



Leitner Alexander, BSc

# **Konstruktion und Auslegung eines Drehmoment-Messflanschs beim Schleifen**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Master of Science

Masterstudium Maschinenbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Steffan, Matthias, Dipl.-Ing. BSc.

Institut für Fertigungstechnik

Haas, Franz, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift

## **Kurzfassung**

In der Schleifprozessoptimierung spielt die Kenntnis über das Auftreten von Schleifbrand eine wesentliche Rolle. Diese Kenntnis kann anhand von Maschinendaten wie das auftretende Schleifmoment und deren Änderung bzw. Schwingung gewonnen werden. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Konzeptionierung und Auslegung eines Drehmoment-Messflanschs an der Forschungsschleifmaschine des Instituts für Fertigungstechnik. Dazu wurden verschiedene physikalische Prinzipien auf ihre Tauglichkeit zur Implementierung am bestehenden System überprüft. Nach Auswahl zweier Konzepte wurden diese einer näheren Untersuchung bezüglich der auftretenden Belastungen und Eigenfrequenzen unterzogen. Durch Vergleich der beiden Konzepte konnte ein finales Konzept gefunden werden, welches anschließend für den Einsatz an der Schleifmaschine optimiert wurde. Dabei galt es die notwendige Verformung für die Messung beizubehalten und gleichzeitig die auftretenden Spannungen in den Bauteilen zu minimieren sowie die Eigenfrequenzen aus dem Arbeitsbereich zu verlegen. Abschließend konnten Fertigungszeichnungen der zu fertigenden Bauteile erstellt werden.

## **Abstract**

In the grinding process optimization, knowledge of the occurrence of abrasive firing plays an essential role. This knowledge can be obtained by means of machine data such as the occurring grinding moment and its change or oscillation. This thesis deals with the construction and design of a torque measuring flange on the research grinding machine of the Institute of Manufacturing Engineering. Various physical principles were tested for their suitability for implementation on the existing system. After selecting two concepts, these were subjected to a closer examination with regard to the occurring stresses and natural frequencies. By comparing the two concepts, a final concept could be found, which was subsequently optimized for use on the grinding machine. It was necessary to maintain the necessary deformation for the measurement and, at the same time, to minimize the occurring stresses in the components as well as to move the eigenfrequencies away from the working area. Finally, production drawings of the components to be produced were created.

## Formelzeichen, Bezeichnungen und häufig verwendete Abkürzungen

$P_s$	Schnittleistung	W
$b_s$	Breite der Schleifscheibe	mm
$Q_w$	bezogenes Zeitspannvolumen	$\text{mm}^3 \cdot \text{mm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
$F_{ts}$	Tangentialkraftkomponente	N
$v_s$	Schnittgeschwindigkeit	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$F_n'$	bezogene Normalkraftkomponente	$\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$
$F_{ns}$	Normalkraftkomponente	N
$\varepsilon$	Dehnung	-
$l$	Länge	m
$\mu$	Poisson-Zahl	-
$\varepsilon_q$	Querdehnung	-
$R$	Widerstand	$\Omega$
$\rho$	Dichte	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$k$	k-Faktor	-
$V$	Volumen	$\text{m}^3$
$D$	Durchmesser	mm
$\varphi$	Verdrehwinkel	°
$G$	Schubmodul	$\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$
$M_T$	Torsionsmoment	Nm
$S_1$	erstes Abtastsignal	V
$A_1$	Amplitude des ersten Abtastsignals	V
$S_2$	zweites Abtastsignal	V
$A_2$	Amplitude des zweiten Abtastsignals	V
$\varphi_p$	Phasenwinkel	°
$x_l$	Weg	mm
$C$	Signalperiode	-
$U_H$	Hallspannung	V
$R_H$	Hallwiderstand	$\Omega$
$I$	Stromstärke	A
$B$	Magnetische Induktion	T
$d$	Plattendicke	Mm
$\theta$	Winkel des internen Magnetfeldvektors	°
$\rho_p$	Spez. Leitfähigkeit parallel zur Magnetisierung	$\text{m} \cdot \Omega^{-1} \cdot \text{mm}^{-2}$
$\rho_s$	Spez. Leitfähigkeit senkrecht zur Magnetisierung	$\text{m} \cdot \Omega^{-1} \cdot \text{mm}^{-2}$
$I_p$	polares Flächenträgheitsmoment	$\text{mm}^4$
$\gamma$	Gleitung	-
$\sigma$	Spannung	$\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$
$\tau$	Schubspannung	$\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$
$E$	E-Modul	$\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$
$\delta W_i$	innere virtuelle Arbeit	-
$\delta W_a$	äußere virtuelle Arbeit	-
$S$	Schärfemaß	-
$h_{cu}$	Spannungsdicke	mm
$\rho_s$	Schneidenradius	$\mu\text{m}$

# Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung .....	I
Abstract .....	I
Formelzeichen, Bezeichnungen und häufig verwendete Abkürzungen .....	II
1 Einleitung.....	1
2 Theorie.....	2
2.1 Schleifen .....	2
2.1.1 Form der Schneiden .....	2
2.1.2 Eingriff der Schneiden .....	3
2.1.3 Energie und Kräfteverteilung beim Schleifen.....	4
2.1.4 Schleifbrand .....	7
2.2 Drehmomentmessung an Wellen .....	9
2.2.1 Rotierende Sensoren .....	9
2.2.2 Ortsfeste Sensoren .....	13
2.3 Finite-Elemente-Methode (FEM).....	24
2.3.1 FEM-Prinzip .....	24
2.3.2 Vorgehensweise .....	25
2.3.3 FE-Modell erstellen .....	26
2.3.4 Grundgleichungen der linearen FEM.....	28
2.3.5 Elastodynamik Grundgleichung.....	31
2.3.6 Grundgleichungssystem.....	31
2.3.7 Ansatzfunktionen .....	33
2.3.8 Elemente .....	35
2.3.9 Elementtypen .....	36
2.3.10 Numerische Integration .....	38
2.3.11 Kontaktprobleme.....	39
2.4 Maschinendynamik.....	41
2.4.1 Torsionsschwingung .....	41
2.4.2 Biegeschwingung einer rotierenden Welle.....	41
2.4.3 Campbell Diagramm .....	42
3 Konzeptfindung.....	45
3.1 Randbedingungen .....	45
3.1.1 Geometrische Randbedingungen .....	45
3.1.2 Technische Randbedingungen .....	46
3.2 Konzeptvorauswahl .....	47
3.2.1 Bewertung und Diskussion der Methoden zur Momentenmessung.....	47
3.2.2 Auswahl der Methoden .....	49
3.3 Konzept axiale Verschiebung.....	50
3.3.1 Belastungssituation .....	52
3.3.2 Auswertung der FEM Analyse.....	53
3.3.3 Bewertung .....	56
3.4 Konzeptentwicklung Verdrehwinkel .....	56
3.4.1 Belastungssituation .....	59
3.4.2 Auswertung der FEM-Analyse .....	59
3.4.3 Bewertung .....	62

3.5	Konzeptentscheidung .....	62
4	Konzept Verdrehwinkel .....	63
4.1	Konstruktive Änderungen .....	63
4.2	Schraubenvorspannkraft .....	64
4.2.1	Schraubenkraft der Kegelverbindung: .....	64
4.2.2	Schraubenvorspannkraft der Träger-, Gegenflansch Verbindung: .....	65
4.3	FEM-Berechnung.....	65
4.3.1	Definition der Randbedingungen .....	65
4.3.2	Kontaktbedingungen .....	67
4.3.3	Belastungen .....	67
4.3.4	Auswertung der FEM Analyse.....	68
4.4	Gesamtkonstruktion .....	76
5	Zusammenfassung & Ausblick .....	78
6	Literaturverzeichnis .....	80
	Abbildungsverzeichnis.....	82
	Anhang .....	85

## 1 Einleitung

Lange Zeit galt das Schleifen nur als Verfahren zur Optimierung der Oberflächen und Toleranzen. In der modernen Industrie wandelte sich das Schleifen durch die Weiterentwicklung der Maschinen, Werkzeuge und der Bearbeitungsstrategien zu einem produktiven Fertigungsprozess.<sup>1</sup> Schleifen ist eines der bekanntesten spanenden Fertigungsverfahren und findet häufig Anwendung bei der Bearbeitung von harten Werkstoffen. Der große Vorteil der Schleifbearbeitung sind die hohen Form- und Maßgenauigkeiten welche durch das Schleifen erzielt werden können.<sup>2</sup>

Durch die steigende Leistung der Schleifmaschinen und der damit verbundenen hohen Zeitspannvolumen, steigt auch die eingebrachte Energie in das Werkstück, welche durch Umwandlung in Wärme und nicht ausreichender Abfuhr dieser Wärme zu Schleifbrand führen kann. Dabei können Neuhärtungszonen und Gefügewandlungen des Werkstoffs die Folge sein, was meist zum Ausschuss des Werkstücks führt. Diese in der peripheren Zone auftretende Schädigung kann durch Anpassen der Bearbeitungsstrategie vermieden werden. Dazu ist die Kenntnis über das bei der Bearbeitung auftretenden Schnittmomente und deren Änderung essentiell. Schleifbrand kann durch verschiedenste Ursachen (große Umschlingung des Werkstücks, geringe Kühlung usw.) welche einen hohen Energieeintrag in das Werkstück fördern hervorgerufen werden. Oft tritt Schleifbrand bei stark abgenutzten Schleifscheiben auf, welche eine große Reibungswärme am Werkstück generieren. Dem kann durch Abrichten und kühlen der Schleifscheibe entgegengewirkt werden. Das Schnittmoment, bzw. die Änderung des Schnittmoments bei gleichbleiben der übrigen Prozessgrößen, gibt Aufschluss über die eingebrachte Energie in das Werkstück und kann ein Indikator für einen hohen Werkzeugverschleiß sein.

Die auftretenden Schnittmomente beim Schleifen sind meist sehr gering, was eine große Herausforderung an die Auflösung der Sensoren und die Steifigkeit der Konstruktion stellt. Eine zu hohe Steifigkeit lässt keine messbaren Verformungen zu, wohingegen eine zu geringe Steifigkeit zu Schwingungen und niedrigen Eigenfrequenzen führen kann. Diese Gegebenheiten stellen eine große Herausforderung an die Konstruktion des Drehmoment-Messflanschs.

---

<sup>1</sup> Vgl. Heisel/u.a. (2014), S. 531-535.

<sup>2</sup> Vgl. EMAG (2017), o.S.

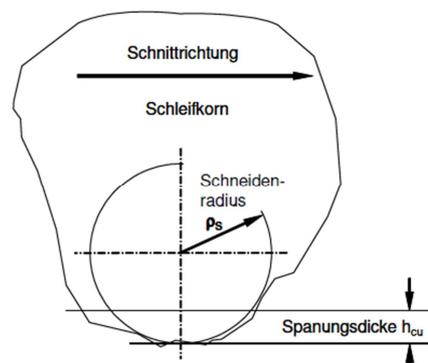
## 2 Theorie

### 2.1 Schleifen

Das Schleifen wird den geometrisch unbestimmten Bearbeitungsverfahren zugeordnet. Diese Unbestimmtheit und der gleichzeitige Eingriff mehrerer Schneiden (Körner) erschwert die Bestimmung der Zusammenhänge des Zerspanungsprozesses erheblich.<sup>3</sup> Die üblichen Werkstoffe der Schleifscheiben sind synthetisch hergestelltes Aluminiumoxid, Siliziumkarbid, kubisch kristallines Bornitrid oder Diamant, welche erhebliche Unterschiede in ihrer Härte und somit in der Verschleißfestigkeit aufweisen.<sup>4</sup> Durch die erreichten Härten der Schleifscheiben ist das Schleifen besonders für Werkstoffe mit hoher Härte gut geeignet.<sup>5</sup>

#### 2.1.1 Form der Schneiden

Die Körner bestehen aus einem harten kristallinen Werkstoff welche bei der Herstellung brechen, wodurch scharfe Ecken und Kanten entstehen. Durch ein Bindemittel werden die Körner in die Form einer Schleifscheibe, mit vielen einzelnen geometrisch unbestimmten Schneiden, gebracht. Beim Schleifprozess verschleifen bzw. brechen die Körner/Schneiden und können auch zum Teil aus dem Bindemittel herausgerissen werden. Diese ständigen Veränderungen der Schneidenformen und die hohe Anzahl an gleichzeitig im Eingriff befindlichen Körner lassen keine genaue Bestimmung der realen Schneidengeometrien zu. Die Form der Schneiden kann deshalb nur gemittelt durch Abtasten des Schleifkörpers dargestellt werden. In Abb. 1 ist eine gemittelte Schneidenform dargestellt. Das Schärfemaß  $S$  kann dabei durch Division der Spanungsdicke  $h_{cu}$  durch den Schneidenradius  $\rho_s$  ermittelt werden.<sup>6</sup>



**Abb. 1:** Gemittelte Schneidenform, Quelle: Klocke/König (2005), S. 5.

<sup>3</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 3 f.

<sup>4</sup> Vgl. Denkena/Tönshoff (2011), S. 264.

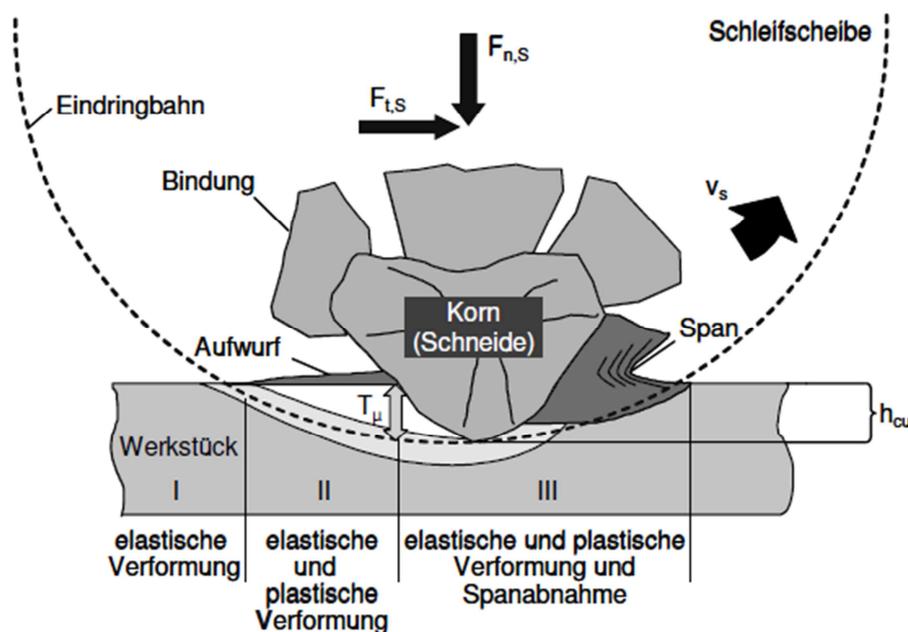
<sup>5</sup> Vgl. EMAG (2017), o.S.

<sup>6</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 4 ff.

## 2.1.2 Eingriff der Schneiden

Das Schleifen mit einer Schleifscheibe gehört zu den bahngebundenen Schleifverfahren und ist eines der am häufigsten angewandten Verfahren zur Bearbeitung mit geometrisch unbestimmten Schneiden. Der Eingriff erfolgt, wie in Abb. 2 zu erkennen, in drei verschiedenen Zonen. In Zone eins, dem Eintritt der Schneide in das Werkstück, tritt eine elastische Verformung des Werkstoffs auf. In Zone zwei erfolgt eine elastisch-, plastische Verformung durch Aufwerfen sowie hindurchfließen des Werkstoffs unter der Schneide. Die Spanabnahme des Schleifprozesses beginnt erst in Zone drei, wenn die Schnitteinsattiefe  $T_\mu$  der Spanungsdicke  $h_{cu}$  entspricht. Vom Werkstück abgetragen wird nicht die volle Spanungsdicke sondern eine um die elastische Verformung verringerte effektive Spanungsdicke. Die Schnitteinsattiefe und somit auch die effektive Spanungsdicke wird von mehreren Faktoren wie Reibung, Schnittgeschwindigkeit, Radius der Schneiden, der Temperatur, Fließverhalten des Werkstoffs uvm. beeinflusst.<sup>7</sup>

Die Zerspanbarkeit des Werkstoffs hängt dabei wesentlich vom Kohlenstoffgehalt, der Legierungselemente und der Wärmebehandlung ab, d.h. sie wird von den mechanischen Eigenschaften und dem Gefüge des Werkstoffs bestimmt.<sup>8</sup>



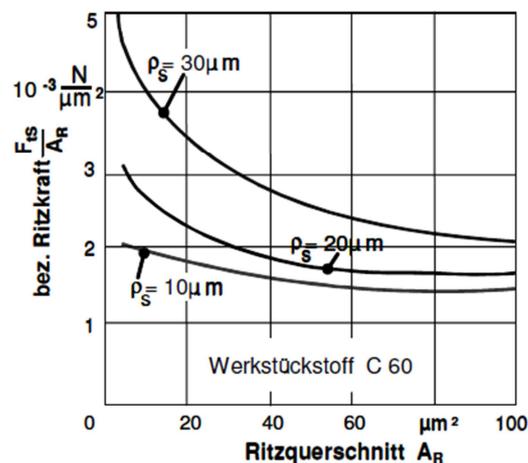
**Abb. 2:** Eingriff einer Kornschneide in das Werkstück, Quelle: Klocke/König (2005), S. 9

<sup>7</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 7 – 13.

<sup>8</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 82 f.

### 2.1.3 Energie und Kräfteverteilung beim Schleifen

Die auftretende Schnittkraft  $F_s$  beim Schleifen lässt sich in eine Normalkomponente  $F_{ns}$ , normal zur Schnittgeschwindigkeit und in eine Tangentialkomponente  $F_{ts}$  in Richtung der Schnittgeschwindigkeit unterteilen. Diese Kräfte lassen sich aufgrund der geometrisch unbestimmten Schneidenform nicht eindeutig bestimmen. Einen Anhaltspunkt zu den absoluten Größen der Schnittkräfte kann ein Ritzversuch geben. Dabei wird mit einem Einzelkorn ähnlich der Eingriffsbahn der Schleifscheibe über das Werkstück geritzt. In Abb. 3 zeigt sich bei geringer werdendem Ritzquerschnitt  $A_R$  ein starker Anstieg der bezogenen Ritzkraft, was auf eine erhöhte Reibung der Freiflächen des Kornes zurückzuführen ist. Hierbei wird der Werkstoff vom Korn nur verdrängt.<sup>9</sup>



**Abb. 3:** bezogene Ritzkraft über Ritzquerschnitt bei verschiedenen Schneidradien der kegeligen Diamanten, Quelle: Klocke/König (2005), S. 14.

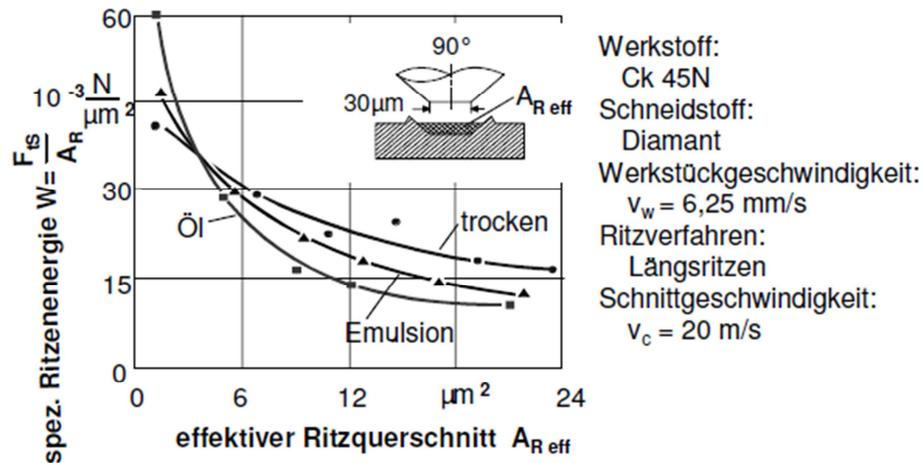
Indem im Zähler und im Nenner mit der Länge multipliziert wird, kann die bezogene Ritzkraft in Analogie mit der spezifischen Ritzenergie gebracht werden, welche für das Ritzen erforderlich ist. Anhand dieser Kurven ist ersichtlich, dass bei abgestumpften Schneiden aufgrund der größeren Fläche eine höhere Schnittkraft auftritt und somit ein höherer Energieeintrag erfolgt. Abb. 4 zeigt den Einfluss verschiedener Reibungseinflüsse auf die spez. Ritzenergie. Analog wie in Abb. 3 steigt die spez. Ritzenergie bei sinkendem Ritzquerschnitt.<sup>10</sup>

Bei niedrigen Ritzquerschnitten weist die Verwendung von Emulsion und besonders von Öl einen höheren Gradienten als ein trockener Ritzversuch auf, was auf die höhere Verdrängung des Werkstoffs und somit auf eine höhere Reibung an den Freiflächen

<sup>9</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 13 f.

<sup>10</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 14.

zurückzuführen ist. Mit steigendem Ritzquerschnitt überwiegt der Einfluss der reduzierten Reibung aufgrund der Schmiermittel und bewirkt so einen geringeren Bedarf an spezifische Ritzenergie bei Emulsion und Öl.<sup>11</sup>



**Abb. 4:** spezifische Ritzenergie  $W$  über effektiven Ritzquerschnitt unter verschiedenen Reibungseinflüssen, Quelle: Klocke/König (2005), S. 15.

Die Energie wird dabei durch mehrere Mechanismen in Wärme umgewandelt. Der größte Teil der Umwandlung erfolgt dabei durch die Reibung an den Freiflächen und durch Verdrängung des Werkstoffs. Geringer fällt der Anteil aus, der auf die Reibung der Bindung am Werkstück, der Reibung an der Spanfläche und auf die Abscherung der Späne zurückzuführen ist.<sup>12</sup>

Der durch die mechanische Energie eingebrachte Wärmestrom  $q_t$  kann, wie in Abb. 5 ersichtlich, in vier Komponenten zerlegt werden:<sup>13</sup>

- $q_{kss}$  Wärmeabfuhr an Kühl- und Schmierstoff
- $q_s$  Wärmeabfuhr an die Schleifscheibe
- $q_{span}$  Wärmeabfuhr an den Span
- $q_w$  Wärmeabfuhr an das Werkstück

$$q_t = q_{kss} + q_s + q_{span} + q_w \quad (1)$$

<sup>11</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 14 f.

<sup>12</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 15.

<sup>13</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 15 f.

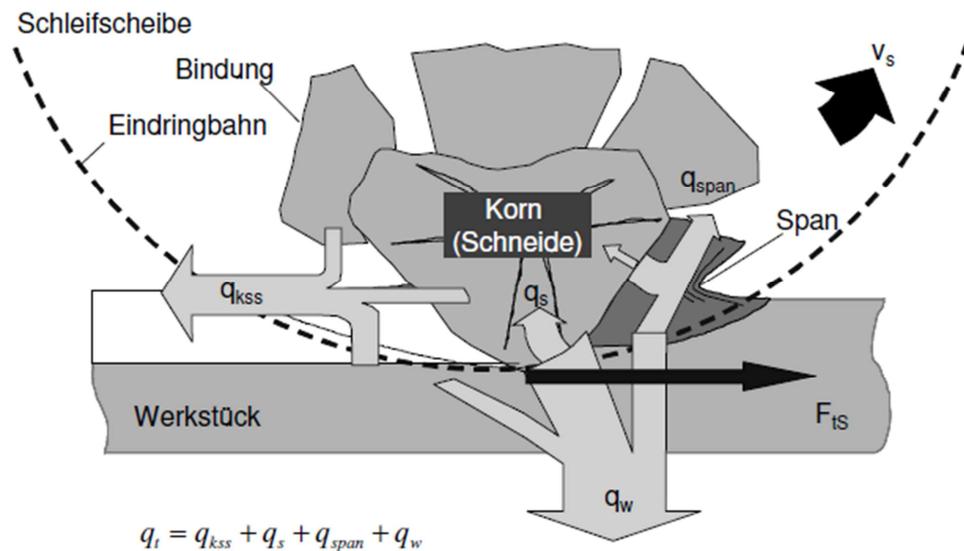


Abb. 5: Aufteilung des Wärmestroms  $q_t$ , Quelle: Klocke/König (2005), S. 16.

Durch die induzierte Wärme  $q_w$  in das Werkstück kann es in den peripheren Zonen zu einem überhöhten Temperaturanstieg kommen, welcher zu Gefügeänderungen und somit zu Schleifbrand führt. Diesem entgegenwirkend werden meist Kühlschmierstoffe verwendet um die Wärme vom Werkstück abzuführen.<sup>14</sup>

In der Praxis werden oft Näherungsformeln für die Bestimmung der Schnittkraftkomponenten verwendet. Dabei wird mithilfe des bezogenen Zeitspanvolumens  $Q_w'$  und der Schleifscheibenbreite  $b_s$  durch Formel (2) die Schnittleistung  $P_s$  bestimmt, aus welcher die Tangentialkraft  $F_{ts}$  unter Verwendung der Formel (3) und der Schnittgeschwindigkeit  $v_s$  ermittelt werden kann. Die Näherungsformeln werden zwischen den Kühlschmierstoffen unterschieden. Im Folgenden werden die Formeln und Diagramme für das Kühlschmiermittel Emulsion betrachtet. Mit Kenntnis des bez. Zeitspanvolumens und der Schnittgeschwindigkeit kann auch die Normalkraft  $F_{ns}$  über eine Näherungsformel (siehe Formel (5)) ermittelt werden.<sup>15</sup>

$$P_s = 50 \cdot b_s \cdot Q_w' \quad (2)$$

$$F_{ts} = \frac{P_s}{v_s} \quad (3)$$

$$F_n' = 115 \cdot \frac{Q_w'}{v_s} \quad (4)$$

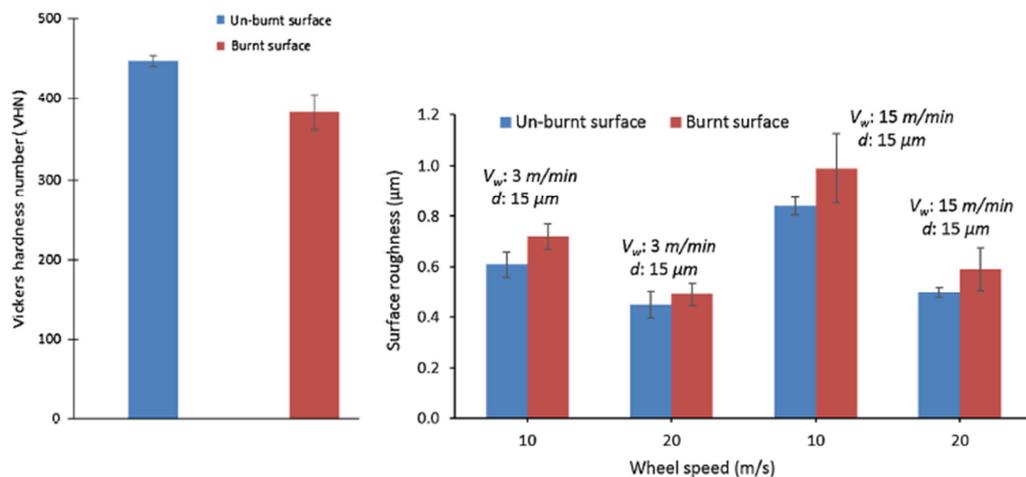
<sup>14</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 15 f.

<sup>15</sup> Vgl. Studer (1987), o.S.

$$F_{ns} = F_n' \cdot b_s \quad (5)$$

### 2.1.4 Schleifbrand

Schleifbrand ist im Wesentlichen eine unerwünschte Wärmebehandlung der Randzone eines Werkstücks beim Schleifen. Wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben tritt beim Schleifen eine Umwandlung der mechanisch eingebrachten Energie in Wärme auf. Ist dieser Wärmeeintrag in den Randzonen des Werkstücks aufgrund des Wärmestroms  $q_w$  zu hoch, kann dies zu Gefügeumwandlungen und somit zu Schleifbrand führen.<sup>16</sup> Je nach Material des Werkstücks, der erreichten Temperatur in den Randzonen und der Abkühlgeschwindigkeit äußert sich Schleifbrand unterschiedlich. Dabei kommt es zu Härteverlust oder Neuhärtung, welche Härterisse verursachen können.<sup>17</sup> Optisch ist Schleifbrand meist leicht durch Anlassfarben erkennbar.<sup>18</sup> In Abb. 6 dargestellt tritt bei Schleifbrand nicht nur ein Härteverlust auf, sondern bewirkt auch eine Erhöhung der Oberflächenrauheit des Werkstücks.<sup>19</sup>



**Abb. 6:** Härteverlust und Änderung der Oberflächenrauheit durch Schleifbrand bei Inconel 718 (Nickelbasis Legierung), Quelle: M.K. Sinha u.a. (2016), S. 129 (leicht modifiziert).

Abb. 7 zeigt einen Querschliff eines Zahnradzahnes. Es ist in der äußersten Randzone eine Neuhärtung bzw. Aufhärtung zu erkennen, gefolgt von einer Anlasszone. In der Zone der Neuhärtung weist der Werkstoff eine hohe Härte auf, welche sprunghaft abnimmt. In der Anlasszone erfolgt anschließend ein kontinuierlicher Anstieg auf den Ausgangswert des unbeeinflussten Gefüges. Diese Zonen werden aufgrund der

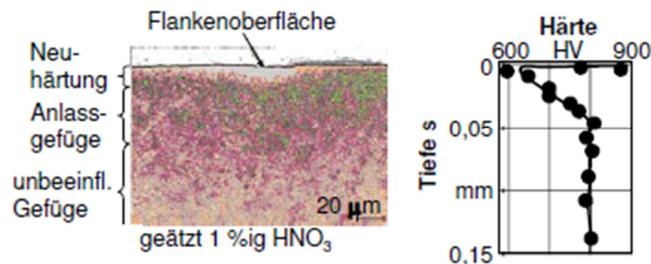
<sup>16</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 15 f.

<sup>17</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 103 f.

<sup>18</sup> Vgl. M.K. Sinha u.a. (2016), S. 127.

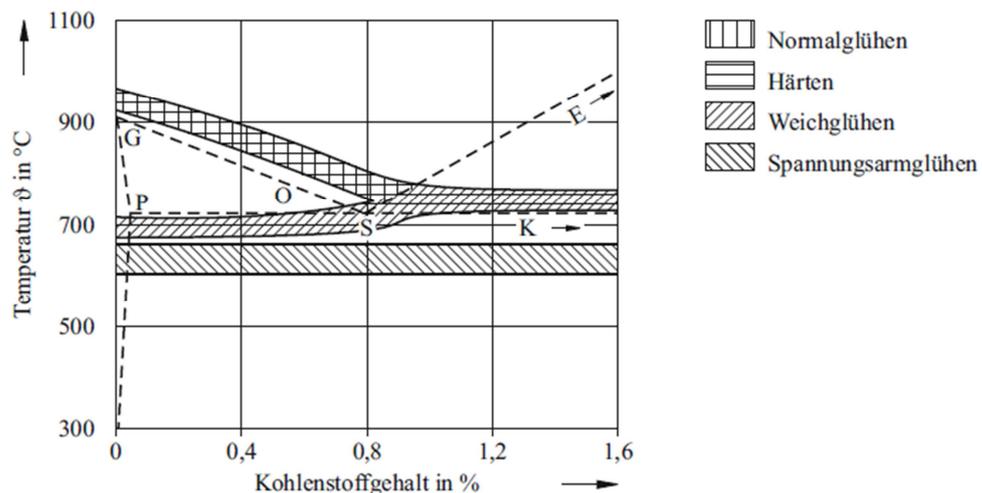
<sup>19</sup> Vgl. M.K. Sinha u.a. (2016), S. 129

unterschiedlichen Abkühlzeiten der Randzonen gebildet. Während die äußerste Schicht des Werkstücks rasch (über der kritischen Abkühlgeschwindigkeit) abkühlt und so ein Umwandeln des martensitischen Gefüges unterbunden wird, kühlt die innere Anlasszone kontinuierlich ab. Dies führt zu einer harten martensitischen Randschicht und einem weicheren Anlassgefüge, welches sich kontinuierlich bis zum unbeeinflussten Gefüge abbaut.<sup>20</sup>



**Abb. 7:** Querschliff eines mit Schleifbrand geschädigten Zahnes aus 16MnCr5, Quelle: Klocke/König (2005), S.261.

Zusätzlich zur kritischen Abkühlgeschwindigkeit wirken sich auch die erreichte Temperatur und der Kohlenstoffgehalt auf die Art und somit auf die Härte der Zonen aus. Abb. 8 zeigt die verschiedenen Härtemechanismen (Normalglühen, Härten, Weichglühen und Spannungsarmglühen) in Abhängigkeit der erreichten Temperatur und des Kohlenstoffgehalts des Werkstoffs.<sup>21</sup>



**Abb. 8:** Härtemechanismen von Stählen in Abhängigkeit der Temperatur und des Kohlenstoffgehalts des Werkstoffs, Quelle: Ruge/Wohlfahrt (2013), S. 91.

<sup>20</sup> Vgl. Klocke/König (2005), S. 260 f.

<sup>21</sup> Vgl. Ruge/Wohlfahrt (2013), S. 91 ff.

## 2.2 Drehmomentmessung an Wellen

Um ein Drehmoment zu messen stehen mehrere, hinsichtlich ihres physikalischen Wirkprinzips, sehr unterschiedliche Methoden zur Verfügung. Dabei gibt es im Handel eine Reihe von Fertig-Systemen, welche in ein System integriert werden können. Eine häufige Anwendung bei diesen Systemen ist dabei die DMS-Technologie. Die Verwendung eines Fertig-Systems scheidet bei dieser Arbeit aufgrund des geringen Einbaubereichs bzw. der einzigen Möglichkeit der Drehmomentmessung direkt am Flansch aus. Um diese Anforderung zu erfüllen wurden eigene Systeme zur Messung des Drehmoments an der institutseigenen Schleifmaschine entwickelt. Im Wesentlichen lassen sich diese in zwei Gruppen unterteilen:

- Rotierende Sensoren
- Ortsfeste Sensoren

Als rotierende Sensoren werden jene bezeichnet, welche mit der Welle rotieren und somit eine Übertragung der Messdaten durch Schleifringe oder einem Telemetrie System benötigen. Die ortsfesten Sensoren werden hingegen fest mit der Umgebung verbunden und übertragen die Information zur Bestimmung des Drehmoments über ein physikalisches Prinzip, wie z.B. der magnetischen Induktion oder optoelektronisch.

### 2.2.1 Rotierende Sensoren

#### 2.2.1.1 Dehnungsmessstreifen (DMS)

Dehnungsmessstreifen werden zur Messung von Dehnung, Druck, Kraft, Weg, Winkel und Torsion verwendet. Der Halbleiter- oder Drahtwiderstand ist dabei auf ein Trägermaterial aus Papier, Kunststoff oder Aluminium geklebt. Der Widerstand kann auch auf ein Siliziumsubstrat eines Schaltkreises aufdiffundiert werden. Um die Länge des Leiters bezogen auf die Fläche zu maximieren, ist der DMS meist mäanderförmigen gewickelt. Spannungsfelder und Drehmomente können durch DMS-Rosetten mit einem Winkel von 90 bzw. 120° gemessen werden. <sup>22</sup>

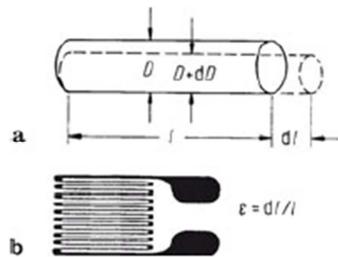
#### **Funktionsprinzip eines DMS:**

Eine Dehnung des Dehnmesstreifens erzeugt eine elektrische Widerstandsänderung. Wird der DMS gestaucht, nimmt dessen Widerstand ab, wird er gedehnt, nimmt sein

---

<sup>22</sup> Vgl. Roddeck (2006), S.170 f.

Widerstand zu. Abb. 9 zeigt bei einer Dehnung des Dehnmesstreifens, eine Verlängerung der Länge  $l$  um  $d_l$  und eine Verkleinerung des Durchmessers  $D$  um  $d_D$ .<sup>23</sup>



**Abb. 9:** a) Dehnung eines Drahtes b) Folien-Dehnmesstreifen, Quelle: Tränkler/Fischerauer (2014), S. 31.

Diese Änderung des Querschnitts und der Länge erzeugt eine Änderung des Widerstands  $R$  um  $d_R$ . Dieser Zusammenhang zeigt sich mit Formel (6) und Formel (7) in Formel (8) unter der Voraussetzung, dass der DMS nur in Längsrichtung belastet wird. Die Querkontraktionszahl  $\mu$  (Poisson Zahl) beschreibt dabei den Zusammenhang der Querdehnung  $\varepsilon_q$  und der Längsdehnung  $\varepsilon$  des Leiters. Der spezifische Widerstand  $\rho$  ist eine Stoffkenngröße, die von der Geometrie und der Temperatur bestimmt wird. Durch einen Zug kann nur eine Zunahme des Volumens auftreten, was den maximalen Wert der Poisson Zahl auf 0,5 begrenzt. Gemessen wurden Werte zwischen 0,15 und 0,45. Bleibt das Volumen konstant und tritt zudem keine Änderung des spezifischen Widerstands auf, ergibt sich ein  $k$ -Faktor laut Formel (10). Der  $k$ -Faktor drückt mit dem Verhältnis von relativer Widerstandsänderung zu relativer Dehnung die Empfindlichkeit des DMS aus.<sup>24</sup>

$$\varepsilon = \frac{dl}{l} \quad (6)$$

$$\mu = -\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon} \quad (7)$$

$$\frac{dR}{R} = \left( 1 + 2\mu + \frac{d\rho}{\rho} \right) \cdot \varepsilon = k \cdot \varepsilon \quad (8)$$

<sup>23</sup> Vgl. Tränkler/Fischerauer (2014), S. 31 f.

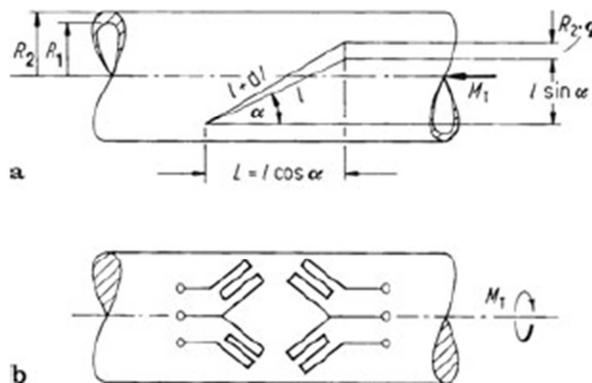
<sup>24</sup> Vgl. Tränkler/Fischerauer (2014), S. 31 f.

$$\frac{dV}{V} = \frac{dl}{l} + 2 \frac{dD}{D} = \frac{dl}{l} (1 - 2\mu) \quad (9)$$

$$k = 1 + 2\mu + \frac{d\rho}{\rho} = 1 + 1 + 0 = 2 \quad (10)$$

### Drehmomentmessung mittels Dehnmessstreifen:

Die Drehmomentmessung mittels DMS erfolgt durch Deformierung eines Verformungskörpers, an welchem die Schubdehnung gemessen und als elektrische Größe ausgegeben wird. Zur Drehmomentmessung wird hauptsächlich ein Hohlzylinder mit den Durchmessern  $d$  und  $D$  sowie der Länge  $L$  als Verformungskörper verwendet. Der Hohlzylinder wird durch ein Drehmoment  $M$  um den Winkel  $\varphi$  verdreht. Durch die Messung der Dehnung wird der Verdrehwinkel  $\varphi$  berechnet und somit kann auf das Drehmoment geschlossen werden. Da die Dehnung senkrecht und parallel zur Achse gleich Null ist, werden die DMS im Bereich der maximalen Dehnung unter dem Winkel  $\alpha = 45^\circ$  bzw.  $\alpha = 135^\circ$  aufgeklebt. Der Torsionswinkel ergibt sich mit Formel (11). Durch Messung der Dehnung und mit Formel (12) kann auf das Drehmoment geschlossen werden.<sup>25 26</sup>



**Abb. 10:** a Dehnung an der Oberfläche einer Messwelle, b Dehnmessstreifen auf Drehmoment-Messwelle, Quelle: Tränkler/Fischerauer (2014), S. 31.

$$\varphi = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{L \cdot M_T}{(R_2^4 - R_1^4) \cdot G} \quad (11)$$

<sup>25</sup> Vgl. Tränkler/Fischerauer (2014), S. 31.

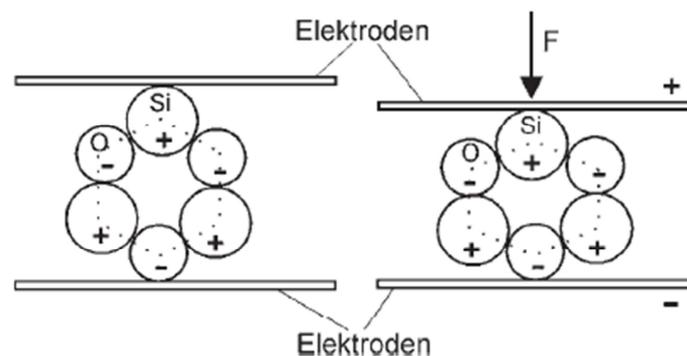
<sup>26</sup> Vgl. Hesse/Schnell (2014), S. 204 f.

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_2 \cdot \varphi}{L} \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{R_2}{R_2^4 - R_1^4} \cdot \frac{M_T}{G} \sin \alpha \quad (12)$$

### 2.2.1.2 Piezosensoren

#### Der Piezoeffekt

Elementarzellen sind die kleinsten Systeme eines Materials und bilden in vielfacher Anzahl zusammen einen makroskopischen Kristall. Um einen Piezoeffekt in einem Kristall hervorzurufen, müssen seine Elementarzellen im Wesentlichen zwei bestimmte Eigenschaften aufweisen. Zum einen muss die Elementarzelle eine sehr geringe Leitfähigkeit besitzen, und zum anderen darf sie keinen Systemkern aufweisen. Wird die Elementarzelle deformiert, verschieben sich ihre positiven und negativen Ladungen und bilden zwei zueinander entgegengesetzte Ladungsschwerpunkte, einen Dipol. Aufgrund des geringsten Energieaufwands richten sich alle benachbarten Dipole der Elementarzellen in dieselbe Richtung aus. Dadurch kann an den außen eine Spannung abgegriffen werden. In Abb. 11 ist dieser Effekt bildlich dargestellt. Analog dazu verformt sich der Kristall bei Anlegen einer Spannung durch das entstehende elektrische Feld.<sup>27</sup>



**Abb. 11:** Elementarzelle eines Quarzes (SiO<sub>2</sub>) deformiert durch eine äußere Belastung F, Quelle: Roddeck (2006), S.11.

#### Drehmomentmessung durch Piezosensoren

Der in Kap. 2.2.1.2 beschriebene Effekt kann zur Messung der Kraft und somit auch eines Momentes genutzt werden. Die Kraft  $F$  ist durch die piezoelektrische Konstante  $k_p$  proportional zur erzeugten Ladung  $Q$  und kann bei bekannter Ladung durch die

<sup>27</sup> Vgl. Roddeck (2006), S.11 f.

Formel (13) bestimmt werden. Damit ist die piezoelektrische Konstante eine Aussage auf die Empfindlichkeit des Piezoelektrischen Sensors.<sup>28</sup>

$$Q = k_p \cdot F \quad (13)$$

### 2.2.2 Ortsfeste Sensoren

Ortsfeste Sensoren haben den Vorteil, keine Übertragung der Information und Leistung auf ein ruhendes System zu benötigen, und sind deshalb in dieser Arbeit von besonderem Interesse.

#### 2.2.2.1 Drehmomentmessung durch Bestimmung des Verdrehwinkels

Oft wird der Verdrehwinkel zum Bestimmen des Drehmoments verwendet. Die folgenden Verfahren werden häufig angewandt.

- Inkrementelle Winkelmessung
- Impulsverfahren

#### Inkrementelle Winkelmessung

Als Inkrement wird die Schrittweite bezeichnet, die bei einer schrittweisen Erhöhung einer Größe verwendet wird. Das heißt, wird ein Kreis in 360 Teile zerlegt, ist der Betrag des Inkrements gleich 1°. Oft erfolgt die Abtastung durch optische und magnetische Sensoren.

#### Optische Abtastung (photoelektrisch)

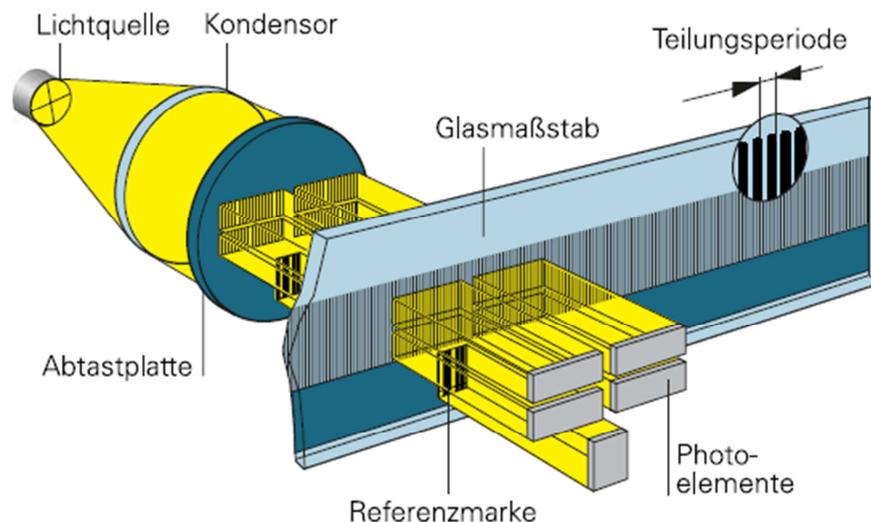
Bei der photoelektrischen Abtastung wird ein Glasmaßstab, versehen mit lichtundurchlässigen Strichen und lichtdurchlässigen Zwischenräumen, kombiniert mit einer Abtastplatte, die eine gleiche Teilung wie der Glasmaßstab aufweist. Wird der Glasmaßstab verschoben, treten periodische Helligkeitsschwankungen auf, welche durch photoelektrische Sensoren detektiert und in elektrische Signale umgewandelt werden können.<sup>29</sup>

*Durchlichtprinzip* (Abb. 12): In kurzem Abstand zum Glasmaßstab befindet sich die Abtastplatte, welche durch ein paralleles Lichtbündel, erzeugt durch eine Lichtquelle und einem Kondensator, bestrahlt wird. Das Lichtbündel strahlt durch die vier Felder der

<sup>28</sup> Vgl. Tränkler/Fischerauer (2014), S. 35 f.

<sup>29</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 706.

Abtastplatte durch den Glasmaßstab auf die vier Photoelemente. Durch eine Relativbewegung des Glasmaßstabs zur Abtastplatte, erzeugt das Photoelement ein sinusförmiges Signal mit einem Gleichstromanteil. Durch die um eine halbe Periode versetzte Teilung des zweiten Abtastfeldes, erzeugt das zugehörige Photoelement ein um  $180^\circ$  phasenverschobenes elektrisches Signal. Um den Gleichstromanteil zu entfernen, werden die beiden Signale in Differenz geschaltet. Man erhält dadurch ein nullsymmetrisches Abtastsignal  $S_1$  mit einer Sinusform. Für eine Interpolation der Signale wird in der Praxis häufig eine größere Anzahl an Photoelementen verwendet, da dadurch stabilere Abtastsignale gewährleistet werden können. Analog entsteht durch die beiden weiteren Abtastfelder und Photoelemente das Abtastsignal  $S_2$ . Die Abtastsignale können mit Gleichung (14), (15) und (16) beschrieben werden. Dabei beschreibt  $x$  den Weg und  $C$  die Signalperiode.<sup>30</sup>



**Abb. 12:** photoelektrisches Durchlichtprinzip, Quelle: Heidenhain.

$$S_1 = A_1 \cdot \sin \varphi_p \quad (14)$$

$$S_2 = A_2 \cdot \sin \varphi_p \quad (15)$$

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot x_l}{C} \quad (16)$$

*Auflichtprinzip:* Die Funktionsweise des Auflichtprinzips ist analog dem oben beschriebenen Durchlichtprinzip. Einzig der Maßstab unterscheidet die beiden Prinzipien. Beim Auflichtprinzip besteht die Teilung des Maßstabs aus

<sup>30</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 706 f.

lichtreflektierenden und lichtabsorbierenden Strichen. Die Lamellen des Maßstabs bestehen aus Glas, Glaskeramik oder auch aus Stahl. Die oben beschriebenen photoelektrischen Prinzipien für die Längenmessung, können beide auch für Winkelmessungen verwendet werden.<sup>31</sup>

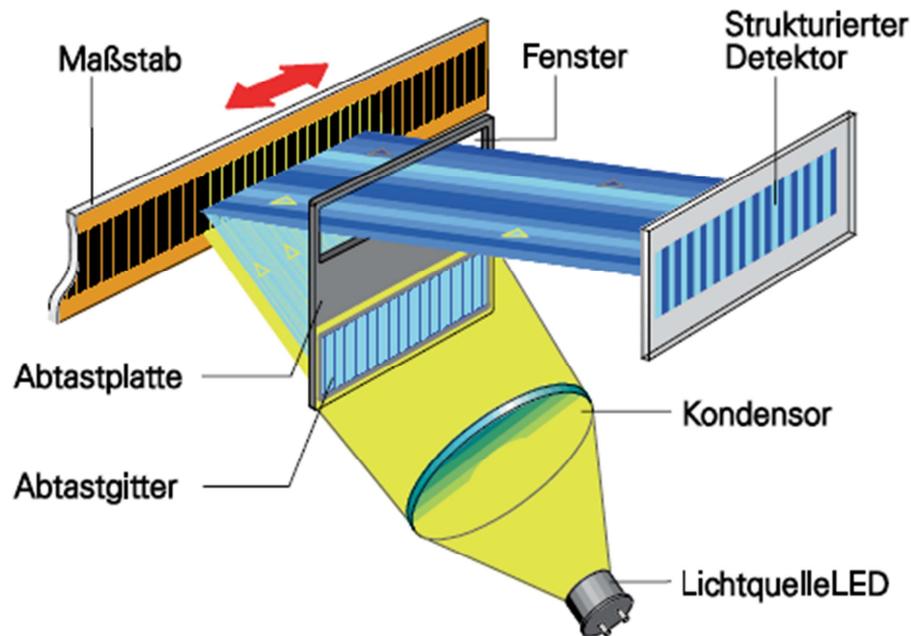


Abb. 13: photoelektrisches Auflichtprinzip mit Stahlmaßband und Einfeld-Abtastung, Quelle: Heidenhain.

### Magnetische Abtastung

In dieser Arbeit werden die galvanomagnetischen Effekte zur Umsetzung magnetischer Größen betrachtet, welche häufig zur Messung von Längen- bzw. Winkeländerungen verwendet werden. Diese physikalischen Prinzipien beruhen auf die durch die Lorentzkraft hervorgerufenen Effekte. Dazu zählen der Halleffekt, der Gaußeffekt und der magnetoresistive Effekt. Weitere physikalische Prinzipien sind:<sup>32</sup>

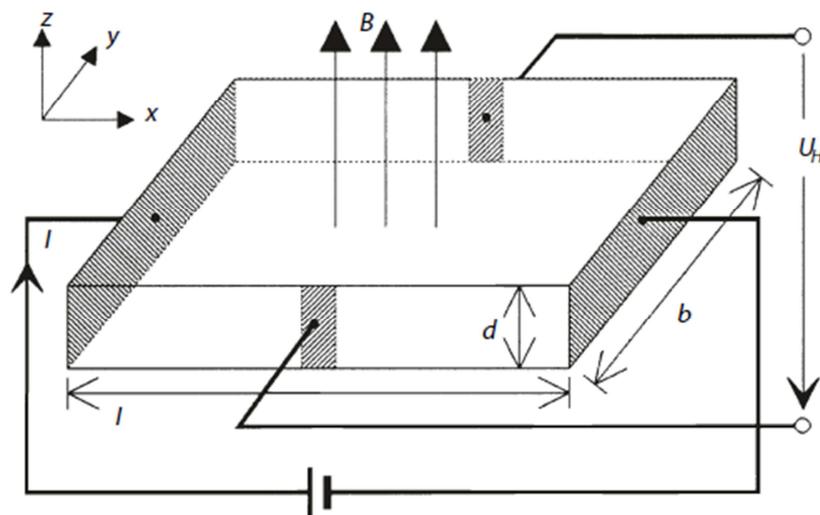
- Induktionseffekte
- Magnetooptische-Effekte
- Magnetomechanische-Effekte
- Resonanz- und Absorptionseffekte
- Quantenmechanische Tunnelprozesse

<sup>31</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 708 f.

<sup>32</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 67.

### Hall-Effekt

Als Hall-Effekt bezeichnet man die Ladungsverschiebung quer eines stromdurchflossenen Leiters, auf den senkrecht zur Stromrichtung ein Magnetfeld  $B$  wirkt. Die Verschiebung der Ladungsträger bewirkt dabei die senkrecht zur Stromfluss- und Magnetfeldrichtung wirkende Lorentzkraft. Durch die Verschiebung der Ladungsträger entsteht eine Aufladung der Grenzflächen, was ein kompensierendes elektrisches Feld verursacht. Dieses elektrische Feld kompensiert die Ablenkung der Ladungsträger durch die auftretende Hallspannung  $U_H$ . Abb. 14 zeigt den Aufbau eines Hallelements. Wird eine stabförmigen Probe mit der Länge  $l$ , der Dicke  $d$  und der Breite  $b$  mit einem Strom in Längsrichtung durchflossen und wirkt senkrecht dazu ein Magnetfeld mit der Induktion  $B$ , ergibt sich mit  $l \gg b$  und  $R_H$  die Hallspannung  $U_H$  laut Formel (17).  $R_H$  bezeichnet dabei die Hallkonstante.<sup>33</sup>



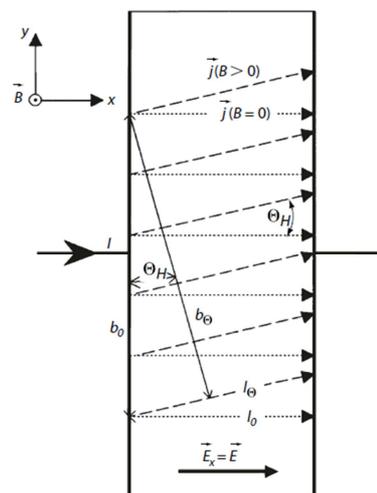
**Abb. 14:** Aufbau zur Messung der Hallspannung  $U_H$ , Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 68.

$$U_H = \frac{R_H \cdot I \cdot B}{d} \quad (17)$$

<sup>33</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 67 ff.

### Gauß – Effekt

Als Gauß- bzw. magnetoresistiver Effekt, wird die Widerstandsänderung bedingt durch die Lorentz-Kraft in einer Probe bezeichnet. Diese Widerstandsänderung wird durch die Ablenkung der Stromdichtevektoren um den sogenannten Hall-Winkel verursacht. Die Ladungsträger werden wie beim obigen Hall-Effekt unter Einwirkung einer magnetischen Induktion  $B$  durch die Lorentzkraft senkrecht zur Stromfluss- und Magnetflussrichtung abgelenkt. Ist die Länge der Probe deutlich länger als die Breite ( $l \gg b$ ) wird kein Hall-Feld erzeugt, was eine Ablenkung der Stromdichtevektoren  $\vec{j}$  um den Hall-Winkel  $\theta_H$  zur Folge hat (siehe Abb. 15).<sup>34</sup>



**Abb. 15:** Verlauf der Stromlinien in einer n-leitenden Probe ( $l \gg b$ ). Die Stromlinien werden durch die magnetische Induktion  $B$  um den Hall-Winkel  $\theta_H$ , Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 73.

### Anisotroper magnetoresistiver Effekt

Im Gegensatz zum magnetoresistiven Effekt ist der anisotrope magnetoresistive Effekt ein rein vom Material abhängiger Effekt. Dabei erfährt eine spezifische ferromagnetische Legierung eine Widerstandsänderung bei Einwirken eines externen magnetischen Feldes, vorausgesetzt das ferromagnetische Material besitzt eine Anisotropie des spezifischen magnetischen Widerstands. D.h. der spezifische Widerstand in Längs- und Querrichtung unterscheidet sich (meist nur wenige Prozent<sup>35</sup>). Betrachtet wird eine ferromagnetische Probe mit dem Verhältnis: Länge  $\gg$  Breite  $\gg$  Dicke.<sup>36</sup> Der in

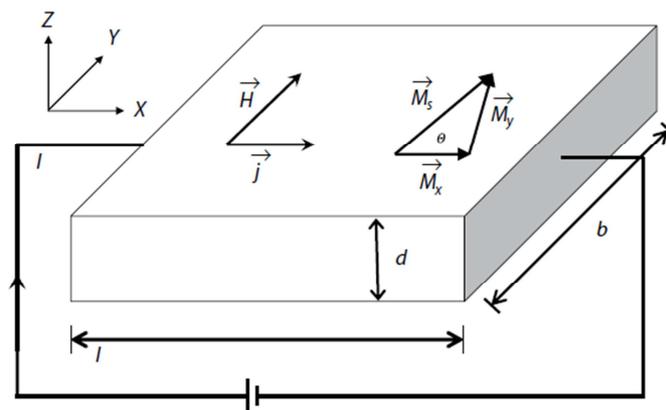
<sup>34</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 72 ff.

<sup>35</sup> Vgl. Gross/Marx (2004), S. 85.

<sup>36</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 74-77.

Abb. 16 zu erkennende interne Magnetfeldvektor  $\vec{M}$  des Materials wird durch das von außen wirkende Magnetfeld  $H$  in Richtung dessen abgelenkt. Bei genügend großer Feldstärke des äußeren Magnetfelds besitzt der interne Magnetfeldvektor  $\vec{M}$  dieselbe Ausrichtung wie der äußere Magnetfeldvektor  $\vec{H}$ . Bei senkrechter Anordnung von Stromdichtevektor  $\vec{j}$  zu internem Magnetfeldvektor ist der Widerstand des Materials minimal. Bei paralleler Anordnung folgt daraus ein maximaler Widerstand. Formel (18) zeigt den Zusammenhang zwischen dem sich ergebenden Widerstand  $R$  und dem Winkel  $\theta$  des internen Magnetfeldvektors.<sup>37</sup>

$$R_{\theta} = \frac{l}{b \cdot d} \cdot \rho_s + \frac{l}{b \cdot d} \cdot (\rho_p - \rho_s) \cdot \cos^2 \theta \quad (18)$$



**Abb. 16:** Aufbau eines anisotropischen magnetischen Widerstandes mit dem inneren Magnetfeldvektor  $\vec{M}$ , dem äußeren Stromdichtevektor  $\vec{H}$  und dem Stromdichtevektor  $\vec{j}$ , Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 76.

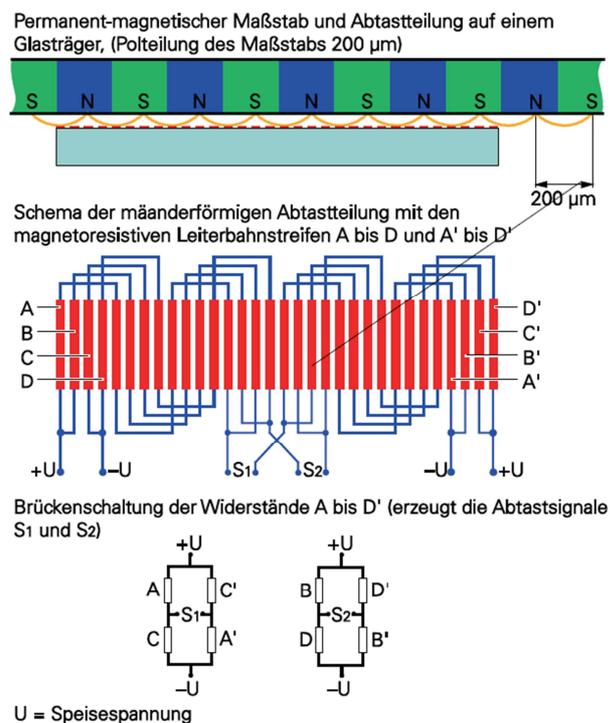
### *Magnetisches Messprinzip*

Für eine inkrementelle Messung mittels magnetischen Messprinzips wird sich häufig der oben beschriebene anisotrope magneto-resistive Effekt zunutze gemacht. In Abb. 17 ist der Aufbau eines magnetischen Messprinzips unter Verwendung des anisotropen magneto-resistiven Effekts dargestellt. Der aus einem Permanentmagneten bestehende Maßstab ist abwechselnd aus Nord- und Südpole, auf einem Trägermaterial aus Kunststoff mit magnetischen Partikeln, hartmagnetischen Schichten oder aus hartmagnetischem Vollmaterial aufgebaut. Die Teilung wird durch eine Leiterbahn mit einer Mikrostruktur auf Silizium- oder Glas-Substrat abgetastet, welche aus einem magneto-resistivem Material aus einer Nickel-Eisen-Legierung besteht. Durch

<sup>37</sup> Vgl. Gross/Marx (2004), S. 88 ff.

Verbindung der Leiterstreifen/Widerstände mittels Kupfer-Leiterbahnen, welche nicht durch das Magnetfeld beeinflusst werden, wird eine Brückenschaltung gebildet. Befinden sich nun die Leiter A und A', wie in Abb. 17 dargestellt, genau zwischen den Nord- und Südpolen, werden diese von den magnetischen Feldlinien quer zur Stromrichtung (in Messrichtung) durchflutet, was eine geringe Erhöhung des elektrischen Widerstandes bewirkt. Der Widerstand der Leiterbahnen C und C' ändert sich dabei nicht, da sie den Nord- und Südpolen gegenüber stehen und sie somit von den magnetischen Feldlinien senkrecht durchflutet werden. Durch eine Relativbewegung des Maßstabs entsteht eine sinusförmige Spannung S1 an der ersten Brückenschaltung mit den Widerständen A, A' und D, D'. Auf gleiche Weise wird die zweite sinusförmige Spannung S2 durch eine Brückenschaltung der Widerstände B und B' sowie D und D' erzeugt. Die Phase der Spannung S2 ist dabei um eine Viertelperiode verschoben.<sup>38</sup>

Die beiden erhaltenen Signale S1 und S2 stimmen dabei mit dem in Kap.2.2.2.1 beschriebenen Signalen des photoelektrischen Prinzips überein. Der Vorteil der magnetischen Abtastung gegenüber der photoelektrischen Methode liegt in der Unempfindlichkeit gegenüber Verschmutzungen.<sup>39</sup>



**Abb. 17:** magnetisches Messprinzip mit anisotropischen magnetoresistiven Widerständen, Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 711.

<sup>38</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 711 f.

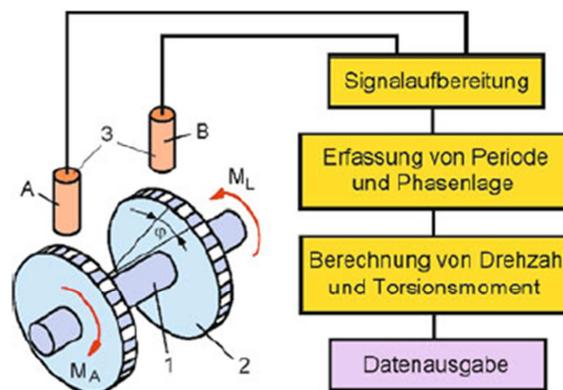
<sup>39</sup> Vgl. Tränkler/Reindl (2014), S. 712.

### 2.2.2.2 Impulsverfahren

Das Impulsverfahren gehört genau genommen nicht zu den Winkelmessverfahren, da es lediglich den Verdrehwinkel einer Welle ermittelt und nicht den Winkel der Drehung um die Drehachse. Der Verdrehwinkel, welcher mit dem Impulsverfahren bestimmt werden kann, gibt Aufschluss auf das Drehmoment, welches an der Welle wirkt. Die auftretende Verdrehung (Torsion) der Welle wird dabei in eine Phasenverschiebung zweier gleichartiger Funktionen der Zeit umgewandelt.<sup>40</sup>

#### Funktionsprinzip

In Abb. 18 ist der schematische Aufbau des Impulsverfahrens dargestellt. Der Sensor A aktiviert durch einen Impuls den Perioden- und Differenzzähler, welche die Zählimpulse verzeichnet. Der Differenzzähler wird durch einen Impuls von Sensor B gestoppt, während der Periodenzähler durch einen zweiten Impuls des Sensors A geschlossen wird. Durch die zeitliche Verschiebung der beiden Sensoren kann auf das Torsionsmoment geschlossen werden. Das Torsionsmoment ist dabei dem Verdrehwinkel und der Phasenverschiebung direkt proportional. Die Abtastung erfolgt dabei induktiv oder optoelektronisch.<sup>41</sup>



**Abb. 18:** Schema des Impulsverfahrens. 1 Torsionswelle, 2 Inkrementalscheibe, 3 Sensor,  $M_A$  Antriebsmoment,  $M_L$  Lastmoment,  $\varphi$  Verdrehwinkel, Quelle: Hesse/Schnell (2014), S.208.

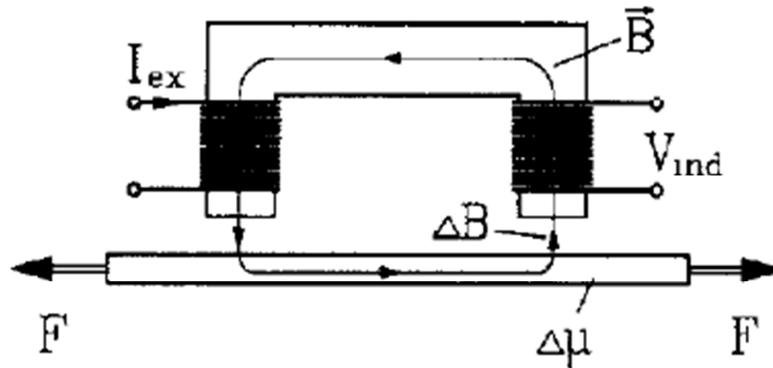
### 2.2.2.3 Bestimmung des Drehmoments mittels der magnetoelastischen Methode

Die magnetoelastische Methode nützt die Veränderung der Permeabilität eines Werkstoffs unter Belastung zur Bestimmung dieser. Hierfür wird ein magnetischer Fluss über einen magnetostriktiven amorphen Werkstoff geleitet. Wird dieser Werkstoff

<sup>40</sup> Vgl. Hesse/Schnell (2014), S.206.

<sup>41</sup> Vgl. Hesse/Schnell (2014), S.208.

gedehnt oder gestaucht, verändert sich dessen Permeabilität und somit auch der magnetische Fluss, welcher durch das Material fließt. Durch Abgreifen des magnetischen Flusses kann auf die Belastung, die zur Stauchung bzw. Dehnung des Werkstoffes geführt hat, geschlossen werden.<sup>42</sup>

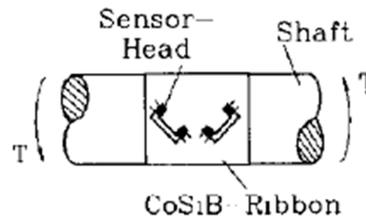


**Abb. 19:** Prinzip der magnetoelastischen Messmethode einer Belastung, Quelle: Rombach/Langheinrich (1994), S.410.

In Abb. 19 ist ein ferromagnetisches Joch mit einer den magnetischen Fluss erzeugenden Spule (links) und einer Induktionsspule (rechts) durch einen Luftspalt vom magnetostriktiven amorphen Werkstoff (Band) getrennt. Wird an der linken Spule ein Strom  $I_{ex}$  angelegt, erzeugt diese einen magnetischen Fluss  $\vec{B}$ , der sich über den Luftspalt auf das Band ausbreitet und über den zweiten Luftspalt wieder zurück auf das ferromagnetische Joch fließt. Beim Passieren des magnetischen Flusses der Induktionsspule wird dieser eine Spannung  $V_{ind}$  induziert. Wird das Band nun gestaucht bzw. gedehnt, ändert sich dessen Permeabilität um  $\Delta\mu$  und damit auch der magnetische Fluss um  $\Delta B$ . Dadurch wird eine Spannungsänderung  $\Delta V$  an der Induktionsspule erzeugt und lässt somit auf die Belastung  $F$  schließen. Dieses Prinzip kann auch für eine Drehmomentmessung adaptiert werden. Dazu wird das magnetostriktive amorphe Band an der Oberfläche einer Welle angebracht. Um das Drehmoment messen zu können, müssen zwei Sensoren in einem Winkel von  $45^\circ$  zur Wellenachse positioniert werden (siehe Abb. 20). Diese beiden Richtungen weisen das Maximum der Zug-/Druckspannung auf.<sup>43</sup>

<sup>42</sup> Vgl. Rombach/Langheinrich (1994), S. 410 f.

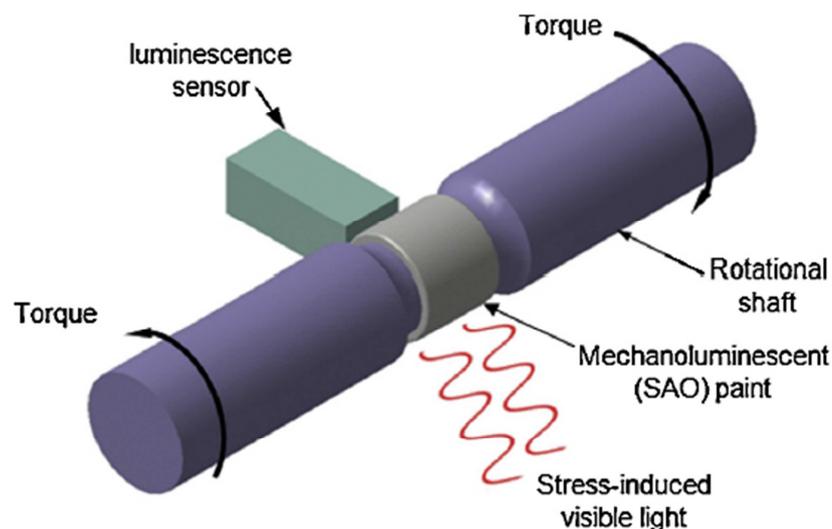
<sup>43</sup> Vgl. Rombach/Langheinrich (1994), S. 410 f.



**Abb. 20:** Positionierung der Sensoren zur Messung des Drehmoments einer Welle, Quelle: Rombach/Langheinrich (1994), S.411.

#### 2.2.2.4 Drehmomentmessung durch die Mechanolumineszenz von Mikropartikel

Bei der Mechanolumineszenz von Mikropartikel, wird die Fähigkeit der Mikropartikel unter Belastung Licht zu emittieren zur Drehmomentmessung genutzt. Dazu wird ein Lack aus mechanolumineszierenden  $\text{SrAl}_2\text{O}_4:\text{Eu}^{2+}, \text{Dy}^{3+}$  (SAO) Mikropartikeln mit einem transparenten Epoxidharz vermischt und auf die Drehmomentwelle aufgebracht (siehe Abb. 21). Der Lack wird anschließend mit ultraviolettem Licht bestrahlt und kurz im dunklen gealtert. Bei Einwirken einer Spannung emittieren die Mikropartikel sichtbares Licht, welches durch einen Lumineszenzsensor gemessen wird. Damit kann auf das wirkende Drehmoment geschlossen werden. Eine weitere Variante ist die Mischung von  $\text{ZnS}:\text{Cu}$  Partikel mit Akrylharz. Dabei wird ein Verformungskörper bzw. Probe gefertigt, welche zur Übertragung des Drehmoments verwendet wird. Der Aufbau entspricht dem obigen Prinzip. Die Schwächen dieses kontaktlosen Messprinzips sind die geringe Auflösung und vor allem die schlechte Wiederholbarkeit, da die mechanolumineszierende Wirkung bei fortlaufender Belastung abfällt.<sup>44</sup>

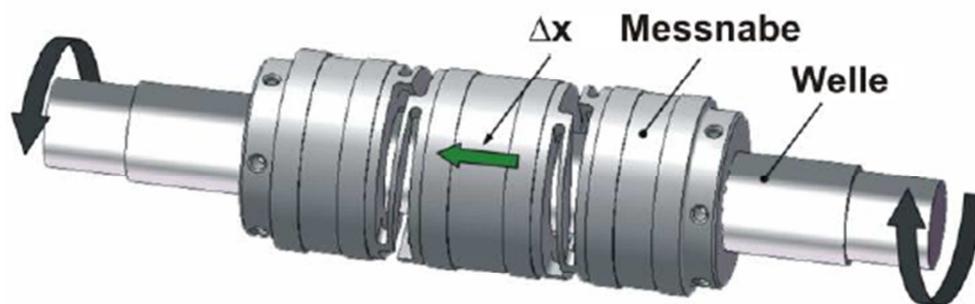


**Abb. 21:** Aufbau einer Drehmomentmessung durch mechanolumineszierende Mikropartikel, Quelle: Ji Sik Kim/Gi-Woo Kim (2014), S.126.

<sup>44</sup> Ji Sik Kim/Gi-Woo Kim (2014), S.125 ff.

### 2.2.2.5 Drehmomentmessung durch axiale Verschiebung

Bei dieser Methode wird die Torsion und die daraus entstehende Verdrehung einer Welle in eine axiale Verschiebung umgesetzt. In Abb. 22 ist der Aufbau der Messnabe zu erkennen. Dabei ist die Verbindung von Messwelle und Außenhülse durch Madenschrauben dargestellt. Über diese Verbindung wird die Verdrehung eingeleitet. Der nutzbare Verdrehwinkel  $\varphi$  wird umso größer, je weiter die beiden Verbindungen von Messwelle und Außenhülse voneinander entfernt sind. Die Außenhülsen sind durch biegesteife Stege mit der Mittelhülse verbunden. Ergibt sich ein Verdrehwinkel aufgrund des eingeleiteten Moments zwischen den beiden Wellenverbindungen der Außenhülsen, erzeugen die Stege eine axiale Verschiebung der Mittelhülse. In Gleichung (19) zeigt sich der Zusammenhang des Verdrehwinkels  $\varphi$  mit dem Drehmoment  $M_t$ , der Länge  $l$ , dem Schubmodul  $G$  und dem polaren Flächenträgheitsmoment  $I_p$ .<sup>45</sup>



**Abb. 22:** Messnabe mit Außenhülsen und durch biegesteife Stege verbundene Mittelhülse, Quelle: Haas/Brandl (o.J.), o.S.

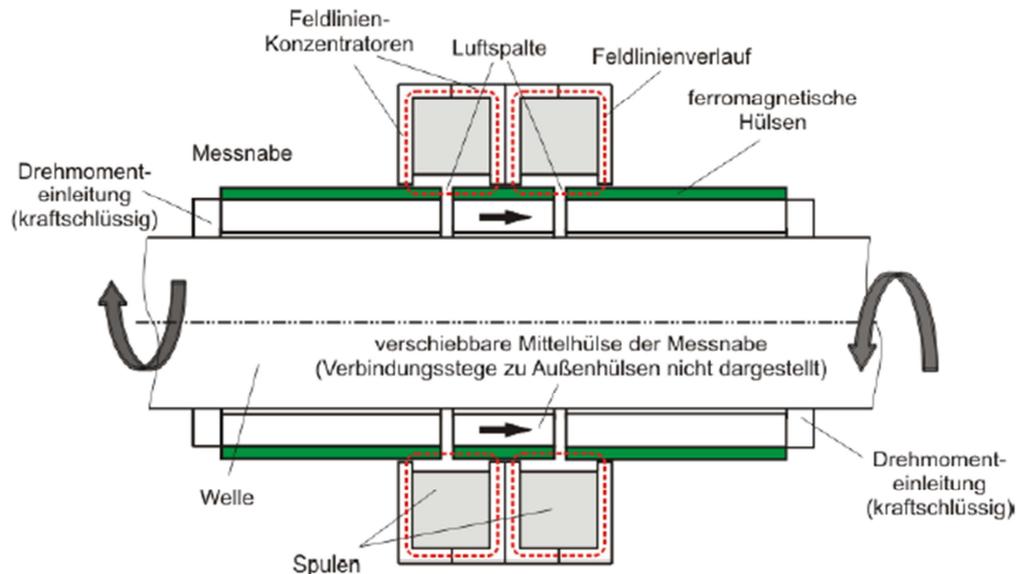
$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p} \quad (19)$$

### Elektromagnetische Messung der Verschiebung

In Abb. 23 ist das Prinzip für die elektromagnetische Messung der axialen Verschiebung dargestellt. Zu erkennen sind die beiden ferromagnetischen Außenhülsen, die ferromagnetische Mittelhülse und der Rotor mit zwei in Serie geschalteten, ortsfesten Spulen, welche mit den Feldlinienkonzentratoren eine induktive Halbbrücke bilden. Durch eine Torsion wird die Mittelhülse verschoben und die beiden Luftspalte werden verkleinert bzw. vergrößert. Das Verhältnis der Widerstände (Luftspalte) bestimmt die Ausgangsspannung der Halbbrücke. Die Spulen fungieren als induktive

<sup>45</sup> Vgl. Haas/Brandl (o.J.), o.S.

Spannungsteiler, wobei die Luftspalte der variable Anteil der Induktivitäten ist. Das Ausgangssignal ist bei einer abgeglichenen Sensorbrücke gleich null. Durch das angelegte Drehmoment wird die Brücke verstimmt und verursacht so ein Ausgangssignal, welches verstärkt und digitalisiert wird.<sup>46</sup>



**Abb. 23:** prinzipieller Aufbau zur elektromagnetischen Messung der Verschiebung, Quelle: Haas/Brandl (o.J.), o.S.

## 2.3 Finite-Elemente-Methode (FEM)

Bis heute ist es in nicht möglich, reale Systeme bezüglich ihrer elastomechanischen Beziehungen in vollem Umfang zu beschreiben. Meist werden zur Problemlösung leichter zu lösende, einfache Modelle modelliert, bei welchen stets eine gewisse Abweichung zur tatsächlichen Lösung einhergeht. Daher ist es von allgemeinem Interesse, Systeme möglichst realitätsnah zu gestalten. Ein wichtiges Werkzeug hierfür ist die Finite-Elemente-Methode.<sup>47</sup>

### 2.3.1 FEM-Prinzip

Das Grundprinzip der Finiten-Elemente-Methode ist die Zerlegung einer Struktur oder eines Kontinuums in endlich viele finite Elemente. Diese Elemente aus Stäben, Balken, Schalen, Scheiben oder Volumselementen werden durch Knoten miteinander verbunden und können durch Gleichungssystemen bzw. Ansatzfunktionen als Näherung beschrieben werden. Mithilfe der Verknüpfungsbedingungen können die

<sup>46</sup> Vgl. Haas/Brandl (o.J.), o.S.

<sup>47</sup> Vgl. Klein (2015), S. 1.

Verschiebungen und Verdrehungen jedes Knotens und somit auch die gesamte Verformung des Bauteils realitätsnah ermittelt werden. Die Knotenverschiebung gibt Aufschluss über die Dehnung und somit auch über die Spannung welche im Bauteil herrscht.<sup>48</sup>

### 2.3.2 Vorgehensweise

Ein von Beginn an fehlerfreies Modell ist nur selten der Fall. Meist durchläuft die finite Elemente Analyse einen iterativen Prozess und benötigen mehrere Änderungen und Optimierungsschritte bis ein realitätsnahes Ergebnis vorliegt. Eine grundsätzliche Vorgehensweise und deren jeweilige Unterstützung durch Rechner ist in Tabelle 1 dargestellt. Dabei führt der letzte Schritt „Modell ändern, optimieren“ zwangsläufig wieder zurück zum Punkt „Berechnungsmodell bilden“ bzw. zu „Detailmodellierung“. Dieser Ablauf vom Berechnen bis zur Modelländerung und Optimierung wird so oft wiederholt bis das zu Beginn definierte Problem ausreichend genau und zufriedenstellend beschrieben wird.<sup>49</sup>

Analyseschritt	Rechnerunterstützung
Problem erkennen und formulieren	Ohne Rechnerhilfe
Aufgabe definieren und gewünschtes Ergebnis spezifizieren	Ohne Rechnerhilfe
Vereinfachtes Berechnungsmodell bilden	Grundsätzliche Modellannahmen ohne Rechnerhilfe
Detailmodellierung	Großteil der konkreten Modellerstellung mit Hilfe des Preprozessors
Berechnung durchführen	Mit dem FEM-Basisprogramm (Solver)
Ergebnisse darstellen	Großteil mit Hilfe des Postprozessors
Ergebnisse bewerten	Ohne Rechnerhilfe
Schlussfolgerungen ziehen	Ohne Rechnerhilfe
Modell ändern, optimieren	Mit Hilfe des Preprozessors (Teilautomatische Optimierung möglich)

**Tabelle 1:** Analyseschritte mit jeweiliger Rechnerunterstützung einer FE-Analyse, Quelle: Vgl. Fröhlich (2005), S. 35.

<sup>48</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 13.

<sup>49</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 33 ff.

### 2.3.3 FE-Modell erstellen

Entscheidend für die Finite-Elemente-Berechnung ist das Modell, welches zutreffende Vereinfachungen und eine möglichst wahrheitsgetreue Abbildung der Randbedingungen aufweisen sollte. Die Erstellung eines FE-Modells durchläuft üblicherweise folgende Schritte:<sup>50</sup>

#### *Bauteil „freimachen“*

Freimachen bedeutet das Bauteil von seiner Umgebung zu trennen und diese Kontaktbereiche durch Randbedingungen, wie Lagerungen und Lasten, zu ersetzen.<sup>51</sup>

#### *Modelltyp bestimmen*

Für eine mechanische Strukturanalyse gibt es grundsätzlich drei verschiedene Elemente.<sup>52</sup>

- Linienelemente (Stäbe und Balken)  
eignen sich zur Modellierung von Fachwerken (Kräne, Brücken)
- Flächenelemente (Scheibe, Schale/Platte)  
eignen sich zur Modellierung von dünnwandigen Konstruktionen wie z.B. Gussteile und Biegeteile
- Volumenelemente  
eignen sich für massive Bauteile, welche sich schlecht als Balken oder Schalenmodell modellieren lassen.

#### *Geometriemodell erstellen*

Die Modellgeometrie wird meist in einem CAD-Programm erstellt und anschließend in das FE-Programm eingelesen. Dabei wird durch die Wahl des Elementtyps der Geometrietypp des Modells bestimmt. Volumenelemente führen zu einer Volumengeometrie, Flächenelemente benötigen ein Flächenmodell und für ein Stabmodell ist ein Linienmodell notwendig. Es kann auch die Geometrie direkt im FE-Programm erzeugt werden, was heutzutage aber eher selten der Fall ist.<sup>53</sup>

---

<sup>50</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 37 f.

<sup>51</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 39.

<sup>52</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 41.

<sup>53</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 49.

---

*Vernetzen des Modells*

Um bei einer FE-Berechnung eine möglichst hohe Genauigkeit der Ergebnisse bei möglichst geringer Rechenzeit zu erzielen, ist die Wahl eines geeigneten Netzes essentiell. Die meisten FE-Programme bieten eine globale und lokale Vernetzung des Bauteiles an. Das Bauteil kann also global mit einem Netz vernetzt werden, wobei lokale Stellen, wie Kerben oder Ecken, lokal durch den Anwender verfeinert werden können. Das Netz kann durch die Anzahl, der Form und der Größe der Elemente verändert werden. Die Anzahl und Größe der Elemente kann in den meisten FE-Programmen durch eine Konvergenzbetrachtung festgelegt werden. Dabei werden die Größe und somit auch die Anzahl der Elemente soweit verfeinert bis sich eine vorgegebene prozentuale Änderung (z.B. 2%) zum vorherigen Ergebnis ergibt. Im Allgemeinen wird für ein Bauteil eine Mischung der verschiedenen Elementformen verwendet, welche meist durch das Programm variiert werden. Geübte Anwender können in den meisten FE-Programmen die Form der Netzelemente auch individuell verändern.<sup>54</sup>

Dabei gibt es für die Volumenelemente das Tetraeder-, Quader- und Prismaelement.<sup>55</sup>

*Definition der Lagerbedingungen*

Jene Stellen des Modells, die „frei gemacht“ wurden, müssen mit Lagerbedingungen versehen werden. Dabei ist die Wahl der richtigen Lagerung entscheidend, um realitätsnahe Ergebnisse zu erzielen. Ein Knoten besitzt sechs Freiheitsgrade, drei Verschiebungen und drei Rotationen, welche einzeln fixiert werden können. Statisch unterbestimmte Systeme können vom FE-Programm nicht gelöst werden, da es durch Verschiebungen der Festkörper keine Kräfte aufnehmen kann. Das Modell ist somit nicht vollständig mit der Umgebung fixiert.<sup>56</sup>

*Idealisieren und Anbringen von Lasten*

Auch die Lasten müssen realitätsnah abgebildet werden. Dazu können diese ähnlich wie die Lagerbedingungen am Geometriemodell definiert werden, welche anschließend durch das FE-Programm auf die Knoten des Modells übertragen werden. Jede Kraft, Streckenlast oder Druck wird also wieder als Einzelkraft einem Knoten zugeordnet.

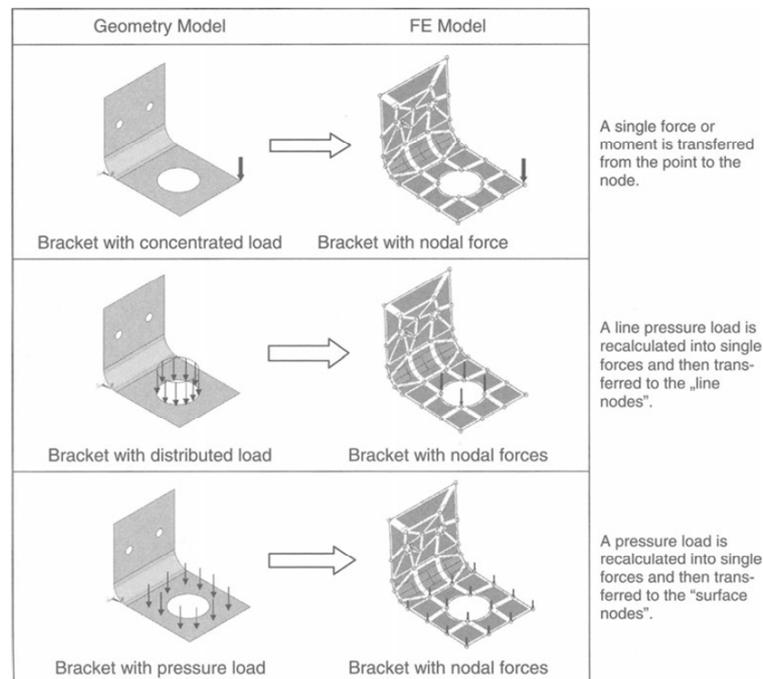
---

<sup>54</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 51.

<sup>55</sup> Vgl. Klein (2015), S. 169.

<sup>56</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 53 f.

Dies ist in Abb. 24 zu erkennen. Aus diesem Grund muss das Netz ausreichend fein definiert werden, um ungleichmäßige Spannungsverteilungen zu verhindern.<sup>57</sup>



**Abb. 24:** Übertragung der Belastung auf das FE-Modell, Quelle: Fröhlich (2005), S. 57.

#### *Zuweisen der Werkstoffdaten*

Welche Werkstoffdaten für die Berechnung notwendig, sind hängt von der Analyseart und den Belastungen ab. Für eine lineare Strukturanalyse sind beispielsweise nur der E-Modul und die Querkontraktionszahl vonnöten. Tritt eine Beschleunigung auf, wird die Dichte benötigt. Um thermische Analysen durchzuführen, wird der Wärmeausdehnungskoeffizient benötigt. Wird ein nichtlineares Verhalten des Werkstoffs benötigt, sind detailliertere Werkstoffangaben (z.B. elastisch-plastische Materialgesetze) erforderlich.<sup>58</sup>

### **2.3.4 Grundgleichungen der linearen FEM**

Bei linear-elastischen Körpern werden kleine, stetige und reversible Verformungen angenommen. Deren Verhalten wird durch 15 Gleichungen, welche man aus 6 Verschiebungs-Verzerrungsbeziehungen, 6 Verzerrungs Spannungsbeziehungen und 3 Gleichgewichtsbedingungen erhält, beschrieben. Die 15 Unbekannten lauten:<sup>59</sup>

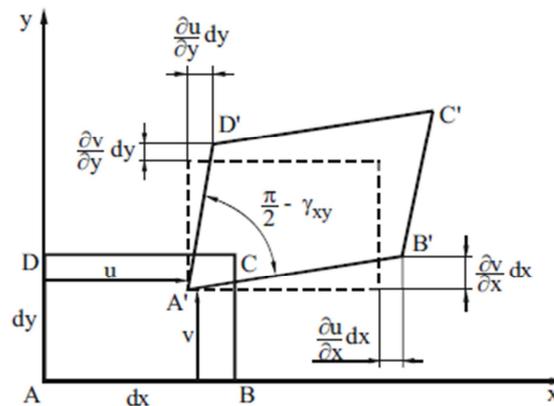
<sup>57</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 57 f.

<sup>58</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 61.

<sup>59</sup> Vgl. Klein (2015), S. 22.

- Verschiebung  $\vec{u}^T = [u \ v \ w]$
- Verzerrung  $\vec{\epsilon}^T = [\epsilon_{xx} \ \epsilon_{yy} \ \epsilon_{zz} \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]$
- Spannung  $\sigma^T = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{zz} \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}]$

Die Verzerrungs-Verschiebungsbeziehungen sind am ebenen Scheiben-Element (siehe Abb. 25) dargestellt.



**Abb. 25:** Verzerrung des ebenen Scheiben-Elements, Quelle: Klein (2015), S 22.

Dabei ist die Verzerrung/Dehnung definiert als:<sup>60</sup>

$$\text{Verzerrung/Dehnung} = \frac{\text{neue Länge} - \text{alte Länge}}{\text{alte Länge}}$$

Die Ermittlung von  $\epsilon_{xx}$  und  $\gamma_{xy}$  sei im Folgenden beispielhaft durch Gleichung (20) und (21) dargestellt. Alle weiteren Verzerrungen ergeben sich analog.<sup>61</sup>

$$\epsilon_{xx} = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (20)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \angle(D'A'B') \approx \frac{\pi}{2} - \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\partial v}{\partial x} dx - \frac{\partial u}{\partial y} dy \right) = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (21)$$

Die Verzerrungs-Verschiebungsbeziehung in Matrixschreibweise sind in Gleichung (22) dargestellt. Die Spannungs-Verzerrungsbeziehungen ergeben sich durch das Hooke'sche Gesetz mit dem E-Modul  $E$  und der Querkontraktionszahl  $\nu$  (Gleichung (23) u. (24)).<sup>62</sup>

<sup>60</sup> Vgl. Klein (2015), S. 22 f.

<sup>61</sup> Vgl. Klein (2015), S. 23.

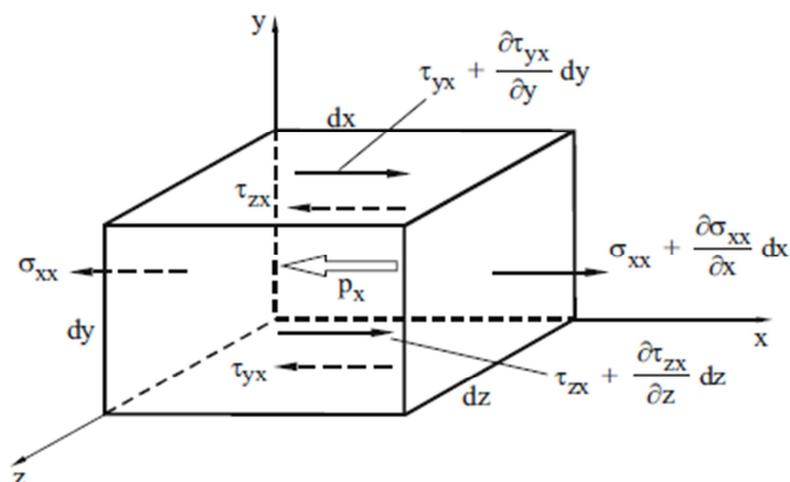
<sup>62</sup> Vgl. Klein (2015), S. 24.

$$\vec{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \underline{D} \cdot \vec{u} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\vec{\sigma} = \underline{E} \cdot \vec{\varepsilon} \quad (24)$$

Der Zusammenhang der Spannungen mit den äußeren Kräften, welchen man mit dem Kräftegleichgewicht erhält, ergibt sich mit Gleichung (25). In Abb. 26 ist das Kräftegleichgewicht an einem Quader-Element dargestellt.<sup>63</sup>



**Abb. 26:** Kräftegleichgewicht im Inneren des Körpers an einem Quader-Element, Quelle: Klein (2015), S. 26.

<sup>63</sup> Vgl. Klein (2015), S. 26.

Die Gleichgewichtsbedingung kann geschrieben werden als:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{D}^T \cdot \vec{\sigma} + \vec{p} \quad (25)$$

### 2.3.5 Elastodynamik Grundgleichung

Bei der Elastodynamik herrscht eine Zeitabhängigkeit der Kräfte, somit sind auch die Verschiebungen, Verzerrungen und Spannungen nicht nur vom Weg, sondern auch von der Zeit abhängig. Bei der Gleichgewichtsbeziehung müssen daher die Trägheitskräfte ( $-\rho \cdot \ddot{\vec{u}}$ ) berücksichtigt werden. Das Gleichgewicht (der Impulssatz) ergibt sich mit Gleichung (26).<sup>64</sup>

$$\underline{D}^T \cdot \vec{\sigma} - \vec{p} = -\rho \cdot \ddot{\vec{u}} \quad (26)$$

### 2.3.6 Grundgleichungssystem

Mit den Grundgleichungen wurden die Gleichgewichtsbedingungen formuliert, welche Differenzialgleichungen darstellen. Um die finiten Systemgleichung zu erhalten, gibt es zwei Möglichkeiten, das Variationsprinzip und der Ansatz von Galerkin. In dieser Arbeit wird kurz auf das Variationsprinzip eingegangen.<sup>65</sup>

#### 2.3.6.1 Variationsprinzip

Beim Variationsprinzip bedient man sich einer Ersatzgleichgewichtsbedingung (Formel, die durch das Prinzip der virtuellen Arbeit gewonnen werden kann). Dabei setzt man die äußere virtuelle Arbeit  $\delta W_a$  ins Gleichgewicht mit der inneren virtuellen Arbeit  $\delta W_i$  (Gleichung (27)). Die äußere virtuelle Arbeit wird dabei aus den äußeren Kräften und den jeweiligen virtuellen Verschiebungen  $\delta \vec{u}$ , welche die Randbedingungen nicht verletzen und kinematisch möglich sind, gebildet. Analog wird die innere virtuelle Arbeit  $\delta W_i$  aus den inneren Spannungen und den virtuellen Verzerrungen  $\delta \varepsilon$ , welche

<sup>64</sup> Vgl. Klein (2015), S. 29.

<sup>65</sup> Vgl. Klein (2015), S. 29.

sich durch Differenzieren der virtuellen Verschiebungen ableiten lassen, gewonnen. Die virtuellen Arbeiten können durch die Oberflächenkräften  $\vec{q}$  den Einzelkräften  $\vec{F}$  und den Volumskräften  $\vec{p}$  definiert werden. Das Gleichgewicht der virtuellen Arbeiten ergibt sich dann mit Gleichung (28). Mit den in Kapitel 2.3.4 erhaltenen Beziehungen für die Spannungen und Verzerrungen kann die Spannung in Formel (28) eliminiert werden und als Gleichung (29) formuliert werden.<sup>66</sup>

$$\delta W_i = \delta W_a \quad (27)$$

$$\int_V \delta \vec{\epsilon}^T \cdot \vec{\sigma} dV = \delta \vec{u}^T \cdot \vec{F} + \int_V \delta \vec{u}^T \cdot \vec{p} dV + \int_O \delta \vec{u}^T \cdot \vec{q} dO \quad (28)$$

$$\int_V \delta \vec{u}^T \cdot \underline{D}^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{D} dV \cdot \vec{u} = \delta \vec{u}^T \cdot \vec{F} + \int_V \delta \vec{u}^T \cdot \vec{p} dV + \int_O \delta \vec{u}^T \cdot \vec{q} dO \quad (29)$$

Für die Verschiebung  $\vec{u}$  wird ein Ansatz (Ansatzfunktion) eingeführt, welcher die Näherung bei der Finite-Elemente-Methode bewirkt (siehe Gleichung (30)). Dabei wird die Verschiebung  $\vec{u}$  mit den Knotenverschiebungen  $\vec{d}$  durch die Zeilenmatrix  $\underline{G}$ , welche die Ansatzfunktionen enthält, verbunden. Dies gilt für alle Variationen. Dadurch ergibt sich das Gleichgewicht der virtuellen Arbeiten mit Gleichung (31).<sup>67</sup>

$$\vec{u} = \underline{G} \cdot \vec{d} \quad (30)$$

$$\int_V (\underline{D} \cdot \underline{G})^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{D} \cdot \underline{G} dV \cdot \vec{d} = \underline{G}^T \cdot \vec{F} + \int_V \underline{G}^T \cdot \vec{p} dV + \int_O \underline{G}^T \cdot \vec{q} dO \quad (31)$$

Gleichung (31) beschreibt auf der linken Seite eine Steifigkeit multipliziert mit einem Weg, welche mit den äußeren Kräften auf der rechten Seite gleichgesetzt ist. Dies führt zur finiten Grundgleichung mit der Elementsteifigkeit  $\underline{k}$ , den Knotenverschiebungen  $\vec{d}$  und den äußeren Kräften  $\vec{p}$  (Gleichung (32)). Die Elementsteifigkeitsmatrix berechnet sich dabei wie nach Gleichung (33). Die Glieder der Ansatzfunktion  $\underline{G}$  sollten dabei möglichst als Polynome gewählt werden, da diese einfach zu integrieren und differenzieren sind.<sup>68</sup>

$$\underline{k} \cdot \vec{d} = \vec{p} \quad (32)$$

<sup>66</sup> Vgl. Klein (2015), S. 30 f.

<sup>67</sup> Vgl. Klein (2015), S. 31 f.

<sup>68</sup> Vgl. Klein (2015), S. 33.

$$\underline{k} = \int_V (\underline{D} \cdot \underline{G})^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{D} \cdot \underline{G} dV \equiv \int_V \underline{B}^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{B} dV \quad (33)$$

Die Methode von Galerkin führt dabei auf die gleiche finite Grundgleichung. Für die dynamische Grundgleichung mit den Trägheitskräften ergibt sich die finite dynamische Grundgleichung mit der Massenmatrix  $\underline{m}$  laut Gleichung (34). Wird die Dämpfung berücksichtigt, kommen auf der rechten Seite die geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungskräfte ( $\underline{c} \cdot \dot{\underline{d}}$ ) mit der Dämpfungsmatrix  $\underline{c}$  hinzu. Dies ergibt die bekannte Schwingungsdifferenzialgleichung.<sup>69</sup>

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{d}} + \underline{c} \cdot \dot{\underline{d}} - \underline{k} \cdot \underline{d} = \underline{p} \quad (34)$$

### 2.3.7 Ansatzfunktionen

Mit der Ansatzfunktion wird eine Näherung der Ergebnisse in der Finiten Elemente Methode erzielt. Die Ansatzfunktion ist entscheidend für die Qualität der Näherung und muss im Wesentlichen folgende drei Bedingungen erfüllen:<sup>70</sup>

- Bei Starrkörperbewegungen darf die Ansatzfunktion keine Verzerrung oder Spannung verursachen
- Die Ansatzfunktion muss im Inneren und am Rand stetig sein
- Um einen konstanten Verzerrungs- und Spannungszustand darzustellen, kann, sollte die Ansatzfunktion Konstantglieder enthalten.

Diese Ansatzfunktionen, welche die Form eines Polynoms besitzen, lassen sich durch das Pascal'sche Dreieck aufstellen (siehe Abb. 27). Das Pascal'sche Dreieck gibt es in zwei- und dreidimensionaler Form. Die Ansatzfunktion muss dabei entsprechend ihrer Freiheitsgrade ebenso viele Konstanten enthalten. Als Beispiel seien hier kurz einige Beispiele angeführt.<sup>71</sup>

Stabelement (eindimensional)

$$u(x) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x \quad (35)$$

Balkenelement (eindimensional)

$$w(x) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot x^2 + \alpha_4 \cdot x^3 \quad (36)$$

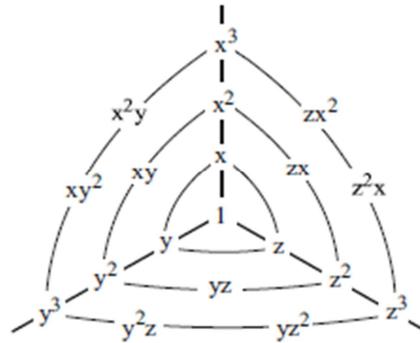
<sup>69</sup> Vgl. Klein (2015), S. 34 ff.

<sup>70</sup> Vgl. Klein (2015), S. 91.

<sup>71</sup> Vgl. Klein (2015), S. 93 f.

## Tetraederelement (dreidimensional)

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y + \alpha_4 \cdot z \\
 v(x, y, z) &= \beta_1 + \beta_2 \cdot x + \beta_3 \cdot y + \beta_4 \cdot z \\
 w(x, y, z) &= \gamma_1 + \gamma_2 \cdot x + \gamma_3 \cdot y + \gamma_4 \cdot z
 \end{aligned} \tag{37}$$



**Abb. 27:** Pascal'sches Dreieck für ein-, zwei- und dreidimensionale Ansätze, Quelle: Klein(2015), S. 170.

Die Konstanten  $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  können mittels der Geometrie und den Randbedingungen bestimmt werden. Als Beispiel ergibt sich die Konstante  $\alpha_1$  beim 1D Stab-Element zu  $u(x=0) \equiv u_1 = \alpha_1$  und die Konstante  $\alpha_2$  mit  $u(x=L) \equiv u_2$  zu  $\alpha_2 = \frac{u_2 - u_1}{L}$ . Diese Konstanten eingesetzt in die Formel (35) ergeben den Verschiebungsansatz in der Form  $\vec{u} = \underline{G} \cdot \vec{d}$  und somit auch die in Kapitel 2.3.6.1 beschriebene Steifigkeitsmatrix  $\underline{k}$ .<sup>72</sup>

Für komplexere Verschiebungsansätze gibt es zur Bestimmung dieser Konstanten folgende am 2-Knoten-Fachwerkelement demonstrierte Vorgehensweise. Der Verschiebungsansatz in der Form (38) muss für alle Verschiebungen gelten, was auf die Beziehung in Gleichung (39) führt. Durch Umformen und Einsetzen des Koeffizientenvektors  $\vec{\alpha}$  in Gleichung (38) erhält man die für die Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrix notwendige Form des Verschiebungsansatzes (Gleichung (40)).<sup>73</sup>

$$\underline{u} = [1 \quad x] \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \underline{\phi} \cdot \vec{\alpha} \tag{38}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \underline{A} \cdot \vec{\alpha} \tag{39}$$

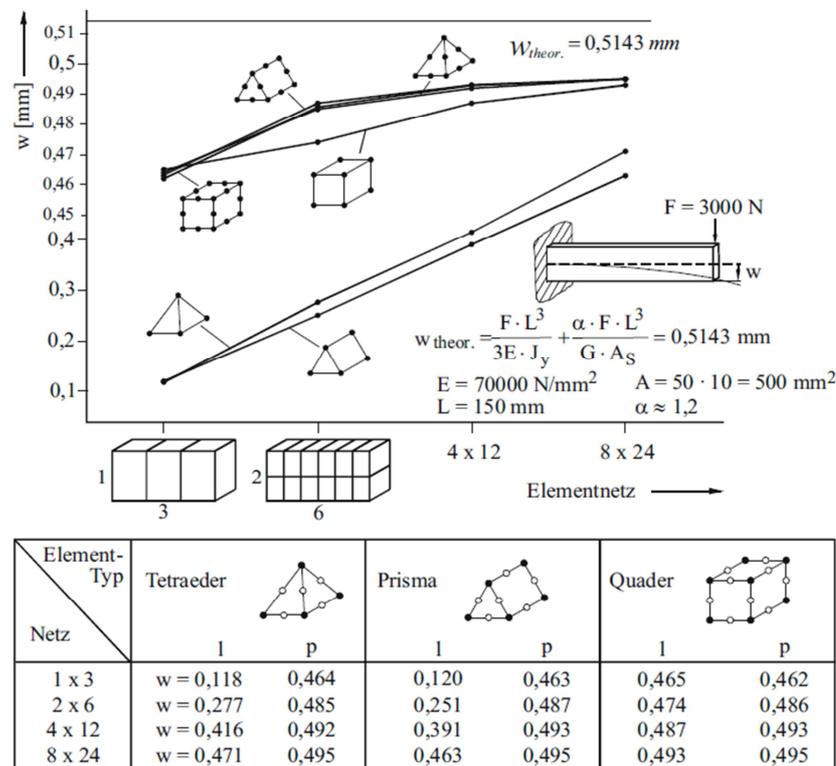
$$\underline{u} = \underline{\phi} \cdot \underline{A}^{-1} \cdot \vec{d} = \underline{G} \cdot \vec{d} \tag{40}$$

<sup>72</sup> Vgl. Klein (2015), S. 94.

<sup>73</sup> Vgl. Klein (2015), o.S.

### 2.3.8 Elemente

Zur Diskretisierung, d.h. zum Unterteilen eines Bauteils gibt es verschiedenste Element Formen. Grundsätzlich können diese, wie in Kapitel 2.3.3 schon erwähnt, in Linienelemente, Flächenelemente und Volumenelemente eingeteilt werden. Entscheidend für realitätsnahe Ergebnisse ist neben der Wahl des richtigen Elementtyps, auch die Wertigkeit der Elemente, also mit welchem Ansatz gerechnet wird (linear oder höherwertig). In Abb. 28 wird ein Tetraeder-, Prisma- und ein Quaderelement mit einem linearen und mit einem parabolischen Verschiebungsansatz verglichen. Zu erkennen ist dabei, dass bei den linearen Ansätzen das Quaderelement ein deutlich besseres Konvergenzverhalten als das Prisma- und Tetraederelement aufweist. Beim parabolischen Ansatz ist hingegen kein merklicher Unterschied mehr auszumachen. In die Nähe der Lösung mittels Balken kommt dabei keines der Volumenelemente, was darauf zurückzuführen ist, dass die Volumenelemente die Neigung der Biegelinie nicht darstellen können, da sie zu steif sind und dadurch keine Verformung zulassen.<sup>74</sup>



Legende: l = linear, p = parabolisch

**Abb. 28:** Ergebnisvergleich von Form der Elemente und Wertigkeit des Ansatzes, Quelle: Klein (2015), S. 173.

<sup>74</sup> Vgl. Klein (2015), S. 95-173.

### 2.3.9 Elementtypen

Je nach Problemstellung und gewünschten Ergebnissen eignen sich unterschiedliche Elementtypen zur finiten Elemente-Analyse. Im Folgenden seien die Hauptgruppen kurz hinsichtlich ihrer Verwendung beschrieben.

#### 2.3.9.1 Linienelemente

Zu den Linienelementen zählen Stab- und Balkenelemente. Diese eignen sich für die Analyse von Fachwerkskonstruktionen wie z.B. Kräne oder Brücken.<sup>75</sup>

#### 2.3.9.2 Flächenelemente

Die Flächenelemente bestehen aus den Gruppen Scheiben-, Platten- und Schalenelemente. Diese werden meist durch Dreiecks-, Vierecks- oder Rechtecks Elemente idealisiert.<sup>76</sup>

##### *Scheibenelement*

Bei den Scheiben ist die Dicke im Gegensatz zu den anderen Längen wie Breite und Länge wesentlich kleiner. Sie sind eben, und werden in der Mittelebene belastet. Die z-Koordinate (dicke des Blechs) kann vernachlässigt werden, womit ein Ebenes-Problem entsteht. Als äußere Belastungen können Massenkraft, Oberflächenlasten und Einzellasten auftreten. Meist werden Dreieck- oder Viereckelemente zur Beschreibung von scheibenförmiger Beanspruchung verwendet. Dabei stellen Dreieckelemente die Kontur der Ränder besser dar, während Viereckelemente eine bessere Konvergenz aufweisen.<sup>77</sup>

##### *Plattenelemente*

Bei den Platten wird ein dreidimensionaler Körper durch Vereinfachungen als zweidimensionales Problem angesehen. Dabei wird die äußere Belastung bei Platten senkrecht zur Mittelebene eingeleitet, was ein Absenken und ein Neigen dieser bewirkt. Lediglich die Durchbiegung der mittleren Ebene ist notwendig um den Verformungszustand zu ermitteln.<sup>78</sup>

---

<sup>75</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 41 ff.

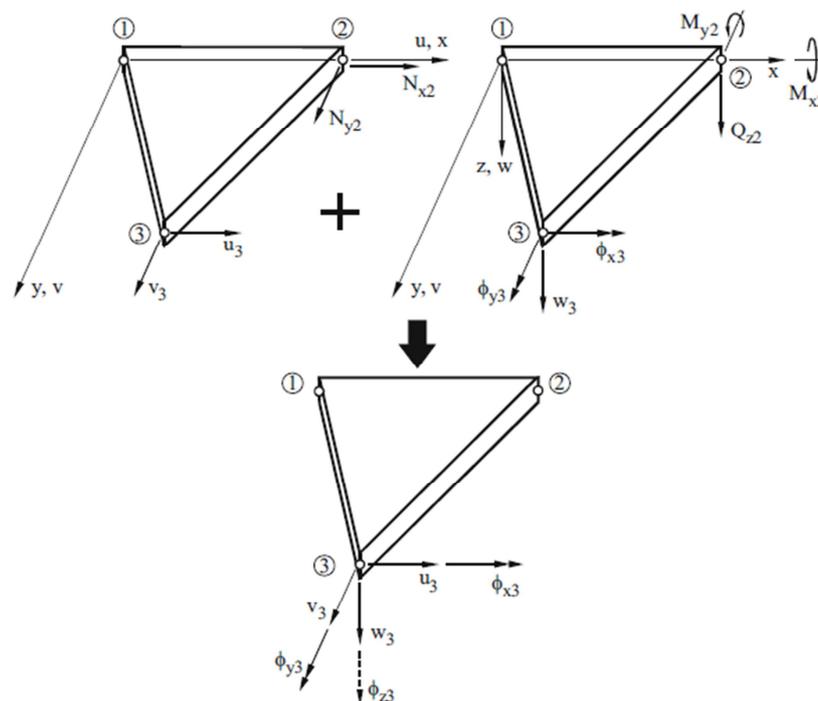
<sup>76</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 41.

<sup>77</sup> Vgl. Klein (2015), S. 99 f.

<sup>78</sup> Vgl. Klein (2015), S. 140.

### Schalenelement

Schalenelemente werden bei Körpern mit dünner Wandstärke wie zum Beispiel Behälter, Karosserien usw. eingesetzt. Sie werden in der Mittelebene und auch senkrecht dazu belastet, sie stellen eine Kombination aus Platten- und Scheibenelementen dar. Abb. 29 zeigt die Überlagerung von Scheiben- und Plattenelement zu einem Schalenelement. Dabei werden in einem Schalenknoten die Freiheitsgrade der Scheibe und der Platte vereint. Damit werden an jedem Knoten fünf Freiheitsgrade gebildet.<sup>79</sup>



**Abb. 29:** Scheiben- und Plattenelement überlagert zu einem Schalenelement, Quelle: Klein (2015), S. 166.

### 2.3.9.3 Volumelement

Volumelemente werden bei massiven Bauteilen angewendet.<sup>80</sup> Gegenüber ebenen Elementen erhöht sich die Anzahl der Elemente und somit auch der Knoten stark, was zu großen Matrizen und somit auch zu mehr Leistung der Rechner und zu mehr Speicherbedarf führt. In Abb. 28 sind die Geometrien zur Analyse dreidimensionaler Probleme dargestellt. Dabei ist das Ziel, wie in Kap 2.3.8 beschrieben, die Verwendung von höherwertigen Elementen, aber dafür möglichst wenigen Elementen. Jeder Knoten

<sup>79</sup> Vgl. Klein (2015), S. 164 f.

<sup>80</sup> Vgl. Fröhlich (2005), S. 44.

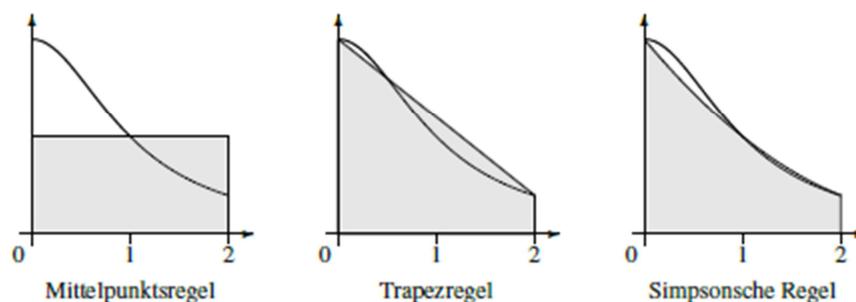
besitzt drei Verschiebungskomponenten. Die Ansätze dafür können dabei, wie in Kap. 2.3.7 beschrieben, durch das dreidimensionale Pascal'sche Dreieck entwickelt werden.<sup>81</sup>

### 2.3.10 Numerische Integration

Um bestimmte Integrale, bei denen keine Stammfunktion gefunden werden kann, integrieren zu können, wird die numerische Integration herangezogen. Integrale dieser Art treten häufig bei der Berechnung der Steifigkeitsmatrix auf. Die numerische Integration bietet zwei Arten zur Annäherung der Flächenintegrale, die Newton-Cotes-Quadraturen und die Gauß'schen Quadraturformeln.<sup>82</sup>

#### *Newton-Cotes-Quadraturen*

Bei den Newton-Cotes-Quadraturen wird die Funktion in  $n$  Teilbereiche unterteilt. Die Fläche der  $n$  Teilbereiche werden anschließend durch eine Näherung ermittelt. Dabei ist die einfachste Form der Näherung die Verwendung eines Rechtecks (Mittelpunktregel) für die Fläche eines Teilbereichs. Ein besseres Ergebnis erzielt man mit einem Trapez (Trapezregel). Um eine noch genauere Näherung der Fläche zu erhalten, wird die Kurve mittels quadratischer Parabel durch drei Punkte angenähert und die Fläche darunter ermittelt (Simpson Formel). In Abb. 30 sind diese Näherungen grafisch dargestellt. Mit der Newton-Cotes-Quadratur können Polynome  $n$ -ten Grades exakt integriert werden.<sup>83</sup>



**Abb. 30:** Näherung der Fläche durch Mittelpunktsregel, Trapezregel und Simpsonsche Regel, Quelle: Jung/Langer (2013) S.140.

#### *Gauß'sche Quadratur*

Die Finite-Elemente-Berechnung verwendet meist die Gauß'sche Quadratur, da diese genauer und einfacher ist. Zum Unterschied zur Newton-Cotes-Quadratur sind die

<sup>81</sup> Vgl. Klein (2015), S. 169 f.

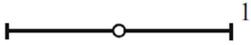
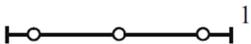
<sup>82</sup> Vgl. Klein (2015), S. 135 f.

<sup>83</sup> Vgl. Klein (2015), S. 135 f.

Stützstellen bei der Gauß'schen Quadratur verbessert. Bei der Gauß'schen Quadratur wird ein gewichteter Ansatz eingeführt. Häufig finden isoparametrische Elemente eine Anwendung, deshalb wird ein normiertes Intervall verwendet. Die Ansatzfunktion ergibt sich damit mit Gleichung (41) und (42). Mit der Gauß'schen Ansatzfunktion kann aufgrund der  $n + 1$  Stützstellen  $\xi_i$  und der  $n + 1$  Gewichtskoeffizienten  $w_i$  ein Polynom mit dem Grad  $2(n + 1)$  genau integriert werden. Die Stützstellen und Gewichtungskoeffizienten liegen dabei tabelliert vor (siehe Abb. 31).<sup>84</sup>

$$I = \int_{-1}^1 F(\xi) \cdot d\xi = \sum_{i=1}^n w_i \cdot F(\xi_i) \quad (41)$$

$$x_i = \frac{b-a}{2} \cdot \xi_i + \frac{b+a}{2} \quad (42)$$

n	$\xi_i$	$w_i$
1. 	0,0000 0000 0000	2,0000 0000 0000
2. 	± 0,5773 5026 9190	+1,0000 0000 0000
3. 	0,0000 0000 0000 ± 0,7745 9666 9241	+0,8888 8888 8889 +0,5555 5555 5556

**Abb. 31:** Stützstellen  $\xi_i$  und Gewichtungsfaktoren  $w_i$  bis zur Ordnung  $n=3$ , Quelle: Klein (2015), S.137.

### 2.3.11 Kontaktprobleme

Bei einer Finiten Elemente Analyse werden oft Baugruppen analysiert, d.h. mehrere Körper, die an bestimmten Bereichen miteinander in Kontakt treten. Um die dabei entstehenden Effekte, wie Haftung, Reibung, Trennung usw., realitätsnah zu beschreiben, werden Kontaktelemente definiert. Die in den obigen Kapiteln beschriebene Berechnungsweise wird solange verwendet, bis ein Kontakt zwischen den Körpern auftritt. Dabei wird ein Algorithmus zur iterativen Bestimmung des Gleichgewichts herangezogen. Zur Formulierung der Kontaktelemente wird zusätzlich zu den mathematischen- und mechanischen Bedingungen noch ein Algorithmus zum

<sup>84</sup> Vgl. Klein (2015), S. 136 f.

Erkennen eines Kontakts benötigt. Durch die Abhängigkeit der Randbedingungen von den Lösungsvariablen, ist ein inkrementelles Lösungsverfahren notwendig.<sup>85</sup>

Da das Finite-Elemente-Programm nur das Penetrieren des Kontaktkörpers in den Zielkörper überprüft und nicht umgekehrt, ist die Definition von Kontakt- und Zielkörper entscheidend. Folgende Kontakte treten auf:<sup>86</sup>

- Symmetrischer Kontakt
  - Beide Körper können als Ziel- oder Kontaktkörper definiert werden.
- Asymmetrischer Kontakt
  - Ist ein Körper an der Kontaktfläche eben/konkav, der andere scharfkantig/konvex, wird der ebene/konkave Körper als Zielkörper definiert.
  - Wenn beide Körper konvexe Kontaktflächen besitzen, sollte der ebenere als Zielkörper definiert werden.
  - Bei einem scharfkantigen Körper wird dieser als Kontaktkörper definiert.
  - Sind beide Körper scharfkantig oder wellig an ihren Kontaktflächen, ist die Definition von Ziel- und Kontaktkörper beliebig.

Um das Kontaktelement allgemein verwenden zu können, muss es folgende Forderungen erfüllen:<sup>87</sup>

- Es müssen Relativbewegungen zwischen den Körpern möglich sein.
- Es muss in einer nichtlinearen Lösungsmethode verwendet werden können.
- Es soll teilweises Haften und Gleiten möglich sein.
- Die Haft- und Gleitbedingungen müssen auf einem realistischen Modell aufgebaut werden.
- Ein Kontakt bzw. eine Trennung der Körper muss sich wiederholen können.
- Es muss ein Kontakt zwischen elastischen und starr-elastischen Körpern möglich sein.

Grundsätzlich sind zur Lösung der Kontaktprobleme vier Verfahren üblich, die Lagrange Multiplikatoren, die Penalty-Methode und die Kombinationsmethoden Perturbed-Lagrange und Augmented Lagrange. Dabei erfüllt die Penalty-Methode die

---

<sup>85</sup> Vgl. Klein (2015), S. 181 ff.

<sup>86</sup> Vgl. Klein (2015), S. 181 ff.

<sup>87</sup> Vgl. Klein (2015), S. 183.

Kontaktbedingungen nur näherungsweise. Die Lagrange Methode erfüllt sie exakt, benötigt aber mehr Zeit.<sup>88</sup>

## 2.4 Maschinendynamik

Die Maschinendynamik beschreibt die Wechselwirkungen von Kräften und Bewegungen einer Maschine, dabei kommt es oft zu dynamischen Effekten, besonders zu Schwingungen. Meist ist es aufgrund der geringen Größe der Schwingungen ausreichend, eine linearisierte Betrachtung der Schwingungen durchzuführen. Besonders kritisch ist der Fall, wenn die Anregfrequenz mit der Eigenfrequenz der Maschine übereinstimmt. Dies kann zu großen Amplituden und somit zu erheblicher Schädigung führen. Ein Betrieb mit der Eigenfrequenz ist daher zu vermeiden bzw. nur kurz zu dulden.<sup>89</sup>

### 2.4.1 Torsionsschwingung

Die Torsionsschwingung ist der translatorischen Schwingung ähnlich, es erfolgt die Schwingung lediglich um einen rotatorischen Freiheitsgrad. Somit liegt der einzige Unterschied der Torsionsschwingung beschreibenden Gleichungen in der Verwendung einer rotatorischen Koordinate. In Gleichung (43) ist die Gleichung der erzwungenen, gedämpften Torsionsschwingung dargestellt. Dabei beschreibt  $\vec{f}(t)$  die zeitabhängige Erregung  $\vec{q}$  den Koordiantenvektor,  $\underline{M}$  die Massenmatrix,  $\underline{D}$  die Dämpfungsmatrix und  $\underline{K}$  die Steifigkeitsmatrix. Wie oben erwähnt, ist darauf zu achten, dass die Eigenkreisfrequenzen nicht mit den Erregerfrequenzen zusammenfallen.<sup>90</sup>

Die Eigenfrequenzen lassen sich durch Lösen des Eigenwertproblems der homogenen Lösung berechnen, dabei sind die Eigenwerte gleich dem Quadrat der Eigenfrequenzen. Bei n-Freiheitsgraden folgen n Eigenwerte und somit n Eigenfrequenzen.<sup>91</sup>

$$\underline{M}\ddot{\vec{q}} + \underline{D}\dot{\vec{q}} + \underline{K}\vec{q} = \vec{f}(t) \quad (43)$$

### 2.4.2 Biegeschwingung einer rotierenden Welle

Bei Biegeschwingungen einer Welle tritt die Schwingungsgleichung in derselben Form wie in Kapitel 2.4.1, bei den Torsionsschwingungen auf. Bei den Biegeschwingungen

<sup>88</sup> Vgl. Klein (2015), S. 186.

<sup>89</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S.5.

<sup>90</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S. 49 ff.

<sup>91</sup> Vgl. Gasch u.a. (2005), S. 194 ff.

werden die Gleichungen lediglich in den translatorischen Koordinaten  $z$  und  $y$  aufgestellt (siehe Abb. 32). Die Schwingungsgleichung ergibt sich mit Gleichung (44).<sup>92</sup> Wie bei den Torsionsschwingungen beschreibt  $\vec{f}$  den Erregerkraftvektor,  $\vec{x}$  den Koordinatenvektor,  $\underline{M}$  die Massenmatrix,  $\underline{D}$  die Dämpfungsmatrix und  $\underline{K}$  die Steifigkeitsmatrix.<sup>93</sup> Die Eigenfrequenzen lassen sich analog wie bei den Torsionsschwingungen durch Lösen des Eigenwertproblems ermitteln. Da es bei gedämpften Schwingungen oft nicht mehr möglich ist die exakte Lösung zu bestimmen, bedient man sich numerischer Verfahren, dabei werden die Eigenwerte iterativ ermittelt.<sup>94</sup>

$$\underline{M}\ddot{\vec{x}} + \underline{D}\dot{\vec{x}} + \underline{K}\vec{x} = \vec{f} \quad (44)$$

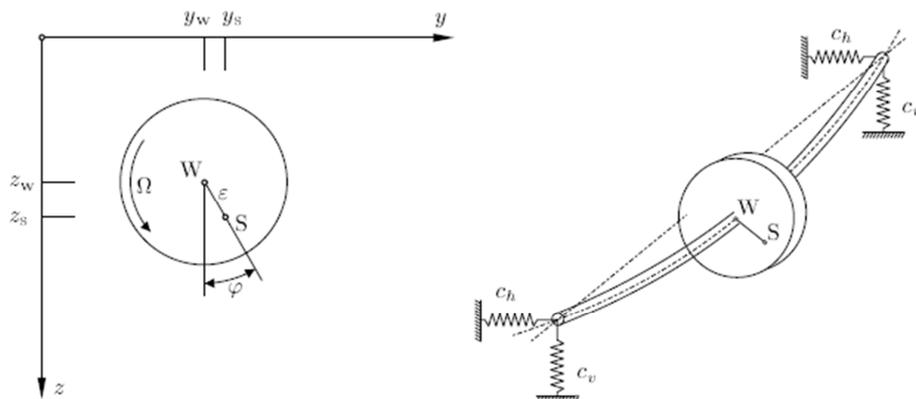


Abb. 32: Lavalläufer mit Lagersteifigkeit, Quelle: Heimann/Popp (o.J.), S.62.

### 2.4.3 Campbell Diagramm

Für die Auslegung von Rotoren (Torsionsschwingung und Biegeschwingung) kann dazu das Campbell-Diagramm verwendet werden. Abb. 33 zeigt ein Campbell-Diagramm, bei welchem Stellen an denen Resonanz auftritt durch die Schnittpunkte der Eigenfrequenzen ( $f_1$  und  $f_2$ ) mit den Erregerfrequenzen (1 bis 25) gegeben sind. Diese sollen möglichst nicht im Arbeitsbereich der Maschine liegen. Die Amplituden der Schwingung nehmen dabei mit zunehmender Frequenz ab. Deshalb sollte darauf

<sup>92</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S. 55 ff.

<sup>93</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S. 55 ff.

<sup>94</sup> Vgl. Gasch u.a. (2005), o.S.

geachtet werden, dass die niedrigen Eigenfrequenzen nicht im Arbeitsbereich der Maschine liegen.<sup>95</sup>

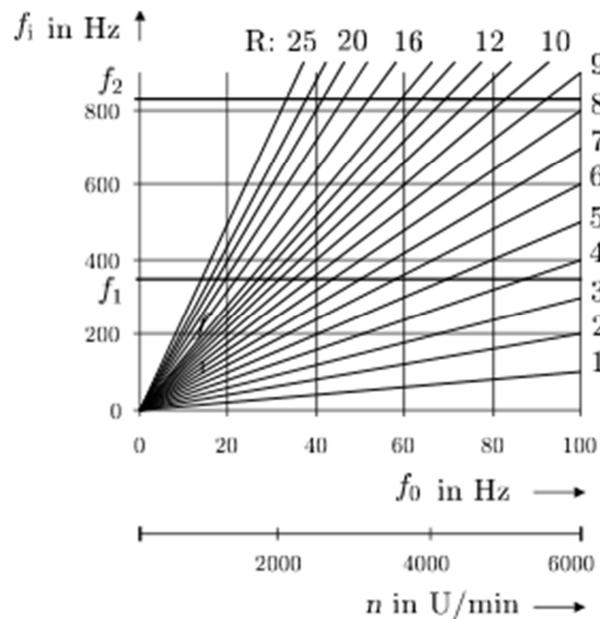


Abb. 33: Campbell-Diagramm, Quelle: Heimann/Popp (o.J.), S. 52.

#### 2.4.3.1 Einfluss der Kreiselwirkung auf die Eigenkreisfrequenzen

Sobald sich bei einem rotierenden System die Drehscheibe (Rotor) nicht mehr, wie in Abb. 32 dargestellt, symmetrisch zwischen den Lagern, sich sogar außerhalb der Lager befindet, erfährt der Rotor bei einer Auslenkung in radialer Richtung eine Schrägstellung. Dies führt bei rotierenden Scheiben zu einer Dralländerung, was durch Zwangsmomente verursacht wird. Bei abgeplatteten Rotoren wirkt sich dies stabilisierend aus, bei gestreckten Rotoren destabilisierend.<sup>96</sup>

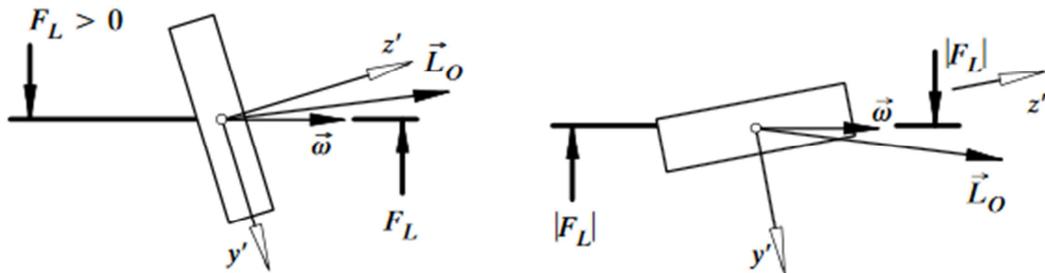
In Abb. 34 ist links der abgeplattete Rotor und rechts der gestreckte Rotor dargestellt. Dabei versucht das auftretende Kreiselmoment den Drallvektor  $\vec{L}_o$  zum Vektor der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  hinzudrehen.<sup>97</sup> Bewegt sich der Scheibenmittelpunkt gleichsinnig zur Winkelgeschwindigkeit, wird dies als Gleichlauf bezeichnet. Bewegt sich dieser entgegen der Winkelgeschwindigkeit, wird dies als Gegenlauf bezeichnet. Üblicherweise tritt bei Rotoren Gleichlauf auf (Unwuchterregung  $\rightarrow$  Gleichlauf), hingegen kann Gegenlauf durch gegenläufige Erregerkräfte erzwungen werden. Die

<sup>95</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S. 51 f.

<sup>96</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S. 67 f.

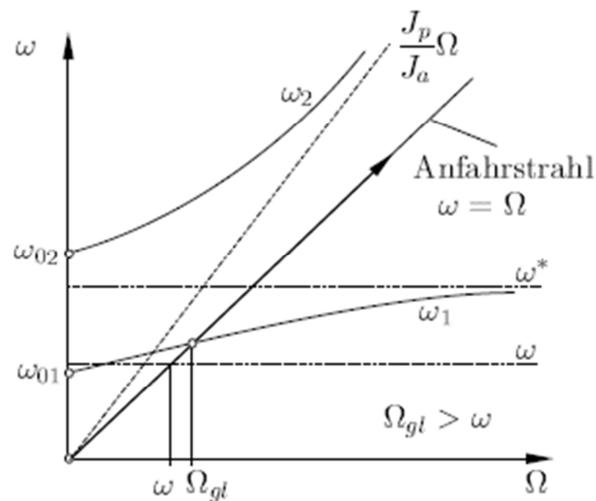
<sup>97</sup> Vgl. Bestle/TU Cottbus (o.J.), S.51.

Eigenfrequenz erhöht sich beim Gleichlauf (Federsteifigkeit steigt), wogegen sie beim Gegenlauf (Federsteifigkeit sinkt) verringert wird.<sup>98</sup>



**Abb. 34:** links: abgeplatteter Rotor, rechts: gestreckter Rotor, Quelle: Bestle/TU Cottbus (o.J.), S. 51.

Eine Erhöhung der Eigenfrequenz bei Steigerung der Erregerfrequenz durch die Kreiselwirkung bei Gleichlauf ist in Abb. 35 zu sehen.<sup>99</sup>



**Abb. 35:** Biegekritische Drehzahl unter Kreiseinfluss bei Gleichlauferregung, Quelle: Heimann/Popp (o.J.), S. 71.

<sup>98</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S. 68-73.

<sup>99</sup> Vgl. Heimann/Popp (o.J.), S. 71.

### 3 Konzeptfindung

In der Konzeptfindungsphase wurden die Randbedingungen definiert, bestehende Methoden zur Momentmessung analysiert und über Sensoren zur möglichen Momentmessung recherchiert. Zuerst wurden aus den möglichen Methoden zwei Konzepte zur näheren Betrachtung ausgewählt. Anschließend konnte anhand der erhaltenen FEM Ergebnisse das finale Konzept ausgewählt und ausgearbeitet werden.

#### 3.1 Randbedingungen

Die Konstruktion soll eine Lösung zur Messung des Drehmoments darstellen und an der Forschungsschleifmaschine am Institut integriert werden.

##### 3.1.1 Geometrische Randbedingungen

In Abb. 36 ist der Aufbau des verfahrbaren Schleifschlittens zu erkennen. Die Drehmomentmessung sollte dabei in einem Flansch, welcher an der Schleifspindel montiert wird, integriert werden. Dabei sind nur geringfügige Änderungen (Bohrungen/Ausfräsungen) an der Schutzabdeckung möglich.

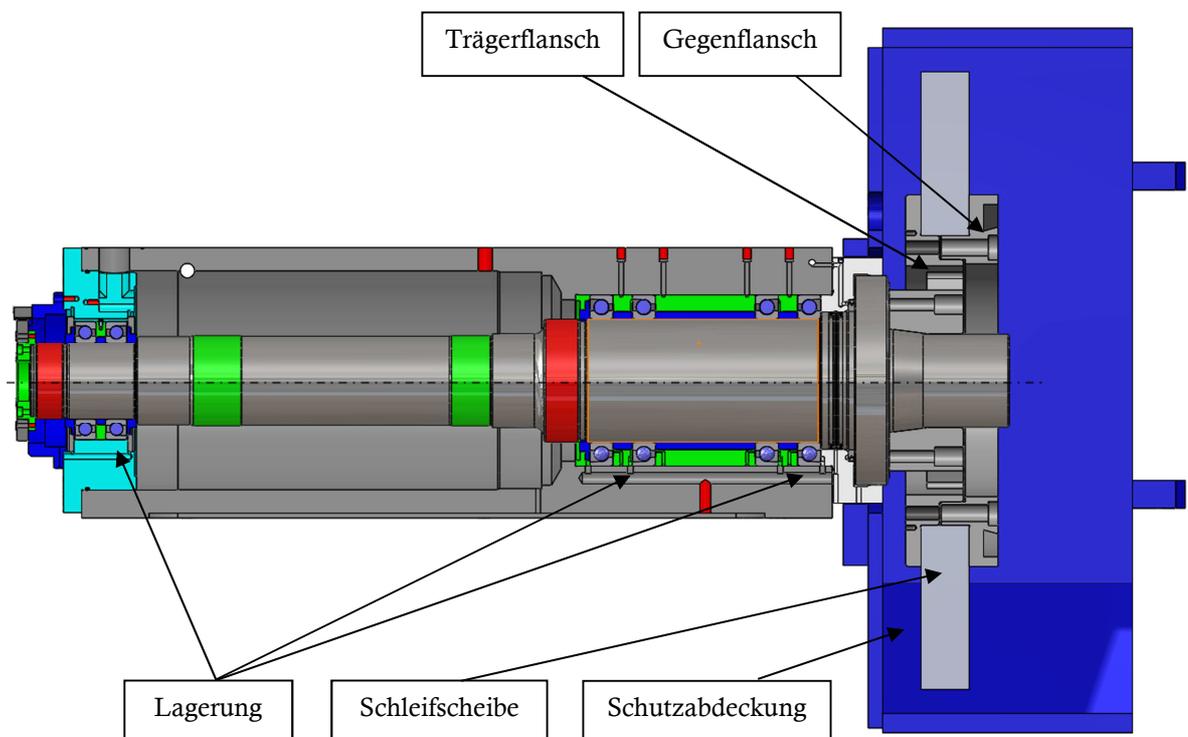


Abb. 36: Aufbau des verfahrbaren Schleifschlittens

Folgende geometrische Abmessungen müssen dabei eingehalten werden:

- Der Messflansch darf aufgrund der Breite der Schutzabdeckung eine maximale axiale Ausdehnung von 250 mm besitzen.
- Es müssen acht M12 Bohrungen zur Befestigung des Flanschs an der Schleifspindel vorhanden sein.
- Der Flansch leitet die Drehmomente über einen Kegelpressverband auf die Schleifspindel. Der Anschluss muss hierfür kegelig mit einem Kegelwinkel von  $7,125^\circ$ , einem äußeren Kegeldurchmesser von 109 mm und einer Länge von 31 mm ausgeführt sein.
- Der Messflansch muss eine Schleifscheibe mit einem Innendurchmesser von 304,8mm und einer Breite von 50 mm aufnehmen können.

### 3.1.2 Technische Randbedingungen

Um den Verlauf des Moments durch eine abgenützte Schleifscheibe zu detektieren, soll eine Auflösung von 1 Nm verwendet werden. Das maximal auftretende Moment wurde durch die in Kapitel 2.1.3 beschriebene Berechnung für die Schleifscheibe ermittelt und liegt mit einem maximalen bezogenen Zeitspanvolumen bei 163,2 Nm (siehe Abb. 37). Für die Auslegung wurde eine Schleifscheibe mit dem Außendurchmesser von 650 mm und einer Breite von 50 mm verwendet. Die maximal zulässige Schnittgeschwindigkeit liegt bei 50 m/s.

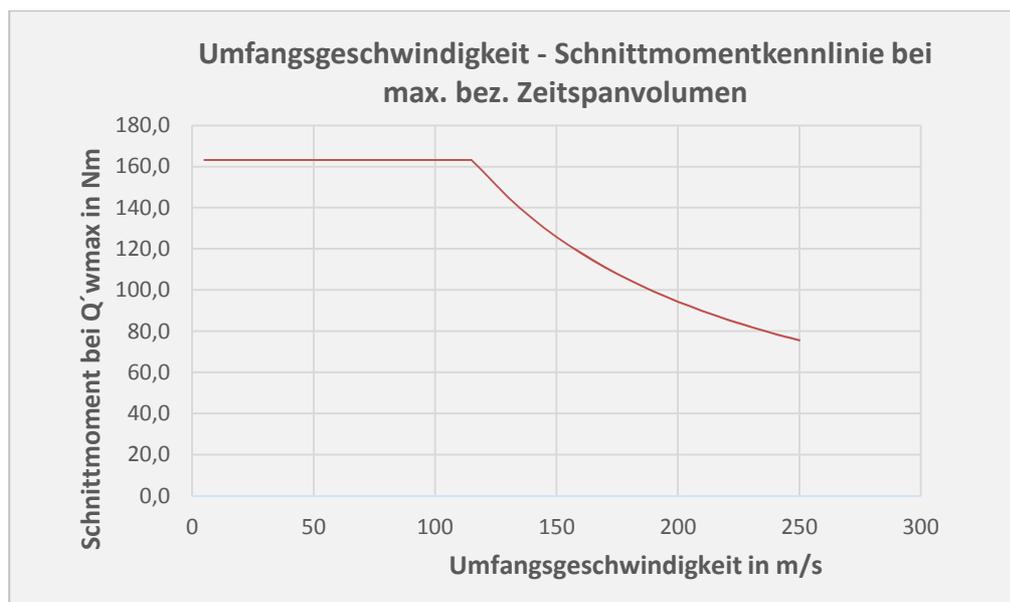


Abb. 37: Umfangsgeschwindigkeit - Schnittmomentkennlinie

## 3.2 Konzeptvorauswahl

In der Konzeptvorauswahl wurden zwei Konzepte ausgewählt, welche weiter hinsichtlich der Eignung zur Erfüllung der oben definierten Anforderungen betrachtet wurden.

### 3.2.1 Bewertung und Diskussion der Methoden zur Momentenmessung

Die in Kapitel 2.2 vorgestellten Methoden zur Messung von Drehmomenten wurden bezüglich ihrer Eignung zur Integration in die Forschungsschleifmaschine überprüft.

#### 3.2.1.1 Rotierende Sensoren

Die rotierenden Sensoren haben den großen Nachteil, die Information und oftmals auch die Leistung von einem rotierenden System auf ein sich in Ruhe befindliches System übertragen zu müssen. Da diese Übertragung mit handelsüblichen Schleifringen oder auch durch berührungslose Übertragungssysteme aufgrund der hohen Drehzahlen und Durchmesser nicht möglich ist, würde eine Konstruktion eines Telemetrie Systems einen hohen konstruktiven Aufwand, welcher mit hohen Kosten in Verbindung steht, bedeuten.<sup>100 101</sup>

*Dehnmessstreifen* werden häufig zur Drehmomentmessung verwendet. Wie in Kapitel 2.2.1.1 beschrieben, benötigen sie einen Verformungskörper zur Drehmomentmessung.

*Piezosensoren* werden häufig zur Kraftmessung verwendet. Bei dieser Variante ist es notwendig die tangentielle Kraft zu messen, um damit auf das Moment schließen zu können. Dazu müsste die Kraft-/Momentübertragung über die Piezosensoren erfolgen, was konstruktiv nicht einfach zu lösen ist.

#### 3.2.1.2 Ortsfeste Sensoren

Der große Vorteil der ortsfesten Sensoren ist die, wie in Kapitel 2.2.2 schon erwähnte, berührungslose Übertragung der Informationen des Messsystems. Es kann also auf Schleifringe oder ein Telemetrie-System verzichtet werden.

*Inkrementelle Winkelmessung* – Die inkrementelle Winkelmessung kann durch verschiedene physikalische Prinzipien erfolgen. Die beiden in dieser Arbeit diskutierten Methoden unterscheiden sich in ihrer Empfindlichkeit gegenüber Verschmutzung, was

---

<sup>100</sup> Krischak (18.03.2016), o.S.

<sup>101</sup> Schönleitner (10.04.2016), o.S.

in einer Schleifmaschine mit Kühlmittel von hoher Bedeutung ist. Dabei ist bei dieser Anwendung, aufgrund ihrer Unempfindlichkeit, die magnetische Abtastung der optischen Abtastung vorzuziehen.

**Impulsverfahren** – Das Impulsverfahren benötigt zwei idente Sensoren, um den Unterschied der Phasenverschiebung zu detektieren, was in dieser Anwendung durch den begrenzten Raum und den geometrischen Abmessungen schwierig zu realisieren ist.

**Magnetoelastische Methode** – Bei der magnetoelastischen Methode wird ein Verformungskörper, benötigt um die Änderung des Magnetflusses messen zu können. Aufgrund der geometrischen Abmessungen ist die Messung des magnetischen Flusses am Schleifschlitten schwierig zu realisieren.

**Mechanolumineszenz von Mikropartikel** – Die Methode der Drehmomentmessung durch Mechanolumineszenz von Mikropartikel ist noch sehr jung und damit noch nicht ausgereift, um das Drehmoment an einer Schleifmaschine in entsprechender Genauigkeit zu messen.

**Messung einer axialen Verschiebung** – Um die axiale Verschiebung einer tordierenden Welle zu messen, müssen die in Kapitel 2.2.2.5 beschriebenen Außenhülsen auf einem Verformungskörper mit möglichst hoher axialer Ausdehnung fixiert werden. Aufgrund der geometrischen Abmessungen ist eine elektromagnetische Messung der Verschiebung schwer realisierbar. Hierfür müsste eine andere Methode gefunden werden.

### 3.2.1.3 Bewertung der Methoden

Zuerst wurde die Realisierbarkeit der einzelnen Messprinzipien bewertet, dabei bezeichnet 1 „realisierbar“ und 0 „nicht realisierbar“. Der Wert der Realisierbarkeit wurde mit der Summe der gewichteten Bewertung der übrigen Kriterien (Kosten, konstruktiver Aufwand und Genauigkeit/Auflösung) multipliziert. Die Gewichtung der Kriterien ist wie folgt verteilt:

- Kosten → 30%
- konstruktiver Aufwand → 30%
- Genauigkeit/Auflösung → 40%

Der konstruktive Aufwand spiegelt dabei den technischen und zeitlichen Aufwand für die Entwicklung des Konzepts wieder und ist damit auch eng mit den Kosten verbunden. Die Genauigkeit/Auflösung beurteilt die mögliche Auflösung des Sensorprinzips. Die drei Kriterien wurden von 1 bis 10 bewertet und im gewichteten Verhältnis aufsummiert.

Kosten: 1 → hohe Kosten; 10 → niedrige Kosten

konstruktiver Aufwand: 1 → hoher Aufwand; 10 → niedriger Aufwand

Genauigkeit/Auflösung: 1 → geringe Genauigkeit; 10 → hohe Genauigkeit

	Realisierbarkeit	Kosten	Konstr. Aufwand	Genauigkeit/Auflösung	Bewertung
Dehnmessstreifen	1	1	2	9	4,2
Piezosensoren	1	1	1	10	4,6
Impulsverfahren	0	-	-	-	0
Inkrementelle Winkelmessung	1	8	8	6	7,2
magnetoelastische Methode	0	-	-	-	0
mechanolumineszenz von Mikropartikel	0	-	-	-	0
Messung der axialen Verschiebung	1	7	7	6	6,6

**Tabelle 2:** Bewertung der Messprinzipien

### 3.2.2 Auswahl der Methoden

Aufgrund des hohen konstruktiven und finanziellen Aufwands eines Telemetriesystems wurden die rotierenden Sensoren mit einer Bewertung von 4,2 bzw. 4,6 als Lösungsmethode ausgeschlossen. Bei den ortsfesten Sensoren konnte die Methode der Mechanolumineszenz von Mikropartikel wegen ihrer ungenauen Messung, die magnetoelastische Methode aufgrund der geometrischen Abmessungen (geringer Platz) und das Impulsverfahren wegen der Notwendigkeit von zwei identen Sensoren ausgeschlossen werden (Realisierbarkeit wurde mit 0 bewertet).

Zur weiteren Betrachtung wurden daher die Methode der inkrementellen Winkelmessung mit magnetischer Abtastung (Konzeptentwicklung: „Verdrehwinkel“)

und die Methode der axialen Verschiebung (Konzeptentwicklung: „axiale Verschiebung“) ausgewählt.

### 3.3 Konzept axiale Verschiebung

Für das Konzept axiale Verschiebung ist ein Verformungskörper notwendig, der eine ausreichende Verdrehung zulässt, damit die in Kapitel 2.2.2.5 beschriebenen Außenhülsen über die Stege eine messbare axiale Verschiebung der Mittelhülse (Ring) verursacht. Um die Messung mittels Wirbelstromsensor mit einer Auflösung von 1  $\mu\text{m}$  durchführen zu können, wurde die minimale Verschiebung bei Anlegen eines Moments von 1 Nm auf 1  $\mu\text{m}$  festgelegt. Um diese Verschiebung zu ermöglichen, wurde ein aus einer Aluminiumlegierung bestehender zylindrischer Verformungskörper konstruiert. Der Verformungskörper besitzt, zur Senkung der Verdrehsteifigkeit am Umfang längliche Ausfräsungen. Wie in Abb. 38 zu erkennen, besteht der Flansch aus einer Schweißkonstruktion. Diese ist notwendig, um die Fertigung zu gewährleisten und verbindet den Verformungskörper mit dem Trägerflansch.

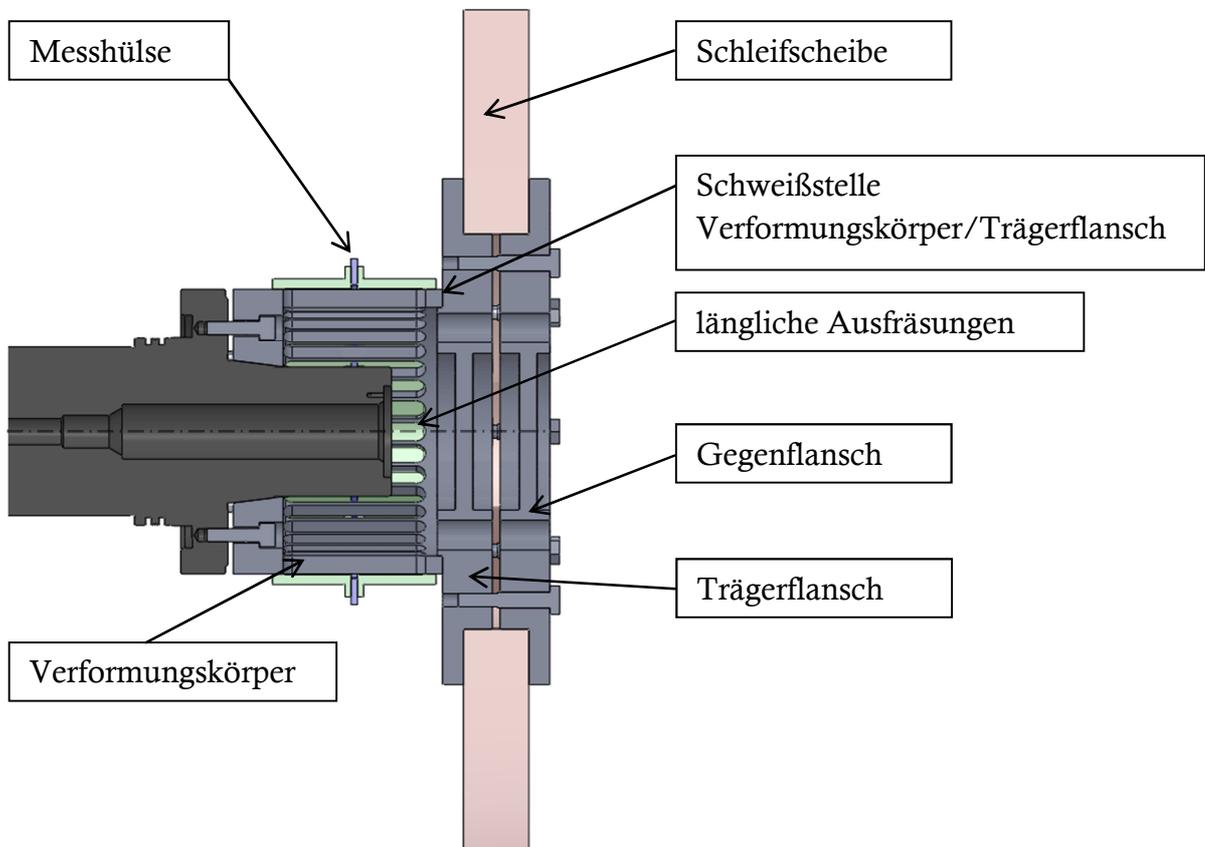
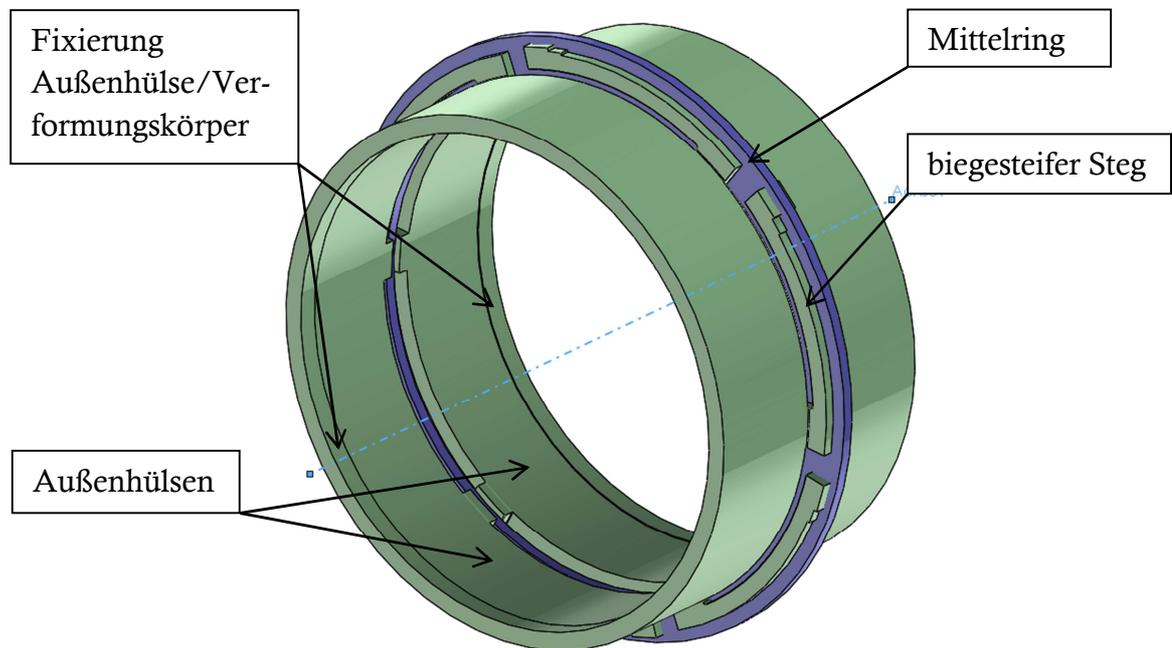


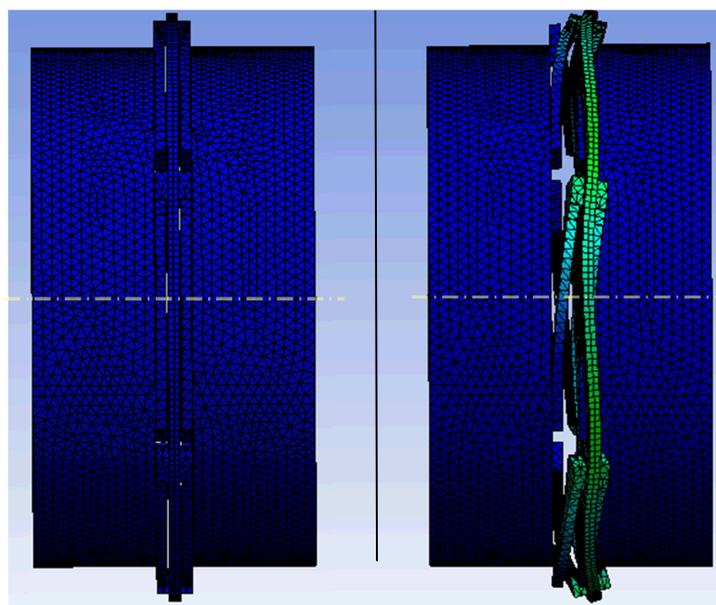
Abb. 38: Schweißkonstruktion des axialen Messflanschs

Auf dem Verformungskörper sind die beiden Außenhülsen fixiert. Wie in Kapitel 2.2.2.5 beschrieben, sind diese über biegesteife Stege mit dem Mittelring verbunden, welcher bei Torsion axial verschoben wird (siehe Abb. 39).



**Abb. 39:** Außenhülsen verbunden mit Mittelring

Diese Verschiebung ist in Abb. 40 ohne Verformungskörper dargestellt. Links ist die Außenhülsen mit den Stegen und dem Mittelring unbelastet, rechts wurde eine Verdrehung der Außenhülse durch ein Moment aufgebracht. Es zeigt sich eine Verschiebung des Mittelrings in axiale Richtung.



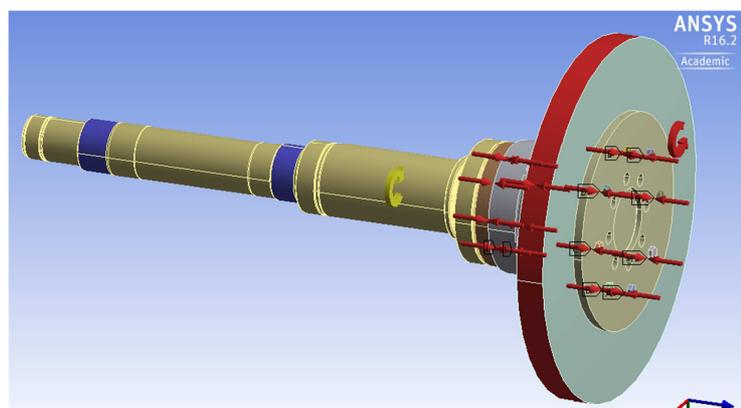
**Abb. 40:** links die unbelastete Messhülse, rechts durch eine Verdrehung/Moment belastet

### 3.3.1 Belastungssituation

Am Drehmoment-Messflansch wirken folgende Belastungen:

- Schraubenvorspannkräfte am Kegelsitz und Gegenflansch  
Die Vorspannkräfte wurden für eine erste Abschätzung mit 25000 N angenommen.
- Schnittmoment/tangentiale Schnittkraft  
Das Schnittmoment wurde anhand der in Kapitel 2.1.3 beschriebenen Berechnungsmethode über die Tangentialkraft ermittelt. Für die Simulation wurde ein Moment von 1Nm verwendet, um die Verformung bei 1 Nm zu überprüfen.
- Normale Schnittkraft  
Die bezogene Normalkraftkomponente liegt mit einem üblichen bezogenen Zeitspanvolumen bei 0,1 bis 5 N/mm.<sup>102</sup> Diese Kraft wurde für die Berechnung der Verdrehung/axialen Verformung vernachlässigt.
- Rotationsgeschwindigkeit  
Die maximale Rotationsgeschwindigkeit der Maschine beträgt 6000 U/min. Die maximal mögliche Umfangsgeschwindigkeit der verwendeten Schleifscheibe beträgt 50 m/s, was einer Drehzahl von ca. 1500 U/min entspricht.
- Lagerung  
Für die ersten Berechnungen wurden keine Lagersteifigkeiten eingeführt.

Abb. 41 zeigt die angreifenden Vorspannkräfte, das wirkende Schnittmoment (rot) und die Rotationsgeschwindigkeit (gelb).



**Abb. 41:** Belastungen der FEM-Analyse an System „axiale Verschiebung“

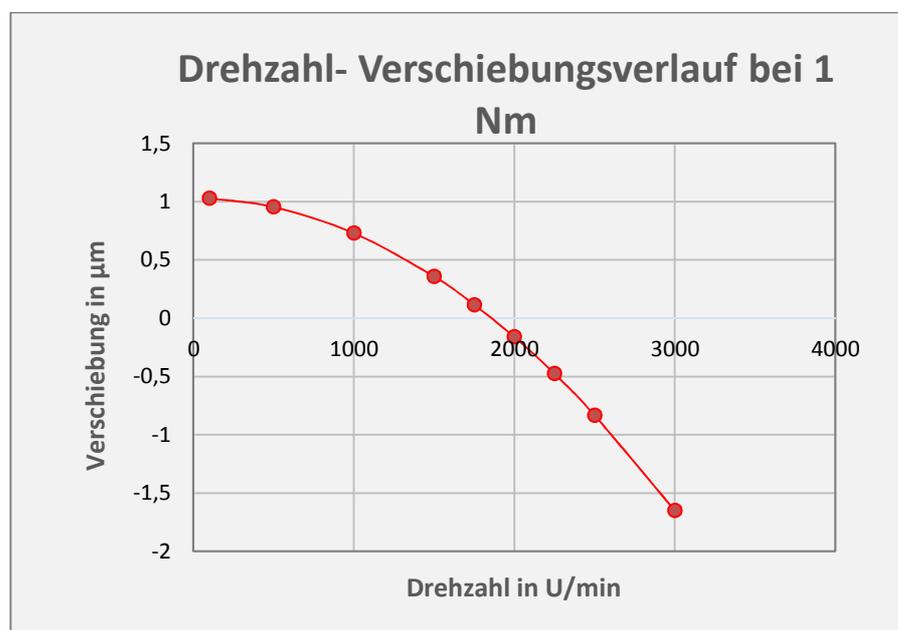
<sup>102</sup> Vgl. Studer (1987), o.S.

### 3.3.2 Auswertung der FEM Analyse

Überprüft wurde die axiale Verschiebung bei einem vorgegebenen Moment mit sich steigender Drehzahl, zuerst ohne und anschließend mit Vorspannkraften. Anschließend wurden noch die Eigenfrequenzen und die maximalen Spannungen ermittelt.

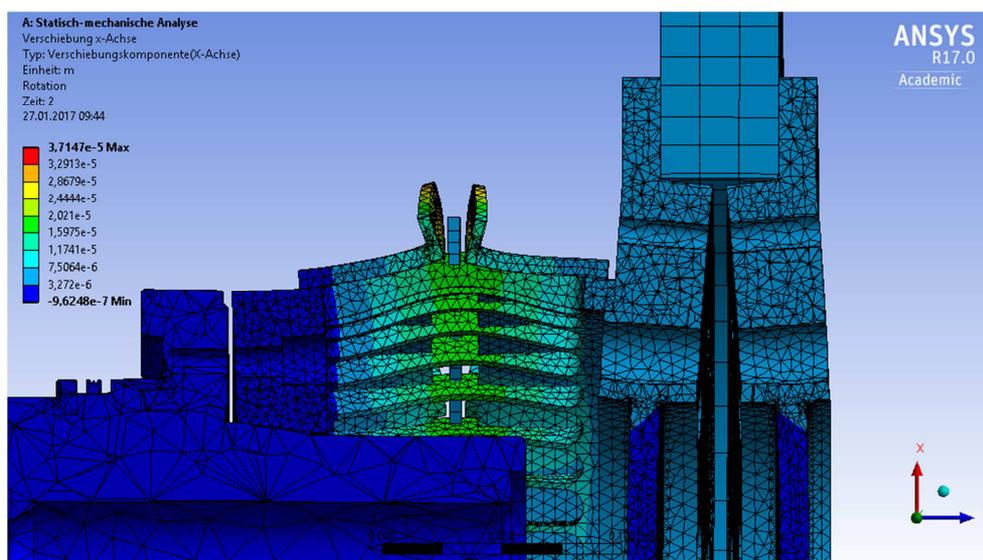
#### *Ohne Vorspannkraften bei einem Moment von 1Nm*

In Abb. 42 ist der Verlauf der axialen Verschiebung des Mittelrings bei sich steigender Drehzahl zu erkennen. Steht der Messflansch still, ergibt sich eine axiale Verschiebung von  $1\mu\text{m}/\text{Nm}$ . Bei steigender Drehzahl verringert sich diese axiale Verschiebung drastisch, bis hin zu einer negativen Verschiebung.



**Abb. 42:** axiale Verschiebung der Mittelhülse bei 1Nm und steigender Drehzahl ohne Vorspannkraften

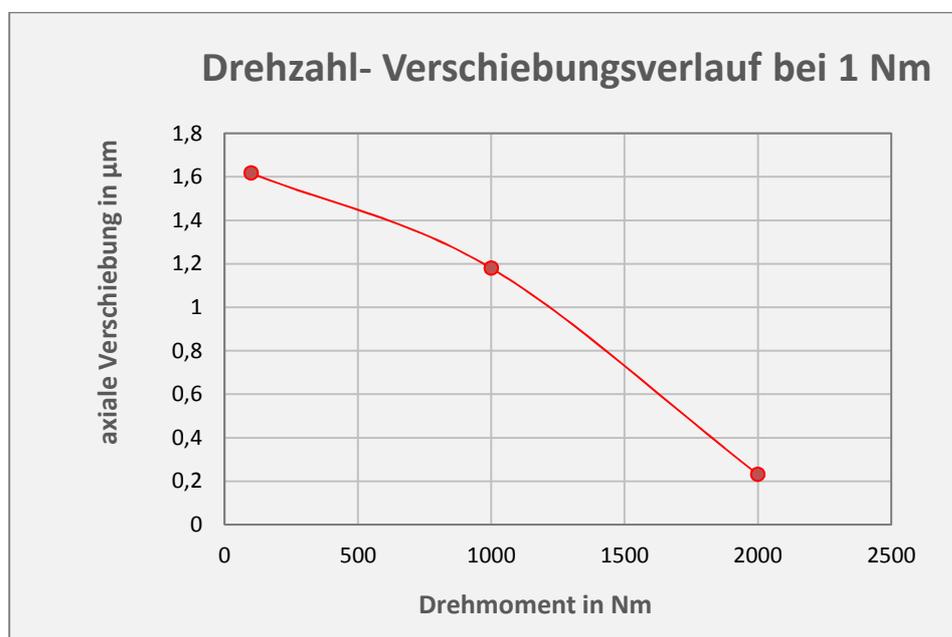
Grund der geringer werdenden axialen Verschiebung sind dabei die hohen Rotationsgeschwindigkeiten und der große Durchmesser des Verformungskörpers. Die dabei auftretenden Fliehkräfte verformen die Außenhülsen und den Verformungskörper, was eine Änderung der axialen Verschiebung verursacht.



**Abb. 43:** radiale Verformung des Verformungskörpers mit den Außenhülsen ohne Vorspannung

***Mit Vorspannkraften von 25000N bei einem Moment von 10Nm***

In Abb. 44 ist der Verlauf der axialen Verschiebung in Abhängigkeit der Drehzahl dargestellt. Der Flansch wurde diesmal mit einer Vorspannkraft von 25000 N und einem Moment von 10 Nm belastet. Dabei ergab sich eine axiale Verschiebung der Mittelhülse von 1,6  $\mu\text{m}/\text{Nm}$ , welche bei steigender Drehzahl sinkt.



**Abb. 44:** axiale Verschiebung der Mittelhülse bei 1 Nm und steigender Drehzahl mit Vorspannkraften von 25000 N

Bei linear elastischem Verhalten müsste die axiale Verschiebung des Mittelrings bei 10 Nm genau das 10-fache der Verschiebung bei 1Nm betragen, d.h. 10  $\mu\text{m}/\text{Nm}$ . In Abb.

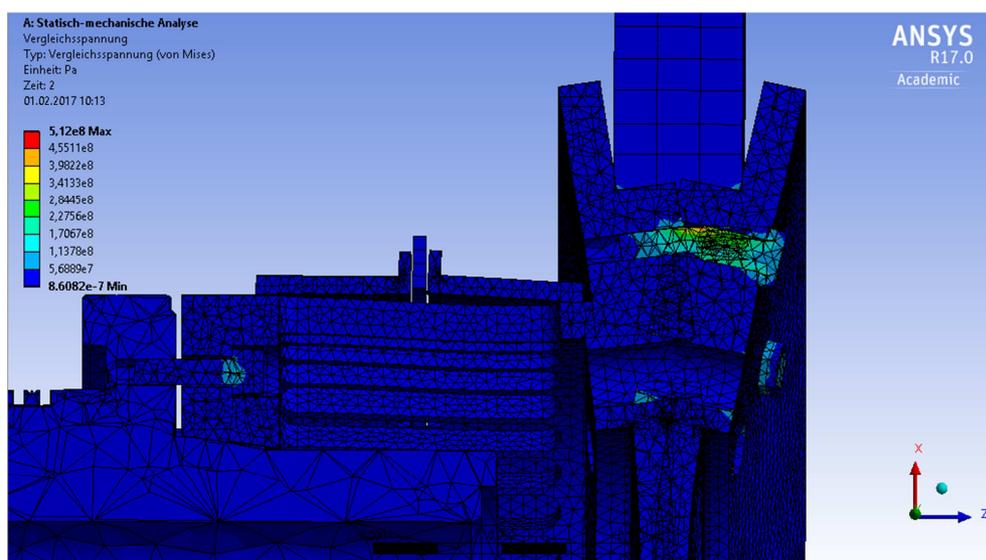
45 ist zu erkennen, dass die Vorspannkkräfte zusätzlich die axiale Verschiebung durch Verformung des Verformungskörpers verringert. Durch Vergleich der beiden Ergebnisse in Abb. 42 und Abb. 44 zeigt sich, dass die Fliehkraft die axiale Verschiebung mit und ohne Vorspannkkräfte um  $1\mu\text{m}$  bei ca. 1750 U/min verringert.

### *Eigenfrequenzen ohne Vorspannkkräfte*

Durch eine Modalanalyse wurden die Eigenfrequenzen und die zugehörigen Eigenformen berechnet. Aufgrund der steifen Lager sind die Ergebnisse der biegekritischen Eigenfrequenzen etwas höher als in der Realität. Die erste Eigenfrequenz stellt eine Drehschwingung dar. Diese wird von der radialen Steifigkeit der Lager nicht beeinflusst, sondern größtenteils von der Verdrehsteifigkeit des Verformungskörpers. Die erste Eigenfrequenz liegt bei 51,343 Hz. Die zweite Eigenfrequenz liegt bei 75,449 Hz und ist außerhalb des Arbeitsbereichs der Schleifscheibe.

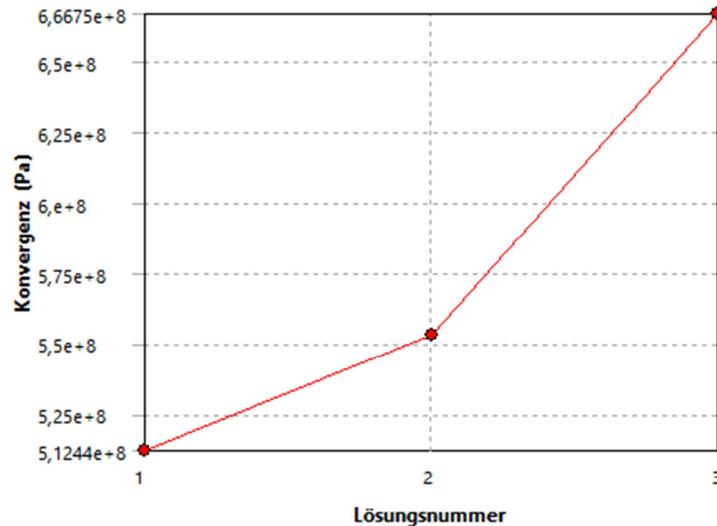
### *Spannungen mit Vorspannkkräfte und einer Drehzahl von 3000 U/min*

Die größten Spannungen treten wie in Abb. 45 zu erkennen in den Schrauben (M12) auf, was durch die Verformung des Träger- und Gegenflanschs verursacht wird. Die Spannungen im Verformungskörper aufgrund eines höheren Moments sind dabei gering und erhöhen die Spannungen in den Schrauben nicht. Zu erkennen ist auch die ungünstige Belastung der Schrauben auf Biegung, was dem Hebelarm zwischen Schrauben und Schleifscheibe zuzuschreiben ist.



**Abb. 45:** Vergleichsspannung im Flansch mit überhöhter Verformungsdarstellung (automatisch)

In Abb. 46 ist der divergierende Verlauf der Spannung in den Schrauben zu erkennen. Dieser wird durch den Druck der Gewindekante auf die Schraube verursacht und entspricht nicht dem realen Wert der Spannung.



	Konvergenz (Pa)	Änderung in %	Knoten	Elemente
1	5,1244e+008		911455	561197
2	5,5309e+008	7,6306	913640	562532
3	6,6675e+008	18,635	923006	568788

Abb. 46: divergierender Verlauf der Spannung in den Schrauben

### 3.3.3 Bewertung

Das Konzept axiale Verschiebung weist einen hohen Einfluss der Vorspannkräfte und der Rotationsgeschwindigkeit auf die zu messende axiale Verformung auf, was die Messung des Drehmoments erheblich erschwert. Positiv lässt sich die relativ hohe Eigenfrequenz vermerken, welche außerhalb des Arbeitsbereichs liegt.

## 3.4 Konzeptentwicklung Verdrehwinkel

Für das Konzept Verdrehwinkel ist ein Verformungskörper notwendig, der die Verdrehsteifigkeit verringert, um die geringen Momentänderungen erfassen zu können. Der Verformungskörper ist zugleich der Trägerflansch und wurde, wie in Abb. 47 zu erkennen, mit radialen Verstrebungen zur Senkung der Steifigkeit ausgeführt. Zur Erfassung des Verdrehwinkel, werden das in der Schleifspindel verbaute inkrementelle Einbauwinkelmessgerät und ein inkrementeller Winkelsensor mit einer magnetischen Abtastung verwendet.

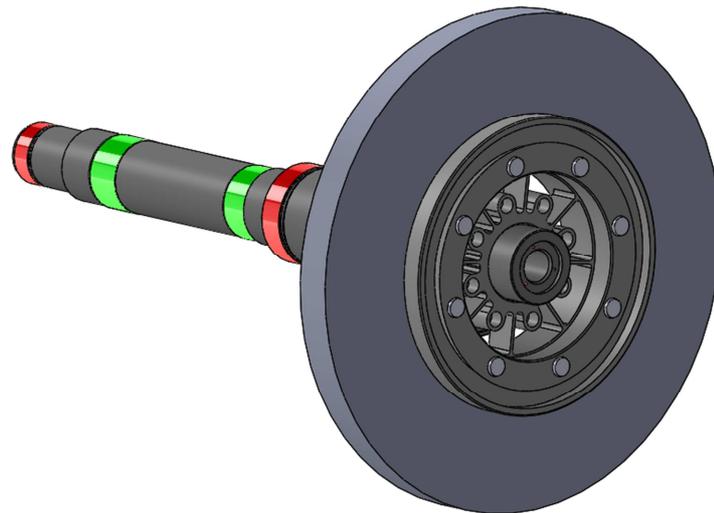


Abb. 47: Konzept Verdrehwinkel

#### **Inkrementelles Einbauwinkelmessgerät der Fa. Heidenhain**

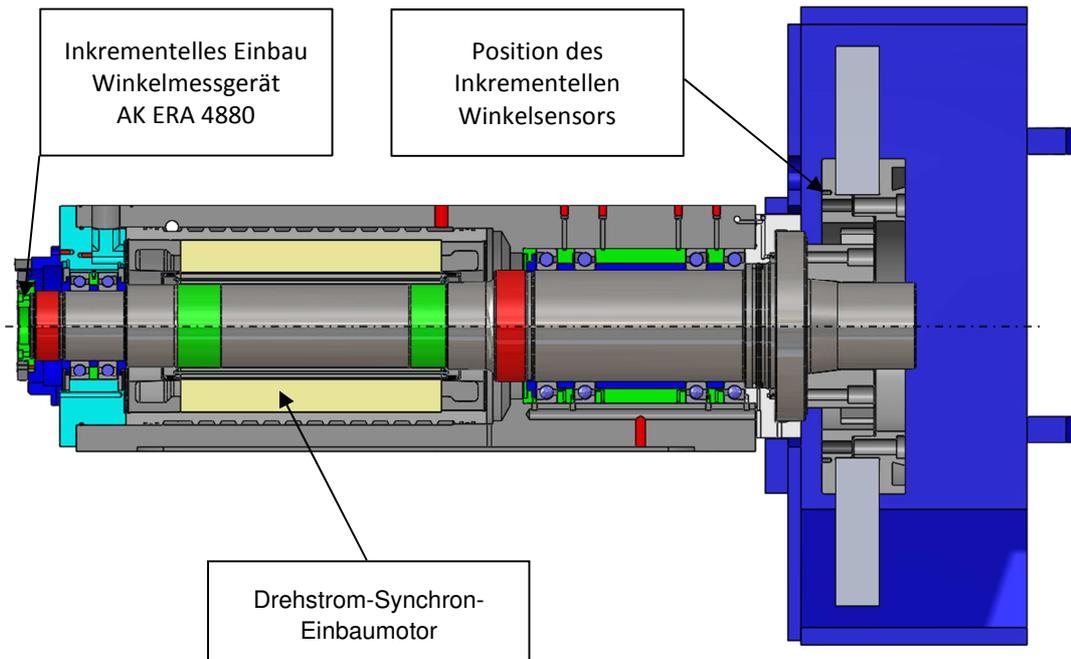
- Abtastkopf AK ERA 4880
- TTR, ERA 4800
- $n_{max}=6250$  U/min
- *Signal*:  $1V_{SS}$

Das inkrementelle Einbauwinkelmessgerät ist bereits in der Schleifspindel verbaut (siehe Abb. 48).

#### **Inkrementeller Winkelsensor mit magnetischer Abtastung der Fa. Heidenhain**

- Abtastkopf AK ERM 280
- TTR ERM 200  $d_i$ : 260mm
- $n_{max}=4500$  U/min
- IP67 (MAGNODUR-Teilung)
- *Signal*:  $1V_{SS}$

Der inkrementelle Winkelsensor besitzt eine Spezialanfertigung für die Befestigung der Teilungstrommel ( $D2 = 310$ mm).



**Abb. 48:** Position des bereits verbauten inkrementellen Einbauwinkelmessgerätes und des Inkrementellen Winkelmessgerätes am Trägerflansch

Die Teilungstrommel des inkrementellen Winkelsensors wird am Trägerflansch montiert. Der Abtastkopf wird an einer Halterung am Gehäuse des Schleifschlittens fixiert und durch eine Ausfräsung auf die Teilungstrommel ausgerichtet.

Der minimale Verdrehwinkel wurde durch den maximalen Fehler der Sensoren definiert. Tabelle 3 zeigt den maximalen Fehler, welcher durch die Positionsabweichung pro Signalperiode und dem Posiotionsrauschen zustande kommt. Der Teilungsfehler und der Anbaufehler werden vernachlässigt, da diese kompensiert werden können. Es wurde somit eine minimal notwendige Verformung bei 1Nm von 5,22“ definiert. Um diesen geringen Verdrehwinkel von 5,22“ zu ermöglichen, wurde als Werkstoff eine Aluminiumlegierung ausgewählt.

		Fehler von ERM $\beta$ in Arcsec	Fehler von ERA $\beta$ in Arcsec
Fehler kompensierbar	Teilungsfehler	$\pm 3$	$\pm 3,0$
	Anbaufehler	-	-
Summenfehler: max. $\pm 5,22''$	Positionsabweichung pro Signalperiode	$\pm 2$	$\pm 2,6$
	Positionsruschen	$\pm 0,36$	$\pm 0,26$

**Tabelle 3:** Fehlertabelle zur Ermittlung des minimal notwendigen Verdrehwinkels, Quelle: Heidenhain.

### 3.4.1 Belastungssituation

Folgende Belastungen wurden am Drehmoment-Messflansch angesetzt:

- Schraubenvorspannkkräfte  
Die Schraubenvorspannkkräfte wurden durch eine erste überschlägige Berechnung mit 15000 N und 18500 N angenommen.
- Schnittmoment/Tangentialkraft  
Das Schnittmoment wurde anhand der in Kapitel 2.1.3 beschriebenen Berechnungsmethode über die Tangentialkraft ermittelt. Für die Simulation wurde ein Moment von 1 Nm verwendet.
- Normale Schnittkraftkomponente  
Die bezogene Normalkraftkomponente liegt mit einem üblichen bezogenen Zeitspanvolumen bei 0,1 bis 5 N/mm.<sup>103</sup> Diese Kraft wurde für die Berechnung des Verdrehwinkels vernachlässigt.
- Rotationsgeschwindigkeit  
Die maximale Rotationsgeschwindigkeit der Maschine beträgt 6000 U/min. Die maximal mögliche Umfangsgeschwindigkeit der verwendeten Schleifscheibe beträgt 50 m/s was einer Drehzahl von ca. 1500 U/min entspricht.
- Lagerung  
Für die ersten Berechnungen wurden keine Lagersteifigkeiten eingeführt.

### 3.4.2 Auswertung der FEM-Analyse

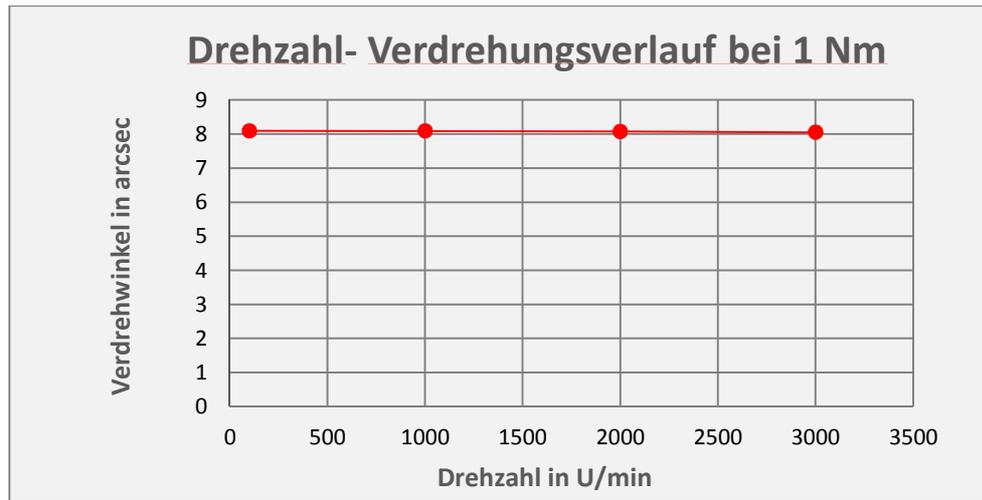
Bei der Konzeptentwicklung „Verdrehwinkel“ wurde der Verdrehwinkel bei steigender Drehzahl, die Eigenfrequenzen und die Spannungen überprüft.

#### *Verdrehwinkel ohne Vorspannkkräfte bei einem anliegenden Moment von 1Nm und steigender Drehzahl*

In Abb. 49 ist der Verdrehwinkel, bei einem wirkenden Moment von 1 Nm, über der Drehzahl dargestellt. Dabei zeigt sich ein konstanter Verdrehwinkel von 8 Winkelsekunden.

---

<sup>103</sup> Vgl. Studer (1987), o.S.



**Abb. 49:** Verdrehwinkel über der Drehzahl bei einem Moment von 1 Nm ohne Vorspannkkräfte

**Mit Vorspannkäften von 15000N und 18500N bei einem Moment von 1 Nm**

Tabelle 4 zeigt den Verdrehwinkel bei vorgespannten Schrauben. Die Abweichung zum Verdrehwinkel ohne Vorspannkäfte ist dabei auf die Verformung aufgrund der Vorspannkäfte und den damit verbundenem Auswertungsfehler zurückzuführen. Das heißt, es gibt nur einen geringen Einfluss der Vorspannkäfte auf den Verdrehwinkel, welcher vernachlässigt werden kann.

M in Nm	Vy1 in mm	$\alpha_1$ in °	$\alpha$ in arcsec	$\sigma$ in N/mm <sup>2</sup>
1	0,0106	0,001869	6,727406	800

**Tabelle 4:** Verdrehwinkel und Spannung mit Schraubenvorspannung

**Eigenfrequenzen ohne Vorspannkäfte**

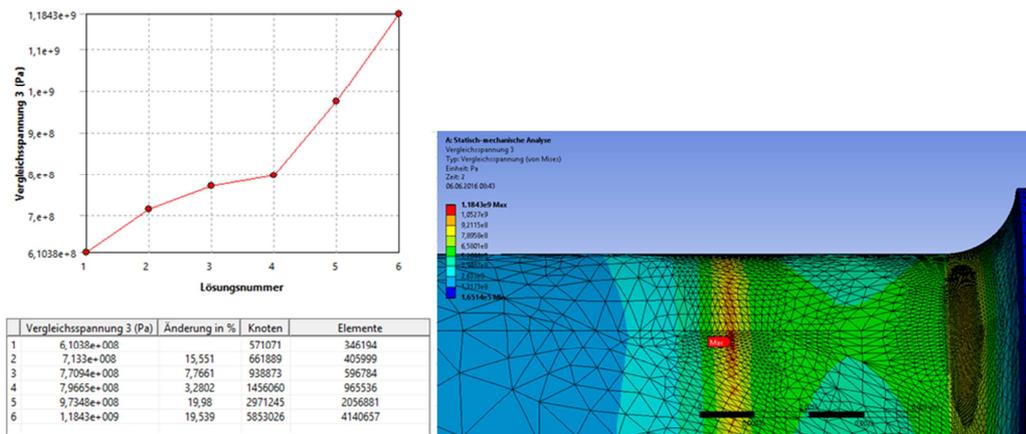
Die Modalanalyse des Konzepts „Verdrehwinkel“ liefert eine Drehschwingung bei 13,137 Hz, was einer Drehzahl von 790 U/min entspricht. Wie in Tabelle 5 zu sehen ist, liegt die zweite Eigenfrequenz bei 105,45 Hz und ist mit einer Drehzahl von 6327 U/min außerhalb des Arbeitsbereichs des Drehmoment-Messflanschs.

Mode	Eigenfrequenz (Hz)
1	13,137
2	105,137
3	105,56
4	197,99

**Tabelle 5:** Auflistung bis zur vierten Eigenfrequenz

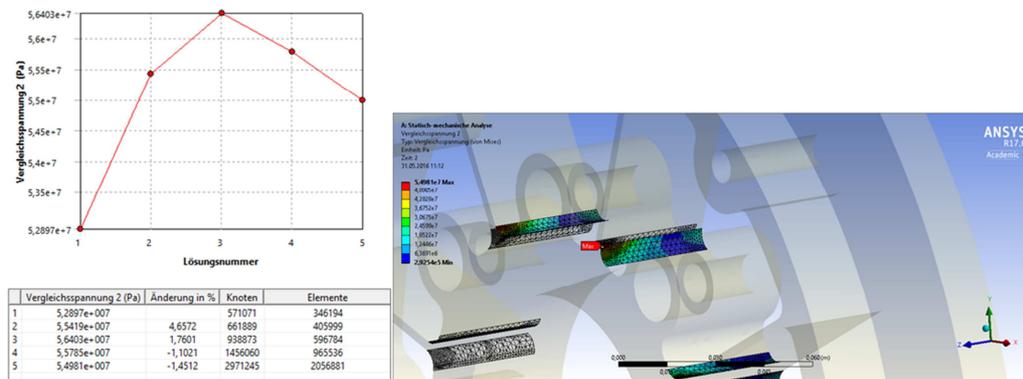
**Spannungen bei einem Moment von 1Nm und einer Drehzahl von 3000U/min**

Die höchsten Spannungen treten in den Schrauben (M12) durch die Verformung des Träger- und Gegenflanschs auf. In Abb. 50 ist der Konvergenzverlauf der Spannungen in den Schrauben dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass die Spannung in der Schraubenrundung gegen  $800 \text{ N/mm}^2$  konvergiert. Die divergierende Spannung tritt dabei durch den Druck der Kante der Gewindebohrung auf die Schraube auf (In Abb. 50 durch „Max“ markiert).



**Abb. 50:** Konvergenzverlauf der Spannung in den Schrauben zwischen Trägergerflansch und Gegenflansch

In Abb. 51 ist die Spannung in den Verbindungsstegen, bei einem anliegenden Moment von 1Nm, des Trägerflanschs dargestellt. Diese liegt bei  $54,98 \text{ N/mm}^2$ , wobei der größte Teil dieser Spannung der Zentrifugalkraft und den Vorspannungen zuzuschreiben ist. Eine Erhöhung des anliegenden Moments würde die Spannung in den Verbindungsstegen erhöhen, jene in den Schrauben bleibt dabei konstant. Dies ist auf die Reibkräfte im Flansch zurückzuführen, welche eine Scherbelastung der Schrauben verhindert. Auch bei diesem Konzept tritt eine ungünstige Biegebelastung der Schraube auf.



**Abb. 51:** Konvergenzverlauf der Spannung in den Verbindungsstegen

### 3.4.3 Bewertung

Das Konzept Verdrehwinkel weist eine relativ niedrige Eigenfrequenz auf, welche im Arbeitsbereich liegt und somit negative Auswirkungen auf den Schleifprozess haben kann. Im Vergleich zum Konzept axiale Verschiebung ist der geringe Einfluss der Vorspannkkräfte sowie der Rotationsgeschwindigkeit auf den Verdrehwinkel und somit auf das Messergebnis positiv hervorzuheben.

### 3.5 Konzeptentscheidung

Folgende Tabelle zeigt die Vor- und Nachteile der Konzepte axiale Verschiebung und Verdrehwinkel. Aufgrund der Vorteile besonders in der Drehzahlunabhängigkeit und der einfacheren Konstruktion sowie der geringen Einflüsse der Vorspannkkräfte auf den Verdrehwinkel des Messflanschs, wurde für die weitere Entwicklung des Drehmoment-Messflanschs das Konzept Verdrehwinkel gewählt. Die Schwächen der geringen Eigenfrequenzen und der ungünstigen Schraubenbelastung müssen dabei verbessert werden.

	Konzept axiale Verschiebung	Konzept Verdrehwinkel
Vorteile	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nur ein Sensor notwendig</li> <li>• höhere Eigenfrequenz der Drehschwingung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• geringer/kein Einfluss der Vorspannkkräfte auf den Verdrehwinkel</li> <li>• kein Einfluss der Rotationsgeschw. auf den Verdrehwinkel</li> <li>• einfache Konstruktion</li> </ul>
Nachteile	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beeinflussung der axialen Verschiebung durch Vorspannkkräfte</li> <li>• Schweißkonstruktion</li> <li>• großer Durchmesser der Verformungskörper und dadurch Einfluss der Rotationsgeschwindigkeit auf die Messhülse</li> <li>• ungünstige Schraubenbelastung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• geringere Eigenfrequenz der Drehschwingung</li> <li>• ungünstige Schraubenbelastung</li> </ul>

**Tabelle 6:** Vor- und Nachteile der Konzepte

## 4 Konzept Verdrehwinkel

Die oben beschriebenen Problemstellungen wurden im Weiteren genauer untersucht und durch konstruktive Lösungen verbessert.

### 4.1 Konstruktive Änderungen

Um die hohen Spannungen in den Schrauben zu senken, wurden konstruktive Maßnahmen am Träger- und Gegenflansch durchgeführt. Die hohen Belastungen entstanden aufgrund des Moments, welches durch die Vorspannkräfte und dem Abstand zum Schleifscheibenboden verursacht wird. Dieses Moment verursachte eine Verformung des Trägerflanschs und somit eine Belastung der Schrauben auf Biegung. In Abb. 52 ist die konstruktive Änderung des Flanschs im Bereich der Schleifscheibenaufnahme zu erkennen. Zusätzlich wurden die Flanken des Träger- und Gegenflanschs nach innen abgeschrägt um der Verformung der Vorspannung entgegenzuwirken (siehe Anhang). Die Schrauben wurden von M12 auf M14 erhöht.

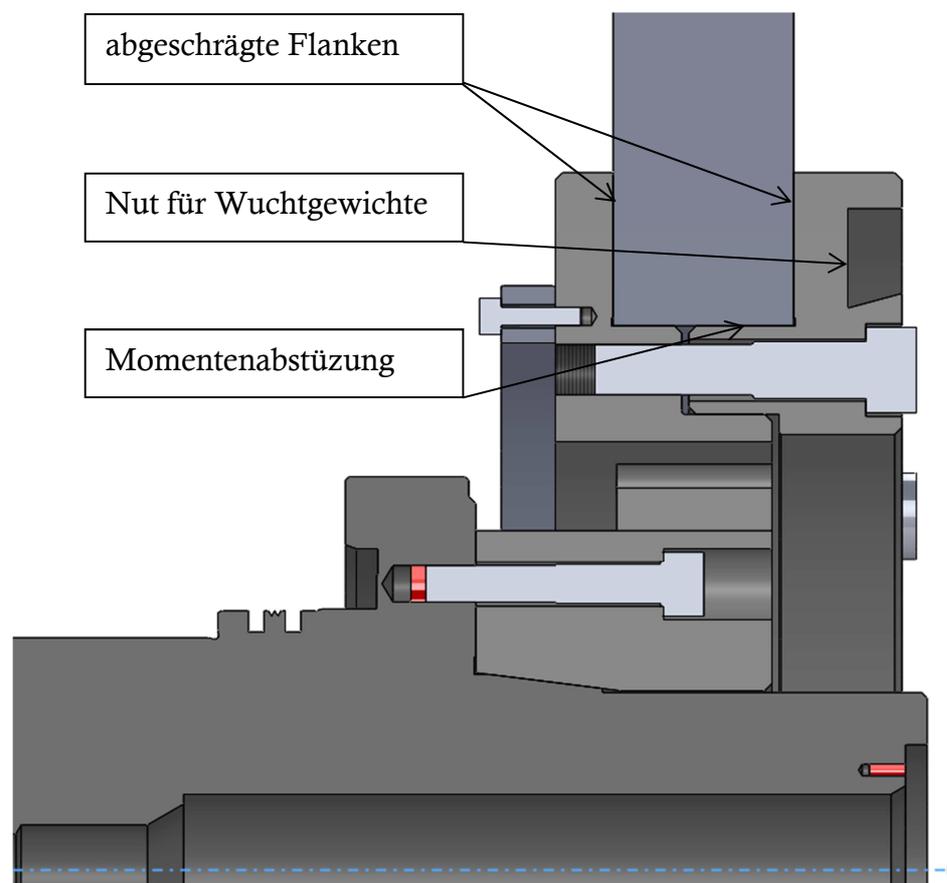


Abb. 52: Verbindung von Träger- und Gegenflansch im Schnitt

Durch eine höhere Genauigkeit der Sensoren kann der maximale Fehler des in Kapitel 3.4 beschriebenen Sensors am Trägerflansch um eine Zehnerpotenz verringert werden, was bedeutet, dass der minimale Verdrehwinkel bei einem 1 Nm 0,522° betragen muss. Dies ermöglicht eine Erhöhung der Steifigkeit durch Verbreitern der Stege des Trägerflanschs und somit eine Erhöhung der geringen Eigenfrequenzen. Wie in Abb. 52 zu erkennen wurde für die Auswuchtung des Drehmomentenmessflanschs eine Nut zur Befestigung der Wuchtgewichte vorgesehen.

## 4.2 Schraubenvorspannkkräfte

Für eine möglichst realitätsnahe Finite-Elemente-Analyse wurden die Schraubenkräfte des Drehmoment-Messflanschs berechnet. Die Berechnungen wurden laut „Roloff/Matek, Maschinenelemente, 17.Auflage“ durchgeführt. Zur Ermittlung der notwendigen Klemmkraft wurde ein maximales Motormoment von 350Nm angenommen. Die axiale Belastung der Schrauben (Betriebskraft) ist vernachlässigbar klein. Um die zulässige Flächenpressung einzuhalten, wurde als Werkstoff des Trägerflanschs eine hochfeste Aluminiumlegierung (AlZnMgCu 1,5) verwendet. Um Kontaktkorrosion zu vermeiden wurde für den Gegenflansch dieselbe Aluminiumlegierung (AlZnMgCu 1,5) verwendet. Zur Vermeidung von Kontaktkorrosion im Bereich der Verschraubung, aufgrund der Potentialdifferenz von Aluminium und Stahl, müssen verzinkte Schrauben verwendet werden. Die notwendige Steifigkeit der verspannten Teile wurde mittels FEM-Analyse ermittelt.

### 4.2.1 Schraubenkraft der Kegelerbindung:

Aufgrund der bestehenden acht M12 Bohrungen wurden für das Aufbringen der nötigen Spannkraft der Kegelerbindung M12 Innensechskantschrauben der Festigkeitsklasse 8.8 verwendet. Die maximale Schraubenkraft hängt von der maximal zulässigen Flächenpressung der Kegelerbindung ab. Diese ergibt eine maximale Vorspannkraft von 22670 N je Schraube. Die notwendige Schraubenvorspannkraft, um das max. Motormoment zu übertragen, liegt bei 6466 N je Schraube. Aufgrund von möglichen Ungenauigkeiten der ermittelten Steifigkeit der verspannten Teile, der möglichen Ungenauigkeit des Setzbetrags aufgrund der Aluminiumlegierung und der möglichen unvorhergesehen axialen Betriebskraft, wird die Schraubenvorspannkraft mit 15000 N festgelegt. Diese liegt weit unterhalb der maximal zulässigen Vorspannkraft von 45200 N einer M12 Schraube der Festigkeitsklasse 8.8.

### 4.2.2 Schraubenvorspannkraft der Träger-, Gegenflansch Verbindung:

Zum Aufbringen der Vorspannkraft wurden acht M14 Innensechskantschrauben der Festigkeitsklasse 8.8 ausgewählt. Die maximal zulässige Vorspannkraft ergibt sich durch die zulässige Flächenpressung des Gegenflanschs zu 57320 N je Schraube. Die notwendige Vorspannkraft, um das maximale Motormoment zu übertragen, liegt bei 7123 N je Schraube. Wie oben schon erwähnt, wird die Schraubenvorspannkraft aufgrund möglicher Ungenauigkeiten bezüglich der Steifigkeit, des Setzbetrags und möglicher axialer Betriebskräfte erhöht. Die Schraubenvorspannkraft wurde damit auf 20000 N festgelegt. Diese liegt unterhalb der maximal zulässigen Vorspannkraft von 62000 N einer M14 Schraube mit der Festigkeitsklasse 8.8.

## 4.3 FEM-Berechnung

### 4.3.1 Definition der Randbedingungen

Um den Einfluss der Lagersteifigkeiten bezüglich der Eigenfrequenzen abzuschätzen, wurden die Randbedingungen neu definiert. Die in Kapitel 3.3 und 3.4 verwendeten Festlager sind dafür durch Federn, welche die radiale Steifigkeit simulieren, ersetzt worden. Die in Abb. 53 dargestellten Lagerpakete wurden durch eine Parallelschaltung zweier Federn jeweils in x- und y-Richtung modelliert. Die Ersatzsteifigkeit ergibt sich dabei zu

$$k_{ers} = k_1 + k_2 \quad (45)$$

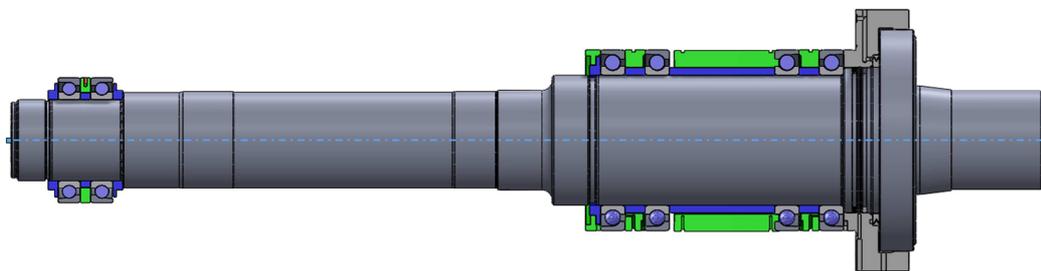
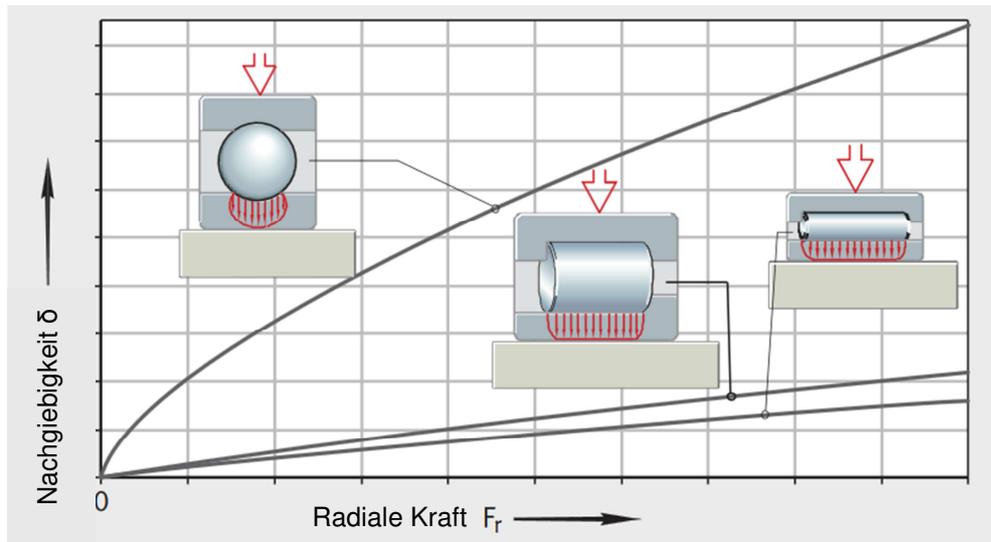


Abb. 53: Lageranordnung der Schleifspindel

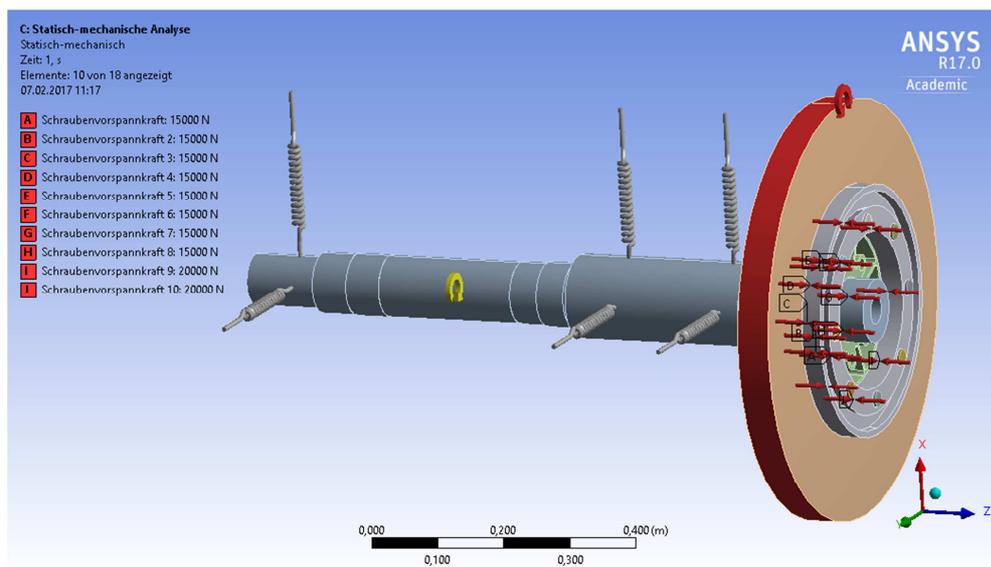
Die Steifigkeit eines Rillenkugellagers verläuft nicht linear. Abb. 54. zeigt den Verlauf der Steifigkeit eines Rillenkugellagers im Vergleich zu Zylinder- und Nadellager. Dabei sind Zylinder- und Nadellager steifer als das Rillenkugellager. Um einen negativen

Einfluss der Lagerung auf den Drehmoment-Messflansch hinsichtlich der Eigenfrequenzen ausschließen zu können, wurde für die Lagerung die Steifigkeit eines vergleichbaren Zylinderrollenlagers verwendet, welche schrittweise reduziert wurde. Die Steifigkeiten wurden laut SKF-Produktkatalog mit  $1000 \text{ N}/\mu\text{m}$  und  $1500 \text{ N}/\mu\text{m}$  angenommen. Dabei ergeben sich die Ersatzsteifigkeiten für den Durchmesser von  $80 \text{ mm}$  zu  $2000 \text{ N}/\mu\text{m}$  und für den Durchmesser von  $130 \text{ mm}$  zu  $3000 \text{ N}/\mu\text{m}$ .



**Abb. 54:** Steifigkeit eines Rillenkugel-, Zylinderrollen- und Nadellagers, Quelle: FAG (2006), S.52.

In Abb. 55 ist die idealisierte Lagersituation mit Federn und den Belastungen dargestellt. In axiale Richtung ist die Schleifspindel fixiert.



**Abb. 55:** Lager- und Belastungssituation des Drehmomentenmessflanschs

Tabelle 7 zeigt Anhaltswerte für die Dämpfung verschiedener Systeme. Zur Abschätzung der Amplituden des Drehmomentflanschs und für die Modalanalyse wurde der Dämpfungsgrad mit 0,01 (1 Prozent) für verschraubte Stahlkonstruktionen gewählt. Ist eine nähere Betrachtung des Dämpfungsgrades erforderlich, da das Ergebnis maßgeblich von der Dämpfung abhängt, muss die Dämpfung gemessen werden. Die Dämpfung beeinflusst den Betrag der Eigenfrequenz nur gering, meist ist der Einfluss vernachlässigbar klein<sup>104</sup>.

Werkstoff/Konstruktion	Dämpfungsgrad $\xi$
Stahl	>0,001
verschweißte Stahlteile	0,002 - 0,02
verschraubte Stahlteile	0,01 - 0,04
Stahlbeton	0,02-0,05
Guß	0,01-0,03
Holz	0,01-0,03
Gummi auf Naturkautschuk Basis	0,01 - 0,08
Gummi auf SBR Basis	0,05 - 0,15
Gummi auf Butyl Basis	0,05 - 0,5

**Tabelle 7:** Dämpfungsgrad für verschiedene Systeme, Quelle: Stelzmann/u.a. (2008), S.91.

### 4.3.2 Kontaktbedingungen

Die Kegelerbindung ist durch eine reibungsbehaftete Verbindung mit einem Reibbeiwert von 0,2 definiert (Reibbeiwert für Aluminium und Stahl). Analog sind auch die Kontakte zwischen Schleifscheibe und Träger- bzw. Gegenflansch durch einen reibungsbehafteten Kontakt mit dem Reibbeiwert der Aluminium-Stahl Paarung von 0,2 definiert (dieser liegt in der Realität etwas höher).

Die Schrauben sind durch zwei fixierte Kontaktverbindungen mit dem Flansch verbunden:

- Schraubenkopf – Flansch
- Schraubengewinde – Flanschgewinde

Der Kontakt zwischen Teilungstrommel des Sensors und dem Trägerflansch ist durch eine fixierte Verbindung definiert.

### 4.3.3 Belastungen

Die Vorspannkräfte ergeben sich laut Kapitel 4.2 zu 15000 N an der Kegelerbindung und 20000 N an der Verbindung Träger- mit Gegenflansch. Das Moment wird an der

<sup>104</sup> Vgl. Gasch/u.a. (2006), S.77

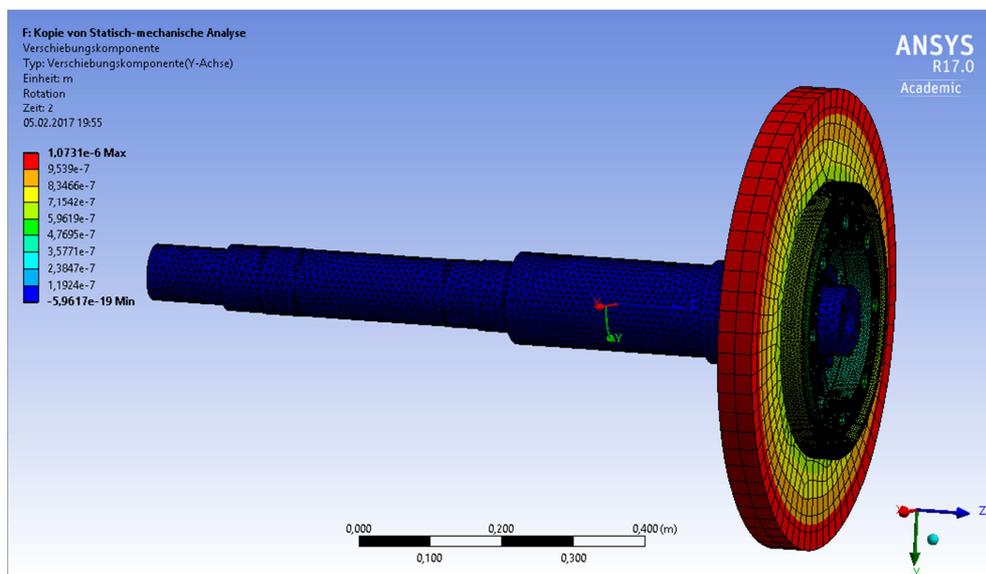
Schleifscheibe eingeleitet, der Maximalwert wird durch das maximale Motormoment mit 350 Nm angenommen. Die maximale Drehzahl ist durch die maximal mögliche Drehzahl des Sensors, laut Kapitel 3.4, mit 3000 U/min begrenzt.

#### 4.3.4 Auswertung der FEM Analyse

##### 4.3.4.1 Verdrehwinkel

Da die Vorspannkräfte und die Steifigkeit nur einen geringen bzw. keinen Einfluss auf den Verdrehwinkel haben, wurden die elastischen Lagerbedingungen durch eine fixierte Lagerung ersetzt und die Vorspannkräfte vernachlässigt. Die Kontakte der Kegelerbindung und der Schleifscheibe mit dem Träger- bzw. Gegenflansch wurden als „Verbund“ ausgeführt.

Durch die breiteren Verbindungsstege wird die Verdrehsteifigkeit des Flanschs erhöht. In Abb. 56 ist die Verdrehung des Flanschs bei einem Moment von 1Nm dargestellt. Es ergibt sich eine Verschiebung von  $1,0731 \cdot 10^{-6}$  m, was einem Verdrehwinkel von  $0,681''$  entspricht. Somit wird der minimale Verdrehwinkel laut Kapitel 4.1 überschritten.



**Abb. 56:** Verschiebung in y-Richtung (Körperkoordinatensystem)

##### 4.3.4.2 Spannungen

Die Kontakte wurden laut Kapitel 4.3.2 definiert. Die Lager konnten für die Berechnung der Vergleichsspannung vereinfacht als fixierte Lager definiert werden. Zur Ermittlung der maximalen Vergleichsspannung wurde folgende Belastung untersucht:

- Maximales Motordrehmoment 350 Nm
- Maximale Drehzahl 3000 U/min
- Vorspannkräfte laut Kapitel 4.3.3 mit 15000 N an der Kegelflanschverbindung und 20000 N an der Verbindung Träger- mit Gegenflansch.

Die maximale Vergleichsspannung im Flansch tritt in den Schrauben zwischen Träger- und Gegenflansch auf. Abb. 57 zeigt den Konvergenzverlauf der Spannung, welche auf einen Wert von 325 N/mm<sup>2</sup> konvergiert. Zu erkennen ist auch die divergierende Spannung, welche durch den Linienkontakt der Gewindekante hervorgerufen wird. Diese stellt eine Singularität dar und entspricht nicht der realen Spannung. Eine ähnliche Singularität erhält man an der Schraubenverbindung des Kegelpressverbands. Die Abbruchbedingung der Konvergenzanalyse wurde mit einer Änderung von 2% zum vorhergehenden Wert definiert. Die Spannungen in den Stegen liegen mit 140 N/mm<sup>2</sup> weit unterhalb der Schraubenbelastung.

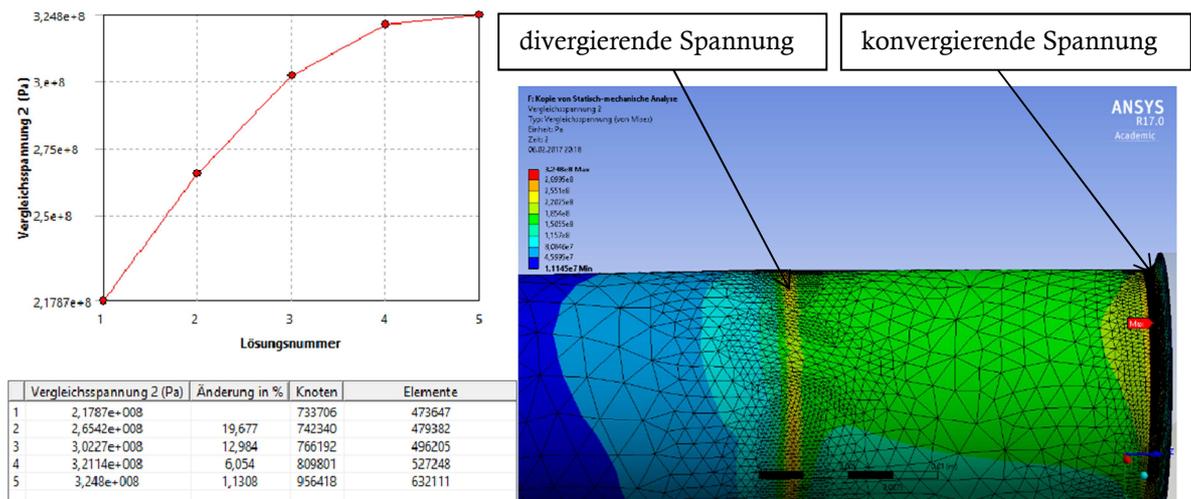


Abb. 57: Konvergenzverlauf der Schraubenverbindung Träger- und Gegenflansch

### 4.3.4.3 Eigenfrequenzen

Die Randbedingungen, Kontakte und Schraubenkräfte für die Modalanalyse wurden laut Kapitel 4.3.1, 4.3.2 und 4.3.3 definiert.

Aufgrund der reibungsbehafteten Kontakte wurde eine „lineare Perturbation“ durchgeführt. Diese linearisiert den nichtlinearen Kontaktbereich im Arbeitspunkt und stellt den linearen Zustand für die weitere Modalanalyse zur Verfügung. Die Struktur erhält somit aus der ursprünglich nichtlinearen Steifigkeit eine um den Arbeitspunkt linearisierte Steifigkeit.<sup>105</sup>

<sup>105</sup> Vgl. Gebhardt (2014), S.365 f.

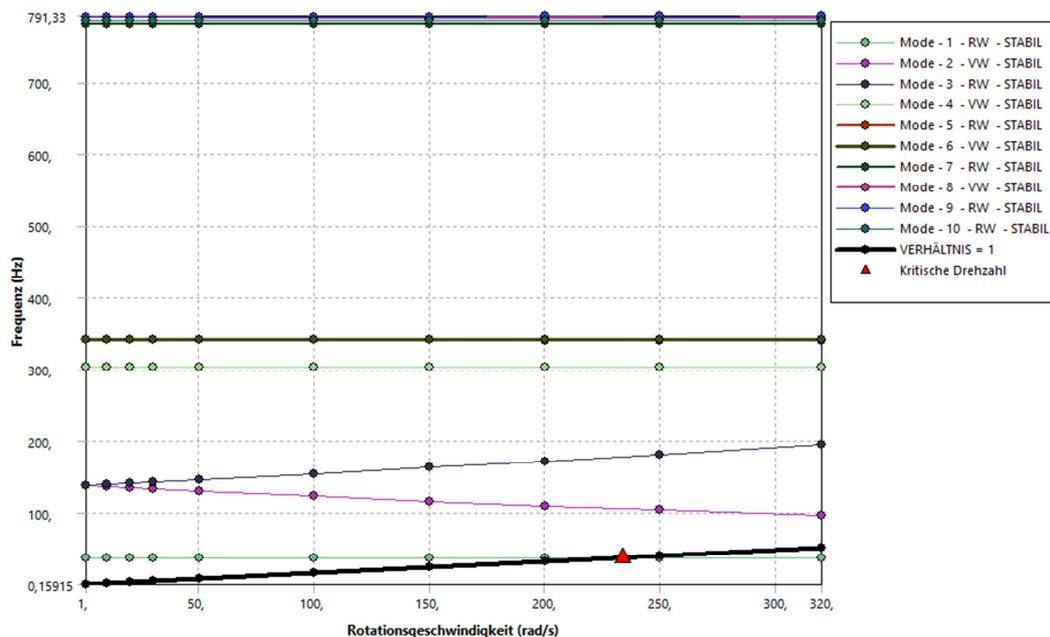
**Radiale Steifigkeit der Lagerung:**  $\varnothing 80\text{mm} \rightarrow 2000 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $\varnothing 130 \text{ mm} \rightarrow 3000 \text{ N}/\mu\text{m}$

In Tabelle 8 sind die ersten 10 Eigenfrequenzen (gedämpfte Frequenz) der Modalanalyse am Lösungspunkt 1 aufgelistet, d.h. die Eigenfrequenzen bei einer Rotationsgeschwindigkeit der Schleifspindel von 1 rad/s. Die Dämpfung wurde wie in Kapitel 4.3.1 beschrieben, mit 1% angenommen.

	Ergebnissatz	Lösungspunkt	Mode	✓ Gedämpfte Frequenz [Hz]
1	1,	1,	1,	37,231
2	2,	1,	2,	137,02
3	3,	1,	3,	137,33
4	4,	1,	4,	303,68
5	5,	1,	5,	341,47
6	6,	1,	6,	341,55
7	7,	1,	7,	780,03
8	8,	1,	8,	789,42
9	9,	1,	9,	789,52
10	10,	1,	10,	784,46

**Tabelle 8:** Eigenfrequenzen am ersten Lösungspunkt

Abb. 58 zeigt das Campbell Diagramm mit den ersten 10 Eigenfrequenzen/Eigenmoden der Modalanalyse. Zu erkennen ist, dass die erste Eigenfrequenz mit 37,231 Hz über den gesamten Drehzahlbereich konstant bleibt. Dies lässt sich aufgrund der Eigenform der Schwingung erklären. Diese beschreibt eine Drehschwingung um die z-Achse und ist somit nicht durch den Kreisel-Effekt beeinflusst.



**Abb. 58:** Campbell Diagramm mit Coriolis-Effekt, einem Dämpfungsgrad von 0,01 und einer radialen Steifigkeit der Federn/Lagerung von 2000- bzw. 3000 N/μm.

Die zweite und dritte Eigenfrequenz weisen einen linearen Abfall bzw. Anstieg der Eigenfrequenz über der Drehzahl auf. Dies lässt sich wieder durch Betrachten der Eigenformen erklären. Dabei ergeben sich Schrägstellungen zur Rotationsachse, wodurch Kreiselkräfte erzeugt werden und somit die Eigenfrequenz entlang der Drehzahl verändert wird. Dabei erhöht sich die Eigenfrequenz durch Auftreten von Gleichlauf und wird bei Gegenlauf verringert (siehe Kapitel 2.4.3.1). Es zeigt sich ein Schnittpunkt der ersten Eigenfrequenz mit der Rotationsgeschwindigkeit (Anregung) bei ca. 234 rad/s dies entspricht einer Rotationsgeschwindigkeit von ca. 2233 U/min.

**Radiale Steifigkeit der Lagerung:**  $\varnothing 80 \text{ mm} \rightarrow 200 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $\varnothing 130 \text{ mm} \rightarrow 300 \text{ N}/\mu\text{m}$

Tabelle 9 zeigt die Eigenfrequenzen des ersten Lösungspunktes (bei einer Rotationsgeschwindigkeit von 1 rad/s). Durch Vergleich mit der obigen Lösung ist zu erkennen, dass die erste Eigenfrequenz ident zur obigen ersten Eigenfrequenz ist und wieder eine Drehschwingung als Eigenform aufweist. Dies zeigt, dass die Drehschwingung (1. Eigenform), wie erwartet nicht von der Lagersteifigkeit beeinflusst wird.

	Ergebnissatz	Lösungspunkt	Mode	<input checked="" type="checkbox"/> Gedämpfte Frequenz [Hz]
1	1,	1,	1,	37,231
2	2,	1,	2,	133,91
3	3,	1,	3,	134,22
4	4,	1,	4,	224,56
5	5,	1,	5,	224,6
6	6,	1,	6,	303,68
7	7,	1,	7,	487,09
8	8,	1,	8,	487,17
9	9,	1,	9,	700,18
10	10,	1,	10,	700,32

**Tabelle 9:** Eigenfrequenzen am ersten Lösungspunkt

Das Campbell-Diagramm (Abb. 60) weist eine nur sehr geringe Änderung der zweiten und dritten Eigenfrequenz gegenüber der obigen (steiferen) Lösung auf. Der Vergleich der Tabelle 8 und Tabelle 9 lässt einen Unterschied der Frequenzen von ca. 4 bzw. 3 Hz erkennen. Dies lässt auf einen nur sehr geringen Einfluss der Steifigkeit auf die erste und zweite Eigenmode schließen. Ab der vierten Eigenfrequenz der steiferen Lösung aufwärts (ausgenommen der sechsten Frequenz) zeigt sich ein starker Abfall der Frequenzen. Dies lässt darauf schließen, dass die biegekritischen Eigenfrequenzen,

welche wesentlich von der radialen Steifigkeit beeinflusst werden, sehr hoch liegen (siehe Abb. 59).

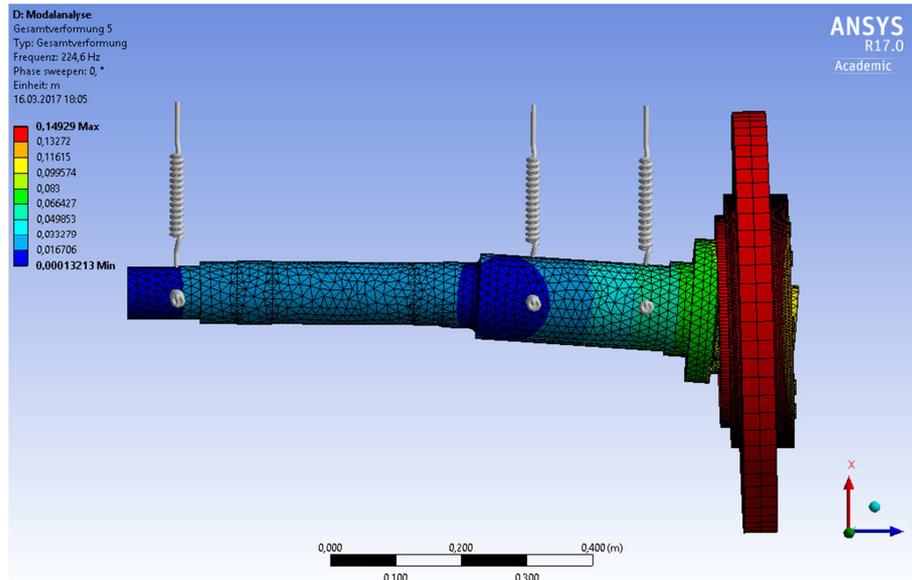


Abb. 59: Eigenform der fünften Eigenfrequenz

Die sechste Eigenfrequenz ist wieder ident mit der vierten Eigenfrequenz der steiferen Lösung. Ihre Eigenform ist eine axiale Schwingung, welche somit wieder unabhängig von der radialen Steifigkeit ist.

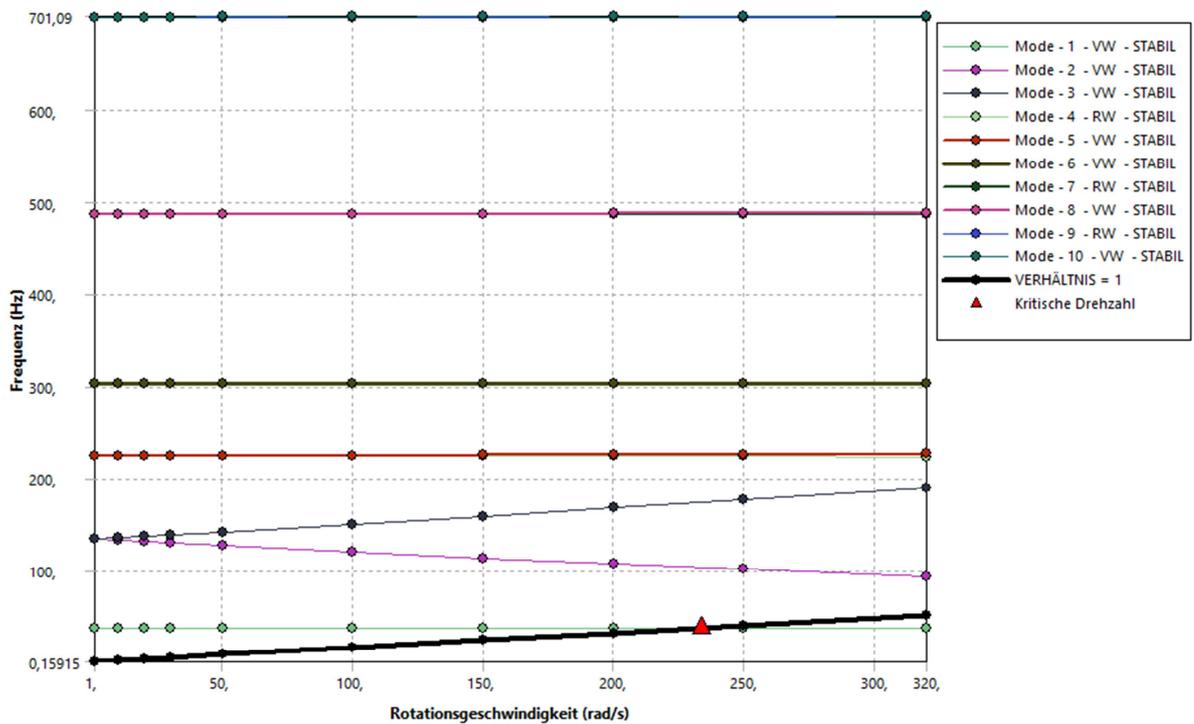


Abb. 60: Campbell Diagramm mit Coriolis-Effekt, einem Dämpfungsgrad von 0,01 und einer radialen Steifigkeit der Federn/Lagerung von 200- bzw. 300 N/μm.

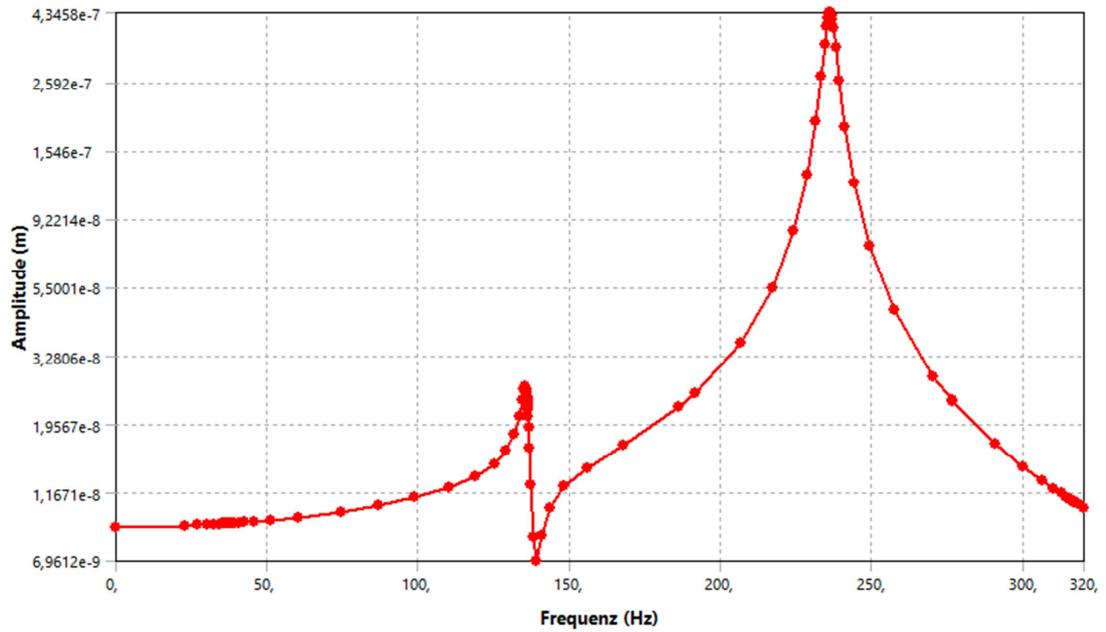
#### 4.3.4.4 Amplitudenverläufe in den Bereichen der Eigenfrequenz

Die Amplituden einer eingeschwungenen Schwingung durch Anregung mit der Eigenfrequenz lassen sich durch eine harmonische Analyse bestimmen. Die harmonische Analyse erlaubt nur lineare Zustände, wobei die Nichtlinearitäten durch den Reibungskontakt nicht berücksichtigt werden können, weshalb die Vorspannkräfte vernachlässigt werden. Die Kontakte zwischen Schleifspindel, Flansch und Schleifscheibe wurden als „Verbund“ ausgeführt. Die radiale Steifigkeit der Lager wurde laut Kapitel 4.3.1 durch Federn (200 N/μm bei Ø80 mm und 300 N/μm bei Ø130mm) modelliert. Simuliert wurde eine Unwuchterregung, welche durch eine umlaufende Kraft von 1N erzeugt wird. Die Dämpfung des Systems wurde laut Kapitel 4.3.1 mit 0,01 definiert. Tabelle 10 zeigt die Eigenfrequenzen der Modalanalyse ohne Vorspannkräfte. Verglichen mit der in Kapitel 4.3.4.3 erhaltenen Eigenfrequenzen mit Vorspannkräften erkennt man nur geringe Abweichungen.

Mode	Eigenfrequenz (Hz)
1	37,223
2	136,13
3	136,16
4	236,2
5	236,25
6	316,47

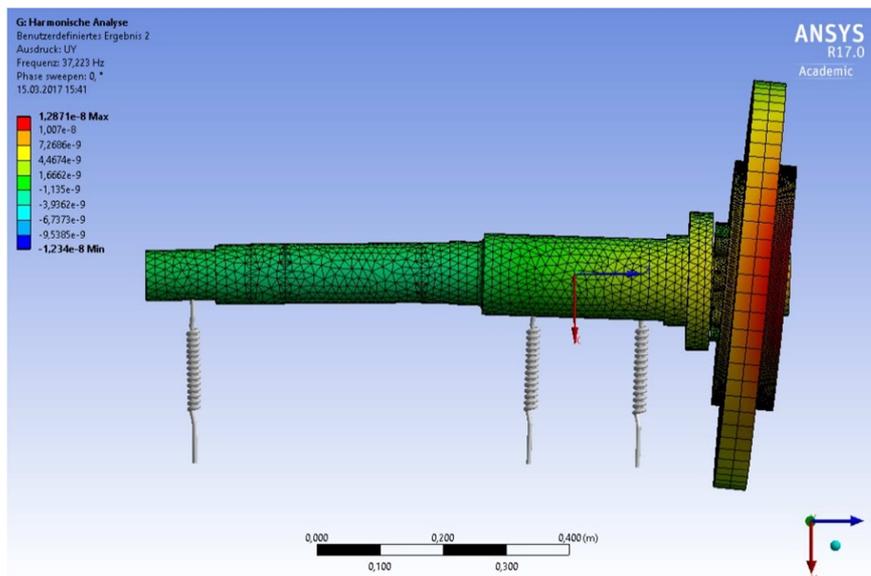
**Tabelle 10:** Eigenfrequenzen der Modalanalyse ohne Vorspannkräfte

Abb. 61 zeigt den Frequenzgang der radialen Amplituden der Schleifscheibe. Es ist die erste, zweite/dritte, vierte/fünfte und sechste Eigenfrequenz zu erkennen. Bei der ersten Eigenfrequenz (Drehschwingung) gibt es nur geringe radiale Ausschläge, welche der umlaufende Erregerkraft geschuldet sind. Die zweite und dritte zeigen eine maximale Amplitude von ca. 26 μm. Bei der vierten und fünften Eigenfrequenz ergibt sich die maximale Amplitude zu 434 μm. Die sechste Eigenfrequenz ist wie in Kapitel 4.3.4.3 beschrieben eine axiale Schwingung und weist somit keine radialen Ausschläge auf. Zu erkennen ist die sechste Eigenfrequenz durch die Anhäufung der Messpunkte in der Nähe von 316 Hz.



**Abb. 61:** Frequenzgang der Amplitude in y-Richtung bei einem Dämpfungsgrad von 0,01 und einer umlaufenden Erregerkraft von 1 N.

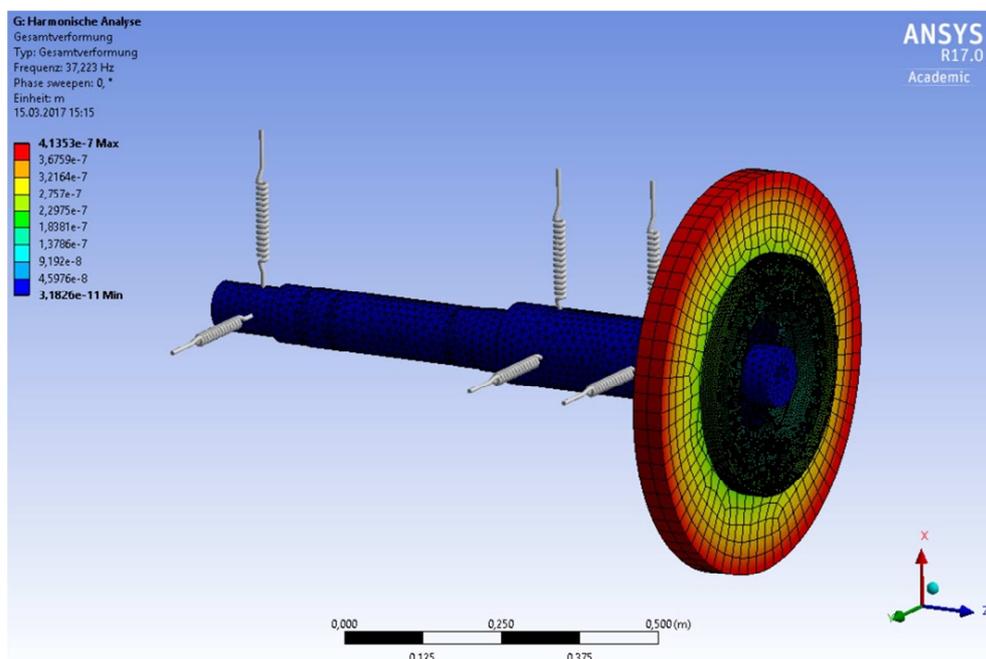
Weiters lässt sich ein relativ langwieriger Aufbau der Schwingung vor der vierten Eigenfrequenz beobachten (erhöhte Amplituden in der Nähe der Eigenfrequenz). Der Aufbau der Schwingung vor der zweiten und dritten Eigenfrequenz hingegen erfolgt schneller bzw. sprunghafter, was geringe Amplituden im Bereich vor der Eigenfrequenz bedeutet. Bei der Gesamtverformung der ersten Eigenfrequenz lässt sich keine Verdrehung erkennen, was auf eine minimale Amplitude der Drehschwingung schließen lässt, da die radiale Auslenkung aufgrund der umlaufenden Erregerkraft größer als die Verdrehung ist.



**Abb. 62:** Verformung bei 37,223 Hz, einer Umlaufenden Kraft von 1 N und einem Dämpfungsgrad von 0,01.

Auch bei einer radialen Steifigkeit der Lager von 2000 bzw. 3000 N/ $\mu\text{m}$  zeigt sich bei einem Dämpfungsgrad von 0,01 noch ein sehr geringer Verdrehwinkel welcher durch die Verformung durch die umlaufende Kraft überlagert wird.

Bei einem sehr geringen Dämpfungsgrad von 0,00001 weist die Gesamtverformung eine Drehschwingung auf. Dies zeigt, dass die Verdrehung der Drehschwingung bei sehr geringer Dämpfung größer als die radiale Auslenkung ist. Abb. 63 zeigt die Drehschwingung des Drehmomentenmessflanschs bei der ersten Eigenfrequenz. Es ergibt sich dabei eine maximale Verschiebung von  $4,1353 \cdot 10^{-4}$  mm, was einem Verdrehwinkel von 0,26“ entspricht.



**Abb. 63:** Verformung bei 37,223 Hz, einer Umlaufenden Kraft von 1 N und einem Dämpfungsgrad von 0,00001.

Abb. 64 zeigt den Frequenzverlauf der Amplitude bei einem Dämpfungsgrad von 0,00001. Es zeigen sich höhere Amplituden, was auf die geringe Dämpfung zurückzuführen ist. Bei der ersten Eigenfrequenz lässt sich eine radiale Verschiebung erkennen, welche der Erregerkraft geschuldet ist. Trotz der geringen Dämpfung ist der Einflussbereich der zweiten und dritten Eigenfrequenz sehr gering. Sie besitzen einen sprunghaften Anstieg auf ihre maximale Amplitude und haben somit nur eine geringe Wirkung auf den Betrieb im Arbeitsbereich.

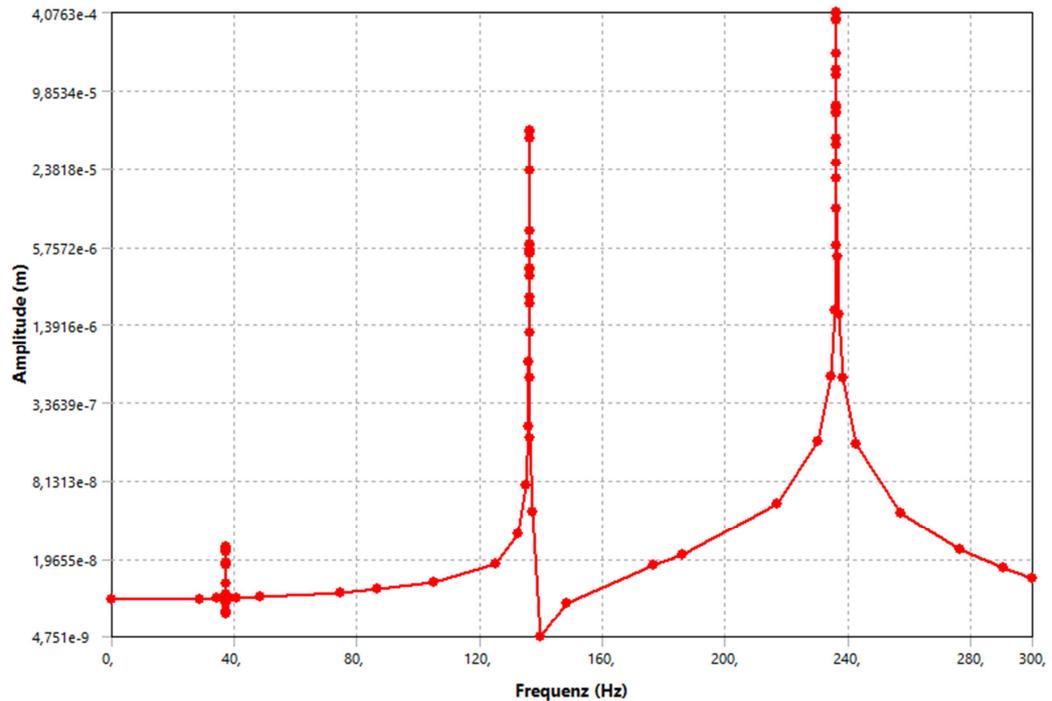


Abb. 64: Frequenzgang der Amplitude in y-Richtung bei einer Belastung von 1 N und einem Dämpfungsgrad von 0,00001.

#### 4.4 Gesamtkonstruktion

Zur Befestigung des Abtastkopfes wurde eine Halterung am Gehäuse des verfahrbaren Schleifschlittens erstellt. Der Abtastkopf muss laut den Toleranzen des Herstellers montiert werden. Durch eine Ausfräsung an der Schutzabdeckung wird dieser auf die Teilungstrommel ausgerichtet. Abb. 65 und Abb.66 zeigen den gesamten Aufbau des Schleifschlittens mit dem Drehmoment-Messflansch. Abschließend wurden Fertigungszeichnungen des Trägerflanschs, des Gegenflanschs und der Halterung des Abtastkopfes erstellt.

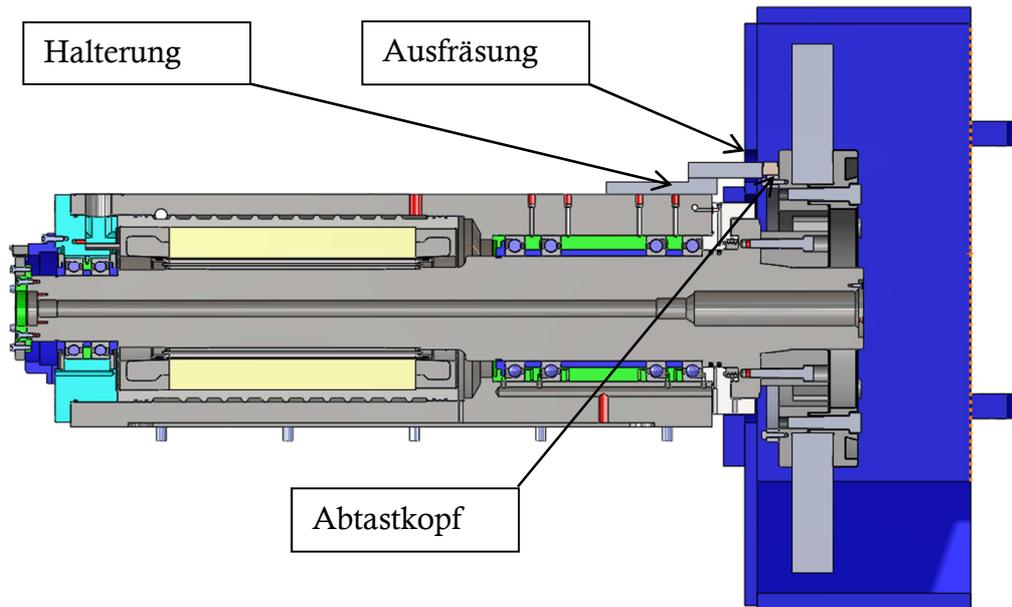


Abb. 65: Gesamtaufbau des Drehmoment-Messflanschs mit Schleifschlitten

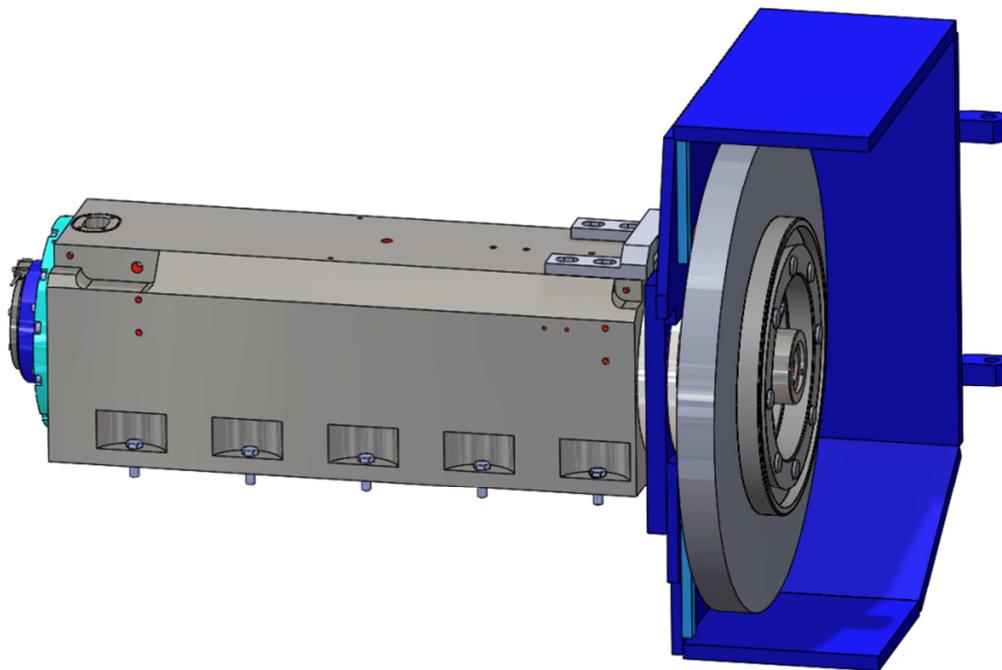


Abb. 66: Aufbau des Schleifschlittens mit Drehmoment-Messflansch und Schutzabdeckung

## 5 Zusammenfassung & Ausblick

Um eine Prozessoptimierung beim Schleifen durchzuführen, ist es notwendig, Kenntnisse über das auftretende Moment und deren Verlauf zu besitzen. Hierfür wurde ein Drehmomentenmessflansch konstruiert und für die Anwendung an der institutseigenen Forschungsschleifmaschine optimiert. Es wurden dazu verschiedene physikalische Konzepte (siehe Kap. 3.2) analysiert und auf ihre Integrität zur Implementierung an einer Schleifmaschine untersucht. Dabei konnten zwei Konzepte zur näheren Untersuchung ausgewählt werden, das Konzept axiale Verschiebung, welches eine Verdrehung in eine axiale Verschiebung umwandelt und das Konzept Verdrehwinkel, welches den Verdrehwinkel ermittelt. Bezüglich der Vorteile, wie der Drehzahlunabhängigkeit, des geringen Einflusses der Vorspannkräfte auf den Verdrehwinkel usw., wurde das Konzept Verdrehwinkel für eine detailliertere Auslegung herangezogen.

Die in Kap 3.5 genannten Schwächen des Konzepts „Verdrehwinkel“ wurden durch konstruktive Maßnahmen verbessert. Die ungünstige Biegebelastung der Schrauben konnte durch eine konstruktive Änderung des Trägerflanschs, welche das schädliche Moment zwischen Schraube und Schleifscheibe teilweise abfängt, maßgeblich verringert werden. Die maximale Vergleichsspannung in den Schrauben liegt somit bei  $325 \text{ N/mm}^2$ . Damit die Eigenfrequenz nicht im Arbeitsbereich (bis  $1500 \text{ U/min}$ ) liegt, musste die Verdrehsteifigkeit des Trägerflanschs erhöht werden, was durch eine höhere Wandstärke der Stege des Verformungskörpers realisiert wurde. Um die damit einhergehenden geringeren Verdrehwinkel zu messen, wurden Sensoren mit größerer Genauigkeit verwendet, welche eine minimale Verdrehung von  $0,522''$  benötigen. Der Verdrehwinkel des Drehmomentenmessflanschs beträgt bei einer Belastung von  $1 \text{ Nm}$   $0,681''$  und liegt somit über dem maximalen Fehler der beiden Sensoren. Die Eigenfrequenz konnte auf  $37,223 \text{ Hz}$  angehoben werden, was einer Drehzahl von ca.  $2233 \text{ U/min}$  entspricht und über dem Arbeitsbereich von  $1500 \text{ U/min}$  liegt. In Kapitel 4.3.4.3 konnte gezeigt werden, dass die höheren Eigenfrequenzen (2- und 3-Mode) auch bei geringerer radialer Steifigkeit und durch Einfluss des Kreiseffekts weit außerhalb des Arbeitsbereichs liegen. Durch eine Harmonische Analyse wurde mittels umlaufender Kraft eine Unwuchterregung simuliert. Dabei konnten die Amplituden bei Durchlaufen verschiedener Frequenzen analysiert werden. Die Amplitude der Drehschwingung ist mit einem Dämpfungsgrad von  $0,01$  geringer als die radiale

Auslenkung durch die Unwuchterregung und kann daher nicht dargestellt werden. Bei einer Verringerung des Dämpfungsgrades auf 0,00001 (sehr niedrig) erhöht sich dieser auf einen maximalen Verdrehwinkel von 0,26° bei einer rotierenden Kraft von 1 N. Zusätzlich konnte noch die Größe und der Einflussbereich der zweiten und dritten Eigenfrequenz dargestellt werden. Die in Kapitel 4.3.4.4 dargestellten Frequenzgänge der Amplituden zeigen einen sprunghaften Anstieg der zweiten und dritten Eigenfrequenz, was einen kurzen „Aufbau“ der Schwingung bedeutet. D.h. die zweite und dritte Eigenfrequenz haben keinen maßgeblichen Einfluss auf die Laufruhe im Arbeitsbereich. Für den Träger-, Gegenflansch und für die Halterung wurden Fertigungszeichnungen erstellt.

Die Ausarbeitung des Konzepts „Verdrehwinkel“ ist der erste Schritt zur Realisierung eines Drehmoment-Messsystems an der institutseigenen Forschungsschleifmaschine. Die FEM Analyse basiert auf einigen Annahmen und Näherungen, welche durch künftige Tests am realen Modell überprüft und bestätigt werden müssen. Der nächste Schritt ist die Fertigung der Teile und die anschließende Integration der Messtechnik. Die Messung von 1 Nm verlangt eine besonders geringe Verdrehsteifigkeit des Verformungskörpers, was im Betrieb durch unerwartete Erregungen zu Drehschwingungen führen kann. Um diese zu dämpfen, könnte der Dämpfungsgrad in Kapitel 4.3.1 durch einen dämpfenden Kunststoff zwischen den Verbindungsstegen erhöht werden, welcher für ein schnelleres Abklingen dieser Schwingungen bzw. für kleinere Amplituden sorgt. Im Betrieb des Drehmoment-Messflanschs muss die Korrosion des Kontaktbereichs verzinkte-Schraube und Aluminium überwacht werden, um gegebenenfalls Maßnahmen zum Korrosionsschutz einzuleiten. Möglichkeiten diesen zu Verbessern wären ein Abdichten der Verbindung gegen den Elektrolyten (Kühlmittel) und/oder eine Verringerung der Potentialdifferenz der verwendeten Materialien.

## 6 Literaturverzeichnis

1. **Roddeck, Werner.** *Einführung in die Mechatronik.* Deutschland : B.G. Teubner Verlag, 2006. ISBN 3-8351-0071-8.
2. **Jürgen Ruge, Helmut Wohlfahrt.** *Technologie der Werkstoffe - Herstellung, Verarbeitung, Einsatz.* Deutschland : Springer Vieweg, 2013. ISBN 978-3-658-01881-8.
3. **Fritz Klocke, Wilfried König.** *Fertigungsverfahren Schleifen, Honen, Läppen.* Deutschland : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. ISBN13 978-3-540-23496-8.
4. **Stefan Hesse, Gerhard Schnell.** *Sensoren für die Prozess- und Fabrikautomation.* Deutschland : Springer Vieweg, 2014. ISBN 978-3-658-05867-8.
5. **H.-R. Tränkler, G. Fischerauer.** *Das Ingenieurwissen Messtechnik.* Deutschland : Springer Vieweg, 2013. ISBN 978-3-662-44030-8.
6. **Marx, Prof. Dr. Rudolf Gross und Dr. Achim.** Vorlesungsskript - Spinelektronik. D-85748 Garching : Rudolf Gross, Walther-Meissner-Institut, 2004.
7. **Langheinrich, Pirmin Rombach and Werner.** *An integrated sensor head in silicon for contactless detection of torque and force.* Darmstadt/Deutschland : Institut für Halbleitertechnik, Technische Hochschule Darmstadt, 1994.
8. **Franz Haas, Manfred Brandl.** *Innovativer Drehmomentsensor als Schlüsselkomponente zur "Intelligenten Produktion".* A-8010 Graz : s.n.
9. **Klein, Bernd.** *FEM - Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen und Fahrzeugbau.* Calden, Deutschland : Springer Vieweg, 2015. ISBN 978-3-658-06054-1.
10. **Fröhlich, Peter.** *FEM - Anwendungspraxis.* Wiesbaden, Deutschland : Springer Vieweg, 2005. ISBN 978-3-663-10053-9.
11. **Michael Jung, Ulrich Langer.** *Methode der finiten Elemente für Ingenieure.* Dresden, Deutschland : Springer Vieweg, 2013. ISBN 978-3-658-01101-7.
12. **R. Gasch, R. Nordmann, H. Pfützner.** *Rotordynamik.* Deutschland : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. ISBN 3-540-41240-9.
13. **Prof. Dr.-Ing. Bodo Hermann, Prof. Dr.-Ing. Karl Popp.** *Maschinendynamik.* Hannover, Deutschland : Institutsverbund für Mechanik der Universität Hannover.
14. **Gebhardt, Christof.** *Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench.* Deutschland : Carl Hanser Verlag München, 2014. ISBN 978-3-449-43956-6.
15. **Manoj Kumar Sinha, Dinesh Setti, Sudarsan Ghosh, P. Venkateswara Rao.** An investigation on surface burn during grinding of Inconel 718. *Journal of Manufacturing Processes.* Delhi, Indien : ScienceDirect, 2016.

16. **Ulrich Stelzmann, Clemens Groth, Günter Müller.** *FEM für Praktiker Band2: Strukturodynamik.* Deutschland : Expert Verlag, Wankelstr. 13,D-71271 Renningen, 2008.
17. **Krischak, Martin.** E-Mail-Auskunft zu: Drehübertragung. 18.03.2016.
18. **Schönleitner, Florian.** E-Mail-Auskunft zu: kontaktloser Drehübertragung (Telemetriesystem). 10.04.2016.
19. **FAG.** Technische Grundlagen. 2006.
20. **Bestle, Dieter.** *Kreiselpänomene.* s.l. : TU Cottbus.
21. **Ji Sik Kim, Gi-Woo Kim.** Sensors and Actuators A: Physical. *New non-contacting torque sensor based on the mechanoluminescence of ZnS:Cu microparticles.* South Korea : ScienceDirect, 2014.
22. **Uwe Heisel, Fritz Klocke, Eckart Uhlmann, Günter Spur.** *Handbuch Spanen.* Deutschland : Hanser Verlag, 2014. ISBN: 978-3-446-43699-2.
23. **EMAG.** [www.emag.com](http://www.emag.com). [Online] EMAG. [Zitat vom: 13. 03 2017.] <http://www.emag.com/de/technologien/schleifen.html>.
24. **Studer.** 1987.
25. **Bestle.** Kreiselpänomen. Cottbus : TU Cottbus.

## Abbildungsverzeichnis

<b>Abb. 1:</b> Gemittelte Schneidenform, Quelle: Klocke/König (2005), S. 5. ....	2
<b>Abb. 2:</b> Eingriff einer Kornschneide in das Werkstück, Quelle: Klocke/König (2005), S. 9 .....	3
<b>Abb. 3:</b> bezogene Ritzkraft über Ritzquerschnitt bei verschiedenen Schneidradien der kegeligen Diamanten, Quelle: Klocke/König (2005), S. 14. ....	4
<b>Abb. 4:</b> spezifische Ritzenergie $W$ über effektiven Ritzquerschnitt unter verschiedenen Reibungseinflüssen, Quelle: Klocke/König (2005), S. 15. ....	5
<b>Abb. 5:</b> Aufteilung des Wärmestroms $qt$ , Quelle: Klocke/König (2005), S. 16. ....	6
<b>Abb. 6:</b> Härteverlust und Änderung der Oberflächenrauheit durch Schleifbrand bei Inconel 718 (Nickelbasis Legierung), Quelle: M.K. Sinha u.a. (2016), S. 129 (leicht modifiziert). ....	7
<b>Abb. 7:</b> Querschliff eines mit Schleifbrand geschädigten Zahnes aus 16MnCr5, Quelle: Klocke/König (2005), S.261. ....	8
<b>Abb. 8:</b> Härtemechanismen von Stählen in Abhängigkeit der Temperatur und des Kohlenstoffgehalts des Werkstoffs, Quelle: Ruge/Wohlfahrt (2013), S. 91. ....	8
<b>Abb. 9:</b> a) Dehnung eines Drahtes b) Folien Dehnungsmessstreifen, Quelle: Tränkler/Fischerauer (2014), S. 31. ....	10
<b>Abb. 10:</b> a Dehnung an der Oberfläche einer Messwelle, b Dehnungsmessstreifen auf Drehmoment-Messwelle, Quelle: Tränkler/Fischerauer (2014), S. 31. ....	11
<b>Abb. 11:</b> Elementarzelle eines Quarzes ( $\text{SiO}_2$ ) deformiert durch eine äußere Belastung $F$ , Quelle: Roddeck (2006), S.11. ....	12
<b>Abb. 12:</b> photoelektrisches Durchlichtprinzip, Quelle: Heidenhain. ....	14
<b>Abb. 13:</b> photoelektrisches Auflichtprinzip mit Stahlmaßband und Einfeld-Abtastung, Quelle: Heidenhain. ....	15
<b>Abb. 14:</b> Aufbau zur Messung der Hallspannung $UH$ , Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 68. ....	16
<b>Abb. 15:</b> Verlauf der Stromlinien in einer n-leitenden Probe ( $l \gg b$ ). Die Stromlinien werden durch die magnetische Induktion $B$ um den Hall-Winkel $\theta_H$ , Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 73. ....	17
<b>Abb. 16:</b> Aufbau eines anisotropischen magnetischen Widerstandes mit dem inneren Magnetfeldvektor $M$ , dem äußeren Stromdichtevektor $H$ und dem Stromdichtevektor $j$ , Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 76. ....	18
<b>Abb. 17:</b> magnetisches Messprinzip mit anisotropischen magneto-resistiven Widerständen, Quelle: Tränkler/Reindl (2014), S. 711. ....	19
<b>Abb. 18:</b> Schema des Impulsverfahrens. 1 Torsionswelle, 2 Inkrementalscheibe, 3 Sensor, $MA$ Antriebsmoment, $ML$ Lastmoment, $\varphi$ Verdrehwinkel, Quelle: Hesse/Schnell (2014), S.208. ....	20
<b>Abb. 19:</b> Prinzip der magnetoelastischen Messmethode einer Belastung, Quelle: Rombach/Langheinrich (1994), S.410. ....	21
<b>Abb. 20:</b> Positionierung der Sensoren zur Messung des Drehmoments einer Welle, Quelle: Rombach/Langheinrich (1994), S.411. ....	22

<b>Abb. 21:</b> Aufbau einer Drehmomentmessung durch mechanolumineszierende Mikropartikel, Quelle: Ji Sik Kim/Gi-Woo Kim (2014), S.126. ....	22
<b>Abb. 22:</b> Messnabe mit Außenhülsen und durch biegesteife Stege verbundene Mittelhülse, Quelle: Haas/Brandl (o.J.), o.S.....	23
<b>Abb. 23:</b> prinzipieller Aufbau zur elektromagnetischen Messung der Verschiebung, Quelle: Haas/Brandl (o.J.), o.S.....	24
<b>Abb. 24:</b> Übertragung der Belastung auf das FE-Modell, Quelle: Fröhlich (2005), S. 57. ....	28
<b>Abb. 25:</b> Verzerrung des ebenen Scheiben-Elements, Quelle: Klein (2015), S 22. ....	29
<b>Abb. 26:</b> Kräftegleichgewicht im Inneren des Körpers an einem Quader-Element, Quelle: Klein (2015), S. 26.....	30
<b>Abb. 27:</b> Pascal'sches Dreieck für ein-, zwei- und dreidimensionale Ansätze, Quelle: Klein(2015), S. 170.....	34
<b>Abb. 28:</b> Ergebnisvergleich von Form der Elemente und Wertigkeit des Ansatzes, Quelle: Klein (2015), S. 173. ....	35
<b>Abb. 29:</b> Scheiben- und Plattenelement überlagert zu einem Schalenelement, Quelle: Klein (2015), S. 166.....	37
<b>Abb. 30:</b> Näherung der Fläche durch Mittelpunktsregel, Trapezregel und Simpsonsche Regel, Quelle: Jung/Langer (2013) S.140. ....	38
<b>Abb. 31:</b> Stützstellen $\xi_i$ und Gewichtungsfaktoren $w_i$ bis zur Ordnung $n=3$ , Quelle: Klein (2015), S.137. ....	39
<b>Abb. 32:</b> Lavalläufer mit Lagersteifigkeit, Quelle: Heimann/Popp (o.J.), S.62. ....	42
<b>Abb. 33:</b> Campbell-Diagramm, Quelle: Heimann/Popp (o.J.), S. 52. ....	43
<b>Abb. 34:</b> links: abgeplatteter Rotor, rechts: gestreckter Rotor, Quelle: Bestle/TU Cottbus (o.J.), S. 51. ....	44
<b>Abb. 35:</b> Biegekritische Drehzahl unter Kreiseinfluss bei Gleichlauferregung, Quelle: Heimann/Popp (o.J.), S. 71.....	44
<b>Abb. 36:</b> Aufbau des verfahrbaren Schleifschlittens .....	45
<b>Abb. 37:</b> Umfangsgeschwindigkeit - Schnittmomentkennlinie .....	46
<b>Abb. 38:</b> Schweißkonstruktion des axialen Messflanschs .....	50
<b>Abb. 39:</b> Außenhülsen verbunden mit Mittelring .....	51
<b>Abb. 40:</b> links die unbelastete Messhülse, rechts durch eine Verdrehung/Moment belastet.....	51
<b>Abb. 41:</b> Belastungen der FEM-Analyse an System „axiale Verschiebung“ .....	52
<b>Abb. 42:</b> axiale Verschiebung der Mittelhülse bei 1Nm und steigender Drehzahl ohne Vorspannkräfte.....	53
<b>Abb. 43:</b> radiale Verformung des Verformungskörpers mit den Außenhülsen ohne Vorspannung.....	54
<b>Abb. 44:</b> axiale Verschiebung der Mittelhülse bei 1 Nm und steigender Drehzahl mit Vorspannkräften von 25000 N .....	54
<b>Abb. 45:</b> Vergleichspannung im Flansch mit überhöhter Verformungsdarstellung (automatisch) .....	55
<b>Abb. 46:</b> divergierender Verlauf der Spannung in den Schrauben.....	56

<b>Abb. 47:</b> Konzept Verdrehwinkel .....	57
<b>Abb. 48:</b> Position des bereits verbauten inkrementellen Einbauwinkelmessgerätes und des Inkrementellen Winkelmessgerätes am Trägerflansch .....	58
<b>Abb. 49:</b> Verdrehwinkel über der Drehzahl bei einem Moment von 1 Nm ohne Vorspannkräfte .....	60
<b>Abb. 50:</b> Konvergenzverlauf der Spannung in den Schrauben zwischen Trägergerflansch und Gegenflansch .....	61
<b>Abb. 51:</b> Konvergierende Spannung in den Verbindungsstegen .....	61
<b>Abb. 52:</b> Verbindung von Träger- und Gegenflansch im Schnitt .....	63
<b>Abb. 53:</b> Lageranordnung der Schleifspindel.....	65
<b>Abb. 54:</b> Steifigkeit eines Rillenkugel-, Zylinderrollen- und Nadellagers, Quelle: FAG (2006), S.52. ....	66
<b>Abb. 55:</b> Lager- und Belastungssituation des Drehmomentenmessflanschs .....	66
<b>Abb. 56:</b> Verschiebung in y-Richtung (Körperkoordinatensystem) .....	68
<b>Abb. 57:</b> Konvergenzverlauf der Schraubenverbindung Träger- und Gegenflansch.....	69
<b>Abb. 58:</b> Campbell Diagramm mit Coriolis-Effekt, einem Dämpfungsgrad von 0,01 und einer radialen Steifigkeit der Federn/Lagerung von 2000- bzw. 3000 N/ $\mu\text{m}$ . ....	70
<b>Abb. 59:</b> Eigenform der fünften Eigenfrequenz .....	72
<b>Abb. 60:</b> Campbell Diagramm mit Coriolis-Effekt, einem Dämpfungsgrad von 0,01 und einer radialen Steifigkeit der Federn/Lagerung von 200- bzw. 300 N/ $\mu\text{m}$ .....	72
<b>Abb. 61:</b> Frequenzgang der Amplitude in y-Richtung bei einem Dämpfungsgrad von 0,01 und einer umlaufenden Erregerkraft von 1 N. ....	74
<b>Abb. 62:</b> Verformung bei 37,223 Hz, einer Umlaufenden Kraft von 1 N und einem Dämpfungsgrad von 0,01.....	74
<b>Abb. 63:</b> Verformung bei 37,223 Hz, einer Umlaufenden Kraft von 1 N und einem Dämpfungsgrad von 0,00001. ....	75
<b>Abb. 64:</b> Frequenzgang der Amplitude in y-Richtung bei einer Belastung von 1 N und einem Dämpfungsgrad von 0,00001. ....	76
<b>Abb. 65:</b> Gesamtaufbau des Drehmoment-Messflanschs mit Schleifschlitten .....	77
<b>Abb. 66:</b> Aufbau des Schleifschlittens mit Drehmoment-Messflansch und Schutzabdeckung .....	77

---

**Anhang**





