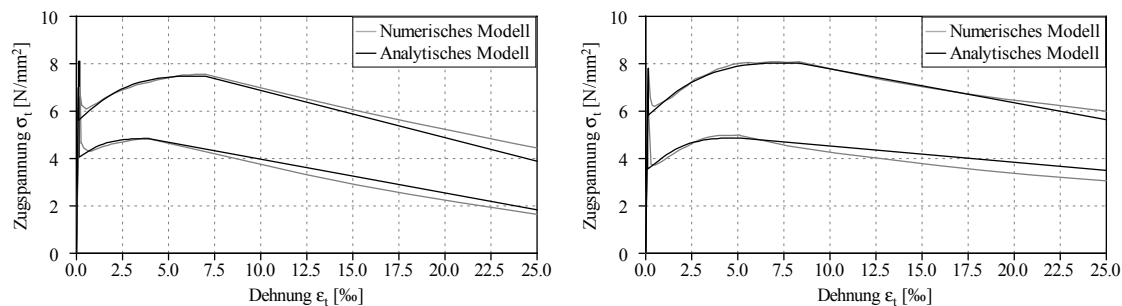


Abb. 4.17: Vergleich der ermittelten Spannungs-Dehnungslinien für Standardbiegebalken (links) und Platten (rechts) aus UHPC und eine Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$

Es ist ersichtlich, dass mit den beiden Modellen eine sehr gute Übereinstimmung bis zum Erreichen von $f_{ct,r}$ erzielt wird. Die Differenz nach Überschreiten der Erstrisslast resultiert aus der im analytischen Modell nicht berücksichtigten Rissverzahnung der Betonmatrix. Der Einfluss auf die Biegetragfähigkeit ist jedoch minimal. Nach Überschreiten von $f_{ct,r}$ zeigt das numerische Modell einen parabolischen Verlauf der Zugarbeitslinie, während das analytische Modell das Verhalten in diesem Bereich linear beschreibt. Zusätzlich führen geringe Unsicherheiten bei der Ermittlung des Momentes M_{II} (siehe Abschnitt

4.3.2) im analytischen Modell zu einer leichten Überschätzung bzw. Unterschätzung der Zugfestigkeit in diesem Bereich, wie in Abb. 4.17 ersichtlich ist.

In der Literatur wird die Zugarbeitslinie für den Bereich des Faserauszugs häufig durch eine parabolische Funktion nach Glg. 4.29 beschrieben, wie beispielsweise Leutbecher (2007), Strack (2007), Reichel (2010), Fehling et al. (2013) oder Freytag & Santner (2014) entnommen werden kann. Im vorliegenden Fall entspricht die maximale Zugfestigkeit σ_{cf0} in Glg. 4.29 der residualen Zugfestigkeit $f_{ct,r}$ und die Zugfestigkeit bei vorgegebener Rissbreite σ_{cf} der Zugspannung σ_t .

$$\sigma_{cf} = \sigma_t = \sigma_{cf0} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w}{l_f}\right)^2 = f_{ct,r} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w}{l_f}\right)^2 \quad (4.29)$$

Um den Ansatz nach Glg. 4.29 mit den Modellergebnissen vergleichen zu können, ist es notwendig die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung in eine Spannungs-Dehnungslinie überzuführen. Dazu wird die in Abschnitt 3.2.3 mit dem numerischen Modell für jeden Versuchskörper genau ermittelte Prozesszonlänge l_{lokal} verwendet. Die zu einer bestimmten Rissbreite zugehörige Dehnung ε_{ct} kann somit in Anlehnung an Glg. 3.54 und der Rissbreite bei Peaklast w_P nach Glg. 4.9 durch Glg. 4.30 beschrieben werden.

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{ct,r} + \frac{(w - w_P)}{l_{lokal}} \quad (4.30)$$

Vereinfacht kann der Bereich des Faserauszugs entsprechend den Ausführungen in Leutbecher (2007), Reichel (2010) und AFGC (2013) als lineare Funktion bis zu einer Rissöffnung von $l_f/4$ beschrieben werden. Dieser konservative Ansatz wird ebenfalls mit den Modellergebnissen verglichen. Die Umrechnung von Rissöffnung auf Zugdehnung erfolgt analog nach Glg. 4.30, wobei anstelle von w ein Viertel der Faserlänge ($l_f/4$) einzusetzen ist.

In Abb. 4.18 werden die Modellergebnisse mit den beschriebenen Ansätzen verglichen. Dabei handelt es sich um dieselben Versuchskörper wie in Abb. 4.17. Wie zu erwarten, führt der konservative Ansatz mit der linearen Entfestigungsfunktion zu einer Unterschätzung des Tragverhaltens in diesem Bereich. Hingegen überschätzt der parabolische Ansatz nach Glg. 4.29 und 4.30 das Tragverhalten geringfügig, wie ebenfalls in Abb. 4.18 ersichtlich ist.

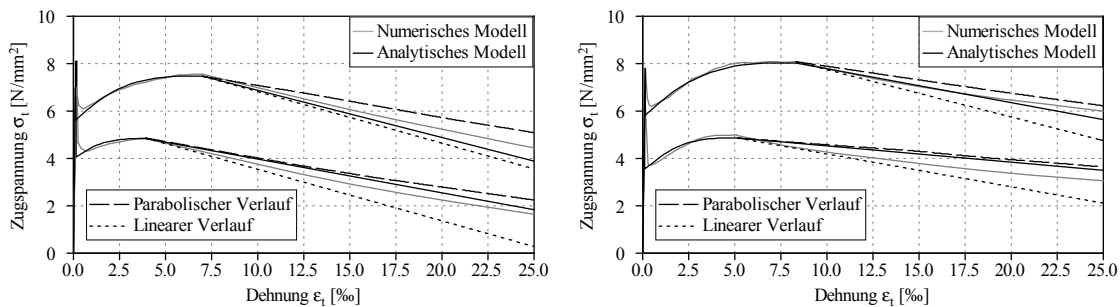


Abb. 4.18: Vergleich des Entfestigungsverlaufs für Standardbiegebalken (links) und Platten (rechts) aus den Modellen mit den beschriebenen Ansätzen aus der Literatur

Für den Vergleich der mit dem analytischen und numerischen Modell ermittelten Spannungs-Dehnungslinien für Standardbiegebalken aus Normalbeton sei an dieser Stelle auf Anhang C verwiesen. Die Ergebnisse beider Modell zeigen eine gute Übereinstimmung. Ein Vergleich mit den beschriebenen Ansatz nach Glg. 4.29 und 4.30 ist nicht möglich, da bei

den Versuchen mit Normalbeton gekröpfte Fasern mit Endhaken verwendet wurden. Glg. 4.29 beruht auf dem ideal - plastischen Verbundgesetz, sodass dieser Ansatz für Fasern mit Endhaken keine Gültigkeit besitzt. Des Weiteren ist ein Vergleich mit diesem Ansatz nicht zielführend, da die verwendete Faserlänge bis zu 60 mm beträgt.

4.3.2 Punkt M_{II}/δ_{II} bei Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$

Wie erwähnt entstehen im analytischen Modell bei der Berechnung des Momentes M_{II} (zugehörige Durchbiegung δ_{II}) kleinere Abweichungen, die sich in der ermittelten Spannungs-Dehnungslinie widerspiegeln. Daher wird die Durchbiegung δ_{II} aus dem analytischen Modell mit der Durchbiegung $\delta_{25,num.}$ aus dem numerischen Modell verglichen. In Abb. 4.19 sind die Werte für δ_{II} und $\delta_{25,num.}$ für Standardbiegebalken aus UHPC und Normalbeton sowie Platten aus UHPC und einer Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}=25\%$ gegenübergestellt. Zusätzlich erfolgt ein Vergleich mit δ_{II} entsprechend dem Vorschlag von Gröger (2017) nach Glg. 4.14.

In Abb. 4.19 ist ersichtlich, dass die Berechnung von δ_{II} mit dem eigenen Ansatz entsprechend Abschnitt 4.1.3 eine gute Übereinstimmung mit $\delta_{25,num.}$ aus dem numerischen Modell ergibt. Der Ansatz von Gröger (2017) nach Glg. 4.14 führt bei Standardbiegebalken aus UHPC zu größeren Abweichungen. Des Weiteren führt dieser Ansatz bei Normalbetonbalken mit Deflection-Softening Verhalten zu einer Unterschätzung der Durchbiegung δ_{II} . Basierend auf dieser Auswertung kann schlussgefolgert werden, dass der eigene Ansatz im analytischen Modell eine ausreichende Genauigkeit zur Ermittlung von δ_{II} und folglich M_{II} darstellt.

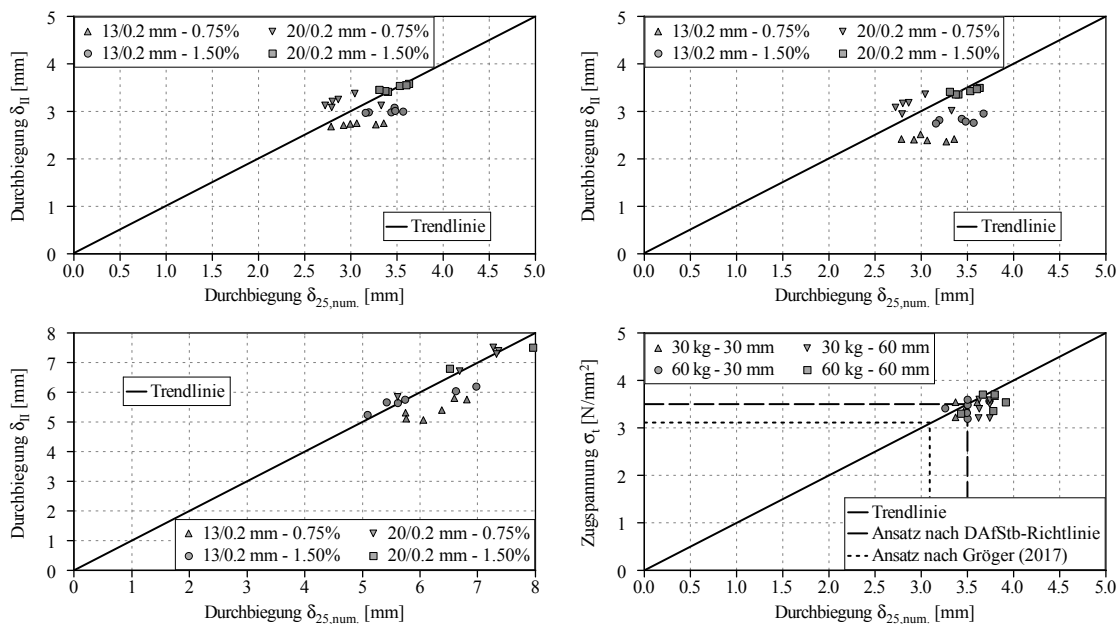


Abb. 4.19: Vergleich von $\delta_{25,num.}$ und δ_{II} nach dem eigenen Ansatz für Standardbiegebalken aus UHPC (links oben), Platten aus UHPC (links unten) und Standardbiegebalken aus Normalbeton (rechts unten), sowie Vergleich von $\delta_{25,num.}$ und δ_{II} entsprechend dem Vorschlag von Gröger (2017) für Standardbiegebalken aus UHPC (rechts oben)

4.3.3 Vergleich mit FE-Simulation

Zur Verifizierung der ermittelten Spannungs-Dehnungslinien wurden ausgewählte Versuchskörper aus UHPC mit dem FE-Programm Atena nachgerechnet. Anschließend wurden die Ergebnisse der nichtlinearen FE-Berechnungen mit den Ergebnissen aus dem

analytischen und numerischen Modell verglichen. In Abb. 4.20 sind die Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen für Standardbiegebalken und Platten aus UHPC exemplarisch dargestellt. Die Zugarbeitslinie und die Prozesszonenlänge l_{lokal} wurden entsprechend den Ergebnissen aus dem numerischen Modell in Abschnitt 3.2.1 verwendet.

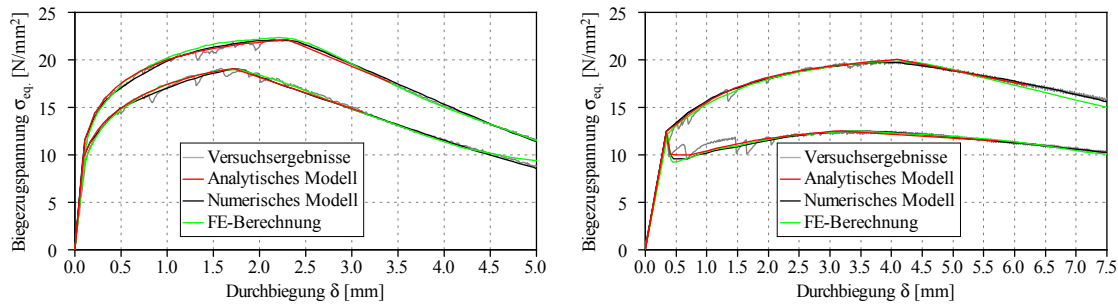


Abb. 4.20: Vergleich der Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen aus der FE-Berechnung mit den Ergebnissen aus dem analytischen sowie numerischen Modell und den Versuchsergebnissen für Standardbiegebalken (links) und Platten (rechts) aus UHPC

In Abb. 4.20 ist ersichtlich, dass die mit dem FE-Programm berechnete Balkenantwort eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Ergebnissen des analytischen und numerischen Modells liefert. Lediglich im Bereich der Makrorissbildung gibt es in den Biegezugspannungs-Durchbiegungsbeziehungen geringfügige Abweichungen. Nachteil an der FE-Berechnung ist der wesentlich höhere zeitliche Aufwand. Die Gültigkeit des analytischen und numerischen Modells konnte somit bestätigt werden.

5 Empfehlung für die Bemessung und Herstellung

Aufbauend auf den Ergebnissen des numerischen und analytischen Modells wird ein Vorschlag zur Biegebemessung von Bauteilen aus UHPC mit Deflection-Hardening Verhalten beschrieben. Dabei wird sowohl der Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) als auch der Gebrauchstauglichkeit (SLS) betrachtet. Für normalfesten Stahlfaserbeton wird in Anlehnung an die DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) ein Vorschlag zur Modifikation der Umrechnungsfaktoren (β -Faktoren), sowie weiterer für die Bemessung relevanter Parameter beschrieben. Abschließend erfolgt eine Empfehlung zur Herstellung und Verarbeitung von stahlfaserbewehrtem NSC und UHPC.

5.1 Teilsicherheitsbeiwerte

Zur Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) sind die Materialeigenschaften entsprechend dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept mit Teilsicherheitsbeiwerten zu belegen. Laut ON-EN-1990 (2013) dürfen die Streuungen der Einwirkungs- und Widerstandsseite bei der Definition der Teilsicherheitsbeiwerte entkoppelt voneinander betrachtet werden. Fehling et al. (2013) beschreiben weiters, dass die im konstruktiven Ingenieurbau gebräuchliche Nachweismethode mit Teilsicherheitsbeiwerten auch für UHPC gilt, allerdings einige Besonderheiten des Werkstoffes zu berücksichtigen sind. Daher sind bei der Verwendung von UHPC Anpassungen vorwiegend auf der Widerstandsseite vorzunehmen, während die in ON-EN-1990 (2013) festgeschriebenen Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerte der Beanspruchungen werkstoffübergreifend auch für UHPC angewendet werden können.

Der in weiterer Folge benötigte charakteristische Wert einer Materialeigenschaft f_k (5% - Quantilwert) lässt sich nach ON-EN-1990 (2013) durch Glg. 5.1 bestimmen. Dabei ist f_m der Mittelwert, σ die Standardabweichung und V_R der Variationskoeffizient der Materialeigenschaft. Der Quantilfaktor k_n ist abhängig von der Anzahl der Versuchskörper n und Tab. 5.1 zu entnehmen.

$$f_k = f_m - k_n \cdot \sigma = f_m \cdot (1 - k_n \cdot V_R) \quad (5.1)$$

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	∞
k_n	2.92	2.353	2.132	2.015	1.943	1.895	1.86	1.833	1.812	1.796	1.645

Tab. 5.1: Quantilfaktor k_n in Abhängigkeit der Probenanzahl n nach AFGC (2013)

Der Teilsicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite γ_R lässt sich entsprechend den Ausführungen in König et al. (2008) nach Glg. 5.2 bestimmen. Dabei ist V_R der Variationskoeffizient der Materialeigenschaft, β der Sicherheitsindex (auch als Zuverlässigkeitsindex bezeichnet) und α ein Wichtungsfaktor nach der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung der gemäß ON-EN-1990 (2013) für die Widerstandsseite 0.8 beträgt. Anzumerken ist, dass diese Formel nur gültig ist, wenn der charakteristische Wert der Materialeigenschaft

durch den 5% - Quantilwert der Gaußschen Normalverteilung, wie im Bauwesen üblich, beschrieben wird. Anderenfalls ist Glg. 5.2 geringfügig zu modifizieren, wie in König et al. (2008) erläutert ist.

$$\gamma_R = \frac{1 - 1.645 \cdot V_R}{e^{-\alpha \cdot \beta \cdot V_R - 0.5 \cdot V_R^2}} \quad (5.2)$$

In Abb. 5.1 ist der erforderliche Teilsicherheitsbeiwert γ_R nach Glg. 5.2 in Abhängigkeit des Sicherheitsindex und des Variationskoeffizienten dargestellt. Der Sicherheitsindex β beträgt nach ON-EN-1990 (2013) bei einem Bezugszeitraum von einem Jahr zwischen 4.2 und 5.2, bzw. zwischen 3.3 und 4.3 bei einem Bezugszeitraum von 50 Jahren. Bei Gebäuden der Zuverlässigkeitsklasse RC2 (siehe ON-EN-1990 (2013) Anhang B) ergibt sich ein Zielsicherheitsindex von 4.7 (Bezugszeitraum 1 Jahr). Dieser Sicherheitsindex dient als Grundlage für die Berechnung der Teilsicherheitsbeiwerte in Abschnitt 5.2 und 5.3. Sollten sich im Zuge der Gebäudeplanung Zuverlässigkeitsklassen von RC1 bzw. RC3 ergeben, so sind die Teilsicherheitsbeiwerte entsprechend anzupassen.

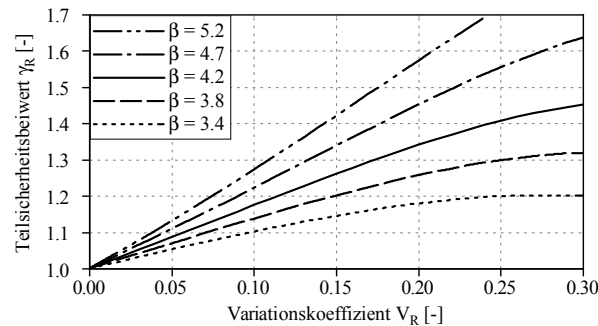


Abb. 5.1: Grafische Darstellung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_R nach Glg. 5.2

5.2 Bemessung von UHPC

Für die Bemessung von UHPC existieren mittlerweile verschiedene Richtlinien und Empfehlungen, wie beispielsweise JSCE (2006), DAfStb (2007), AFGC (2013), Fehling et al. (2013) oder SIA (2014). Basierend auf den Ergebnissen des analytischen Modells (Kapitel 4) wird nachfolgend ein neuer Ansatz zur Bemessung von auf Biegung mit und ohne Normalkraft beanspruchter UHPC Bauteile vorgestellt. Neu dabei ist, dass auch die zulässige Dehnung der Zugseite entsprechend den Versuchsergebnissen beschränkt wird. Es werden sowohl der Nachweis für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS), als auch Nachweise zur Gebrauchstauglichkeit (SLS) geführt. Dabei wird grundsätzlich zwischen rein faserbewehrtem UHPC und faserbewehrtem UHPC in Kombination mit konventioneller Betonstahlbewehrung unterschieden. Des Weiteren muss zwischen Bauteilen mit und ohne Umlagerungsvermögen differenziert werden.

Sowohl im numerischen Modell in Kapitel 3 als auch im analytischen Modell in Abschnitt 4 wird das Tragverhalten in ein verfestigendes Verhalten bis zum Erreichen der Peaklast und ein entfestigendes Verhalten (Lokalisationsbereich bzw. Faserauszug) eingeteilt. Wie in Kapitel 4 beschrieben, entfällt der verfestigende Bereich bei Balken mit Deflection-Softening Verhalten. Da Bauteile aus UHPC auch ein gewisse Duktilität aufweisen müssen, wird empfohlen, bei vorwiegend auf Biegung beanspruchten Bauteilen, zumindest UHPC mit Deflection-Hardening Verhalten im Biegezugversuch zu verwenden. Anderenfalls ist die Definition der Grenzzugdehnung $\varepsilon_{ct,r}$ nicht möglich, da unmittelbar nach Überschreiten der Erstrisslast die Lokalisation und die Rissöffnung beginnt.

Des Weiteren ist bei vorwiegend auf Biegung beanspruchter Bauteile zu beachten, dass das auf Traglastniveau (ULS) aufnehmbare Biegemoment größer ist, als das Moment zufolge Erstrisslast (non brittleness condition in AFGC (2013)). Bei Elementen die vorwiegend Druckbeanspruchungen ausgesetzt sind, wie beispielsweise Stützen, kann die erforderliche Duktilität auch durch konventionelle Bewehrung sichergestellt werden, sodass kein Deflection-Hardening Verhalten erforderlich ist.

5.2.1 Bemessungswerte für Druck- und Zugbeanspruchung

In den erwähnten Richtlinien finden sich verschiedene Ansätze für die Bemessungsarbeitslinie unter einaxialer Druckbeanspruchung. Eine Zusammenstellung der verschiedenen Arbeitslinien kann beispielsweise Illich (2015) entnommen werden. Aufgrund der Einfachheit des Ansatzes und dem Hintergrund, dass die Druckspannung nur in Ausnahmefällen, wie bei besonders hohen Vorspann- oder Bewehrungsgraden, ausgenützt werden kann, wird hier der Ansatz nach Fehling et al. (2013) beschrieben und verwendet. Die darin definierten Arbeitslinien für SLS und ULS unter Druckbeanspruchung sind in Abb. 5.2 dargestellt.

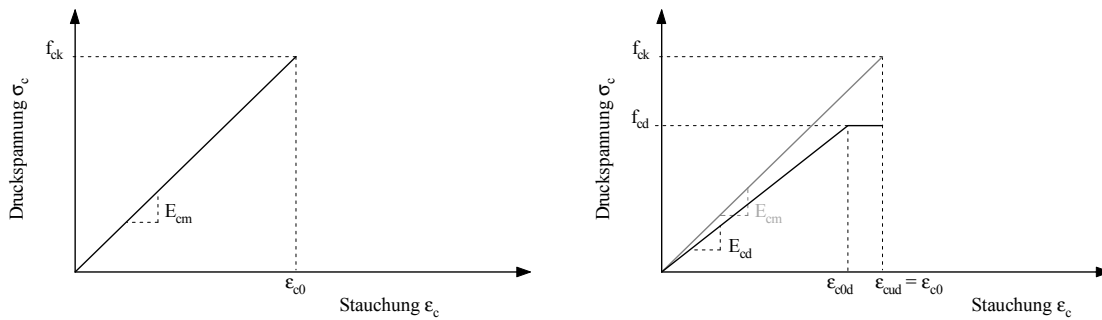


Abb. 5.2: UHPC Druckarbeitslinie für die Bemessung im SLS (links) und ULS (rechts) nach Fehling et al. (2013)

Die in Abb. 5.2 benötigten Werte für ϵ_{c0} , f_{cd} , E_{cd} , ϵ_{c0d} und ϵ_{cud} ergeben sich aus Glg. 5.3 und 5.4. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_c ist in AFGC (2013), analog zu Normalbeton in ON-EN-1992-1-1 (2011), mit 1.5 festgelegt, wengleich in Fehling et al. (2013) und SIA (2014) bei sehr hohem Qualitätsstandard bzw. Herstellung im Fertigteilwerk geringere Werte vorgeschlagen werden. Der Dauerstandsbeiwert α_{cc} zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen auf die Betondruckfestigkeit wird in AFGC (2013) und Fehling et al. (2013) mit 0.85 empfohlen. Die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} ergibt sich nach Glg. 5.1, wobei zumindest 6 Probekörper zu prüfen sind und ein Variationskoeffizient von mindestens 5% anzusetzen ist ($V_R \geq 0.05$).

$$\epsilon_{c0} = \frac{f_{ck}}{E_{cm}} \quad f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad E_{cd} = \frac{E_{cm}}{1.3} \quad (5.3)$$

$$\epsilon_{c0d} = \frac{f_{cd}}{E_{cd}} \quad \epsilon_{cud} = \epsilon_{c0} = \frac{f_{ck}}{E_{cm}} \quad (5.4)$$

Zur Bestimmung der Zugarbeitslinie werden 4-Punkt-Biegezugversuche mit Belastung an den Drittelpunkten durchgeführt. Anschließend wird die zentrische Zugspannungs-Dehnungslinie durch das in Kapitel 4 vorgestellte analytische Modell bestimmt. Bei der Herstellung der Probekörper ist auf eine bauteilähnliche Geometrie und ein bauteilähnliches Herstellverfahren zu achten. Ist dies nicht möglich, so sind die Probekörper

zumindest in der Dicke gleich zu wählen wie das spätere Bauteil (Berücksichtigung des Maßstabeffektes) und es ist je nach Befüllart zwischen horizontalen und vertikalen Elementen zu unterscheiden. Es sind mindestens 6 Probekörper je Herstellungsart zu produzieren und zu prüfen. Dabei ist zu beachten, dass sich die Faserorientierung je nach Herstellungsart, Probekörpergeometrie und Fließprozess ändert, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben wurde.

Der Quantilwert und der Designwert der zentrischen Matrixzugfestigkeit ergibt sich in Anlehnung an Fehling et al. (2013) und AFGC (2013) nach Glg. 5.5. Der Quantilwert $f_{ct,0,k}$ ergibt sich aus Glg. 5.1 wobei ein Variationskoeffizient von mindestens 10% anzusetzen ist ($V_R \geq 0.10$). Der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{f,ct,0}$ beträgt somit mindestens 1.25 und kann bei größeren Streuungen nach Glg. 5.2 berechnet werden. Die im Biegezugversuch ermittelte Matrixbiegezugspannung ist dabei in eine zentrische Zugspannung nach Glg. 3.18 umzurechnen, wie in Abschnitt 3.1.3 erläutert wurde.

$$f_{ct,0,d} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ct,0,k}}{\gamma_{f,ct,0}} \quad (5.5)$$

Durch die Berechnung der zentrischen Zugspannungs-Dehnungslinie mit dem analytischen Modell, ist die maximale Zugspannung $f_{ct,r}$ bei Erreichen der Peaklast sowie die dazugehörige Dehnung $\varepsilon_{ct,r}$ bekannt (genaue Beschreibung siehe Kapitel 4). In Abb. 5.3 ist die ermittelte Zugarbeitslinie der Vollständigkeit halber nochmal schematisch dargestellt. Für die Bemessung der Biegetragfähigkeit werden die Mittelwerte der maximalen Zugspannung $f_{ct,r,m}$ und der entsprechenden Dehnung $\varepsilon_{ct,r,m}$ sowie die dazugehörigen Variationskoeffizienten $\nu_{f,ct,r}$ und $\nu_{\varepsilon,ct,r}$ gebildet, wie ebenfalls in Abb. 5.3 ersichtlich ist. Die charakteristischen Werte $f_{ct,r,k}$ und $\varepsilon_{ct,r,k}$ werden nach Glg. 5.1 berechnet. Aufgrund der in der Praxis erfahrungsgemäß großen Streuung der Nachrisszugfestigkeit ist ein Variationskoeffizient von mindestens 15% anzusetzen ($V_R \geq 0.15$).

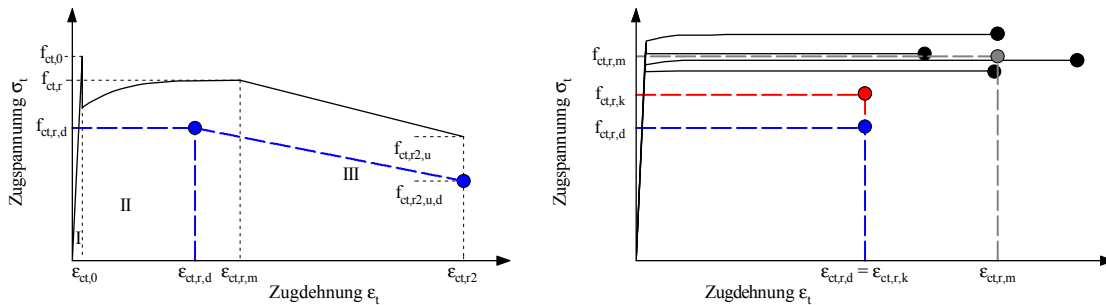


Abb. 5.3: Schematische Darstellung der Zugarbeitslinie aus dem analytischen Modell inklusive Designwerte (links) und charakteristische Werte $f_{ct,r,k}$ und $\varepsilon_{ct,r,k}$, sowie Bemessungswerte $f_{ct,r,d}$ und $\varepsilon_{ct,r,d}$ ohne Bereich des Faserauszugs (rechts)

Des Weiteren sind in Abb. 5.3 die Designwerte $f_{ct,r,d}$ nach Glg. 5.6 und $\varepsilon_{ct,r,d}$ dargestellt. Der Teilsicherheitsbeiwert für $f_{ct,r,k}$ wird in Abhängigkeit der Variationskoeffizienten nach Glg. 5.2 gebildet und beträgt mindestens 1.35 ($V_R \geq 0.15$). Der Designwert $\varepsilon_{ct,r,d}$ entspricht dem charakteristischen Wert $\varepsilon_{ct,r,k}$ und ist nicht weiter abzumindern.

Der Faktor α_{ct} in Glg. 5.6 berücksichtigt die Langzeitauswirkungen auf die Betonzugfestigkeit und ist in Fehling et al. (2013) mit 0.85 definiert. Er ist bei der Berechnung von $f_{ct,r,d}$ zu verwenden, da bisher noch keine Ergebnisse bezüglich der Auswirkungen von langandauernder oder wiederholter Belastung auf die Faserwirksamkeit vorliegen.

$$f_{ct,r,d} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ct,r,k}}{\gamma_{f,ct,r}} \quad (5.6)$$

Zur Berücksichtigung der tatsächlichen Faserorientierung im Bauteil $\eta_{Bauteil}$ sind die Bemessungswerte $f_{ct,r,d}$ und $\varepsilon_{ct,r,d}$ bzw. $f_{ct,r,k}$ und $\varepsilon_{ct,r,k}$ nach Glg. 5.7 entsprechend zu modifizieren (Freytag & Santner (2014)). Die Faserorientierung im Bauteil kann entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 2.3.2 geschätzt werden und ist gegebenenfalls durch Versuche zu verifizieren. Für die Faserorientierung im Versuch $\eta_{Versuch}$, ergeben sich für liegend hergestellte Probekörper in Abhängigkeit der Probekörpergeometrie Werte zwischen 0.6 und 0.7, wie die Schnittbildauswertung in Abschnitt 2.3.3 gezeigt hat.

$$f_{ct,r,d/k} = \frac{f_{ct,r,d/k}}{\eta_{Versuch}} \cdot \eta_{Bauteil} \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_{ct,r,d/k} = \frac{\varepsilon_{ct,r,d/k}}{\eta_{Versuch}} \cdot \eta_{Bauteil}$$

Der Designwert für die Zugspannung $f_{ct,r2,u,d}$ bei der Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$, bis zu der das Materialgesetz definiert wurde (Beschreibung siehe Kapitel 4), kann analog der Zugfestigkeit $f_{ct,r,d}$ nach Glg. 5.6 bzw. 5.7 berechnet werden. Für den Variationskoeffizienten ist ein Mindestwert von 0.15 anzusetzen. Der Teilsicherheitsbeiwert beträgt folglich mindestens 1.35. Die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r2}$ entspricht einem fixen Wert und ist daher auch nicht abzumindern bzw. zu reduzieren. Alternativ dazu kann der Bereich des Faserauszugs entsprechend den Ausführungen in AFGC (2013) als lineare Entfestigungsfunktion bis zu einer Rissöffnung von $l_f/4$ beschrieben werden. Die Umrechnung von Rissöffnung auf Zugdehnung wurde für diesen Fall bereits in Abschnitt 4.3.1 erläutert.

Die Bemessungsarbeitslinien für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) und der Gebrauchstauglichkeit (SLS) sind in Abb. 5.4 dargestellt. Anzumerken ist, dass die zentrische Matrixzugfestigkeit bei der Tragfähigkeitsbemessung nicht angesetzt werden darf. Folglich darf die Zugspannung $f_{ct,r,d}$ erst ab einer Dehnung $\varepsilon_{ct,0,d}$ angesetzt werden. Diese ergibt sich aus dem Designwert der Zugspannung $f_{ct,r,d}$ und dem reduzierten Elastizitätsmodul des Betons (siehe Glg. 5.3) zu $\varepsilon_{ct,0,d} = \frac{f_{ct,r,d}}{E_{cd}}$. Bei UHPC mit stark ausgeprägtem Strain-Hardening Verhalten ist zu beachten, dass die bei der Dehnung $\varepsilon_{ct,0,d}$ anzusetzende Zugspannung maximal dem Designwert der zentrischen Matrixzugfestigkeit $f_{ct,0,d}$ entsprechen darf ($f_{ct,r,d} \leq f_{ct,0,d}$), da es ansonsten zu einer Überschätzung des Tragverhaltens kommt. Die Zugspannung bei Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r,d}$ ist davon nicht betroffen und bleibt mit $f_{ct,r,d}$ unverändert, wie in Abb. 5.4 ersichtlich ist.

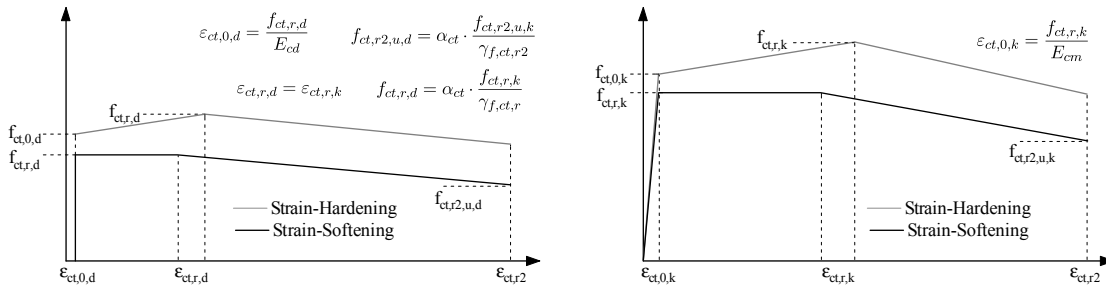


Abb. 5.4: Bemessungsarbeitslinie für UHPC im Grenzzustand der Tragfähigkeit (links) und der Gebrauchstauglichkeit (rechts)

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird in Anlehnung an ON-EN-1992-1-1 (2011) und AFGC (2013) mit charakteristischen Materialkennwerten gerechnet. Die Zugspannung zwischen Spannungsnulldurchgang bis zum Erreichen von $\varepsilon_{ct,0,k} = \frac{f_{ct,r,k}}{E_{cm}}$ darf berücksichtigt werden und verläuft linear, wie in Abb. 5.4 ersichtlich ist. Auch in diesem Fall ist bei UHPC mit stark ausgeprägtem Strain-Hardening Verhalten analog der ULS-Arbeitslinie zu berücksichtigen, dass die bei $\varepsilon_{ct,0,k}$ anzusetzende Zugspannung $f_{ct,r,k}$ maximal dem charakteristischen Wert der zentrischen Matrixzugfestigkeit $f_{ct,0,k}$ entsprechen darf ($f_{ct,r,k} \leq f_{ct,0,k}$).

5.2.2 Faserbewehrter UHPC

Im Folgenden wird ein Ansatz zur Biegebemessung von rein faserbewehrtem UHPC im Grenzzustand (ULS) der Tragsicherheit und der Gebrauchstauglichkeit (SLS) dargestellt.

Grenzzustand der Tragsicherheit

Beim Nachweis der Tragsicherheit wird, wie erwähnt, die zentrische Matrixzugfestigkeit des Betons nicht berücksichtigt. Die ULS-Bemessung auf Biegung und Normalkraft erfolgt am gerissenen UHPC-Querschnitt analog der Bemessung von Stahl- und Spannbeton unter der Annahme des Ebenbleibens des Querschnitts. In Abb. 5.5 sind die resultierenden Dehnungen und Spannungen am Querschnitt, mit der Bemessungsarbeitslinie aus Abb. 5.4, vereinfacht dargestellt. Da in diesem Fall nur das Verhalten bis zum Erreichen der Peaklast von Bedeutung ist, ist diese Vereinfachung möglich. Dabei handelt es sich um eine Arbeitslinie mit Strain-Softening Verhalten. Bei Strain-Hardening Verhalten ist die Zugarbeitslinie entsprechend der Bemessungsarbeitslinie (siehe Abb. 5.4) zu modifizieren.

Durch die Summe der horizontalen Kräfte und der Momente lässt sich die Druckzonenhöhe x und folglich die Dehnungsebene ermitteln. Je nach Ausnutzungsgrad des Querschnitts kann mit oder ohne horizontalem Plateau der Druckarbeitslinie gerechnet werden. Da die Mitberechnung des horizontalen Plateaus bei rein faserbewehrten Bauteilen in der Regel nicht erforderlich ist, ist das Plateau in Abb. 5.5 nur angedeutet.

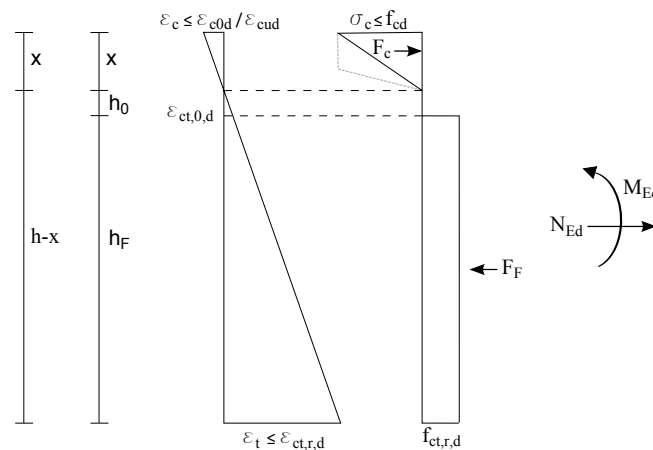


Abb. 5.5: Dehnungen (links) und Spannungen (rechts) bei der Querschnittsbemessung von rein faserbewehrtem UHPC im ULS

Der Querschnittsnachweis gilt als erfüllt, wenn der Querschnitt das einwirkende Moment M_{Ed} aufnehmen kann, die zulässige Betonstauchung eingehalten ist ($\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cud}$) und der Designwert der Zugdehnung $\varepsilon_{ct,r,d}$ am gezogenen Querschnittsrand nicht überschritten wird ($\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,d}$). Durch den hier vorgestellten Ansatz ist es erstmals möglich, die

Zugdehnung am gezogenen Querschnittsrand in Abhängigkeit der Materialkennwerte zu beschränken.

In der französischen Richtlinie AFGC (2013) wird die zulässige Zugdehnung mit maximal 2.5‰ festgelegt, während in anderen Bemessungsvorschlägen, wie beispielsweise Fehling et al. (2013) oder SIA (2014) keine Begrenzung der Zugdehnung angegeben wird. Ohne die Begrenzung der Zugdehnung kann die Betondruckzone voll ausgenutzt werden und es ergeben sich am gezogenen Querschnittsrand unrealistisch hohe Zugdehnungen, bei der eine konstante Zugspannung in der Zugzone nicht gerechtfertigt ist.

Die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r,d}$ ist einzuhalten, da diese Dehnung bei maximaler Biegetragfähigkeit (Peaklast im Biegezugversuch) vorhanden ist (siehe Kapitel 4). Nach Überschreiten von $\varepsilon_{ct,r,d}$ kommt es zur Lokalisation und die Rissöffnung beginnt. Da mit der Rissöffnung bzw. dem Faserauszug auch eine Reduktion der Querschnittstragfähigkeit einhergeht (siehe Kapitel 3 und 4), ist eine Überschreitung von $\varepsilon_{ct,r,d}$ bei Systemen ohne Umlagerungsvermögen unbedingt zu vermeiden.

Bei Systemen mit Umlagerungsvermögen kann die Dehnung $\varepsilon_{ct,r,d}$ überschritten werden (solange $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,2}$), da sich in den maximal beanspruchten Bereichen ein plastisches Gelenk ausbildet. Durch die Umlagerung des Momentes von hoch beanspruchten in weniger stark beanspruchte Bereiche kann die Systemtragfähigkeit weiter gesteigert werden. Ein Nachweis der plastischen Rotationskapazität ist jedoch unbedingt erforderlich.

Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist vorab zu prüfen welche Bereiche unter charakteristischer Lastfallkombination gerissen sind ($M_{SLS} > M_{cr} = W \cdot f_{fct,fl,k}$). Für den maßgebenden Querschnitt wird unter geforderter Lastfallkombination anschließend der Querschnittsnachweis analog der vorher beschriebenen Bemessung im ULS, siehe Abb. 5.5, durchgeführt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Berechnung mit den charakteristischen Werten der Druck- und Zugfestigkeit erfolgt. Die für die SLS-Bemessung anzusetzende Druck- und Zugarbeitslinie ist Abb. 5.2 bzw. 5.4 zu entnehmen.

In der Regel wird vor der SLS-Bemessung die ULS-Bemessung durchgeführt. Ist dort die Bedingung $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,d}$ eingehalten, so ist die Zugdehnung im SLS ε_t zwangsläufig kleiner als der charakteristische Wert der Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r,k}$, welche für den Nachweis im SLS maßgebend ist. Da man sich bei Dehnungen $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,k}$ auf dem ansteigenden Ast der Arbeitslinie bzw. im Bereich der Mehrfachrissbildung im Biegezugversuch (siehe Kapitel 3 und 4) befindet, ist die Rissbreite extrem klein. Folglich ist kein expliziter Nachweis der Rissbreite erforderlich.

Wird bei Bauteilen mit Umlagerungsvermögen die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r,k}$ überschritten, so bildet sich bereits im SLS ein plastisches Gelenk aus. Auch auf Basis der Fließgelenktheorie ist die Rissöffnung entsprechend der maximal zugelassen Rissbreite zu beschränken. Des Weiteren ist die plastische Rotationskapazität nachzuweisen.

Zur Berechnung der Durchbiegung wird, analog den Ausführungen in AFGC (2013) empfohlen, diese mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte durch die Integration der Krümmungen am statischen und virtuellen System zu berechnen. Dieses Verfahren wurde bereits zur Berechnung der Mittendurchbiegung von Biegezugversuchen im analytischen und numerischen Modell in Kapitel 3 bzw. 4 angewendet. Die Krümmungen in den gerissenen Bauteilbereichen können durch die vorgestellte Querschnittsbemessung im SLS für die entsprechende Lastfallkombinationen ermittelt werden, da bei ebenbleibenden Querschnitten allgemein $\varkappa = \frac{\varepsilon_c}{x}$ gilt.

Entsprechend den Regeln für Normalbeton (siehe ON-EN-1992-1-1 (2011)) sind die Betondruckspannungen im SLS unter charakteristischer Lastfallkombination mit $\sigma_c \leq 0.6 \cdot f_{ck}$ bzw. $\sigma_c \leq 0.45 \cdot f_{ck}$ unter quasi-ständiger Lastfallkombination zu begrenzen. Weitere Nachweise für UHPC, wie etwa auf Ermüdung oder Querkraft, können den entsprechenden Richtlinien, wie beispielsweise AFGC (2013), Fehling et al. (2013) oder SIA (2014) entnommen werden.

5.2.3 Faserbewehrter UHPC in Kombination mit Betonstahlbewehrung

Im Folgenden wird ein Ansatz zur Biegebemessung von faserbewehrtem UHPC in Kombination mit konventioneller Betonstahlbewehrung im Grenzzustand der Tragsicherheit (ULS) und der Gebrauchstauglichkeit (SLS) beschrieben.

Grenzzustand der Tragsicherheit

Auch in Kombination mit Bewehrung erfolgt die Bemessung auf Biegung und Normalkraft am gerissenen UHPC-Querschnitt analog der Bemessung von Stahl- und Spannbeton unter der Annahme eines Ebenbleiben des Querschnitts (Fehling et al. (2013)). Des Weiteren wird von einem starren Verbund zwischen Bewehrung und Betonmatrix ausgegangen. Verwendet wird die in Abb. 5.4 dargestellte Bemessungsarbeitslinie für den Nachweis der Tragsicherheit.

Grundsätzlich ist zu unterscheiden, ob die Grenzdehnung am gezogenen Querschnittsrand eingehalten wird oder nicht. Die Querschnittsbemessung erfolgt analog der ULS-Bemessung von rein faserbewehrtem UHPC, allerdings mit einer zusätzlichen Stahlkraft. In Abb. 5.6 sind die resultierenden Dehnungen und Spannungen dargestellt.

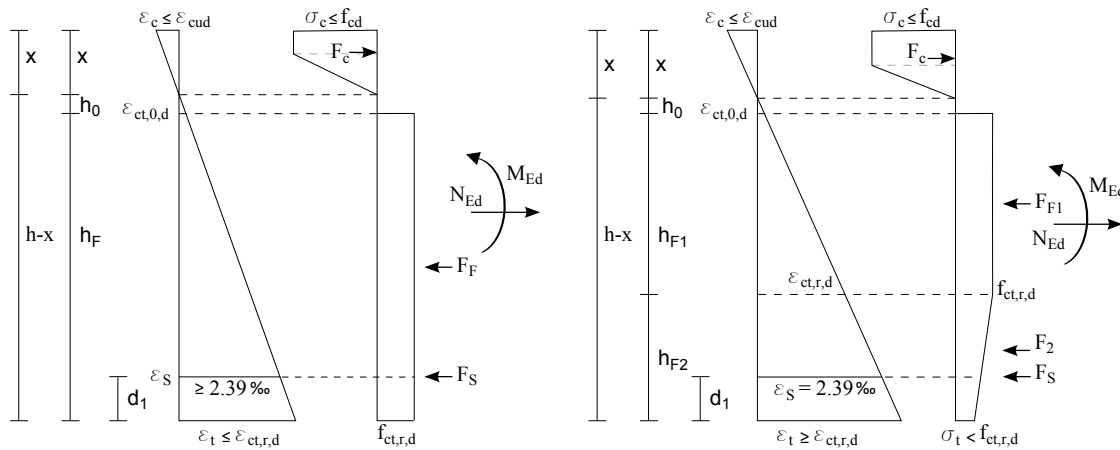


Abb. 5.6: Dehnungen und Spannungen bei der Querschnittsbemessung von faserbewehrtem UHPC mit Betonstahlbewehrung im ULS für $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,d}$ (links) und $\varepsilon_t > \varepsilon_{ct,r,d}$ (rechts)

Durch die Summe der horizontalen Kräfte und der Momente lässt sich die Druckzonenhöhe x und folglich die Dehnungsebene ermitteln. Da die Druckzone nun besser ausgenutzt wird, ist in der Regel das horizontale Plateau der Druckarbeitslinie mitzubedenken, wie in Abb. 5.6 ersichtlich ist. Der Nachweis gilt als erfüllt, wenn das Moment aufgenommen werden kann, die zulässige Betonstauchung $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cud}$ sowie der Designwert der Zugdehnung $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,d}$ eingehalten werden.

Wird der Designwert der Zugdehnung überschritten ($\varepsilon_t > \varepsilon_{ct,r,d}$) so ist das Gleichgewicht am Querschnitt durch die Summe der horizontalen Kräfte und Momente neu aufzustellen. Dabei ist zu beachten, dass am unteren Querschnittsrand nicht mehr die volle Tragfähigkeit

der Fasern vorhanden ist, wie in Abb. 5.6 ersichtlich ist. In Abhängigkeit der Dehnung ε_t , für die gilt $\varepsilon_{ct,r,d} < \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,2}$, ist zwischen $f_{ct,r,d}$ und $f_{ct,r,2,u,d}$ zu interpolieren (siehe Arbeitslinie in Abb. 5.4). Dies stellt einen iterativen Prozess dar. Schlussendlich ist in beiden Fällen sicherzustellen, dass auch bei einem Fließen der Bewehrung ($\varepsilon_s \geq 2.39$) die zulässige Stauchung $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cud}$ der Betondruckzone nicht überschritten wird

Bei Bauteilen mit Umlagerungsvermögen kann die Systemtragfähigkeit durch die Ausbildung eines plastischen Gelenks weiter gesteigert werden. In diesem Fall ist der Nachweis der plastischen Rotationskapazität zu erbringen.

Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist in gerissene und ungerissene Bereiche zufolge der charakteristischen Lastfallkombination zu unterscheiden ($M_{SLS} > M_{cr} = W \cdot f_{ct,fl,k}$). Für den maßgebenden Querschnitt wird unter geforderter Lastfallkombination anschließend der Querschnittsnachweis analog der vorher beschriebenen Bemessung im ULS, siehe Abb. 5.6, durchgeführt. Dabei ist wiederum zu beachten, dass die Berechnung mit den charakteristischen Werten der Druck- und Zugfestigkeit erfolgt. Die für die SLS-Bemessung anzusetzende Druck- und Zugarbeitslinie ist Abb. 5.2 bzw. 5.4 zu entnehmen.

Wird die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r,k}$ nicht überschritten ($\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct,r,k}$), so befindet man sich auf dem ansteigenden Ast der Arbeitslinie bzw. im Bereich der Mehrfachrissbildung im Biegezugversuch (siehe Kapitel 3 und 4). Folglich ist die Rissbreite extrem klein und es ist kein expliziter Nachweis der Rissbreite erforderlich.

Wird in der SLS-Querschnittsbemessung die Grenzdehnung $\varepsilon_{ct,r,k}$ überschritten ($\varepsilon_t > \varepsilon_{ct,r,k}$) so kommt es bereits unter Gebrauchslastniveau zu einer Lokalisation. Dies ist jedoch nur bei geringen Fasergehalten in Kombination mit kurzer Faserlänge der Fall. Folglich ist ein genauer Nachweis der Rissbreite erforderlich. In Fehling et al. (2013) und AFGC (2013) werden dazu Ansätze vorgeschlagen, die beide zu sehr ähnlichen Ergebnissen führen. Werden Umlagerungsmöglichkeiten bei entsprechenden System bereits im SLS ausgenützt, so ist ergänzend der Nachweis der plastischen Rotationskapazität erforderlich. Die Rissbreite ist folglich auf Basis der Fließgelenktheorie zu berechnen.

Des Weiteren sollte die Berechnung der Durchbiegung über die Integration der Krümmungen erfolgen, wie bereits bei rein faserbewehrtem UHPC in Abschnitt 5.2.2 beschrieben und erläutert wurde. Die Begrenzung der Betondruckspannung unter charakteristischer und quasi-ständiger Lastfallkombination hat ebenfalls entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 5.2.2 zu erfolgen. Für weitere Nachweise für UHPC, wie etwa auf Ermüdung oder Querkraft, sei an dieser Stelle nochmals auf AFGC (2013), Fehling et al. (2013) oder SIA (2014) verwiesen.

5.3 Bemessung von stahlfaserbewehrtem Normalbeton

Für die Bemessung von normalfestem Stahlfaserbeton mit Deflection-Softening Verhalten existiert bereits eine Vielzahl national und international gültiger Bemessungsansätze, wie beispielsweise SIA (1999), ÖBV (2008), DAfStb (2010) oder CEB-fib (2013). Sowohl die österreichische Richtlinie (ÖBV (2008)) als auch die DAfStb-Richtlinie (DAfStb (2010)) teilen die Leistungsfähigkeit von Stahlfaserbeton in Leistungsklassen ein. Zur Bestimmung der Leistungsklasse werden 4-Punkt-Biegezugversuche durchgeführt und die zentrische Zugfestigkeit anschließend durch Umrechnungsfaktoren (β -Faktoren) bestimmt.

Da in Kapitel 2 Versuche an Standardbiegebalken nach DAfStb (2010) durchgeführt wurden, beziehen sich die hier dargestellten Ausführungen auf die DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton.

Eine genaue Beschreibung und Bewertung der DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton (DAfStb (2010)) ist der Arbeit von Gröger (2017) zu entnehmen. Wie in Kapitel 2 beschrieben, definiert die Richtlinie die Biegezugspannung bei einer Mittendurchbiegung $\delta = 0.5$ mm für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS; L1) und $\delta = 3.5$ mm für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS; L2). Die Umrechnung auf die zentrische Zugfestigkeit erfolgt mit den Faktoren $\beta_{L1} = 0.40$ und $\beta_{L2} = 0.27$. In der Arbeit von Gröger (2017) konnte gezeigt werden, dass die gewählten Faktoren die Tragfähigkeit um ca. 5% überschätzen, was auf die zu groß gewählte Druckzonenhöhe zurückzuführen ist. Gröger (2017) schlägt daher vor, die Faktoren mit 0.38 bzw. 0.26 zu definieren. Strack (2007) kam in seinen Untersuchungen zu sehr ähnlichen Ergebnissen. Wird in Biegezugversuchen ein Deflection-Hardening Verhalten beobachtet, so wird empfohlen die Zugarbeitslinie analog zu UHPC entsprechend Abschnitt 5.2.1 zu ermitteln.

Die im Allgemeinen geringe Bemessungstragfähigkeit von Stahlfaserbeton wird, entsprechend den Ausführungen in Gröger (2017), wesentlich durch die statistische Auswertung der Biegezugversuche verursacht. Um den charakteristischen Wert der Biegezugfestigkeit zu erhalten, wird der Mittelwert um den Faktor 0.51 abgemindert, was einem Variationskoeffizienten von ca. 25% entspricht. Erst bei größeren Streuungen wird der charakteristische Wert in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten und der Probekörperanzahl berechnet. Dazu wird in der Richtlinie die logarithmische Normalverteilung verwendet, welche zu sehr ähnlichen Ergebnissen führt, wie die Berechnung nach Glg. 5.1 mit der Gaußschen Normalverteilung.

Die Auswertung der eigenen Versuche in Kapitel 2 hat gezeigt, dass die Streuung der Biegezugfestigkeit bei herkömmlicher Faserzugabe tatsächlich in der Größenordnung von $\approx 20 - 25\%$ liegt. Daher scheint die Annahme des Faktors 0.51 grundsätzlich gerechtfertigt. Wie in den Versuchen jedoch ebenfalls festgestellt wurde, kann die Streuung durch geeignete Faserzugabe deutlich reduziert werden. Daher wird an dieser Stelle vorgeschlagen bei der Auswertung der Balkenversuche grundsätzlich einen Variationskoeffizienten von 15% zu definieren. Erst wenn der in Versuchen beobachtete Variationskoeffizient größer als 15% ist, sollte der charakteristische Werte entsprechend Glg. 5.1 bzw. der logarithmischen Normalverteilung in DAfStb (2010) gebildet werden. Der beschriebene Faktor erhöht sich dadurch von 0.51 auf 0.70. Des Weiteren wird die Abnahme des Variationskoeffizienten mit zunehmender Querschnittsfläche in DAfStb (2010) bereits durch den Faktor κ_G^f berücksichtigt. Da auch in den eigenen Versuchen eine Abnahme des Variationskoeffizienten mit zunehmender Querschnittsfläche beobachtet werden konnte, wird empfohlen diesen Faktor beizubehalten.

Des Weiteren wird der Bemessungswert der Zugfestigkeit um den Faktor κ_F^f abgemindert, der die unterschiedliche Faserorientierung zwischen Probekörper und Bauteil berücksichtigt. Er ist generell mit 0.5 festgelegt. Bei liegend hergestellten flächenhaften Bauteilen ($b > 5 \cdot h$) darf er zu 1.0 gesetzt werden. Entsprechend den Versuchsergebnissen in Abschnitt 2 und den Ausführungen in Hadl et al. (2015) ist die Faserorientierung in Standardbiegebalken und in liegend hergestellten Balken und Platten bei lagenweiser Herstellung als ähnlich zu beurteilen. Es wird daher vorgeschlagen in liegend hergestellten Bauteilen, die ähnlich wie Standardbiegebalken hergestellt wurden, und folglich die gleiche Faserorientierung zu erwarten ist, den Faktor generell mit 1.0 zu definieren. Für vertikal hergestellte Elemente sollte der Wert entsprechend den Ergebnissen in Hadl et al. (2015) und Empelmann & Teutsch (2009) mit 0.6 definiert werden.

Der Sicherheitsfaktor für die Zugbeanspruchung ist in DAfStb (2010) mit 1.25 festgelegt. Dieser scheint in Anbetracht der großen Streuungen etwas klein, ist jedoch durch die Tatsache, dass Stahlfaserbeton hauptsächlich in Bauteilen mit großem Umlagerungsvermögen und niedrigem Gefährdungspotential verwendet wird, gerechtfertigt.

5.4 Empfehlung für die Herstellung

Basierend auf den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen können folgende Empfehlungen für die Herstellung und Verarbeitung von normal- und ultrahochfestem Stahlfaserbeton definiert werden:

- Um im Tragverhalten von Stahlfaserbeton geringe Streuungen gewährleisten zu können, ist eine entsprechend gleichmäßige bzw. homogene Faserverteilung Voraussetzung. Dabei ist entscheidend, wie die Fasern nach dem Mischprozess verteilt sind. Bei entsprechenden Frischbetoneigenschaften ändert sich die Faserverteilung während der Betonage von Bauteilen mittels Krankübel oder Betonpumpe nur mehr in geringem Maße. Daher sollten die Fasern wenn möglich mittels Faserdosiermaschine in den Werksmischer eindosiert werden. Wie die Versuche in Kapitel 2 gezeigt haben, lassen sich die Streuungen dadurch deutlich reduzieren. Wenngleich im Rahmen dieser Untersuchungen nur Fasern mit Endhaken untersucht wurden, so ist davon auszugehen, dass dies auch für andere Fasergeometrien gilt. Bevor mit der Dosierung der Fasern begonnen wird, sollte der Beton bereits eine entsprechende Frischbetonkonsistenz erreicht haben.
- Auch bei der Herstellung von UHPC sollten die Fasern erst zugegeben werden, nachdem der Nullbeton bereits einen fließfähigen Zustand erreicht hat. Durch die Faserdosiermaschine werden die Fasern vor dem Einmischen vereinzelt, sodass keine Faserbündel (Igel) in den Mischer beigegeben werden. Werden Faserbündel in den Mischer zugegeben, so reicht die Mischenergie häufig nicht aus, um diese zu trennen. Die Neigung zur Igelbildung steigt bekanntlich mit zunehmendem Fasergehalt und Faserschlankheit. Des Weiteren ist zu beachten, dass die bei UHPC üblichen hohen Fasergehalte in Abhängigkeit der Fasergeometrie teilweise erheblichen Einfluss auf die Frischbetoneigenschaften haben.
- Die Faserverteilung im Fahrnischer ist bei normalfestem Stahlfaserbeton, wie in DAfStb (2010) vorgeschlagen, durch Auswaschversuche zu überprüfen. Bei UHPC ist das Probenvolumen aufgrund der geringeren Querschnittsabmessungen von 15 l auf ca. 5 l zu reduzieren.
- Bei normalfestem Stahlfaserbeton haben die Frischbetonkonsistenz und die Rüttelgassen keinen nennenswerten Einfluss auf die Faserverteilung. Die Frischbetonkonsistenz und die Betonzusammensetzung ist jedoch so zu wählen, dass auch bei sorgfältiger Verdichtung ein Absetzen der Fasern vermieden wird.
- Die Herstellungsart und die Ausrichtung der Fasern mit zunehmendem Fließweg ist bei der Erstellung von Betonierplänen zu berücksichtigen. Die Faserorientierung in liegend hergestellten Balken und Platten streut, bei konstanter Herstellungsmethode nur in geringer Bandbreite und ist weitgehend unabhängig von Faserlänge und Fasergehalt. Bei normalfestem Stahlfaserbeton wird eine lagenweise Herstellung in Schichten empfohlen. Bei der Befüllung von UHPC-Bauteilen ist zu beachten, dass sich die Orientierung je nach Herstellungsart, Probekörpergeometrie und Fließprozess ändert, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben wurde. Dies gilt insbesondere für Bauteile mit komplexer Geometrie und aufwendigen Befüll- bzw. Fließwegen. Die Annahmen zur Faserorientierung sind gegebenenfalls durch Versuche zu verifizieren.

- Das Grobkorn ist in Abhängigkeit der Fasergeometrie und des Fasergehaltes zu wählen, wie in Abschnitt 3.3.4 beschrieben wurde.
- Die Druckfestigkeit des Betons ist so zu wählen, dass ein Reißen der Fasern verhindert wird. Neben Mindestwerten der Druckfestigkeit sind daher auch maximal zugelassene Überfestigkeiten zu definieren.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschreibt umfangreiche experimentelle und numerische Untersuchungen zum Tragverhalten von stahlfaserbewehrtem NSC und UHPC. Zusätzlich wurde ein analytisches Modell entwickelt, um zentrische Zugspannungs-Dehnungslinien aus den in Biegezugversuchen gewonnen Kraft-Durchbiegungskurven mechanisch konsistent ableiten zu können.

In den experimentellen Untersuchungen konnte festgestellt werden, dass die Streuung im Nachrisszugtragverhalten stark durch die Art der Faserzugabe beeinflusst wird, und folglich durch eine sorgfältige Faserzugabe deutlich reduziert werden kann. Bislang wurde der Art der Faserzugabe nur geringe Aufmerksamkeit geschenkt. Des Weiteren nimmt die Streuung mit zunehmender mittlerer Faseranzahl in der Bruchfläche tendenziell ab. Dabei ist es unerheblich, ob die Faseranzahl durch die Probekörper-, die Fasergeometrie oder den Fasergehalt beeinflusst wird. Tendenziell ist die Verwendung langer Fasern für das Tragverhalten als auch für dessen Streuungen sowohl für NSC als auch bei UHPC am sinnvollsten. Die Ergebnisse der Schnittbildauswertung zeigen, dass die Faserorientierung in liegend hergestellten Balken und Platten bei konstanter Herstellungsmethode relativ konstant ist, während die Faserverteilung stärker streut.

Das in Kapitel 3 beschriebene numerische Modell unterteilt das Tragverhalten im Biegezugversuch in einen verfestigenden Bereich bis zum Erreichen der Peaklast und den Lokalisationsbereich. Im Modell ist die genaue Position jeder Faser bekannt, sodass durch die Iteration der Druckzonenhöhe für jeden Dehnungszustand bzw. jede Rissöffnung das resultierende Moment berechnet werden kann. Während der Lokalisation werden auch reversible Verformungsanteile berücksichtigt. Mit dem Modell können die Ergebnisse der Biegezugversuche aus NSC und UHPC mit Deflection-Hardening oder Deflection-Softening Verhalten sehr gut nachgerechnet werden. Dabei hat sich gezeigt, dass die Ausmitte des Makrorisses zur korrekten Abbildung des entfestigenden Bereichs von großer Bedeutung ist.

Die Auswertung der Prozesszonlänge hat ergeben, dass diese anfangs mit der Rissbreite wächst und sich bei großen Rissbreiten asymptotisch einem Grenzwert annähert. Der Fasergehalt spielt hierbei eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Die Prozesszonlänge wurde bis zu einer Grenzdehnung von 15 - 25‰ bestimmt. Bei UHPC konnte festgestellt werden, dass die Prozesszonlänge bei vorgegebener Dehnung mit zunehmender Krümmung zufolge Peaklast abnimmt. Bei Normalbeton mit Deflection-Softening Verhalten kann die Prozesszonlänge mit $0.9 \cdot h$ ausreichend genau abgeschätzt werden. Mit zunehmender Bauteildicke wird diese jedoch überschätzt. Anzumerken ist, dass die Prozesszonlänge stark von der Probekörper- bzw. Bauteilhöhe und der Biegeschlankheit bestimmt wird.

Des Weiteren ermöglicht das numerische Modell genaue Untersuchungen zur Faserverteilung und Faserorientierung, sowie die Definition eines Mindestfasergehaltes für Stahlfaserbetonbauteile. Es konnte festgestellt werden, dass es in Stahlfaserbeton eine Streuungskonstante gibt, die bei theoretisch optimaler Faserverteilung und Faserorientierung aufgrund der nicht unendlichen Faserlänge auftritt. Dabei handelt es sich jedoch um eine rein theoretische Betrachtung, die stark durch die Faserform (gerade oder mit

Endhaken) beeinflusst wird. Darüber hinaus konnte festgestellt werden, dass die Streuung im Tragverhalten von Stahlfaserbeton sowohl durch die Faserorientierung als auch die Faserverteilung verursacht wird. Eine Änderung der Faserorientierung hat dabei einen überproportionalen Einfluss auf das Tragverhalten, da sich dadurch sowohl die Faseranzahl als auch die Orientierung im Schnitt ändern. Hingegen wird die Streuung des Fasergehaltes eins zu eins im Biegetragverhalten wiedergegeben. Mit der in der Schnittbildauswertung beobachteten Streuung der Faserverteilung und -orientierung, konnten die Ergebnisse und Streuungen der Biegezugversuche sehr gut nachgerechnet bzw. simuliert werden. Basierend auf diesen Untersuchungen kann gesagt werden, dass die Faserorientierung in Bauteilen, die stets auf dieselbe Art und Weise hergestellt werden, z.B. liegend hergestellte Balken oder Platten, zu Streuungen im Tragverhalten von ca. 5 - 10% führt. Größere Streuungen sind auf Inhomogenitäten in der Faserverteilung zurückzuführen. An dieser Stelle sei nochmals angemerkt, dass sich die Faserorientierung je nach Herstellungsart, Probekörpergeometrie und Fließprozess ändert. Dies ist insbesondere bei der Herstellung von Bauteilen aus UHPC mit komplexer Geometrie und aufwendigen Befüll- bzw. Fließwegen zu beachten. Die in der Bemessung notwendigen Annahmen zur Faserorientierung sind gegebenenfalls durch Versuche zu verifizieren. Die Anwendung eines auf der sicheren Seite liegenden Reduzierungsfaktors in der Richtlinie (Norm) zur Berücksichtigung der Faserorientierung erscheint in diesem Fall nicht zielführend.

Durch das in Kapitel 4 beschriebene analytische Modell ist es möglich das Materialgesetz aus Biegezugversuchen mit Deflection-Hardening Verhalten direkt auf Basis von zwei Punkten der Kraft-Durchbiegungskurve zu bestimmen. Der erste Punkt entspricht dabei der Peaklast im Biegezugversuch und der zweite dem Moment und der Durchbiegung bei Grenzdehnung bis zu der das Materialgesetz ermittelt wird. Auch in diesem Modell erfolgt eine Differenzierung in verfestigendes und entfestigendes Tragverhalten. Im Lokalisationsbereich ist die Definition der Prozesszonenlänge erforderlich, die auf Basis der Ergebnisse des numerischen Modells, durch Näherungsfunktionen abgeschätzt wird. Ein Vergleich der durch die Nachrechnung der Biegezugversuche ermittelten Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen und analytischen Modell zeigt eine ausgezeichnete Übereinstimmung. Verifiziert wurden die Berechnungsergebnisse durch die Nachrechnung mittels FE-Simulation.

Aufbauend auf den beschriebenen Ergebnissen wurde ein Vorschlag zur Bemessung und Herstellung von Stahlfaserbeton erarbeitet. Der Bemessungsvorschlag behandelt vorwiegend faserbewehrten UHPC mit Deflection-Hardening Verhalten mit und ohne konventionelle Betonstahlbewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. Dabei ist grundsätzlich zwischen Bauteilen mit und ohne Umlagerungsvermögen zu unterscheiden. Zusätzlich erfolgt ein Vorschlag zur Modifikation einiger Faktoren in der DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton sowie eine Empfehlung für die Herstellung.

In den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modellen wird von einem rechteckförmigen Verlauf der Prozesszonenlänge mit konstanter Krümmung ausgegangen. Tatsächlich kommt es in lokalisierten Bereichen jedoch zu einer nichtlinearen Zunahme der Krümmung über die Prozesszonenlänge. Mit dem rechteckförmigen Verlauf ist ein sprunghafter bzw. stufenweiser Anstieg der Krümmung beim Übergang zwischen Lokalisationsbereich und Bereich außerhalb der Makrorissbildung verbunden. Dieser Übergang ist in weiteren Arbeiten genauer abzubilden, sodass es zu einem kontinuierlichen Anstieg der Krümmung kommt. Weiterer Forschungsbedarf besteht des Weiteren bei der Berücksichtigung der reversiblen Verformungsanteile. Der hier verwendete Ansatz stellt eine empirische Lösung dar, der durch den Vergleich mit Versuchsergebnissen bestimmt wurde. Durch die Verwendung

des ideal - plastischen Verbundgesetzes sollte eine analytische Lösung möglich sein, was im Detail jedoch noch zu prüfen ist.

Die Ergebnisse dieser Arbeit bilden die Grundlage um das Materialgesetz von Stahlfaserbeton mit Deflection-Hardening Verhalten aus Biegezugversuchen mechanisch konsistent ableiten zu können. Somit kann die Zugspannungs-Dehnungslinie für Balken mit Mehrfachrissbildung in Zukunft durch Biegezugversuche bestimmt werden, was im Vergleich zu zentrischen Zugversuchen zeitliche und wirtschaftliche Vorteile bringt. Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass die Streuung im Tragverhalten durch die Einhaltung einiger misch- und verarbeitungstechnischer Grundregeln deutlich reduziert werden kann.

Literaturverzeichnis

- Abrishamabaf, A., Barros, J., & Cunha, V. (2013). Relation between fibre distribution and post-cracking behaviour in steel fibre reinforced self-compacting concrete panels. *Cement and Concrete Research*, 51, S. 57–66.
- AFGC (2013). *Bétons fibrés á ultra-hautes performances. Recommendations Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete*. AFGC, Setra.
- Baby, F., Graybeal, B., Marchand, P., & Toutlemonde, F. (2013). UHPFRC tensile behaviour characterization: inverse analysis of four-point bending test results. *Materials and Structures*, 46, S. 1337–1354.
- Barr, B., Lee, M., de Place Hansen, J., Dupont, D., Erdem, E., Schaerlaekens, S., Schnütgen, B., Stang, H., & Vandewalle, L. (2003). Round-robin analysis of the RILEM TC 162-TDF beam-bending test: Part 2 - Approximation of delta from the CMOD response. *Materials and Structures*, 36, S. 621–630.
- Bazant, Z.-P. & Oh, B.-H. (1983). Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, 16, S. 155–157.
- Belhouli, M. (1996). *Analyse et modélisation du comportement d'un matériau à matrice cimentaire fibrée à ultra hautes performances*. PhD thesis, E.N.S. Cachan.
- Blanco, A., Pujadas, P., de la Fuente, A., Cavalargo, S., & Aguado, A. (2013). Fibre Orientation in SFRC Slabs. In *Proceedings of the 7th International Conference of Fibre Concrete 2013*.
- Bonzel, J. & Schmidt, M. (1984). Verteilung und Orientierung von Stahlfasern im Beton und ihr Einfluss auf die Eigenschaften von Stahlfaserbeton - Teil 1. *Beton*, 34, S. 463–470.
- Bonzel, J. & Schmidt, M. (1985). Verteilung und Orientierung von Stahlfasern im Beton und ihr Einfluss auf die Eigenschaften von Stahlfaserbeton - Teil 2. *Beton*, 35, S. 27–32.
- Boulekbache, B., Hamrat, M., Chemrouk, M., & Amziane, S. (2010). Flowability of fibre-reinforced concrete and its effect on the mechanical properties of the material. *Construction and Building Materials*, 24, S. 1664–1671.
- Breitenbücher, R. & Song, F. (2014). Experimentelle Untersuchungen zum Auszugverhalten von Stahlfasern in höherfesten Betonen. *Beton- und Stahlbetonbau*, 109, S. 43–52.
- ÖBV (2008). *Richtlinie Faserbeton*. Österreichische Vereinigung für Beton- und Bautechnik.
- CEB-fib (1993). *Model Code for Concrete Structures 1990*. International Federation for Structural Concrete (fib).
- CEB-fib (2013). *Model Code for Concrete Structures 2010*. International Federation for Structural Concrete (fib).

- Cunha, V., Barros, A., & Sena-Cruz, J. (2010). Pullout Behavior Steel Fibers in Self-Compacting Concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 22, S. 1–9.
- DAfStb (2003). *Richtlinie Selbstverdichtender Beton*. Beuth Verlag.
- DAfStb (2007). *Sachstandsbericht UHPC*. Beuth Verlag.
- DAfStb (2010). *Richtlinie Stahlfaserbeton*. Beuth Verlag.
- Eckey, H., Kosfeld, R., & Türck, M. (2005). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Induktive Statistik: Grundlagen - Methoden - Beispiele*. Gabler Verlag.
- Edgington, J. & Hannant, D. (1972). Steel fibre reinforced concrete: The effect on fibre orientation of compaction and vibration. *Materials and Structures*, 5, S. 41–44.
- Empelmann, M. & Teutsch, M. (2009). Versuche zur Auswirkung der Herstellung: Faserorientierung und Leistungsfähigkeit von Stahlfaser- sowie Kunststofffaserbeton. *Beton*, 117, S. 254–259.
- Erdem, E. (2002). *Probabilistisch basierte Auslegung stahlfasermodifizierter Betonbauteile auf experimenteller Grundlage*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum.
- Fehling, E., Schmidt, M., Walraven, J., Leutbecher, T., & Fröhlich, S. (2013). *Beton-Kalender, Kapitel IX: Ultrahochfester Beton - UHPC*. Ernst und Sohn.
- Ferrara, L., Ozyurt, N., & Prisco, M. (04/2011). High mechanical performance of fibre reinforced cementitious composites: the role of "casting-flow induced" fibre orientation. *Materials and Structures*, 44, S. 109–128.
- Foster, S.-J. (2001). On Behaviour of High-Strength Concrete Columns: Cover Spalling, Steel Fibres, and Ductility. *ACI Structural Journal*, 98, S. 583–589.
- Freytag, B. (2014). *UHPC im konstruktiven Ingenieurbau*. Habilitationsschrift, Technische Universität Graz.
- Freytag, B. & Santner, G. (2014). Bemessung von Bauteilen aus faserbewehrtem UHPC - Zug, Druck, Biegung. In *Beiträge zum 2. Grazer Betonkolloquium - 25./26. September 2014 - Nachhaltig Bauen mit Beton: Werkstoff und Konstruktion*. Verlag der Technischen Universität Graz.
- Fröhlich, S. & Schmidt, M. (2014). Testen von Ultra-hochfestem Beton. In Schmidt, M., Fehling, E., Fröhlich, S., & Thiemicke, J. (Eds.), *Nachhaltiges Bauen mit ultrahochfestem Beton: Ergebnisse des Schwerpunktprogrammes 1182*. Kassel University Press.
- Gröger, J. (2017). *Ein Beitrag zur Beschreibung des Zugtragverhaltens von stahlfaserverstärktem Beton*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwissenschaften, Institut für Betonbau, Technische Universität Graz - Dissertation in Vorbereitung.
- Gröger, J., Tue, N., & Wille, K. (2012). Bending Behaviour and Variation of flexural Parameters of UHPFRC. In *Proceedings of 3rd International Symposium on Ultra-High Performance Concrete*. Kassel University Press.
- Grünewald, S. (2004). *Performance-based design of self-compacting fibre reinforced concrete*. Dissertation, TU Delft.

- Habel, K. (2004). *Structural Behaviour of Elements Combining Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concretes (UHPRFC) and Reinforced Concrete*. Dissertation, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- Hadl, P., della Pietra, R., Kim, H., Tue, N.-V., & Pilch, E. (2015). Anwendung von UHPC als direkt befahrener Aufbeton bei der Integralisierung eines bestehenden Brückenbauwerks in Österreich. *Beton- und Stahlbetonbau*, 110, S. 162–170.
- Hadl, P., J.Gröger, & Tue, N.-V. (2015). Experimentelle Untersuchungen zur Streuung im Zugtragverhalten von Stahlfaserbeton. *Bautechnik*, 92, S. 385–393.
- Hadl, P., Kim, H., & Tue, N.-V. (2016). Experimental Investigations on the Scattering in the post cracking tensile behaviour of UHPRFC. In *Proceedings of 4th International Symposium on Ultra-High Performance Concrete and High Performance Materials*. Kassel University Press.
- Hadl, P. & Tue, N.-V. (2016). Einfluss der Faserzugabe auf die Streuung im Zugtragverhalten von Stahlfaserbeton. *Beton- und Stahlbetonbau*, 111, S. 310–318.
- Haji-Akbari, A., Engel, M., Keys, A., Zheng, X., Petschek, R., Palffy-Muhoray, P., & Glotzer, S. (2009). Disordered, quasicrystalline and crystalline phases of densely packed tetrahedra. *Nature*.
- Hilsdorf, H., Brameshuber, W., & Kottas, R. (1985). *Weiterentwicklung und Optimierung der Materialeigenschaften faserbewehrten Betons und Spritzbetons als Stabilisierungselemente der Felssicherung*. Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben, Universität Karlsruhe.
- Holschemacher, K., Klug, Y., Dehn, F., & Wörner, J.-D. (2006). *Beton-Kalender, Kapitel X: Faserbeton*. Ernst und Sohn.
- Huß, M. (2016). *Optimierung der Faserbewehrung für UHPC*. Masterarbeit, TU Graz.
- Illich, G. (2015). *Ein Beitrag zur allgemeinen Beschreibung des Tragverhaltens von schlanken Betondruckgliedern*. Dissertation, TU Graz.
- Johnson, N., Kotz, S., & Balakrishnam, N. (1995). *Continuous Univariate Distributions - Second Edition*, volume 2. New York: Wiley.
- JSCE (2006). *Recommendations for Design and Construction of Ultra High Strength Fibre-Reinforced Concrete Structures - Draft*. JSCE.
- Jungwirth, J. (2006). *Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs-Faserbeton*. Dissertation, TU München.
- Kanakubo, T. (2006). Tensile Characteristics Evaluation Method for DFRCC. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 4, S. 3–17.
- Kang, S. & Kim, J. the relation between fiber orientation and tensile behavior in an ultra high performance fiber reinforced cementitious composites (uhprcc).
- König, G., Tue, N.-V., & Schenck, G. (2008). *Grundlagen des Stahlbetonbaus*. Teubner Verlag.
- Krapfenbauer, T. (2008). *Bautabellen*. Jugend und Volk.

- Laranjeira, F., Grünewald, S., Walraven, J., Blom, C., Molins, C., & Aguado, A. (2011). Characterization of the orientation profile of steel fiber reinforced concrete. *Materials and Structures*, 44, S. 1093–1111.
- Lee, B. (2009). *Fiber distribution evaluation using digital image processing and its effect on tensile behavior of fiber reinforced cement composites*. Phd thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology.
- Leutbecher, T. (2007). *Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs-Faserbeton*. Dissertation, Universität Kassel.
- Leutbecher, T. & Fehling, E. (2009). Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Fasern verstärktem Stahlbeton am Beispiel ultrahochfesten Betons. *Beton- und Stahlbetonbau*, 104, S. 406–415.
- Lin, Y.-Z. (1996). *Tragverhalten von Stahlfaserbeton*. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie TU Karlsruhe.
- Lingemann, J. & Zilch, K. (2013). Einfluss der Bauteilgröße auf das Tragverhalten von Stahlfaserbeton. *Bauingenieur*, 88, S. 518–524.
- Linsel, S. (2005). *Magnetische Positionierung von Stahlfasern in zementösen Medien*. Dissertation, Technische Universität Berlin.
- Ma, J. (2010). *Faserfreier Ultrahochfester Beton - Entwicklung und Materialeigenschaften*. Dissertation, Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät, Universität Leipzig.
- Markovic, I. (2006). *High-Performance Hybrid-Fibre Concrete - Development and Utilization*. Dissertation, TU Delft.
- Müller, T. (2015). *Untersuchungen zum Biegetragverhalten von Stahlfaserbeton und betonstahlbewehrtem Stahlfaserbeton unter Berücksichtigung des Einflusses von Stahlfaserart und Betonzusammensetzung*. Dissertation, HTWK Leipzig.
- Molins, C., Aguado, A., & Saludes, S. (2009). Double punch test to control the energy dissipation in tension of FRC (Barcelona test). *Materials and Structures*, 42, S. 415–425.
- Naaman, A. (1972). *A statistical theory of strength for fiber reinforced concrete*. Phd thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Naaman, A. (2004). Evaluation of steel fibers for applications in structural concrete. In di Prisco, M., Felicetti, R., & Plizzari, G. (Eds.), *6th International RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concretes*, (pp. S. 389–400).
- Naaman, A., Namur, G., Alwan, J., & Najm, H. (1991a). Fiber Pullout and Bond Slip. I: Analytical Study. *Journal of Structural Engineering*, 117, S. 2769–2790.
- Naaman, A., Namur, G., Alwan, J., & Najm, H. (1991b). Fiber Pullout and Bond Slip. II: Experimental Validation. *Journal of Structural Engineering*, 117, S. 2791–2800.
- Naaman, A. & Reinhardt, H. (2015). International Workshop Series on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC): History and Evolution. In *Proceedings of 7th RILEM Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites*. Fraunhofer IRB Verlag.
- Namur, J. & Naaman, A. (1989). Bond Stress Model for Fiber Reinforced Concrete Based on Bond Stress- Slip Relationship. *ACI Materials Journal*, 86, S. 45–57.

- Oettel, V. & Empelmann, M. (2015). Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung für UHPFRC in Anlehnung an DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton. *Beton- und Stahlbetonbau*, 110, S. 468–478.
- ON-B4710 (2007). *ÖNORM B 4710 - Beton - Teil 1: Festlegung, Herstellung, Verwendung und Konformitätsnachweis*. Österreichisches Normungsinstitut.
- ON-EN-1990 (2013). *ÖNORM EN 1990:2013 Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung - Konsolidierte Fassung*. Österreichisches Normungsinstitut.
- ON-EN-1992-1-1 (2011). *Eurocode 2 : ÖNORM EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau mit Nationalem Anhang - Kommentierte und konsolidierte Fassung*. Österreichisches Normungsinstitut.
- ONR-23303 (2009). *ONR 23303 - Prüfverfahren Beton (PVB) - Nationale Anwendung der Prüfnormen für Beton und seiner Ausgangsstoffe*. Österreichisches Normungsinstitut.
- O.Svec, Zirculis, G., Bolander, J., & Stang, H. (2014). Influence of formwork surface on the orientation of steel fibres within self-compacting concrete and on the mechanical properties of cast structural elements. *Cement and Concrete Composites*, 50, S. 60–72.
- Pfyl, T. (2003). *Tragverhalten von Stahlfaserbeton*. Dissertation, ETH Zürich.
- Prisco, M. D., Plizzari, G., & Vandewalle, L. (2009). Fibre reinforced concrete: new design perspectives. *Materials and Structures*, 42, S. 1261–1281.
- Qian, S. & Li, V. (2008). Simplified Inverse Method for Determining the Tensile Properties of SHCCs. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 6, S. 353–363.
- Reichel, M. (2010). *Dünnwandige Segmentfertigteiltbauweisen im Brückenbau aus gefasertem Ultrahochleistungsbeton (UHFB) - Tragverhalten, Bemessung und Konstruktion*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwissenschaften, Institut für Betonbau, Technische Universität Graz.
- Rigaud, S., Chanvillard, G., & Chen, J. (2011). Characterization of Bending and Tensile Behaviors of UHPCCGF. In *Proceedings of HPRCC 6*. Springer Verlag.
- Robins, P., Austin, S., & Jones, P. (2002). Pull-out behaviour of hooked steel fibres. *Materials and Structures*, 35, S. 434–442.
- Rooch, A. (2014). *Statistik für Ingenieure*. Springer Verlag.
- Schneider, K.-J. (2012). *Bautabellen für Ingenieure mit Berechnungshinweisen und Beispielen*. 20. Auflage, Werner Verlag.
- Schnell, J., Schladitz, K., & Schuler, F. (2010). Richtungsanalyse von Fasern in Betonen auf Basis der Computer-Tomographie. *Beton- und Stahlbetonbau*, 105, S. 72–77.
- Schönlin, K. (1988). Ermittlung der Orientierung, Menge und Verteilung der Fasern in faserbewehrtem Beton. *Beton- und Stahlbetonbau*, 83, S. 168–171.
- SIA (1999). *SIA 162/6: Stahlfaserbeton*. Schweizer Ingenieur- und Architektenverein.
- SIA (2014). *SIA 2052: Ultra-Hochleistung-Faserbeton (UHFB) - Baustoffe, Bemessung und Ausführung - Vernehmlassungsentwurf*. Schweizer Ingenieur- und Architektenverein.

- Simpson, G. (2014). Calculating the parameters of a beta distribution using the mean and variance.
- Soetens, T., van Gysel, A., Matthys, S., & Taerwe, L. (2013). A semi-analytical model to predict the pull-out behaviour of inclined hooked-end steel fibres. *Construction and Building Materials*, *43*, S. 253–265.
- Soroushian, P. & Lee, C.-D. (1990). Tensile strength of steel fibre reinforced concrete: correlation with some measures of fibre spacing. *ACI Materials Journal*, *87*, S. 542–546.
- Spasojevic, A. (2008). *Structural Implications of Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Concrete in Bridge Design*. Dissertation, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- Stähli, P., Custer, R., & van Mier, J. (2007). On flow properties, fibre distribution, fibre orientation and flexural behaviour of FRC. *Materials and Structures*, *41*, S. 189–196.
- Strack, M. (2007). *Modell zur rissbreitenabhängigen Tragverhalten von Stahlfaserbeton unter Biegebeanspruchung*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum.
- Stürwald, S. (2011). *Versuche zum Biegetragverhalten von UHPC mit kombinierter Bewehrung*. Forschungsbericht, Universität Kassel.
- Svec, O., Skocek, J., Stang, H., Olesen, J., & Thrane, L. (2012). Application of the fluid dynamics model to the field of fibre reinforced self-compacting concrete. In *Proceedings of Numerical Modelling Strategies for Sustainable Concrete Structures*.
- Trummer, M. (2013). *Experimentelle Analyse von Faserorientierungszuständen mittels räumlich kombinierter Schnittbildauswertung*. Masterarbeit, TU Graz.
- Tue, N.-V., Henze, S., Kuchler, M., Schenck, G., & Wille, K. (2007). Ein optoanalytisches Verfahren zur Bestimmung der Faserverteilung und -orientierung in stahlfaserverstärktem UHFB. *Beton- und Stahlbetonbau*, *102*, S. 674–680.
- Tue, N.-V., Kuchler, M., Ma, J., & Henze, S. (2006). Überlegungen zur anwendungsorientierten Stoffzusammensetzung von UHFB. *Beton- und Stahlbetonbau*, *101*, S. 834–841.
- Wichmann, H.-J., Holst, A., & Budelmann, H. (2013). Ein praxisgerechtes Messverfahren zur Bestimmung der Fasermenge und -orientierung im Stahlfaserbeton. *Beton- und Stahlbetonbau*, *108*, S. 822–834.
- Wille, K., El-Tawil, S., & Naaman, A. (2014). Properties of Strain Hardening Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete (UHPRFC) under Direct Tensile Loading. *Cement and Concrete Composites*, *48*, S. 53–66.
- Yoo, D.-Y., Shin, H., Yang, J., & Yoon, Y. (2014). Material and bond properties of ultra high performance fiber reinforced concrete with micro steel fibers. *Composites Part B: Engineering*, *58*, S. 122–133.

A Ergebnisse der Biegezugversuche

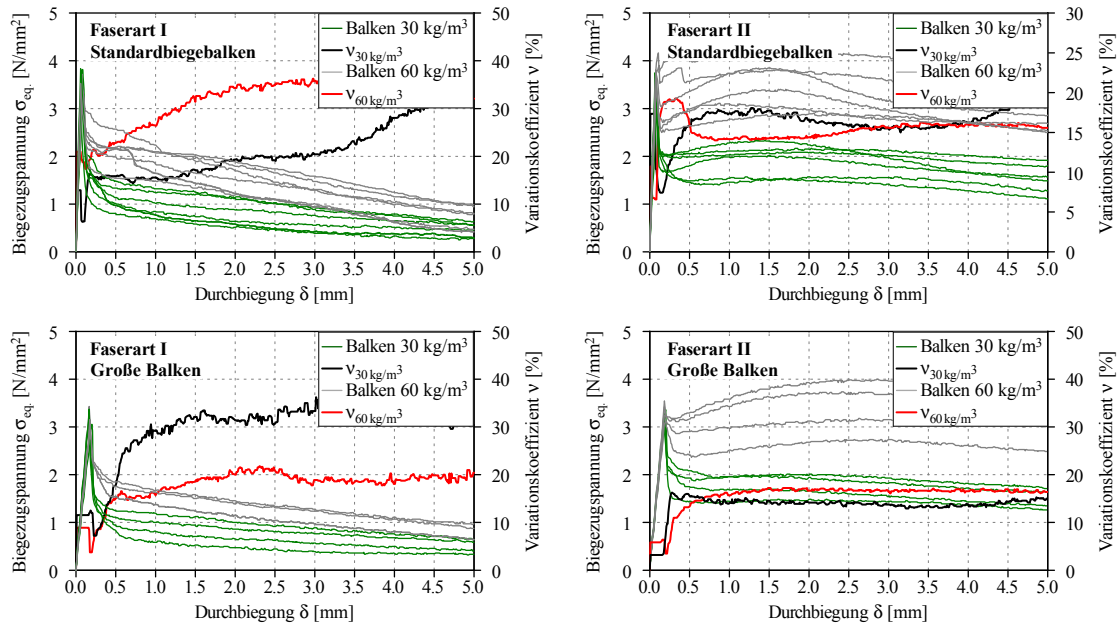


Abb. A.1: Ergebnisse der Biegezugversuche mit Normalbeton aus Serie A (Faserzugabe auf das Förderband)

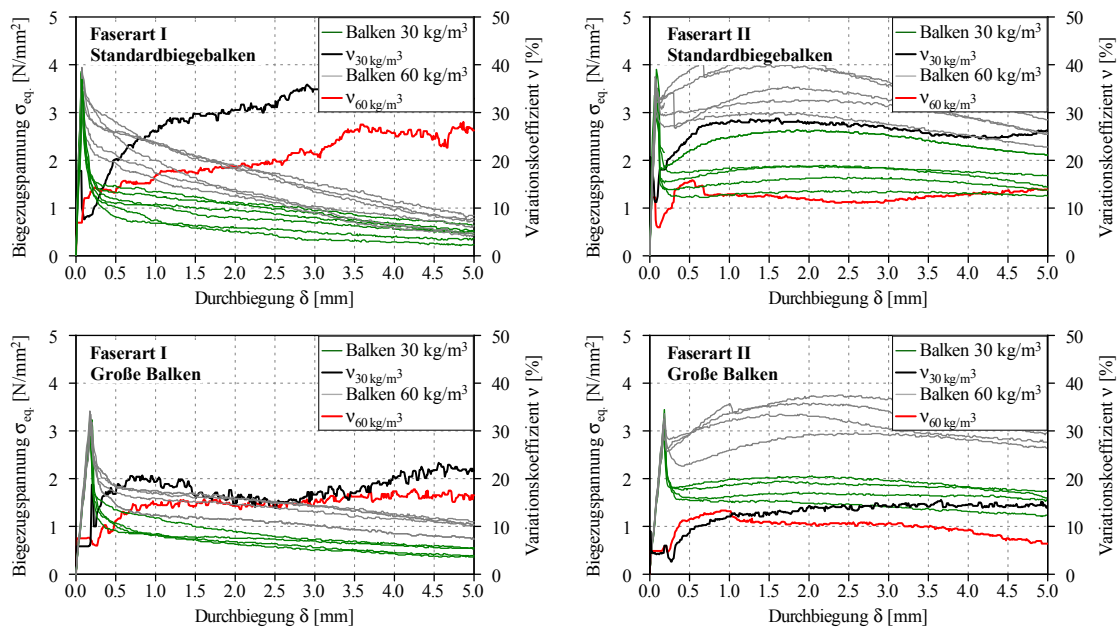


Abb. A.2: Ergebnisse der Biegezugversuche mit Normalbeton aus Serie C (Faserzugabe in den Fahrmischer)

B Berechnung der Durchbiegung für Standardbiegebalken

B.1 Fall B

- Fall B: $\frac{x_r + l_{\text{lokal}}}{2} \leq \frac{l_{\text{ef}}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{\text{lokal}}}{2} < 0$

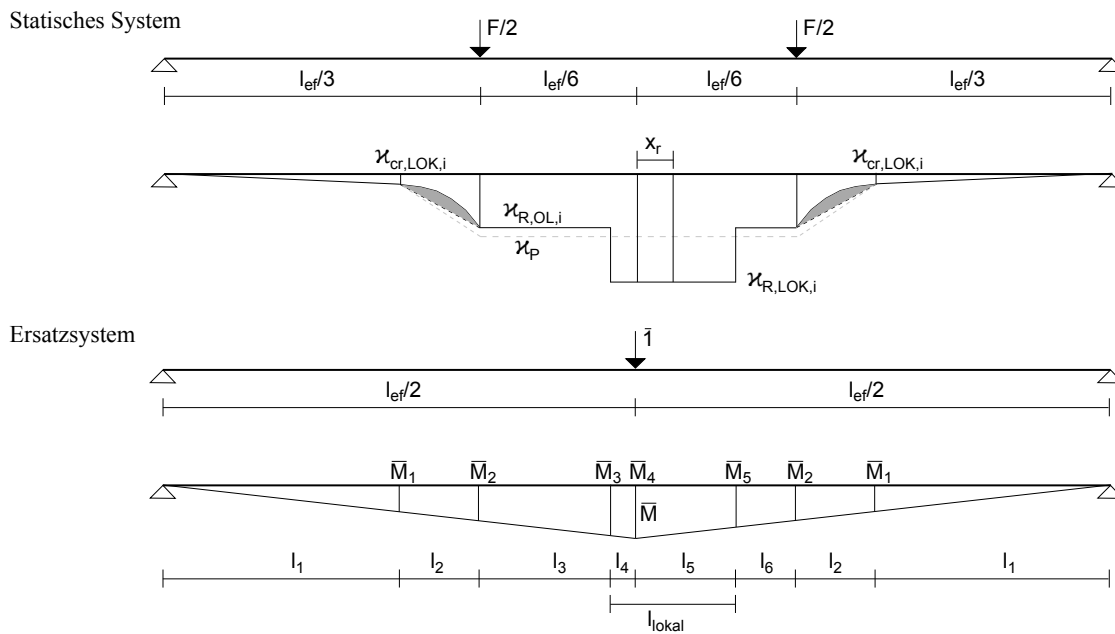


Abb. B.1: Bestimmung der Krümmung im Makroriss für Fall B

Schnittgrößen am Ersatzsystem:

$$\bar{M}_1 = \frac{l_1}{2} \quad \bar{M}_2 = \frac{l_{\text{ef}}}{6} \quad \bar{M}_3 = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} \quad (\text{B.1})$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_{\text{ef}}}{4} \quad \bar{M}_5 = \frac{l_1 + l_2 + l_6}{2} \quad (\text{B.2})$$

Geometrische Größen:

$$l_1 = \frac{l_{\text{ef}}}{3} \frac{M_{\text{cr}}}{M_P} \quad l_2 = \frac{l_{\text{ef}}}{3} \left(1 - \frac{M_{\text{cr}}}{M_P} \right) \quad l_3 = \frac{l_{\text{ef}}}{6} - \left(x_r - \frac{l_{\text{lokal}}}{2} \right) \quad (\text{B.3})$$

$$l_4 = \frac{l_{\text{lokal}}}{2} - x_r \quad l_5 = x_r + \frac{l_{\text{lokal}}}{2} \quad l_6 = \frac{l_{\text{ef}}}{6} - l_5 \quad (\text{B.4})$$

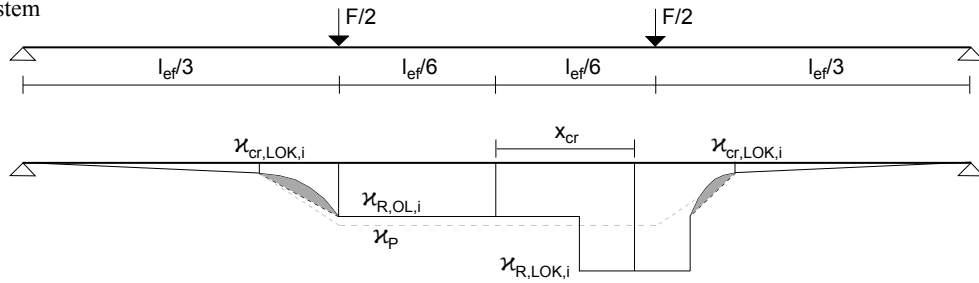
Berechnung der Durchbiegung δ :

$$\begin{aligned} \delta = & 2 \frac{\chi_{cr} \bar{M}_1}{3} l_1 + 2 \alpha_x \frac{\chi_{cr} (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \chi_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)}{6} l_2 \\ & + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2} l_4 \\ & + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2} l_5 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_5 + \bar{M}_2)}{2} l_6 \end{aligned} \quad (B.5)$$

B.2 Fall C

- Fall C: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} \geq 0$

Statisches System



Ersatzsystem

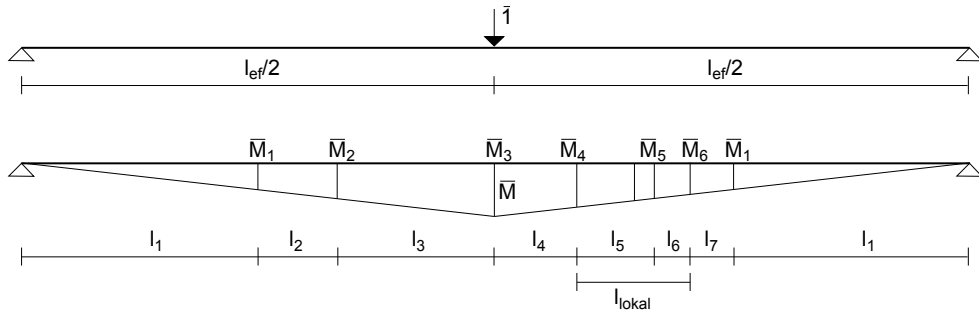


Abb. B.2: Bestimmung der Krümmung im Makroriss für Fall C

Schnittgrößen am Ersatzsystem:

$$\bar{M}_1 = \frac{l_1}{2} \quad \bar{M}_2 = \frac{l_{ef}}{6} \quad \bar{M}_3 = \frac{l_{ef}}{4} \quad (B.6)$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_1 + l_5 + l_6 + l_7}{2} \quad \bar{M}_5 = \frac{l_1 + l_6 + l_7}{2} \quad \bar{M}_6 = \frac{l_1 + l_7}{2} \quad (B.7)$$

Geometrische Größen:

$$l_1 = \frac{l_{ef} M_{cr}}{3 M_P} \quad l_2 = \frac{l_{ef}}{3} \left(1 - \frac{M_{cr}}{M_P} \right) \quad l_3 = \frac{l_{ef}}{6} \quad (B.8)$$

$$l_4 = x_r - \frac{l_{lokal}}{2} \quad l_5 = \frac{l_{ef}}{6} - l_4 \quad l_6 = x_r + \frac{l_{lokal}}{2} - \frac{l_{ef}}{6} \quad (B.9)$$

$$l_7 = \frac{l_{ef}}{3} - l_6 - l_1 \quad (B.10)$$

Berechnung der Durchbiegung δ :

$$\begin{aligned}
 \delta = & 2 \frac{\chi_{cr} \bar{M}_1}{3} l_1 + \alpha_x \frac{\chi_{cr} (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \chi_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)}{6} l_2 \\
 & + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2} l_4 \\
 & + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2} l_5 + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_5 + \bar{M}_6)}{2} l_6 \\
 & + \alpha_x \frac{\chi_{R,OL,i} (2\bar{M}_6 + \bar{M}_1) + \chi_{cr} (\bar{M}_6 + 2\bar{M}_1)}{6} l_7
 \end{aligned} \tag{B.11}$$

B.3 Fall D

- Fall D: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > \frac{l_{ef}}{6}$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} < 0$

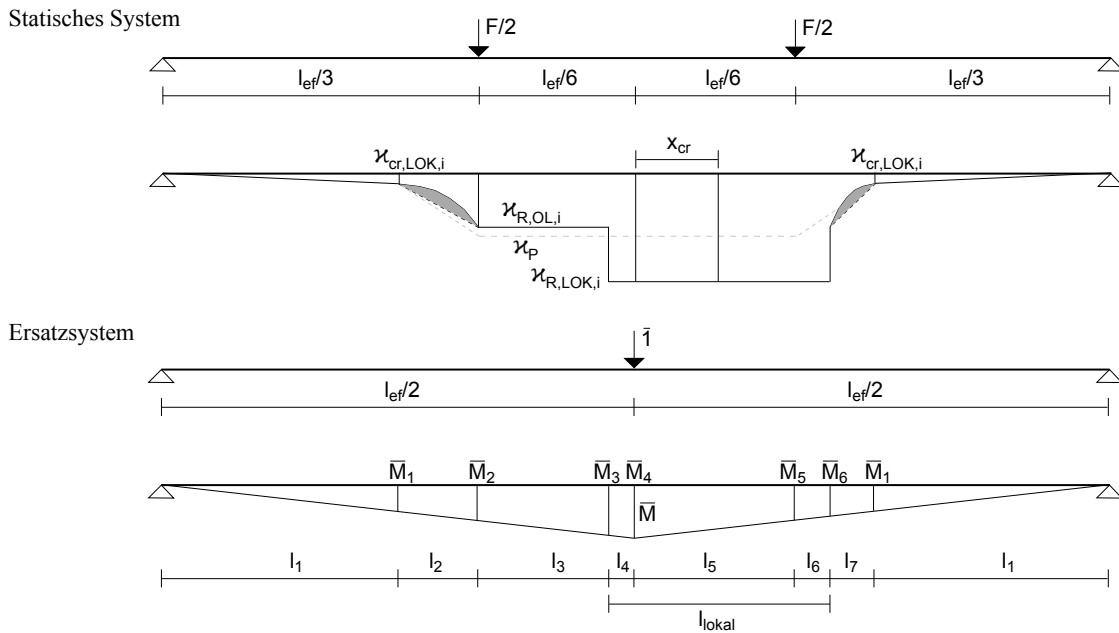


Abb. B.3: Bestimmung der Krümmung im Makroriss für Fall D

Schnittgrößen am Ersatzsystem:

$$\bar{M}_1 = \frac{l_1}{2} \qquad \bar{M}_2 = \frac{l_{ef}}{6} \qquad \bar{M}_3 = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} \tag{B.12}$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_{ef}}{4} \qquad \bar{M}_5 = \frac{l_{ef}}{6} \qquad \bar{M}_6 = \frac{l_1 + l_7}{2} \tag{B.13}$$

Geometrische Größen:

$$l_1 = \frac{l_{ef}}{3} \frac{M_{cr}}{M_P} \quad l_2 = \frac{l_{ef}}{3} \left(1 - \frac{M_{cr}}{M_P}\right) \quad l_3 = \frac{l_{ef}}{6} + \left(x_r - \frac{l_{lokal}}{2}\right) \quad (\text{B.14})$$

$$l_4 = \frac{l_{ef}}{6} - l_3 \quad l_5 = \frac{l_{ef}}{6} \quad l_6 = x_r + \frac{l_{lokal}}{2} - \frac{l_{ef}}{6} \quad (\text{B.15})$$

$$l_7 = \frac{l_{ef}}{3} - l_6 - l_1 \quad (\text{B.16})$$

Berechnung der Durchbiegung δ :

$$\begin{aligned} \delta = & 2 \frac{\varkappa_{cr} \bar{M}_1}{3} l_1 + \alpha_x \frac{\varkappa_{cr} (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + \varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)}{6} l_2 \\ & + \frac{\varkappa_{R,OL,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 + \frac{\varkappa_{R,LOK,i} (\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2} l_4 \\ & + \frac{\varkappa_{R,LOK,i} (\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2} l_5 + \frac{\varkappa_{R,LOK,i} (\bar{M}_5 + \bar{M}_6)}{2} l_6 \\ & + \alpha_x \frac{\varkappa_{R,OL,i} (2\bar{M}_6 + \bar{M}_1) + \varkappa_{cr} (\bar{M}_6 + 2\bar{M}_1)}{6} l_7 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

C Nachrechnung der Biegezugversuche

C.1 UHPC Standardbiegebalken - 13/0.2 mm - 0.75 %

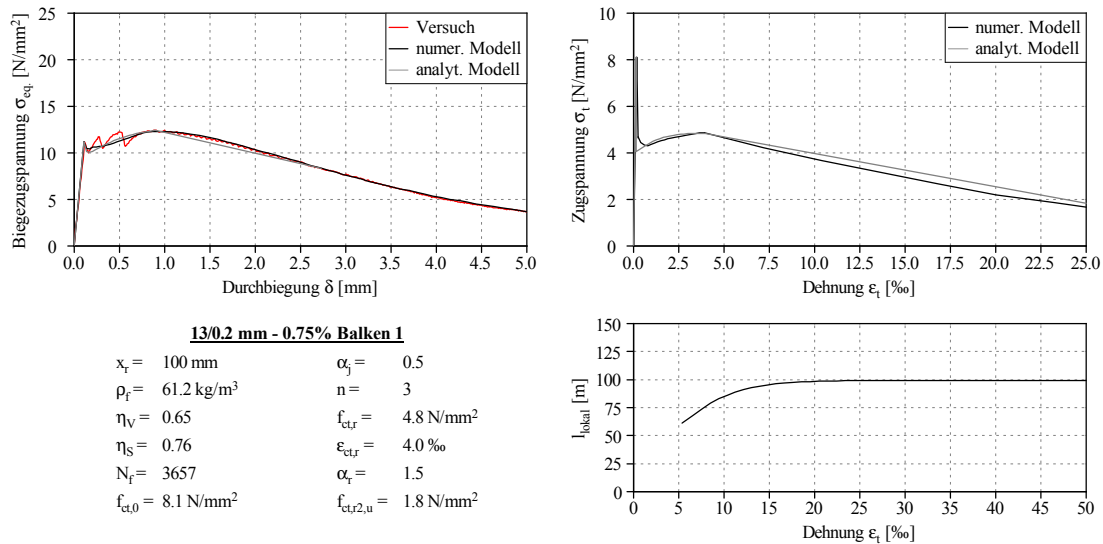


Abb. C.1: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 1

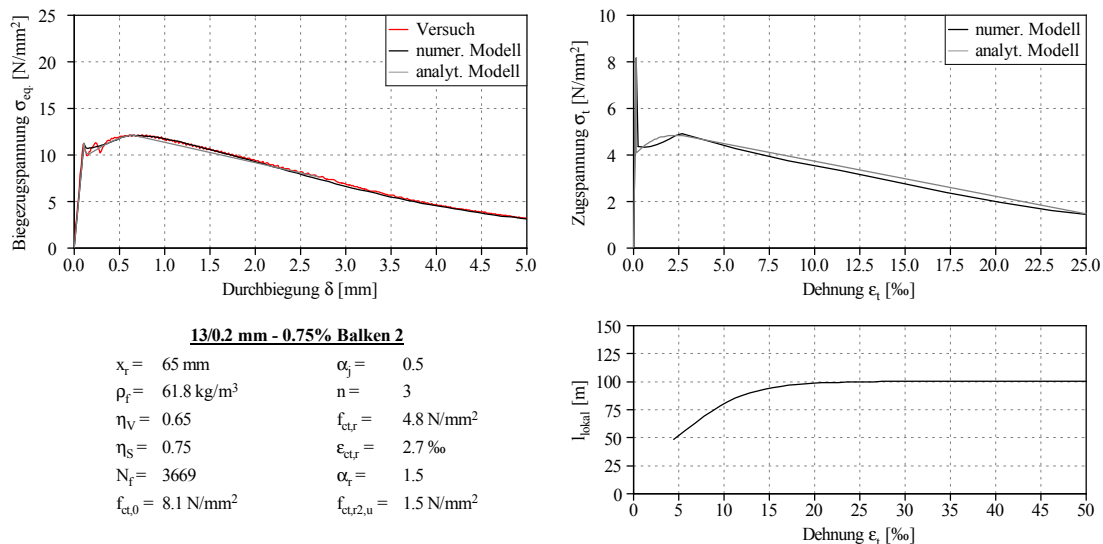


Abb. C.2: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 2

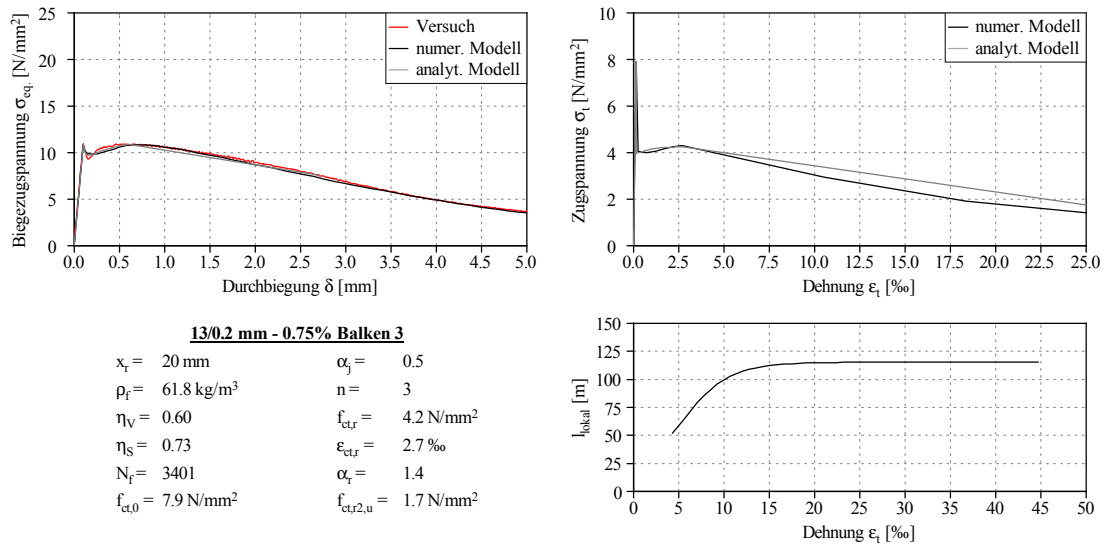


Abb. C.3: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 3

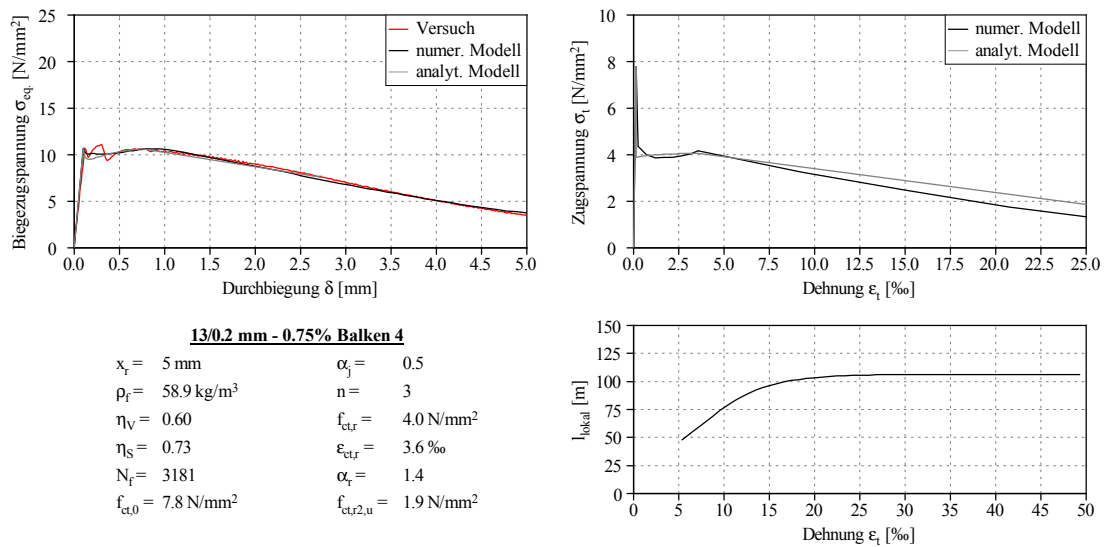


Abb. C.4: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 4

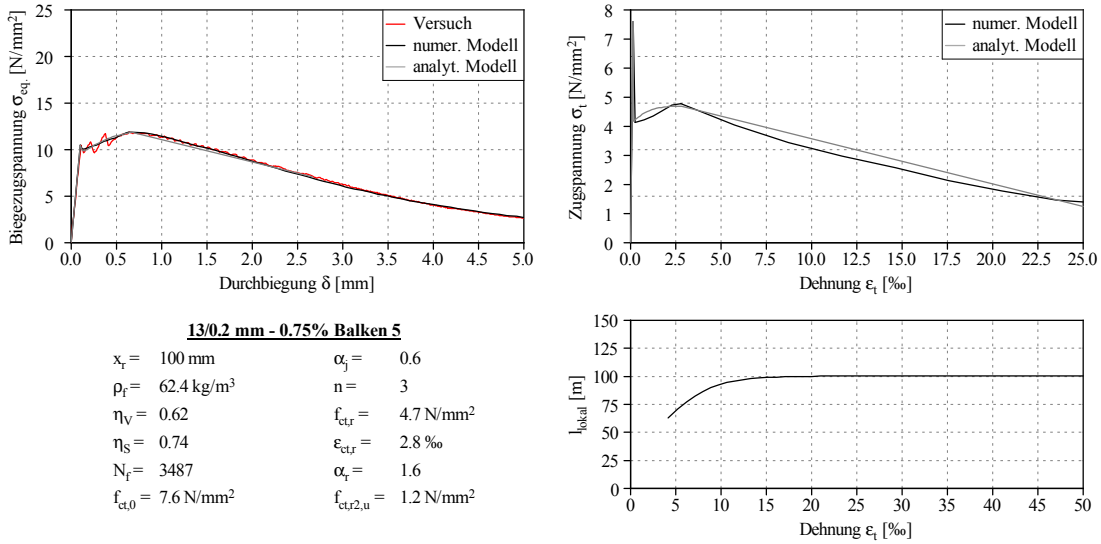


Abb. C.5: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

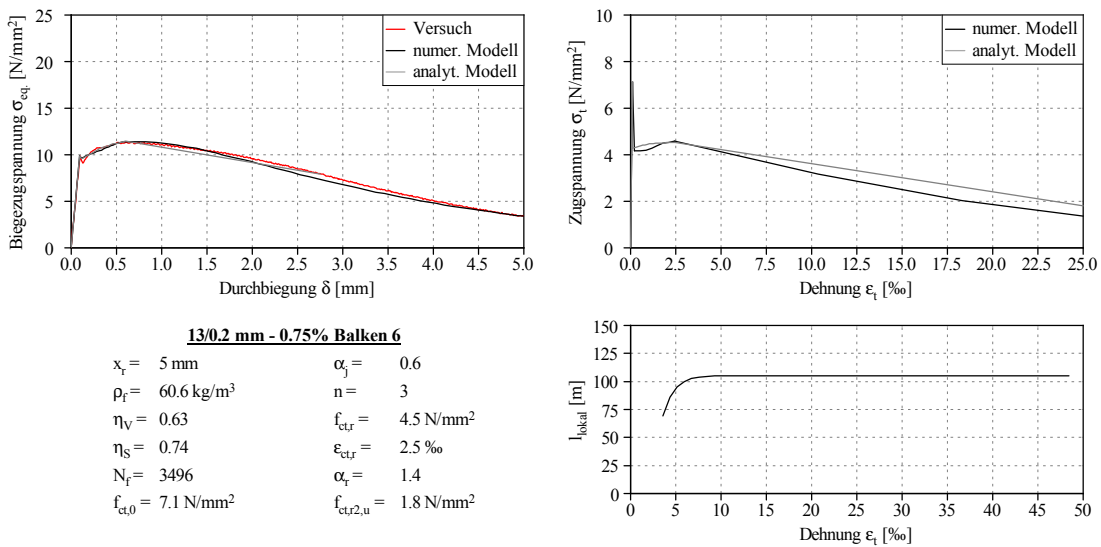


Abb. C.6: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

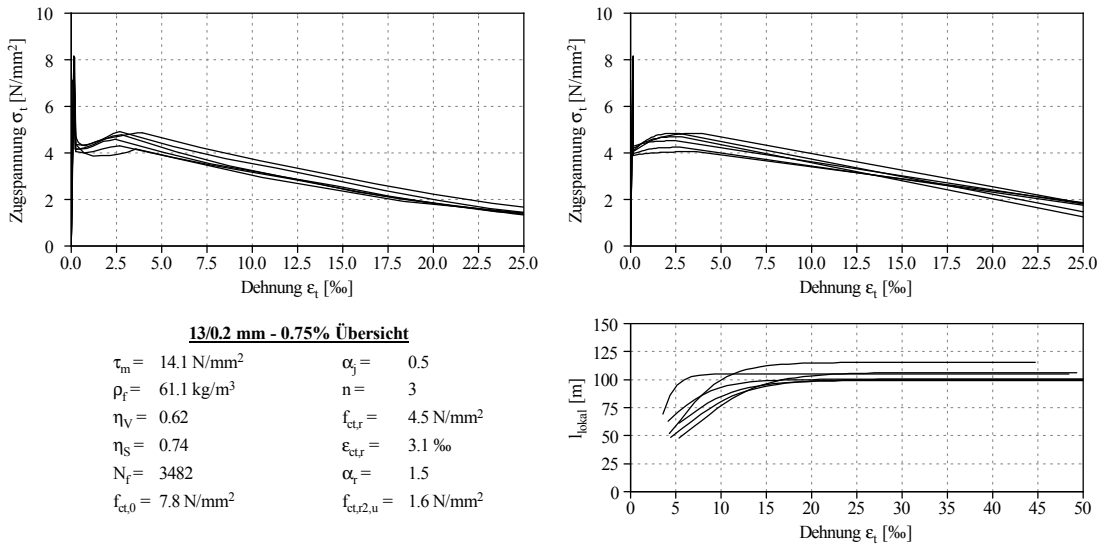


Abb. C.7: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonenlänge von Serie UHPC-STBB-13-0.75

C.2 UHPC Standardbiegebalken - 13/0.2 mm - 1.50 %

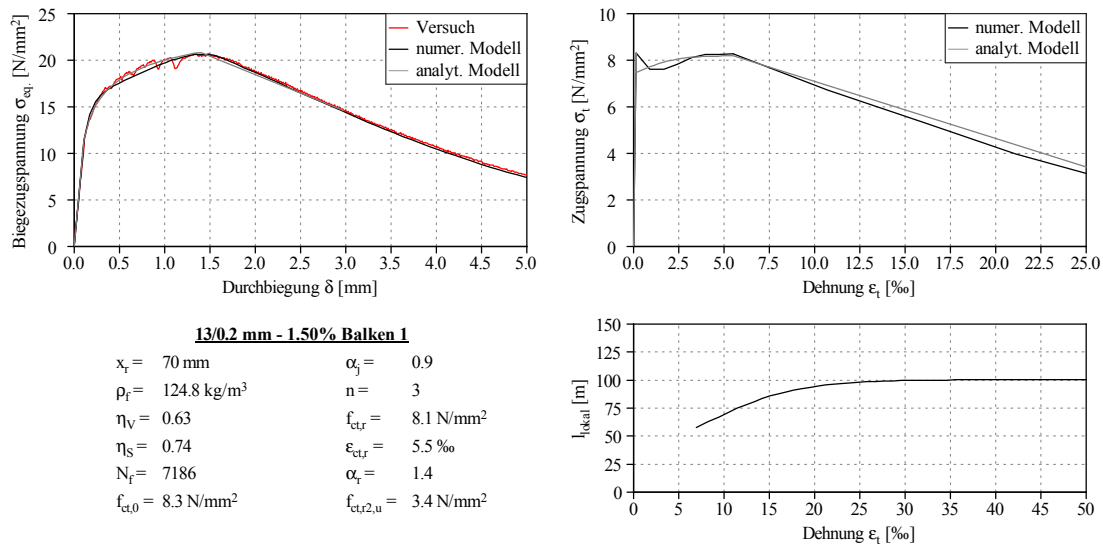


Abb. C.8: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

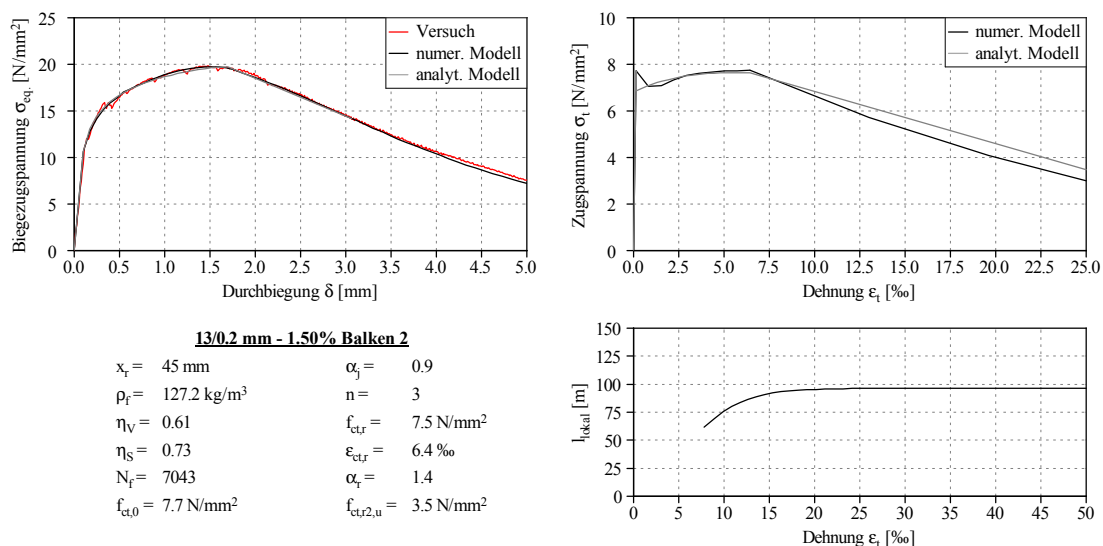


Abb. C.9: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

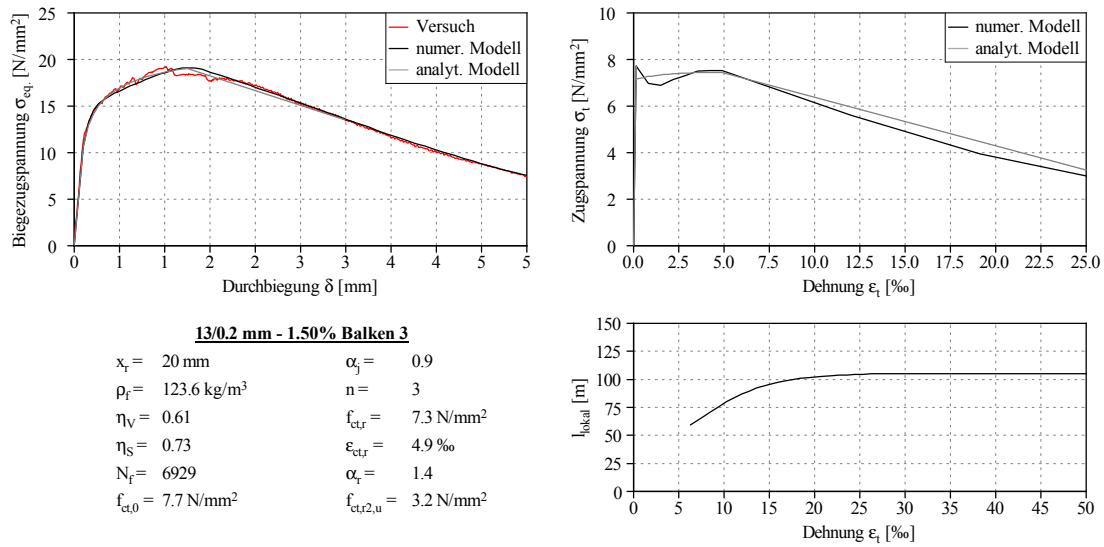


Abb. C.10: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

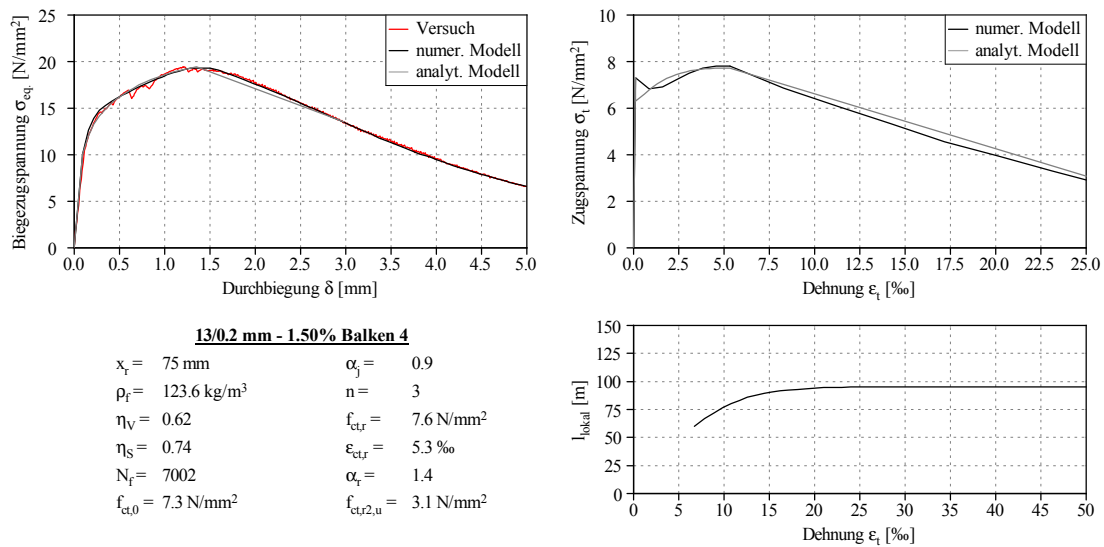


Abb. C.11: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

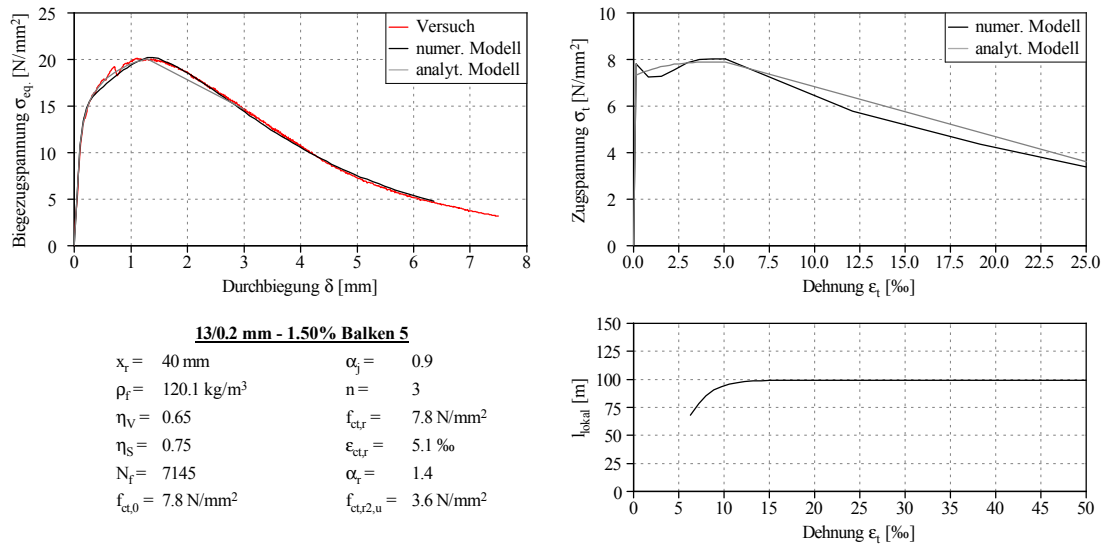


Abb. C.12: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

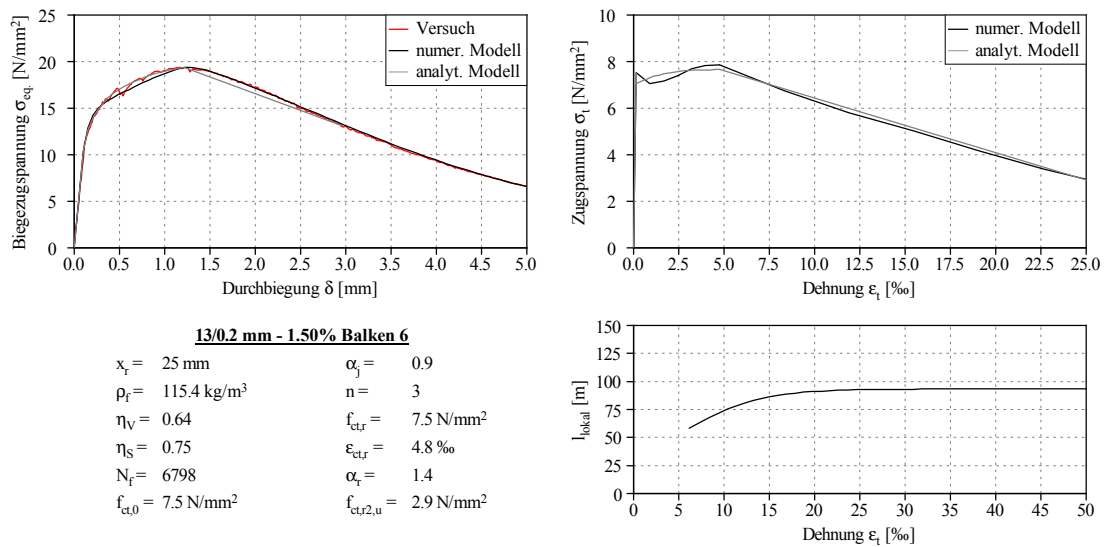


Abb. C.13: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

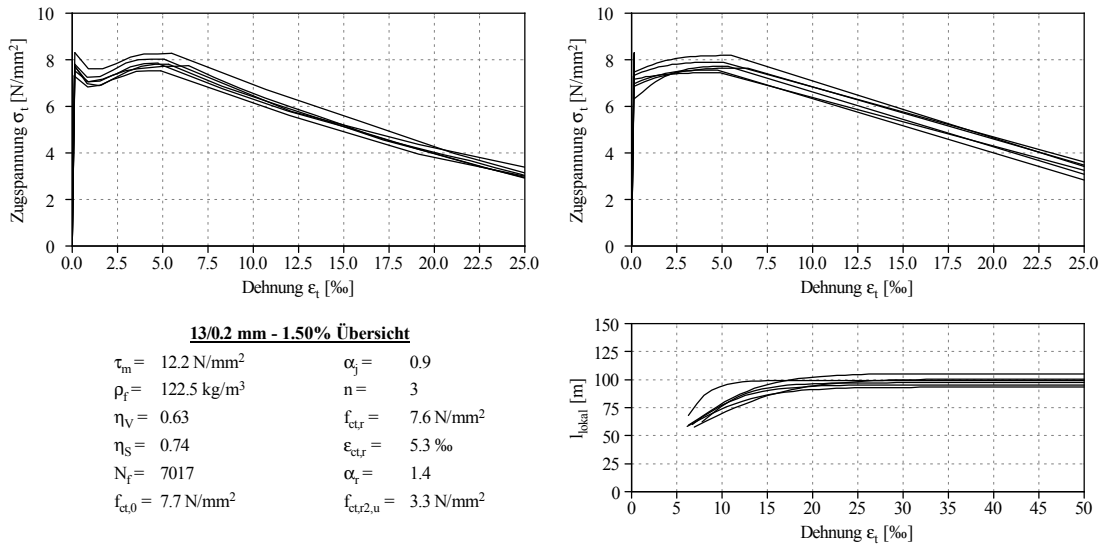


Abb. C.14: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonenlänge von Serie UHPC-STBB-13-1.50

C.3 UHPC Standardbiegebalken - 20/0.2 mm - 0.75 %

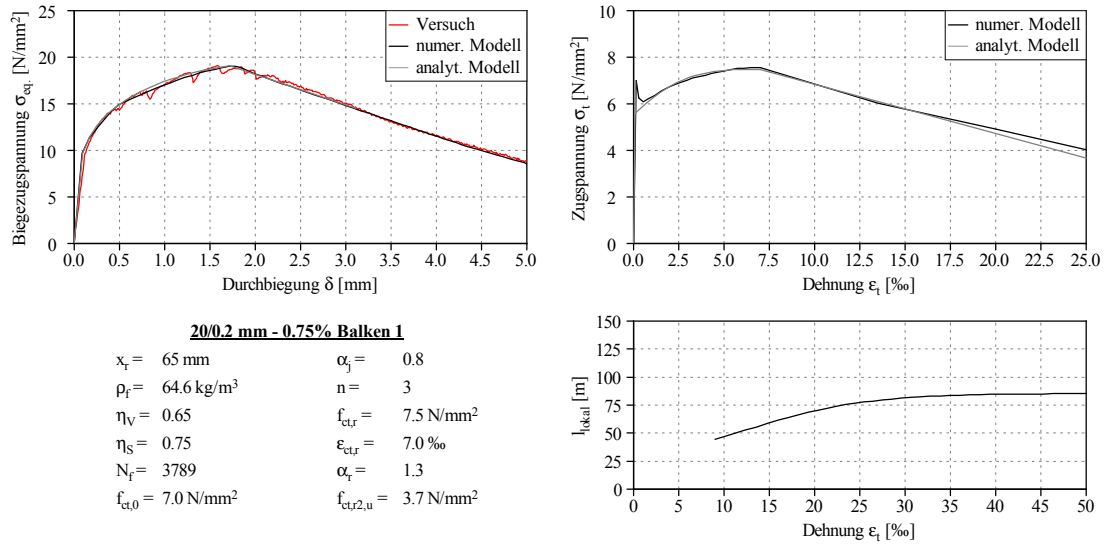


Abb. C.15: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

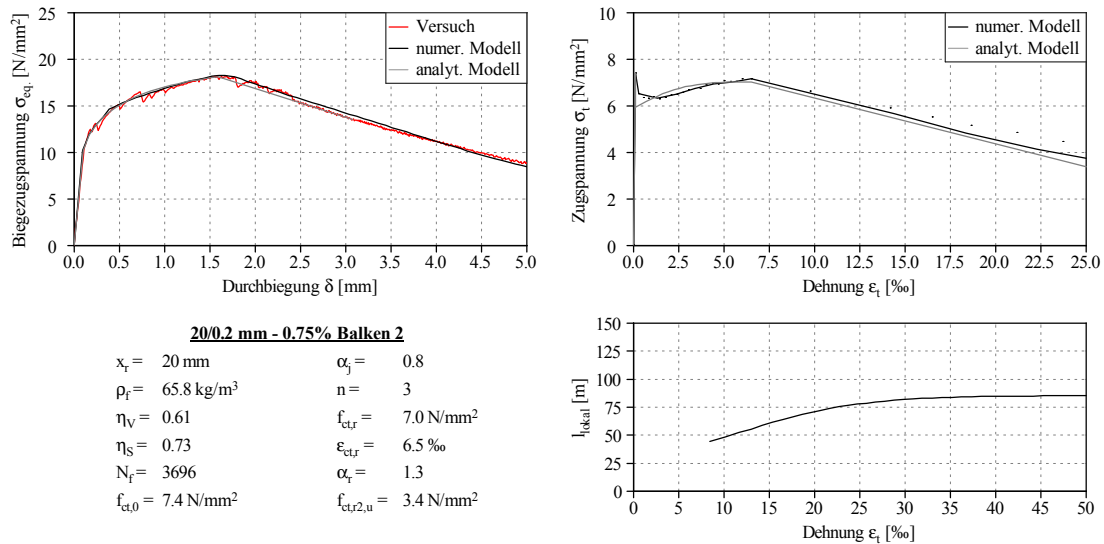


Abb. C.16: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

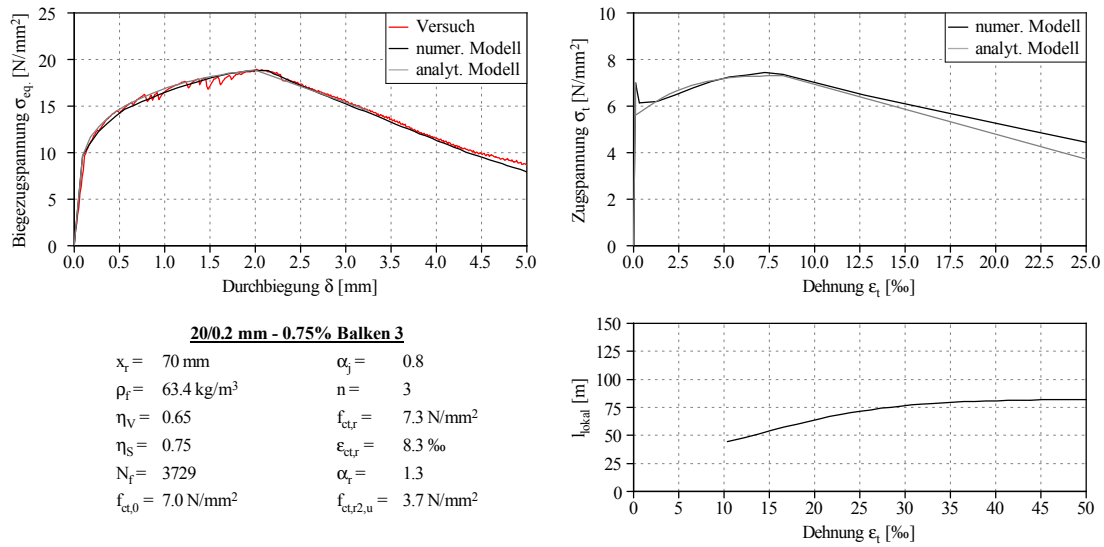


Abb. C.17: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

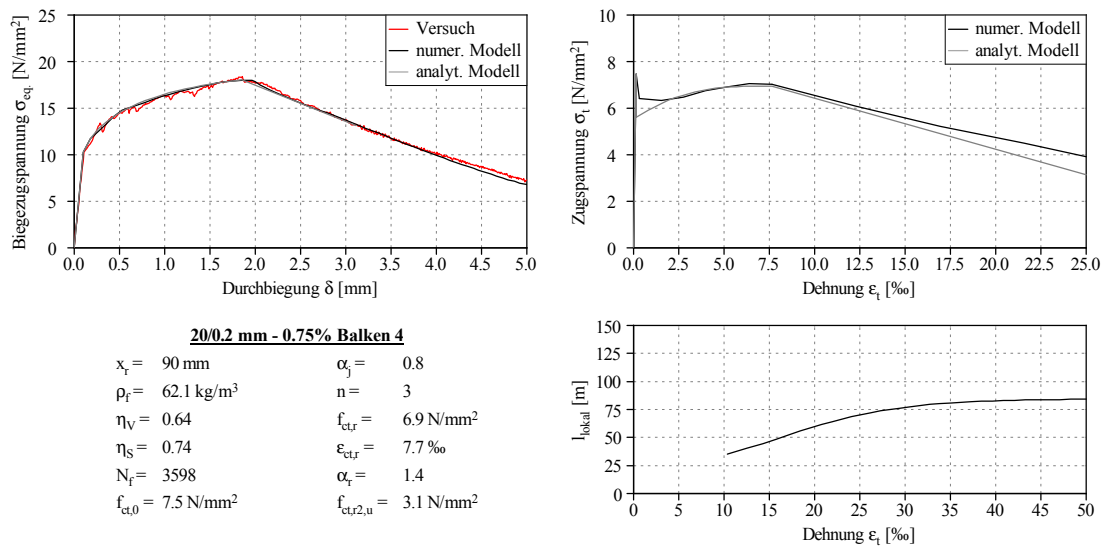


Abb. C.18: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

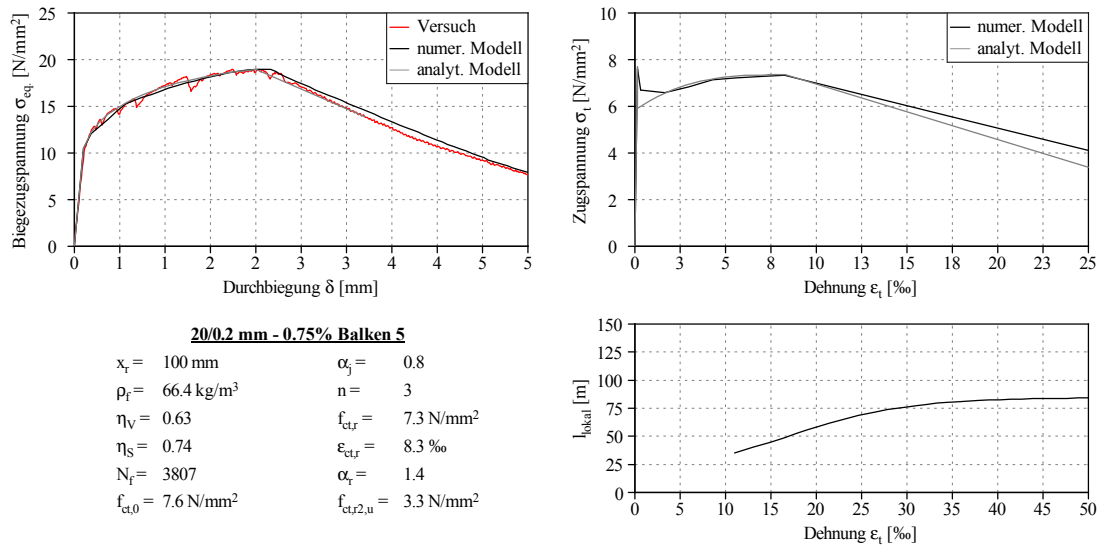


Abb. C.19: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

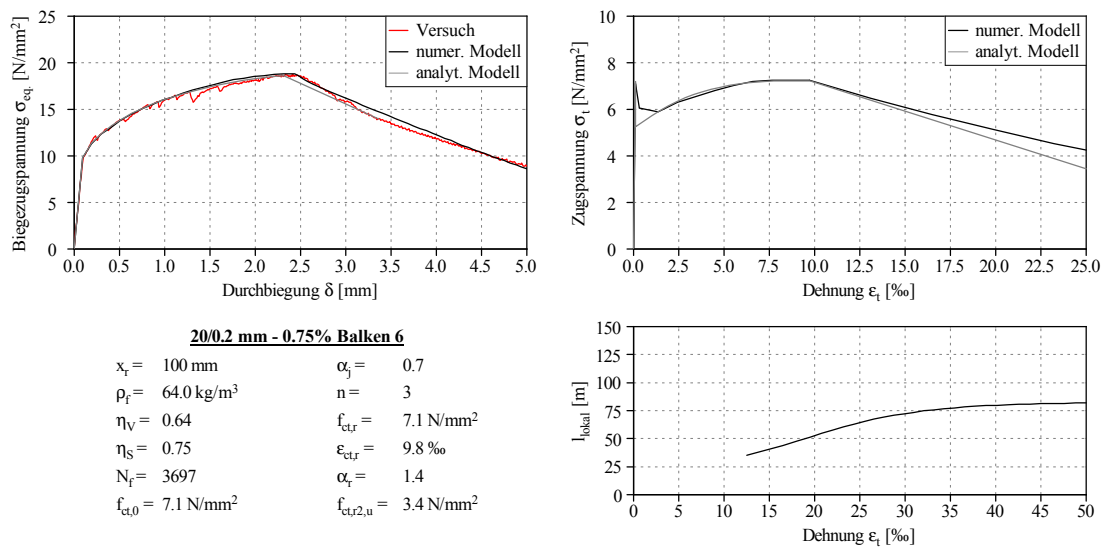


Abb. C.20: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

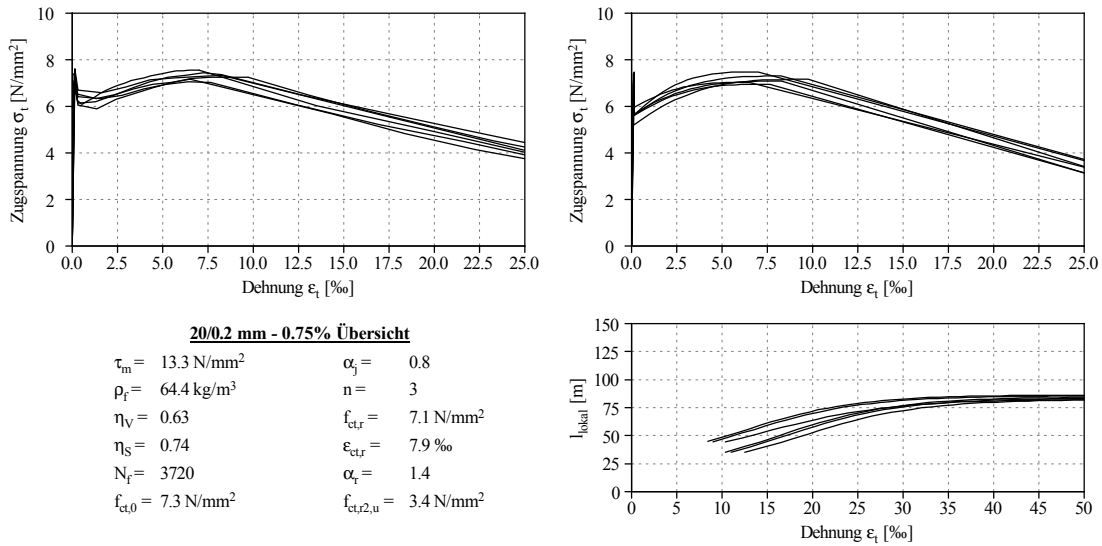


Abb. C.21: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie UHPC-STBB-20-0.75

C.4 UHPC Standardbiegebalken - 20/0.2 mm - 1.50 %

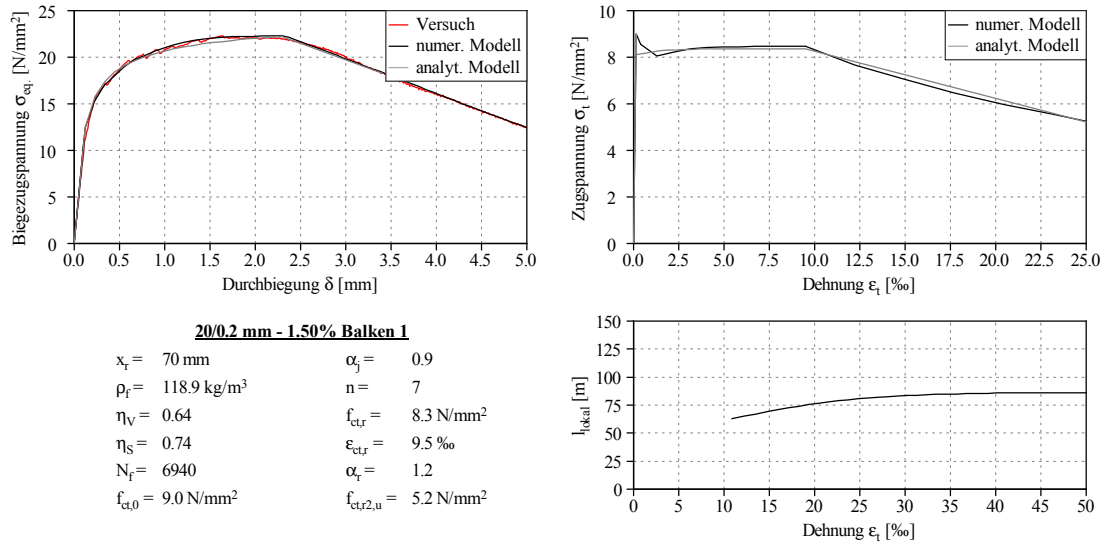


Abb. C.22: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

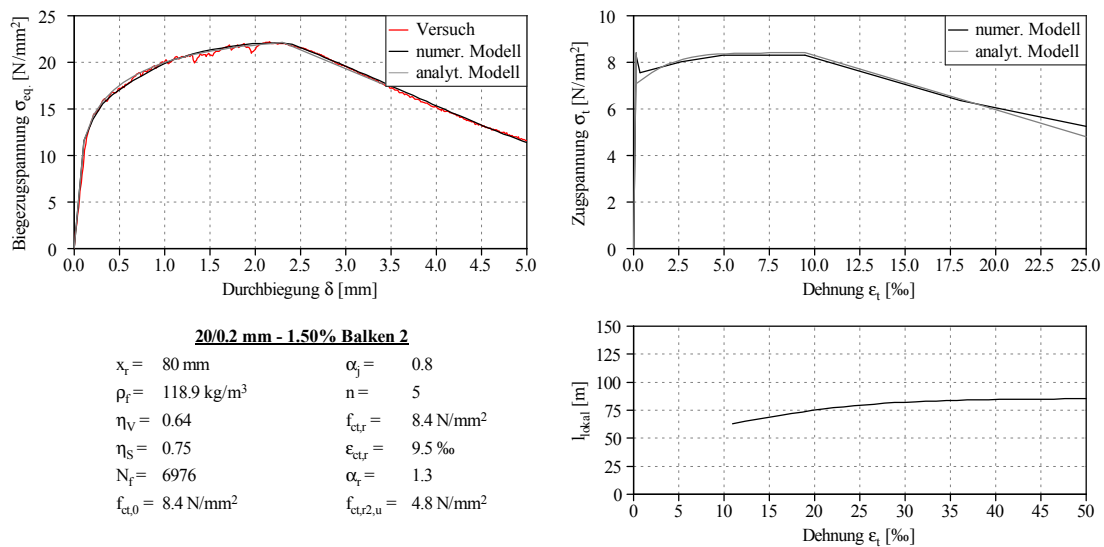


Abb. C.23: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

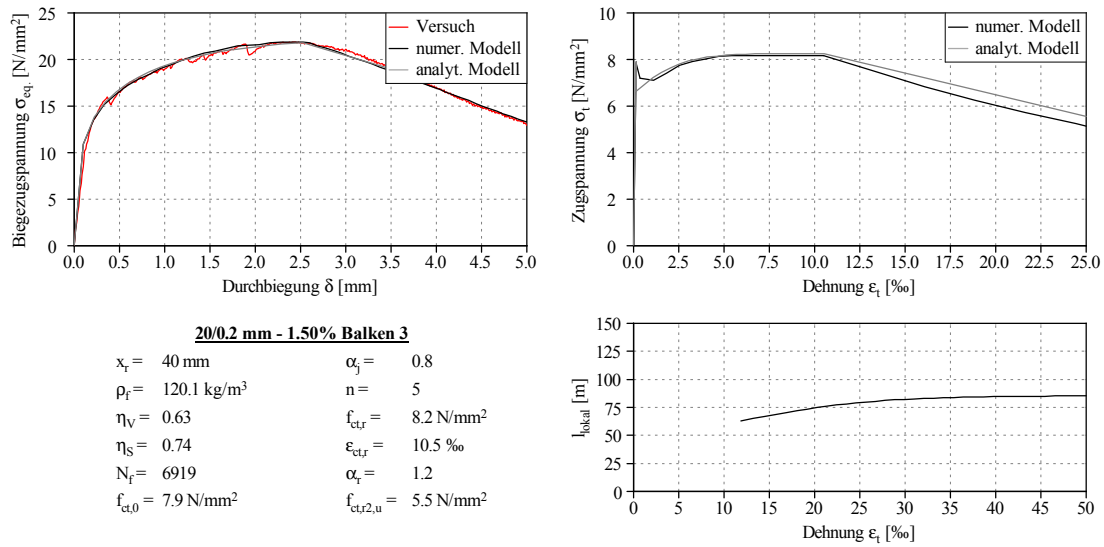


Abb. C.24: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

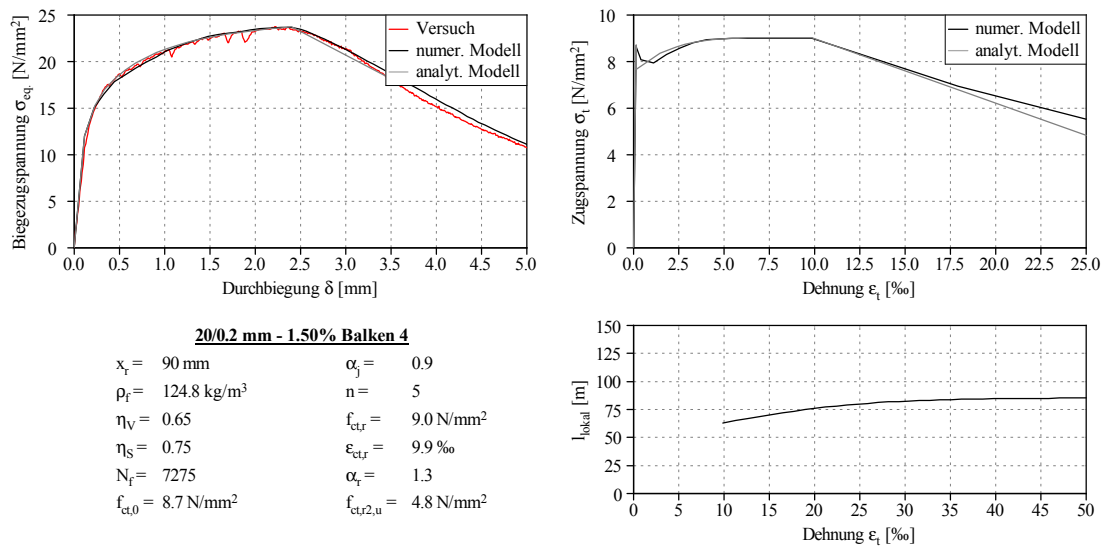


Abb. C.25: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

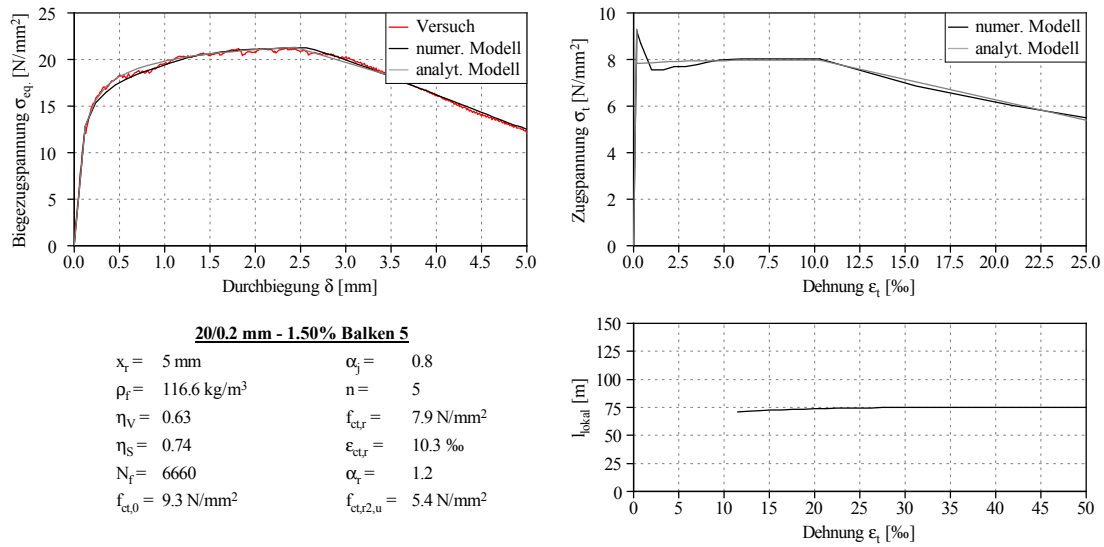


Abb. C.26: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

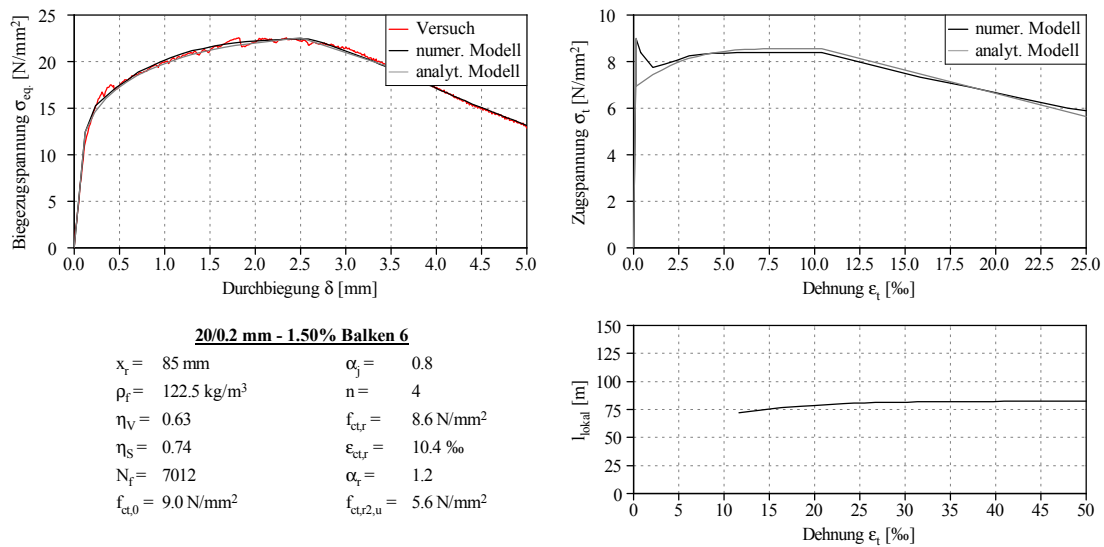


Abb. C.27: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

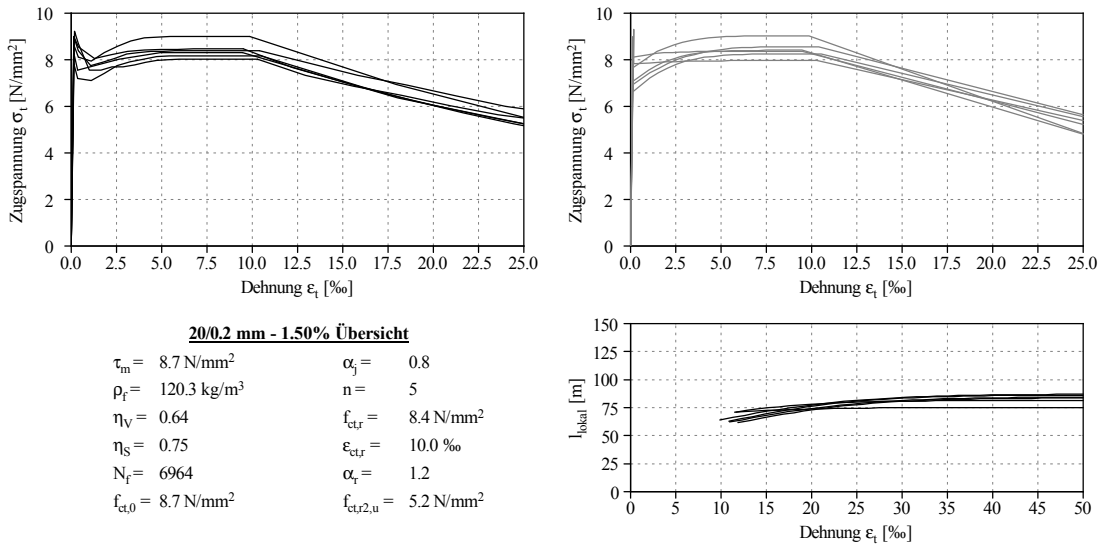


Abb. C.28: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonenlänge von Serie UHPC-STBB-20-1.50

C.5 UHPC Platten - 13/0.2 mm - 0.75 %

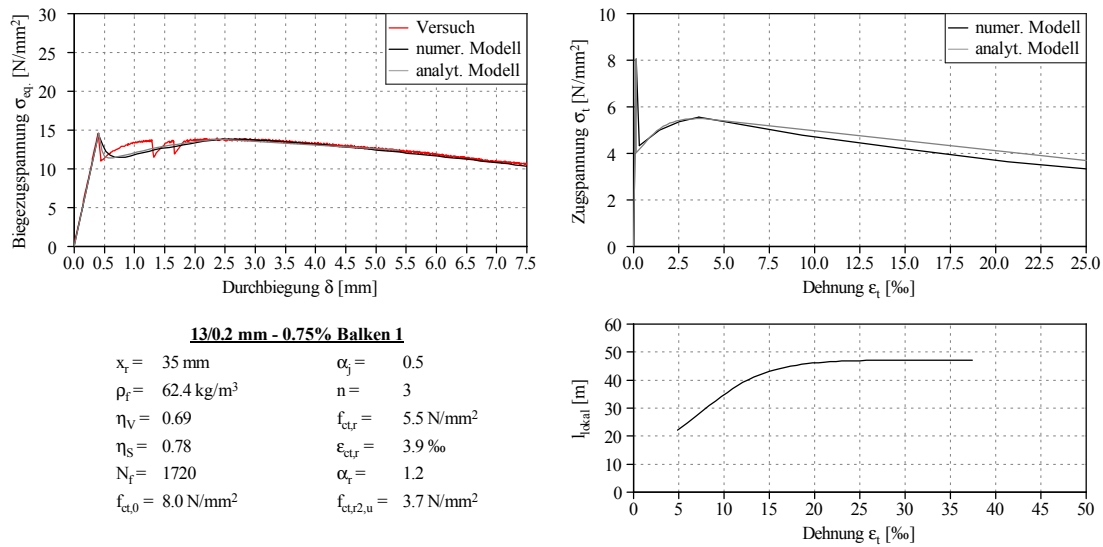


Abb. C.29: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

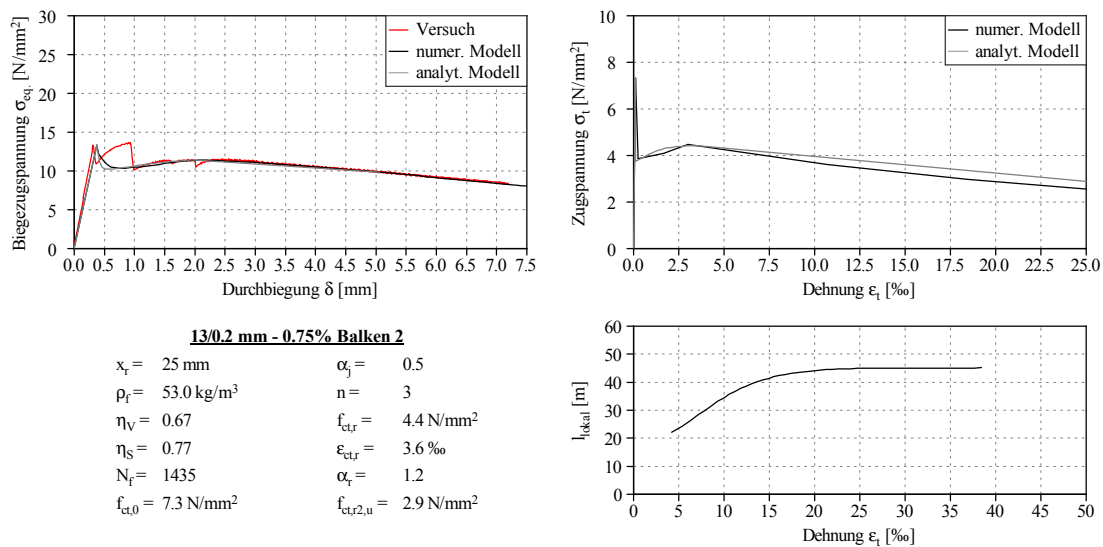


Abb. C.30: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

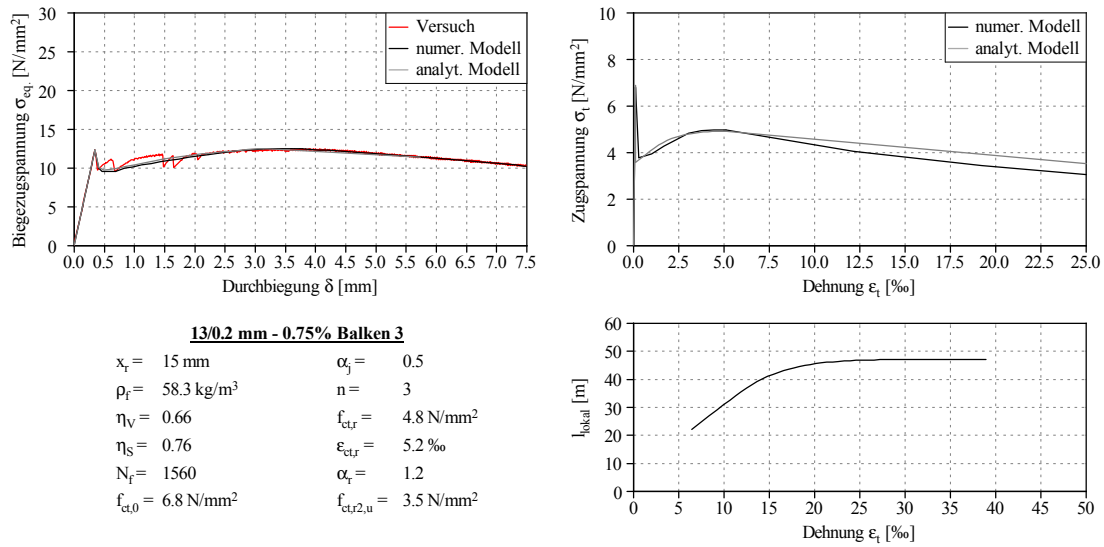


Abb. C.31: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

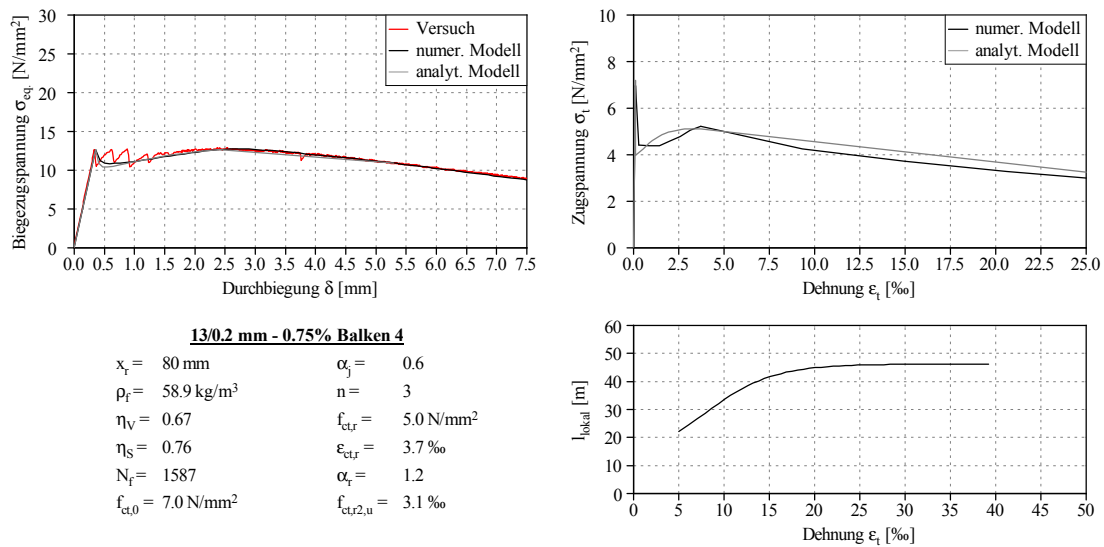


Abb. C.32: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

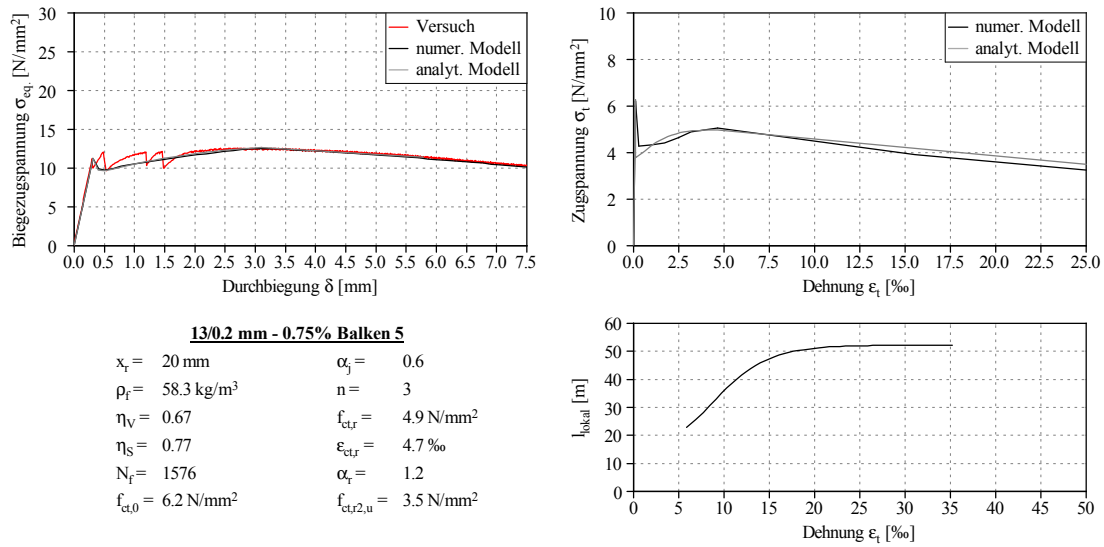


Abb. C.33: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

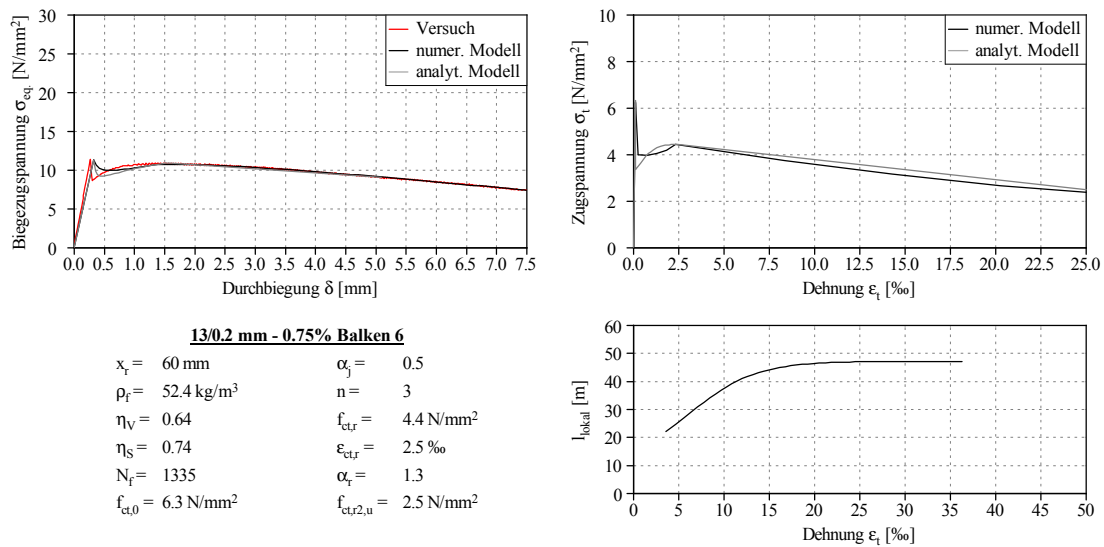


Abb. C.34: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

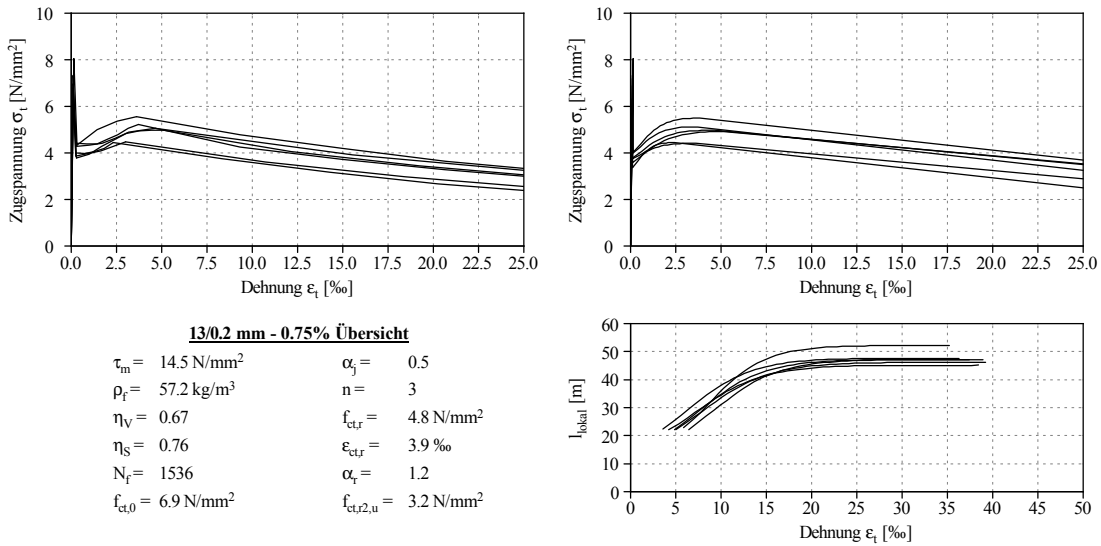


Abb. C.35: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonenlänge von Serie UHPC-PLAT-13-0.75

C.6 UHPC Platten - 13/0.2 mm - 1.50 %

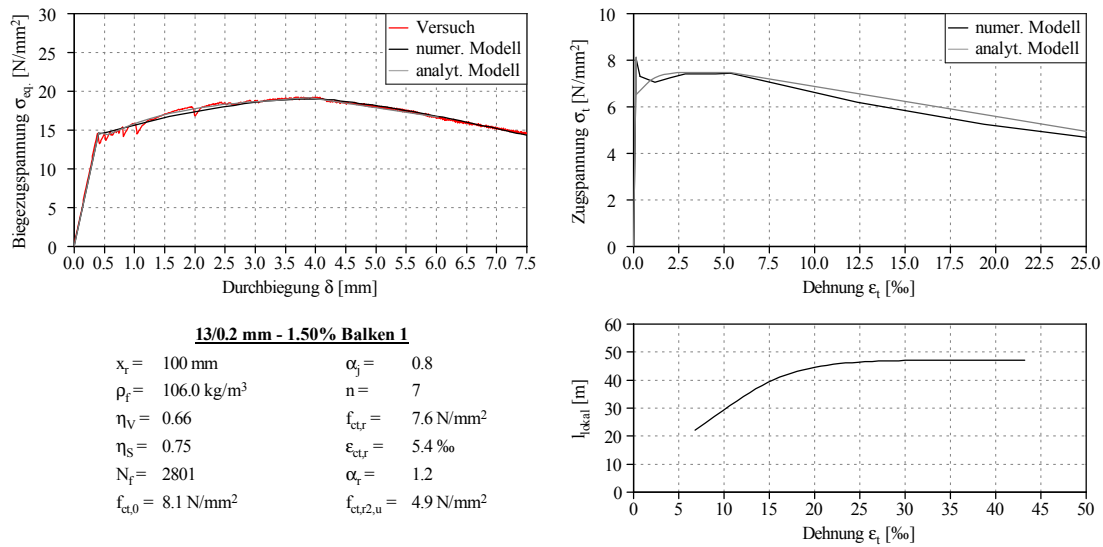


Abb. C.36: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

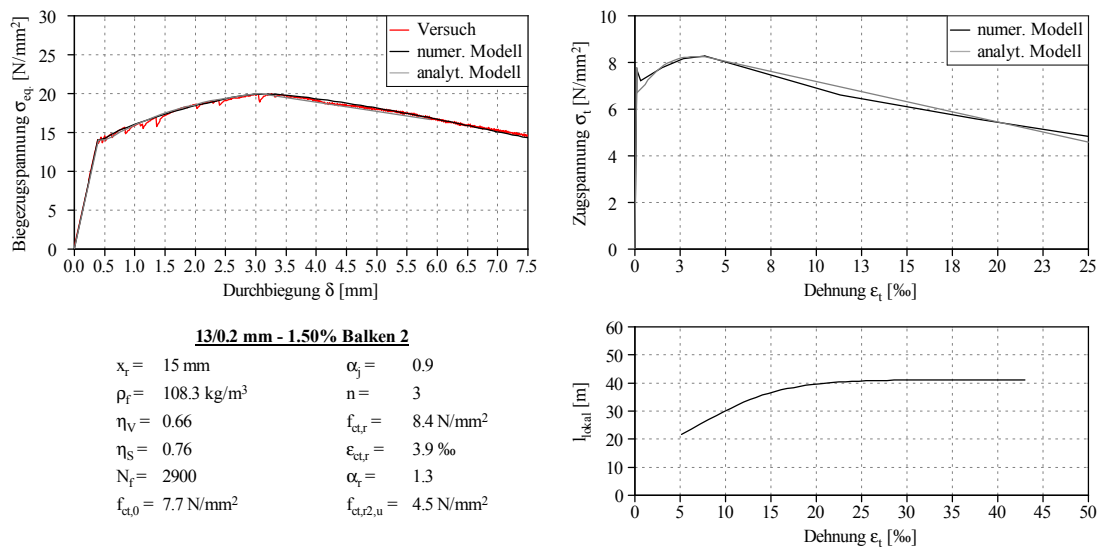


Abb. C.37: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

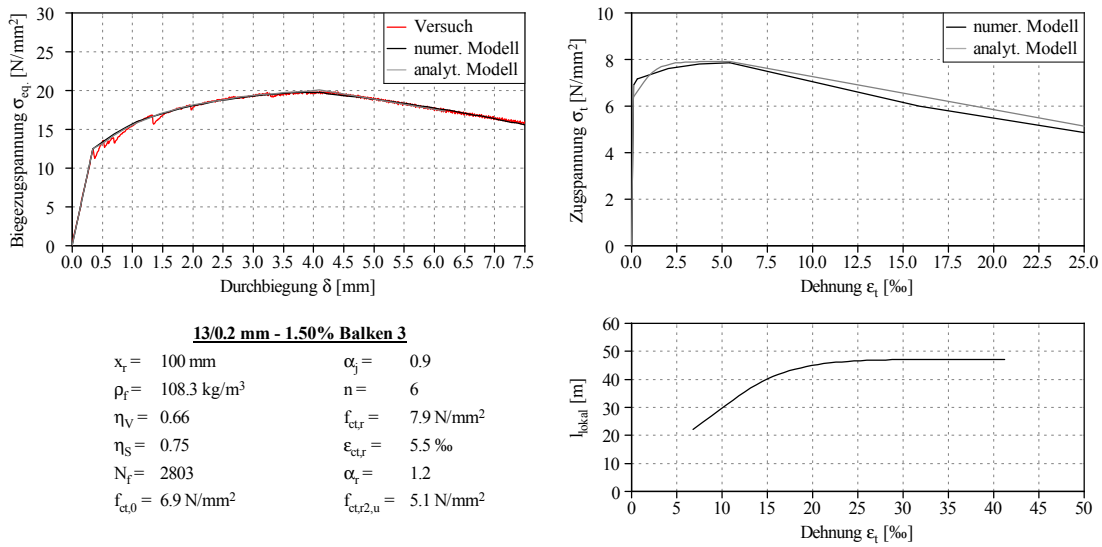


Abb. C.38: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

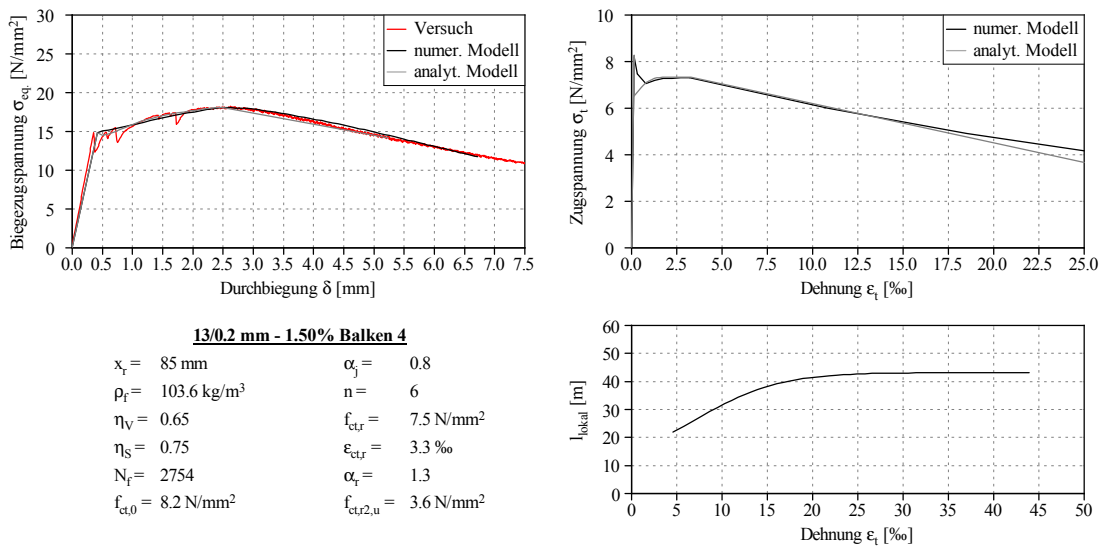


Abb. C.39: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

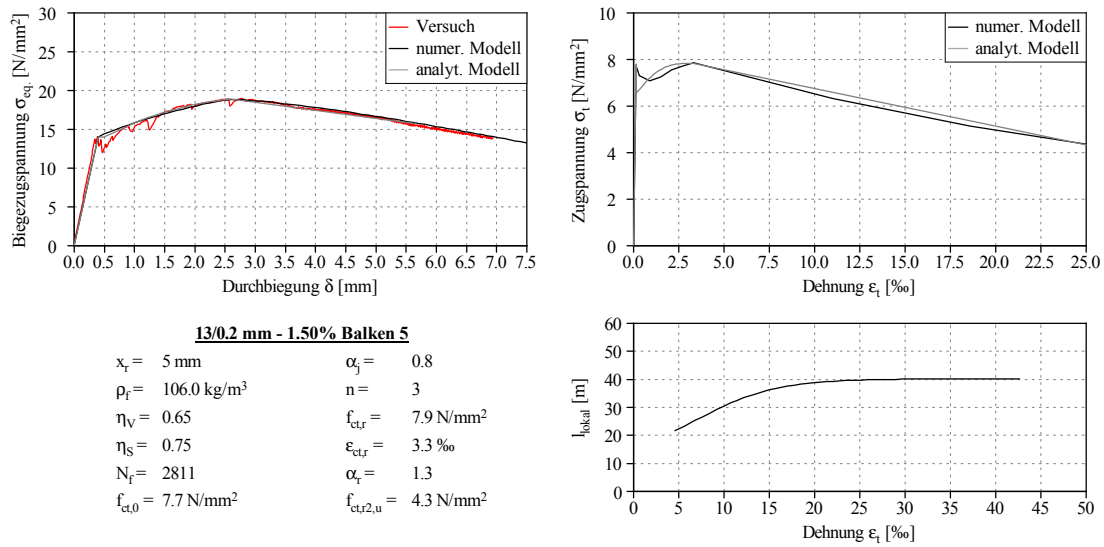


Abb. C.40: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

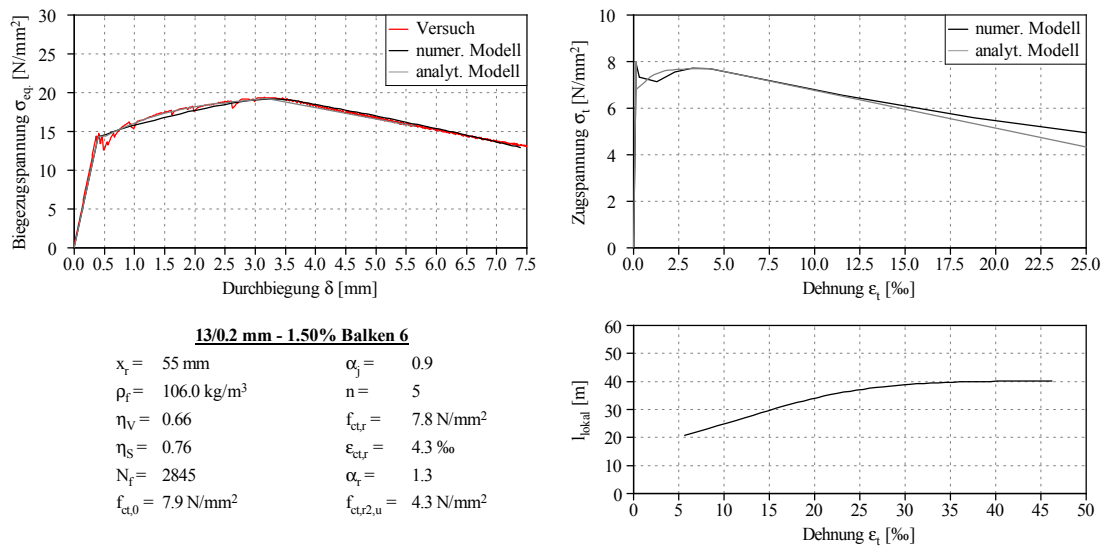


Abb. C.41: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

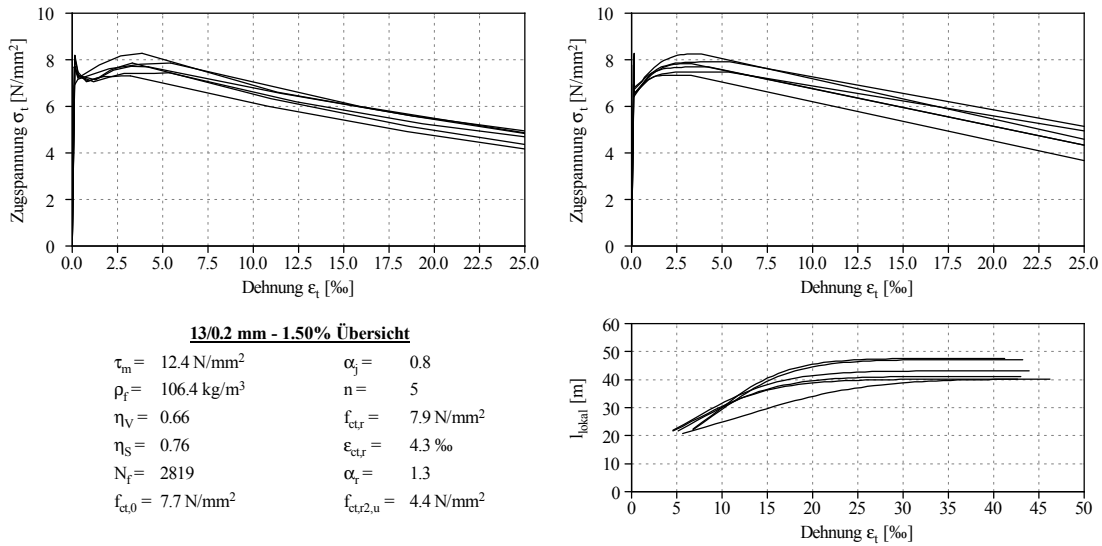


Abb. C.42: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie UHPC-PLAT-13-1.50

C.7 UHPC Platten - 20/0.2 mm - 0.75 %

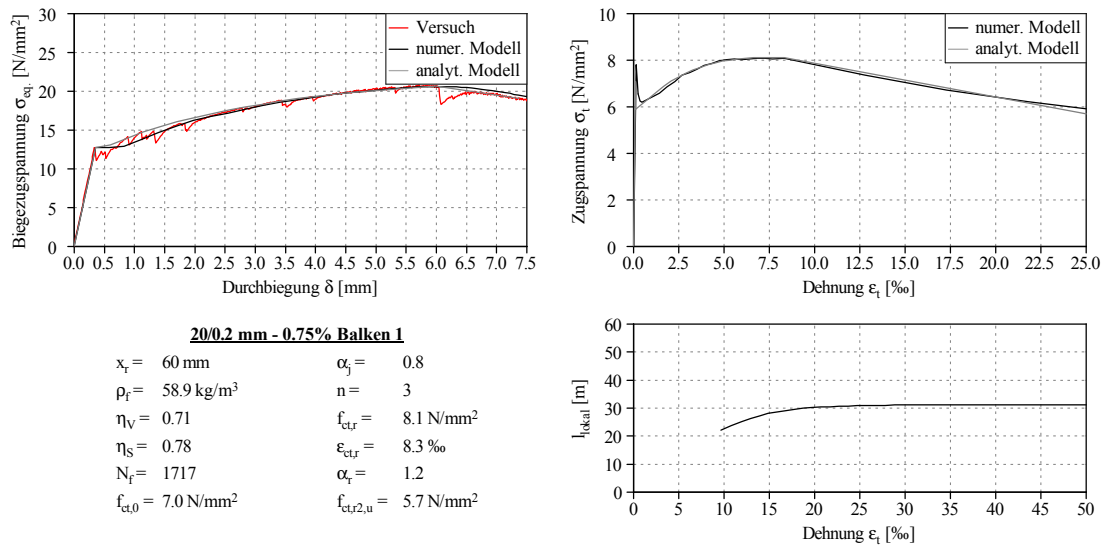


Abb. C.43: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

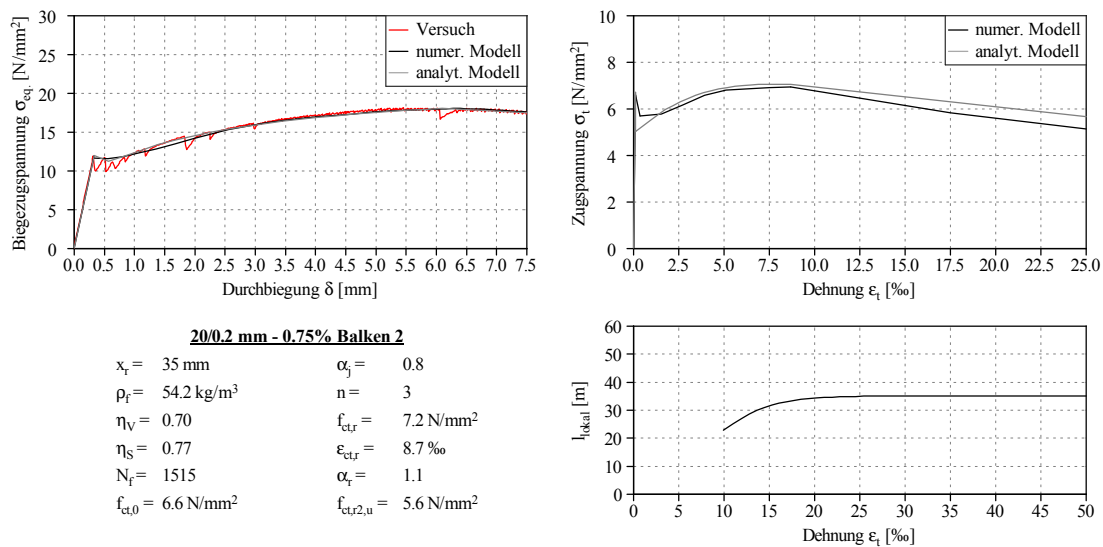


Abb. C.44: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

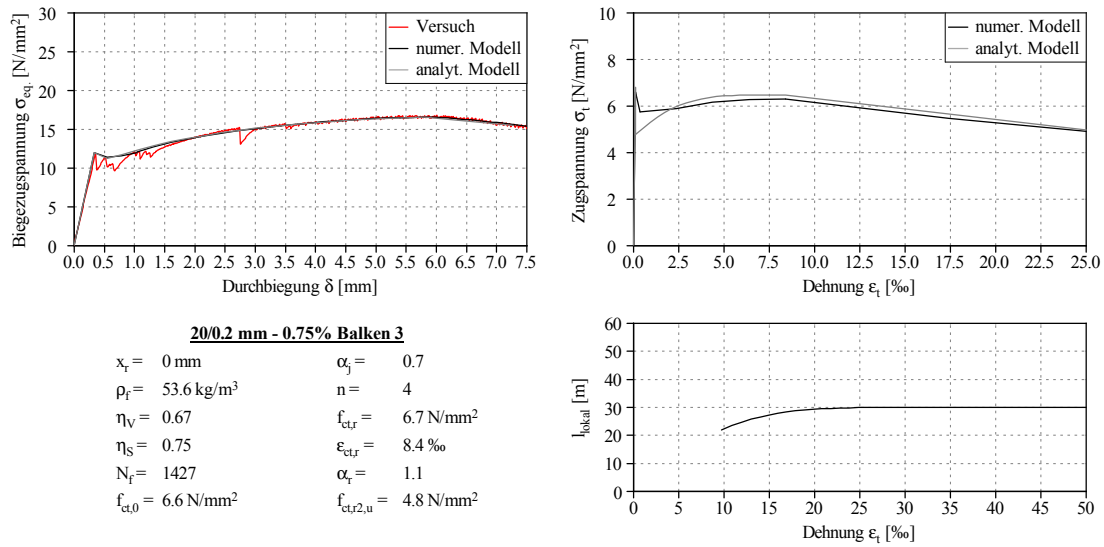


Abb. C.45: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

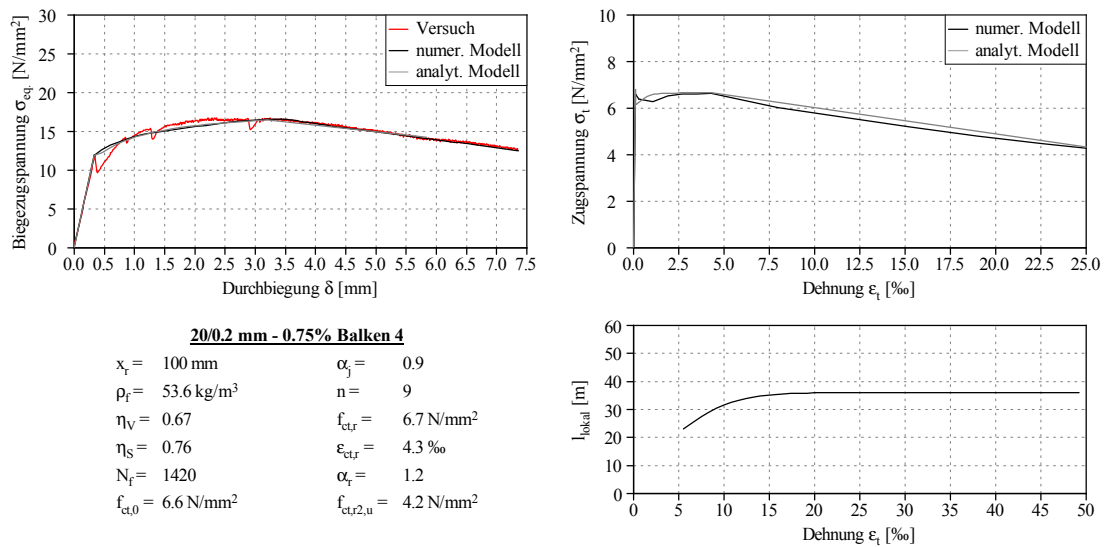


Abb. C.46: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

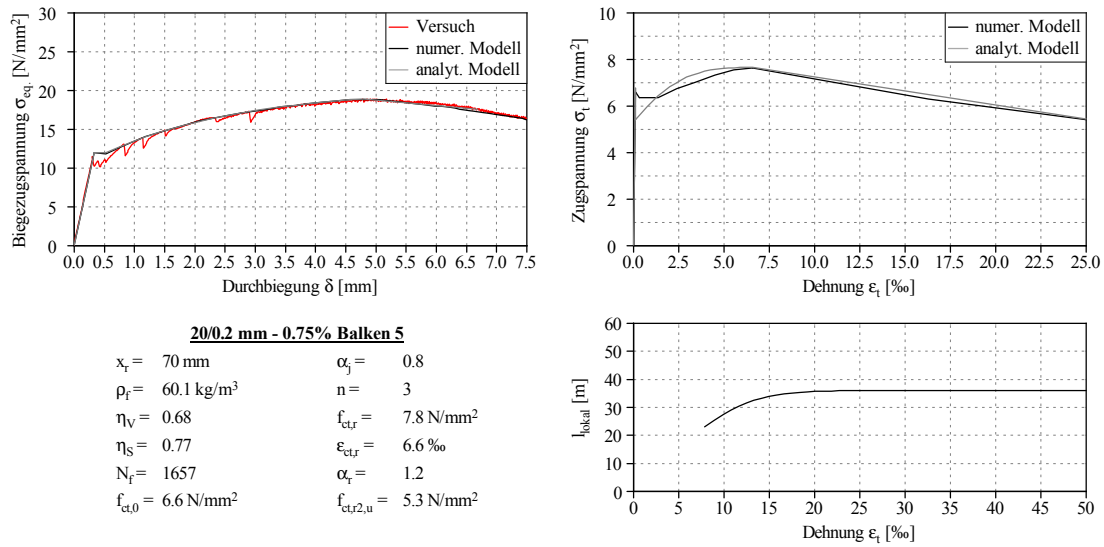


Abb. C.47: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

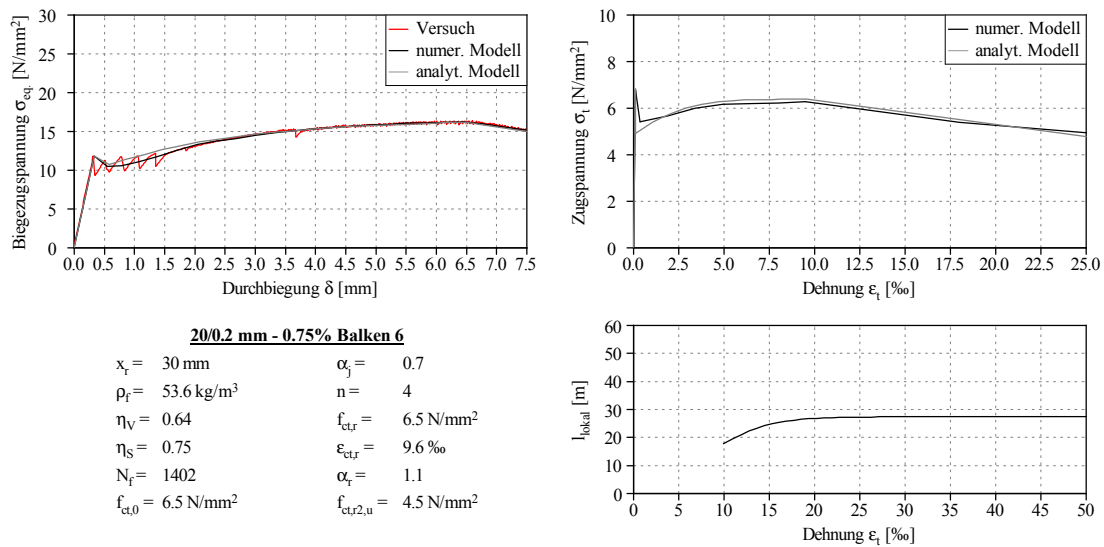


Abb. C.48: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

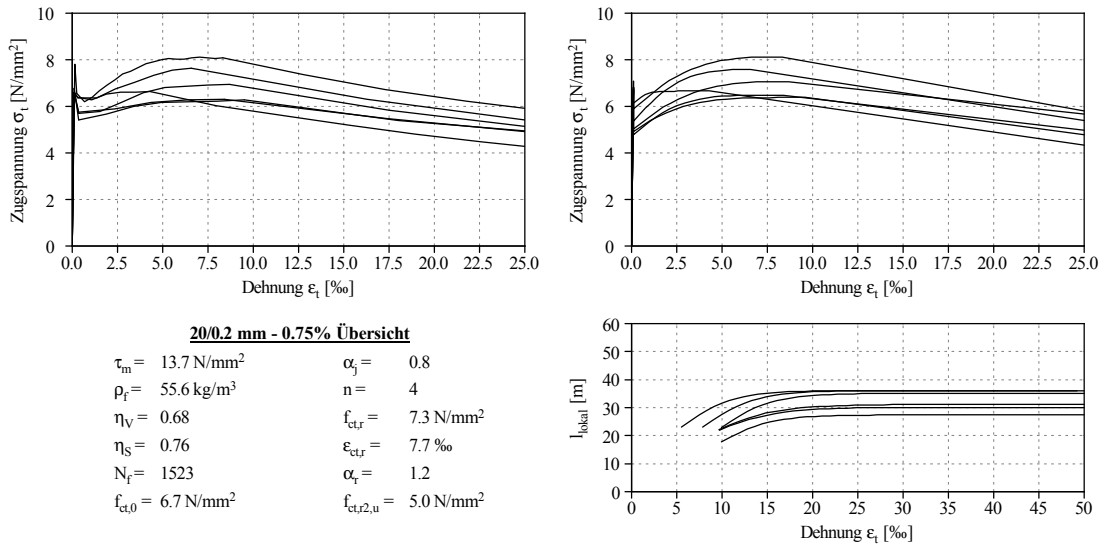


Abb. C.49: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonenlänge von Serie UHPC-PLAT-20-0.75

C.8 UHPC Platten - 20/0.2 mm - 1.50 %

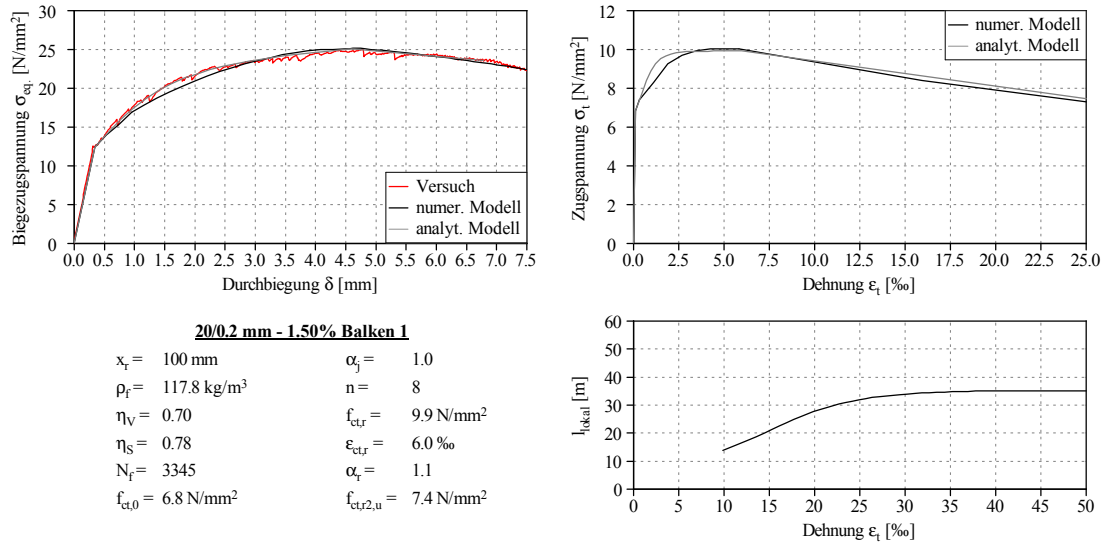


Abb. C.50: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

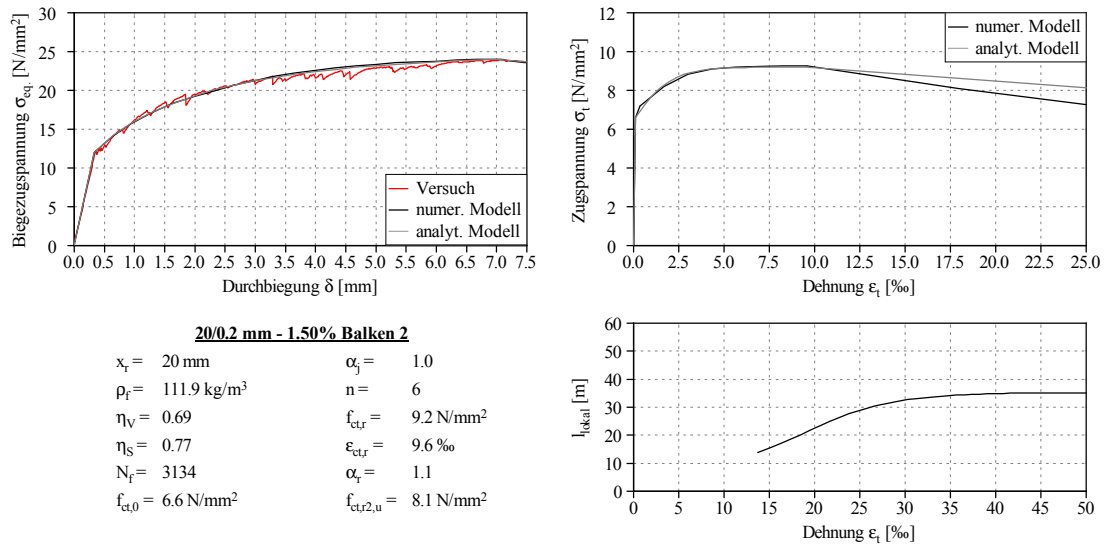


Abb. C.51: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

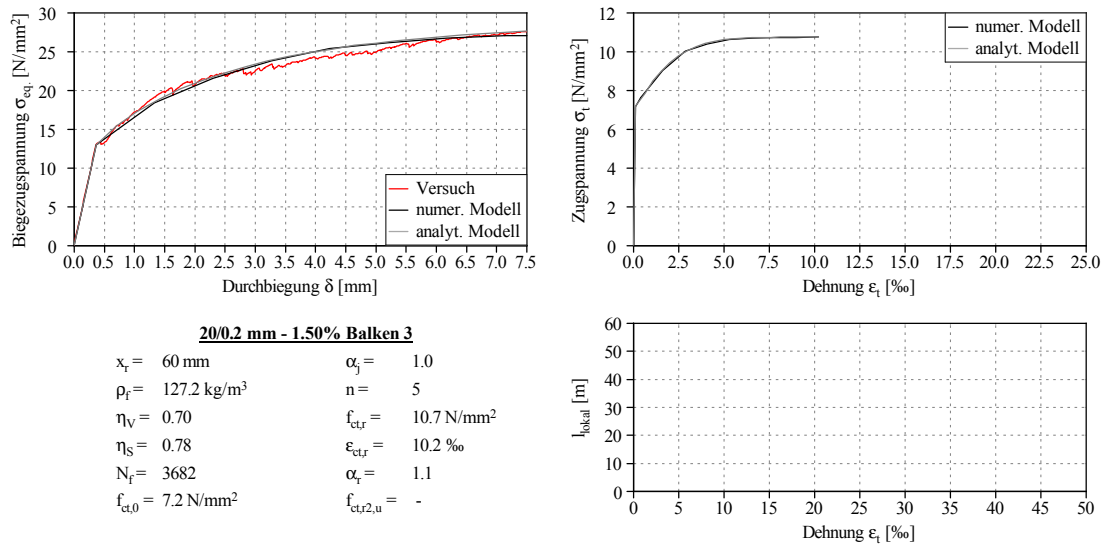


Abb. C.52: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzuglänge von Balken 3

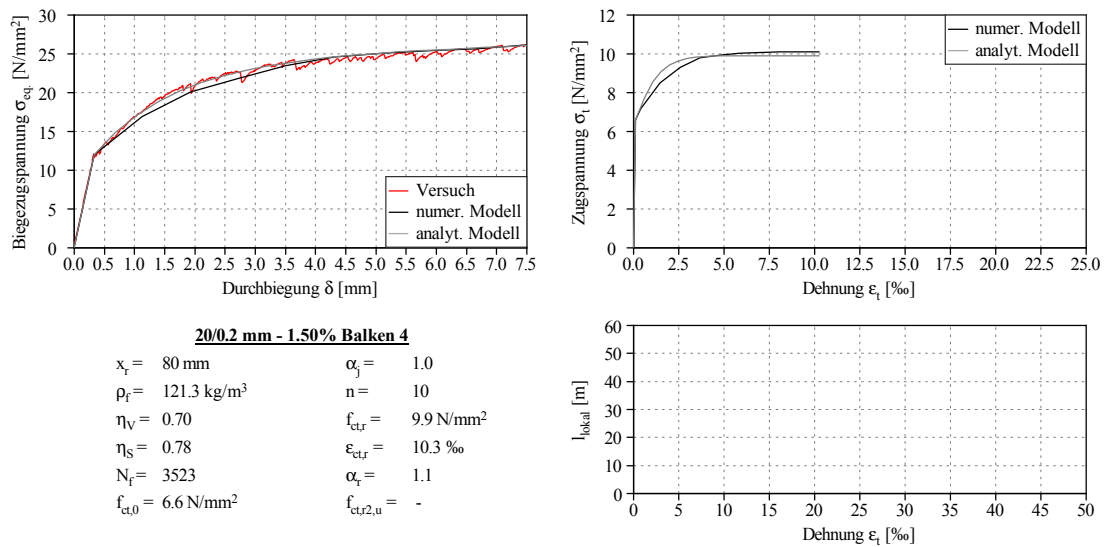


Abb. C.53: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzuglänge von Balken 4

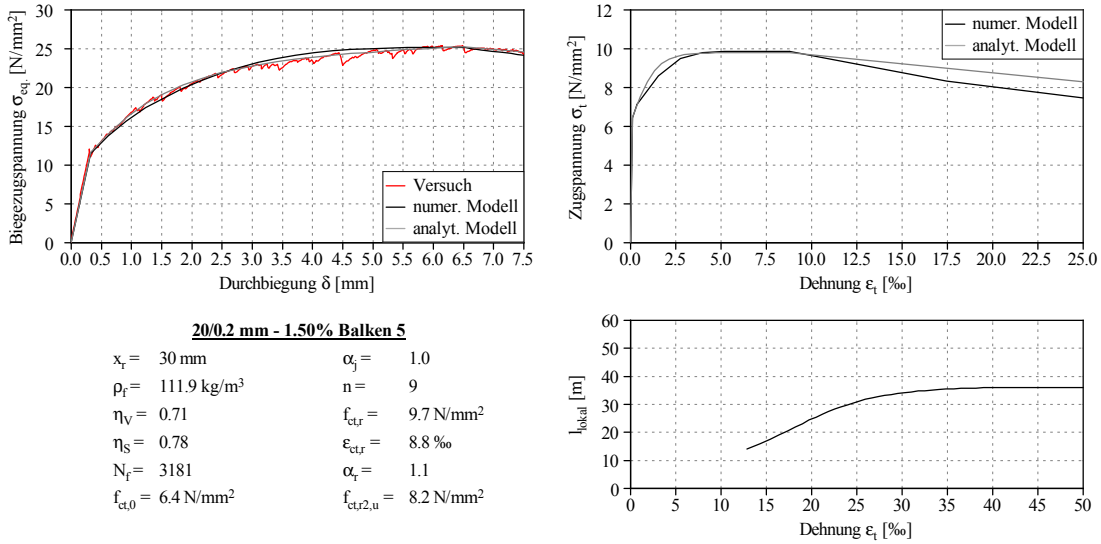


Abb. C.54: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 5

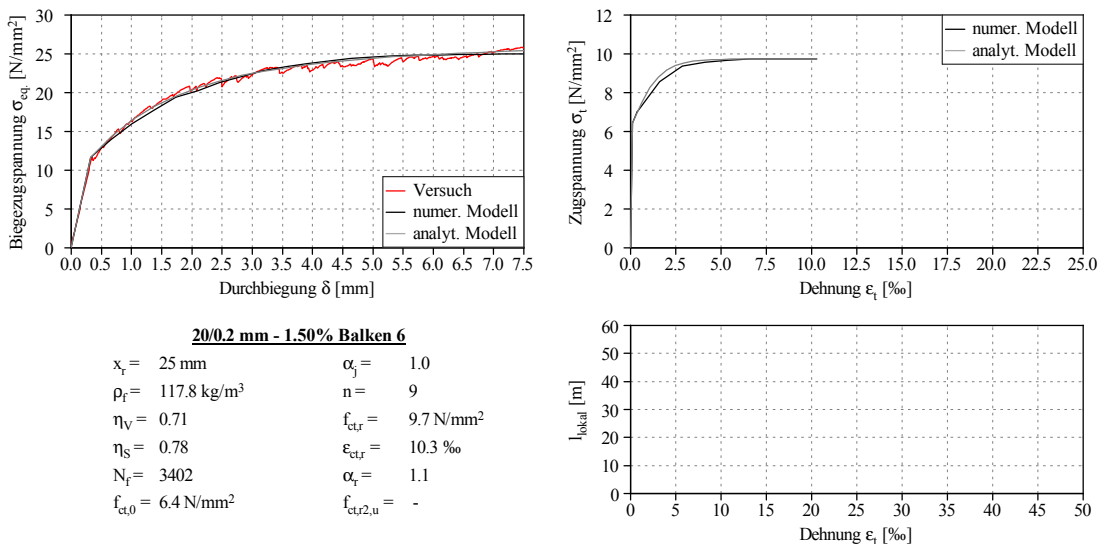


Abb. C.55: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

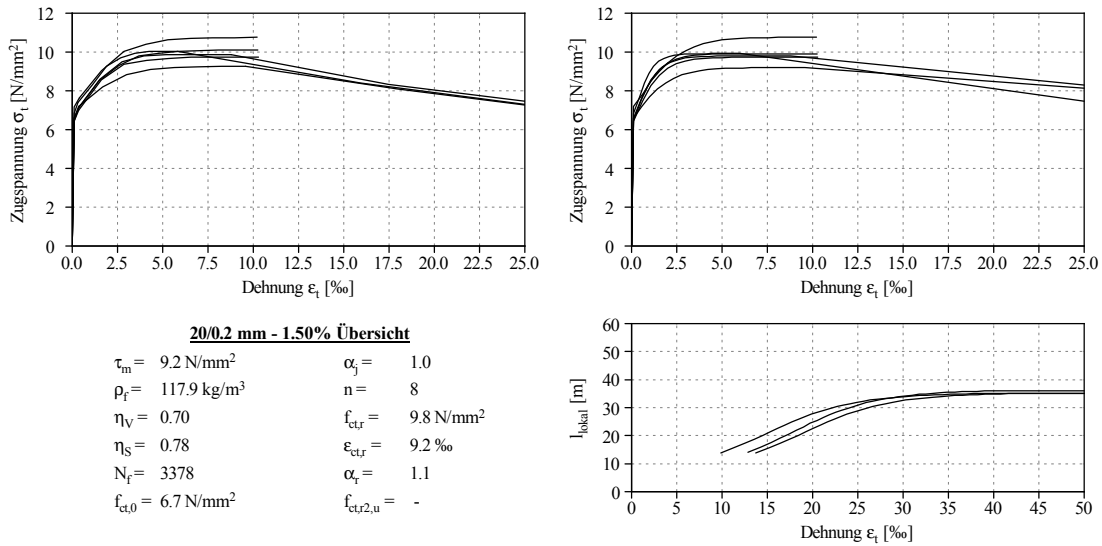


Abb. C.56: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie UHPC-PLAT-20-1.50

C.9 Normalbeton Standardbiegebalken - 60 mm - 30 kg

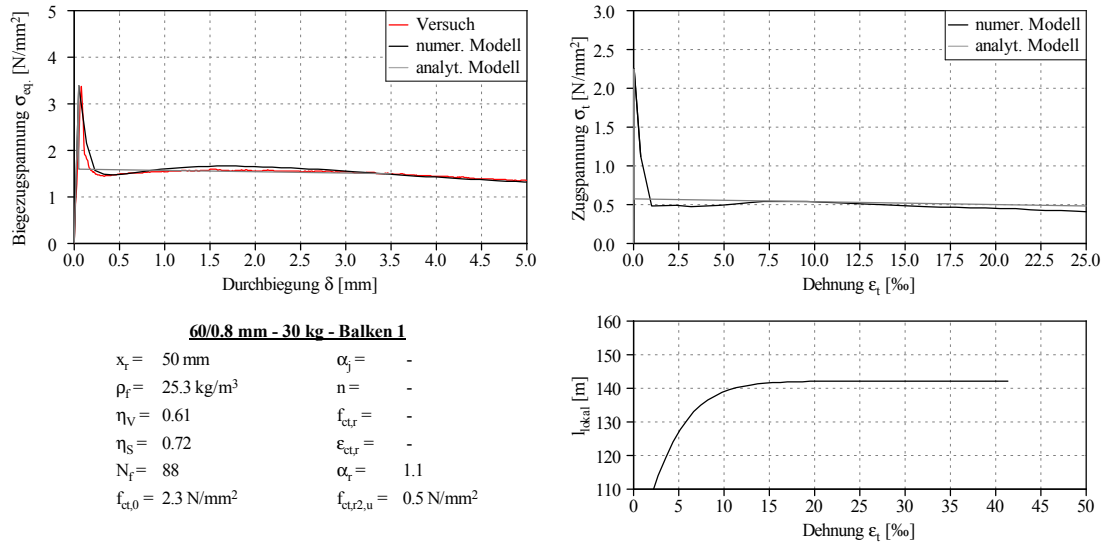


Abb. C.57: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

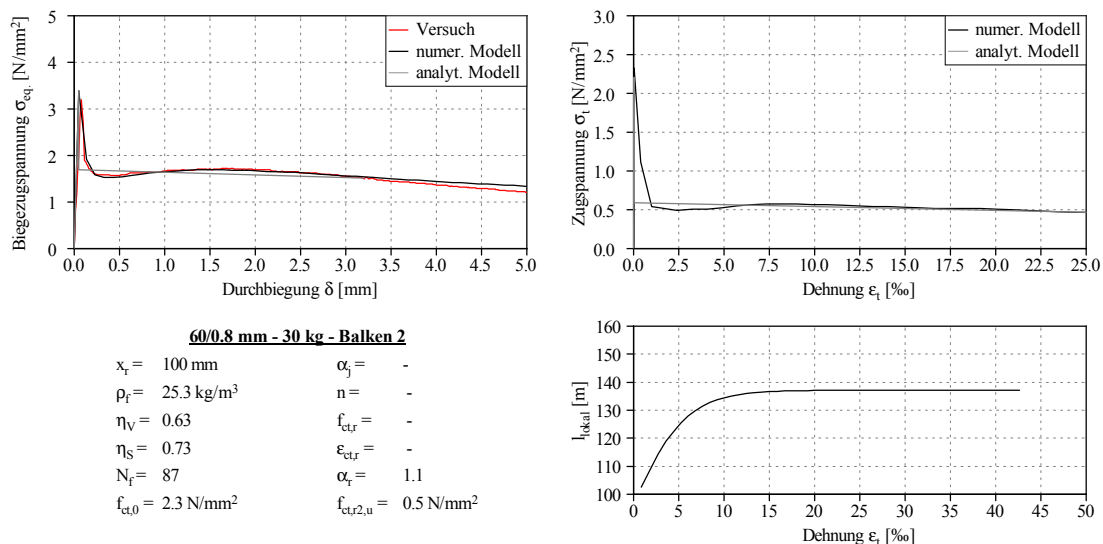


Abb. C.58: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

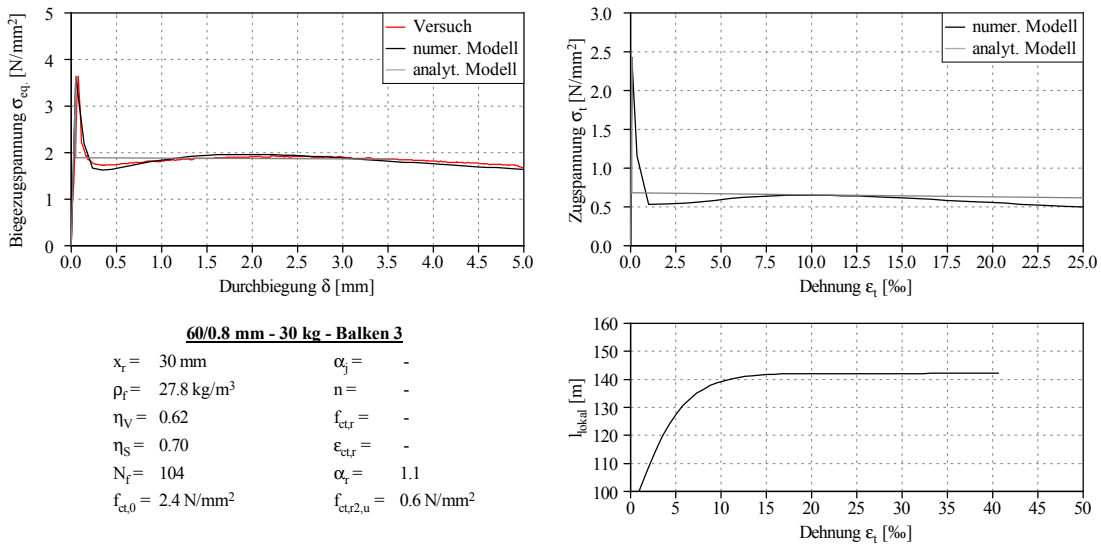


Abb. C.59: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 3

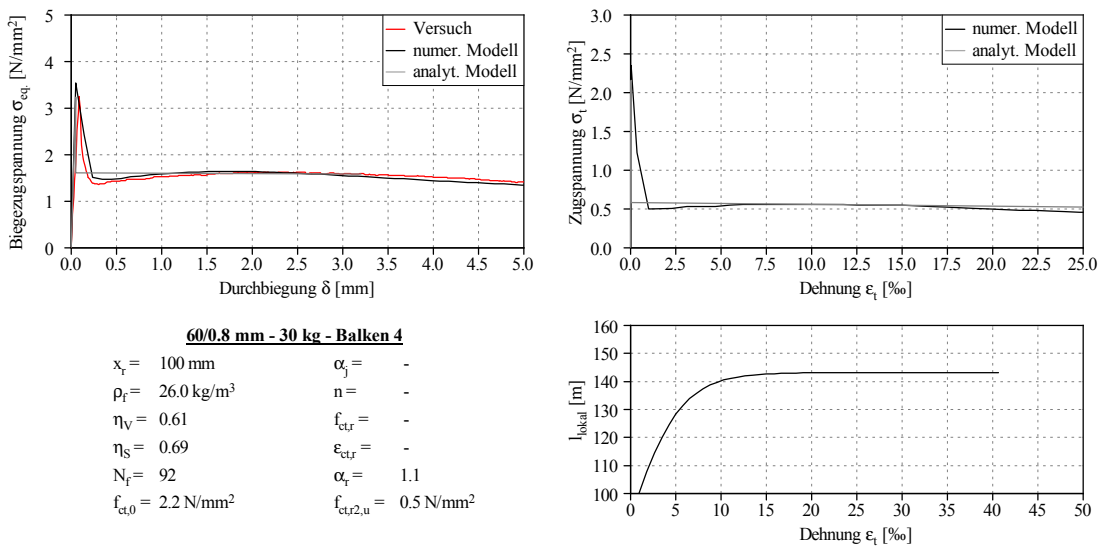


Abb. C.60: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 4

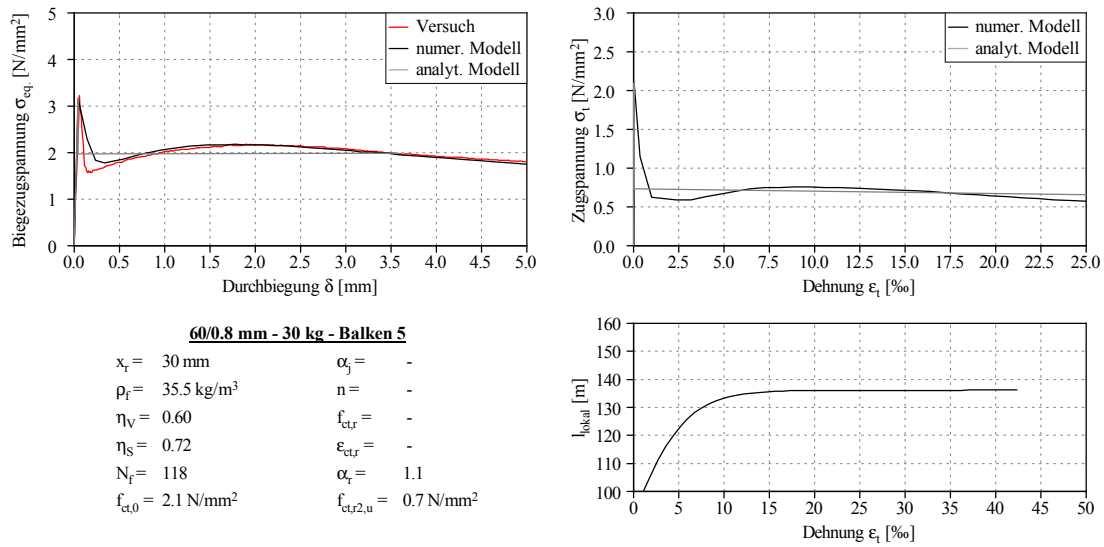


Abb. C.61: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 5

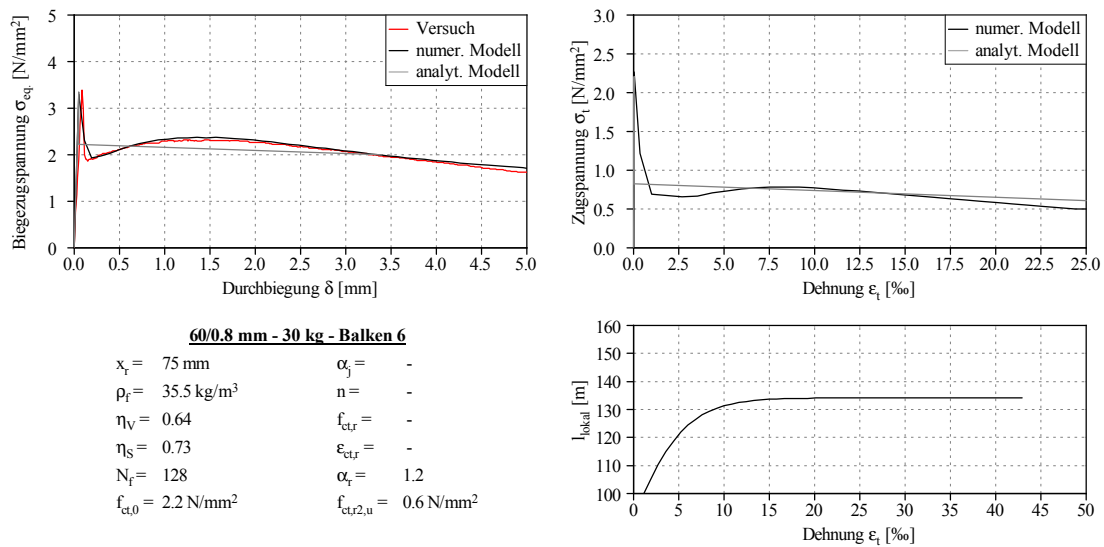


Abb. C.62: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

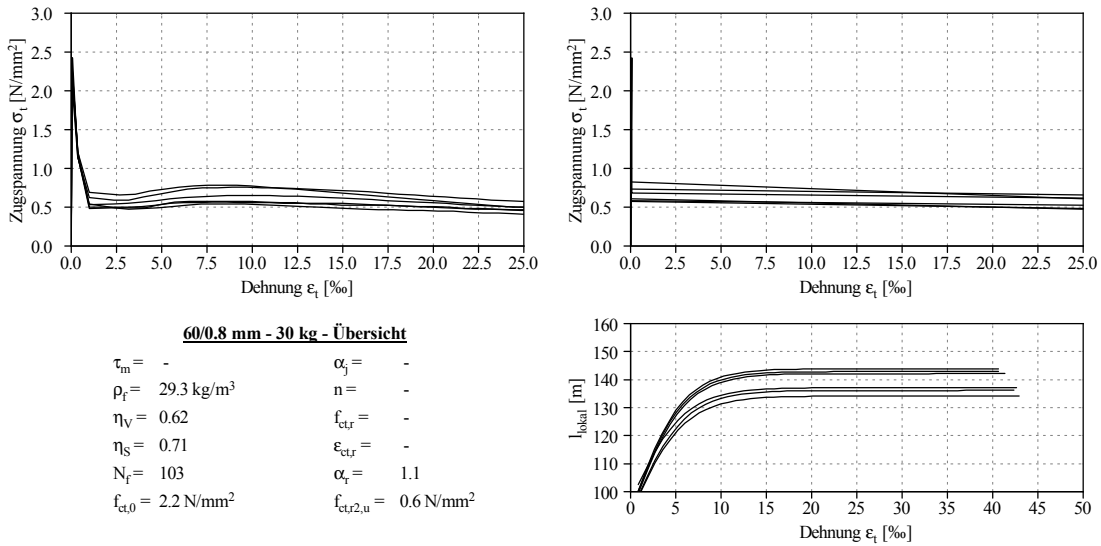


Abb. C.63: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie NB-STBB-60-30

C.10 Normalbeton Standardbiegebalken - 60 mm - 60 kg

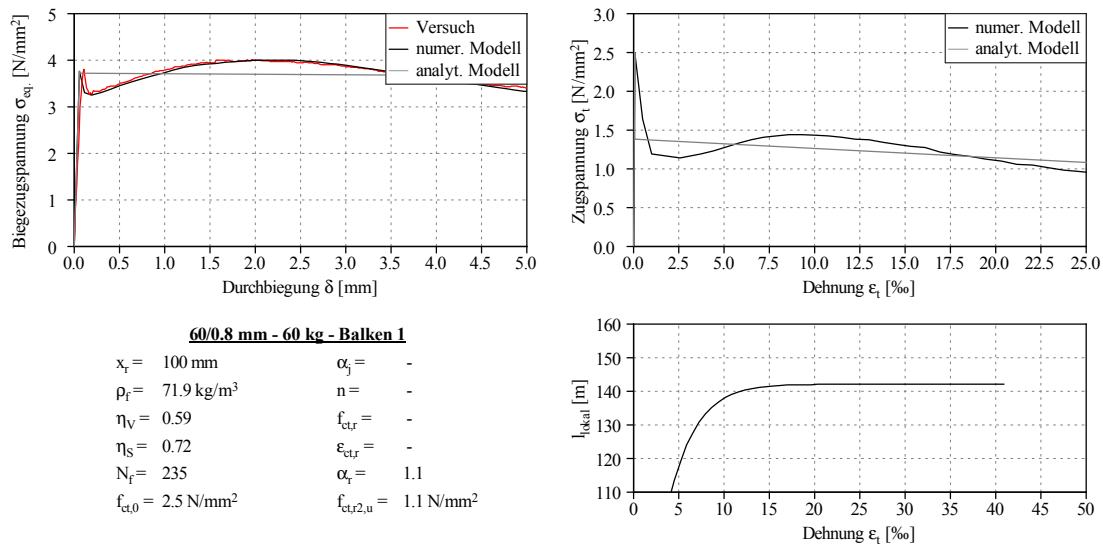


Abb. C.64: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

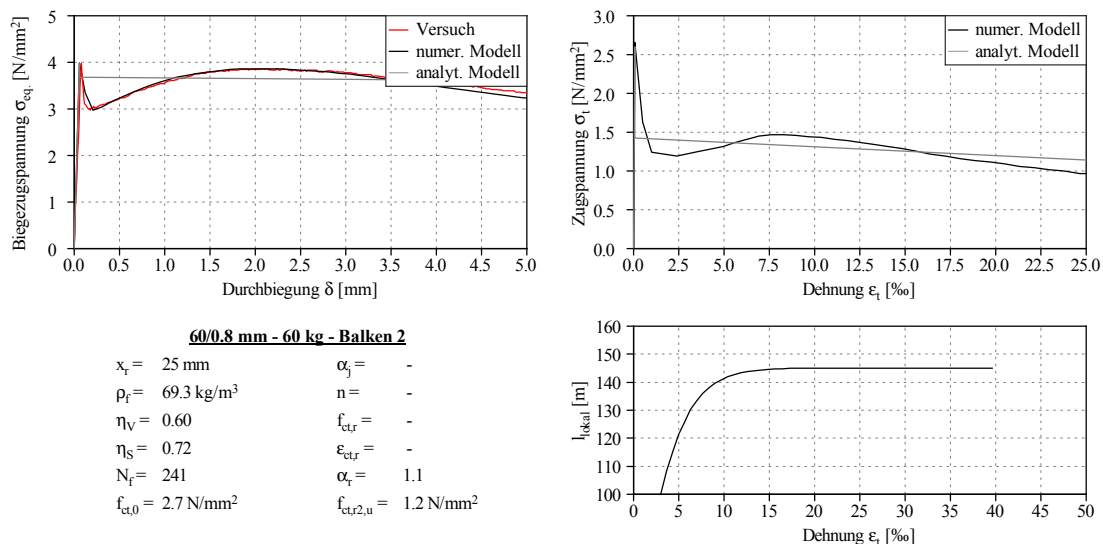


Abb. C.65: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

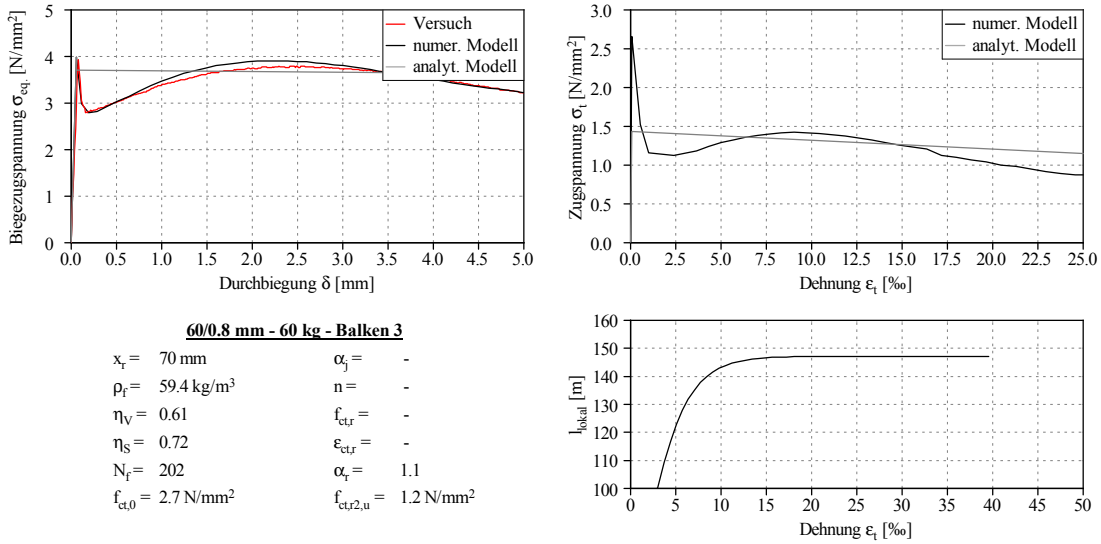


Abb. C.66: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 3

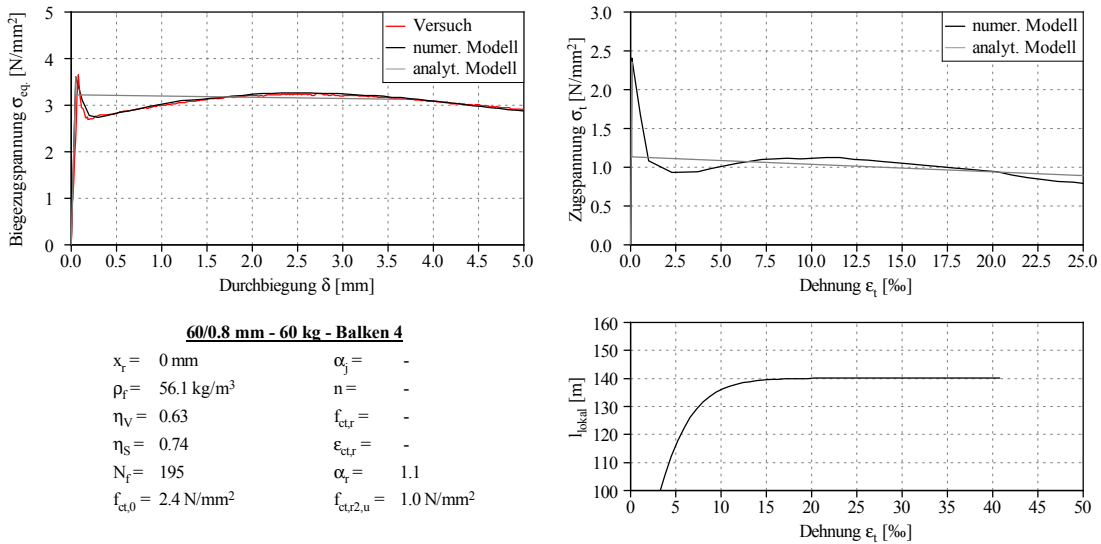


Abb. C.67: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 4

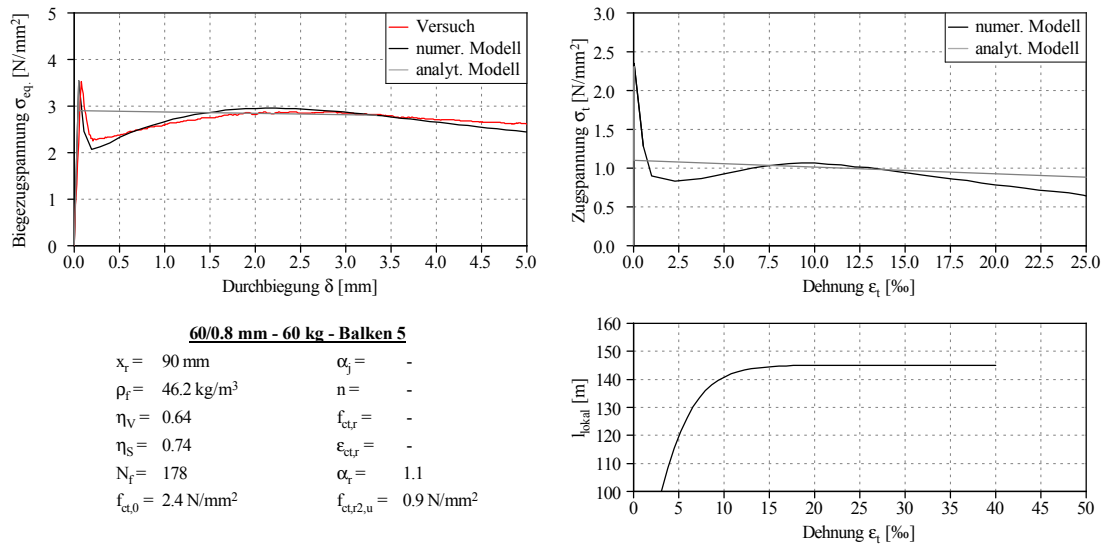


Abb. C.68: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 5

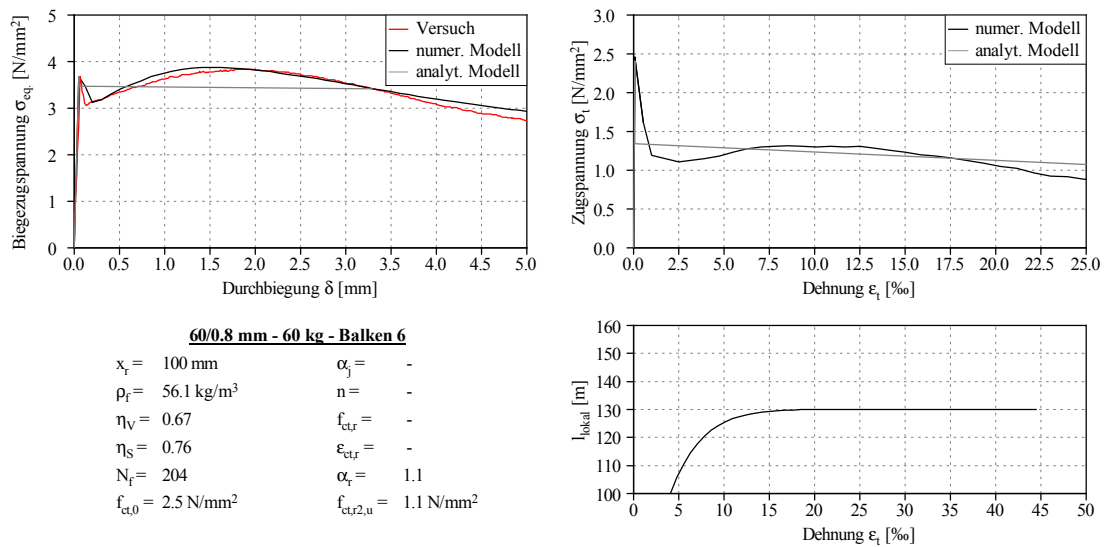
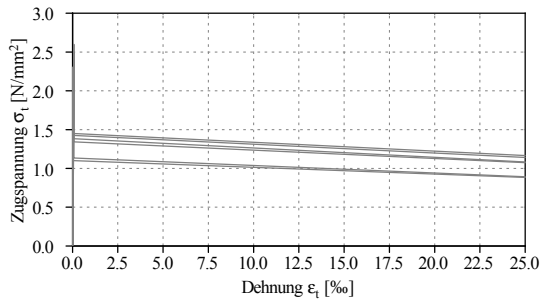
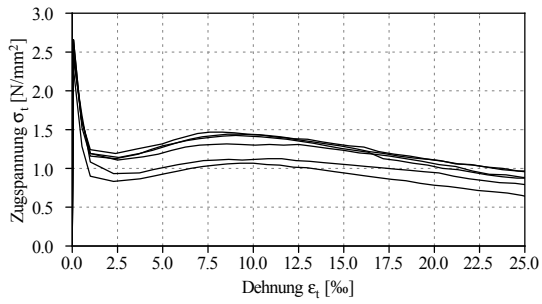


Abb. C.69: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse



60/0.8 mm - 60 kg - Übersicht

$\tau_m = -$	$\alpha_j = -$
$\rho_f = 59.8 \text{ kg/m}^3$	$n = -$
$\eta_V = 0.62$	$f_{ct,r} = -$
$\eta_S = 0.73$	$\epsilon_{ct,r} = -$
$N_f = 209$	$\alpha_\tau = 1.1$
$f_{ct,0} = 2.5 \text{ N/mm}^2$	$f_{ct,2,u} = 1.1 \text{ N/mm}^2$

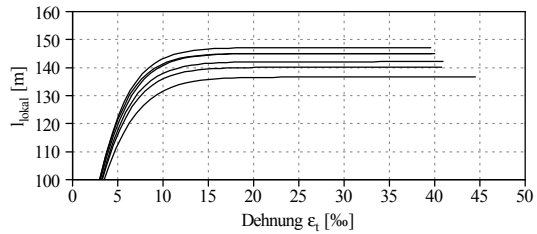


Abb. C.70: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie NB-STBB-60-60

C.11 Normalbeton Standardbiegebalken - 30 mm - 30 kg

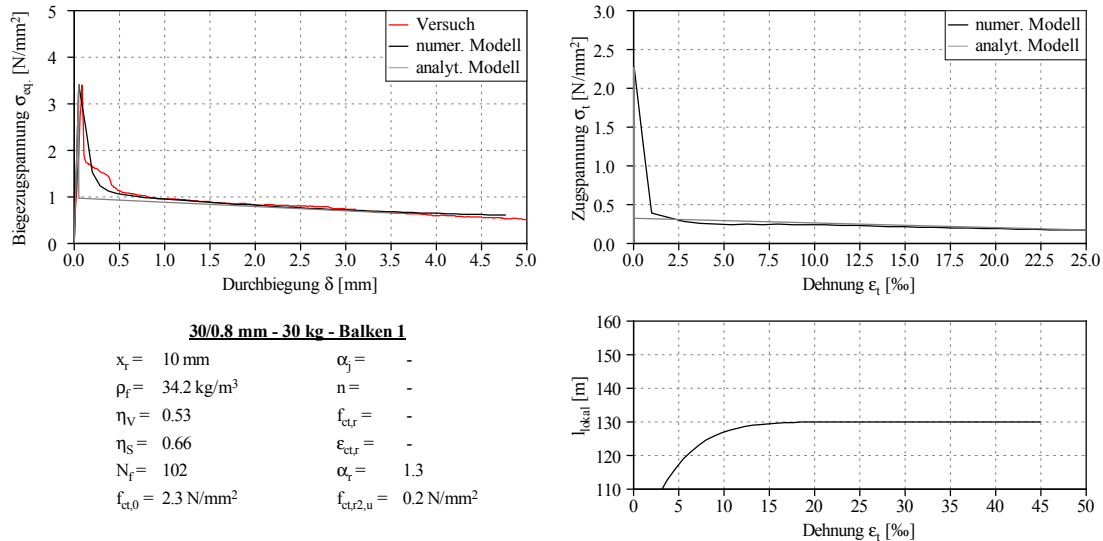


Abb. C.71: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

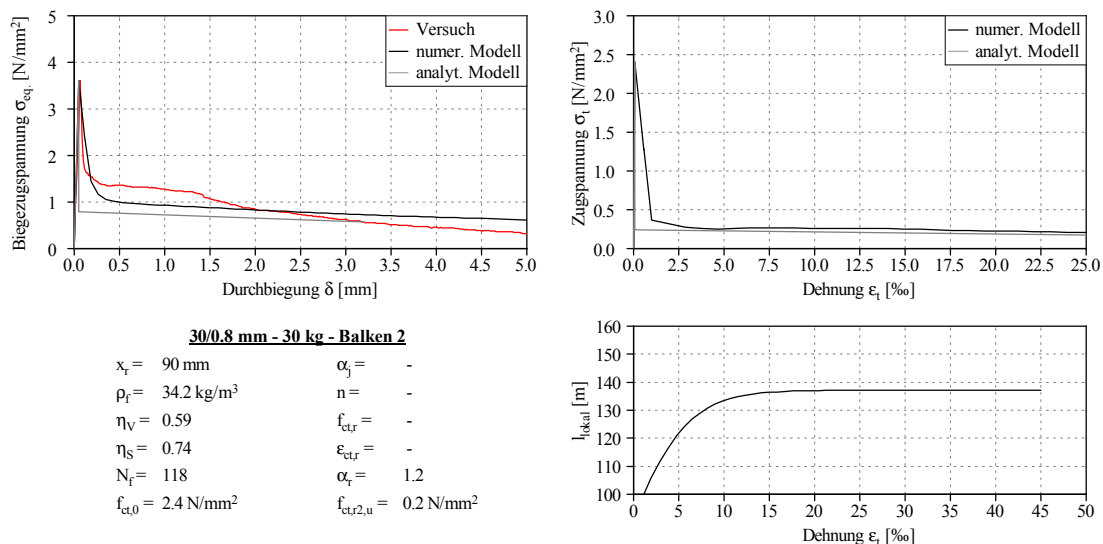


Abb. C.72: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

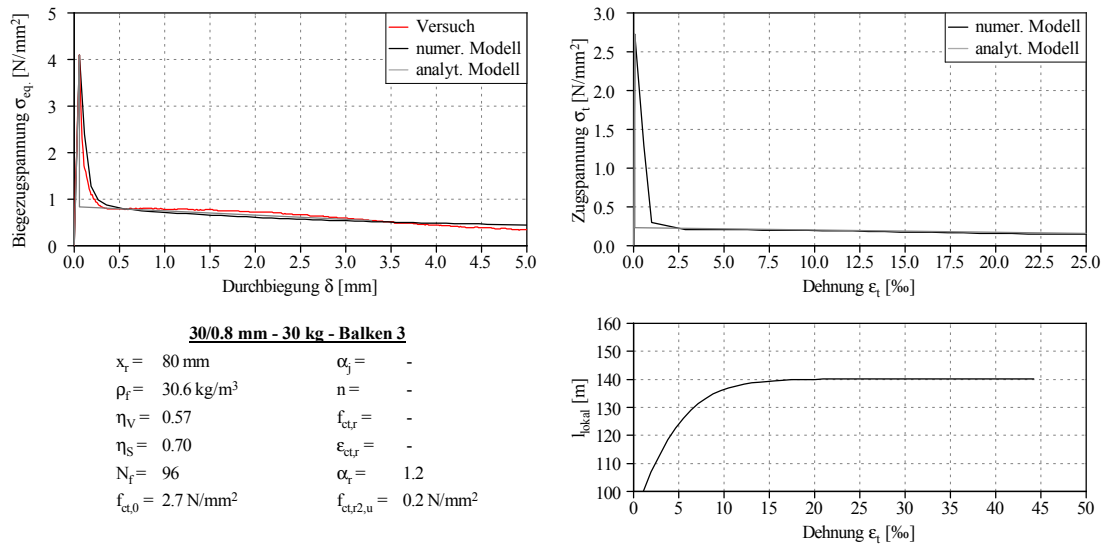


Abb. C.73: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

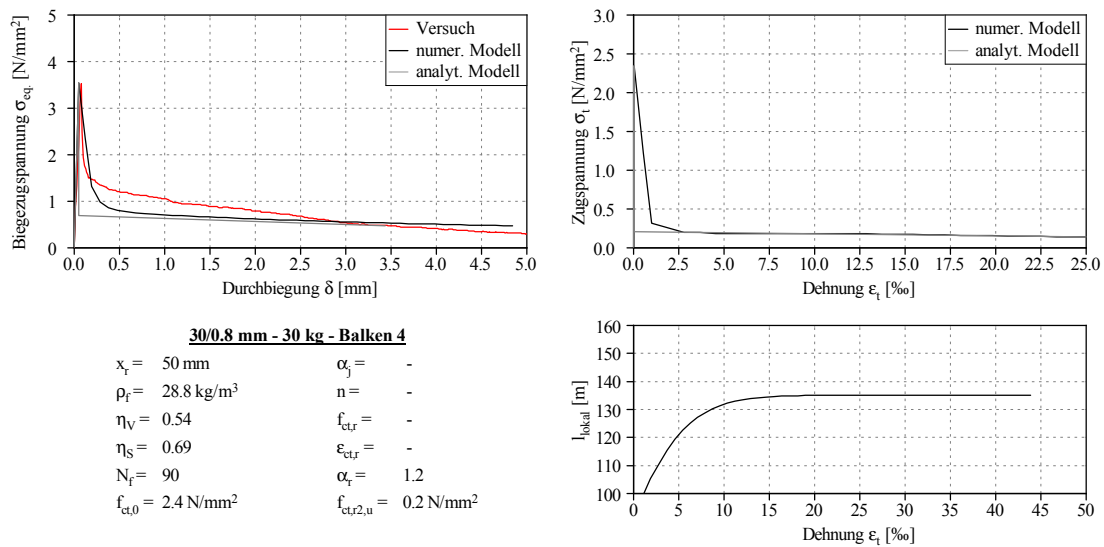


Abb. C.74: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

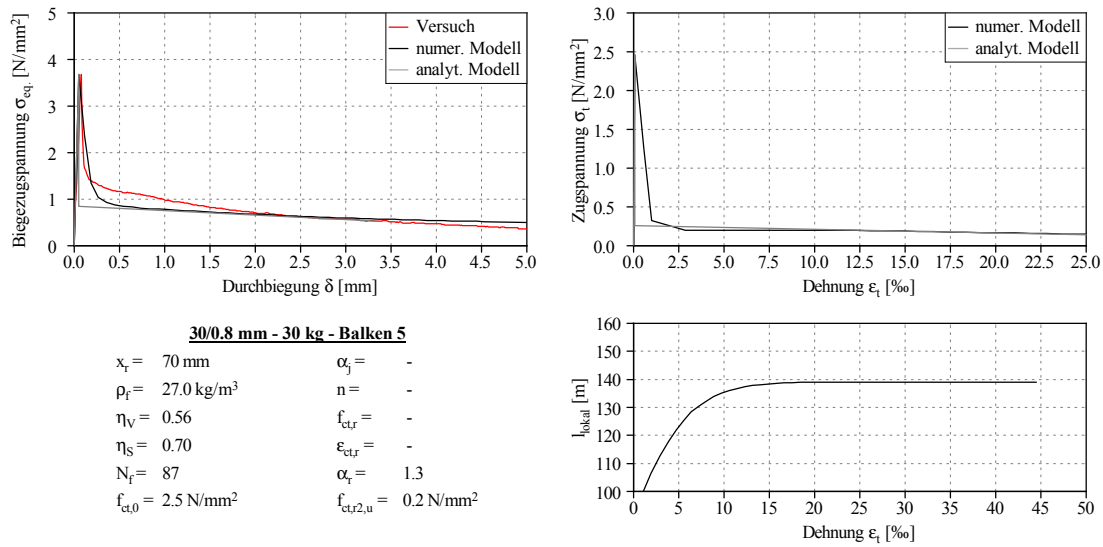


Abb. C.75: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 5

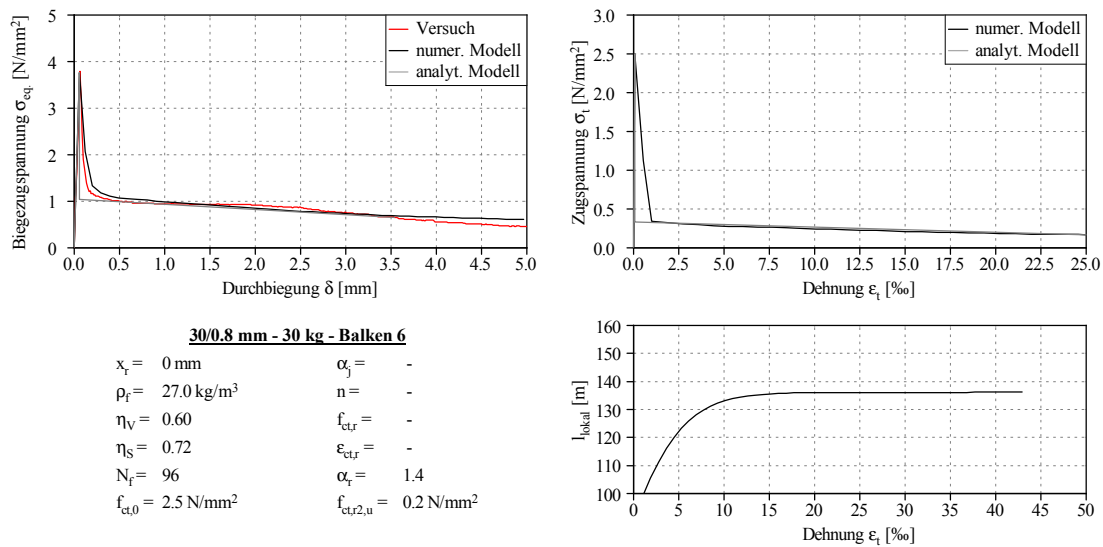
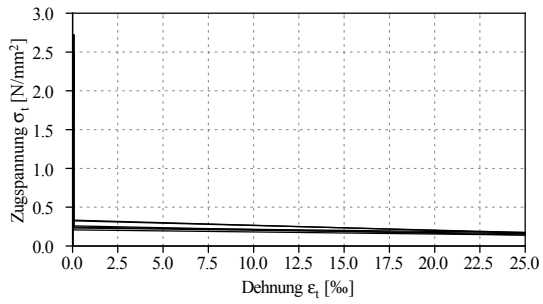
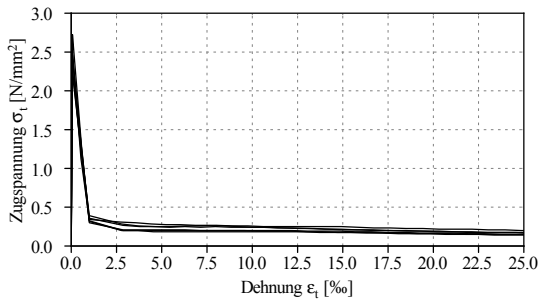


Abb. C.76: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse



30/0.8 mm - 30 kg - Übersicht

$\tau_m =$ -	$\alpha_j =$ -
$\rho_f =$ 30.3 kg/m ³	$n =$ -
$\eta_V =$ 0.57	$f_{ct,r} =$ -
$\eta_S =$ 0.70	$\epsilon_{ct,r} =$ -
$N_f =$ 98	$\alpha_\tau =$ 1.2
$f_{ct,0} =$ 2.4 N/mm ²	$f_{ct,r2,u} =$ 0.2 N/mm ²

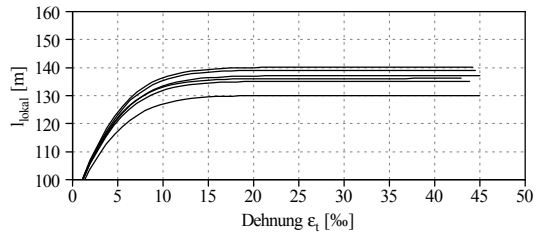


Abb. C.77: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie NB-STBB-30-30

C.12 Normalbeton Standardbiegebalken - 30 mm - 60 kg

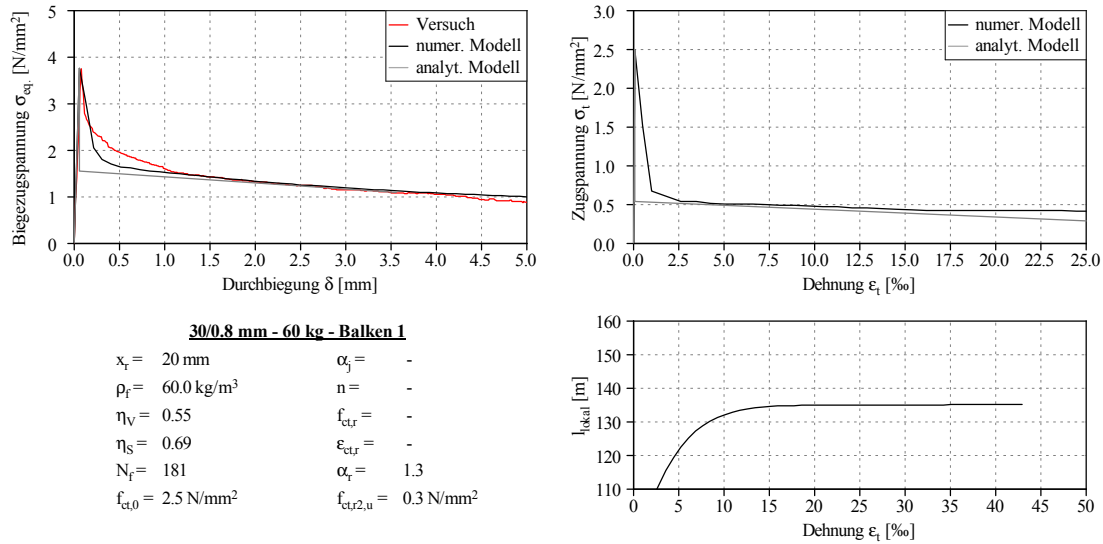


Abb. C.78: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

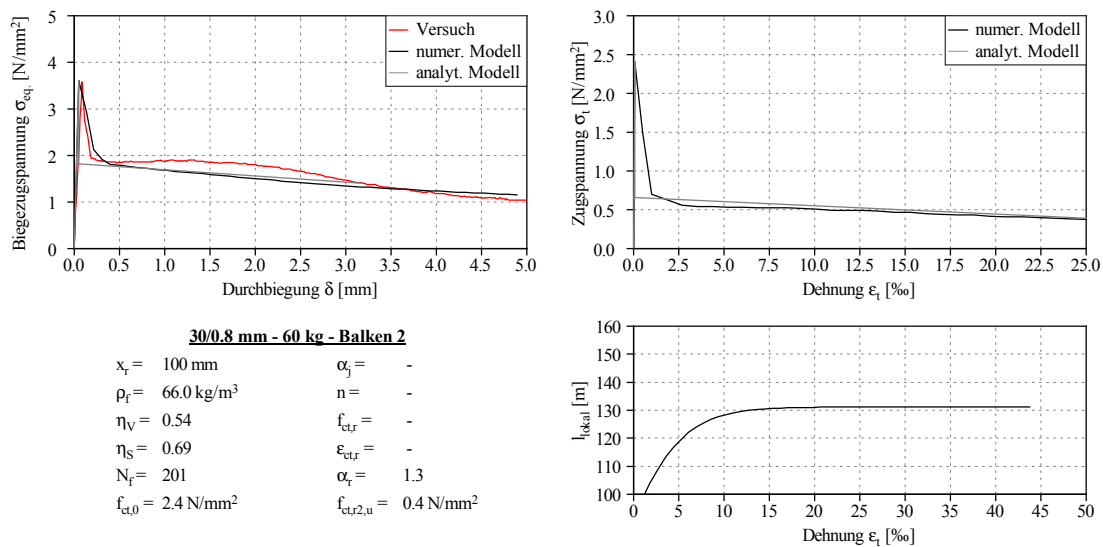


Abb. C.79: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

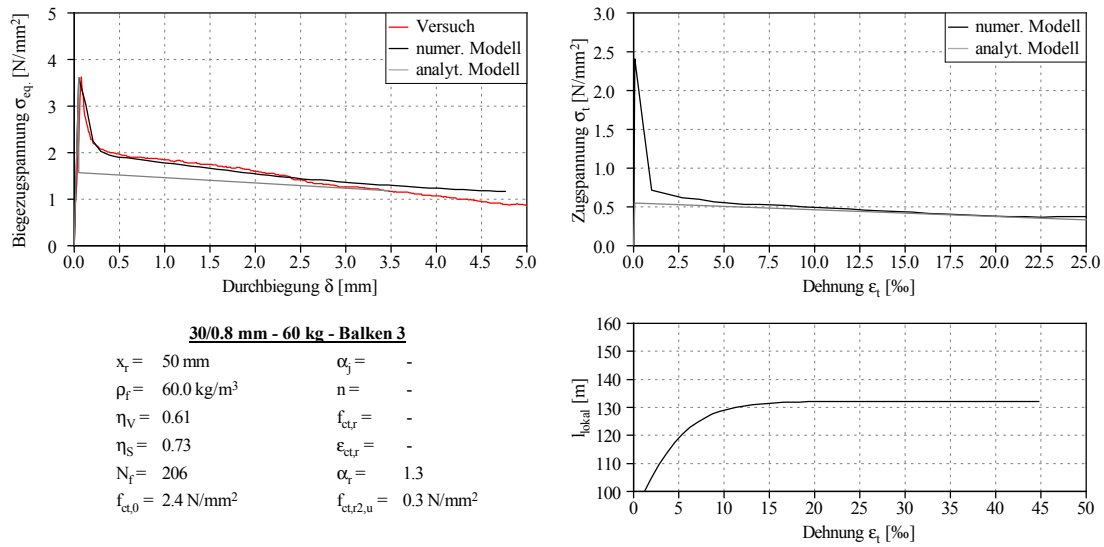


Abb. C.80: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

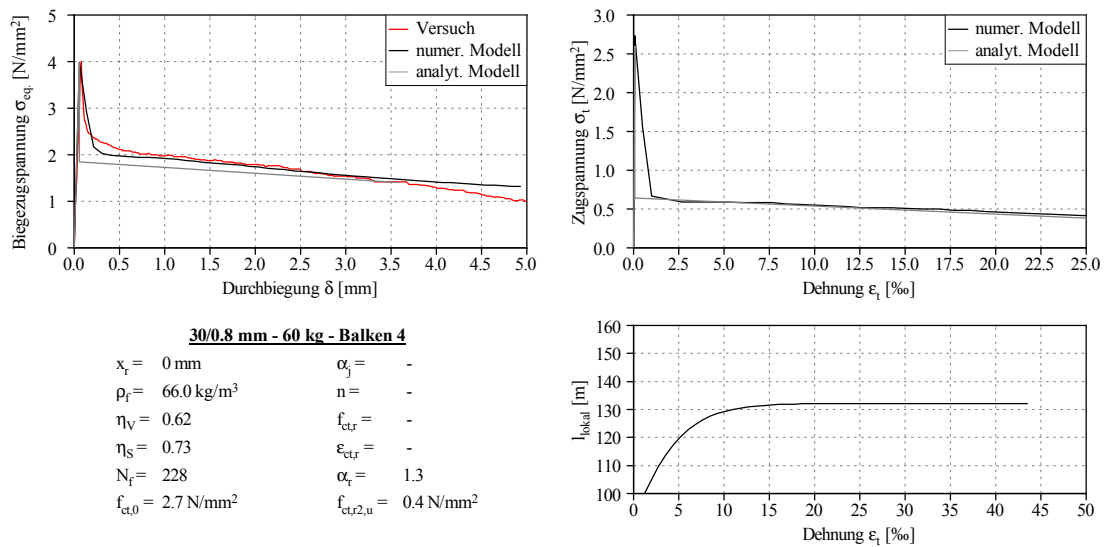


Abb. C.81: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

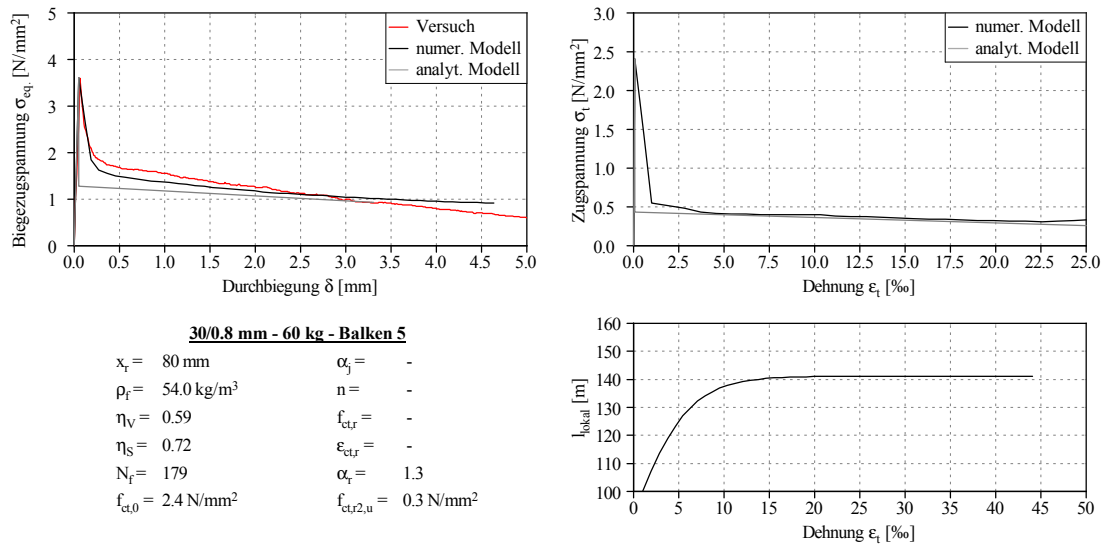


Abb. C.82: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 5

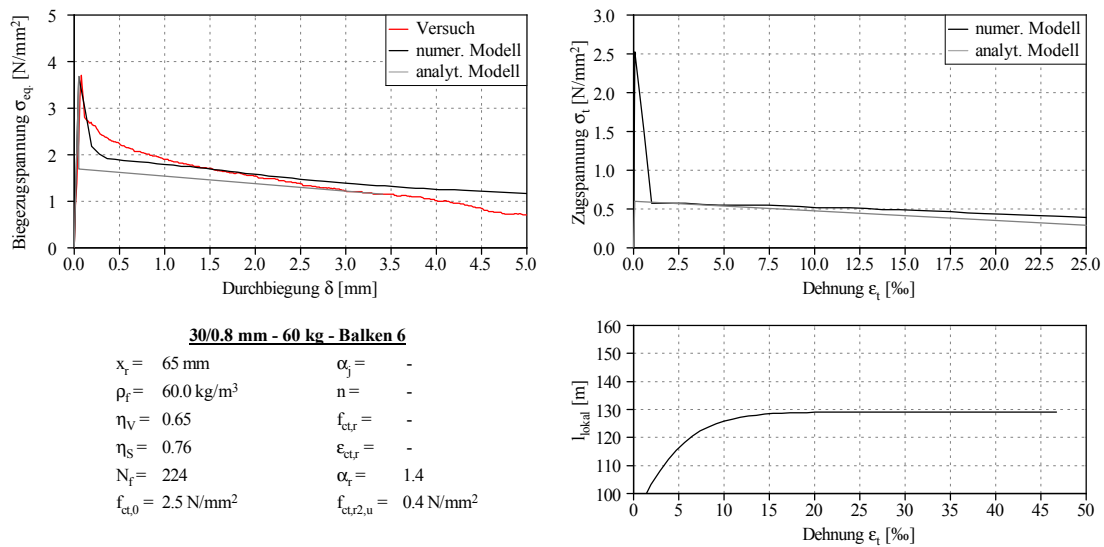


Abb. C.83: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenzlänge von Balken 6

Übersicht über die Ergebnisse

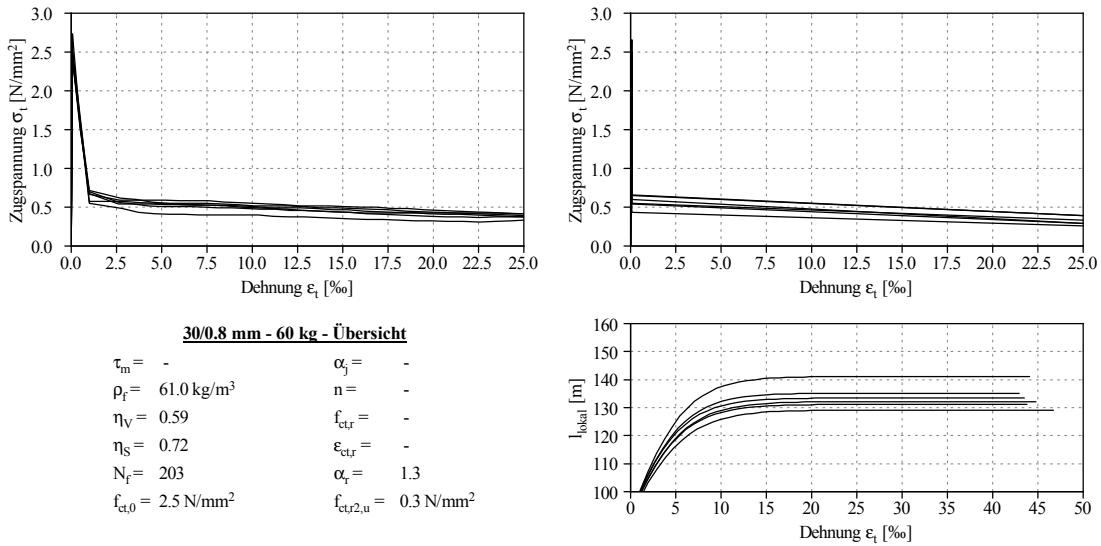


Abb. C.84: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen (li. oben) und dem analytischen Modell (re. oben) sowie Prozesszonenlänge von Serie NB-STBB-30-60

C.13 Normalbeton Große Balken - 60 mm - 30 kg

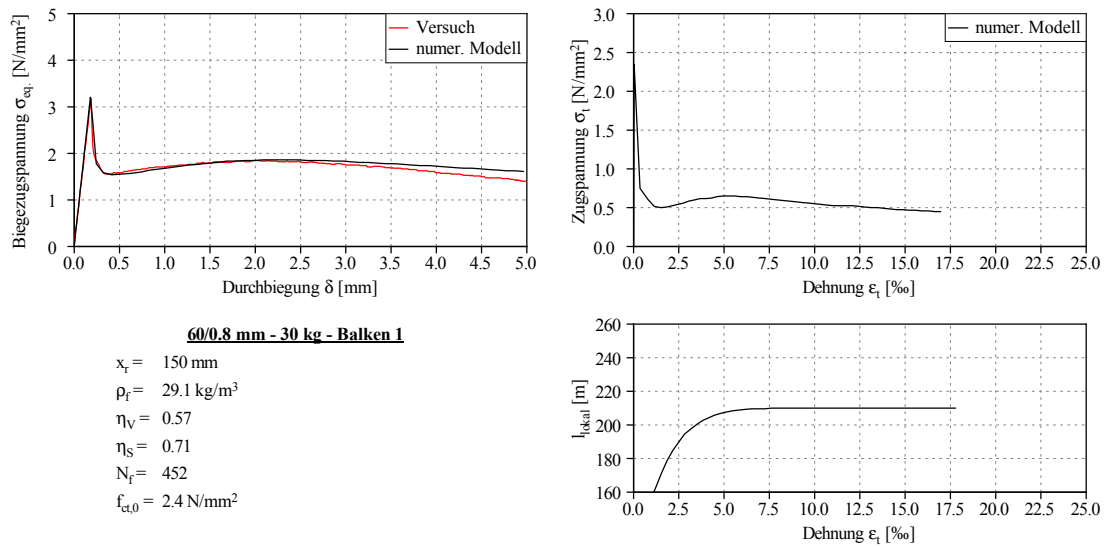


Abb. C.85: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

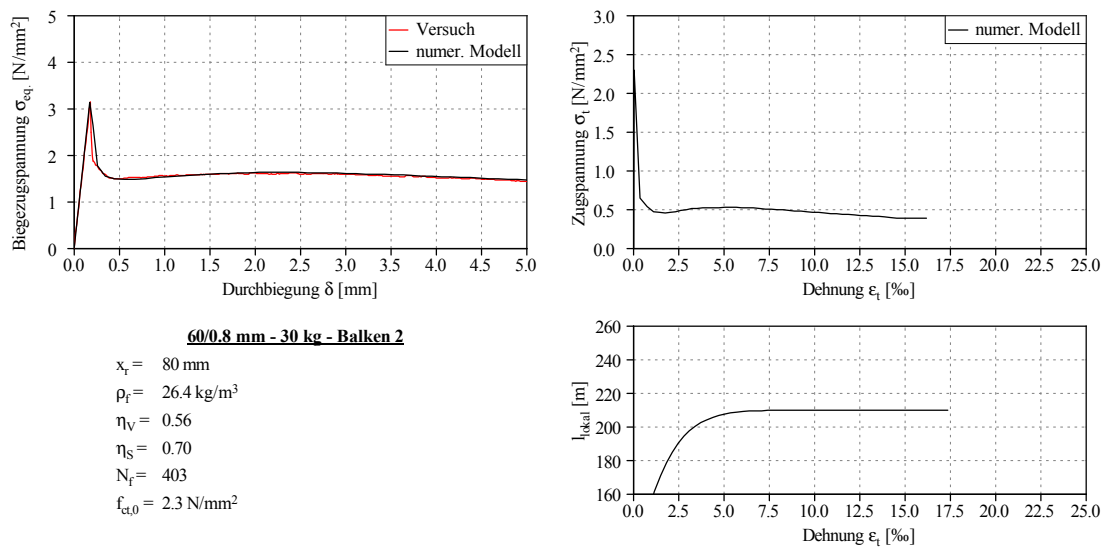


Abb. C.86: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

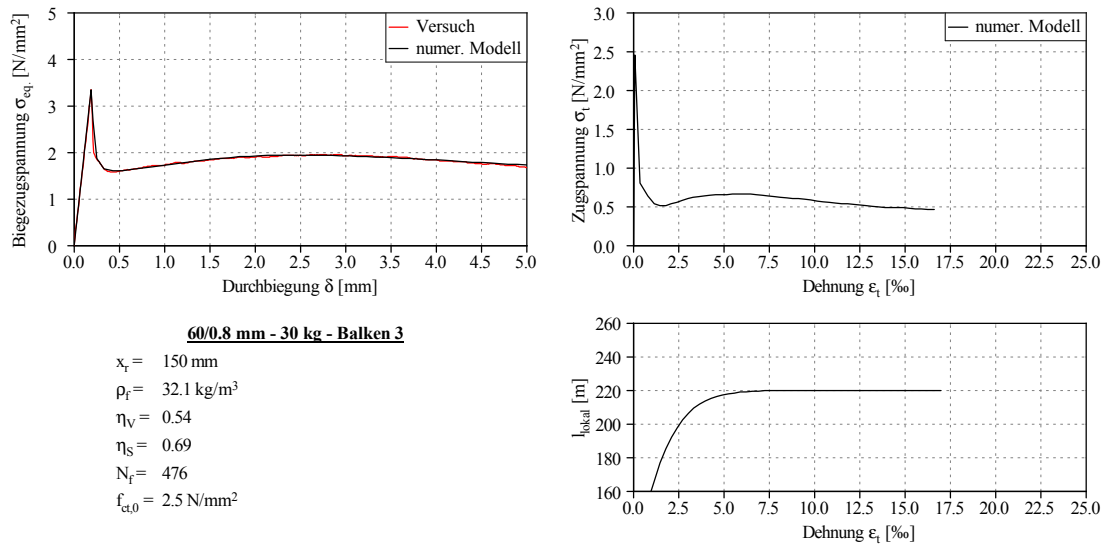


Abb. C.87: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

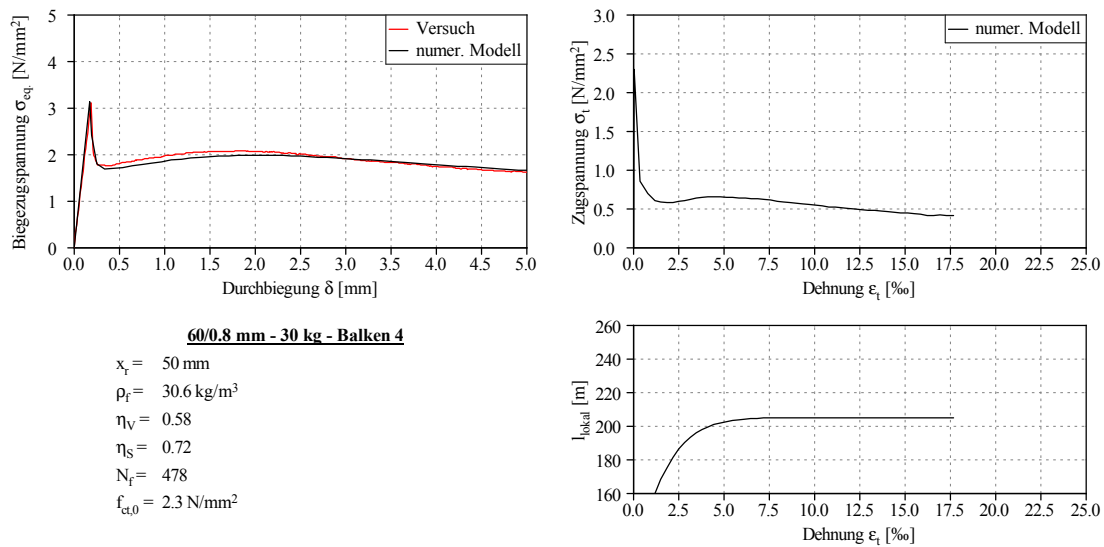
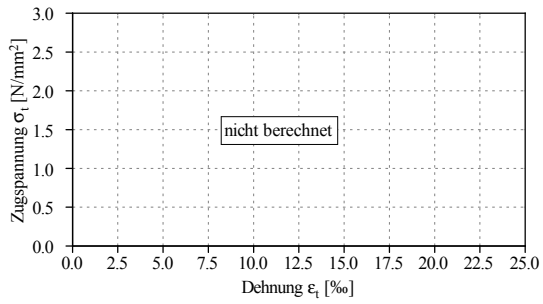
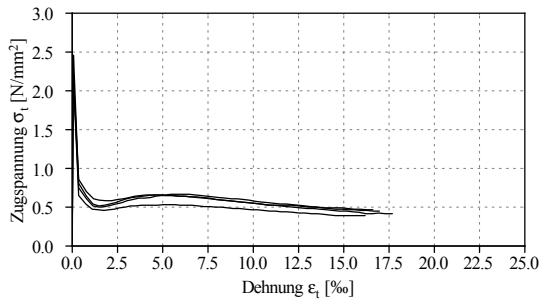


Abb. C.88: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

Übersicht über die Ergebnisse



60/0.8 mm - 30 kg - Übersicht

- $\tau_m = -$
- $\rho_f = 29.6 \text{ kg/m}^3$
- $\eta_V = 0.56$
- $\eta_S = 0.71$
- $N_f = 452$
- $f_{\alpha,0} = 2.4 \text{ N/mm}^2$

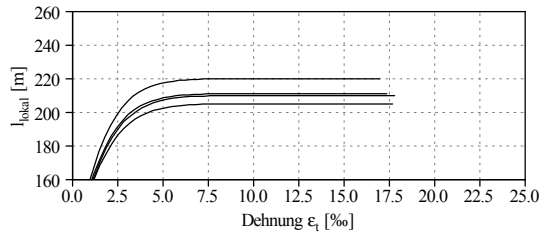


Abb. C.89: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen Modell (li. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie NB-GB-60-30

C.14 Normalbeton Große Balken - 60 mm - 60 kg

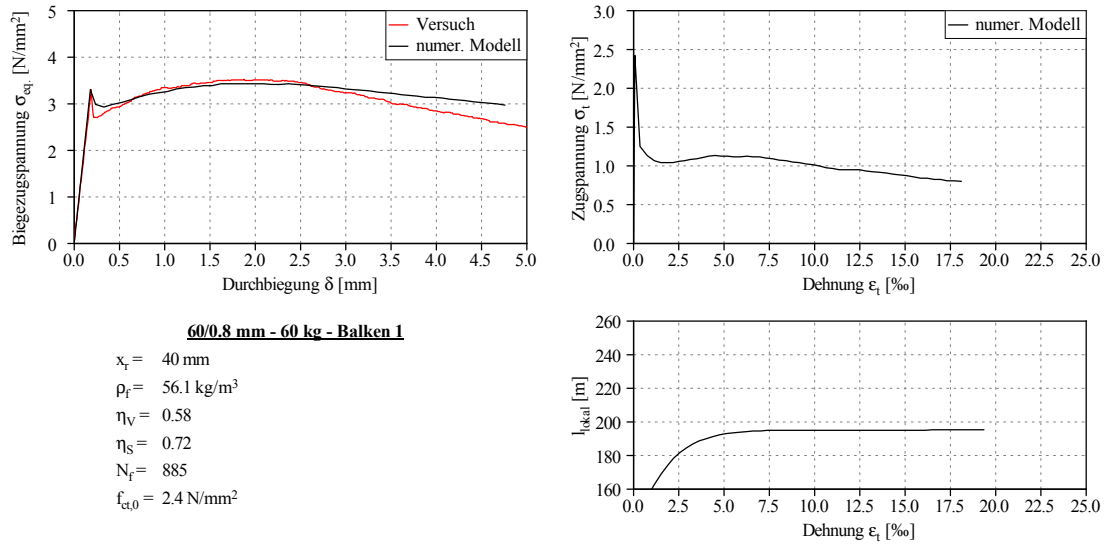


Abb. C.90: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

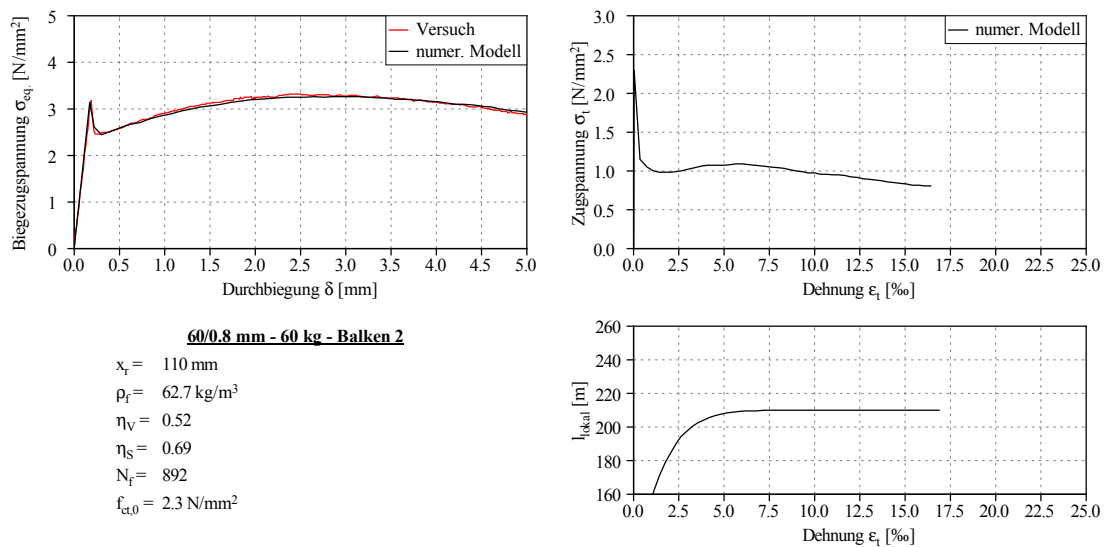


Abb. C.91: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

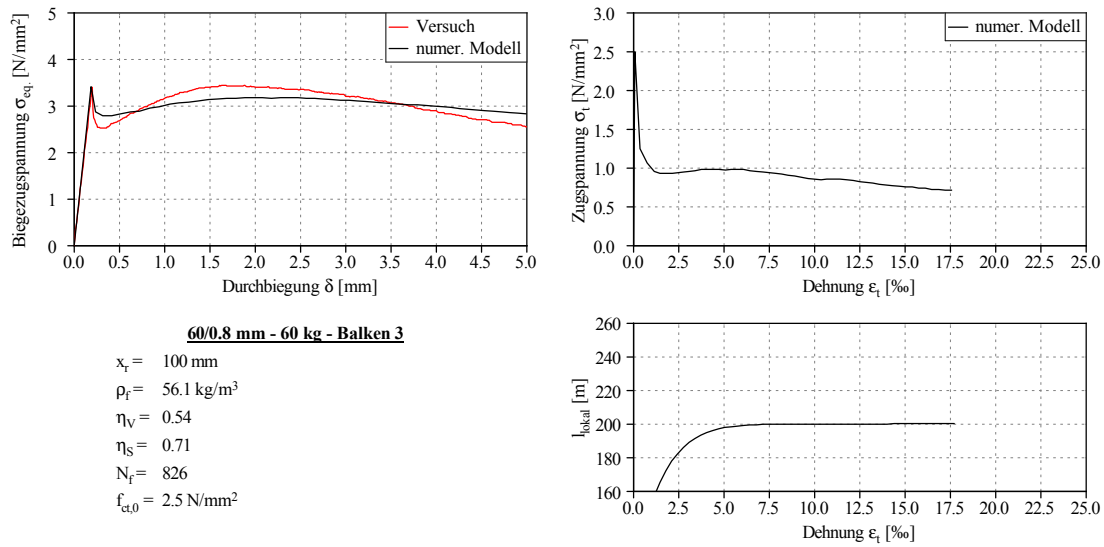


Abb. C.92: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 3

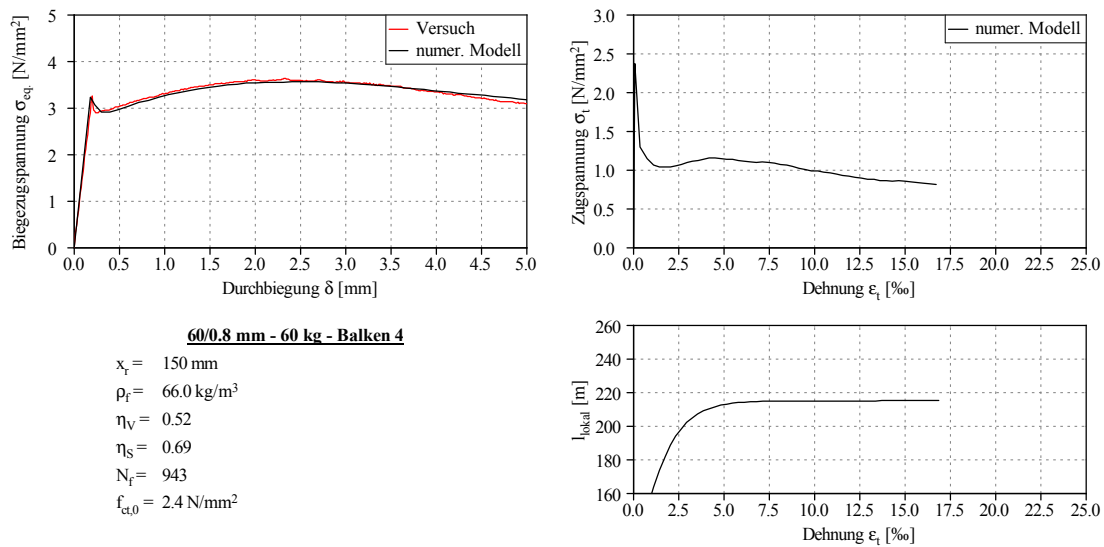
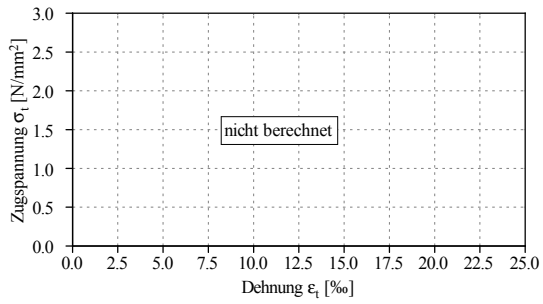
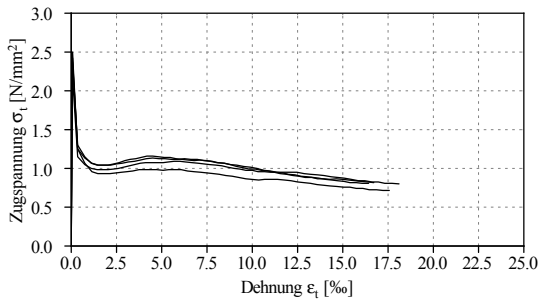


Abb. C.93: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 4

Übersicht über die Ergebnisse



60/0.8 mm - 60 kg - Übersicht

- $\tau_m = -$
- $\rho_f = 60.2 \text{ kg/m}^3$
- $\eta_V = 0.54$
- $\eta_S = 0.70$
- $N_f = 887$
- $f_{\alpha,0} = 2.4 \text{ N/mm}^2$

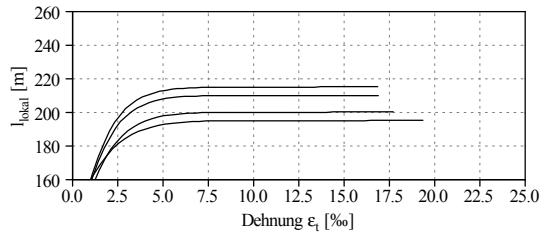


Abb. C.94: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen Modell (li. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie NB-GB-60-60

C.15 Normalbeton Große Balken - 30 mm - 30 kg

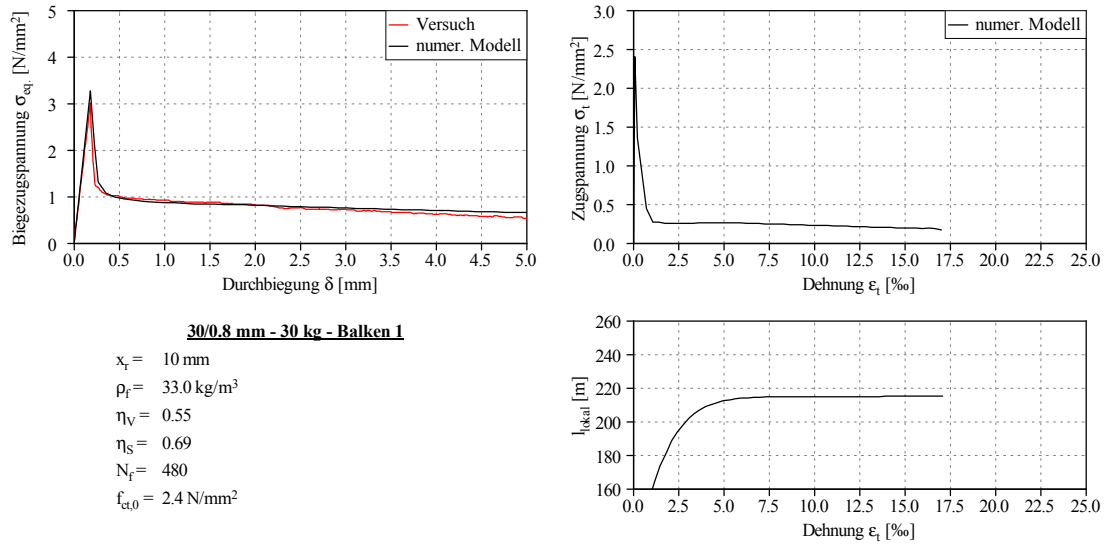


Abb. C.95: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

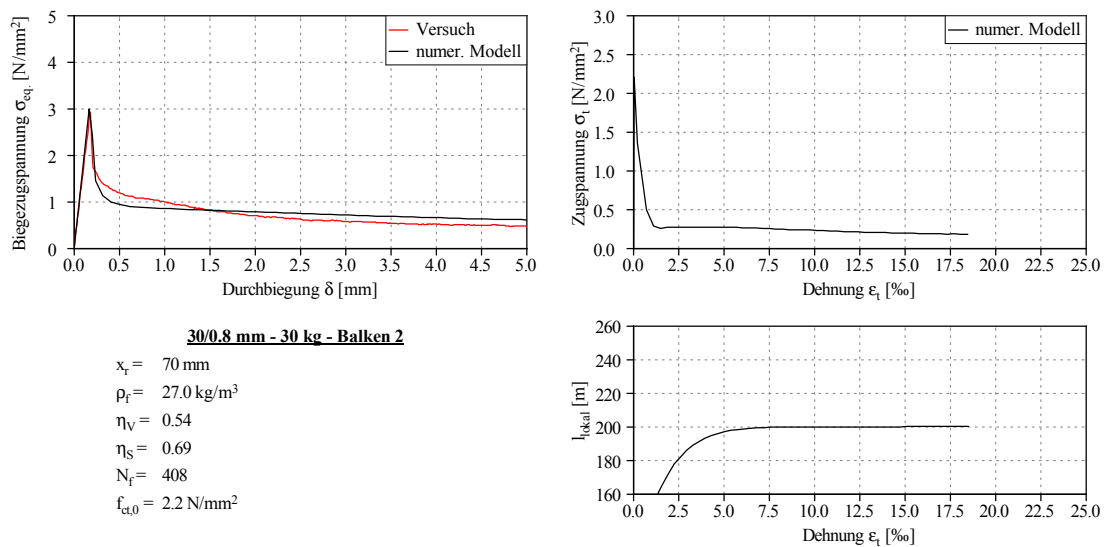


Abb. C.96: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

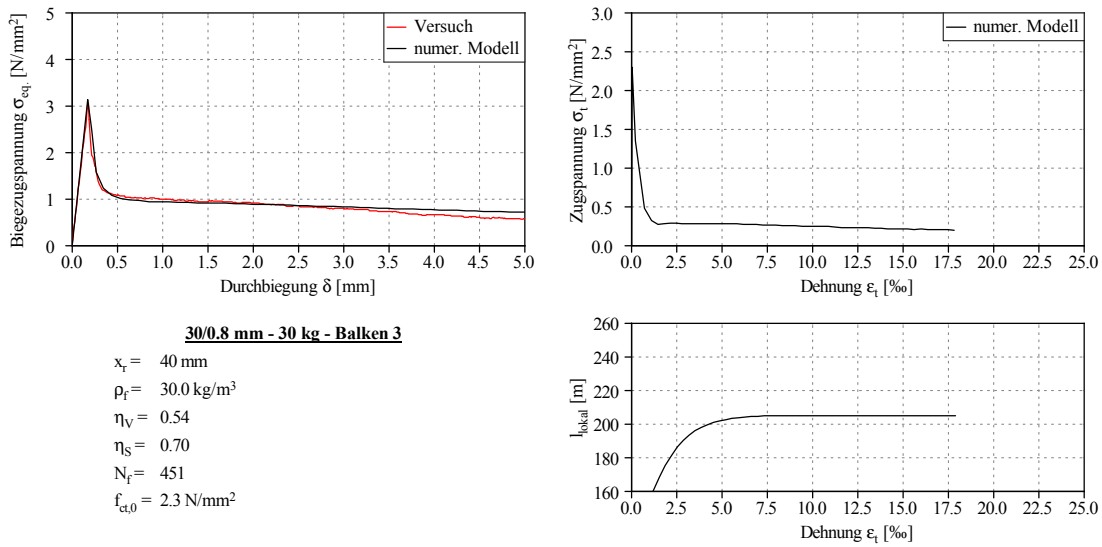


Abb. C.97: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 3

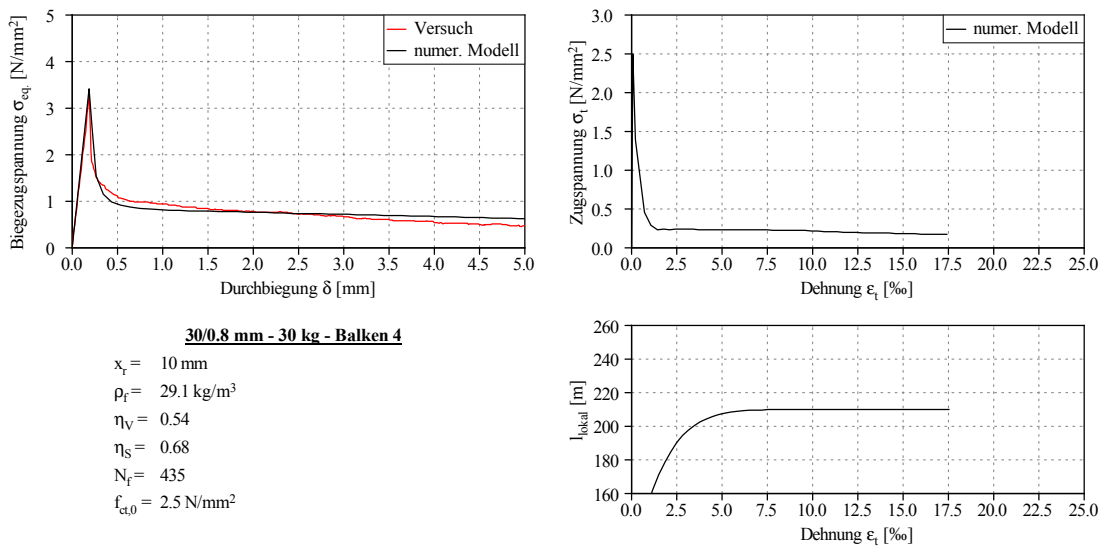
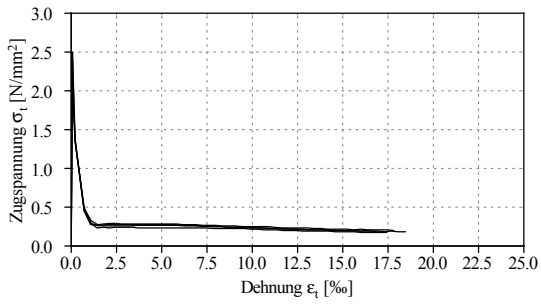


Abb. C.98: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonlänge von Balken 4

Übersicht über die Ergebnisse



30/0.8 mm - 30 kg - Übersicht

- $\tau_m = -$
- $\rho_f = 29.8 \text{ kg/m}^3$
- $\eta_v = 0.54$
- $\eta_s = 0.69$
- $N_f = 444$
- $f_{\alpha,0} = 2.4 \text{ N/mm}^2$

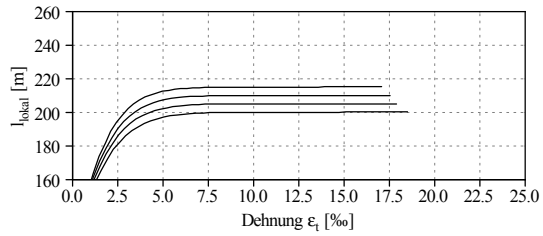
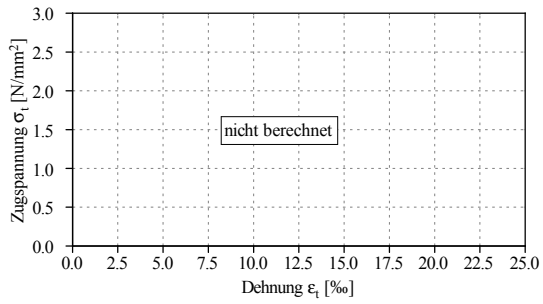


Abb. C.99: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen Modell (li. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie NB-GB-30-30

C.16 Normalbeton Große Balken - 30 mm - 60 kg

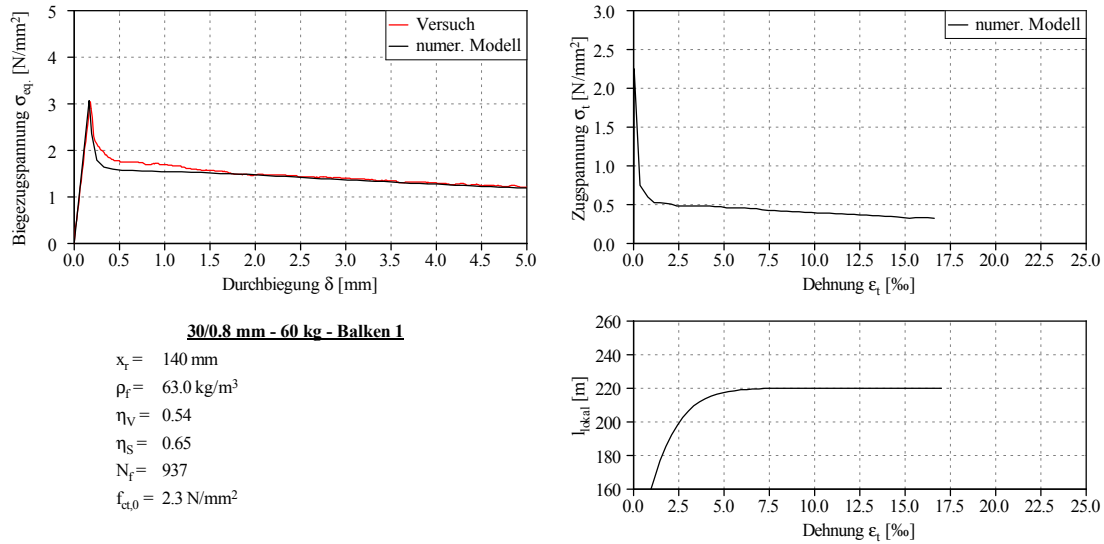


Abb. C.100: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 1

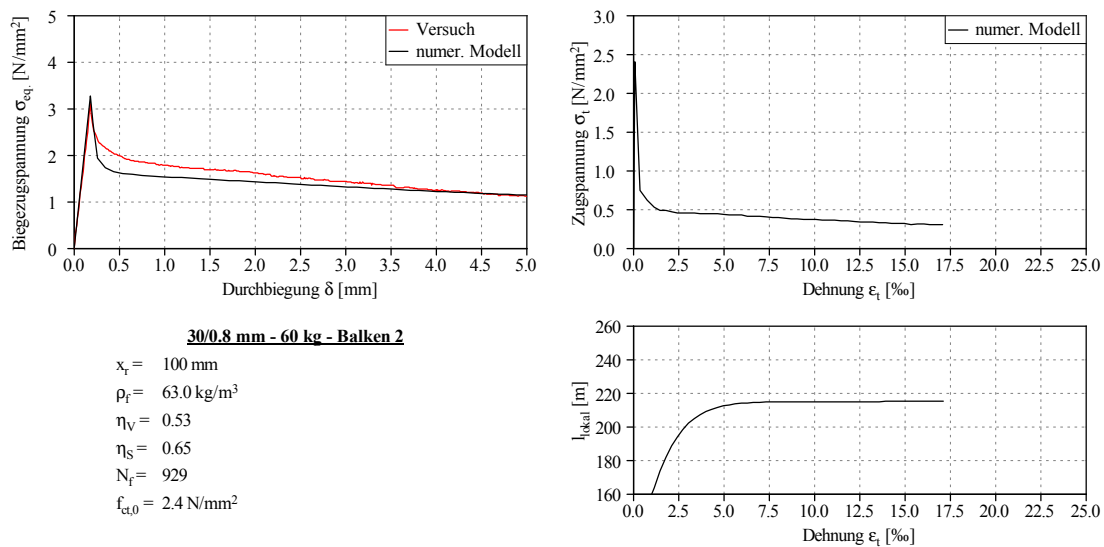


Abb. C.101: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 2

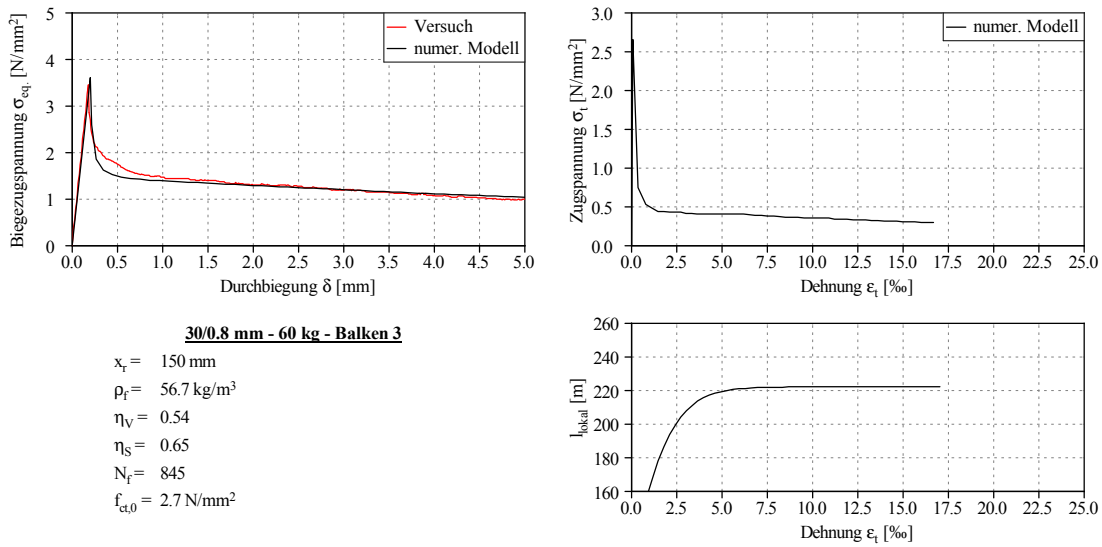


Abb. C.102: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 3

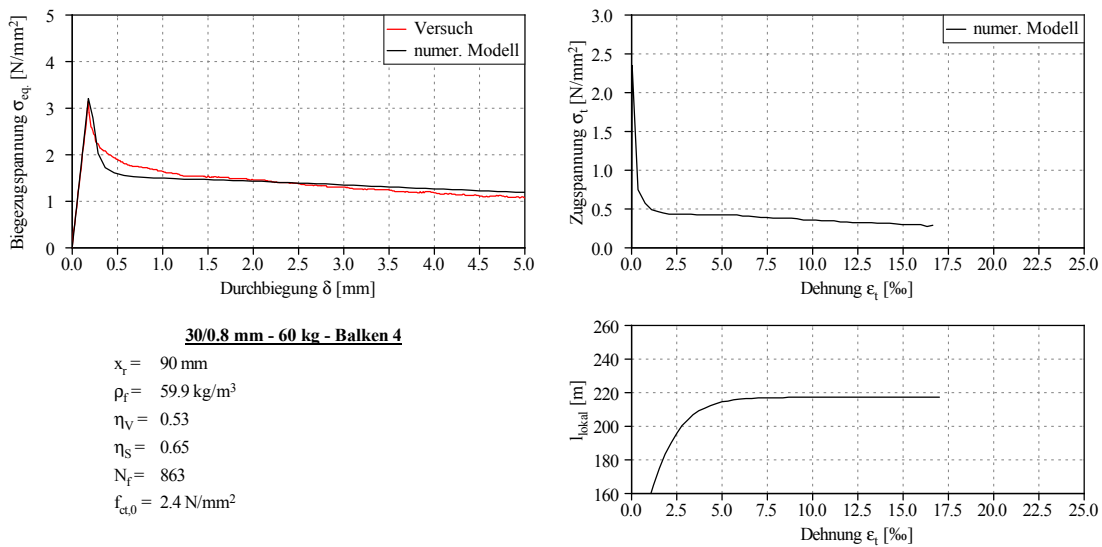
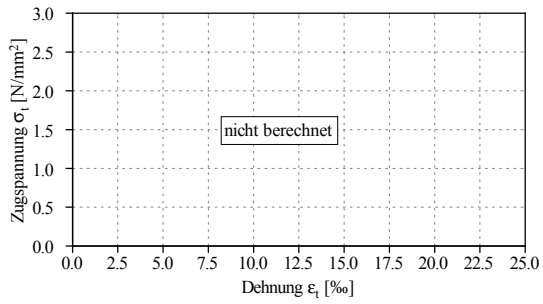
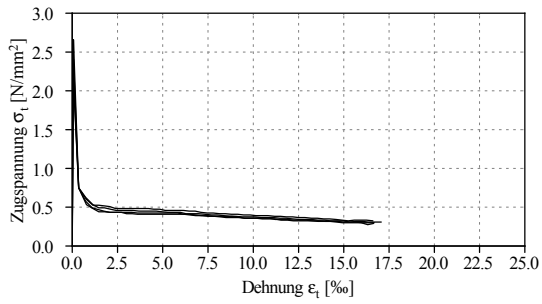


Abb. C.103: Biegezugspannungs-Durchbiegungsdiagramm sowie zugehörige Spannungs-Dehnungslinie und Prozesszonenlänge von Balken 4

Übersicht über die Ergebnisse



30/0.8 mm - 60 kg - Übersicht

- $\tau_m = -$
- $\rho_f = 60.6 \text{ kg/m}^3$
- $\eta_V = 0.54$
- $\eta_S = 0.65$
- $N_f = 894$
- $f_{\alpha,0} = 2.4 \text{ N/mm}^2$

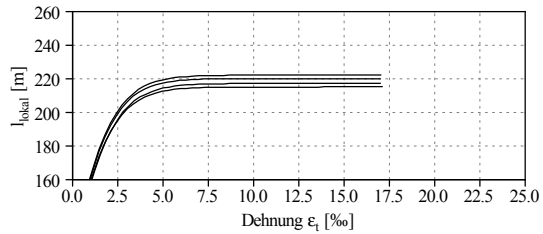


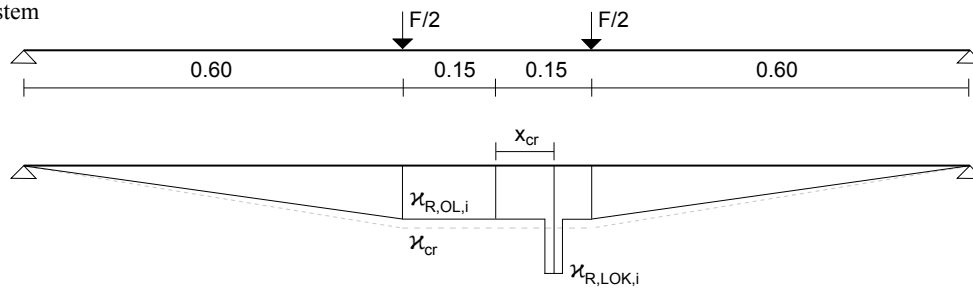
Abb. C.104: Spannungs-Dehnungslinien aus dem numerischen Modell (li. oben) sowie Prozesszonlänge von Serie NB-GB-30-60

D Berechnung der Durchbiegung für bauteilähnliche Balken

D.1 Fall A

- Fall A: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} \leq 0.15$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} \geq 0$

Statisches System



Virtuelles System

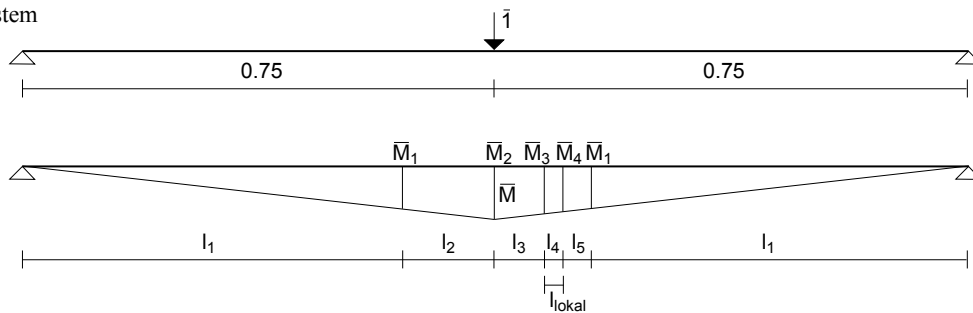


Abb. D.1: Bestimmung der Krümmung im Makroriss für Fall A (große Balken aus Normalbeton)

Schnittgrößen am Ersatzsystem:

$$\bar{M}_1 = 0.3 \quad \bar{M}_2 = \frac{0.75}{2} \quad \bar{M}_3 = \frac{l_1 + l_4 + l_5}{2} \quad (D.1)$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_1 + l_5}{2} \quad \bar{M}_5 = 0.3 \quad (D.2)$$

Geometrische Größen:

$$l_1 = 0.6 \quad l_2 = 0.15 \quad l_3 = x_r - \frac{l_{lokal}}{2} \quad (D.3)$$

$$l_4 = x_r + \frac{l_{lokal}}{2} - l_3 \quad l_5 = 0.15 - l_4 - l_3 \quad (D.4)$$

Berechnung der Durchbiegung δ :

$$\delta = 2 \frac{\chi_{R,OL,i} \bar{M}_1}{3} l_1 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + \bar{M}_2)}{2} l_2 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2} l_4 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2} l_5 \quad (D.5)$$

D.2 Fall B

- Fall B: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} \leq 0.15$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} < 0$

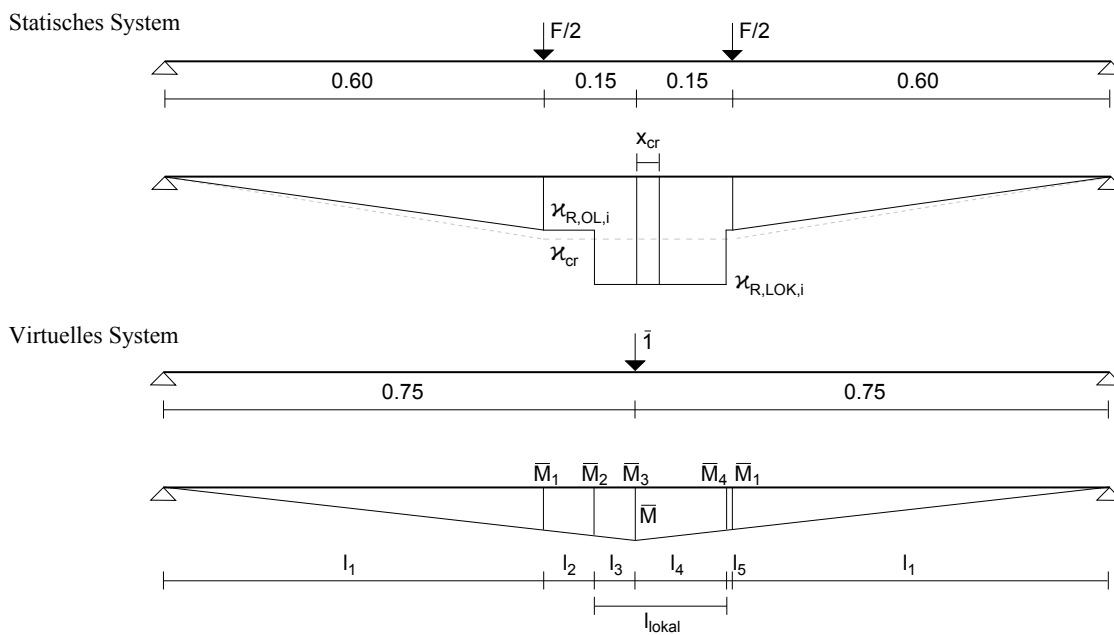


Abb. D.2: Bestimmung der Krümmung im Makroriss für Fall B (große Balken aus Normalbeton)

Schnittgrößen am Ersatzsystem:

$$\bar{M}_1 = 0.3 \quad \bar{M}_2 = \frac{l_1 + l_2}{2} \quad \bar{M}_3 = \frac{0.75}{2} \quad (D.6)$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_1 + l_5}{2} \quad \bar{M}_5 = 0.3 \quad (D.7)$$

Geometrische Größen:

$$l_1 = 0.6 \quad l_3 = \frac{l_{lokal}}{2} - x_r \quad l_2 = 0.15 - l_3 \quad (D.8)$$

$$l_4 = x_r + \frac{l_{lokal}}{2} \quad l_5 = 0.15 - l_4 \quad (D.9)$$

Berechnung der Durchbiegung δ :

$$\delta = 2 \frac{\chi_{R,OL,i} \bar{M}_1}{3} l_1 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + \bar{M}_2)}{2} l_2 + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2} l_4 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2} l_5 \quad (D.10)$$

D.3 Fall C

- Fall C: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > 0.15$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} \geq 0$

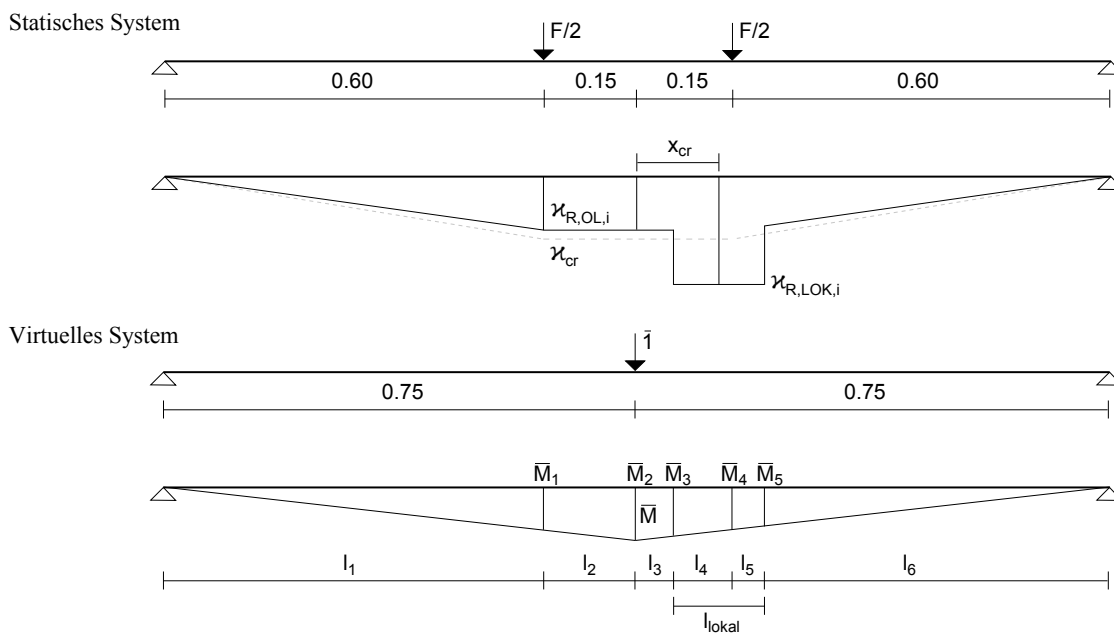


Abb. D.3: Bestimmung der Krümmung im Makroriss für Fall C (große Balken aus Normalbeton)

Schnittgrößen am Ersatzsystem:

$$\bar{M}_1 = 0.3 \quad \bar{M}_2 = \frac{0.75}{2} \quad \bar{M}_3 = \frac{l_4 + l_5 + l_6}{2} \quad (D.11)$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_5 + l_6}{2} \quad \bar{M}_5 = \frac{l_6}{2} \quad (D.12)$$

Geometrische Größen:

$$l_1 = 0.6 \quad l_2 = 0.15 \quad l_3 = x_r - \frac{l_{lokal}}{2} \quad (D.13)$$

$$l_4 = 0.15 - l_3 \quad l_5 = x_r + \frac{l_{lokal}}{2} - 0.15 \quad l_6 = 0.6 - l_5 \quad (D.14)$$

Berechnung der Durchbiegung δ :

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{\chi_{R,OL,i} \bar{M}_1}{3} l_1 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_1 + \bar{M}_2)}{2} l_2 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2} l_3 \\ & + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2} l_4 + \frac{\chi_{R,LOK,i} (\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2} l_5 + \frac{\chi_{R,OL,i} (\bar{M}_5)}{3} l_6 \end{aligned} \quad (D.15)$$

D.4 Fall D

- FallD: $\frac{x_r + l_{lokal}}{2} > 0.15$ & $\frac{x_r - l_{lokal}}{2} < 0$

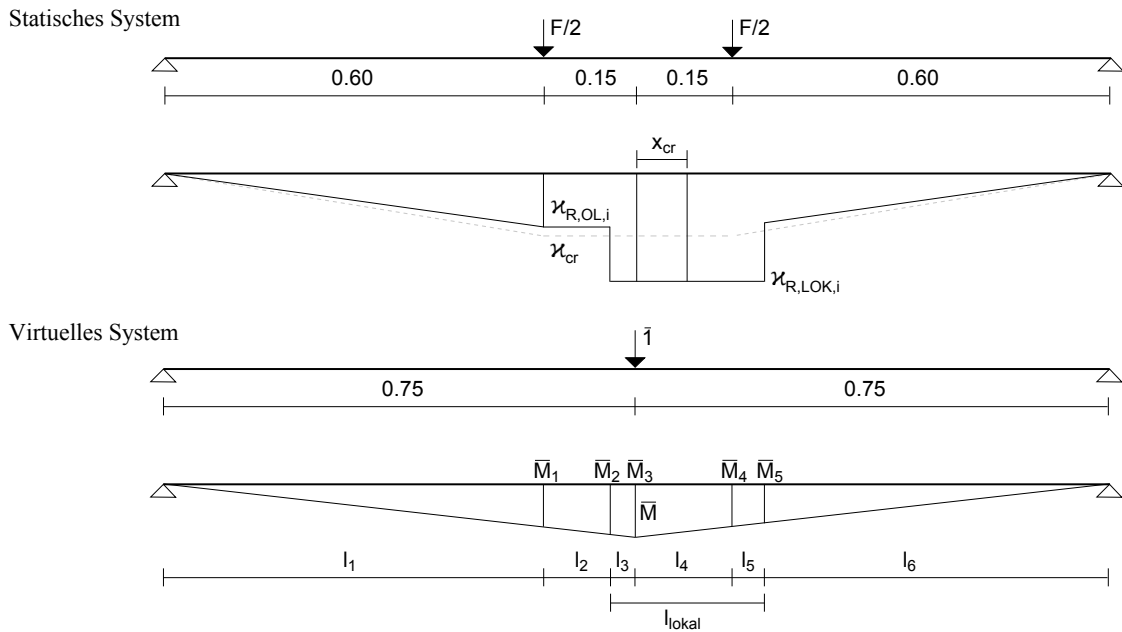


Abb. D.4: Bestimmung der Krümmung im Makroriss für Fall D (große Balken aus Normalbeton)

Schnittgrößen am Ersatzsystem:

$$\bar{M}_1 = 0.3 \qquad \bar{M}_2 = \frac{l_1 + l_2}{2} \qquad \bar{M}_3 = \frac{0.75}{2} \quad (D.16)$$

$$\bar{M}_4 = \frac{l_5 + l_6}{2} \qquad \bar{M}_5 = \frac{l_6}{2} \quad (D.17)$$

Geometrische Größen:

$$l_1 = 0.6 \qquad l_3 = \frac{l_{lokal}}{2} - x_r \qquad l_2 = 0.15 - l_3 \quad (D.18)$$

$$l_4 = 0.15 \qquad l_5 = x_r + \frac{l_{lokal}}{2} - 0.15 \qquad l_6 = 0.6 - l_5 \quad (D.19)$$

Berechnung der Durchbiegung δ :

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{\varkappa_{R,OL,i}\bar{M}_1}{3}l_1 + \frac{\varkappa_{R,OL,i}(\bar{M}_1 + \bar{M}_2)}{2}l_2 + \frac{\varkappa_{R,LOK,i}(\bar{M}_2 + \bar{M}_3)}{2}l_3 \\ & + \frac{\varkappa_{R,LOK,i}(\bar{M}_3 + \bar{M}_4)}{2}l_4 + \frac{\varkappa_{R,LOK,i}(\bar{M}_4 + \bar{M}_5)}{2}l_5 + \frac{\varkappa_{R,OL,i}(\bar{M}_5)}{3}l_6 \end{aligned} \quad (D.20)$$