

durch die Reibung unter Drehung um den Anlagepunkt E der Rolle c mitnimmt. Dann liegen aber die Berührungspunkte E und F auf einer Sehne des Ringes, als der Durchmesser des Ringes ist, werden die Rollen schärfer aneinandergedrückt, bis die Reibung zur Übertragung der in Frage kommenden Leistung genügt. Das Getriebe läuft in Öl in einem geschlossenen Kasten. Es eignet sich nach der Druckschrift der Firma für verhältnismäßig große Leistungen bei günstigem Wirkungsgrad, geräuschlosem Gang und Übersetzungen von 1:2 bis 1:15, wobei allerdings die übertragbare Leistung mit steigender Übersetzung abnimmt. Ringe und Rollen werden hoch beansprucht, bestehen aus Sonderstahl und müssen genau zylindrisch geschliffen sein. Es ist gleichgültig, welche der drei Rollen als treibendes oder getriebenes Glied verwandt wird.

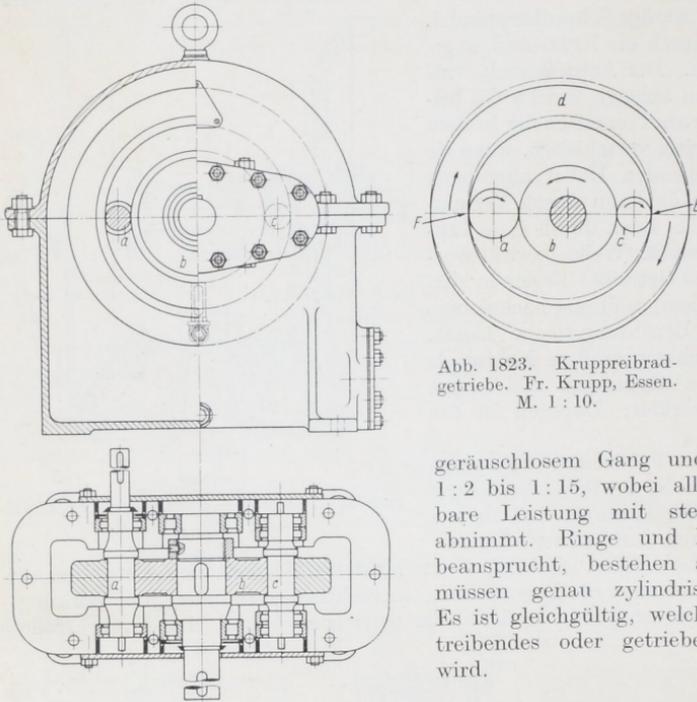


Abb. 1823. Kruppreibradgetriebe. Fr. Krupp, Essen. M. 1:10.

Fünfundzwanzigster Abschnitt.

Zahnräder.

I. Grundbegriffe.

Die Grundbegriffe sind der leichteren Vorstellbarkeit wegen an Stirnrädern erläutert und die allgemeinen oder auf andere Zahnradarten bezüglichen zunächst nur angedeutet.

Die benutzten Bezeichnungen entsprechen den Vorschlägen des Normenausschusses für Zahnräder vom Juli 1927¹⁾. Sie weichen in mancher Beziehung von den bisher im technischen Schrifttum üblichen ab, die, soweit sie zum Verständnis der älteren Arbeiten nötig sind, nebenbei angeführt sind.

Die Möglichkeit des Gleitens, der bekannte Nachteil der Reibräder, ist bei den Zahnrädern durch Anbringen von Zähnen, Abb. 1824, die in die Lücken des Gegenrades eingreifen, ausgeschaltet. Die bei den Reibrädern nur kraftschlüssige Übertragung wird bei spielfreien Zähnen zwangsläufig. Den Oberflächen und Umfängen der Reibräder entsprechen die Wälzzylinder und -kreise, welche wie jene gleiche Umfangsgeschwindigkeit v haben und aufeinander abrollen, für die also auch die auf S. 1018 abgeleitete Beziehung gilt:

$$\frac{D'_1}{D'_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \text{konst} = u. \quad (524)$$

¹⁾ Die kleinen Abweichungen, Eingriffslinie, Eingriffsfeld, Bezugsprofil, Achsentfernung statt Eingriffslinie, Eingriffsfeld, Bezugsprofil, Achsentfernung usw. zu schreiben, mögen der kürzeren und glatteren Aussprache wegen gestattet sein.

Die Wälzkreisdurchmesser verhalten sich umgekehrt, wie die Winkelgeschwindigkeiten und Drehzahlen der Zahnräder. u ist die Übersetzung. (Den Wälzkylindern entsprechen allgemein Wälzkörper, den Wälzkreisen Wälzbahnen).

An unrunder Zahnrädern, z.B. Ellipsenrädern, wechselt die Übersetzung gesetzmäßig.

An einem Zahnrad folgen sich die Zähne und Lücken in bestimmten, unter sich gleichen Abständen, die bei der Aufzeichnung und der Herstellung der Verzahnung als

Teilung t auf dem Teilkreis (allgemein dem Teilriß oder der Teilbahn, in der Regel auch der Erzeugungswälzbahn), Abb. 1825, als Bogen abgetragen und gemessen werden. Sind z_1 und z_2 die Zahnzahlen¹⁾ der Räder mit den Teilkreisdurchmessern D_1 und D_2 , so lassen sich deren Umfänge einerseits durch die Produkte der Zahnzahlen und der Teilung, andererseits durch diejenigen aus π und den Teilkreisdurchmessern ausdrücken. Es muß:

$$z_1 \cdot t = \pi D_1; \quad D_1 = \frac{z_1 t}{\pi}; \quad D_2 = \frac{z_2 t}{\pi} \quad (525)$$

sein. Daraus folgt durch Division:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{D_1}{D_2}, \quad (526)$$

in Worten: die Zahnzahlen verhalten sich wie die Teilkreisdurchmesser. Um bei

Abb. 1824. Reib- und Zahnradpaar.

diesen höchstens mit zehntel Millimetern, bei größeren Teilungen aber möglichst mit ganzen rechnen zu können, wählt man, da in $D = \frac{z \cdot t}{\pi}$ die Zahnzahl z eine ganze Zahl ist, die Teilung t als Vielfaches von π . Das führt zur Durchmesser- oder Modulteilung;

$\frac{t}{\pi} = m$ heißt Modul oder Stichzahl und wird nach Zusammenstellung 147, entsprechend DIN 780, in vollen, nur bei sehr kleinen Teilungen in zehntel Millimetern gewählt. Die eingeklammerten Werte sind möglichst zu vermeiden. Meist wird man sich bei der Normung der Zahnräder in einem bestimmten Betriebe oder für einen bestimmten Zweck nur auf eine Auswahl aus den angeführten Moduln beschränken und so die Zahl der nötigen Werkzeuge verringern können.

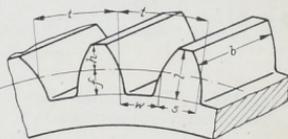


Abb. 1825. Bezeichnung der Maße an Verzahnungen.

Zusammenstellung 147. Modulreihe nach DIN 780.

Modul . .	0,3	(0,35)	0,4	(0,45)	0,5	(0,55)	0,6	(0,65)
Teilung .	0,943	(1,01)	1,25	(1,41)	1,57	(1,72)	1,88	(2,04)
Modul . .	0,7	0,8	0,9	1	1,25	1,5	1,75	2
Teilung .	2,20	2,51	2,83	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28
Modul . .	2,25	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4
Teilung .	7,07	7,85	8,64	9,42	10,21	11,00	11,78	12,57
Modul . .	4,5	5	5,5	6	6,5	7	8	9
Teilung .	14,14	15,71	17,28	18,85	20,42	21,99	25,13	28,27
Modul . .	10	11	12	13	14	15	16	18
Teilung .	31,42	34,56	37,70	40,84	43,98	47,12	50,26	56,55
Modul . .	20	22	24	27	30	33	36	39
Teilung .	62,83	69,12	75,40	84,82	94,25	103,67	113,10	122,52
Modul . .	42	45	50	55	60	65	70	75
Teilung .	131,95	141,37	157,08	172,79	188,50	204,20	219,91	235,62

Bei manchen Verzahnungsarten müssen die Zahnräder so zusammengebaut werden, daß sich ihre Teilkreise (Teilbahnen) berühren, daß diese also zugleich Wälzkreise (Wälz-

¹⁾ Es empfiehlt sich, Zahnzahl statt Zähnezahl zu brauchen, weil Begriffe in zusammengesetzten Worten in der Einzahl stehen, vgl. Gangzahl, Kopfhöhe, Zahnform, Zahnköpfe, Zahnsumme, Kopfzahl, Hubzahl.

bahnen) sind. Dann ist der Achsabstand a durch die halbe Summe der Teilkreisdurchmesser $a = \frac{D_1 + D_2}{2}$ gegeben. Bei Rädern mit Evolventenverzahnung darf der Achsabstand in gewissen Grenzen verändert werden; in manchen Fällen muß er guten Zusammenarbeitens wegen anders als die vorstehende Beziehung angibt, ausgeführt werden. Dabei bilden sich von den Teilkreisen verschiedene Betriebswälzkreise (Betriebswälzbahnen) aus, wie weiter unten gezeigt ist. Derartige Räder haben nur je einen, durch die Herstellung bedingten Teilkreis, können aber je nach dem Zusammenbau verschiedene Betriebswälzkreise haben. (Im älteren Schrifttum werden diese beiden Begriffe noch nicht unterschieden.)

Außerhalb des Teilkreises, Abb. 1826, liegt der Zahnkopf, innerhalb der Zahnfuß. Die beiden Teile sind durch den Kopf- und den Fußkreis (Kopf- und Fußlinie) begrenzt. Sohle heißt die Fläche am Grunde der Lücke. An den Zahnflanken berühren

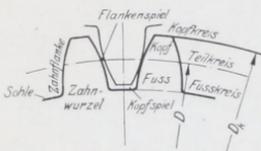


Abb. 1826. Benennung der Teile von Verzahnungen.

sich die zusammenarbeitenden Zähne; zwischen den nicht zum Anliegen kommenden Flanken zweier Räder entsteht das Flankenspiel, zwischen Kopflinie eines Rades und Sohle des Gegenrades das Kopfspiel. (Früher mit Scheitel spiel bezeichnet.) Die Teilung zerfällt nach Abb. 1825 in die Zahndicke s und die Lückenweite w , beide wie die Teilung auf dem Teilkreis (Erzeugungswälzbahn) gemessen. Fußdicke ist das für die Festigkeit des Zahnes entscheidende Maß am Fuß des Zahnes, l die Zahnhöhe oder Lückentiefe, zusammengesetzt aus der Kopfhöhe h und der Fußhöhe f , b die Zahnbreite.

Normalerweise pflegt die Kopfhöhe h gleich dem Modul m genommen zu werden, so daß die Kopfkreisdurchmesser:

$$D_k = (z + 2) \cdot m, \quad (527)$$

ähnlich wie die Teilkreisdurchmesser runde Maße bekommen. Bei der Fußhöhe wird, abhängig vom Herstellverfahren und von Sonderbedürfnissen, noch ein Betrag von 0,1 m bis 0,3 m zugegeben, um das nötige Kopfspiel zu schaffen, so daß $f = 1,1m$ bis 1,3 m wird. Häufig benutzte Werte sind $f = 1,17m$ und 1,2 m .

Das Flankenspiel richtet sich nach den zu erwartenden Herstellungs-, insbesondere Teil- und Zahnformfehlern sowie nach der Genauigkeit des Zusammenbaus. Bei unbearbeiteten Zähnen nimmt man es zu $t/20$, vermindert es aber bei bearbeiteten auf $t/40$ bis $t/80$ und führt selbst nahezu spielfreie Zähne aus, mit etwa 0,2 mm Spiel bei geschliffenen Zähnen mittlerer Teilung. Normalerweise führt man die Zähne an beiden Rädern eines Getriebes gleich dick aus. Dementsprechend wird im Fall:

unbearbeiteter Zähne:	}	(528)	bearbeiteter Zähne:	}	(529)
die Zahndicke $s = \frac{19}{40} t = 0,475 t$			die Zahndicke $s = \frac{39}{80} t \dots \frac{79}{160} t \dots \frac{1}{2} t$		
die Lückenweite $w = \frac{21}{40} t = 0,525 t$			die Lückenweite $w = \frac{41}{80} t \dots \frac{81}{160} t \dots \frac{1}{2} t$		
			$= 0,513 t \dots 0,506 t \dots 0,5 t$		

Besitzen die Zähne des einen Rades eines Getriebes wegen geringerer Festigkeit des verwandten Werkstoffes oder infolge ungünstiger Zahnform weniger Widerstandsfähigkeit als die des anderen, so werden die Zahndicken ungleichmäßig verteilt. Beispielsweise gibt man Holzkämmen, die mit gußeisernen Zähnen zusammenarbeiten, Dicken von 0,6 t bzw. 0,35 bis 0,38 t .

Bei der früher üblichen Wahl der Teilung in ganzen Millimetern, die zu Bruchteilen derselben bei den Teilkreisdurchmessern führt, pflegte man $h = 0,3 t$, $f = 0,4 t$, l also $= 0,7 t$ zu machen.

Die Breite b wird gewöhnlich zwischen 2 und $6t$ oder 6 und $20m$ ausgeführt.

Ein zusammenarbeitendes Räderpaar, aus Rad und Gegenrad, bei verschiedener Größe aus Kleinrad (Ritzel) und Großrad (Rad) bestehend und durch einen Rahmen oder Steg verbunden, bildet ein Zahnradgetriebe. Wird ein Rad festgehalten und läuft der Steg um, so entstehen Umlauf- oder Planetengetriebe.

Je nach der gegenseitigen Lage der Radachsen unterscheidet man, wie schon auf S. 1018 erwähnt:

1. Stirnradgetriebe mit gleichlaufenden,
2. Kegelradgetriebe mit sich schneidenden,
3. Hyperbelrad-, Schraubenrad- und Schneckentriebe mit geschränkten Achsen.

Bei den Gruppen 1 und 2 ergeben sich nach der Lage der beiden Räder zueinander: Außengetriebe mit Außenverzahnungen, wenn sich die Teil- oder Wälzkörper gegenseitig von außen her berühren (Außenräder) und

Innengetriebe mit einer Innen- und einer Außenverzahnung, wenn ein kleines Rad in einem größeren (Innenrad) liegt. Die Drehung erfolgt im ersten Falle in entgegengesetztem Sinne, im zweiten gleichläufig. Als Sonderform und Grenzfall der Stirnräder ist die Zahnstange hervorzuheben, bei der der Teil-(Wälz-)kreis unendlich groß, also zu einer Geraden wird.

II. Stirnräder.

A. Das Grundgesetz der Verzahnung.

Soll die Bewegung von einem Stirnrad auf das andere gleichförmig, also unter einer bestimmten Übersetzung, übertragen werden, so muß die Normale im Berührungspunkt der Zahnflanken durch den Schnittpunkt der Wälzkreise mit der Mittellinie, den Wälzpunkt, gehen. In Abb. 1827 seien M_1 und M_2 die Mittelpunkte, R'_1 und R'_2 die Wälzkreishalbmesser zweier Zahnräder, die sich mit den Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 drehen. O ist der Wälzpunkt (früher Zentralpunkt genannt), in dem sich die aufeinander abrollenden Wälzrisse ständig berühren. Er liegt auf der Verbindungslinie der Radmitten $\overline{M_1M_2}$, der Radmittellinie. Durch ihn muß die im augenblicklichen Berührungspunkt B der Zahnflanken errichtete gemeinsame Normale BO gehen. Die Wälzkreise haben, wie oben ausgeführt, dieselbe Umfangsgeschwindigkeit $v = R'_1 \cdot \omega_1 = R'_2 \cdot \omega_2$. Aus der Form $\frac{R'_1}{R'_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ folgt, da die linke Seite der Gleichung unveränderlich ist, daß auch das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten stets gleich ist. Betrachten wir B als einen Punkt des Rades 1, so beträgt seine augenblickliche Geschwindigkeit um den Mittelpunkt M_1 :

$$v = R'_1 \cdot \omega_1 = R'_2 \cdot \omega_2$$

$$v_1 = \omega_1 \cdot \overline{M_1B} = \omega_1 \cdot r_1.$$

Sie ist senkrecht zu $\overline{M_1B}$ gerichtet. Als Punkt des zweiten Rades hat B die zu M_2B senkrechte Geschwindigkeit:

$$v_2 = \omega_2 \cdot \overline{M_2B} = \omega_2 \cdot r_2.$$

Damit aber die Berührung im Punkte B nicht aufhört, müssen die Seitengeschwindigkeiten BC in Richtung der Normalen gleich groß, also:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

sein. Wäre nämlich $v_1 \cdot \sin \alpha$ größer als $v_2 \cdot \sin \beta$, so würde sich die Flanke des Rades 1

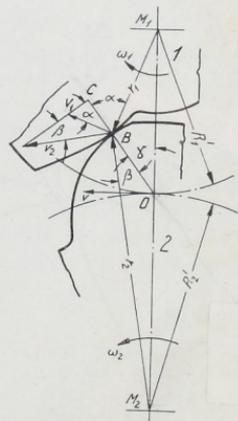


Abb. 1827 Zum Grundgesetz der Verzahnung.

von Rad 2 abheben, wäre es kleiner, so müßten die beiden Flanken ineinander eindringen. Daraus folgt:

$$r_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \alpha = r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin \beta,$$

$$\frac{r_1 \sin \alpha}{r_2 \sin \beta} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R'_1}{R'_2} = \text{konst.}$$

Daß diese Bedingung tatsächlich erfüllt ist, wenn die Normale in B durch den Schnittpunkt O der Wälzkreise mit der Mittellinie geht, läßt sich durch Anwendung des Sinusatzes auf die Dreiecke M_1BO und M_2BO zeigen. In ihnen kehren die Winkel α und β der Geschwindigkeitsdreiecke, α als Außenwinkel, wieder, da entsprechende Schenkel der Winkel aufeinander senkrecht stehen. Unter Einführung des Winkels γ zwischen der Normalen und der Mittellinie ist nun im Dreieck M_1BO :

$$\frac{\sin(180^\circ - \alpha)}{\sin \gamma} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{R'_1}{r_1},$$

im Dreieck M_2BO :

$$\frac{\sin \beta}{\sin(180^\circ - \gamma)} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{R'_2}{r_2}.$$

Durch Division wird:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{R'_1}{r_1} \cdot \frac{r_2}{R'_2}$$

oder wie oben:

$$\frac{r_1 \sin \alpha}{r_2 \sin \beta} = \frac{R'_1}{R'_2}.$$

Da nun R'_1 und R'_2 die Wälzkreishalbmesser sind, ist der Schnittpunkt O der Normalen auf den Zahnflanken gleichzeitig derjenige der Wälzkreise mit der Mittellinie.

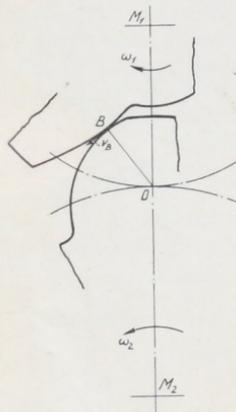


Abb. 1828. Zum Beweis des Grundgesetzes auf kinematischem Wege.

Das Grundgesetz läßt sich auch sehr einfach auf kinematischem Wege ableiten. Der augenblickliche Drehpol für die Bewegung eines der beiden Räder, bezogen auf das andere, ist wegen des Abrollens der Wälzkreise ihr Berührungspunkt O , Abb. 1828. Dadurch ist die Richtung der Geschwindigkeit v_B des Punktes B , in dem die Berührung der Zahnflanken augenblicklich stattfindet, bezogen auf den Drehpol O , durch die Senkrechte zum Polstrahl OB gegeben. Sollen nun die Zahnflanken nicht ineinander eindringen oder sich voneinander abheben, so muß diese Geschwindigkeit tangential zu beiden Zahnflanken gerichtet sein; mit anderen Worten: BO muß die gemeinsame Normale der Zahnflanken im Berührungspunkt sein und durch den Wälzpunkt O gehen.

Die absolute Geschwindigkeit v_2 des Punktes B als Punkt des Rades 2 folgt aus der geometrischen Addition der Geschwindigkeiten v_B und der Polgeschwindigkeit v .

(Die allgemeine Form des Verzahnungsgesetzes lautet: Die Normalen in den Berührungspunkten der Zahnflanken müssen durch die Wälzlinie, das ist die Berührungslinie der Wälzkörper, gehen.)

Unmittelbar auf dem Gesetz beruht das Verfahren von Poncelet zur Bestimmung der Zahnflankenform eines Stirnrades, wenn die Gegenflanke gegeben ist. In Abb. 1829 sei die Flanke a_1Ob_1 des Rades 1 in der Lage gezeichnet, daß sie durch den Wälzpunkt O geht. Die Normale in einem beliebigen Punkte c_1 treffe den zugehörigen Wälzkreis in d_1 . Nach dem Grundgesetz wird c_1 der Verzahnung mit dem Gegenprofil in Berührung kommen, wenn sich Rad 1 so weit gedreht hat, daß d_1 nach O gelangt ist, wenn also die Flanke die Lage $a'c'b'$ angenommen hat. Dann ist aber c' auch ein Punkt der gesuchten

Gegenflanke, der nun um den Mittelpunkt M_2 zurückgedreht werden kann. Er liegt auf dem Kreise vom Halbmesser Oc' um d_2 , wobei die Bögen \widehat{Od}_1 und \widehat{Od}_2 wegen des Abrollens der Wälzkreise gleich sein müssen.

Abb. 1830 zeigt die zweckmäßige Durchführung der Konstruktion. Man trägt auf den Umfängen der Wälzkreise eine Anzahl gleicher Teile ab, fällt auf die gegebene Flanke von den Punkten des zugehörigen Wälzkreises Lote und schlägt mit diesen um die entsprechenden Punkte des anderen Wälzkreises Kreisbögen, welche die gesuchte Kurve einhüllen.

Die Unsicherheit, die darin liegt, daß die Gegenflanke als Eingehüllte gefunden wird, hat **Reuleaux** durch die punktweise Ermittlung derselben beseitigt. Er bestimmt zunächst die Eingrifflinie, d. h. den geometrischen Ort der Punkte, in welchen die Flanke nach dem Grundgesetz der Verzahnung mit der Gegenflanke in Berührung kommen muß. In Abb. 1831 sei wiederum die Flanke a_1Ob_1 des Rades 1 gegeben. Bei

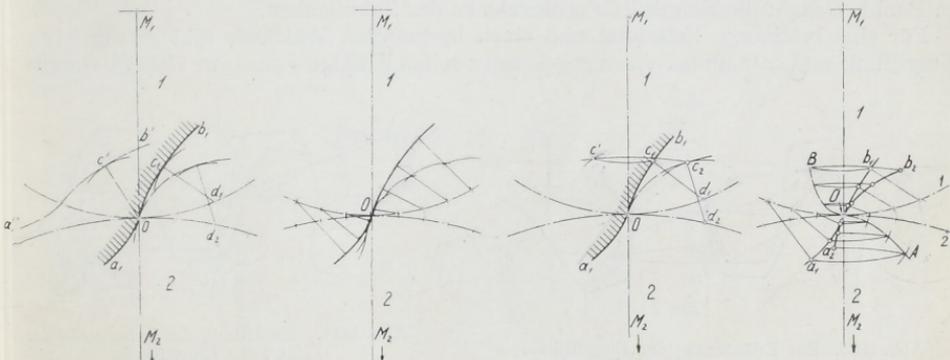


Abb. 1829 und 1830. Verfahren von Poncelet zur Ermittlung der Zahnflankenform.

Abb. 1831 und 1832. Verfahren von Reuleaux.

der Drehung bewegt sich ein beliebiger Punkt c_1 auf dem Kreis um M_1 vom Halbmesser M_1c_1 ; er kommt mit der Flanke des Gegenrades in der Lage c' in Eingriff, wenn Punkt d_1 des Lotes c_1d_1 nach O gelangt. c' ist also der Schnittpunkt des Kreises um M_1 mit demjenigen um O vom Halbmesser c_1d_1 . Er ist ein Punkt der Eingrifflinie und kann nun als Punkt der Flanke des Rades 2 aufgefaßt werden. Dreht man ihn um M_2 zurück, so erhält man in c_2 einen Punkt der Zahnflanke des Rades 2; c' und c_2 liegen auf einem Kreisbogen um M_2 , Bogen \widehat{Od}_2 muß gleich dem Bogen \widehat{Od}_1 und $\overline{d_2c_2} = \overline{d_1c_1}$ sein.

Abb. 1832 gibt die für mehrere Punkte durchgeführte Konstruktion wieder. Man teilt die beiden Wälzkreise, vom Wälzpunkt O ausgehend, in gleiche Teile und fällt von den Punkten des Kreises 1 Lote auf die gegebene Flanke. Durch die Fußpunkte schlägt man konzentrische Kreise um M_1 . Dann zieht man mit den Längen der Lote als Halbmesser Kreise um O und findet in den Schnitten entsprechender Kreise Punkte der Eingrifflinie AOB . Von ihnen führen Kreise um M_2 und mit den zugehörigen Lotlängen um die Punkte des Wälzkreises 2 beschriebene Kreisbögen zu Punkten der gesuchten Flanke a_2Ob_2 .

B. Eigenschaften der Eingrifflinie.

An einem Zahngetriebe grenzen die Kopfkreise der beiden Räder auf der Eingrifflinie die Eingriffstrecke AOB , Abb. 1833, ab. A und B sind die äußersten Punkte, die auf der an sich längeren Eingrifflinie benutzt werden, da dort die Zahnspitzen mit den Gegenflanken in Berührung treten. Die Zahnflanken, die sich in der Abbildung im Wälzpunkt O berühren, sind so lange miteinander im Eingriff, wie die Wälzbögen

\widehat{CO} des Wälzkreises 1 und \widehat{OD} des Wälzkreises 2 abrollen. C und D findet man durch Errichten der Normalen in den Spitzen der Zahnflanken. Die Summe \widehat{COD} der Wälzbogen wird als Eingrifflänge (früher Eingriffbogen) bezeichnet. So viel Zähne, wie zwischen C und D Platz haben, sind miteinander im Eingriff. Da nun Bedingung für eine stetige Übertragung ist, daß der nächste Zahn schon eingreift, ehe der vorangehende außer Berührung kommt, muß $\widehat{COD} > t$, d. h. die Eingrifflänge größer als die auf die Wälzkreise bezogene Teilung sein.

Das Verhältnis $\frac{\text{Eingrifflänge}}{\text{Teilung}} = \frac{\widehat{COD}}{t} = \varepsilon$ kennzeichnet die durchschnittliche Zahl der gleichzeitig eingreifenden Zähne. Man bezeichnet es als Überdeckungsgrad, kurz Überdeckung ε . (Früher Eingriffdauer genannt, eine leicht irreführende Bezeichnung, da ε in keiner Beziehung zur Zeit steht.)

ε muß größer als 1 sein. Praktisch pflegt man es mindestens gleich 1,2 zu nehmen. Im Punkte O steht die Eingrifflinie senkrecht zu den Zahnflanken.

Für eine bestimmte Zahnform und einen bestimmten Wälzkreis gibt es nur eine Eingrifflinie und deshalb bei einem gegebenen zweiten Wälzkreis nur eine richtige Gegen-

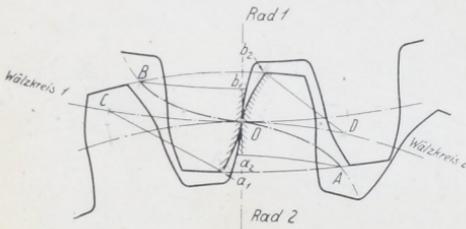


Abb. 1833. Zur Erläuterung der Eingrifflinie.

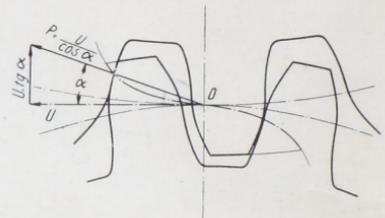


Abb. 1834. Ermittlung des Zahndrucks an Hand der Eingrifflinie.

flanke. Wird dieser Wälzkreis größer oder kleiner gewählt, so ändert sich auch die zugehörige Flanke; alle so entstehenden Räder können aber, wenn sie gleiche Teilung haben, mit Rad 1 zusammenarbeiten. Sollen sie auch unter sich austauschbar sein, so müssen ihre Eingrifflinien nicht allein kongruent sein, sondern außerdem noch durch die Mittellinie in zwei kongruente Stücke zerlegt werden. Denn nur dann decken sich beim Zusammenstecken zweier beliebiger Räder der Gruppe die Eingrifflinien. Die so entstehenden Satzräder bilden die Grundlage für die Normalisierung der Zahnräder und finden sich u. a. häufig als Wechselräder an Werkzeugmaschinen und in Getrieben aller Art.

Die Eingrifflinie gestattet die Bestimmung der Richtung und Größe des Zahndrucks P . Erstere ist durch die Verbindungslinie der Punkte der Eingrifflinie mit dem Wälzpunkt O gegeben, während die Größe P aus der zu übertragenden, tangential am Teilkreis wirkenden Umfangskraft U , Abb. 1834, aus:

$$P = \frac{U}{\cos \alpha} \quad (530)$$

folgt. Der Winkel α zwischen U und P heißt Eingriffwinkel. Die radial gerichtete Seitenkraft $U \cdot \operatorname{tg} \alpha$ ist um so größer, je größer α ist, je mehr also die Richtung des Zahndrucks von der Tangente am Wälzkreise im Wälzpunkte O abweicht. $U \cdot \operatorname{tg} \alpha$ sucht die Zahnradwellen auseinander zu drücken; auf eine möglichst starre und unmittelbare Verbindung der Lagerstellen, Abb. 1835, im Gegensatz zu der unrichtigen Ausführung, Abb. 1836 oder auf eine gute Stützung oder Führung der Zahnstange, Abb. 1837, ist daher Wert zu legen.

Der Einfluß der Reibung auf Richtung und Größe des Zahndrucks ist kurz am Schluß des Abschnittes über die Abnutzung der Zähne, S. 1059, behandelt.

Auch über das bei der Bewegung der Zahnräder auftretende Gleiten der Zahnflanken gibt die Eingrifflinie Aufschluß. In Abb. 1833 kommt die Spitze a_1 des einen Zahnes in A zum Eingriff mit dem Punkte a_2 der Gegenflanke, der nach den früheren Ausführungen als Schnitt dieser Flanke mit dem Kreise durch A um den Mittelpunkt des zweiten Rades gefunden wird. Um die Differenz $\widehat{Oa_1} - \widehat{Oa_2}$ müssen die Kopf flanken des Rades 1 an den Füßen des Rades 2 gleiten. Entsprechend arbeitet die Kopf flanke Ob_2 des Rades 2 unter Gleiten um $\widehat{Ob_2} - \widehat{Ob_1}$ nur am Teil Ob_1 des Gegenzahnfußes. Die Kopf flanken gleiten also durchweg auf kürzeren Strecken an den Füßen und nutzen die Zähne dort stärker ab. Allmählich tritt so eine Änderung der Zahnform durch den Betrieb ein, über die sich Näheres bei den einzelnen Verzahnungsarten findet. Die Länge der Gleitstrecken hängt von den Zahnzahlen der Räder, von der Form und der Lage der Eingrifflinie ab. Starkes Gleiten bedingt größere Erwärmung, stärkere Abnutzung und schlechteren Wirkungsgrad des Getriebes. Denn die für den letzteren maßgebende Reibungsarbeit A_r ist in dem Falle, daß die Flanken ungeschmiert, also trocken, aufeinander arbeiten, durch das Produkt aus dem im allgemeinen veränderlichen Zahndruck P , der Reibungszahl μ und der Strecke, auf welcher das Gleiten statthat, gegeben:

$$A_r = P \cdot \mu (\widehat{Oa_1} - \widehat{Oa_2} + \widehat{Ob_2} - \widehat{Ob_1}) = P \cdot \mu (a_1 Ob_2 - a_2 Ob_1), \quad (531)$$

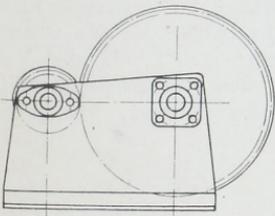


Abb. 1835. Unmittelbare Aufnahme des Radialdrucks an Zahngetrieben.

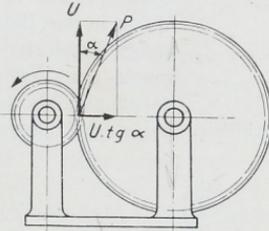


Abb. 1836. Unzweckmäßige Aufnahme des Radialdrucks an Zahngetrieben.

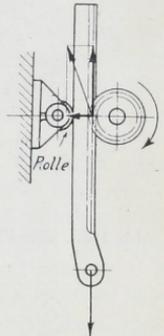


Abb. 1837. Aufnahme des Radialdrucks an einer Zahnstange.

wächst also unter sonst gleichen Verhältnissen mit größeren Gleitstrecken. Der Wirkungsgrad η ist aus der übertragenen Nutzarbeit A , d. h. dem Produkt aus der Umfangskraft U und der Eingrifflänge $\widehat{COD} = \varepsilon \cdot t$ zu bestimmen. Er folgt aus:

$$\eta = \frac{A}{A + A_r} \approx 1 - \frac{A_r}{A} = 1 - \frac{P \cdot \mu (a_1 Ob_2 - a_2 Ob_1)}{U \cdot \widehat{COD}} = 1 - \frac{\mu (a_1 Ob_2 - a_2 Ob_1)}{\varepsilon \cdot t \cdot \cos \alpha}, \quad (532)$$

kann also an Hand der Zeichnung ermittelt werden. μ liegt zwischen 0,20 und 0,25 bei neuen und trocken gehenden und beträgt etwa 0,15 bei gut gefetteten Rädern. Bei der Ableitung der Formel ist vorausgesetzt, daß die Kraftübertragung nur durch das betrachtete Zahnpaar stattfindet.

Nach Versuchen kann der Wirkungsgrad im Mittel bei bearbeiteten Zähnen zu 0,94 bis 0,98, unter sehr sorgfältiger Schmierung sogar 0,99, bei unbearbeiteten zu 0,90 bis 0,95 angenommen werden. Die oberen Werte gelten für gut geschmierte Triebe.

An einem Räderpaar mit Winkelzähnen fand Rikli [XXV, 5] bestätigt, daß die Verluste durch die Zahnreibung allein verhältnismäßig dem Zahndruck und der Umfangsgeschwindigkeit sind. Sie bilden also stets einen bestimmten und unveränderlichen Teil der übertragenen Leistung, so daß der Wirkungsgrad unabhängig von den beiden erwähnten Größen, für einen bestimmten Zahntrieb also stets gleich ist.

Die Eingrifflinie kann an sich eine beliebige Form $A''AOB$, Abb. 1838, haben. Die tisch ausführbare Zahnflanken liefert aber nur der Teil AOB , der durch die Berührungspunkte der tangierenden Kreise um M_0 und M_1 eingegrenzt wird. Punkt A für

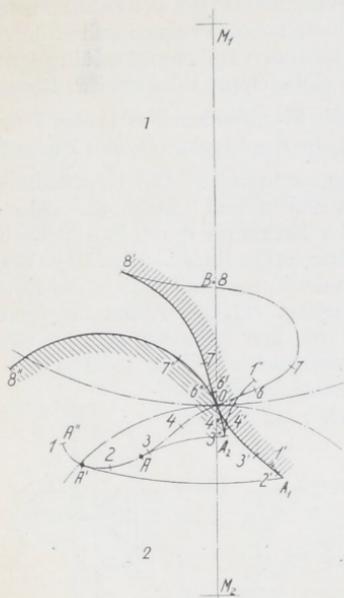


Abb. 1838. Zur Form der Eingriffslinie.

Spitze A_2 , die Punkte auf $AA'A''$ zu der nicht ausführbaren Flanke $A_2 I''$ am Rade 2. In ähnlicher Weise tritt an der Flanke des Rades 1 Spitzenbildung in A_1 ein, dem Berührungspunkte A' des Kreises um M_1 entsprechend. Daß die Grenze der Eingriffsmöglichkeit in dem auf der Mittenlinie gelegenen Punkte B gegeben ist, geht aus Abb. 1839 hervor, wo die Stellungen 1 bis 8 die Zähne in acht aufeinander folgenden, um gleiche Drehwinkel verschiedenen Lagen wiedergeben. In Stellung 1 und 2 steht der nur theoretisch mögliche zweite Ast $A_2 I''$ der Zahnflanke des unteren Rades, Abb. 1838, im Eingriff. Praktisch ist, wie die Abbildungen erkennen lassen, der gegenseitige Antrieb der Räder noch nicht eingetreten. In den Lagen 3 bis 7 treibt der untere Zahn den oberen in normaler Weise an, in Stellung 8 fällt die Normale im Berührungspunkt in die Mittenlinie, eine Kraftübertragung ist also nicht mehr möglich. Bei der weiteren Drehung des unteren Zahnes in die Lagen 9 und 10 tritt zwar noch eine Bewegung des oberen ein; da aber die Normalen in den Berührungspunkten der Zahnflanke nicht mehr durch den Wälzpunkt gehen, ist das Grundgesetz der Verzahnung nicht erfüllt und keine Verhältnismeinheit zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der beiden Räder mehr vorhanden. Aber schon

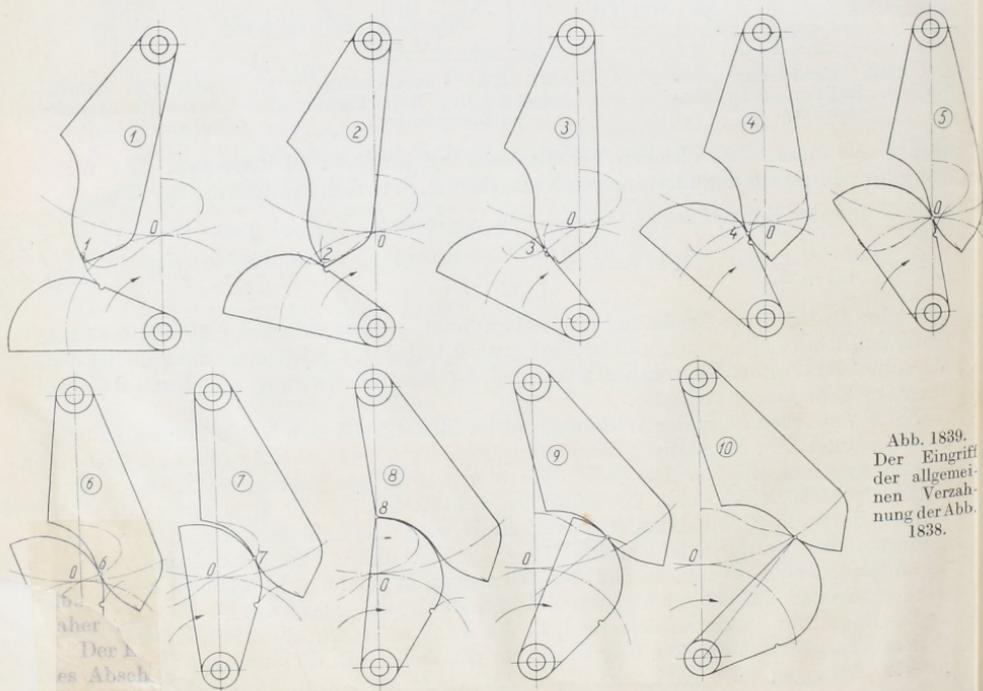


Abb. 1839.
Der Eingriff
der allgemeinen
Verzahnung
der Abb.
1838.

die Strecke $\bar{7}$ bis $\bar{8}$ der Eingrifflinie ist wegen der ungünstigen Kraft- und Gleitverhältnisse wenig wertvoll.

Bei spielfreiem Gang und beim Lauf des Getriebes in entgegengesetzter Richtung gibt, symmetrische Gestaltung der Zahnflanken vorausgesetzt, das Spiegelbild der Eingrifflinie zur Mittellinie der Verzahnung die Lage der Berührungspunkte des anderen Flankenpaares wieder, vgl. Abb. 1860.

Wenn unter Beachtung der eben besprochenen Bedingung die Eingrifflinie oder die Form eines Zahnes beliebig gewählt werden darf, so beschränkt sich die Praxis bei der Ausführung neuer Verzahnungen meist auf die Verwendung zyklischer Kurven für die Zahnflanken. Denn an ihnen ist die Ermittlung der Normalen einfach; die Eingrifflinien werden Kreisbögen und Geraden; die Zahnformen lassen sich auf Maschinen selbsttätig genau herstellen. Je einfacher die Eingrifflinien sind, um so leichter ist die Herstellung der zugehörigen Werkzeuge und die Ausführung der Verzahnungen.

C. Die zyklischen Kurven.

Die zyklischen Kurven, nach Reuleaux auch Radlinien genannt, entstehen durch Rollen von Kreisen aufeinander. Je nachdem der Punkt, der die Kurve erzeugt, auf dem Umfang des rollenden Kreises selbst, innerhalb oder außerhalb seiner Fläche liegt oder durch eine Verkürzung oder eine Verlängerung des Kreishalbmessers zu erreichen ist, spricht man von gemeinen, verkürzten oder verlängerten Radlinien. Man unterscheidet die folgenden fünf Arten.

1. Die Evolvente oder Fadenlinie, Abb. 1840. Sie entsteht beim Abwickeln eines Fadens von einem Zylinder oder beim Abrollen einer Geraden L , das ist eines Kreises von unendlich großem Halbmesser, auf dem Umfang eines Kreises, des Grundkreises G . Zu ihrer Aufzeichnung trägt man auf dem Umfange von G und auf L , vom Berührungspunkte beider O ausgehend, eine Anzahl gleicher Teile ab und erhält so die Punkte $1 \dots 8$ und $1' \dots 8'$. Schlägt man nun z. B. mit $4'O$ um 4 und mit $4'4'$ um O Kreisbögen, so liegt ihr Schnittpunkt $4''$ auf der gesuchten Fadenlinie. Als Einhüllende findet man die Kurve, wenn man sich auf das Schlagen der Kreisbogen mit den Halbmessern $01'$, $02'$, $03'$, ... um $1, 2, 3 \dots$ beschränkt. Die Gerade $44''$ ist die Normale, Punkt 4 der Krümmungsmittelpunkt für $4''$. Die Fadenlinie ist eine zur Geraden MO symmetrische Doppelspirale, deren Äste durch Rollen der Erzeugenden nach rechts und links von O aus entstehen.

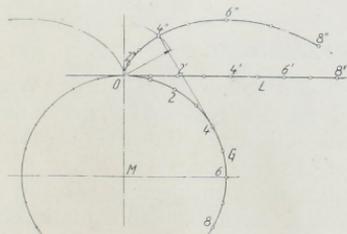


Abb. 1840. Konstruktion der gemeinen Evolvente oder Fadenlinie.

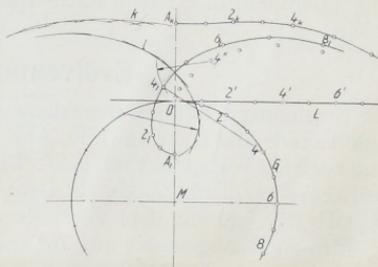


Abb. 1841. Verlängerte und verkürzte Form der Fadenlinie.

Verlängerte und verkürzte Formen h und k zeigt die Abb. 1841. Sollen dieselben punktweise ermittelt werden, so sucht man zunächst nach Abb. 1841 die Lagen, die der Punkt O beim Abwickeln einnimmt, z. B. $4''$ und schlägt mit OA_1 um $4''$ und mit $4'A_1$ um 4 Kreisbögen. Ihr Schnittpunkt gibt Punkt 4_1 der verlängerten Fadenlinie. Als Einhüllende findet man die Kurve, wenn, wie in der linken Hälfte der Abbildung gezeigt, Kreisbögen mit den Entfernungen $1'A_1$, $2'A_1$, $3'A_1 \dots$ um die Teilpunkte des Grundkreisumfangs $1, 2, 3 \dots$ geschlagen werden.

2. Epizykloiden oder Aufradlinien, Abb. 1842, erhält man durch Abrollen eines Kreises auf dem Umfange G eines andern. Zur Ermittlung einzelner Punkte, z. B. von $4''$ schlägt man nach Auftragen einer Anzahl gleicher Teilstrecken von O aus auf den beiden Umfängen mit $4'O$ um 4 und mit $44'$ um O Kreisbögen, deren Schnittpunkt $4''$ ist.

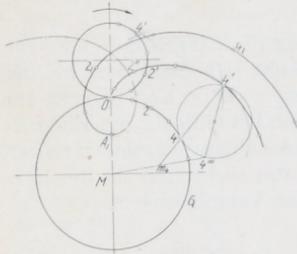


Abb. 1842. Aufradlinien.
(Gemeine und verlängerte Form.)

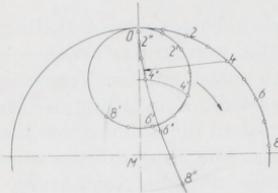


Abb. 1843. Inradlinie.

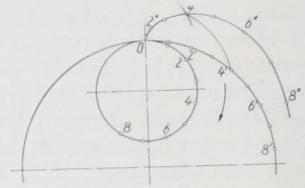


Abb. 1844. Umradlinie.

Die Gerade $44''$ ist wiederum die Normale. Der auf ihr liegende Krümmungsmittelpunkt m_1 wird durch Verbinden des Gegenpunktes $4'''$ zu $4''$ auf dem Rollkreise mit dem Mittelpunkt M des Kreises G gefunden. Eine verlängerte Aufradlinie zeigt die gleiche Abbildung.

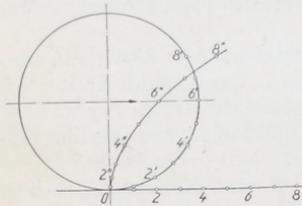


Abb. 1845. Radlinie.

3. Hypozykloiden oder Inradlinien, Abb. 1843, werden beim Abrollen eines Kreises in einem anderen beschrieben und auf ganz entsprechende Weise wie die vorigen erhalten. Auch den Umstand, daß zusammengehörige Punkte des rollenden Kreises und der Radlinie, also z. B. $4'$ und $4''$ auf einem Kreise um den Mittelpunkt M des ruhenden liegen müssen, kann man zum Aufsuchen der Kurven benutzen.

4. Perizykloiden oder Umradlinien entstehen, wenn ein Kreis längs seines inneren Umfanges um einen feststehenden kleineren, Abb. 1844, rollt.

5. Orthozykloiden oder Radlinien schlechthin werden beim Rollen eines Kreises auf einer Geraden, d. i. einem Kreis von unendlich großem Halbmesser, Abb. 1845, beschrieben.

D. Evolventenaußenverzahnung.

Zur Erzeugung der Zahnformen dient eine gegen die Mittellinie M_1M_2 um den Winkel β geneigte Gerade, die Erzeugende, Abb. 1846, die durch den Teilpunkt O , der in der Abbildung zugleich Wälzpunkt ist, geht. Die Erzeugende rollt man auf den sie berührenden Grundkreisen G_1 und G_2 ab. In Deutschland war bisher üblich, $\beta = 75^\circ$ zu nehmen. Durch DIN 867 ist, wie dem Verfasser im Augenblick der Drucklegung bekannt wird, β für Stirn- und Kegelräder auf 70° festgelegt worden. In Abb. 1846 sowie in einigen folgenden ist noch $\beta = 75^\circ$ benutzt, wobei die Grundkreishalbmesser:

$$R_{g_1} = R \cdot \sin \beta, \tag{533}$$

$$R_{g_2} = R_1 \sin 75^\circ = 0,966 R_1 \quad \text{und} \quad R_{g_2} = 0,966 R_2$$

werden, wenn R_1 und R_2 die Teilkreishalbmesser sind. $\beta = 70^\circ$ bedingt Grundkreishalbmesser:

$$R_{g_1} = 0,940 R.$$

Eine zur Mittellinie senkrechte Erzeugende ($\beta = 90^\circ$) würde nur die Begrenzung der Zahnköpfe liefern.

Zur Aufzeichnung der Flanken bestimmt man die Berührungspunkte F_1 und F_2 der Erzeugenden mit den Grundkreisen als Fußpunkte der Lote M_1F_1 und M_2F_2 , trägt von

F_1 und F_2 aus auf der Erzeugenden und auf den Grundkreisen gleiche Teile ab und konstruiert nach Abb. 1840 die beiden Fadenlinien. So wird z. B. Punkt V am Rade 2, Abb. 1847, gefunden als Schnittpunkt der Kreisbögen mit F_2 , $5'$ um s und mit $55'$ um F_2 .

Die Zahnflanken erhält man durch abwechselndes Auftragen der Zahnstärken s und der Lückenweiten w auf den Teilkreisen — dabei zweckmäßigerweise vom Wälzpunkt O beginnend — und durch Übertragen der Evolventen an Hand von Pauspapierstreifen, die sich um M_2 bzw. M_1 drehen. Die einzelnen Punkte werden am einfachsten mit

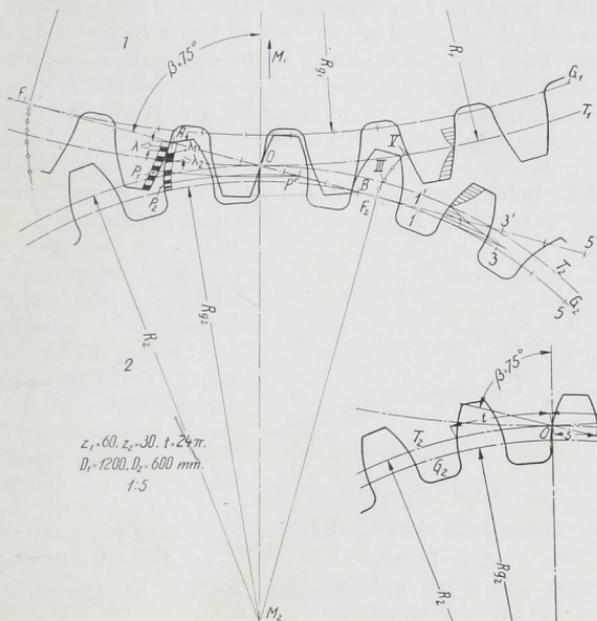


Abb. 1846. Evolventenverzahnung.

$z_1 = 60, z_2 = 30, t = 24\pi$
 $D_1 = 1200, D_2 = 600 \text{ mm}$
 $t = s$

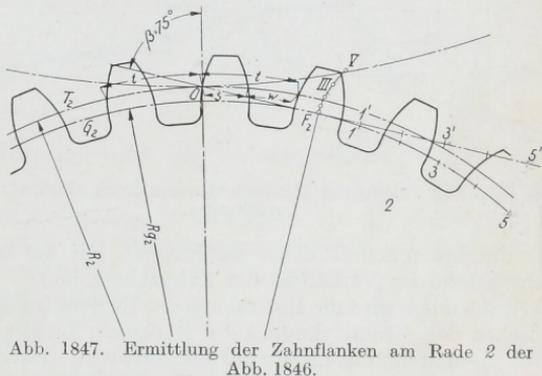


Abb. 1847. Ermittlung der Zahnflanken am Rade 2 der Abb. 1846.

einer Nadel durchgestochen. Außen sind die Zähne durch die Kopf-, an der Sohle durch die Fußkreise begrenzt. Dabei liegen die letzteren bei einer Fußhöhe von 1,17 m an Rädern mit weniger als 68 Zähnen innerhalb der Grundkreise. Die Füße werden in dem Falle durch radiale Verlängerungen der Evolvente gebildet und durch geeignete Abrundungen, die den Übergang zum Fußkreis vermitteln, möglichst kräftig gehalten, soweit nicht bei 30 und weniger Zähnen auf Unterschneidungen durch die Kopfbahn des Gegenzahnes wie weiter unten des näheren untersucht ist, Rücksicht genommen werden muß.

Der Eingriff erfolgt auf der Erzeugenden. Die Eingriffslinie ist also eine Gerade, auf der die Eingriffstrecke AB , Abb. 1846 und 1848, durch die Kopfkreise der beiden Räder abgegrenzt wird. Der Beweis folgt z. B. für den Punkt L aus Abb. 1848, wenn man sich die Zahnflanke JLN durch Abwickeln der Geraden F_2OL auf dem Grundkreise G_2 entstanden denkt. Denn die Normale zur Zahnkurve in L ist durch die Verbindungslinie von L mit dem Berührungspunkte F_2 gegeben; da sie durch den Wälzpunkt O geht, so muß nach dem Grundgesetz der Verzahnung auch der Eingriff in der gezeichneten Lage in L stattfinden.

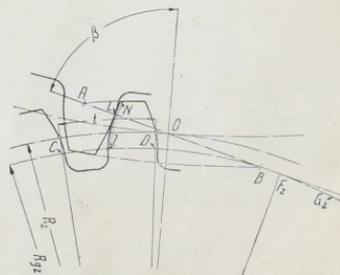


Abb. 1848. Zum Beweis, daß AOB die Eingriffslinie ist.

Der Zahndruck P hat ständig dieselbe Richtung und Größe:

$$P = \frac{U}{\sin \beta}, \quad (534)$$

ist also stets gleich, wenn das Drehmoment unverändert bleibt.

Da die Stücke der Eingriffslinie rechts und links von der Mittellinie kongruent sind, folgt, daß alle Evolventenräder, die dieselbe Teilung haben und deren Kopf- und Fußhöhen zueinander passen, Satzräder sind. Im neuen Zustande besitzen sie ferner die praktisch wichtige Eigenschaft, daß der Achsabstand, der nach Abb. 1846 normalerweise $a = R_1 + R_2$ ist, verändert werden kann, so lange nur der Überdeckungsgrad größer als Eins bleibt. Geringe Änderungen der Entfernung der Lagermitten beim Zusammenbau neuer Räder oder beim Zusammenstecken der Wechslerräder an Werkzeugmaschinen sind also unbedenklich. Beim Auseinanderrücken bekommt die Eingriffstrecke eine steilere Lage und geringere Länge, das Flankenspiel nimmt um etwa den halben

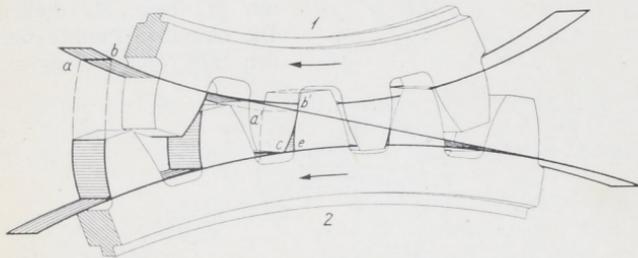


Abb. 1849. Entstehung der Evolventenflanken durch Abwickeln des Eingriffbandes.

Betrag der Abrückung zu; aber die durch Abwickeln der Erzeugenden von den Grundkreisen entstehenden Flanken bleiben dieselben. Und während bei der normalen Stellung der Räder die Teilzylinder aufeinander abrollen, bilden sich bei anderem Achsabstand neue, aufeinander rollende Wälzylinder, deren Wälz-

linie durch den Schnitt der neuen Eingriff- mit der Mittellinie gegeben ist oder die den Achsabstand im Verhältnis der Zahnzahlen teilt.

Anschaulich wird die Entstehung der Evolventenzähne, wenn man sich nach Abb. 1849 zwischen den Grundzylindern der Räder ein Band gespannt denkt, das von dem einen Rade ab- und auf das andere aufgewickelt wird. Die geraden Linien ab und $a'b'$ erzeugen bei diesem Vorgange gleichzeitig die kräftig ausgezogenen Zahnflanken beider Räder. So hat z. B. die Linie $a'b'$ in der dargestellten Lage das Flankenstück eb' beim Abwickeln des Bandes vom Grundzylinder des Rades 2, gleichzeitig aber das Stück cb' des Zahnes am Rade 1 während des Aufwickelns des Bandes auf dem Grundzylinder 1 erzeugt. Die beiden Zähne stehen längs der Linie $a'b'$ im Eingriff. Die Flanken des links davon gelegenen Zahnpaares sind schon fertig gestaltet. Das Band bildet die Eingrifffläche der Zähne.

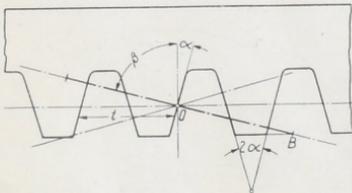


Abb. 1850. Evolventenzahnstange.

Auch hüllen die Flanken des einen Rades die Gegenflanken ein, wenn die Teilzylinder zweier zusammenarbeitender Räder aufeinander abrollen, eine Tatsache, von der man bei manchen Bearbeitungsverfahren Gebrauch macht.

Der Überdeckungsgrad ε ist gleich dem Verhältnis der Eingrifflänge zur Teilung. Einfacher ist, die Teilung t nach Abb. 1848 durch Ziehen von Halbmessern auf den Grundkreis G_2 zurückzuführen und den so erhaltenen Bogen CD mit der Eingriffstrecke AB zu vergleichen. Rechnerisch ergibt sich daraus:

$$\varepsilon = \frac{AB}{CD} = \frac{AB}{t \cdot \frac{R_2}{R_2}} = \frac{AB}{t} \cdot \frac{R_2}{R_2} = \frac{AB}{t \sin \beta}.$$

(525)

Im Falle von Abb. 1846 und 1848 ist $\varepsilon = 2,09$.

Ist z_1 kleiner als vorstehend berechnet, so kommt der Endpunkt B der Eingriffstrecke innerhalb von F_2O zu liegen, weil mit z_1 auch der Kopfkreis halbmesser abnimmt, so daß die allgemeine Bedingung für die Vermeidung von Unterschneidungen lautet:

$$z_1 \geq \frac{z_2^2 \cdot \cos^2 \beta - 4}{4 - 2z_2 \cos^2 \beta}$$

die mit $\beta =$

in:

$$\begin{array}{l} 75^\circ \\ 70^\circ \end{array} \quad \begin{array}{l} z_1 \geq \frac{0,067 z_2^2 - 4}{4 - 0,135 z_2} \\ z_1 \geq \frac{0,117 z_2^2 - 4}{4 - 0,234 z_2} \end{array} \quad \begin{array}{l} (536) \\ \end{array}$$

übergeht.

In Abb. 1852 sind zusammengehörige Zahnzahlen z_1 und z_2 als Abszissen und Ordinaten aufgetragen und die Gebiete, innerhalb deren Unterschneidungen auftreten, durch Strichelung hervorgehoben. Insbesondere ergibt sich für gleich große Räder durch Gleichsetzen der beiden Zahnzahlen:

bei $\beta = 75^\circ$: $z_1 = z_2 = 20,9 \sim 21$,

bei $\beta = 70^\circ$: $z_1 = z_2 = 12,3 \sim 12$

als Mindestzahl, wenn keine Unterschneidungen vorkommen sollen. Für die Zahnstange folgt mit $z_1 = \infty$ die Zahnzahl des Geraden $z_2 = 29,6 \approx 30$ bzw. 17,1 aus der Bedingung, daß die Nenner der Brüche in Formel (536) Null sein müssen. Fläche I gibt an, daß Rad 1, Fläche II, daß Rad 2 unterschritten wird. Dort, wo sich die zwei Flächen überdecken,

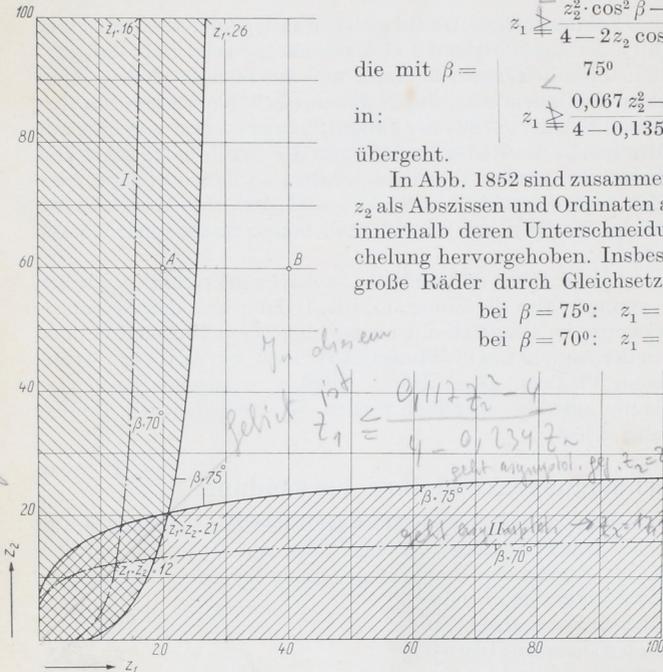


Abb. 1852. Unterschneidungsgebiete außenverzählter Evolventenräder bei $\beta = 75$ und 70° .

weisen beide Räder Unterschneidungen auf. Z. B. sagt Punkt A aus, daß ein Räderpaar von $z_1 = 20$ und $z_2 = 60$ Zähnen bei gewöhnlicher Evolventenverzählung und $\beta = 75^\circ$ noch Unterschneidungen am Rade I zeigt, Punkt B , daß ein solches von 40/60 Zähnen unterschneidfrei ist. Die Unterschneidungen sind um so bedeutender, je größer die Zahnzahl des großen Rades ist, am stärksten also beim Zusammenarbeiten mit der Zahnstange.

Ahnhilfe für den Fall, daß das Getriebe innerhalb der gestrichelten Gebiete der Abb. 1852 liegt, ist auf verschiedene Weise möglich. Die wichtigsten Arten sind im folgenden näher erläutert. *) $0 = \frac{1}{\infty} = \frac{1}{z_1} \geq \frac{4 - 0,234 z_2}{0,117 z_2^2 - 4}$ also $4 - 0,234 z_2 \leq 0$ $z_2 \geq \frac{4}{0,234} = 17,1$

1. Ausbildung der Zahnfüße entsprechend der Kopfbahn.

Wie weit die Zahnspitzen des großen Rades in die Zahnfüße des kleinen einschneiden, ist leicht festzustellen, wenn man die Relativbewegung der Räder verfolgt. Denkt man sich das kleine Rad festgehalten, so beschreibt die Zahnspitze C des größeren, Abb. 1853, beim Abrollen der Wälz-(Teil-)kreise aufeinander eine verlängerte Aufradlinie, die sogenannte Kopfbahn, die nach dem an Abb. 1841 erläuterten Verfahren gefunden wird. Sie bildet eine Schleife, die den Zahnfuß aushöhlt und ihn bei Rädern mit geringen Zahnzahlen in oft beträchtlichem Maße schwächt. Gleichzeitig wird stets ein Teil der Evolvente weggeschnitten, da der Schnittpunkt E der Kopfbahn mit der Zahnflanke außerhalb des Grundkreises liegt, wodurch die Eingriffstrecke auf die Länge

444) Die Konstruktion stimmt auch auf alle Verhältnisse der 1852 476, 481

*) und keine d. falsche Ergebnis hierin
 Konstruktion stimmt mit dem

schränkt wird, weil nur noch das entsprechende Stück der Evolvente am Rade 2 vorhanden ist. Eine erhebliche Verminderung des Überdeckungsgrades $\varepsilon = \frac{AG}{t \cdot \sin \beta}$ ist die Folge.

Das ist in Abb. 1854 an einem vierzähligen Rade und einer Zahnstange, deren Spitze S im Begriff steht aus der Höhlung des Fußes auszutreten, besonders deutlich dargestellt. Der Eingriff findet theoretisch in den Punkten E_1 und E_2 statt, von denen aber der zweite auf dem gestrichelt gezeichneten Aste der Evolvente $T E_2$ liegt, der praktisch nicht brauchbar ist, weil er die Zahnstangenflanke von innen her berührt. Da nun die letztere im Punkte E_2 weniger stark gekrümmt ist, als die Evolvente, trifft die Kopfkante der Zahnstange den Gegenzahn außerhalb des Grundkreises im Punkte S , schneidet damit den Teil $S T$ der nutzbaren Zahnflanke weg und beschränkt die Eingriffstrecke auf AG , wobei man G als Schnittpunkt des Kreises durch S mit der Erzeugenden findet. Bei einer Kopfhöhe von m mm und weniger als 15 Zähnen wird der Überdeckungsgrad beim Zusammenarbeiten mit der Zahnstange kleiner als 1,2, bei weniger als 12 Zähnen kleiner als 1,0. Dadurch wird der Eingriff unterbrochen, es sei denn, daß man sich auf die Übertragung der Kraft durch die Kante R und die Zahnspitzen S und S' , Abb. 1854 und 1855, verläßt. Der Eingriff geht dabei zunächst auf den Kreisbogen GH über, auf welchem sich die Kante R bewegt, bis die Zahnspitze S in der Aushöhlung des Zahnfußes zum Anliegen kommt und den Antrieb übernimmt. Dieser Vorgang setzt theoretisch im Scheitel der Kopfbahn, Abb. 1855, ein, und zwar liegt der zugehörige Eingriffspunkt J , Abb. 1854, auf der Mittellinie. Die

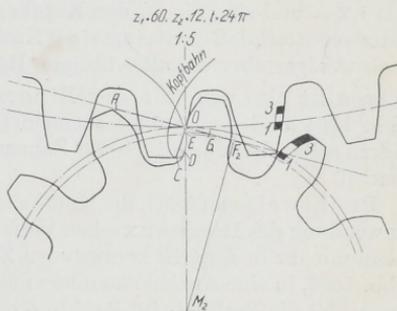


Abb. 1853. Berücksichtigung der Kopfbahn.

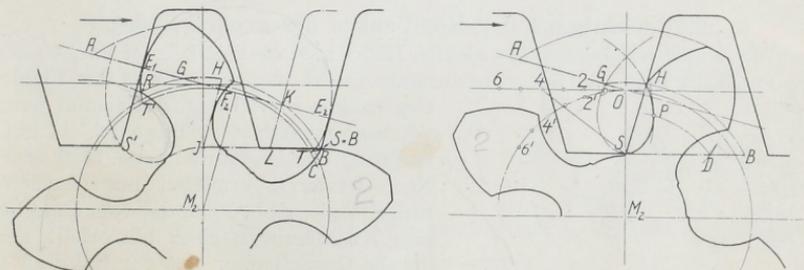


Abb. 1854 und 1855. Unterscheidungen und Eingriffverhältnisse an einem vierzähligen Ritzel im Eingriff mit einer Zahnstange

entsprechende Stellung der Flanke der Zahnstange ist JH ; der Eingriff springt in dieser Lage plötzlich von H nach J über und verläuft weiterhin auf der Bahn der Spitze S , also auf der Geraden JB , während sich die Kante R von der Zahnstange löst. Der Endpunkt B der Eingriffslinie liegt auf dem Kreise GH , wie Abb. 1854 näher zeigt und fällt in dieser Lage mit S zusammen. Allerdings ist inzwischen der nächste Zahn schon auf der Strecke $A E_1$ zum Eingriff gekommen und hat den Antrieb übernommen. In dem Augenblick, wo dieser Zahn in A einzugreifen beginnt, steht die Zahnspitze S in L , einem Punkte, den man leicht findet, wenn man $AK = t \cdot 0,966$ oder $= E_1 E_2$, entsprechend einem Überdeckungsgrad 1 macht und KL parallel zur Zahnstangenflanke zieht. Während der Eingriff die Strecken GH und JL durchläuft, ist die Übertragung der Bewegung von einem Rade auf das andere nicht mehr gleichförmig.

Linien in Abb. 1852, wiederum unter der Voraussetzung der normalen Kopfhöhe von m Millimetern die Unterscheidungsgebiete an. Im Eingriff mit der Zahnstange treten nur bis zum 17zähligen Rade, bei zwei gleichen Rädern erst bei weniger als 12 Zähnen Unterscheidungen auf. Vorteilhaft ist ferner, daß die Abnutzungsverhältnisse günstiger werden, nachteilig dagegen die Abnahme des Überdeckungsgrades und die Zunahme der Drücke auf die Radachsen. Satzräder lassen sich ohne weiteres ausbilden.

Auf eine Verkleinerung des Winkels β läuft auch das Auseinanderrücken der Radmitteln hinaus. Es hat so weit zu erfolgen, bis der Berührungspunkt der Erzeugenden am Grundkreise durch den Kopfkreis des großen Rades geht. Freilich ist damit eine oft beträchtliche Vergrößerung des Flankenspiels verbunden.

4. Verminderung der Kopfhöhe am Großrade.

Man benutzt von der geraden Eingriffslinie in Abb. 1857 nur das Stück F_2A und vermeidet so Unterscheidungen und Störungen. Die dabei verbleibende Kopfhöhe h' ergibt sich, wenn der Kopfkreis des großen Rades durch den Fußpunkt F_2 des Lotes von M_2 auf die Erzeugende gelegt wird oder rechnerisch zu:

$$h' = \overline{F_2M_1} - R_1.$$

Bei Anwendung des Kosinussatzes auf das Dreieck $M_1F_2M_2$ wird:

$$\begin{aligned} \overline{F_2M_1}^2 &= \overline{M_1M_2}^2 + \overline{M_2F_2}^2 - 2 \overline{M_1M_2} \cdot \overline{M_2F_2} \cos(90 - \beta) \\ &= (R_1 + R_2)^2 + R_{g_2}^2 - 2(R_1 + R_2) R_{g_2} \sin \beta. \end{aligned}$$

Mit

$$R_1 = \frac{m \cdot z_1}{2}, \quad R_2 = \frac{m \cdot z_2}{2}, \quad R_{g_2} = \frac{m \cdot z_2}{2} \sin \beta$$

erhält man nach einigen Umformungen:

$$h' = \frac{m}{2} (\sqrt{(z_2^2 + 2z_1z_2) \cos^2 \beta + z_1^2 - z_1}), \quad (537)$$

das für $\beta = 75^\circ$ übergeht in:

$$h' = \frac{m}{2} (\sqrt{0,067(z_2^2 + 2z_1z_2) + z_1^2 - z_1})$$

für $\beta = 70^\circ$ in:

$$h' = \frac{m}{2} (\sqrt{0,117(z_2^2 + 2z_1z_2) + z_1^2 - z_1})$$

z_1 ist die größere der Zahnzahlen.

Die stärksten Verkürzungen sind beim Zusammenarbeiten mit der Zahnstange nötig, für welchen Fall nach Abb. 1870:

$$h'' = \overline{OM_2} \cos^2 \beta = R_2 \cos^2 \beta$$

oder

$$h'' = \frac{m \cdot z_2 \cos^2 \beta}{2} \quad (538)$$

wird. Bei $\beta = 75^\circ$ ist $h'' = 0,0335 m \cdot z_2$, bei $\beta = 70^\circ$ $h'' = 0,0585 m \cdot z_2$.

Beispielweise erhalten Räder, die äußerstenfalls mit einem 60zähligen zusammenarbeiten sollen, bei $\beta = 75^\circ$ Kopfhöhen von $h''_{12} = 0,44 m$ bei 12 Zähnen, $h''_{16} = 0,675 m$ bei 16, $h''_{20} = 0,77 m$ bei 20 Zähnen, während an Rädern von 25 und mehr Zähnen die normalen Kopfhöhen von m Millimetern ausgeführt werden können, da dann nach Abb. 1852 keine Unterscheidungen eintreten. Wenn die erwähnten Räder mit der Zahnstange kämmen sollen, wird:

$$h''_{12} = 0,40 m, \quad h''_{16} = 0,53 m, \quad h''_{20} = 0,67 m.$$

Der Überdeckungsgrad geht dabei auf 1,30 beim 12-, 1,52 beim 16- und auf 1,74 beim 20zähligen Rade zurück. ist aber durchweg günstiger als bei Rädern mit Unterschnei-

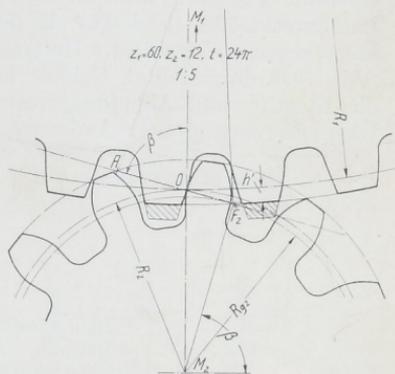


Abb. 1857. Kürzung der Zahnköpfe des großen Rades.

dungen nach Art 1. Die kleinste noch ausführbare Zahnsumme eines Getriebes beträgt 24, wobei der Überdeckungsgrad auf $\varepsilon = 1,02$ sinkt und das Ritzel nicht weniger als 8 Zähne haben darf.

Bei $\beta = 70^\circ$ beschränken sich die Unterschneidungen auf Räder mit weniger als 17 Zähnen; die Kopfhöhen betragen im Eingriff mit der Zahnstange beim 12zähligen 0,70 m , beim 10zähligen 0,58 m .

Räder mit derartig verkürzten Zähnen können als Satzräder Verwendung finden, wobei nochmals betont sei, daß die Zahnfüße beider Räder unverändert bleiben und nur die Zähne des großen Rades eine unnormale Gesamthöhe bekommen.

5. AEG-Verzahnung nach Lasche [XXV, 6].

Lasche vermindert die Kopfhöhe der Zähne des großen Rades auf 0,5 m , vergrößert aber gleichzeitig deren Fußhöhe auf 1,7 m , so daß wieder die normale Zahnhöhe von 2,2 m erreicht wird, Abb. 1858. Das kleinere Rad erhält 1,5 m als Kopf-, 0,7 m als Fußhöhe, damit normales Kopfspiel von 0,2 m entsteht. Die Zahnstärke des kleinen Rades wird bei spielfreiem Lauf zweckmäßig gleich 0,6 t , die des großen gleich 0,4 t , im Teilkreis gemessen, gewählt. Unterschneidungen sind auf die in Abb. 1859 dargestellten Gebiete beschränkt, außerdem werden die Eingriff- und Abnutzungsverhältnisse günstiger, sowie die Überdeckungen größer. Andererseits muß aber die Möglichkeit, die Räder als Satzräder beliebig untereinander zu verwenden, aufgegeben werden, weil nur ein Rad mit geringer mit einem von großer Kopfhöhe zusammenarbeiten kann. Die Eingriffverhältnisse sind an Abb. 1858 verdeutlicht. Zieht man zum Vergleich das Radpaar in Abb. 1853 mit denselben

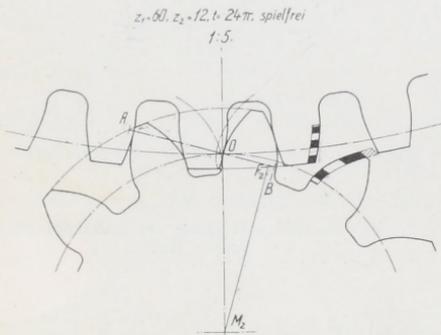


Abb. 1858. AEG-(Lasche-)Verzahnung.

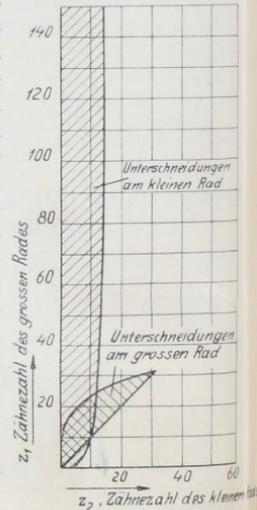


Abb. 1859. Unterschneidungsgebiete bei der AEG-Verzahnung.

Zahnzahlen, aber gewöhnlicher Evolventenverzahnung heran, so fällt auf, daß bedeutend größere Strecken der Zahnflanken zum Eingriff kommen. Demzufolge wird die Abnutzung geringer sein und die Evolventenform langsamer verschwinden. Die Unterschneidung am kleinen Rad ist bei $12/60$ Zähnen unbedeutend und kann unberücksichtigt bleiben.

Von weiteren Bestrebungen, die Unterschneidungen an Evolventenzahnradern zu vermeiden, sind namentlich die folgenden zu nennen. Hoppe [vgl. XXV, 7] benutzte schon seit 1873 den Umstand, daß für die Ausbildung der Evolventenzahnformen allein die Grundkreise maßgebend sind, auf denen die Erzeugenden abgewickelt werden, daß dagegen die Teilkreise entbehrt werden können. Er bezog auch die Teilung bei allen Rädern auf die Grundkreise. Das ist zunächst befremdend, aber deshalb zulässig, weil auch an einem Räderpaar der bisher beschriebenen Art gleich große Teilungen $t' = t \cdot \sin \beta$ auf den Grundkreisen entstehen, da die Grundkreishalbmesser den Teilkreishalbmessern verhältnisgleich sind, weil $\frac{R'_1}{R_1} = \frac{R'_2}{R_2} = \sin \beta$ ist. Benutzt man die Grundkreise zum Auftragen der Modulteilung t , so fällt naturgemäß die Teilung auf den Wälzkreisen größer

aus und wird $\frac{t}{\sin \beta}$, so daß derartige Räder mit den gewöhnlichen Evolventenrädern nicht zusammenarbeiten können.

Den Achsabstand zweier miteinander kämmender Räder wählt Hoppe nach Listen so groß, daß keine Störungen eintreten. In neuerer Zeit haben Maag [XXV, 8] (ohne nähere Angaben der Grundlagen) und namentlich Fölmer [XXV, 9], Schiebel [XXV, 1] und Kutzbach [XXV, 4] wichtige Beiträge zur Frage der unterschneidungsfreien Evolventenverzahnung geliefert.

6. Ermittlung der Verzahnung an Hand des Profilbildes und des Bezugsprofils.

Der Deutsche Normenausschuß ging bei der Normung der Zahnräder (XXV, 3) im Anschluß an Fölmer von der Bearbeitung der Zahnflanken nach dem Wälzverfahren aus, bei dem die Tatsache zur Bearbeitung der Zähne benutzt wird, daß die Flanken des einen Rades eines Getriebes die Flanken des anderen einhüllen, während die Teilrisse aufeinander abrollen, Werkzeug und Rad also wie ein Zahngetriebe miteinander kämmen, wie z. B. Abb. 1885 verdeutlicht und auf S. 1062 des näheren beschrieben ist. Das Werkzeug wird so eingestellt, daß geringfügige oder gar keine Unterschneidungen entstehen und die Mindestentfernung der erzeugten Räder beim Betriebe aus der Bedingung bestimmt, daß die Zähne spielfrei kämmen.

Alle Evolventenräder kann man sich durch Zahnstangen erzeugt denken, die infolge ihrer geradlinigen Flanken, Abb. 1850, die Herstellung der Werkzeuge erleichtern. Abb. 1860 zeigt die Entstehung zweier Stirnräder mit 30 und 40 Zähnen an Hand des Zahnstangenprofilbildes, Abb. 1861. Seine Flanken weisen einen Flankenwinkel $2\alpha = 30^\circ$ auf, entsprechend einem Neigungswinkel der Erzeugenden, $\beta = 75^\circ$ ($\alpha = 90^\circ - \beta$). Durch DIN 867 ist, wie Verfasser erst bei der Drucklegung erfuhr, der Flankenwinkel auf $2\alpha = 40^\circ$ vergrößert worden. Innerhalb der gemeinsamen Zahnhöhe $h + f = 2m$ Millimeter, symmetrisch zur Profilmittellinie O_1O_2 sind sie geradlinig. Die Schneidkanten zur Bearbeitung der Lückensohlen und Erzeugung des nötigen Kopfspiels überragen diese geraden Flanken um $0,1m$ bis $0,3m$ und werden durch Abrundungen, die in den Endpunkten der Flanken ansetzen sollen, in dieselben übergeführt. Die Form der Rundung hängt ebenfalls vom Herstellverfahren ab. In Abb. 1861 ist $0,2m$ benutzt. Längs der Mittellinie O_1O_2 ist die Zahnstärke gleich der Lückenweite $= \frac{t}{2}$, so daß ein und dasselbe Werkzeug zum Bearbeiten beider Räder dienen kann. Ihre Teilkreise — in Abb. 1860 rechts oben ist das 30zählige Rad I, links unten das 40zählige II dargestellt —, berühren die Mittellinie O_1O_2 und daher auch sich selbst im Wälzpunkte O . Beim Abwälzen des Zahnstangenprofils höhlen nun die Werkzeugzähne die Zahnlücken aus und prägen dabei den entstehenden Rädern die Teilung t längs der Teilkreise, sowie das Eingriffliniensystem $ABC A' B' DA$, Abb. 1861 auf, insbesondere die Eingriffgeraden AB und $A' B'$, auf welchen die Kopfkreise der Eingriffstrecken abgrenzen. Die Räder sind Satzräder und kämmen bei einem Achsabstande gleich der Summe der Teilkreishalbmesser $a = R_1 + R_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot m$ ohne weiteres richtig und spielfrei miteinander. Soweit die Flanken durch die geraden Schneidkanten des Werkzeuges hergestellt werden, erhalten sie genaue Evolventenform. Man findet dieselbe durch Ab-

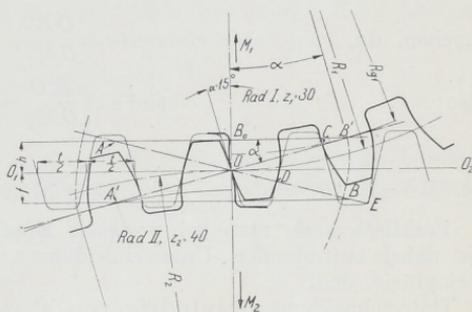


Abb. 1860. Entstehung zweier Räder auf Grund des Zahnstangenprofilbildes mit $2\alpha = 30^\circ$ Flankenwinkel.

wickeln der Erzeugenden $A'B'$ auf den beiden Grundkreisen, wie in Abb. 1860 gestrichelt eingetragen ist. Die Gestalt der Zähne beider Räder ergibt sich schließlich, wenn man diese Evolventen mittels Pauspapierstreifen, die sich um M_1 und M_2 drehen, so in das Profilbild einzeichnet, daß sie durch die Schnittpunkte mit den Eingriffslinien, z. B. am Rade I durch die Punkte O, C, D und E gehen.

Unter Bezugprofil versteht man bei der Herstellung von Stirnrädern das Zahnstangenprofil, z. B. nach Abb. 1850, dem das Bearbeitungswerkzeug entspricht. An einem Getriebe bilden zwei Bezugprofile, deren Flanken sich decken, das oben erläuterte Profilbild der Verzahnung, Abb. 1861.

Die mit einem Fräser gleichen Bezugprofils hergestellten Zahnräder bleiben unterschneidungsfrei, so lange die Parallelen zu O_1O_2 im Abstände von m Millimetern die Eingriffslinie innerhalb der Berührungspunkte der Grundkreise treffen. Räder, bei denen diese Bedingung gerade erfüllt ist, wie es für Rad I in Abb. 1860 zutrifft, heißen Grenzzahnräder. Ihre Zahnzahl, die Grenzzahnzahl ist durch:

$$z_0 = \frac{2}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \beta} \quad (539)$$

gegeben, da $\sin \alpha$ einerseits $= \frac{OB'}{OM_1}$, andererseits $= \frac{B_0O}{OB'}$,

$$\text{also:} \quad \sin^2 \alpha = \frac{B_0O}{OM_1} = \frac{m}{R_1} = \frac{m}{z_0 \cdot m} = \frac{2}{z_0}$$

ist. Bei $\alpha = 15^\circ$ wird $z_0 = \frac{2}{\sin^2 15^\circ} = \text{rund } 30$, bei $\alpha = 20^\circ$ rund 17.

Praktisch kann man bei normaler Kopfhöhe auf $z_{\text{min}} = 25$ bzw. 14 gehen, weil die dabei auftretenden Unterschneidungen noch geringfügig sind.

Unterschneidungen bei niedrigeren Zahnzahlen lassen sich auf verschiedene Weise vermeiden.

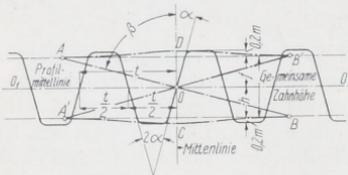


Abb. 1861. Zahnstangenprofilbild.

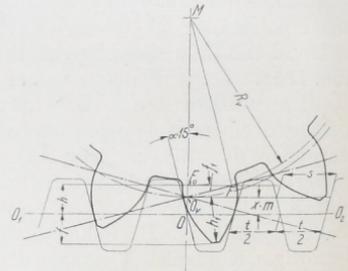


Abb. 1862. Erzeugung eines V-Rades.
 $z = 12, t = 24,7. M. 1:5.$

- a) Unter Benutzung desselben Werkzeuges, also auf Grund des gleichen Bezugprofils, durch Profilverschiebung (korrigierte Zahnräder.)

Ordnet man den Teilkreis des zu verzahnenden Stirnrades näher der Kopflinie des Bezugprofils, Abb. 1862, an, verschiebt also bei der Bearbeitung das Werkzeug gegenüber der normalen Lage nach außen, so entsteht ein sogenanntes V-Rad (sprich Vaurad), im Gegensatz zu den im vorigen Abschnitte besprochenen Nullrädern, bei denen sich während der Erzeugung die Teilrisse des Bezugprofils und des Rades berühren, die Verschiebung also Null ist. Das V-Rad erhält die gleiche Teilung und hat das gleiche Eingriffsliniensystem wie das Bezugprofil. Es bekommt aber, auf dem Erzeugungsteilkreis gemessen, verschiedene große Zahnstärke und Lückenweite, sowie andere Kopf- und Fußhöhen h_1 und f_1 und hat eine andere Grenzzahnzahl z_v . Ist der Teilpunkt O_v gegenüber der Mittellinie O_1O_2 um die Strecke $\overline{OO_v}$ verschoben, die, in Teilen des Moduls ausgedrückt,

gleich $x \cdot m$ gesetzt sei, so ergibt sich auf Grund der Ähnlichkeit der Dreiecke $OB'M_1$ der Abb. 1860 und O_vFM der Abb. 1862:

$$\frac{OB_0}{O_vF_0} = \frac{R_1}{R_v} \quad \text{oder} \quad \frac{h}{h - xm} = \frac{\frac{z_0 \cdot m}{2}}{\frac{z_v \cdot m}{2}}; \quad v = x \cdot m = h \cdot \frac{z_0 - z_v}{z_0} \quad (540)$$

und bei einem Flankenwinkel $2\alpha = 30^\circ$ oder $z_0 = 30$, sowie $h = m$ Millimeter:

$$\left. \begin{aligned} x \cdot m &= \frac{z_0 - z_v}{z_0} \cdot m = \frac{30 - z_v}{30} \cdot m, \\ \text{bei } 2\alpha = 40^\circ \text{ mit } z_0 = 17: \quad x \cdot m &= \frac{17 - z_v}{17} \cdot m. \end{aligned} \right\} \quad (540a)$$

Dabei wird die Zahnstärke s , auf dem Erzeugungsteilkreis gemessen, gleich der Lückenweite des Bezugsprofils im Abstände $x \cdot m$ von der Mittellinie:

$$s = \frac{t}{2} + 2x \cdot m \cdot \text{tg } \alpha. \quad (541)$$

Will man die Unterscheidungen an dem 25- bzw. 14zähligen Rade in Kauf nehmen, so kann man sich mit Verschiebungen:

$$v' = x' \cdot m = \frac{25 - z_v}{30} \cdot m \quad \text{bzw.} \quad \frac{14 - z_v}{17} \cdot m \quad (542)$$

begnügen.

Zahlenbeispiel 1. Um welchen Betrag muß ein normaler Schneckenfräser vom Modul 20 und $2\alpha = 30^\circ$ Flankenwinkel verschoben werden, wenn ein 12zähliges Rad vollkommen unterscheidungsfrei hergestellt werden soll?

Es wird:

$$v = xm = \frac{z_0 - z_v}{z_0} \cdot m = \frac{30 - 12}{30} \cdot 20 = 12 \text{ mm},$$

Abb. 1862. Bei den Unterscheidungen, die einem 25zähligen Grenzrade entsprechen, beträgt die Verschiebung nur:

$$v' = x'm = \frac{25 - z_v}{30} \cdot m = \frac{25 - 12}{30} \cdot 20 = 8,66 \text{ mm}.$$

Abb. 1863 oben.

Normaler Gesamthöhen wegen müssen die Köpfe derartiger V -Räder um die Größe v oder v' , die Kopfkreisdurchmesser um $2v$ oder $2v'$, also auf:

$$\left. \begin{aligned} D_k &= (z_v + 2)m + 2v \quad \text{bzw.} \quad (z_v + 2)m + 2v' \\ \text{oder } D &+ 2(m + v) \quad \text{bzw.} \quad D + 2(m + v') \end{aligned} \right\} \quad (543)$$

vergrößert werden. Bei weniger als 11 bzw. 9 Zähnen bekommen V -Räder, die von den Grenzzahnzahlen 30 bzw. 25 ausgehen, scharfe Kopfkanten dadurch, daß sich die Evolventen, die die Zahnflanken bilden, innerhalb der normalen Kopfkreise schneiden. V -Räder sollen nach Fölmer nicht unter 8 bis 9 Zähnen, V -Getriebe eine Zahnsumme nicht unter 18 bis 20 haben.

Bei Zahnzahlen von mehr als z_0 Zähnen ist die Verwendung von Nullrädern möglich und zweckmäßig, eine negative Profilverschiebung aber nicht ausgeschlossen (V_- -Räder). Bei V_+ -Rädern werden die Zahnstärken, Kopfhöhen und Kopfkreisdurchmesser größer, bei V_- -Rädern kleiner als bei Nullrädern.

Abb. 1863 zeigt die Entstehung zweier V -Grenzräder mit $z_{v_1} = 12$ und $z_{v_2} = 16$ Zähnen auf Grund des Zahnstangenprofilbildes mit $2\alpha = 30^\circ$ Flankenwinkel, Modul 24, im Maßstabe 1:5 mit folgenden Grundwerten: Teilung $t = 24\pi = 75,40$ mm.

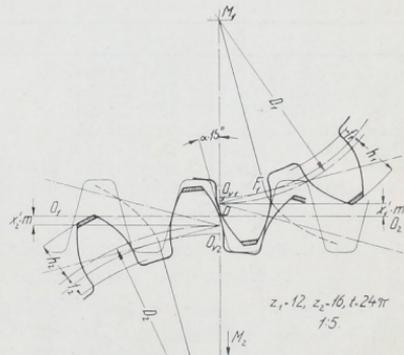


Abb. 1863. Erzeugung zweier V -Räder an Hand des Profilbildes mit $2\alpha = 30^\circ$ Flankenwinkel.

Erzeugungswälzkreisdurchmesser:

$$D_1 = z_{v_1} \cdot m = 12 \cdot 24 = 288; \quad D_2 = z_{v_2} \cdot m = 16 \cdot 24 = 384 \text{ mm.}$$

Profilverschiebungen:

$$x'_1 m = \frac{25 - z_{v_1}}{30} \cdot m = \frac{25 - 12}{30} \cdot 24 = 10,4 \text{ mm};$$

$$x'_2 m = \frac{25 - 16}{30} \cdot 24 = 7,2 \text{ mm.}$$

Kopfkreisdurchmesser:

$$D_{k_1} = D_1 + 2(m + x'_1 m) = 288 + 2(24 + 10,4) = 356,8 \text{ mm,}$$

$$D_{k_2} = 446,4 \text{ mm.}$$

In Abb. 1863 haben die beiden Räder einen Achsabstand $\overline{M_1 M_2} = R_1 + R_2 + (x'_1 + x'_2) m = 144 + 192 + 10,4 + 7,2 = 353,6 \text{ mm}$, bei dem sie aber mit beträchtlichem Flankenspiel arbeiten. Die Räder können zusammengerückt werden, äußerstenfalls auf den Betrag:

$$a_v = \left(\frac{z_{v_1} + z_{v_2}}{2} + \lambda \right) \cdot m, \quad (544)$$

wobei λ nur von der Summe der Zahnzahlen $z_1 + z_2 = 28$ abhängt und der folgenden Zusammenstellung (Hütte, 25. Aufl.) entnommen werden kann. Die eingeklammerten Werte beziehen sich auf den Flankenwinkel $2\alpha = 40^\circ$. Es wird:

$$a_v = \left(\frac{12 + 16}{2} + 0,593 \right) \cdot 24 = 350,2 \text{ mm,}$$

wenn die Räder spielfrei laufen sollen.

Zusammenstellung 148. Beiwerte \varkappa und λ zur Ermittlung der Kopfkürzung und der Achsverschiebung von V -Rädern.

$z_{v_1} + z_{v_2}$	\varkappa	λ	$z_{v_1} + z_{v_2}$	\varkappa	λ	$z_{v_1} + z_{v_2}$	\varkappa	λ
50	0	0	36	0,062	0,405	22	0,234 (0,033)	0,699 (0,321)
48	0,002	0,065	34	0,078	0,455	20	0,273 (0,058)	0,727 (0,412)
46	0,008	0,125	32	0,095	0,505	18	0,315 (0,088)	0,752 (0,500)
44	0,014	0,186	30	0,116	0,550	16	0,360 (0,128)	0,773 (0,580)
42	0,022	0,244	28	0,140	0,593	14	0,410 (0,177)	0,790 (0,648)
40	0,033	0,300	26	0,168 (0,004)	0,632 (0,114)	12	0,470 (0,231)	0,797 (0,709)
38	0,046	0,354	24	0,200 (0,014)	0,667 (0,222)			

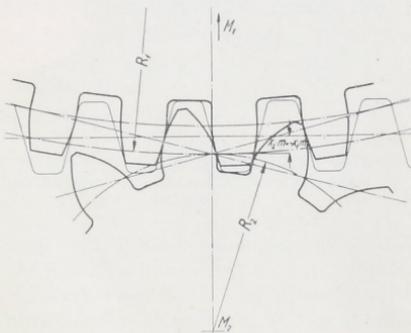


Abb. 1864. V_0 -Getriebe. $z_1 = 60$, $z_2 = 12$, $t = 24\pi$.
M. 1:5.

Mit dieser Verschiebung sind aber mehrere wichtige Änderungen verbunden:

1. wälzen die Zahnräder längs neuer Betriebswälzkreislängs (-kreise) aufeinander ab, deren Wälzlinie(-punkt) die Mittellinie $M_1 M_2$ im Verhältnis der Zahnzahlen des Getriebes teilt. Wird die Teilung auf diesen Wälzkreisen gemessen, so weicht sie naturgemäß von der Erzeugungsteilung ab.

2. bilden die die Grundzylinder berührenden Betriebseingriffsebenen(-linien) mit der Mittenebene einen größeren Winkel.

3. tritt die Möglichkeit ein, daß die Zahnköpfe am Grunde der Zähne zu geringem Kopfsenspiel bekommen, aufstoßen und dann gekürzt werden müssen.

4. wird durch diese Verkürzung der Überdeckungsgrad vermindert.

Zahlenmäßig folgen im vorliegenden Falle die Halbmesser der Betriebswälzkreise R'_1 und R'_2 aus:

$$R'_1 + R'_2 = a_v = 350,2 \text{ mm} \quad \text{und} \quad \frac{R'_1}{R'_2} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}; \quad R'_1 = 150,1 \text{ mm}; \quad R'_2 = 200,1 \text{ mm.}$$

Das Kopfspiel ist durch $(\psi - z)m$ gegeben, wobei ψ der übliche Wert, z aber je nach der Zahnzahlsumme der Zusammenstellung 148 zu entnehmen ist. Das normale Spiel würde mit $\psi = 0,17 \cdot m = 4,1$ mm betragen; es sinkt nunmehr auf $(\psi - z)m = (0,17 - 0,140) \cdot 24 = 0,72$ mm, so daß die Zähne nahezu auf den Lückensohlen aufstoßen und die Kopfkreisdurchmesser D_{k_1} und D_{k_2} um $2 \cdot 3,4$ mm auf 350,7 und 439,6 mm vermindert werden müssen, wenn das übliche Spiel eingehalten werden soll. Der Überdeckungsgrad ist $\varepsilon = 1,34$.

Im allgemeinen wird die Kürzung der Zähne erst bei Zahnsummen < 33 ($2\alpha = 30^\circ$) und < 19 ($2\alpha = 40^\circ$) nötig, bei denen das Kopfspiel auf etwa die Hälfte des normalen von 0,17 m gesunken ist.

Einen Sonderfall stellt Abb. 1864 dar. In ihr ist das Kleinrad 2 als Grenzrad ausgebildet, indem bei seiner Erzeugung das Bezugprofil um den Betrag x_2m verschoben wurde. Bei der des Gegenrades erhielt das Bezugprofil eine negative, zahlenmäßig aber gleichgroße Verschiebung $-x_1m = x_2m$, so daß die Eingriffslinien zusammenfallen und die so erzeugten Räder ohne weiteres bei dem normalen Achsabstand $M_1M_2 = R_1 + R_2$ richtig zusammenarbeiten. Im Falle, daß $x_2m = 0,5 m$ gewählt wird, gelangt man zu der auf Seite 1044 behandelten AEG-Werzhahnung. Wie Abb. 1864 zeigt, läßt sich dieses Verfahren an Hand des Bezugprofils leicht verallgemeinern. Kutzbach [XXV, 10] schlägt vor, derartige Getriebe V_0 -Getriebe zu nennen, weil sie aus V -Rädern bestehen, deren Achsentfernung die normale, durch die Summe der Radhalbmesser gegebene ist.

Die bei niedrigen Zahnzahlen am Kleinrad entstehenden beträchtlichen Verschiebungen können Unterschneidungen am Großrade bedingen, die nur vermieden

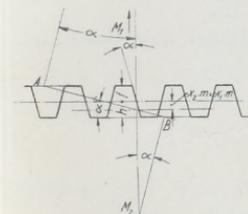


Abb. 1865. Zur Berechnung der Grenze der V_0 -Getriebe.

werden, wenn die Zahnsumme des V_0 -Getriebes $\geq 2z_0$ ist. In Abb. 1865 ist der Grenzfall dargestellt, wo die Endpunkte A und B der Eingriffsstrecke auf Parallelen zur Hauptmittellinie des Profils im Abstände $h = f = m$ Millimeter liegen. Sollen die Zähne nicht unterschritten werden, so ergibt sich der entsprechende Mittenabstand M_1M_2 durch Errichten der Lote in A und B auf der Eingriffsstrecke. Rechnerisch wird:

$$AB = \frac{h+f}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad \overline{M_1M_2} = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{h+f}{\sin^2 \alpha}.$$

Da aber andererseits $\overline{M_1M_2} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2)$ gesetzt werden kann, so folgt, daß $z_1 + z_2 = \frac{2(h+f)}{m \cdot \sin^2 \alpha}$ bei bestimmten Werten für h, f und α unveränderlich ist. Bei einem Flanken-

winkel $2\alpha = 30^\circ$ und $h = f = m$ wird $z_1 + z_2 = \frac{4m}{m \sin^2 15^\circ} \approx 60$, bei $2\alpha = 40^\circ \approx 34$. Begnügt man sich mit den geringen Unterschneidungen, die am 25 (14) zähligen-Rade auftreten, so wird die Grenzsumme der Zahnzahlen $z_1 + z_2 = 50$ (28). Damit ergeben sich nach Abb. 1866, in der als Koordinaten die Zahnzahlen der Räder von Getrieben mit $2\alpha = 30^\circ$ aufgetragen sind, die folgenden Gebiete für die einzelnen Getriebearten. Alle Räder mit mehr als 25 Zähnen können zu Nullgetrieben im Gebiete A zusammengesetzt werden. Räder mit weniger als 25 Zähnen müssen als V -Räder ausgebildet werden. Innerhalb

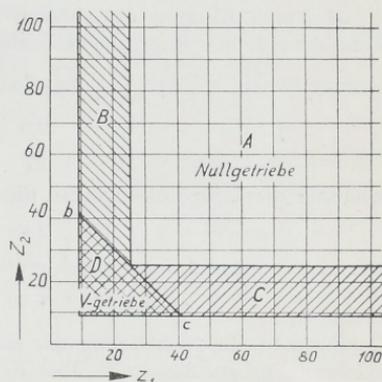


Abb. 1866. Gebiete der Getriebearten. (Außengetriebe.)

der Gebiete B und C kann ein V -Rad mit einem Nullrade unter Einhaltung der Mittenentfernung nach Formel (544) zusammengestellt werden. Die Getriebe können aber auch als V_0 -Getriebe mit normalem Achsabstand ausgebildet werden, wobei freilich zu jedem Kleinrad ein besonderes Gegenrad gehört. Gebiet D ist von B und C durch die Linie $b c$, welche der Gleichung $z_1 + z_2 = 50$ entspricht, getrennt. Getriebe, die in D liegen, müssen durch geeignetes Zusammenschieben zweier V -Räder gebildet werden. Endlich sind die Gebiete B und C noch durch die Bedingung, daß z_1 und $z_2 > 9$, und daß $z_1 + z_2 > 18$ sein soll, eingeengt.

Selbstverständlich wäre ein Schluß auf den Umfang der Anwendung der Getriebearten aus der Größe der Felder in Abb. 1866 verfehlt. In Rücksicht auf die Beschränkung des Gewichtes, der Kosten und des Raumbedarfes der Getriebe wird man die Zahnzahl so niedrig wie möglich zu halten suchen, und so kommt den V -Getrieben im Gebiete D eine besonders große Bedeutung zu.

b) Vermeidung von Unterschneidungen durch Abänderung des Bezugprofils.

a) **Durch Kürzung der geraden Flankenstrecken des Bezugprofils.** Werden sie einer Zahnhöhe $\xi \cdot m$ entsprechend beiderseits der Profilmittellinie ausgeführt, so sinkt die

Grenzzahnzahl $z'_0 = \frac{2\xi}{\sin^2 \alpha}$ bei $2\alpha = 30^\circ$ und

$$\xi = 1,0 \quad 0,9 \quad 0,8 \quad 0,7 \quad 0,6 \quad 0,5$$

$$\text{auf: } z'_0 = 30 \quad 27 \quad 24 \quad 21 \quad 18 \quad 15,$$

während der Überdeckungsgrad dieser GrenZRäder im Eingriff mit der Zahnstange auf:

$$\varepsilon = 2,22 \quad 2,00 \quad 1,78 \quad 1,56 \quad 1,33 \quad 1,11,$$

beim Arbeiten mit einem gleich großen Rade auf:

$$\varepsilon = 1,90 \quad 1,70 \quad 1,53 \quad 1,34 \quad 1,15 \quad -$$

herabgeht.

Formeln zur Berechnung der zulässigen Kopfhöhen bei bestimmten Teilkreisdurchmessern sind im Abschnitt über Kegelräder, vergl. Zahlenbeispiel 6, gegeben.

β) **Durch Vergrößerung des Flankenwinkels**, z. B. auf $\alpha = 20^\circ$. Das Verfahren wird auch in Verbindung mit dem unter α) genannten bis herab zu $\xi = 0,7$ häufig angewandt.

Bei

$$\xi = 1 \quad 0,9 \quad 0,8 \quad 0,7$$

wird:

$$z'_0 = 17 \quad 15 \quad 14 \quad 12$$

und die Überdeckung im Eingriff mit der Zahnstange:

$$\varepsilon = 1,69 \quad 1,53 \quad 1,37 \quad 1,20.$$

Sie sinkt beim Eingriff zweier gleich großer Räder auf:

$$\varepsilon = 1,47 \quad 1,32 \quad 1,19 \quad 1,04.$$

An einem einzelnen Getriebe läßt sich der Winkel $\beta = 90^\circ - \alpha$ zwischen der Eingriff- und der Mittellinie, bei dem das Kleinrad zum Grenzrade wird, nach der im Abschnitt über Kegelräder abgeleiteten Formel (587) ermitteln.

Bei den Verfahren α und β sind Räder gleichen Bezugprofils Satzräder.

γ) **Durch Krümmung der Eingriffslinien** vom Fußpunkt des Lotes vom Mittelpunkt des kleinsten noch zu verwendenden Rades. Die Krümmung muß dem zugehörigen Grundkreis entsprechen oder schärfer sein. Dabei erhalten die Fräserflanken an ihren Enden gekrümmte Form; ihre Herstellung wird schwieriger.

δ) **Durch Verwendung von kreisförmigen Eingriffslinien**, ein Verfahren, das zu der im folgenden behandelten Zyklidenverzahnung führt.

Satzräder entstehen nach γ und δ nur dann, wenn die Eingriffslinie (oder die Flanke des Profilbildes) durch den Teil- und Wälzpunkt in zwei kongruente Stücke zerlegt wird.

F. Innen- und Zahnstangengetriebe mit Evolventenverzahnung.

Abb. 1867 zeigt ein Innengetriebe mit Evolventenverzahnung. T_1 und T_2 sind die Teil- und Wälzkreise, G_1 und G_2 die Grundkreise, E die sie berührende Erzeugende, welche den Winkel $\beta = 75^\circ$ mit der Mittellinie einschließt. Durch Abrollen von E auf G_1 entsteht die Flanke des Hohlrades, durch Rollen auf G_2 diejenige des außen verzahnten Kleinrades. Die Ausbildung der Zähne erfolgt in bekannter Weise durch Auftragen der Flanken an Hand der Zahnstärken und durch Ziehen der Kopf- und Fußkreise. Zu beachten ist, daß die Zahnköpfe des Hohlrades nicht in den zugehörigen Grundkreis G hineinragen dürfen, weil dort die Ausbildung der Evolvente unmöglich ist; sie müssen entsprechend gekürzt werden, bei Satzrädern Wert auf die gerade Eingriffslinie gelegt wird. Unterschneidungen treten auf, wenn der Kopfkreis des Hohlrades die Eingriffslinie zwischen den Fußpunkten F_1 und F_2 der Lote von den Mittelpunkten M_1 und M_2 trifft, wenn nämlich die Bedingung:

$$z_1 \geq \frac{z_2^2 \cos^2 \beta - 4}{2z_2 \cos^2 \beta - 4} \quad (545)$$

bei normaler Kopfhöhe von m Millimetern erfüllt ist. Vgl. Abb. 1868, die die recht großen Unterschneidungsgebiete, aber auch den wesentlichen Einfluß des Winkels β zeigt. Im Falle der Abb. 1867 wird die Überdeckung kleiner als 1, wenn man nicht mit der sehr ungünstigen Übertragung durch die Kopf-

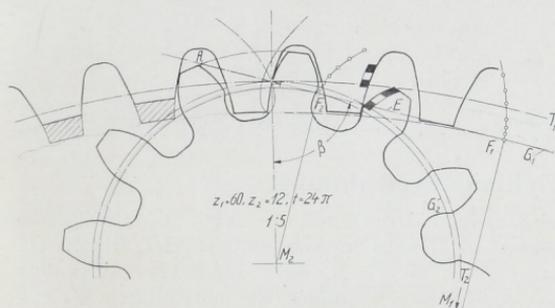


Abb. 1867. Innengetriebe mit Evolventenverzahnung ($\beta = 75^\circ$).

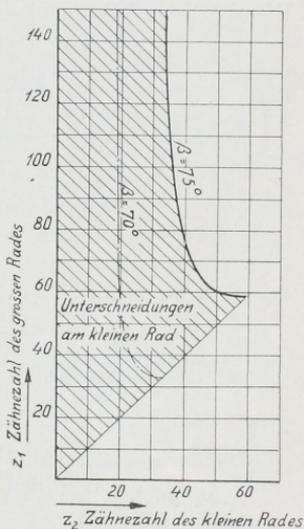


Abb. 1868. Unterschneidungsgebiete bei Innengetrieben.

flanken des großen Rades rechnet. Vorteilhafter ist es, die Kopfhöhen am großen Rade entsprechend dem Kreise durch F_2 zu vermindern, wie im linken Teil der Abbildung geschehen ist. Der Überdeckungsgrad bleibt dabei immerhin noch 1,25.

Unterschneidungen lassen sich ganz vermeiden, wenn man nach Abb. 1869 von den Grundkreisen ausgeht und $\beta = 90^\circ$ wählt. Dabei berühren sich die Grundkreise im Punkte O und werden gleichzeitig zu den aufeinander rollenden Wälzkreisen. Die Zahnlänge, $l = 2m$, am Kleinrade radial nach außen aufgetragen, führt zum Kopfkreise, das Kopfspiel $0,2m$ radial nach innen gemessen, zum Fußkreise. Am großen Rade mit Innenverzahnung ist der Grundkreis gleichzeitig Kopfkreis; die Lückentiefe ist durch $2,2m$ gegeben. Ein Nachteil derartiger Verzahnungen ist, daß lange Flankenstrecken des kleinen an verhältnismäßig kurzen des großen Rades arbeiten; allerdings unter günstigen Schmiegungsverhältnissen. Die Abnutzung verteilt sich auf eine größere Zahl von Zähnen und wird an beiden Rädern wegen der unter sich gleichen Teilstrecken ziemlich gleichmäßig erfolgen. Wichtig ist, daß die Mittentrennung solcher Räder genau eingehalten wird.

Allgemeine Vorteile der Innenverzahnung sind geringer Raumbedarf der Räder und das Arbeiten einer erhabenen in einer hohlen Zahnflanke. Nachteilig ist die schwierigere Bearbeitung der Flanken des Hohlrades, wenn eine solche verlangt wird.

In Abb. 1870 ist das Zahnstangengetriebe mit $\beta = 75^\circ$ und einem Kleinrad von 12 Zähnen zum Vergleich mit den Außengetrieben, Abb. 1853, 1856, 1857, 1858, 1864 sowie den Innengetrieben, Abb. 1867 und 1869, sämtlich gleicher Teilung $t = 24\pi$ dargestellt. An den Abb. 1858, 1853, 1870 und 1867 läßt sich die Zunahme der Unterschneidung an der Schwächung der Zahnfüße, aber auch die Abnahme der Überdeckung deutlich verfolgen. Da die Unterschneidung am Zahnstangengetriebe, Abb. 1870, ein nicht unbedeutliches Stück der evolventischen Flanke wegfallen und den Überdeckungsgrad auf 1,06 sinken läßt, wenn man sich nicht auf die Kraftübertragung durch die Zahnstangenkopfkante längs der Höhlung des Zahnfußes verlassen will, ist es vorteilhaft, die Kopfhöhe der Zahnstange auf h'' zu vermindern, wie in der linken Hälfte der Abbildung angedeutet ist. Dann bekommen die Zähne des Kleinrades kräftigere Formen; der Überdeckungsgrad steigt auf 1,30.

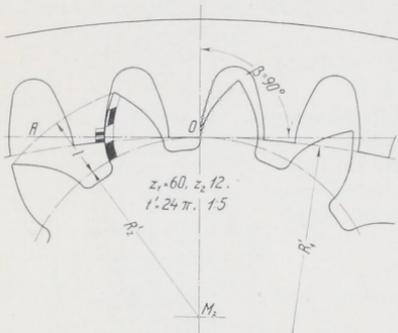


Abb. 1869. Innengetriebe ohne Unterschneidung mit Evolventenverzahnung bei $\beta = 90^\circ$.

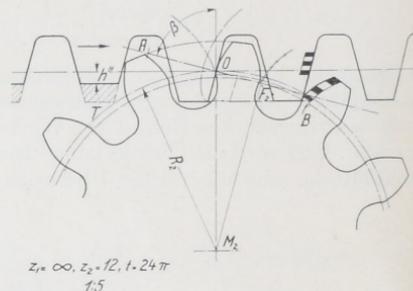


Abb. 1870. Zahnstangengetriebe.

G. Zykloidenverzahnung.

Die Zahnformen entstehen bei der Zykloidenverzahnung durch Abrollen besonderer Rollkreise auf und in den Teilkreisen. Z. B. wird in Abb. 1871 die Kopfflanke OC des Rades I durch eine Aufradlinie gebildet, die der Rollkreis W_2 auf dem Teilkreis T_1 beschreibt, die Fußflanke OD durch eine Inradlinie des Rollkreises W_1 im Teilkreis T_1 . Die Gegenflanken am Rade 2 werden entsprechend durch Abwälzen von W_2 und W_1 in und auf dem Teilkreis T_2 gefunden. Beim Aufzeichnen wählt man die Mittelpunkte der Rollkreise auf der Mittellinie, teilt den Umfang der Teil- und Rollkreise, vom Wälzpunkt O ausgehend, in eine Anzahl gleicher, im Verhältnis zur Krümmung genügend kurzer Teile und benutzt das auf Seite 1036 näher beschriebene Verfahren. So findet man den Punkt III' am Fuß des Rades I als Schnittpunkt der Kreisbogen mit $\overline{O3}$ um $3'$ und mit $\overline{33'}$ um O und den Punkt III'' am Kopf des zum Rad 2 gehörigen Zahnes als Schnittpunkt der Kreisbogen mit $\overline{O3}$ um $3''$ und $\overline{33''}$ um O . Der Zahn wird

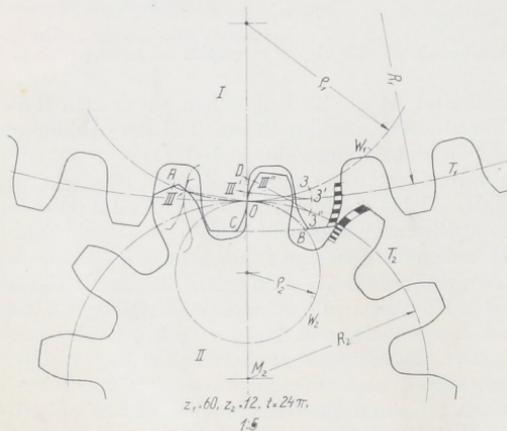


Abb. 1871. Zykloidenverzahnung.

$\overline{O3}$ um $3'$ und mit $\overline{33'}$ um O und den Punkt III'' am Kopf des zum Rad 2 gehörigen Zahnes als Schnittpunkt der Kreisbogen mit $\overline{O3}$ um $3''$ und $\overline{33''}$ um O . Der Zahn wird

durch die Kopf- und Fußkreise unter Einschaltung einer Abrundung an der Sohle begrenzt. Die Zahnköpfe haben erhabene, die Zahnfüße normalerweise hohle Flächen, so daß für die Berührung und die Übertragung des Zahndruckes günstige Verhältnisse vorliegen, weil sich die Flächen gut ineinander schmiegen. Wegen des Wechsels der Krümmung in den Teilkreispunkten ist aber die genaue Einhaltung der Achsentfernung der Räder unbedingt nötig. Unterschneidungen durch die Kopfbahnen kommen nicht vor. Die Bahn der Zahnspitze kann aber dazu benutzt werden, die Zahnfüße möglichst kräftig auszubilden.

Der Eingriff findet auf den Umfängen der beiden Rollkreise, Abb. 1871, statt, da die beiden Zahnflankennormalen $\overline{3' III'}$ und $\overline{3'' III''}$ in dem Augenblick zur Linie $\overline{O III}$ zusammenfallen, wenn die Teilkreispunkte $3'$ und $3''$ nach O gekommen sind und die Zahnflanken die strichpunktierte Stellung einnehmen. In dieser Lage kann man sie sich aber durch Abrollen des Rollkreises W_1 auf den Teilkreisen T_1 und T_2 entstanden denken. Die Eingriffstrecke wird durch die Schnittpunkte A und B der Kopfkreise mit den Rollkreisen begrenzt; ihre Länge kann zur Bestimmung des Überdeckungsgrades unmittelbar mit der Teilung t verglichen werden, weil die auf den Teilkreisen abzutragenden Wälzbogen ebenfalls die Länge OA und OB haben würden. Der Überdeckungsgrad, der also durch $\varepsilon = \frac{\overline{AOB}}{t}$ dargestellt ist, muß auch hier größer als 1,2, äußerstenfalls 1,0 sein.

Was die Wahl der Rollkreishalbmesser anlangt, so werden nach Abb. 1872 die Eingriffstrecken OB_I , OB_{II} und OB_{III} um so länger und die Zahnrück- und Achsbelastungen um so kleiner, je größer die Rollkreishalbmesser sind. Diesen günstigen Wirkungen großer Rollkreise stehen als Nachteile gegenüber: die bedeutendere Zahnreibung durch stärkeres Gleiten der Zahnflanken aufeinander und die schwächere Ausbildung der Füße. Das zeigt die gleiche Abbildung an den durch drei verschiedene Rollkreise bedingten Zahnformen I , II und III . Die zusammengehörigen sind gleichartig gekennzeichnet. B'_I , B'_{II} und B'_{III} sind die Punkte, die mit der Spitze des Gegenzahnes zum Eingriff kommen. Dessen Kopf- und Fußflanke muß im Falle des kleineren Rollkreises mit längeren Strecken an den Füßen arbeiten und wird daher in viel geringerem Maße gleiten.

Die Fußflanke des Zahnes II ist gradlinig, weil die Inradlinie zur Geraden OM_2 wird, wenn der Rollkreis II halb so großen Durchmesser wie der Teilkreis hat. Die Flanke krümmt sich nach der Mitte des Zahnes zu, wird also nach Linie III erhaben, der Zahnfuß aber stark geschwächt, wenn der Rollkreishalbmesser ρ_{III} noch größer gewählt wird. Allerdings kann man durch Beachtung der Kopfbahn des Gegenzahnes oft große Abrundungen zum Fußkreis hin anwenden, wodurch die Schwächung zum Teil unschädlich gemacht wird.

Häufig findet man an Ausführungen den Rollkreishalbmesser $\rho = 0,4 R$. Bei großen Übersetzungen empfiehlt Büchner wegen des gleichmäßigen Gleitens $\rho_2 = 0,4 \cdot R_2$ am Klein-, $\rho_1 = 0,2 \cdot R_1$ am Großrade zu nehmen, wie es Abb. 1871 zeigt.

Das Gleiten an Zykloidenrädern verdeutlicht Abb. 1871, in welcher die Flanke eines Zahnes am Rad I in eine Anzahl gleicher Strecken geteilt wurde, denen kürzere, aber untereinander gleiche Stücke am Fuße und längere, aber wieder unter sich gleiche Strecken am Kopfe des Gegenzahnes entsprechen. Bei der Abnutzung wird deshalb eine zykloidenähnliche Form erhalten bleiben, wenn auch die Füße stärker als die Köpfe in Anspruch genommen und ausgearbeitet werden, weil sich die Reibungsarbeit an jenen auf eine kürzere Strecke verteilt.

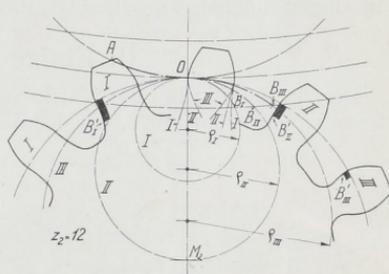


Abb. 1872. Einfluß der Rollkreishalbmesser auf die Form der Fußflanken bei Zykloidenverzahnung.

Die Bedingung für Satzräder, daß die Teile der Eingriffslinie zu beiden Seiten der Mittenlinie kongruent sein müssen, führt zu gleichen Rollkreisen, für welche das kleinste der zu vertauschenden Räder maßgebend ist. Bei sehr weiten Zahnzahlgrenzen entstehen dadurch freilich an den Großrädern ungünstige Formen, weil die Rollkreise dort im Verhältnis zu den Teilkreisen sehr klein ausfallen. Vielfach pflegt der Rollkreishalbmesser in Beziehung zum Modul:

$$q' = 2,75 m \quad (546)$$

genommen zu werden. Dabei wird die Fußflanke am 11zähligen Rade eben und bei niedrigeren Zahnzahlen erhaben; immerhin kann die Verzahnung noch bis zu 7 Zähnen benutzt werden.

An wichtigen Zahnradgetrieben sollten die Rollkreise stets nach den besonderen Umständen gewählt, die Verzahnung also als Einzelverzahnung und zwar mit mehr als 25 Zähnen am Kleinrade durchgebildet werden.

Zwei Unterschiede zwischen der Zykloiden- und der Evolventenverzahnung seien noch einmal besonders hervorgehoben. Da sich die Zykloidenflanken aus zwei Teilen mit verschiedenen Krümmungsverhältnissen, den gewöhnlich hohlen Zahnfüßen und den erhabenen Zahnköpfen zusammensetzen, ist das Auseinanderrücken der Radmitten nicht zulässig. Die Teilkreise müssen ständig in Berührung miteinander sein, um den richtigen Übergang des Zahndrucks im Wälzpunkte zu gewährleisten.

Unterschneidungen, wie sie an Evolventenzähnen durch die Kopfbahnen der Zahnspitzen entstehen und auf Seite 1039 eingehend behandelt sind, treten bei Zykloidenverzahnungen nicht auf. Wohl aber können die Kopfbahnen dadurch, daß man die Zahnfüße ihnen möglichst anschmiegt, dazu benutzt werden, die Zähne kräftiger zu machen.

H. Einige Sonderverzahnungen.

Der Sonderfall, daß die Wälzkreise gleich den Teilkreisen werden, führt zur Punktverzahnung, Abb. 1873, bei der die Inradlinien zu Punkten im Teilkreise zusammen-

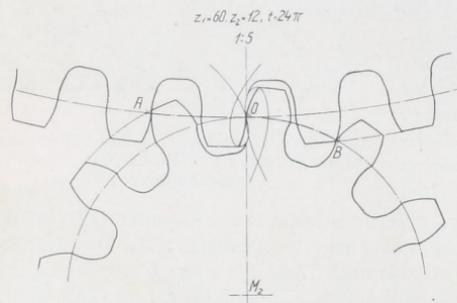


Abb. 1873. Punktverzahnung.

schrumpfen, mit welchen die Zahnköpfe des Gegenrades zum Eingriff kommen. Die dadurch bedingte starke Abnutzung der Teilkreisstelle ist der Grund, warum die Verzahnung trotz großer Überdeckung AOB nur selten benutzt wird. Die Zahnfüße werden durch die Kopfbahnen der Gegenzähne bestimmt.

Bei der Triebstockverzahnung sind die Zähne des einen Rades durch zylindrische Bolzen, Triebstöcke oder Zapfenzähne oder auch durch Rollen. Rollenzähne ersetzt, deren Durchmesser d der Zahnstärke entspricht, Abb. 1874. Gewöhnlich nimmt man die Zapfen-

mittelpunkte auf dem Teilkreise an. Um die Gegenflanke punktweise zu finden, benutzt man das Reuleauxsche Verfahren, geht von der Lage aus, wo der Eingriff im Wälzpunkt stattfindet, teilt die Umfänge der beiden Teilkreise in eine Anzahl gleicher Teile und findet z. B. für den Punkt $4'$ das Profil in der Verbindungslinie $4'M$. Der auf demselben liegende Umfangspunkt D_1 des Zapfenzahns kommt zum Eingriff im Punkt IV , dem Schnittpunkt eines Kreises durch D_1 um M_2 und des Kreises vom Halbmesser $4'D_1$ um O . Der zugehörige Punkt D_2 der Gegenflanke liegt auf einem Kreis durch IV um M_1 im Abstände $4'D_1$ von $4'$. Das Verfahren läßt jedoch die Unterschneidungen, die an den Zähnen des Rades I in der Nähe seines Teilkreises auftreten, unberücksichtigt.

Ein zweiter Weg, die Gegenflanke zu finden, ist der, zunächst die Relativbahn des Zapfenmittelpunktes M gegenüber dem Zahnrade zu suchen und die Gegenflanke als

Äquidistante zu dieser Bahn im Abstände $\frac{d}{2}$ zu konstruieren. Liegen die Zapfenmittelpunkte auf dem Teilkreise, so ist die Relativbahn eine Aufradlinie. Ordnet man sie nach Gerlach [XXV, 11] auf einen Kreis vom Halbmesser:

$$R' = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (547)$$

am, um den Zahnflanken radialen Anschluß am Teilkreisumfang zu geben, Abb. 1875, so wird die Relativbahn eine verlängerte Aufradlinie. In beiden Fällen treten in der Nähe des Teilkreises Unterschneidungen der Zähne auf, die ein Stück der Eingriffslinie unbenutzbar machen, den Überdeckungsgrad verringern und Störungen beim Betrieb bedingen können.

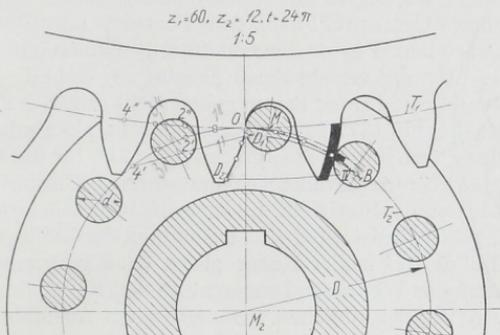


Abb. 1874. Triebstockverzahnung.

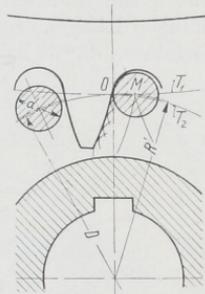


Abb. 1875. Triebstockverzahnung nach Gerlach.

Der Zahngrund kann unter Einschaltung kurzer geradliniger Stücke durch einen Kreisbogen unter Beachtung des Flankenspiels und der Relativbahn des Zapfens gebildet werden. Für den Eingriff kommt nach Abb. 1874 der Kopf des Zahnes, aber nur ein kleiner Teil des Zapfenumfanges in Frage, so daß an dieser Stelle starke örtliche Abnutzungen eintreten, wenn nicht Rollenzähne verwendet werden.

Zur Bestimmung des Überdeckungsgrades kann man genügend genau die Länge der Eingriffstrecke OB , soweit sie nicht durch die Unterschneidung unbrauchbar geworden ist, mit der Teilung vergleichen. Strenggenommen wäre die Eingriffslänge heranzuziehen, die man findet, wenn man die Lage der Zapfenmittelpunkte für den Fall des Eingriffes in O und B sucht. Liegen die Zapfenmittelpunkte außerhalb des Teilkreises, so muß man die beiden Lagen durch Ziehen zweier Halbmesser auf den Teilkreis T_2 zurückführen. Durch Wahl der Zahnlänge hat man die Größe des Überdeckungsgrades, den man gleichförmiger Übertragung wegen reichlich halten soll, in der Hand. In Abb. 1874 ist $\varepsilon = 1,3$.

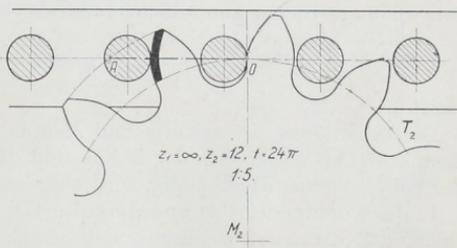


Abb. 1876. Zahnstangentrieb mit Zapfenzähnen.

Am Zahnstangentrieb, Abb. 1876, ergibt sich als Flankenform eine Evolvente, die freilich während des ganzen Eingriffes nur mit einem einzigen Punkt des Zapfenzahnes zusammen arbeitet. $\varepsilon = \frac{AO}{t}$ ist 1,43.

Als Länge der Triebstöcke wird

$$l = 3,6 d \text{ bei gußeisernen,}$$

$$l = 1,8 d \text{ bei Stahlguß- oder Stahlzähnen}$$

empfohlen.

Die Triebstockverzahnung zeigt ungünstige Abnutzungsverhältnisse an den Zapfen, wird aber wegen der einfachen Herstellung der letzteren an Hebezeugen, Schützenwinden, Drehtürmen usw. oft benutzt.

Verwandt mit ihr ist das von E. Becker, Berlin-Reinickendorf ausgeführte Grissongetriebe, das aus einem zweizähligen Rade besteht, welches in ein doppeltes Triebstockrad eingreift und große Übersetzungen auszuführen gestattet.

Sehr widerstandsfähige Zahnformen erhält man für Räder, die belastet nur in einer Richtung umlaufen, wenn man den Zahnrücken andere Gestalt gibt, als den treibenden Flanken, eine Ausführung, die an Rädern schwerer Werkzeugmaschinen, Kammwalzen usw. oft mit Vorteil verwendet werden kann. Für die treibenden Flanken wählt man zweckmäßigerweise die üblichen Evolventen- oder Zykloidenformen und ermittelt zu der an sich beliebigen Rückenform das richtige Gegenprofil nach dem Poncelet- oder Reuleauxschen Verfahren, damit beim Rückwärtslaufen keine Eingriffstörungen eintreten. Schon

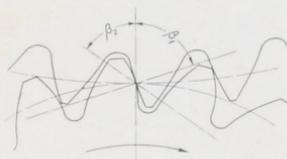


Abb. 1877. Unsymmetrische Zahnform.

Evolventen mit verschiedenen Neigungswinkeln der Erzeugenden für die beiden Seiten geben recht günstige Formen. So ist in Abb. 1877 für die treibenden Flanken unter Vermeidung von Unterschneidungen $\beta_1 = 71^\circ$, für die Rücken $\beta_2 = 55^\circ$ benutzt, wobei sich eine so lange Eingriffstrecke ergibt, daß die Stetigkeit des Eingriffs beim Rückwärtslauf noch gesichert ist. Bei der Ausbildung der Zähne wurden die Fußdicken beider Räder gleich groß genommen und dadurch das Widerstandsmoment an den Füßen des Kleinerades um etwa 80% gegenüber dem bei der üblichen symmetrischen Ausbildung der Zähne erhöht. Naturgemäß können derartige Zähne nicht nach den gewöhnlichen Formeln, sondern müssen stets besonders auf Biegung berechnet werden.

I. Die Abnutzung der Zähne.

Die Abnutzung ist im wesentlichen auf die Reibungsarbeit infolge des auf Seite 1033 besprochenen Gleitens der Zahnflanken aufeinander zurückzuführen. Um einen Vergleich zwischen den einzelnen Zahnformen zu ermöglichen, bezieht man das Gleiten auf die Längeneinheit, indem man eine der zu untersuchenden Flanken in eine Anzahl gleicher Teile von der Länge λ , Abb. 1846, teilt, die zugehörigen Strecken $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots$ nach Seite 1039 am Gegenzahn aufsucht und das spezifische Gleiten:

$$\gamma_1 = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda}, \frac{\lambda_2 - \lambda}{\lambda}, \dots \text{ am Rade } I \quad \text{und} \quad \gamma_2 = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1}, \frac{\lambda_2 - \lambda}{\lambda_2}, \text{ am Rade } 2$$

ermittelt.

Die Abnutzung ist naturgemäß hauptsächlich von der Widerstandsfähigkeit und Elastizität der Werkstoffe der Zähne und den Betriebsumständen (z. B. gut geschmiert oder trocken laufend) abhängig, wird aber im übrigen zunehmen:

1. Je bedeutender das spezifische Gleiten γ ist, wie es sich durch große Unterschiede der Strecken λ gegenüber den Strecken $\lambda_1, \lambda_2 \dots$ kenntlich macht. So weist z. B. das Radpaar, Abb. 1846, wesentlich günstigere Gleit- und Abnutzungsverhältnisse auf als das der Abb. 1853.

2. Je größer die spezifische Pressung p an der Berührungsstelle der Zahnflanken ist. p wird verhältnismäßig dem unter dem Eingriffswinkel α gegenüber der Umfangskraft U

wirkenden Zahndruck $P = \frac{U}{\cos \alpha}$ und umgekehrt verhältnismäßig der Breite b der Zähne

sein, außerdem aber von der Krümmung der Zahnflanken abhängen. An Zykloidenzähnen, bei denen erhabene Flächen auf hohlen arbeiten, sind günstigere Auflagebedingungen vorhanden; demzufolge treten an ihnen geringere Pressungen und Abnutzungen ein, als an außen verzahnten Evolventenrädern, bei denen erhabene Flächen in gegenseitige Berührung kommen.

3. Je größer die Reibungszahl μ ist.

4. Je häufiger die Zähne zum Eingriff kommen. Macht das kleine Rad eines bestimmten Getriebes n_1 , das große n_2 Umdrehungen in der Minute, so werden die Zähne des ersten im Verhältnis $\frac{n_1}{n_2}$, also entsprechend der Übersetzung öfter beansprucht.

Setzt man gleiche Breite b , gleichen Werkstoff an beiden Zahnrädern, ferner μ unveränderlich voraus und vernachlässigt den Einfluß der Krümmung der zur Berührung kommenden Flächen, sowie den Umstand, daß mehrere Zähne, dem Überdeckungsgrad gemäß, an der Übertragung der Kräfte beteiligt sind, so kann die zu erwartende örtliche Abnutzung annähernd durch:

$$\gamma_1 \cdot P \cdot \frac{n_1}{n_2} = \gamma_1 \cdot \frac{U}{\cos \alpha} \cdot u = 9, \quad (548)$$

am dem einen Rade und durch:

$$\gamma_2 \cdot P = \gamma_2 \cdot \frac{U}{\cos \alpha} = 9,2 \quad (549)$$

am anderen, oder, da U in beiden Ausdrücken dieselbe Größe hat, durch die „Abnutzungstiefen“:

$$\frac{\gamma_1}{\cos \alpha} \cdot u \quad \text{und} \quad \frac{\gamma_2}{\cos \alpha} \quad (550)$$

ausgedrückt werden [XXV, 6]. In Abb. 1846 sind die Abnutzungstiefen für eine Evolventenverzahnung an einem Zahnpaar in der rechten Hälfte der Abbildung senkrecht zu den Flanken über den einzelnen Strecken λ aufgetragen und ihre Endpunkte verbunden worden.

Die zum Eingriff kommende Flanke des Rades 1 war in zehn gleiche Strecken eingeteilt worden, die bei der Aufzeichnung in natürlicher Größe $\lambda = 3,34$ mm lang waren. Beispielweise kommt die am Fuß am weitesten nach innen gelegene Strecke mit dem $\lambda_1 = 6$ mm langen Stück am Kopfende des Gegenzahnes zum Eingriff. Somit ist die Abnutzungstiefe:

$$\text{am Rade 1: } \frac{\gamma_1}{\cos \alpha} \cdot u = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda} \cdot \frac{u}{\cos \alpha} = \frac{6 - 3,34}{3,34} \cdot \frac{1}{2 \cdot \cos 15^\circ} = 0,405,$$

$$\text{am Rade 2: } \frac{\gamma_2}{\cos \alpha} = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{6 - 3,34}{6} \cdot \frac{1}{\cos 15^\circ} = 0,46.$$

In den Teilkreispunkten wird die Abnutzungstiefe Null.

Aus der Darstellung geht die sehr ungleichmäßige Inanspruchnahme der Zahnflanken hervor, die an den Füßen größere, an den Köpfen geringere Abnutzungen erleiden und daher rasch ihre ursprüngliche Form verlieren werden. Die Füße werden ausgehöhlt; die Flanken nehmen eine der Zykloidenverzahnung ähnliche Form an, wie Abb. 1878 an einem abgenutzten Rade zeigt, an dem die linken, nicht zum Eingriff gekommenen Rückenflanken ihre ursprüngliche Gestalt behalten haben, die rechten Arbeitsflanken aber völlig verändert sind.

Zykloidenzähne lassen schon nach Abb. 1871 erheblich geringere und gleichmäßigere Abnutzungen erwarten. Dazu kommen noch die oben erwähnten günstigen Verhältnisse für den Flächendruck an den Berührungsstellen der Flanken.

Setzt man nach Büchner [XXV, 12] in dem Ausdruck für das spezifische Gleiten statt der endlichen Strecken λ und λ_1 die Differentiale ein, so wird:

$$\gamma_1 = \frac{d\lambda_1 - d\lambda}{d\lambda}$$

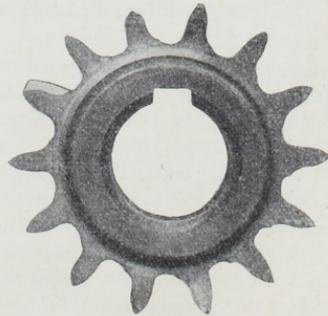


Abb. 1878. Abnutzung der Flanken an einem Rade mit Evolventenverzahnung.

oder bei Division des Zählers und Nenners durch das Zeitdifferential dt :

$$\gamma_1 = \frac{d\lambda_1/dt - d\lambda/dt}{d\lambda/dt} = \frac{c_2 - c_1}{c_1}. \quad (551)$$

Hierbei bedeuten c_1 und c_2 die Geschwindigkeiten, mit denen sich die Flankenpunkte bewegen, die im betrachteten Augenblick im Eingriff stehen. Für einen beliebigen Punkt P der Eingriffslinie, Abb. 1879, in welchem die Punkte P_1 und P_2 der beiden Flanken zum Eingriff kommen, findet man c_1 und c_2 wie folgt. Die Umfangsgeschwindigkeit der Wälzkreise v sei gegeben und als Strecke OV senkrecht zur Mittellinie aufgetragen. Punkt P_1 hat dann eine seinem Abstände vom Mittelpunkt M_1 entsprechend größere Geschwindigkeit, $v_1 = P'_1V_1$, die man erhält, wenn man M_1V mit einer Parallelen zu v in der Entfernung $M_1P'_1$ zum Schnitt bringt. Im Eingriffspunkt P ist v_1 senkrecht zu M_1P anzutragen. Entsprechend ergibt sich Größe und Richtung der Geschwindigkeit des Punktes P_2 ; $v_2 = P'_2V_2$, senkrecht zu M_2P_2 . P bewegt sich längs der Eingriffslinie in einer Richtung, die durch die Tangente in P gegeben ist, während die Geschwindigkeiten c_1 und c_2 senkrecht zur Normalen PO stehen müssen, weil die Flanken in dieser Richtung aneinander vorbeigleiten. Die Zerlegung von v_1 und v_2 nach den genannten Richtungen gibt die Größen von c_1 und c_2 und damit die Werte des spezifischen Gleitens $\frac{c_1 - c_2}{c_1}$ und $\frac{c_1 - c_2}{c_2}$. Zur Prüfung kann dienen, daß die Endpunkte von v_1 und v_2 auf derselben Lotrechten zu OP liegen müssen.

Rasch und an Hand weniger Linien lassen sich die Gleitverhältnisse an Evolventen-

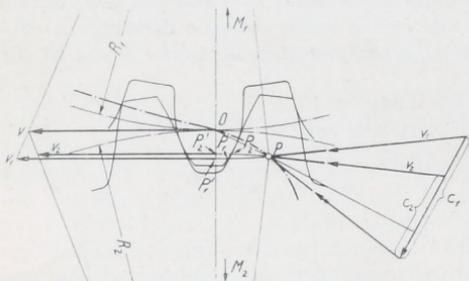


Abb. 1879. Ermittlung der Gleitgeschwindigkeiten.

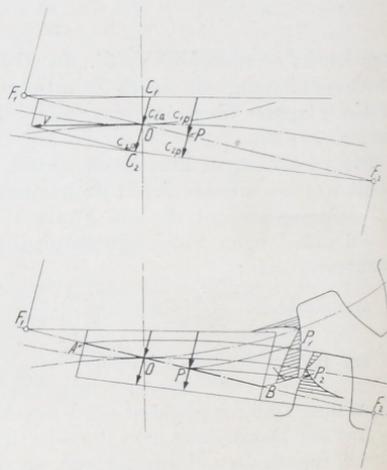


Abb. 1880. Ermittlung der Gleitgeschwindigkeiten bei Evolventenverzahnungen.

verzahnungen nach Abb. 1880 übersehen. Wird die im Wälzpunkte O angetragene Umfangsgeschwindigkeit v in Richtung der Erzeugenden und senkrecht dazu zerlegt, so kennzeichnet die erste Komponente die Laufgeschwindigkeit des Bandes, das die Flanken erzeugt, die zweite seine Geschwindigkeit längs der Flanken. Sie ergibt sich im Punkte O für beide Räder gleich groß, $c_{1,0} = c_{2,0}$; mithin ist das spezifische Gleiten dort gleich Null. Für einen beliebigen Punkt P der Erzeugenden ist nun die Geschwindigkeit $c_{1,p}$ am Rade 1 verhältnismäßig der Entfernung F_1P vom Berührungspunkte F_1 der Erzeugenden am Grundkreise, weil F_1 bei der Entstehung der Flanken durch Abwickeln Momentanpol ist. Die Größe der Geschwindigkeiten beliebiger Punkte der Eingriffslinie ist also durch die Abstände zwischen den Linien F_1O und F_1C_1 gegeben. Entsprechendes gilt von den Geschwindigkeiten des Rades 2; sie sind durch F_2C_2 begrenzt. Das spezifische Gleiten am Rade 1 im Punkte P wird $\frac{c_{1,p} - c_{2,p}}{c_{1,p}}$, dasjenige am anderen Rade $\frac{c_{1,p} - c_{2,p}}{c_{2,p}}$. In den Punkten F_1 und F_2 erreicht es unendlich große Werte, ein Hinweis darauf, die Eingriffstrecke nicht bis zu jenen Punkten gehen zu lassen und die Kopfhöhen zu be-

schränken! Die Abnutzungstiefen sind an dem einen Rade unmittelbar verhältnisgleich dem spezifischen Gleiten, weil bei der Evolventenverzahnung $\cos \alpha$ unveränderlich ist. Für das andere Rad erhält man sie durch Multiplikation mit dem Drehzahlverhältnis. Senkrecht zu den Flanken aufgetragen, geben sie in den Abnutzungskennlinien, Abb. 1880 unten, einen guten Anhalt über die zu erwartenden Veränderungen der Zahnflanken [XXV, 12].

Um möglichst gleichmäßige Abnutzungen an Rädern mit Evolventenverzahnung zu erhalten, ist der Vorschlag von Büchner beachtenswert, das Verhältnis der Eingriffstrecken vor und hinter der Mittellinie OA und OB , Abb. 1880, gleich der Übersetzung zu wählen, wodurch die größten Abnutzungstiefen einander gleich werden.

An Zykloidenzähnen läßt sich nachweisen, daß die Werte für das spezifische Gleiten an den Kopf- und Fußstrecken der Zähne unveränderlich sind. Da sich $\cos \alpha$ nur in geringem Maße ändert, gilt das gleiche annähernd von der Abnutzungstiefe.

Starke Abnutzungen und damit verbundene Änderungen der Flankenformen können zur Folge haben, daß das Grundgesetz der Verzahnung nicht mehr erfüllt ist, daß sich also das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten ändert und unruhiger und lärmender Gang eintritt, der zu schlechterem Wirkungsgrad und immer rascher fortschreitender Zerstörung führt.

Auf die Abnutzung haben noch zwei weitere Umstände Einfluß. Die gleitende Bewegung ist am treibenden Zahn vom Wälzpunkt O weg, am getriebenen zum Wälzpunkte hin gerichtet, Abb. 1881; dadurch entsteht am Fuß des treibenden und am Kopf des getriebenen Zahnes, also während des Eingriffs vor der Mittellinie eine im

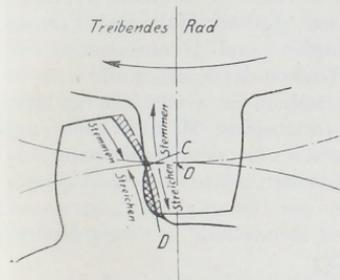


Abb. 1881. Gegenseitige Bewegung der Kopf- und Fußflanken.

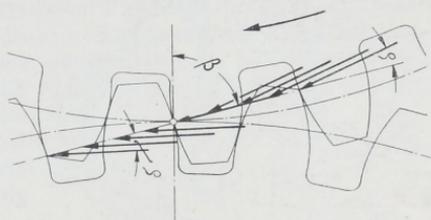


Abb. 1882. Größe und Richtung des Zahndrucks unter Berücksichtigung der Reibung.

allgemeinen ungünstige stemmende Wirkung der Flanken, während die Köpfe der treibenden und die Füße der getriebenen Zähne gegeneinander eine streichende Bewegung ausführen.

Mit dem Wechsel der Gleitrichtung ist auch ein solcher der Reibungskraft und dadurch des resultierenden Zahndruckes, der sich aus dem Normaldruck und der Reibung zusammensetzt, verbunden. Nach Abb. 1882 hat der gesamte Zahndruck während des Eingriffes vor der Mittellinie eine um den Reibungswinkel ϱ geringere Neigung zu derselben als die Eingriffslinie, wirkt also unter dem Winkel $\beta - \varrho$. Dagegen ist der Winkel hinter der Mittellinie um ϱ größer, beträgt also $\beta + \varrho$. Der Übergang aus der einen in die andere Richtung tritt plötzlich beim Durchlaufen des Wälzpunktes ein. Hat das Getriebe ein unveränderliches Drehmoment zu übertragen, so muß der Zahndruck entsprechend den Hebelarmen, an denen er gegenüber der Radachse angreift, vor der Mittellinie größer als dahinter sein. Nimmt man an, daß der Druck nur von einem einzigen Zahne auf das Gegenrad übertragen wird, so tritt auch noch eine Veränderung des Radialdruckes auf die Achsen ein, wie er durch die Seitenkraft in Richtung der Mittellinie gegeben ist. Vor der Mittellinie ist derselbe bedeutend; in dem Augenblick, wo der Eingriff durch den Wälzpunkt läuft, sinkt er auf einen niedrigeren Betrag, der während des Eingriffes hinter der Mittellinie erhalten bleibt. Hierdurch ist der Anlaß zur Entstehung von Schwingungen gegeben, die das Singen und Tönen mancher Zahnräder erklären

und die sehr störend und schädlich wirken können, wenn sie in den Teilen des Getriebes Resonanz finden.

Der Richtungswechsel läßt die Wälzkreislinie durch eine oft deutliche Kante *C*, Abb. 1881, an geschmierten Rädern durch einen Fettfaden hervortreten. Die Kopfkanten höhlen dadurch, daß sie verlängerte Aufradlinien beschreiben, die Gegenzahnfüße aus und arbeiten den in Abb. 1881 durch doppelte Strichelung hervorgehobenen Werkstoff weg. Die Zähne kommen in zwei Punkten *C* und *D* zum Anliegen und stoßen bei Verkleinerung der Achsentfernung, etwa beim Nachstellen der Lager, im Grunde auf, was zu sehr unruhigem Lauf, Kranzbrüchen oder Wellenverbiegungen führen kann. Die Kopfkante des Gegenrades unterliegt naturgemäß ebenfalls starker Abnutzung; als Folge tritt ein Zurückbiegen der Kopfflanke und eine Verminderung der Überdeckung ein.

K. Herstellung und Bearbeitung der Stirnräder.

An langsamlaufenden Rädern genügen gegossene, unbearbeitete Zahnflanken. Zur Herstellung der Gießformen benutzt man bei kleinen und mittleren, öfter ausgeführten Rädern vollständige Modelle oder solche von Radausschnitten, bei größeren und bei Einzelausführungen Zahnradformmaschinen, die das Modell oder die Schablone einer Zahnflücke mittels genauer Teilvorrichtungen von Teilung zu Teilung weiterschalten, vgl. Abb. 1883. Die Genauigkeit der Räder und der Verzahnungen hängt von verschiede-

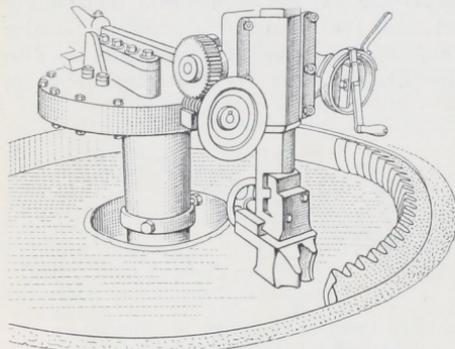


Abb. 1883. Zahnradformmaschine.

nen Umständen ab, von denen der Zustand der Modelle, die sich nicht selten verziehen oder abnutzen, die Sorgfalt des Formers beim Losklopfen und Herausziehen derselben, das Treiben der Formen und Schwinden und Verziehen der Gußstücke genannt seien. Gut bearbeitete Metallmodelle und Durchzugplatten, die den Sand beim Ausziehen des Modells zurückhalten und abstreifen, erhöhen die Genauigkeit, lohnen sich aber erst bei Herstellung größerer Mengen gleicher Räder.

Neben geringen Herstellungskosten ist die durch die harte Gußhaut widerstandsfähige Oberfläche ein wichtiger Vorteil un bearbeiteter Zähne. Die unvermeidlichen Fehler lassen ihre Anwendung jedoch nur in Fällen, wo keine sehr hohen Ansprüche gestellt werden und bei Umfangsgeschwindigkeiten bis zu etwa 2 m/sek ratsam erscheinen. Schon geringe Abweichungen von der richtigen Zahnform und der genauen Teilung rufen beträchtliche, mit dem Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit zunehmende Beschleunigungen und Verzögerungen der bewegten Massen hervor, die die Ursache des unruhigen und geräuschvollen Ganges sehr vieler Zahnradtriebe sind. [XXV, 13]. An einem Zahnradpaar mit je 20 Zähnen und 200 mm Teilkreisdurchmesser, also 10π Teilung führt z. B. der Ersatz evoltentischer Flanken durch Kreisbogen zu Fehlern, die unter $\frac{1}{10}$ mm bleiben, bedingt aber bei 2 m/sek Umfangsgeschwindigkeit oder 191 Umdrehungen in der Minute Beschleunigungen bis zu 2,4 und Verzögerungen bis zu 8,8 m/sek². Die Zahlen kennzeichnen die hohen Anforderungen, die an die Genauigkeit der Verzahnungen noch rascher laufender Zahnräder gestellt werden müssen, wenn auch die Elastizität der Zähne, die Schmierung, das gleichzeitige Eingreifen mehrerer Zähne bei großen Überdeckungen und gutes Einlaufen mildernd wirken. Durch die Einführung des elektrischen Antriebs der Bahnen, Hebezeuge und Werkzeugmaschinen, durch die Entwicklung des Kraftwagenbaus und die Anwendung von Zahnradern bei Dampfturbinen wurden die Anforderungen an die Genauigkeit der Verzahnungen außerordentlich gesteigert. Der Werkzeugmaschinenbau kam dem Bedürfnis durch die Ausbildung guter, kräftig gebauter

Sondermaschinen entgegen, die die Zähne bei kleinen und mittleren Teilungen meist aus dem voll gegossenen und genau vorgedrehten Kranz ausarbeiten, während bei großen Teilungen die Zähne, mit entsprechenden Zugaben vorgegossen und auf den Maschinen fertig bearbeitet werden. Die Maschinen lassen sich in die folgenden drei Gruppen einteilen:

1. Maschinen, die ein der Zahnücke entsprechend geformtes Werkzeug (Formwerkzeug) benutzen,
2. Maschinen, die die Zahnform nach einer Lehre herstellen,
3. Maschinen, die nach dem Wälzverfahren arbeiten.

Der Entwurf der DIN 868 unterscheidet in bezug auf die Erzeugung der Flanken a) zeichnerische, b) mechanische Verfahren. Diejenigen unter a) umfassen im wesentlichen die Maschinen der Gruppen 1 und 2, weil die Form der Werkzeuge und Lehren gewöhnlich zeichnerisch ermittelt wird. Die Form ist je nach Teilung und Zahnzahl des auszuführenden Rades verschieden. Maschinen, die nach dem Verfahren b) arbeiten, entsprechen der Gruppe 3. Das Werkzeug kämmt mit dem herzustellenden Rade wie in einem Getriebe. Ein und dasselbe Werkzeug kann unter Einschaltung entsprechender Übersetzungen zur Bearbeitung von Rädern gleicher Teilung, aber beliebiger Zahnzahl dienen.

Zusammenkämmdende Zahnräder sollen möglichst nach dem gleichen Verfahren hergestellt werden, da sich sonst erfahrungsgemäß häufig Betriebsschwierigkeiten einstellen. Praktisch wird fast ausschließlich die Evolventenverzahnung verwendet, wegen der einfacheren Herstellung der Werkzeuge und Flankenformen und wegen des Vorteils, die Achsentfernung neuer Räder verändern zu können.

Zu 1. Maschinen der ersten Art sind vorwiegend Fräsmaschinen. Am Fräser, Abb. 1884, verteilt sich die Inanspruchnahme auf eine größere Anzahl von Schneidzähnen, die die Form der Zahnücke haben und so hinterdreht sind, daß sie beim Nachschleifen die richtige Form behalten, wenn nur darauf geachtet wird, daß die Brustflächen radial bleiben. Für jede Stich- und Zahnzahl ist streng genommen ein besonderer Fräser notwendig, da sich die Flankenform mit steigendem Teilkreisdurchmesser zunächst stark,

Zusammenstellung 149.

8 teiliger		15 teiliger	
Fräsersatz			
12—(13)	26—(34)	12	29—(33)
14—(16)	35—(54)	13	34—(41)
17—(20)	55—(134)	14	42—(52)
21—(25)	135—∞	15—(16)	53—(80)
		17—(18)	81—(134)
		19—(20)	135—∞
		21—(24)	∞
		25—(28)	

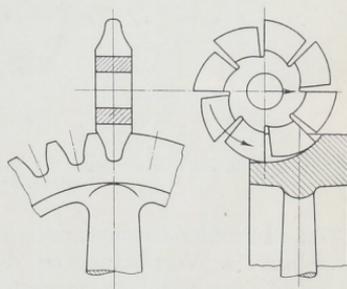


Abb. 1884. Zahnformfräser.

später in geringerem Maße ändert. Praktisch beschränkt man sich meist auf je 8- oder bei größeren Teilungen 15teilige Fräsersätze, für welche z. B. nach J. E. Reinecker, Chemnitz, die Zahnzahlen der Zusammenstellung 149 gelten. Die Fräserschneiden entsprechen den links stehenden Zahnzahlen, während die rechts angeführten die höchsten sind, die mit dem betreffenden Werkzeug noch hergestellt werden dürfen. Die dabei auftretenden Abweichungen gegenüber der streng richtigen Form bestehen in einer Schwächung des Kopfendes der Zähne und haben Geschwindigkeitsänderungen zur Folge, so daß wichtige und rasch laufende Räderpaare stets mit genauen Fräsern hergestellt oder mit solchen Zahnzahlen versehen werden sollten, die den Satzfräsern entsprechen. Zykloidenverzahnungen sind wegen der großen Zuschärfungswinkel der Fräser, die in den Teilkreispunkten nahezu 90° erreichen, ungünstig; Räder mit unterschrittenen Zähnen lassen sich, sofern die Lücken im Grunde weiter als im Teilkreis sind, überhaupt nicht fräsen. Die übliche Ausbildung des Zahnfußes als radiale Ebene unter vollständig

Vernachlässigung der Unterscheidung verlangt die richtige Bemessung der Mittenernung der Räder nach den Ausführungen auf Seite 1048; sonst treten bei weniger als 25 Zähnen erhebliche Störungen im Betriebe auf.

Der Bearbeitungsvorgang fordert eine sehr genaue Einstellung des Fräasers, derart, daß seine Mittelebene durch die Radachse geht, ist aber im übrigen einfach. Der Fräser wird zunächst an dem genau nach dem Kopfkreisdurchmesser vorgedrehten und in die Fräsmaschine gespannten Radkörper so eingerichtet, daß er den Körper gerade berührt, dann in radialer Richtung um die Zahnhöhe zugestellt und schließlich parallel zur Radachse auf Arbeitsgang geschaltet. Nach Fertigstellung einer Lücke und Rücklauf des Fräasers erfolgt die Wefterschaltung des Radkörpers um eine Teilung vermittels eines Teilkopfes. Verzahnungsfehler können, abgesehen von Profilfehlern bei der Herstellung oder infolge der Verwendung von Satzfräsern für Zahnzahlen, für welche sie nur annähernd richtig sind, entstehen: durch Verziehen der Fräser beim Härten, durch falsche Einstellung des Werkzeuges und durch örtliche Erwärmung des Arbeitsstücks an der Stelle, wo der Fräser arbeitet. Das Verfahren ist besonders für die Massenherstellung von Rädern gleicher Größe auf automatisch arbeitenden Maschinen geeignet.

Auch Schleifmaschinen, die für die Fertigbearbeitung gehärteter Räder zur Erreichung möglichst glatter Zahnflächen und zur Beseitigung der Fehler durch das Verziehen beim Härten wichtig sind, arbeiten zum Teil mit Schleifscheiben, deren Rand dem Lückenprofil entspricht. Da dieselben rascher Abnutzung und

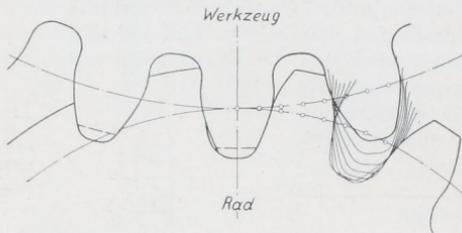


Abb. 1885. Erzeugung der Zahnflanken nach dem Abwälzverfahren.

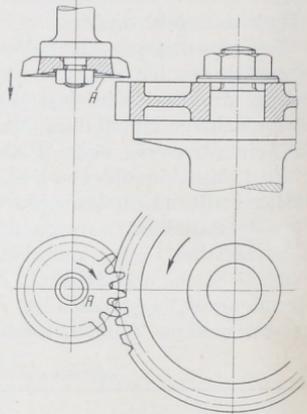


Abb. 1886. Stirnradstoßmaschine nach Fellows.

damit Profiländerungen unterliegen, bringen z. B. Mayer und Schmidt an der Maschine selbst eine Vorrichtung an, die gestattet, die Scheiben ständig oder von Zeit zu Zeit nach einer Schablone nachzuarbeiten und wieder auf richtige Form zu bringen.

Zu 2. Die zweite Gruppe der Maschinen, die Lehren zur Herstellung der Zahnformen benutzen, kommt für die Bearbeitung von Stirnrädern nur bei großen Teilungen in Frage, für welche das Fräsen zu teure Werkzeuge verlangt. Das Verfahren steht in bezug auf Genauigkeit und Sauberkeit der Flanken den anderen nach, weil die dabei notwendigerweise verwandten Spitzstähle keine glatten, sondern riefige Flanken erzeugen. Da es in erster Linie an Kegelradhobelmaschinen Verwendung findet, ist es später besprochen.

Zu 3. Das Werkzeug hüllt nach Abb. 1885, während sich sein Teilriß und der des Radkörpers aufeinander abwälzen, die Flanken des Werkstückes ein. Das Verfahren ist auf Hobel-, Stoß- und Fräsmaschinen, neuerdings auch auf Schleifmaschinen angewendet worden. Mit einem Rade A, Abb. 1886, das z. B. als Werkzeug einer Stoßmaschine eine auf- und niedergehende Bewegung macht, während die Teilzylinder nach dem Rückgange des Werkzeuges weiter geschaltet werden, lassen sich Räder beliebiger Zahnzahlen erzeugen, die mit einem dem Rade A kongruenten richtig zusammenarbeiten. Dadurch ist der Vorteil, alle Räder gleicher Teilung mit einem einzigen Werkzeuge herzustellen, erreicht (Fellows-Stirnradstoßmaschine, die ein

Stoßrad von 24 Zähnen benutzt). Erfüllt die Form des Werkzeugs noch die Bedingung der Satzradverzahnung (kongruente Eingriffslinie vor und hinter der Mittellinie!), so entstehen nach Seite 1032 Satzräder, die auch untereinander gepaart werden können. Ewolventenverzahnung vorausgesetzt, gestattet das Verfahren, V-Räder herzustellen. Es führt zu konstruktiv einfachen Maschinen, erzeugt sehr gute und glatte Zahnflächen und ermöglicht zur Zeit als einziges die Herstellung richtiger Innenverzahnungen.

Die einfachste Form des Werkzeugs liefert die Zahnstange, deren Schneidkanten im Falle der Ewolventenverzahnung geradlinig sind, für Zykloidenverzahnung aber aus zwei kongruenten Radlinien bestehen. Schwierigkeiten machte jedoch die absetzende Schaltbewegung des Werkzeugs nach Fertigstellung einer Lücke, so daß die auf dieser Grundlage arbeitenden Maschinen erst in neuerer Zeit Erfolg hatten.

Auf die Zahnstange läßt sich aber auch das andere wichtige Herstellverfahren von Stirnrädern mittels Schneckenfräsern, Abb. 1887, zurückführen. Der Fräser erhält als Gangprofil die Form der Zahnstangenzähne und wird unter dem Steigungswinkel φ der Schraube gegen die Radebene gestellt, Abb. 1888 und 1889, so daß die Schneckenflanken tangential zur Lückenmitte verlaufen. In Abb. 1888 ist das zu schneidende Rad strichpunktiert im Schnitt gezeichnet und vor der Frässhnecke liegend zu denken. Der Drehung des Fräasers um seine Achse entspricht eine Verschiebung seiner Schneidkanten in der Radebene; wird

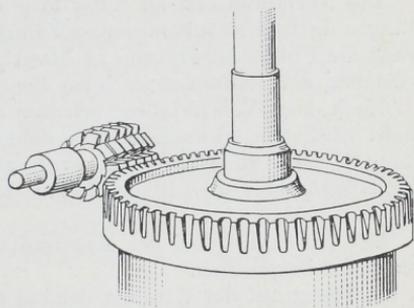


Abb. 1887. Herstellung von Stirnrädern mittels Schneckenfräsern.

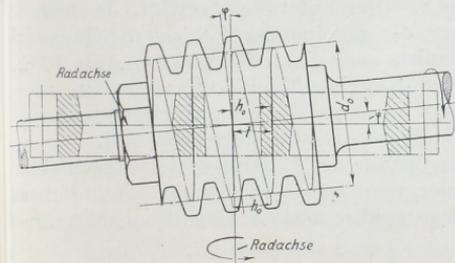


Abb. 1888. Einstellung des Schneckenfräasers.

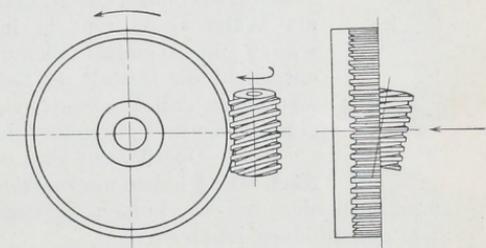


Abb. 1889. Fräsen mittels Schneckenfräasers.

das zu bearbeitende Rad mit der gleichen Geschwindigkeit, wie die Verschiebung erfolgt, im Teilzylinder angetrieben, so ist der Vorgang dem Kämmen einer Zahnstange mit einem Zahnrade gleichwertig. Fräser und Arbeitsstück lassen sich auch als Schneckentrieb auffassen. Werden sie entsprechend der Übersetzung desselben miteinander verbunden, so ergibt sich eine stetig drehende Bewegung der Teile, die große Genauigkeit verbürgt. Dem Vorteile, nur einen Fräser für alle Zahnräder gleicher Teilung zu benötigen, steht aber dessen schwierige Herstellung und Kostspieligkeit gegenüber. Der Fräser wird als Schraube mit einer Steigung:

$$h_0 = \frac{t}{\cos \varphi} \quad (552)$$

vorgeschnitten, die mit der weiteren Bedingung, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{h_0}{\pi \cdot d_0}$, zur Beziehung zwischen dem Fräserdurchmesser d_0 im Teilzylinder und der Stichzahl m :

$$d_0 = \frac{t}{\pi \cdot \sin \varphi} = \frac{m}{\sin \varphi} \quad (553)$$

führt. Durch das Einfräsen von Spannuten entstehen Zähne, die zur Ausbildung eines Zuschärfungswinkels und wegen Erhaltung ihrer Form beim Nachschleifen hinterdreht werden. Schließlich wird der Fräser gehärtet und geschliffen. Fehler, die die Genauigkeit der Zahnflanken beeinflussen können, bringt namentlich das Verziehen beim Härten und der Umstand, daß nicht das Gangprofil, sondern die Projektion der Schraubenfläche in Richtung der Tangente an die Schraubenlinie im Teillrisse für die Gestaltung der Zahnflanken maßgebend ist. Deshalb muß das Profil zur Erzeugung genauer Evolventenverzahnungen abgeändert werden [XXV, 14].

Das Verfahren erzeugt selbsttätig die der Zahnstange entsprechenden Unterscheidungen an Rädern mit niedrigen Zahnzahlen, gestattet aber auch, durch Profilverschiebung die Unterscheidungen zu beseitigen und vermeidet infolge der gleichmäßigen Erwärmung des Radumfangs beim Bearbeiten Teilungsfehler.

Nach dem Wälzverfahren arbeiten auch die neueren Zahnradschleifmaschinen. Meist wird eine schwach kegelige Schleifscheibe oder die Kante einer Topfscheibe dazu benutzt, beim Abwälzen genau evolventische Zahnflanken zu erzeugen. Die Schleiflinie der Scheibe läßt man in der Ebene der Zahnstangenflanke laufen, die mit dem Rade kämmen würde.

Das namentlich bei der Kegelradbearbeitung angewandte Wälzhobelverfahren ist später besprochen.

In bezug auf die Wirkung der bei den verschiedenen Verfahren verwandten Werkzeuge sei noch allgemein bemerkt, daß Kantenwerkzeuge, wie sie beim Hobeln als

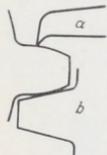


Abb. 1890.
Kanten- und
Profil-
werkzeug.

Spitzstähle, Abb. 1890 oben, notwendig werden, weniger glatte Flanken liefern als Profilwerkzeuge, Abb. 1890 unten und 1886 mit längeren geraden oder gekrümmten Schneiden, wie sie bei den Wälzverfahren benutzt werden. Aber auch diese können Flanken erzeugen, die sich aus einzelnen Flächen zusammensetzen, wenn das Schalten absatzweise erfolgt. Je stetiger der Wälzvorgang und je häufiger die aufeinander folgenden Schneiden wirken, um so glatter fallen die Flanken aus. Beim Formfräser, Abb. 1884, entspricht die Gestalt der Zahnücke dem Umriß der Fräterschneiden, vorausgesetzt, daß diese unter sich nach Form und Lage zur Fräsebene übereinstimmen und gegenüber dem Radkörper richtig eingestellt sind.

Glatte Oberflächen sind wichtig wegen der Erhaltung des Gegenrades.

Nach Maag haben ungehärtete Räder, wenn sie mit gehärteten, geschliffenen zusammenlaufen, drei- bis vierfache Lebensdauer gegenüber solchen, die mit ungehärteten, nicht geschliffenen kämmen.

L. Allgemeines über die Wahl der Zahnform, der Übersetzung und der Werkstoffe.

Für die Entscheidung über die Zahnform seien die Vor- und Nachteile der beiden wichtigsten Verzahnungen nochmals kurz zusammengestellt:

Räder mit Evolventenzähnen haben, so lange Unterscheidungen nicht in Betracht kommen, einfach gekrümmte Zahnflanken und kräftige Zahnfüße. Sie sind aber wegen der ungünstigeren Gleitverhältnisse und der höheren spezifischen Pressungen, die an den Zahnflanken infolge der Berührung zweier erhabener Flächen entstehen, größerer Abnutzung unter stärkerer Veränderung der Zahnform unterworfen. Unterscheidungen schwächen die Zahnwurzeln und verringern die Überdeckung. Evolventenzahnräder lassen, — jedoch lediglich im neuen Zustande —, Änderungen der Achsentfernungen zu und können auf mehrere Arten von Werkzeugmaschinen leicht genau bearbeitet werden. Die beiden zuletzt erwähnten Vorteile begründen die heute fast ausschließliche Verwendung der Evolventenverzahnung.

Die Zykloidenverzahnung weist doppelt gekrümmte Zahnflanken auf, die wegen des besseren Ineinanderschmiegens der erhabenen und hohlen Flächen günstigere

Übertragungsverhältnisse bieten, aber die genaue Einhaltung der Mittenentfernung verlangen. Infolge der geringeren spezifischen Pressung an der Berührungsstelle wird die Abnutzung kleiner und infolge der besonderen Gleitverhältnisse gleichmäßiger. Durch geeignete Wahl der Rollkreise läßt sich große Überdeckung erreichen. Die schwierigere Herstellung und Bearbeitung der Zahnflanken hat aber die Zykloidenverzahnung im wesentlichen auf große Einzeltriebe und wichtige Triebwerkräder beschränkt, bei denen dauernd ruhiger Lauf besonders erwünscht ist.

Wahl der Übersetzung und der Zahnzahlen. Das Drehzahlverhältnis wird bei Rädern mit dauernd gleichmäßig wirkenden Kräften, z. B. an Hebezeugen, zweckmäßigerweise ganzzahlig gewählt, weil dann stets die gleichen Zähne zugunsten raschen Einlaufens miteinander in Eingriff kommen. Bei periodisch schwankenden Umfangskräften lassen sich ungleichmäßige Abnutzungen an dem einen Rade, — bei Kraftmaschinen am treibenden, bei Arbeitsmaschinen am getriebenen —, nicht vermeiden. So laufen hoch belastete Zahnräder an Pumpen und Kompressoren, aber auch an manchen Werkzeugmaschinen, wie Stanzen und Pressen, mit der Zeit immer unruhiger. Damit sich die Abnutzung nicht auf einzelne oder wenige Zähne des Gegenrades beschränkt, vermeidet man in dem Falle ganzzahlige Übersetzungen, wenn auch das Zurückgehen auf Primzahlen, wie es früher gelegentlich empfohlen wurde, unnötig ist, weil es das Einlaufen zu sehr erschwert.

Die Zähne des Kleinrades eines Getriebes kommen naturgemäß häufiger zum Eingriff und werden um so stärker abgenutzt, je verschiedener die Zahnzahl, je beträchtlicher also das Drehzahlverhältnis ist. Da nun die Erhaltung richtiger Zahnformen mit steigender Geschwindigkeit wichtiger wird, macht man die äußersten Übersetzungen von der Geschwindigkeit abhängig und pflegt die folgenden nicht zu überschreiten: bei sehr langsam laufenden Rädern, z. B. an Handwinden mit unbearbeiteten Zähnen 1:8, höchstens 1:12, an motorisch angetriebenen Hebezeugen bei Umfangsgeschwindigkeiten von 3 bis 5 m/sek 1:7 bis 1:6, bei mehr als 5 m/sek 1:6 bis 1:4. Dabei wird man noch die Art des Betriebs berücksichtigen und bei ununterbrochenem Lauf geringere Übersetzungen wählen als bei zeitweisem oder häufig unterbrochenem. Vgl. Abb. 1897 und 1896. Auch durch Wahl eines widerstandsfähigeren Werkstoffs für die kleineren Räder kann man zur Erhaltung der Zahnformen sehr beitragen.

In ähnlicher Weise beachtet man auch bei der Wahl der Zahnzahl des Kleinrades die Umlaufgeschwindigkeit. Wenn einerseits ein möglichst niedriger Wert wegen des Raumbedarfs des Getriebes erwünscht ist, so fallen andererseits die Zähne schwächer und die Eingriff-, Gleit- und Abnutzungsverhältnisse ungünstiger aus. Deshalb wird die Zahnzahl genommen:

an Handwinden nicht unter 13, äußerstenfalls 10;

an elektrisch angetriebenen Hebezeugen bei mäßigen Geschwindigkeiten nicht unter 18, äußerstenfalls 12;

bei hohen Geschwindigkeiten nicht unter 20, äußerstenfalls 16.

Nur an tragbaren Wagenwinden finden sich Trieblinge von 3 bis 4 Zähnen, während wichtige Triebwerkräder mindestens 24 Zähne bei Zykloiden- und 28 Zähne bei Evolventenverzahnung erhalten sollen, sofern bei der letzteren keine V-Räder verwandt werden. Getriebe an Wasserturbinen, die dauernd große Leistungen unter hohen Geschwindigkeiten zu übertragen haben, pflegen nicht unter 60 Zähnen am Kleinrade zu bekommen.

An geteilten Rädern ist es vorteilhaft, wenn die Zahnzahl ein Vielfaches der Teile ist, da die Fuge stets eine Zahnücke treffen muß. Auch beim Einformen des Rades mittels Zahnsegmenten kann eine der Armzahl entsprechende, durch 4, 6, 8 usw. teilbare Zahnzahl erwünscht sein.

Wahl der Werkstoffe. Zur Übertragung kleiner und mittlerer Kräfte wird Gußeisen verwendet, das bei sorgfältigem Einformen genügend glatte Oberflächen liefert und deshalb bei mäßigen Betriebsgeschwindigkeiten roh bleiben kann, bei geschnittenen Zähnen aber den Vorteil leichter Bearbeitbarkeit hat. Fallen gußeiserne Räder zu schwer

aus, so wählt man Stahlguß, darf aber bei diesem Werkstoff wegen der rauheren Oberfläche und wegen des stärkeren Verziegens der Gußstücke beim Abkühlen nur bei großen Teilungen von der Bearbeitung der Flanken absehen. Das bei Stahlguß namentlich im Falle des Zusammenarbeitens mit anderen metallischen Rädern leicht auftretende Tönen bei höheren Geschwindigkeiten kann durch Ausgießen des Kranzes mit Blei oder Zement oder durch Ausfüllen mit Schrot gemildert werden. An hoch beanspruchten Räderpaaren kommen für die Kleinräder oder Ritzel wegen der an ihnen zu erwartenden großen Abnutzung Stahl und Bronze mit aus dem Vollen geschnittenen Zähnen in Frage, während die zugehörigen Großräder aus Gußeisen oder Stahlguß ausgeführt werden. Für hohe Geschwindigkeiten finden Ritzel aus stark zusammengepreßter Rohhaut, Leder, Vulkanfaser, Sileurit, Papierstoff, Baumwollfilz und ähnlichen Stoffen im Eingriff mit bearbeitetem Gußeisen Verwendung. Sie sind zwar teuer, gleichen aber durch ihre Nachgiebigkeit geringe Verzahnungsfehler aus und machen den Gang ruhig, dürfen jedoch naturgemäß nur niedrig belastet werden. Die drei zuerst genannten Baustoffe sind starken Formänderungen durch die Feuchtigkeit unterworfen und haben sich sowohl in sehr trockenen Räumen, in denen sie zusammenschumpfen, wie auch in sehr feuchten, wo sie sich durch ihre Aufsaugfähigkeit stark ausdehnen und sprengend wirken, nicht bewährt. Rohhaut und Leder sind zudem gegen Maschinenöle empfindlich; zur Schmierung wird ein Gemisch von Talg, Graphit und Harz empfohlen. Sileurit, nur aus pflanzlichen Stoffen hergestellt, soll gegen solche Einflüsse widerstandsfähiger sein.

Die in Rücksicht auf die Einschränkung des Gewichts sehr hoch beanspruchten Räder der Kraftwagen-, Flugzeug- und ähnlichen Getriebe werden aus Vergütungsstahl, Zusammenstellung 22, S. 82 oder den mit Nickel oder Nickel und Chrom legierten Sonderstahlorten, vgl. Zusammenstellung 27, S. 88, hergestellt. Nach der Herausarbeitung aus den gut durchgeschmiedeten Rohstücken werden sie vergütet und neuerdings mehr und mehr durch Schleifen auf genaue Flankenform, und große Glätte gebracht.

An Turbinen- und Triebwerkkrädern werden bei gleichmäßigen Belastungen in den Kranz des großen Rades eingesetzte Kämme aus trockenem Weißbuchenholz verwendet, die sich nach eingetretener Abnutzung leicht auswechseln lassen und mit gußeisernen Zähnen des Gegenrades zusammenarbeiten. Den Holzzähnen gibt man der geringeren Festigkeit wegen eine größere Stärke von etwa 23/40 t im Teilkreis gemessen, während die Eisenzähne 16/40 t bei einem Flankenspiel von 1/40 erhalten. Bei stark und namentlich periodisch schwankenden Kräften bewähren sich Holzkämme infolge unregelmäßiger Abnutzungen nicht. Grundsätzlich sollten sie an dem Rade, von dem die Schwankungen ausgehen, vermieden werden.

M. Berechnung der Zahnradgetriebe.

1. Auf Festigkeit.

Die Grundlage für die Bemessung von Rädern, die größere Kräfte zu übertragen haben, bildet die Festigkeitsrechnung der Zähne an dem Rade aus dem weniger widerstandsfähigen Werkstoff. Für diese Rechnung ist die mittlere Umfangskraft U , das ist die Tangentialkomponente des Zahndruckes P am Teilkreis, welche die Zähne auf Biegung beansprucht, maßgebend, während die Radialkraft von P , die die Zähne auf Druck in Anspruch nimmt, vernachlässigt werden kann. (Streng genommen ist U bei einem bestimmten zu übertragenden Drehmoment je nach dem Abstände des Eingriffpunktes von der Achse des treibenden Rades verschieden groß. Auch pflegt der beim Betriebe wirksame Wälzkreis durch den Teilkreis ersetzt zu werden.) Ist das Drehmoment M_d oder die Leistung N , die bei n Umdrehungen in der Minute zu übertragen ist, gegeben, so folgt:

$$U = \frac{M_d}{R} = \frac{75 N}{v} = \frac{71620}{R} \frac{N}{n} \quad (554)$$

U greift unter der Voraussetzung, daß ein Zahn die Kraft aufnehmen muß — eine Bedingung, die darin begründet ist, daß bei Teilungs- und Ausführungsfehlern nicht

auf das gleichzeitige Anliegen mehrerer Zähne selbst bei großer Überdeckung gerechnet werden darf — im ungünstigsten Falle an der Kopfkante, Abb. 1891, an. Dabei liegt die Annahme, daß die volle Umfangskraft dort wirkt, im Sinne der Sicherheit der Rechnung.

Denkt man sich U gleichmäßig über die Zahnbreite verteilt, so greift es in bezug auf den Zahnfuß, der die Dicke a und die Breite b habe, am Hebelarm l (Zahnhöhe) an. Bei einem bestimmten Wert k_b als zulässiger Biegebeanspruchung muß:

$$k_b = \frac{M_b}{W} = \frac{6 \cdot U \cdot l}{b \cdot a^2}$$

sein. Werden a und l unter Voraussetzung der üblichen Zahnformen in Beziehung zur Teilung gebracht, indem:

$$a = \alpha t = 0,5 \dots 0,55t \quad \text{und} \quad l = \beta t \approx 0,7t$$

gesetzt wird, so folgt:

$$k_b = \frac{6U \cdot \beta}{\alpha^2 \cdot b \cdot t} \quad \text{oder} \quad U = \left(\frac{\alpha^2}{6\beta} \cdot k_b \right) \cdot b \cdot t = 0,06 \dots 0,07 k_b \cdot b \cdot t$$

und mit $0,06 \dots 0,07 \cdot k_b = \sim \frac{1}{15} k_b = k$:

$$U = k \cdot b \cdot t \quad (\otimes) \quad (555)$$

k heißt Belastungszahl. b und t sind in Zentimetern einzusetzen.

Die Formel ermöglicht auf einfache Weise die Ermittlung der Teilung. Indem die Breite als Vielfaches der Teilung angenommen und $b = \psi t$ gesetzt wird, ergibt sich t aus:

$$t^2 = \frac{U}{\psi \cdot k} \quad (556)$$

t liefert den Modul $m = \frac{t}{\pi}$, der entsprechend der Zusammenstellung 147, S. 1027, abgerundet wird. Bei der Benutzung der Formel ist aber zu beachten, daß sie keinen unmittelbaren Aufschluß über die Höhe der Beanspruchung, die in dem Werte k enthalten ist, gibt, so daß man in wichtigen Fällen, bei ungewöhnlichen Verzahnungen und starken Unterscheidungen die tatsächliche Inanspruchnahme nochmals an Hand der wirklichen Maße nachprüfen muß.

Will man die Größe des Moduls unmittelbar in Millimetern berechnen, so führt die Beziehung $t = \frac{\pi \cdot m}{10}$ zu:

$$U = \frac{\pi \cdot k \cdot b \cdot m}{10} = \frac{k \cdot b \cdot m}{3,2} \quad \text{oder} \quad m = \frac{3,2U}{k \cdot b} \quad \text{in mm.} \quad (557)$$

Aus der Form $b \cdot t = \frac{U}{k}$ folgt, daß das Produkt $b \cdot t$ bei gegebener Größe von U und bestimmter Annahme von k unveränderlich ist, eine Beziehung, die bei konstruktiven Änderungen oft gut benutzt werden kann.

Aus dem zu übertragenden Drehmoment M_d ergibt sich die Teilung mit Benutzung von $M_d = U \cdot R$, $R = \frac{z \cdot t}{2\pi}$ und $U = k b t = k \psi t^2$ aus:

$$M_d = \frac{k \cdot \psi t^3 \cdot z}{2\pi}$$

zu: $t = \sqrt[3]{\frac{6,3 M_d}{k \cdot \psi \cdot z}}$ in cm; (558)

der Modul zu: $m = \sqrt[3]{\frac{200 M_d}{k \cdot \psi \cdot z}}$ in mm. (559)

Ist die Leistung, die durch eine Welle bei n Umdrehungen in der Minute übertragen werden soll, in Pferdestärken N zu je $75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}}$ gegeben, so führt die Beziehung

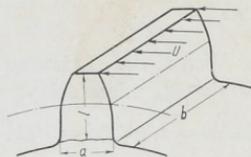


Abb. 1891. Zur Berechnung der Zähne auf Festigkeit.

$$M_a = 71\,620 \frac{N}{n} \text{ zu:}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{450\,000}{k \cdot \psi \cdot z} \cdot \frac{N}{n}} \text{ in cm} \quad (560)$$

und

$$m = \sqrt[3]{\frac{14\,500\,000}{k \cdot \psi \cdot z} \cdot \frac{N}{n}} \text{ in mm.} \quad (561)$$

Wenn die Leistung in Kilowatt ausgedrückt ist, wie es in der Elektrotechnik durchweg, neuerdings aber auch vielfach im Maschinenbau üblich ist, wird, da

1 kW = 1,36 PS = 102 $\frac{\text{mkg}}{\text{sek}}$ ist:

$$t = \sqrt[3]{\frac{614\,000}{k \cdot \psi \cdot z} \cdot \frac{N_{kw}}{n}} \text{ in cm} \quad (562)$$

und

$$m = \sqrt[3]{\frac{19\,700\,000}{k \cdot \psi \cdot z} \cdot \frac{N_{kw}}{n}} \text{ in mm.} \quad (563)$$

z ist in den Formeln die Zahnzahl des auf der betreffenden Welle sitzenden Rades.

Die Voraussetzung gleichmäßigen Anliegens der Zähne auf der ganzen Breite wird bei unbearbeiteten Rädern oder unvollkommenem Zusammenbau oder Formänderungen der Welle nicht immer erfüllt sein. Schlimmstenfalls wirkt der Zahndruck nach Abb. 1892 als Einzelkraft an einer Ecke und kann Eckbruch unter dem Winkel φ hervorrufen. Ersetzt man die Bruchfläche durch ein Rechteck von

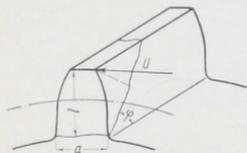


Abb. 1892. Eckbruch.

der Höhe a und der Breite $\frac{l}{\sin \varphi}$, so folgt die Biegebeanspruchung aus:

$$\sigma'_b = \frac{6 \cdot U l \cos \varphi}{a^2 \cdot l / \sin \varphi} = \frac{3 U \cdot \sin 2 \varphi}{a^2}.$$

Sie erreicht für $\sin 2 \varphi = 1$ oder $\varphi = 45^\circ$ den Größtwert von:

$$\sigma'_b = \frac{3 U}{a^2}. \quad (564)$$

Gleiche Widerstandsfähigkeit gegenüber Eckbruch und Abbrechen am Fuße ist vorhanden, wenn:

$$\sigma'_b = k_b \quad \text{oder} \quad \frac{3 U}{a^2} = \frac{6 \cdot U l}{b \cdot a^2},$$

d. h.

$$b = 2l = 1,4t = 4,5 \cdot m \quad (565)$$

ausgeführt wird. Praktisch kann man für unbearbeitete Zähne gewöhnlicher Ausführung auf:

$$b = 2t \approx 3l \approx 6,3m, \quad (566)$$

bei besonders sorgfältiger Herstellung auf Zahnradformmaschinen und unter Nachbearbeitung von Hand auf $b = 2,5$ bis $3t$ oder 8 bis $10m$ gehen. Größere Breiten erhöhen die Tragfähigkeit der Zähne bei eintretender Eckbelastung nicht und dürfen deshalb bei der Festigkeitsberechnung nicht berücksichtigt werden. Nur wenn bei geschnittenen Zähnen auch durch sorgfältigen Zusammenbau die Gewähr für das Anliegen der Flanken auf ihrer ganzen Breite gegeben ist, können die Zähne mit b bis zu $5 \dots 6,5t$ oder $15 \dots 20m$ ausgeführt werden.

Theoretisch würde schon bei Breiten von mehr als $2t$ bei gleicher Sicherheit gegen Eckbruch und gegen Abbrechen an der Zahnwurzel eine Herabsetzung der Zahl k auf $k_1 = \frac{k \cdot 2t}{b}$ nötig sein, so daß z. B. bei $b = 3t$ k_1 nur $\frac{2}{3}$ von k betragen dürfte. Die Erniedrigung ist aber nach den obigen Ausführungen um so weniger nötig, je sicherer auf gleichmäßiges Anliegen der Zahnflanken durch genaue Bearbeitung und Aufstellung gerechnet werden kann.

Im Anschluß hieran sei auf die Bedeutung großer Überdeckung hingewiesen. Sie macht sich dadurch geltend, daß die Abnutzung, aber auch die Biegebeanspruchung der Zähne herabgesetzt wird, wenn sich die im Eingriff stehenden Zähne tatsächlich in die Übertragung des Druckes teilen, was aber nur bei sorgfältigster Bearbeitung und gutem Einlaufen eintritt. An Abb. 1893 unten wurden die Verhältnisse für die Evolventenverzahnung, Abb. 1846, bei einem Überdeckungsgrad $\varepsilon = 2$ für einen beliebigen Querschnitt des Zahnfußes, z. B. den durch den Halbmesser R_0 gegebenen, ermittelt. Dazu wurde zunächst die Eingriffstrecke AB auf den Grundkreis und von da durch Halbmesserlinien auf den Kreis R_0 übertragen. Nun erhält man die Hebelarme, an denen der Zahndruck wirkt, in den Loten, die von den Schnittpunkten des Kreises R_0 $1', 2', 3' \dots$ auf die

Eingriffslinie gefällt werden. Den Hebelarmen verhältnismäßig sind aber auch die Biegemomente, weil der Zahndruck bei der Evolventenverzahnung unveränderlich ist, sofern die Zahnreibung vernachlässigt wird. Trägt man daher die Länge der Lote auf die Halbmesser zurück, so ergibt die dabei erhaltene Linie CD ein anschauliches Bild über die Belastungen des Zahnes in den einzelnen Stellungen, wenn der Nachbarzahn nicht zum Eingriff kommt. Nehmen zwei Zähne gleichzeitig und je zur Hälfte an der Kraftübertragung teil, so sinken auch die Belastungen und Beanspruchungen auf die Hälfte nach dem Linienzug $EFGH$ im linken Teil der Abbildung, weil die Momentenflächen übereinandergreifen.

Bei $\varepsilon = 1,5$ überdecken sich die Flächen in geringerem Maße, wie der obere Teil der Abbildung zeigt; zeitweise z. B. auf der Strecke JK , muß ein Zahn allein die Last aufnehmen. Immerhin ist auch hier die Beanspruchung wesentlich niedriger, weil die großen Hebelarme nicht zur Wirkung kommen, wenn auf das gleichzeitige Anliegen zweier Zähne gerechnet werden kann.

Trotzdem wird man die Zähne stets so bemessen, daß jeder für sich allein den ganzen Zahndruck unter den ungünstigsten Verhältnissen aufnehmen kann.

2. Berechnung der Zähne auf Flächendruck.

An hochbelasteten Flanken tritt eine Zerstörung der Zahnoberfläche ein, die den Beschädigungen von Kugel- und Rollenlagern infolge zu hohen Flächendrucks ähnelt und in Form feiner Gruben längs der Wälzylinder einsetzt. Das letztere dürfte darauf zurückzuführen sein, daß dort kein Gleiten stattfindet und die Richtung des Zahndrucks nach Abb. 1882 wechselt. Oft tritt diese Erscheinung nur an einem Ende der Verzahnung auf, wahrscheinlich infolge von Herstellungsfehlern oder infolge Verdrehung des Ritzels durch das Drehmoment. Häufig ist sie dann vorübergehender Natur; durch den Betrieb glätten sich die Flanken wieder. Einen zahlenmäßigen Anhalt für die Beanspruchung gewinnt man, wenn man die Zahnflanken als zwei Walzen betrachtet, deren Krümmungshalbmesser im Wälzpunkt nach Abb. 1894 durch $\varrho_1 = F_1 O = R_1 \cos \beta$ und $\varrho_2 = F_2 O = R_2 \cos \beta$ gegeben sind und die spezifische Beanspruchung unter sinngemäßer Anwendung der Formel (476) aus dem Zahndruck P

$$k_0 = \frac{P}{b \cdot 2 \varrho}$$

ermittelt. ϱ ist dabei der mittlere Krümmungshalbmesser der Zahnflanken im Wälzpunkt und berechnet sich aus ϱ_1 und ϱ_2 nach $\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_1} \pm \frac{1}{\varrho_2}$, wobei das + Zeichen für Außen-, das - Zeichen für Innenverzahnung gilt, während die Flächenpressungszahl k_0

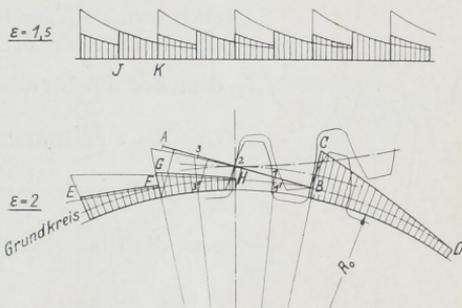


Abb. 1893. Zusammenhang zwischen Überdeckungsgrad und Zahnbelastung.

von den Festigkeits- und Elastizitätszahlen der Werkstoffe der aufeinander arbeitenden Flanken, insbesondere aber des nachgiebigeren von ihnen abhängt. Damit wird:

$$k_0 = \frac{P}{2b} \left(\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \right) = \frac{P}{2b \cdot \cos \beta} \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right). \quad (567)$$

Führt man $P = \frac{U}{\sin \beta} = \frac{k \cdot b \cdot t}{\sin \beta} = \frac{k \cdot b \cdot \pi \cdot m}{\sin \beta}$ und $R_1 = \frac{z_1 \cdot m}{2}$, $R_2 = \frac{z_2 \cdot m}{2}$ ein, so läßt:

$$k_0 = \frac{2 \pi \cdot k}{\sin 2\beta} \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right)$$

erkennen, daß der Flächendruck von der Belastungszahl k und den Kehrwerten der Zahnzahlen, und zwar in erster Linie von dem des Kleinrades $\frac{1}{z_1}$ abhängt, da der Winkel β nur in engen Grenzen zu schwanken pflegt. Denn $\frac{1}{z_2}$ wird fast stets wesentlich kleiner als $\frac{1}{z_1}$ sein. Das tritt auch deutlich hervor, wenn man die Übersetzung $u = \frac{z_1}{z_2}$ einführt, wobei:

$$k_0 = \frac{2 \pi \cdot k}{\sin 2\beta} \cdot \frac{1 \pm u}{z_1}$$

wird. Da die Übersetzung meist gegeben sein wird, kann die Inanspruchnahme auf Flächendruck nur durch die Belastungszahl k und die Zahnzahl z_1 des Kleinrades geregelt werden. Die Angabe von sicheren Zahlen für k_0 ist wegen des derzeitigen Mangels genügender Erfahrungen noch nicht möglich.

Abb. 1894. Zur Berechnung der Flanken auf Flächendruck.

Will man an einem Getriebe mit der Übersetzung $u = \frac{n_1}{n_2}$ beim Übertragen einer Leistung N unter n_1 Umläufen/min bestimmte Werte der Flächenpressungszahl k_0 und der Belastungszahl k einhalten, so bedingt das Verhältnis $\frac{k}{k_0}$ die Zahnzahl des Kleinrades:

$$z_1 = \frac{2 \pi \cdot k}{\sin 2\beta \cdot k_0} (1 \pm u). \quad (567a)$$

Nun wählt man entweder die Teilung $t = \pi \cdot m$ und findet daraus den Ritzeldurchmesser $D_1 = z_1 \cdot m$ oder man nimmt umgekehrt den Ritzeldurchmesser an, der die Teilung $t = \pi \cdot \frac{D_1}{z_1}$ bestimmt. Schließlich folgt aus der Umfangskraft U nach Formel (554) die Zahnbreite $b = \frac{U}{k \cdot t}$.

3. Berechnung der Getriebe auf Erwärmung.

An dauernd und raschlaufenden Getrieben tritt eine Erwärmung der Zahnräder infolge der an ihnen erzeugten Reibungsarbeit ein. Zur Zahnreibung tritt noch ein Teil der Reibungswärme aus den Lagern, in denen das Ritzel läuft, nämlich derjenige, der durch die Welle abgeleitet wird, ein Betrag der häufig größer als der durch die Zahnreibung erzeugte ist. Ähnlich wie bei Lagern stellt sich nach einer gewissen Zeit ein Gleichgewichtszustand bei einer bestimmten Beharrungstemperatur ein, in welchem gerade so viel Wärme erzeugt wie abgeführt wird. Naturgemäß ist für den Betrieb der Zustand des kleinen Rades, dessen Zähne in der gleichen Zeit viel häufiger zum Eingriff kommen, entscheidend. Die Beharrungstemperatur des Öls soll 70° nicht überschreiten.

Die Reibungsarbeit ist durch das Produkt des Zahndrucks P und der mittleren Gleit-

geschwindigkeit der Flanken gegeben. Die letztere wächst verhältnismäßig der Relativgeschwindigkeit der Wälzylinder, also auch verhältnismäßig $\omega_1 \pm \omega_2$ oder $n_1 \pm n_2$. An Außengetrieben ist das +, an Innengetrieben das - Zeichen zu benutzen. Mithin ist das Produkt:

$$P(n_1 \pm n_2) = \frac{U}{\cos \alpha} (n_1 \pm n_2)$$

oder, da der Eingriffswinkel α praktisch nur geringen Schwankungen unterliegt,

$$U(n_1 \pm n_2)$$

maßgebend. Bezieht man dasselbe auf einen Zahn am kleinen Rade mit z_1 Zähnen und auf 1 cm Breite, so findet man in der Größe:

$$\frac{U(n_1 \pm n_2)}{b z_1} \lesssim w' \quad (568)$$

ein Vergleichsmaß für beliebige Getriebe. Ist w' nach Erfahrungen an ähnlichen Getrieben bekannt, so ergibt sich daraus die Mindestbreite der Zähne:

$$b \gtrsim \frac{U(n_1 \pm n_2)}{w' \cdot z_1} \quad (569)$$

Für große Schiffs- und Dampfturbinengetriebe ist nach dem Taschenbuch der Hütte, 25. Aufl., Bd. II, S. 188 $w' < 15000$, für Flugmotorengetriebe, die gut geschmiert und durch den äußeren Luftzug stark gekühlt werden, $w' < 30000$ zulässig.

Gilt es die Wärme durch besondere Kühlung abzuführen, so findet man die Kühlleistung aus dem Reibungsverlust an Hand des Wirkungsgrades η des Getriebes, sofern man annimmt, daß die gesamte Reibungsarbeit abzuführen ist:

$$Q = \frac{A_R}{427} = \frac{(1-\eta) \cdot N \cdot 75}{427} = 0,176(1-\eta) \cdot N \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \quad (570)$$

4. Die zulässige Belastung der Zähne.

Die zulässige Belastung, gekennzeichnet durch die Belastungszahl k , ist im wesentlichen nach drei Gesichtspunkten zu wählen:

- nach dem Werkstoff der Zähne,
- nach der Umfangsgeschwindigkeit,
- nach Art und Dauer des Betriebes.

Zu a). Einfluß des Werkstoffs der Zähne. Für das am meisten verwandte Gußeisen pflegt man von einer Biegebeanspruchung durch schwellende Kräfte $k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$ auszugehen und dementsprechend $k = 0,06 \cdot k_b$ bis $0,07 \cdot k_b = 18$ bis 21 zu wählen, ein Wert, der unter sehr günstigen Betriebsverhältnissen, d. h. bei sehr geringen Geschwindigkeiten, stoßfreiem Lauf, selten eintretender Vollast und bearbeiteten Zähnen, auf 24 und bei gleichzeitiger Verwendung von Gußeisen großer Festigkeit auf 30 ($k_b = 430 \text{ kg/cm}^2$) gesteigert werden kann. Im folgenden ist nach dem Vorschlage von Prof. Nieten die zuletzt angeführte Zahl als Ausgangswert, als Belastungsgrundzahl $k_0 = 30$ benutzt. Sie wird bei der Ermittlung der Belastungszahl k unter irgendwelchen Umständen mit Zahlen $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \dots$ multipliziert, die auf einfache Weise (die einzelnen unter a) bis c) angeführten Einflüsse zu berücksichtigen gestatten, so daß:

$$k = k_0 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 \dots = 30 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 \dots \quad (571)$$

wird. ξ_1 ermöglicht, die Belastungszahlen für andere Werkstoffe zu ermitteln, wenn die eben erwähnten sehr günstigen Betriebsbedingungen vorliegen; es kann der Zusammenstellung 150 entnommen werden. In der letzten Spalte derselben sind die zugehörigen, zulässigen Biegespannungen $k_b = \frac{k_0 \cdot \xi_1}{0,07}$ angeführt. Wenn diese Werte im Vergleich mit den Zahlen der Zusammenstellung 2, S. 12, ziemlich hoch sind, so ist zu beachten, daß sie tatsächlich nur selten erreicht werden, weil k gewöhnlich durch $\xi_2, \xi_3 \dots$ in Rücksicht auf die übrigen Betriebsbedingungen erniedrigt wird.

Sehr günstige Betriebsverhältnisse vorausgesetzt, könnte z. B. die Teilung an einem Stahlgußrad, das unter sehr geringer Geschwindigkeit arbeitet, mit:

$$k = k_0 \cdot \xi_1 = 30 \cdot (1,8 \dots 2,5 \dots (3)) = 54 \dots 75 \dots (90)$$

berechnet werden.

Zusammenstellung 150.

Werte für ξ_1 zur Ermittlung der Belastungszahlen an Zahnrädern aus verschiedenen Werkstoffen im Vergleich mit denjenigen aus Gußeisen von hoher Festigkeit.

	ξ_1	k_b	
Gußeisen hoher Festigkeit	1,0	430	kg/cm ²
Gewöhnliches Gußeisen	0,8	340	"
Stahlguß je nach Güte	1,8 ... 2,5 ... (3)	770 ... 1100 ... (1300)	"
Geschmiedeter Siemens-Martinstahl	2,8 ... 3,3	1200 ... 1400	"
Werkzeugstahl	3,3	1400	"
Nickelstahl, ungehärtet	3 ... 4	1300 ... 1700	"
Chromnickelstahl, im Einsatz gehärtet und geschliffen	5 ... 9	2100 ... 3900	"
Chromnickelstahl, im Einsatz gehärtet und geschliffen an Kraftwagen- und Flugzeuggetrieben, vgl. Abb. 1898	8 ... 12	3400 ... 5200	"
Deltametall gegossen	2,4	1000	"
Deltametall geschmiedet	2,7	1150	"
Phosphorbronze	1,7	730	"
Rotguß	1,3	560	"
Rohhaut	0,5	215	"
Rohhaut unter erheblicher Verminderung der Lebens- dauer	bis 1,0	430	"
Unika-Papierstoff	0,5	215	"
Silkurit	1,0	430	"
Weißbuchenholz, bei 0,6 t Wurzelstärke	0,25 ... 0,33	110 ... 140	"

Zu b). Einfluß der Umfangsgeschwindigkeit. Wie schon hervorgehoben, gewinnen mit steigender Umfangsgeschwindigkeit selbst kleine Ausführungsfehler in der Zahnform und -teilung immer größeren Einfluß und machen sich durch unruhigen Gang, Stoßen und Lärmen der Räder bemerkbar. Und zwar steigt ihre Wirkung mit dem Quadrat der Geschwindigkeit, wie im folgenden nachgewiesen ist.

Aus Abb. 1895, wo das obere Rad treibend angenommen ist, erhellt, daß der Eingriff zweier Zähne am Fuß des treibenden, am Kopf des getriebenen im Punkte A beginnen muß, wenn die Flanken evolventische Form und genaue Teilung besitzen, wie gestrichelt dargestellt ist. Besteht aber ein durch die ausgezogene Linie gekennzeichnete Teilungsfehler von der Größe x , so trifft die Kopfkante des getriebenen Rades schon im Punkte K auf die Flanke des treibenden und wird von diesem unter einer Übersetzung mitgenommen, die durch den Schnittpunkt X des Lotes auf der treibenden Zahnflanke im Punkte K oder durch die vom Punkte K an den Grundkreis gelegte Tangente JKX gegeben ist. Die Winkelgeschwindigkeit ω'_2 , auf die dabei theoretisch das getriebene Rad plötzlich, also stoßweise, gebracht wird, ist $\omega'_2 = \omega_1 \frac{M_1 X}{M_2 X} = \omega_1 \cdot u'$ statt der bei richtigem Eingriff sich einstellenden in Höhe von $\omega_2 = \omega_1 \frac{M_1 O}{M_2 O} = \omega_1 \cdot u$, wenn u die Übersetzung ist. Schon

geringe Flankenfehler erzeugen sehr beträchtliche Geschwindigkeitsschwankungen und Störungen, wie der Vergleich von x mit OX anschaulich zeigt.

Im Fall der Abb. 1895 findet, sofern die Berührung zwischen den Zähnen infolge des Stoßes nicht überhaupt aufhört, auf dem Stück KA des Kopfkreises Kanten-

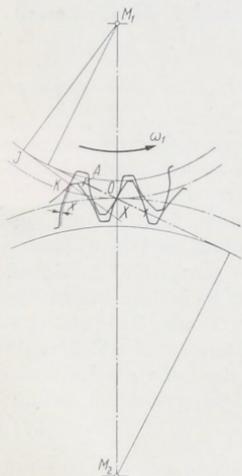


Abb. 1895. Wirkung des Kopfkanteneingriffs.

eingriff statt; erst im Punkte A schließt sich dann regelrechter Flächeneingriff an. Naturgemäß beschädigt die Kante bei der stoßhaften und schabenden Wirkung des Eingriffs sehr leicht den Fuß des Gegenzahnes. Näheres über die Wirkung von Fehlern der Zahnformen siehe (XXV, 2).

Ist J_1 das Trägheitsmoment der treibenden, J_2 dasjenige der getriebenen Teile der Anlage, so ist die in den treibenden vor dem Stoß aufgespeicherte Energie $\frac{J_1 \cdot \omega_1^2}{2}$, diejenige in den getriebenen $\frac{J_2 \cdot \omega_2^2}{2} = \frac{J_2 \cdot \omega_1^2 u^2}{2}$. Durch den Stoß werden die treibenden Teile verzögert, die getriebenen beschleunigt; sie nehmen unter der Voraussetzung, daß die Berührung an den Zahnflanken nicht aussetzt, Winkelgeschwindigkeiten ω_1'' und $\omega_2'' = \omega_1' \cdot \frac{M_1 \bar{X}}{M_2 \bar{X}} = \omega_1' u'$ an, die sich aus:

$$\omega_1' \cdot J_1 + \omega_2'' \cdot J_2 = \omega_1' \cdot J_1 + \omega_1' \cdot u' \cdot J_2 = J_2 (\omega_1' - \omega_2)$$

zu

$$\omega_1'' = \frac{J_2 (\omega_1' - \omega_2)}{J_1 + u' \cdot J_2}$$

ergeben. Damit beträgt der Stoß, der auf die treibenden Teile entfällt:

$$\frac{J_1}{2} [(\omega_1'')^2 - \omega_1^2],$$

während der auf die getriebenen wirkende:

$$\frac{J_2}{2} [(\omega_2'')^2 - \omega_2^2] = \frac{J_2}{2} [(\omega_1' u')^2 - (\omega_1 u)^2]$$

ist. Der Stoß wächst mit dem Quadrat der Winkel —, demnach auch der Umfangsgeschwindigkeit; er kann recht erhebliche Werte annehmen und bis zum Druckwechsel und äußerst ungünstigem Hin- und Herschlagen der Zähne unter wechselnder Beanspruchung führen. Die Dämpfung derartiger Stöße ist praktisch um so wichtiger, je bedeutender die Laufgeschwindigkeit ist. Mittel dazu sind: die nötige Sorgfalt bei der Ausführung der Verzahnung auf genau arbeitenden Maschinen, Wahl stark elastischen Werkstoffs für die Zähne, Verminderung der Massen (schon diejenige eines der zusammenarbeitenden Teile ist vorteilhaft und genügt häufig), Einschaltung von federnden Zwischengliedern, sichere und möglichst unmittelbare Lagerung und richtiger Zusammenbau der Getriebe in genügend steifen Gestellen oder Gehäusen. Denn Durchbiegungen und Schwingungen zu schwacher oder zu langer Wellen, sowie Abnutzungen zu klein bemessener Lager rufen ähnliche Eingriffstörungen, wie eben besprochen, hervor und können den Gang von Zahntrieben erheblich verschlechtern.

Die allmähliche Überleitung des Druckes von einem Zahn zum anderen begünstigt man durch Abrunden der Kopfkanten des getriebenen Rades, freilich unter Verminderung des Überdeckungsgrades, ferner durch die unten näher behandelten Schräg- oder Pfeilzähne. Trotz alledem nicht vermeidbare Fehler gleicht man durch Schaffen eines Ölpolsters an den Flanken aus, indem man zähes Öl in die Eingriffstelle spritzt.

Großen Einfluß auf den Gang der Getriebe hat die Abnutzung nicht allein weil das Flankenspiel vergrößert wird, sondern auch, weil die Veränderung der Gestalt der Flanken die Gleichförmigkeit der Übertragung beeinträchtigt. Darin ist das zunehmende Lärmen abgenutzter Zahnräder begründet. Die Abnutzung ist von den Gleitverhältnissen, namentlich aber von der Flächenpressung an den Zahnflanken abhängig, die geringer ausfällt, wenn die Zähne größer und kräftiger sind. Das ist der wichtigste Grund für die Wahl um so niedrigerer Werte für die Biegebeanspruchung k_b oder die Belastungszahl k , je höher die Geschwindigkeit ist. Vorteilhaft sind ferner große Breite und Überdeckung, jene weil der Flächendruck an der Berührungsstelle unter der Voraussetzung gleichmäßigen Anliegens der Zähne umgekehrt verhältnismäßig der Zahnbreite ist, diese, weil die Kraft von mehreren Zähnen unter entsprechender Erniedrigung der Pressung aufgenommen wird. Mit zunehmender Geschwindigkeit wählt

man daher größere Teilungen, Breiten und Zahnzahlen, andererseits geringere Übersetzungen.

Rechnerisch berücksichtigt man den Einfluß der Geschwindigkeit auf k durch den Beiwert ξ_2 nach Abb. 1895a. Die obere ausgezogene Kurve gilt für gut bearbeitete, die untere, gestrichelte für unbearbeitete Zähne. Sie geben Mittelwerte aus zahlreichen Angaben verschiedener Firmen und Quellen wieder und folgen annähernd den Gleichungen:

$$\xi_2 = \frac{10}{v + 10} \quad (571a)$$

für bearbeitete und

$$\xi'_2 = \frac{9}{v + 10} \quad (571b)$$

für unbearbeitete Zähne, von denen sich (571a) aus der später angeführten Formel (573) durch Division mit $k_0 = 30$ herleiten läßt.

Beispielweise wäre für gewöhnliches Gußeisen bei gleichmäßigem ruhigen Betriebe, 5 m/sek Umfangsgeschwindigkeit und bearbeiteten Zähnen:

$$k = k_0 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 = 30 \cdot 0,8 \cdot 0,67 = 16,$$

für unbearbeiteten Stahlguß bei ruhigem Betriebe und 1,5 m/sek Laufgeschwindigkeit je nach Güte:

$$k = 30 \cdot (1,8 \dots 2,5 \dots (3)) \cdot 0,78 = 42 \dots 58 \dots (70)$$

zulässig.

Zu c). Einfluß der Art und Dauer des Betriebes. Es ist selbstverständlich, daß die größten vorkommenden Kräfte für die Berechnung auf Festigkeit maßgebend sind. So dürfen an rasch anlaufenden Trieben die Beschleunigungskräfte nicht vernachlässigt werden. Ist ihre genaue Ermittlung unsicher oder beim Auftreten von Stößen, etwa an Walzen oder bei plötzlichen Richtungswechseln infolge des Flankenspiels, nicht möglich, so wird man durch Herabsetzen

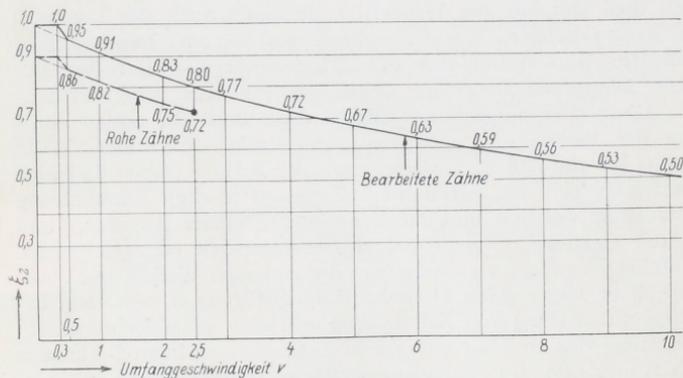


Abb. 1895a. Beiwert ξ_2 .

Werte für k genügende Sicherheit schaffen. Von großem Einfluß ist die Dauer des Betriebes. Sie macht sich vor allem in Abnutzung und Erwärmung geltend.

Bei seltenem oder oft durch Stillstände unterbrochenem Betriebe können höhere Belastungen zugelassen werden als bei ununterbrochenem Lauf, bei dem die Erhaltung des richtigen Eingriffs und der Zahnform besonders wichtig ist. Betrieblich von großer Bedeutung ist die Wartung, insbesondere gute Schmierung der Räder, welche die Reibung, Abnutzung und Erwärmung erheblich vermindern kann. In Öl laufende Getriebe dürfen höher belastet werden, als schlecht geschmierte oder gar der Einwirkung von Schutz und Staub oder dem Rosten ausgesetzte.

Beispielweise sind für Zahnräder an Handwinden lediglich die Kräfte maßgebend, da die Umfangsgeschwindigkeiten sehr gering sind und Handwinden für Dauerbetrieb nicht in Frage kommen. Allerdings pflegt man mit der Teilung der gelegentlich auftretenden Stöße durch plötzliches Anhängen der Last und anderer Zufälligkeiten wegen nicht unter 8π zu gehen. Es genügen unbearbeitete Zähne. Dagegen sind bei elek-

trisch angetriebenen Hebezeugen die Betriebsverhältnisse sorgfältig zu berücksichtigen. Hüttenwerkkrane, die dauernd mit voller Last, oft unter ungünstigen Bedingungen in bezug auf Instandhaltung und Wartung arbeiten, müssen erheblich geringere Beanspruchungen an den Zahnrädern aufweisen als die Hubwerke gewöhnlicher Werkstattkrane, die selten die volle Last zu heben haben und deren Betrieb häufige Ruhepausen aufweist. Bei beiden Arten ist an den Vorgelegen in der Nähe des Antriebmotors auf die größere Umlaufgeschwindigkeit Rücksicht zu nehmen. Sorgfältige Bearbeitung, mindestens der rascher laufenden Vorgelege, ist geboten.

Bei Hebemaschinen lassen sich die Betriebsverhältnisse durch den Wert ξ_3 , Abb. 1895 b, berücksichtigen. Beispielweise darf ein Zahnrad aus Stahlguß hoher Festigkeit für einen Hüttenwerkkran, der fast ständig unter Vollast und in schwerem Betrieb arbeitet, bei 2 m/sek Umfanggeschwindigkeit mit:

$$k = k_0 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 = 30 \cdot 3 \cdot 0,83 \cdot 0,5 = 37$$

berechnet werden.

Kennlinien, ähnlich denjenigen der Abb. 1895 b, gelten aber auch auf anderen Gebieten des Maschinenbaues, z. B. für Werkzeugmaschinen, wo Pressen, Scheren und Stanzen leichter und schwerer Bauart entsprechende Beispiele liefern. Auf Schätzungen ist man dagegen im Falle stoßweiser Wirkung und periodischer Schwankungen der Kräfte angewiesen, wobei es wichtig ist, Vorsorge gegen zu rasche Abnutzung einzelner Zähne zu treffen.

Wie schon erwähnt, gilt der Ausgangswert k_0 für Gußeisen hoher Festigkeit bei schwellernder Belastung der Zähne. Diese liegt z. B. im Hebemaschinenbau bei den meisten Hubwerken vor. Die gleichen Zahlen werden aber in der Regel auch bei der Berechnung der Fahr- und Schwenkwerke benutzt, trotzdem dort durchweg wechselnde Belastung vorliegt. Das ist darin begründet, daß die bei Zahnbrüchen entstehende Gefahr geringer als beim Hubwerk ist. Wo diese oder ähnliche Voraussetzungen nicht zutreffen, wird man die Belastungszahl niedriger wählen. Das kann rechnerisch durch einen weiteren Beiwert ξ_4 geschehen. In den meisten Fällen wird $\xi_4 = 0,85$ ausreichen, unter besonders ungünstigen Umständen wird man auf die Wöhlersche Zahl 0,5 gehen.

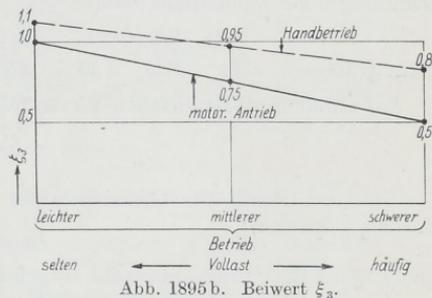


Abb. 1895 b. Beiwert ξ_3 .

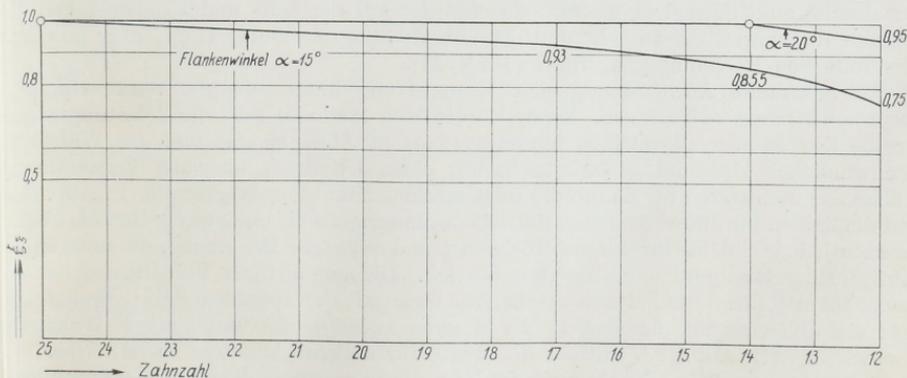


Abb. 1895 c. Beiwert ξ_5 .

Häufig kommt der Fall vor, daß die Zähne beim Betriebe wiederholt in der einen Richtung belastet werden, ehe der Wechsel eintritt, so daß die Inanspruchnahme zwischen dem auf S. 12 näher erläuterten Fällen schwellernder und wechselnder Belastung liegt.

Schließlich läßt sich die Schwächung unterschrittener Zähne durch ξ_5 nach Abb. 1895c berücksichtigen, in der die beiden langsam fallenden Kurven von den auf S. 1046 ermittelten Grenzzahnzahlen 25 und 14 ausgehen. Da sich aber Unterschneidungen auf Grund der Ausführungen auf S. 1040 bis 1050 vermeiden lassen, wird man ξ_5 bei neuzeitlichen Ausführungen nur in Ausnahmefällen einzusetzen haben.

Die übliche Einteilung der Räder in die zwei Gruppen Kraft- und Arbeitsräder, von denen die erste im wesentlichen zur Übertragung von Kräften bei geringen Umfangsgeschwindigkeiten dient, während die andere durch die Weiterleitung großer Mengen mechanischer Arbeit bei in der Regel hoher Umfangsgeschwindigkeit gekennzeichnet ist, trägt der Mannigfaltigkeit der Betriebsverhältnisse nicht genügend Rechnung. Zahnradtriebe sollten vielmehr in jedem einzelnen Falle auf die erwähnten Gesichtspunkte hin untersucht werden.

Im folgenden sind einige weitere Formeln und Sonderwerte zusammengestellt.

Mit zunehmender Geschwindigkeit läßt Stolzenberg & Co. k , fußend auf einer von Reuleaux angegebenen Formel, jedoch unter Erhöhung der Biegebeanspruchung guten Gußeisens von 300 auf 400 kg/cm²:

$$k = \frac{316}{v + 11} \quad (572)$$

nach folgender Zahlenreihe sinken

	$v = 0,25$	$0,5$	1	2	3	5	7	9	11	13	15
k für Gußeisen =	28	27,5	26	24	22,5	20	17,5	15,5	14,5	13	12

Auf annähernd die gleichen Werte führt die von Dubbel angeführte Formel:

$$k = \frac{300}{v + 10} \quad (573)$$

Eine von Bach für Gußeisenzähne aufgestellte Beziehung lautet, in allgemeiner Form geschrieben:

$$k = k_0 - a \sqrt{n}, \quad (574)$$

wobei k_0 als Belastungsgrundzahl aufgefaßt werden kann, die, ebenso wie der Festwert a von der Güte des Gußeisens und dem Zustande der Zahnflanken abhängt. Da die Formel jedoch von den Drehzahlen n ausgeht, gibt sie den Einfluß der Umfangsgeschwindigkeit nicht richtig wieder, führt bei hohen Drehzahlen zu sehr niedrigen Werten für k und bei $n = \left(\frac{k_0}{a}\right)^2$ sogar zu $k = 0$. Stribeck hat für rasch laufende Räder mit Zykloidenverzahnung eine Formel aufgestellt, die von der auf die Zeit- und Flächeneinheit bezogenen Reibungsarbeit ausgeht und der Überdeckung Rechnung trägt, aber zu einem unständlichen Rechnungsgang führt (XXV, 21).

Für bestimmte Anwendungsgebiete kann es vorteilhaft sein, die Werte von k in Form von Kurven aufzutragen. So stellen die Abb. 1896 und 1897 die Belastungszahlen für die Zwecke des allgemeinen Maschinenbaus in Abhängigkeit von der Wälzkreisgeschwindigkeit dar und geben gleichzeitig einen Überblick über die Verwendungsgebiete der wichtigsten für Zahnräder in Betracht kommenden Werkstoffe. In Abb. 1896 sind die Zahlen für unterbrochenen Betrieb zusammengestellt, und zwar gelten die oberen Grenzen jedes Gebietes für seltene Höchstlast und schwache Benutzung, die unteren für häufige Höchstlast und angestregten Betrieb. Die ungünstigen Verhältnisse bei unbearbeiteten Zähnen sind durch rasche Abnahme mit der Geschwindigkeit berücksichtigt; dadurch entsteht der Sprung der Kurven zwischen 1,5 und 2 m/sek Wälzkreisgeschwindigkeit. Abb. 1897 enthält die Werte für dauernd laufende Räder. Über den Darstellungen von k sind die Grenzen der Übersetzungen u und die Mindestzahnzahlen z_1 des Kleinrades angegeben.

Abb. 1898 zeigt die im Kraftwagenbau üblichen hohen Werte, wie sie aus den Bremsleistungen der Motoren bei Wirkungsgraden von 0,95 im Getriebekasten und 0,90 an den Treibachsen berechnet wurden. Die durch einen Kreis gekennzeichneten, vor-

wiegend im rechten Teil der Abbildung liegenden Werte gelten für Flugzeuggetriebe und stammen aus einer Zusammenstellung in der Z. V. d. I. 1920, S. 318. Bei den durch *K* hervorgehobenen Kegelrädern sind die an den mittleren Wälzkreisen gemessenen Größen zugrunde gelegt. Wenn auch die Einzelwerte, namentlich bei geringen Geschwindigkeiten untereinander recht bedeutende Abweichungen aufweisen, so ergibt sich unter Außerachtlassung der Gruppe sehr hoher Werte auch hier ein deutliches

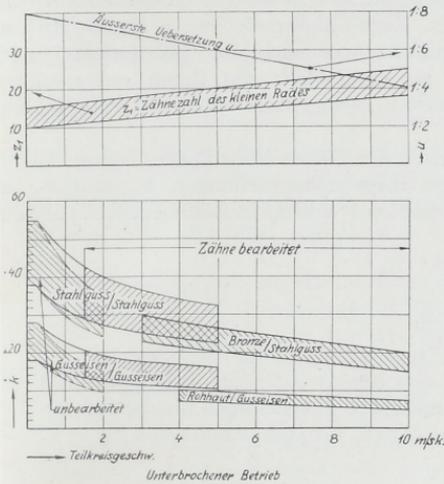


Abb. 1896. Belastungszahlen an Zahnrädern bei unterbrochenem Betrieb.

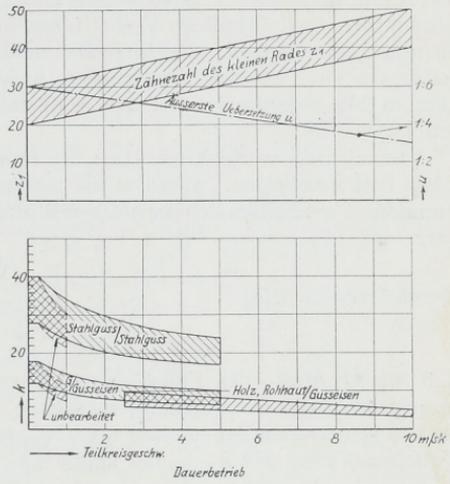


Abb. 1897. Belastungszahlen an Zahnrädern bei Dauerbetrieb.

Fallen der Zahlen mit zunehmender Wälzkreisgeschwindigkeit. Eingezeichnet sind noch die Linien:

$$k = k_0 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 = 30 \cdot 8 \cdot \frac{10}{v + 10} \quad \text{und} \quad 30 \cdot 12 \cdot \frac{10}{v + 10}$$

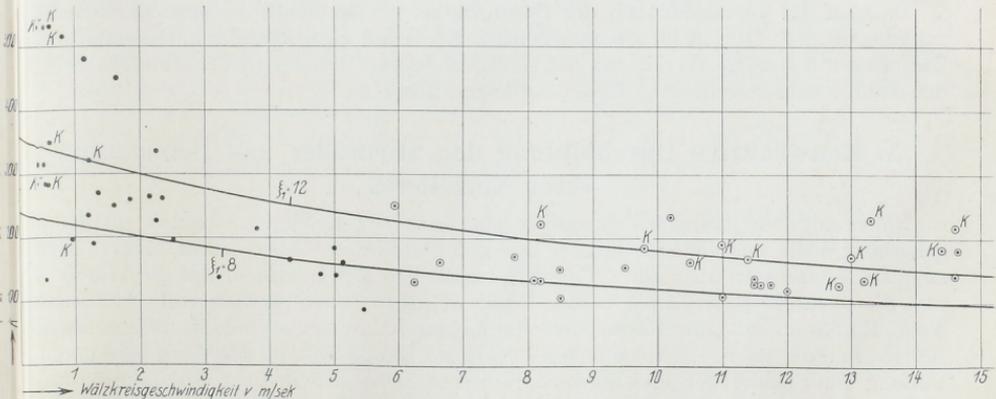


Abb. 1898. Belastungszahlen an Kraftwagen- und Flugzeuggetrieben.

zwischen denen die Mehrzahl der Punkte liegt, so daß für Kraftwagen- und Flugzeuggetriebe $\xi_1 = 8$ bis 12 gelten darf. Die hohen Zahlen sind naturgemäß nur bei Verwendung hochwertiger Baustoffe, vergüteter und gehärteter Nickel- und Chromnickelstähle, mit hohen Streckgrenzen bei sorgfältigster Ausführung und Durchbildung der Verzahnung ohne Unterschneidungen zulässig. So benutzt die Daimler

Gesellschaft in Coventry nach Stahl und Eisen 1913, S. 1909 für die Stirnraddifferentiale an Kraftomnibussen Chromnickelstahl, der vor der Härtung 6980 bis 7450 kg/cm² an der Fließgrenze und 8850 bis 9300 kg/cm² Bruchfestigkeit bei 23 bis 26% Dehnung, nach der Härtung 15800 kg/cm² an der Streckgrenze, 16750 kg/cm² Bruchfestigkeit bei 12 bis 15% Dehnung zeigt. Vgl. auch Zusammenstellung 27, S. 88. Bei den rasch laufenden Wechselrädern pflegt man meist nicht weniger als 12 Zähne am kleinen Rade und Übersetzungen nicht über 1:3 zu nehmen; dagegen finden sich an den Hinterachsantrieben gelegentlich ungewöhnliche Verhältnisse, z. B. Kegelaradtriebe von 8 im Eingriff mit 50 und mehr Zähnen, allerdings bei mäßigen Beanspruchungen. Bei den hohen Belastungen sind starke Abnutzungen nicht zu vermeiden; die ihnen entsprechende kürzere Lebensdauer der Getriebe wird zugunsten geringen Gewichts der Teile in Kauf genommen.

Verschiedene Festigkeiten der Baustoffe der Zähne eines Paares lassen sich wie folgt berücksichtigen. Werden als zulässige Biegebeanspruchungen k_{b_1} und k_{b_2} angenommen, so ergeben sich die nötigen Wurzelstärken a_1 und a_2 der Zähne nach S. 1067 aus:

$$k_{b_1} = \frac{6 \cdot U \cdot l}{b \cdot a_1^2} \quad \text{und} \quad k_{b_2} = \frac{6 \cdot U \cdot l}{b \cdot a_2^2}.$$

Durch Division wird:

$$\frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{k_{b_2}}{k_{b_1}},$$

d. h. die Quadrate der Fußstärken müssen sich umgekehrt wie die zulässigen Biegebeanspruchungen der Baustoffe verhalten. Annähernd gilt das auch für die auf den Teilkreisen gemessenen Zahndicken s_1 und s_2 , so daß z. B. für Holzkämme mit $k_{b_1} = 120$ auf Gußeisenzähnen mit $k_{b_2} = 350$ kg/cm²:

$$\frac{s_1}{s_2} = \sqrt{\frac{350}{120}} = 1,71,$$

wird, woraus, da bei spielfreien Zähnen $s_1 + s_2 = t$ ist, die Zahnstärke am gußeisernen Rad $s_2 = 0,37 t$, die Stärke der Holzkämme $s_1 = 0,63 t$ folgt, in guter Übereinstimmung mit dem gebräuchlichen Maß $s_1 = 0,6 t$, das man bei geringem Flankenspiel zu nehmen pflegt.

Daß auf die Verschiedenheit der Baustoffe bei der Mehrzahl der gewöhnlichen Verzahnungen nicht Rücksicht genommen wird, ist darauf zurückzuführen, daß unnormale Zahndicken besondere Werkzeuge und schon die beiden Räder eines zusammenarbeitenden Paares zwei verschiedene Fräser verlangen würden.

N. Konstruktive Durchbildung der Stirnräder und Berechnung ihrer Einzelteile.

Räder mit sehr geringen Zahnzahlen oder kleinen Teilzylindern werden mit der zugehörigen Welle aus einem Stück — meist durch Fräsen — hergestellt. Wenn irgend möglich, trennt man aber die Räder von den Wellen aus Rücksicht auf die Werkstoffe und die leichtere Bearbeitung beider Teile. Kleinere Räder werden voll, größere mit Nabe, Radkranz und einer Radscheibe oder mehreren Armen ausgebildet. Bei gegossenen Rädern sind die auf S. 161 behandelten Regeln zur Einschränkung des Verziehens und der Bildung von Spannungen und Lunkern durch möglichst gleichmäßige Abkühlung, durch Fernhalten von Ansammlungen und durch allmähliche Übergänge besonders zu beachten; wenn nötig, müssen die zu erwartenden Spannungen durch Sprengen oder Teilen der Räder unschädlich gemacht werden.

Die Nabe vermittelt die Übertragung des Drehmomentes zwischen Rad und Welle; sie muß wegen des Auftreibens und der sprengenden Wirkung etwaiger Keile kräftig gehalten werden. Als Maß für die Nabenwandstärke δ kann bei Gußeisen:

$$\delta = 0,4d + 1 \text{ cm}$$

gelten, oder bei ungewöhnlichen Abmessungen der Welle nach Bach:

$$\delta = \frac{1}{5} \left(d' + \frac{d}{2} \right) + 1 \text{ cm} \quad \text{bis} \quad \frac{1}{4} \left(d' + \frac{d}{2} \right) + 1 \text{ cm}, \quad (576)$$

wobei d die Nabenbohrung, d' den zur Übertragung des Momentes $U \cdot R$ rechnermäßig nötigen Wellendurchmesser bedeutet, der sich aus:

$$\frac{1}{5} k_a \cdot d'^3 = U \cdot R$$

ergibt. Bei Stahlguß finden sich Nabenstärken bis herab zu:

$$\delta = 0,3d.$$

Fällt die Wandstärke bei kleinen Rädern zu gering aus, so kann nach Abb. 1899 durch Angießen von Endscheiben eine Verstärkung erzielt werden, freilich unter Erschwerung der Bearbeitung der Zähne; auch muß die Zahnbreite solcher Räder wegen der unvermeidlichen Ungenauigkeiten der Zähne in der Nähe der Scheiben größer als am Gegenrade gehalten werden.

Die Nabelänge soll zugunsten guten Sitzes und Laufes des Rades möglichst groß, bei normalen Wellen mindestens $L = 1,2$ bis $1,5d$ sein. Lange Naben können, um an Bearbeitung zu sparen, im mittleren Teil hohl ausgeführt werden, Abb. 1998.

Wichtig ist die sorgfältige Befestigung der Räder auf den Wellen, und zwar um so mehr, je rascher die Räder arbeiten sollen. Eine selbstverständliche Voraussetzung ist, daß die Nabenbohrung genau zentrisch und senkrecht zur Radebene liegt, weil sonst die Zähne ecken, unruhig laufen und ungleichmäßige Abnutzung erfahren. Ungeteilte Räder werden mit Fest-sitz aufgepaßt, wenn sie dauernd an derselben Stelle sitzen sollen oder, wie bei Straßenbahnmotoren, doch nur selten nach eingetretener Abnutzung ersetzt werden müssen. Haftsitz genügt für die Zahnräder der Arbeitsspindeln der Drehbänke und für Steuerräder, die öfter ein- und ausgebaut werden. Engen Laufsitz erhalten die verschiebbaren Räder in den Getriebe- und Schaltkästen der Werkzeugmaschinen und Kraftwagen. Zur Übertragung der Kräfte zwischen den Wellen und den Rädern dienen Federn und Keile; an Kraftwagen findet man Vierkantwellen, Abb. 1912, mehrfach genutete Sitze und ähnliches. Federn geben keine Spannungsverbindungen und bieten keine Sicherheit gegen seitliche Verschiebungen, sind aber notwendig bei aus- oder umschaltbaren Rädern, wie sie sich bei Wechsel- und Wendegerieben, an Winden usw. häufig finden. Lange Federn müssen durch besondere Schrauben oder durch Einstemmen in ihren Nuten gesichert werden. Keile ermöglichen Spannungsverbindungen, können aber die Räder durch unrichtiges Eintreiben leicht in unzulässiger Weise schief ziehen. Zum Eintreiben, soweit es nicht vom Wellenende her erfolgt, müssen genügend lange Nuten, zum Lösen Nasen oder durchlaufende Nuten vorgesehen werden. Für große, namentlich wechselnde Kräfte empfiehlt sich die Anwendung von Tangentkeilen, Abb. 1998, auf einem Wellenabsatz. Gut zentrische Zahnradverbindungen zeigen die Abb. 1900 und 1901, bei denen Kegel die Zentrierung, Federn die Kraftübertragung übernehmen. In Abb. 1900 ist die Welle selbst kegelig abgedreht, in Abb. 1901 eine geschlitzte kegelige Spannbüchse zwischen Welle und Rad eingeschaltet, die sich gegen einen niedrigen Absatz stützt und auf welcher das Rad durch eine Kopfschraube werverspannt wird. Alle Schrauben sind gut zu sichern.

Die Stärke des Radkranzes kann mit $0,5$ bis $0,6t$ angenommen werden. Nur bei großem Abstand zwischen den Armen werden je nach der Art der Armquerschnitte mittlere oder seitliche Versteifungsrippen, Abb. 1902, vorgesehen, weil die Kränze durch die radiale Seitenkraft des Zahndruckes auf Biegung in Anspruch genommen werden,

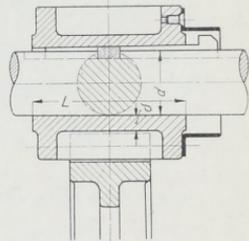


Abb. 1899. Verstärkung eines Kleinrades durch Endscheiben. Einhüllung des Nasenkeils.

Abb. 1903. Soll das Radmodell in axialer Richtung aus der Form herausgezogen werden, so sind schwache Neigungen der Radkranz-, Naben- und Armflächen, etwa im Verhältnis 1:20 vorteilhaft.

Zwischen Nabe und Kranz wird bei kleineren Rädern eine Scheibe, meist mit einigen Löchern, Abb. 1913, zum Aufspannen auf den Werkzeugmaschinen, bei größeren eine Reihe von Armen eingeschaltet. Ihre Zahl kann bei ungeteilten Rädern nach:

$$i = \frac{\sqrt{D \text{ mm}}}{7}, \quad (577)$$

bei geteilten nach:

$$i = \frac{\sqrt{D \text{ mm}}}{8} \quad (578)$$

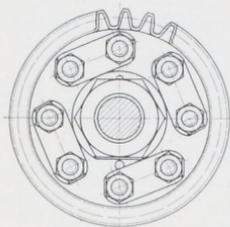


Abb. 1900. Rohhautritzel mit kegeligem Sitz.

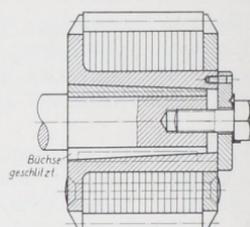
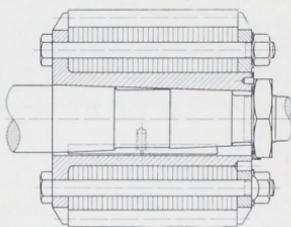


Abb. 1901. Rohhautritzel mit geschlitzter, kegeligem Büchse.

gewählt werden. Setzt man $i = 3, 4, 5$ und 6 bei ungeteilten, gleich $4, 6$ und 8 bei geteilten Rädern, so bekommt man die folgenden Grenzwerte der Durchmesser für die verschiedenen Armzahlen:

	3 Arme	4 Arme	5 Arme	6 Arme	8 Arme
an ungeteilten Rädern:	bis 600	von 600—990	von 990—1480	von 1480—2400 mm	
an geteilten Rädern:		bis 1600		von 1600—3100	von 3100—5100 mm

Teilungen von Rädern, die wegen des Aufsetzens auf die Wellen oder aus Rücksicht auf den Versand notwendig werden können, erfolgen zweckmäßig in einer Armebene, weil Kranzverbindungen, Abb. 1902 und 1903, zusätzliche Biegebeanspruchungen durch die Fliehkraft beim Laufen und oft schon durch das Anziehen der Schrauben bedingen, besonders bei der schlechten Bauart nach Abb. 1903.

Gebräuchliche Armquerschnitte, in der Reihenfolge, wie sie von leichteren zu schwereren Rädern verwendet werden und zunehmende Widerstandsfähigkeit haben, zeigen die Abb. 1904 bis 1909. Nach dem

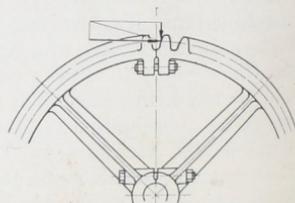


Abb. 1903. Unzweckmäßige, durch den Radialdruck und bei falschem Anziehen der Schraube stark auf Biegung beanspruchte Kranzverbindung.

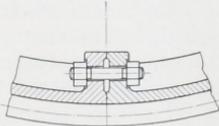
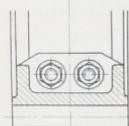


Abb. 1902. Kranzverbindung.

Kranz zu verjüngt man die Arme etwa im Verhältnis 4:5 bis 3:4. Als erster Anhalt für die Dicke des Querschnitts kann die Kranzstärke dienen.

Die Arme werden im wesentlichen durch die Umfangskraft U am Hebelarm y , Abb. 1910, auf Biegung beansprucht; bei raschem Lauf ist noch die durch die Fliehkraft hervorgerufene Zugspannung zu berücksichtigen. Bei mehr als vier Armen nimmt man an, daß der vierte Teil von ihnen an der Übertragung des Momentes $U \cdot y$ beteiligt ist, setzt also:

$$M_b = U \cdot y = \frac{i}{4} \cdot k_b \cdot W, \quad (579)$$

wenn W das Widerstandsmoment eines Armquerschnitts bedeutet. Dagegen muß bei vier oder weniger Armen jeder derselben zur Aufnahme des vollen Momentes genügen. Zur ersten Ermittlung des Widerstandsmoments reicht es aus, nur die in Abb. 1904 bis 1909 gestrichelten Flächen heranzuziehen, die in der Nähe der neutralen Faser liegenden Stege also zu vernachlässigen. Exzentrisch zur Radebene ausgebildete Querschnitte, wie 1906, sind wegen der gleichzeitigen Beanspruchung auf Drehung unvorteilhaft.

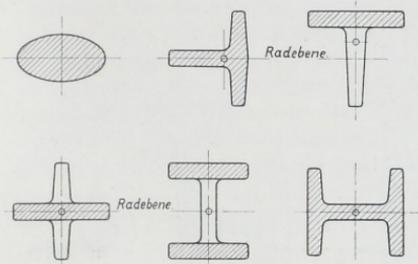


Abb. 1904 bis 1909. Übliche Armquerschnitte.

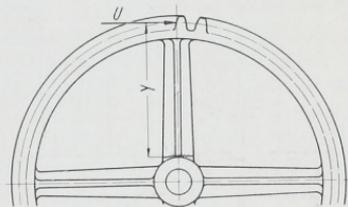


Abb. 1910. Zur Berechnung der Radarme.

Den Kleinrädern gibt man vielfach eine um einige Millimeter größere Zahnbreite als dem Großrädern. Dadurch werden die ungünstiger beanspruchten Zähne der Kleinräder etwas verstärkt und geringe, nicht immer zu vermeidende Fehler beim Zusammenbau ausgeglichen, sowie das Spielen der Anker von Elektromotoren in axialer Richtung ermöglicht, wenn die Ritzel fliegend angeordnet sind. Ist aber die Lage der Räder eines Getriebes z. B. in einem Radkasten, der Seite nach festgelegt, so tut man gut, gleichbreite Räder zu verwenden, um Gratbildungen zu vermeiden. Bei elektromotorischem Antriebe wird dabei dem Spielen des Ankers durch Einschalten einer nachgiebigen Kuppelung zwischen Motor und Zahnrad Rechnung getragen.

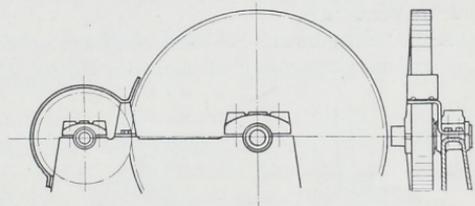


Abb. 1911. Schutzkappe.

Auch an Zahnradgetrieben müssen wie an allen bewegten Maschinenteilen vor-

springende Schrauben, Keile u. dgl. wegen der Gefahr des Hängenbleibens und Mitgerissenwerdens vermieden oder sorgfältig eingeschalt werden, Abb. 1899 und 1911. Ungeschützte Nasenkeile haben schon manchen schweren Unfall herbeigeführt, für den gegebenenfalls der Konstrukteur verantwortlich gemacht werden kann. Liegt die Möglichkeit vor, mit der Hand oder den Kleidern in die ineinander greifenden Zähne zu geraten, so sind die Räder einzuhüllen, z. B. in geschlossene Radkästen zu legen, mindestens aber durch Schutzbleche beiderseits der Eingriffstelle, Abb. 1911, abzudecken, wenn sie nicht schon durch ihre Lage genügend geschützt sind. Kästen findet man namentlich bei Wechselgetrieben und ähnlichen Vereinigungen mehrerer Zahnräder an Werkzeugmaschinen, Kraftwagen, Winden usw. immer häufiger, Abb. 1912. Die Räder sind in ihnen auch vor Staub und Schmutz geschützt und werden durch Füllen der Kästen mit Fett oder Öl gleichzeitig gut geschmiert. Wichtig ist die sorgfältige Schmierung sehr rasch laufender Getriebe, wo das Öl nicht allein die Aufgabe hat, die Reibung und Abnutzung zu vermindern, sondern auch stoß- und schalldämpfend wirken soll und deshalb in großen Mengen unmittelbar vor der Eingriffstelle eingespritzt wird, Abb. 1930a. Am besten hat sich dabei Rizinusöl mit Flockengraphit bewährt wegen seiner Eigenschaft, hochtragfähige Schichten zu bilden, die die Ausnutzung flüssiger Reibung gestatten.

Abb. 1900 und 1901 zeigen Rohhautritzel, die aus einzelnen, auf einem Grundkörper aufgesetzten, durch Schrauben oder Nieten zusammengepreßten Scheiben bestehen, in welche

die Zähne eingefräst werden. Die Endscheiben sind, damit das Aufblättern der äußeren Lederscheiben vermieden wird, mit etwas schmaleren Zähnen versehen und durch einen Stift in ihrer gegenseitigen Lage gesichert, zu dem Zwecke, das Verwinden des Triebes zu verhüten. Keinesfalls darf der Rohhautkörper unmittelbar auf die Welle aufgesetzt werden; er würde sich schon beim Abziehen vom Fräsdorn, noch mehr aber durch Feuch-

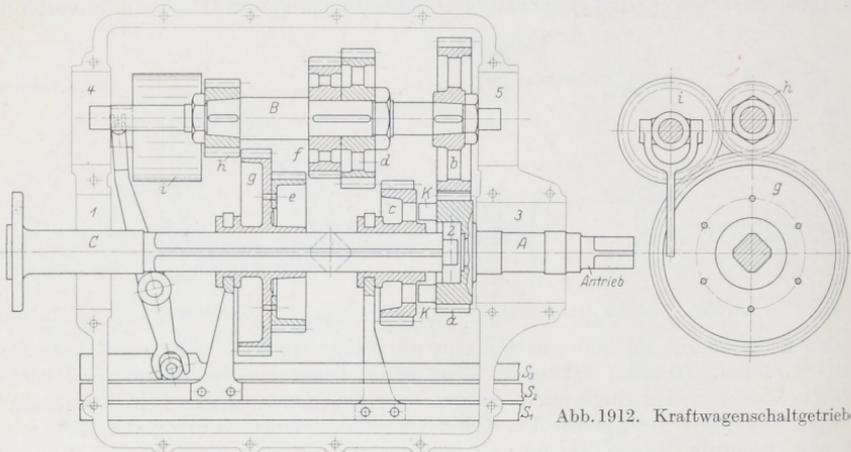


Abb. 1912. Kraftwagenschaltgetriebe.

tigkeit und Temperatureinflüsse und durch den starken Druck an den Anlageflächen der Federn verziehen.

Abb. 1913 gibt ein Rad mit eingesetzten Zähnen aus Weißbuchenholz, die aus Rück-

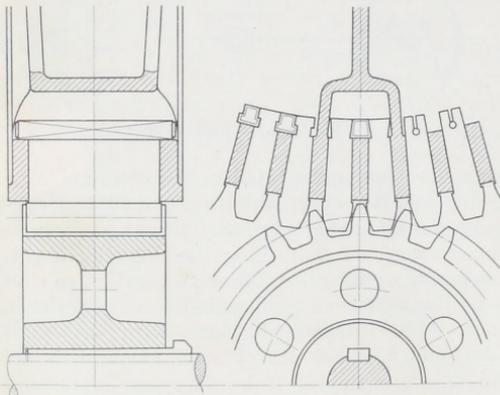


Abb. 1913. Getriebe mit Holzkämmen.

sicht auf die geringere Festigkeit des Holzes 24/40 *t* stark sind, wieder. Diese „Kämme“ werden mit kräftigen Hammerschlägen in die verjüngten Löcher des Radkranzes eingetrieben, durch Keile, Splinte oder dgl., wie die Abbildung in mehreren Arten zeigt, gesichert und dann genau bearbeitet. Damit etwaige Teil- oder Gußfehler des Kranzes keine Schwächungen der Zahnwurzeln ergeben, läßt man die Kammköpfe etwas überstehen, muß aber naturgemäß der Nachrechnung auf Festigkeit die Stärke an der Einspannstelle zugrunde legen. In axialer Richtung werden die Eisenzähne breiter gehalten, um die Bildung von Ansätzen an den Holzkämmen durch das Laufen zu verhüten. Die Zahnzahl nimmt man zweckmäßig als Vielfaches der Armzahl, damit die

Ausbildung der Armanschlüsse überall die gleiche sein kann. Auf die Möglichkeit, die Keile, Splinte und Kämme wieder herausschlagen zu können, ist Rücksicht zu nehmen.

Ein in einer Armebene geteiltes größeres Rad zeigt Abb. 1998 des Berechnungsbeispiels 10. Die ungeteilten Arme haben I-Querschnitt; die anderen bestehen aus zwei mit den Stegen aneinander gelegten U-förmigen Hälften. Dabei ist die Trennfuge, wie meist üblich, durch Sprengen hergestellt, um die genaue Zahnteilung, wie sie am Modell vorhanden oder durch die Formmaschine erzeugt war, beim Zusammensetzen wieder zu bekommen. Die Fuge wird im vorliegenden Falle durch mit Lehm überstrichene, in

die Form eingelegte Bleche gebildet, in denen sechs Löcher für die Schraubenbockel ausgespart sind. Biegemomente durch das Anziehen der Schrauben sind weitgehend eingeschränkt, da die durch die letzteren erzeugten Kräfte unmittelbar durch die Sprengflächen aufgenommen werden und die Schrauben so nahe wie möglich am Radkranz und an der noch durch zwei Schrumpfringe zusammengezogenen Nabe angeordnet sind. Nach dem in Beispiel 10 durchgeführten Rechnung haben die geteilten Arme das gleiche Widerstandsmoment wie die übrigen, müssen also deshalb größere Höhe bekommen. Auf der Welle ist das Rad mittels Tangentkeilen befestigt.

Abb. 1912 zeigt ein Schaltgetriebe eines Kraftwagens in Form eines Radkastens mit vier verschiedenen Übersetzungen beim Vorwärtsfahren und einem Rückwärtsgang. Die Räder sind auf drei Wellen verteilt. Welle *A* ist mit dem Motor gekuppelt und treibt durch das Stirnrad *a* die Vorgelegewelle *B* ständig an. Welle *C* leitet die Energie zu den Wagenrädern weiter. Alle drei laufen auf Kugelquer- und -längslagern, die in den Bohrungen 1 bis 5 sitzen, der Übersichtlichkeit der Zeichnung wegen jedoch weggelassen wurden. Das rechte Ende der Welle *C* ist bei 2 in der Nabe des Rades *a* durch ein Kugellager gestützt.

In der gezeichneten Stellung ist das Getriebe auf Leergang gestellt; der Motor nimmt nur die Vorgelegewelle *B* mit. Die verschiedenen Übersetzungen werden durch Verschieben der Räder *c*, *e* und *g* auf der Vierkantwelle *C* (Nuten und Federn haben sich an Kraftwagen nicht genügend widerstandsfähig erwiesen) eingeschaltet. Wird der Schieber *S*₁ nach rechts verschoben, so greifen die Klauen *K* in das Rad *c* ein, kuppeln die Wellen *A* und *C* unmittelbar miteinander und treiben *C* mit der vollen Drehzahl *n*₀ des Motors an. Bei der Verschiebung von *S*₁ nach links werden die Räderpaare *a*, *b* und *c*, *d* eingeschaltet, die Drehzahl geht auf $n_0 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ zurück, wenn die Buchstaben gleichzeitig die Zahnzahlen der betreffenden Räder bedeuten. In entsprechender Weise lassen sich durch den Schieber *S*₂ noch zwei weitere Übersetzungen $n_0 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{f}{e}$ und $n_0 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{h}{g}$ einstellen. Rückwärtsgang entsteht, wenn das Rad *i* durch die Stange *S*₃ so weit verschoben wird, daß es gleichzeitig in *g* und *h* eingreift. Um Zahnbrüche zu vermeiden, müssen die Schieber selbstverständlich einzeln betätigt werden, während des Einrückens eines Rades also die übrigen Schieber sicher festgelegt sein. Aus der Bedingung, daß vor dem Einschalten einer neuen Stufe und beim Leerlauf die Räder *c*, *e* und *g* außer Eingriff sein müssen, ergeben sich die Abstände der einzelnen Räder voneinander und damit die Abmessungen des gesamten Kastens. Die Schaltung geschieht beim vorliegenden „Schubräder“getriebe durch axiale Verschiebungen; zur Erleichterung des Eingreifens sind die einrückenden Kanten sorgfältig abgerundet und gebrochen. Seltener benutzt man Einrückvorrichtungen in radialer Richtung — eine solche wäre z. B. für das Rad *i* des Rückwärtsgangs möglich — weil dabei die Zähne ungünstigerweise an der Zahnspitze effaßt und die Einrücker stärker beansprucht werden.

Das ganze Getriebe liegt in einem geschlossenen, gut abgedichteten Kasten, der die Räder vor Staub und Schmutz schützt und zur Schmierung der Zahnflanken mit Fett oder dickem Öl gefüllt ist.

Große Sorgfalt erfordert die Herstellung der Vierkantwelle und der Nabenbohrungen, damit die Räder zentrisch laufen. Die Welle fräst man zwischen Spitzen genau symmetrisch; an den Rädern werden zunächst die Nabenbohrungen bearbeitet und durch Preßborne auf Maß gebracht. Erst dann wird die Verzahnung geschritten, während die Räder auf einem mit der Welle genau übereinstimmenden Dorn aufgespannt sind.

O. Stirnräder mit Stufen-, Schräg-, Pfeil- und Kurvenzähnen.

Den Übergang des Druckes von einem Zahn zum anderen kann man nach Abb. 1914 durch Stufenzähne allmählicher machen, wie sie durch Zerlegen eines Stirnrades in zwei oder ausnahmsweise mehrere Streifen und durch Versetzen dieser Teile gegeneinander

entstehen. Praktisch werden aber solche Räder, deren Zähne bei Teilungsfehlern die Umfangskraft auf der Breite eines einzelnen Streifens aufnehmen müssen, selten verwendet. Sie sind fast ganz durch Räder mit Schräg- und Pfeilzähnen, Abb. 1915 und 1916, verdrängt worden, die den Übergang des Druckes von Zahn zu Zahn noch sicherer und allmählicher vermitteln. Allerdings haben Schrägzähne den Nachteil, daß ein Axialdruck entsteht, der besondere Vorkehrungen gegen die Verschiebung der Räder oder der sie tragenden Wellen verlangt. Dadurch beschränkt sich ihre Anwendung auf leichtere Triebe, während Pfeilzähne größere Schwierigkeiten bei der Bearbeitung machen.

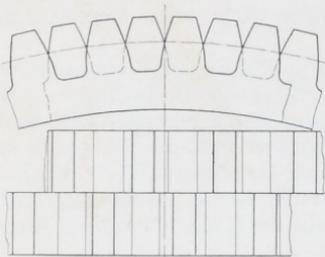


Abb. 1914. Rad mit Stufenzähnen.

Bei der ausschließlich verwandten Evolventenverzahnung kann man sich die Entstehung zusammenarbeitender Zahnflanken auf einfache Weise wieder an Hand eines zwischen den Grundzylindern gespannten Bandes, Abb. 1917, vorstellen. Die unter dem Winkel γ' gegenüber dem Rande des Bandes aufgetragenen Geraden $a-b$ bilden auf den Grundzylindern Schraubenlinien, an denen die Zahnfüße ansetzen. Beim Abwickeln beschreiben sie, schräg über die Zahnfläche hinweglaufend, die Flanken des einen, gleichzeitig aber auch beim Aufwickeln auf dem anderen Grundzylinder die Flanken des anderen Rades. An dem einen entstehen rechts —, am zweiten linksgängige Schraubenflächen. Schnittebenen senkrecht zu den Radachsen treffen das Band in Geraden, die die Grundkreise

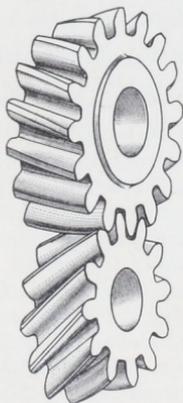


Abb. 1915. Schrägzahnrad.

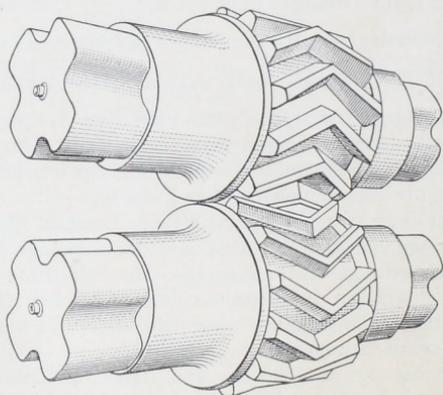


Abb. 1916. Pfeilverzahnung.

berühren und deren Punkte bei der Bewegung gewöhnliche Evolventen beschreiben. Damit ist die Ermittlung der Zahnform in jenen Ebenen auf die für gerade Zähne geltenden Gesetze zurückgeführt; die Durchmesser und Teilungen an roh bleibenden Rädern lassen sich also wie an gewöhnlichen Stirnrädern berechnen und auftragen. Beim Modul m erhält der Teilkreisdurchmesser D die Größe $m \cdot z$. Sollen die Zähne bearbeitet werden, so muß, wie unten gezeigt, von den Werkzeugen ausgegangen werden.

Die Entstehung der Zähne kann man sich auch durch Verschiebung eines in der Stirnebene gezeichneten Zahnprofils längs einer Schraubenlinie vorstellen. Der auf dem Teilkreisdurchmesser gemessene Steigungswinkel γ der Schraubenfläche, Abb. 1918, pflegt groß, zwischen 85 und 70° , gewählt zu werden, um den Axialdruck $U \cdot \text{ctg } \gamma$ nicht zu bedeutend werden zu lassen. Die Stirnflächen der Zähne sind um den Teilkreisbogen $t_0 = b \cdot \text{ctg } \gamma$, den Sprung der Zähne, gegeneinander versetzt. Zwischen dem Winkel γ' auf dem Bande

und γ auf dem Teilzylinder besteht die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \gamma'}{\sin \beta}.$$

Das Band bildet die Eingriffsebene. Längs der die Zahnflanken erzeugenden schrägen Linien findet die Berührung während des Eingriffs statt. Durch die Kopfzylinder wird auf dem Bande das Eingriffsfeld $A'A''B''B'$, Abb. 1917, begrenzt. An

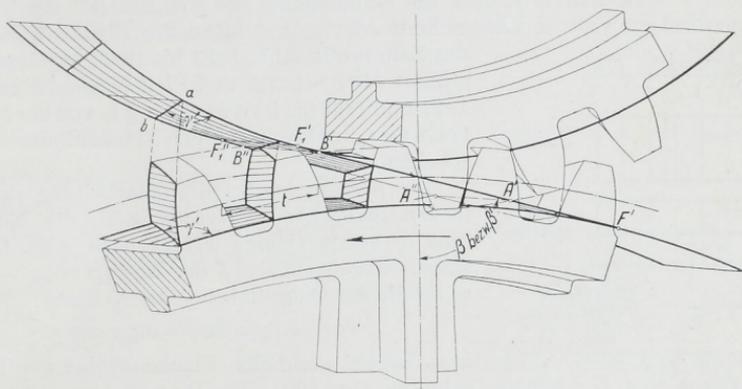


Abb. 1917. Entstehung von Schrägzahnflanken längs eines auf den Grundzylindern laufenden Bandes. β gilt für den Fall der Herstellung der Verzahnung im Wälzverfahren, β , wenn vom Stirnprofil ausgegangen wird.

dem unteren Rade beginnt der Eingriff bei der durch den Pfeil angedeuteten Drehrichtung in A' , also in einem einzigen Punkte; allmählich erstreckt sich dann die Berührung der beiden Zähne auf größere Breiten. Während aber die Vorderkante der Flanke bei B' außer Eingriff kommt, sind weiter zurück liegende Teile noch so lange im Eingriff, bis die Zahnspitze in der hinteren Stirnfläche nach B'' gelangt. Demnach wird der Überdeckungsgrad von Schrägzähnen wesentlich, und zwar dem Sprung entsprechend, vergrößert. Er steigt auf:

$$\varepsilon = \frac{w_0 + t_0}{t} = \frac{A'B'}{\sin \beta} + \frac{t_0}{t}, \quad (580)$$

wenn w_0 den Wälzbogen bedeutet, der dem Zahnprofil in der vorderen Stirnfläche entspricht. Ist $t_0 < w_0$, so berühren sich die Flanken zweier zusammenarbeitender Zähne eine Zeit lang auf ihrer ganzen Breite b , dagegen kommen sie überhaupt nicht auf der vollen Breite zum Anliegen, wenn $t_0 > w_0$ ist. In dem allmählicheren Eingreifen und dem größeren Überdeckungsgrad ist der bedeutend ruhigere Gang der Räder mit Schrägzähnen, ihr Hauptvorteil gegenüber solchen mit geraden, begründet. Zur Vermeidung eines etwaigen Aufsetzens der Zahnschneiden lässt man vielfach die Flanken am Kopfe namentlich dort, wo der Eingriff beginnt, etwas zurücktreten. Das ist zulässig, weil die Übertragung bei genügend großem Sprung schon durch den Eingriff im Teilzylinder gewährleistet ist. $t_0 > t$ sichert ohne weiteres ständigen Eingriff. Außerdem können die Zahnhöhen herabgesetzt, die Kopfhöhen auf etwa 0,8 m, die Fußhöhen auf 1 m vermindert und dadurch bessere Gleit- und Abnutzungsverhältnisse unter Einschränkung der Unterscheidungen, sowie ein günstigerer Wirkungsgrad erreicht werden.

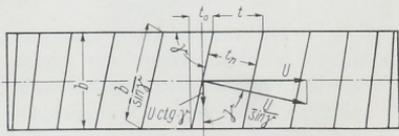
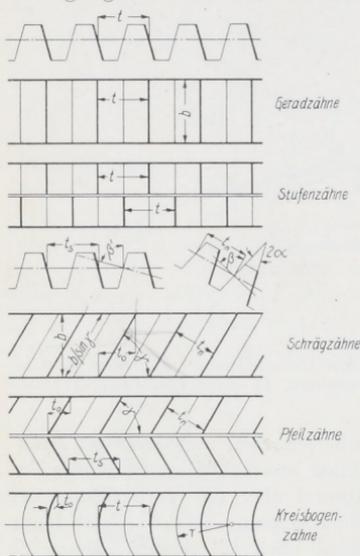


Abb. 1918. Bezeichnungen und Kraftverhältnisse an Schrägzahnradern.

Die Ausführung beliebig untereinander austauschbarer Satzräder ist jedoch ausgeschlossen, da stets ein rechtsgängiges Rad mit einem linksgängigen zusammenarbeiten muß.

Die Entstehung von Schräg-, Pfeil- und Kurvenzähnen läßt sich schließlich an Hand des Wälzvorganges in einem Getriebe oder bei der Herstellung nach dem Wälzverfahren, ähnlich wie es für Geradzähne auf Seite 1045 geschehen ist, auf eine Zahnstangen- oder Planverzahnung zurückführen. Diese Planverzahnung ist in der Draufsicht durch die Form der Flankenlinien, d. s. die Schnittlinien der Flanken mit der Teil- oder Erzeugungswälzebene und im Längsschnitt oder senkrecht zu den Flankenlinien, durch



das Zahnprofil, Abb. 1919 bis 1923, gegeben und bestimmt. Bei Schräg- und Pfeilzähnen ist nach Abb. 1921 und 1922 die Stirnteilung t_s von der Normalteilung t_n senkrecht zu den Flankenlinien zu unterscheiden.

Die letztere ist bei der Bearbeitung der Zahn- lücken maßgebend. Werden z. B. der Normalteilung t_n entsprechende Fräser nach Abb. 1924 mit einem Neigungswinkel β der Erzeugungsebene verwandt, so erhält die Eingriffsebene eine Neigung:

$$\operatorname{tg} \beta' = \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \gamma = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \gamma. \quad (581)$$

α ist hierbei der halbe Flankenwinkel der Planverzahnung Abb. 1921. Die Eingriffsebene liegt steiler als bei einer mit dem gleichen Fräser geschnittenen Verzahnung mit Geradzähnen, gleichen Achsabstand der Räder beim Zusammenbau vorausgesetzt. Damit ist nach S. 1040 und Abb. 1852 eine Einschränkung der Unterschneidungen verbunden, die bei normaler Kopfhöhe, $\beta = 75^\circ$ und $\gamma = 60^\circ$ erst bei 20, $\gamma = 45^\circ$ bei 12 Zähnen auftreten.

Der Berechnung der Zahnteilung ist die senkrecht zur Flanke oder zur Schraubenlinie, Abb. 1918, wirkende Kraft $U/\sin \gamma$ zugrunde zu legen. Ist b die Breite des Rades, t die Stirnteilung, so geht die

Abb. 1919 bis 1923. Stirnrad-Planverzahnungen.

Formel (555) sinngemäß über in:

$$\frac{U}{\sin \gamma} = k \cdot \frac{b}{\sin \gamma} \cdot t \cdot \sin \gamma$$

oder:

$$U = k \cdot b \cdot t \cdot \sin \gamma = k \cdot b \cdot t_n, \quad (582)$$

wenn t_n die Normalteilung bedeutet. k kann um 25 bis 50% größer als bei Geradzähnen genommen werden, wegen der größeren Überdeckung, des ruhigeren Ganges und des Umstandes, daß der durchschnittliche Hebelarm, an dem der Zahndruck wirkt, infolge der schräg verlaufenden Berührungslinien kleiner ist.

Beim Einformen verlangt das Ausziehen der Lückenlarve längs der Flanken eine Schraubenbewegung und eine entsprechende Sondereinrichtung der Formmaschine.

Die Bearbeitung von Schrägzähnen erfolgt durch Scheiben- oder Schneckenfräser, Hobeln oder Stoßen, seltener durch Fingerfräser. Da die Form des Werkzeuges durch den Querschnitt der Zahnücke senkrecht zur Flanken- oder Schraubenlinie im Teilrisse bestimmt ist, geht man bei bearbeiteten Rädern von der Normalteilung t_n aus und wählt ihr entsprechend auch Kopf- und Fußhöhen, muß dabei allerdings gebrochene Zahlen für die Teil- und Kopfkreisdurchmesser in Kauf nehmen.

Führt man nach Abb. 1924 durch ein Rad mit dem Teilkreisdurchmesser D und z Zähnen einen Schnitt AB senkrecht zu einer Zahnücke, so wird der Teilzylinder in einer

Ellipse mit den Halbachsen $e = D/2 \sin \gamma$ und $f = D/2$ geschnitten. Ersetzt man die Kurve im Scheitel C durch den Krümmungskreis mit dem Halbmesser: $\varrho = \frac{e^2}{f} = \frac{D}{2 \sin^2 \gamma}$,

so würde die Zahnzahl, die der Normteilung t_n oder dem Modul m entspricht $z' = \frac{D}{\sin^2 \gamma \cdot m}$

sein, während an der Stirnfläche, welche die Stirnteilung $t_s = \pi \cdot m / \sin \gamma$ aufweist, die Beziehung $D = z \cdot m / \sin \gamma$ besteht. Entfernt man aus den beiden Gleichungen D , so folgt die Zahnzahl des zu verwendenden Fräasers:

$$z' = \frac{z}{\sin^3 \gamma}. \quad (583)$$

Zahlenbeispiel 2. Ein Rad mit $z = 24$ Zähnen, das $\gamma = 75^\circ$ aufweisen und mit einem Fräser vom Modul 10 bearbeitet werden soll, bekommt einen Teilzylinderdurchmesser:

$$D = \frac{z \cdot m}{\sin \gamma} = \frac{24 \cdot 10}{\sin 75^\circ} = 248,47 \text{ mm},$$

eine Kopfhöhe von 10 mm, also einen Außendurchmesser von 268,47 mm und eine Fußhöhe von 11,7 mm. Bei der Bearbeitung würde ein Fräser für:

$$z' = \frac{z}{\sin^3 \gamma} = \frac{24}{0,966^3} = 26,6$$

Zähne zu benutzen sein. Bei Verwendung des achteiligen Satzes, Seite 1061, wäre er durch den für 26, im 15teiligen durch den für 25 Zähne zu ersetzen. Das Eingriffsfeld schließt mit der Mittenenebene des Getriebes einen Winkel $\beta' = 74^\circ 30'$, ein, wie aus $\operatorname{tg} \beta' = \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \gamma = \operatorname{tg} 75^\circ \cdot \sin 75^\circ$ folgt.

Finger- und Scheibenfräser werden nach Abb. 1924 parallel zur Radachse mit der Geschwindigkeit v zugestellt, während sich der Radkörper mit der Geschwindigkeit v drehart dreht, daß sich $\frac{c}{v}$ wie $\operatorname{tg} \gamma$ verhalten.

Schneckenfräser, Abb. 1925, mit einem Steigungswinkel von φ^0 müssen um $\delta' = 90^\circ - \gamma - \varphi$ schräg gegen die Radebene stehen, damit die mittlere Schraubenlinie in die Richtung der Zahnschräge fällt. δ' soll klein sein und 10° nicht überschreiten, um die Fehler der Zahnform, die sich in einem Zurückweichen der Kopfplanke äußern, gering zu machen, was allerdings bedingt, daß für das linksgängige Rad ein anderer Fräser verwendet wird als für das rechtsgängige. Rad und Fräser müssen so angetrieben werden, daß die Zähne stets miteinander kämmen und daß gleichzeitig der Vorschub unter dem Winkel γ erfolgt. Ist die Zahl der Fräsergänge a , die Zahnzahl des herzustellenden Rades z , so würde der Fräser bei $\frac{1}{a}$ Umdrehungen, das Zahnrad bei $\frac{1}{z}$ Drehungen um eine Teilung weiter geschaltet werden. Die Zustellung des Fräasers parallel zur Radachse, die b_0 cm bei einer Umdrehung des Zahnrades, also $\frac{b_0}{z}$ cm bei der Schaltung um einen Zahn betrage, verlangt wegen der Schraubenform der Zähne,

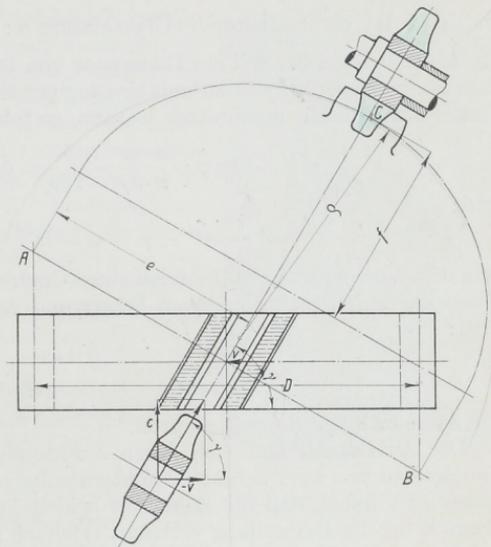


Abb. 1924. Fräsen von Schrägzähnen mittels Formfräasers.

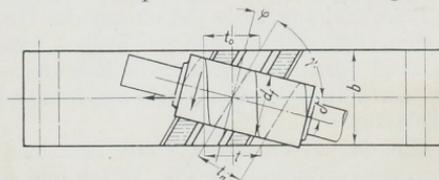


Abb. 1925. Bearbeiten von Schrägzähnen mittels Schneckenfräasers.

die durch $\operatorname{ctg} \gamma = \frac{t_0}{b}$ bestimmt ist, eine weitere Drehung des Rades um $\frac{b_0}{z} \cdot \frac{t_0}{b} = \frac{b_0}{z} \cdot \operatorname{ctg} \gamma$ cm.

Dieses Berichtigungsglied ist positiv, wenn, wie in Abb. 1925, die Zähne des Rades und der Schnecke bei der Drehung in gleichem Sinne fortschreiten, negativ im anderen Falle.

Deshalb entsprechen $\frac{1}{a}$ Umdrehungen des Fräasers $\frac{1}{z} \pm \frac{b_0}{z} \operatorname{ctg} \gamma$ Umdrehungen des Rades,

während die einzuschaltende Übersetzung $a : \left(\frac{1}{z} \pm \frac{b_0}{z} \operatorname{ctg} \gamma \right) = \frac{a \cdot z}{1 \pm b_0 \operatorname{ctg} \gamma}$ ist.

Zahlenbeispiel 3. Soll ein Räderpaar von 30 und 60 Zähnen, dem Modul $m = 8$ und dem Steigungswinkel $\gamma = 80^\circ$ mit eingängigen Schneckenfräsern, von $d_f = 150$ mm Durchmesser im Teilkreis geschnitten werden, so folgt φ aus:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\pi \cdot m}{\pi \cdot d_f} = \frac{8}{150} = 0,0533; \quad \varphi = 3^\circ 3'$$

und:

$$\delta' = 90^\circ - \gamma - \varphi = 90^\circ - 80^\circ - 3^\circ 3' = 6^\circ 57'.$$

Aus dem Vorschub $b_0 = 0,1$ cm bei einer Umdrehung des Zahnrades ergibt sich die nötige Übersetzung bei rechtsgängigem Fräser und Antrieb nach Abb. 1925 für das 30zählige Rad:

$$\frac{a \cdot z}{1 + b_0 \operatorname{ctg} \gamma} = \frac{1 \cdot 30}{1 + 0,1 \cdot \operatorname{ctg} 80^\circ} = \frac{29,48}{1} \approx \frac{295}{10},$$

für das 60zählige doppelt so groß.

Der Axialdruck läßt sich durch Anordnung zweier Schrägverzahnungen oder Zusammenbau von zwei Schrägzahnrädern entgegengesetzter Steigung vermeiden. Voraussetzung ist dabei, daß die Zähne an beiden Teilen zum Anliegen kommen, was größte Sorgfalt bei der Herstellung verlangt. Vielfach gibt man der Welle des Kleinrades so viel axiales Spiel in den Lagern, daß sich das Rad selbst einstellen kann. Die Westinghouse Co. baut die Ritzel in einen durch Flüssigkeitskolben gestützten „Schweberahmen“ ein, um Herstell- und Zusammenbaufehler, aber auch Federungen, Verdrehungen und Wärmeausdehnungen der Welle auszugleichen. Hängen die Zähne an der Spitze zusammen, so entstehen Pfeilzahnräder, Abb. 1916, die zur Übertragung sehr bedeutender Kräfte besonders geeignet sind, wenn die widerstandsfähige Spitze voraneilt. Bei Rädern mit wechselnder Drehrichtung verwendet man auch S-förmig gewundene Zähne. Die Pfeilverzahnung beruht naturgemäß auf denselben Grundlagen wie die schräge.

Beim Entwurf muß jedoch auf die Herstellung der Räder Rücksicht genommen werden. Sollen die Zähne roh bleiben und auf der Maschine eingeformt werden, so ist die Möglichkeit vorzusehen, die Zahnückenmodelle in radialer Richtung ausziehen zu können. Unterschneidungen, bezogen auf parallele Linien zur Ausziehrichtung, sind dann unzulässig.

Um das zu erreichen, greift man häufig zu kleineren Winkeln $\beta = 70$ bis 65° der Erzeugenden gegenüber der Mittenlinie und zu geringen Kopf- und Fußhöhen von etwa 0,8 bzw. 1 *m*. Für die Steigungswinkel γ finden sich Werte zwischen 70 und 55° , für die Breite solche von 10 bis 12 *m* und dementsprechend für den Sprung von 1,7 bis 4,2 *m*.

Freier in der Wahl der Formen ist man, wenn die Zähne aus dem Vollen bearbeitet werden sollen. So führt die Zahnräderfabrik Augsburg im Falle beträchtlicher Übersetzungen die Ritzel mit sehr kleinen Zahnzahlen und Steigungswinkeln, also großem Sprung aus, wobei das Kleinrad das Aussehen zweier gegenläufiger Schnecken, Abb. 1926, bekommt. Vgl. auch laufende Nummer 1 bis 4 der Zusammenstellung 151.

Was im übrigen die Zahnzahlen der Kleinräder anlangt, so geht man auch bei schweren Getrieben häufig unter die bei den Geradzähnen angegebenen Grenzen. Z. B. finden sich an den Kammwalzen der Walzwerke, selbst bei unbearbeiteten Flanken, nicht selten nur zehn Zähne.

Auch die Drehzahlverhältnisse können höher als bei Getrieben mit geraden Zähnen genommen werden; solche von 1:10 bis 1:15, selbst 1:30, sind mit recht günstigen Wirkungsgraden möglich. Vgl. Zusammenstellung 151.

Hervorgehoben sei, daß man die Zahnzahl vielfach unter Vermeidung ganzzahliger Übersetzungen wählt, in der Absicht, die örtlichen Abnutzungen einzuschränken, wenn man auch in dieser Beziehung zugunsten leichteren Einlaufens nicht zu weit gehen sollte.

Die Bearbeitung der Pfeilzähne erfolgt durch Fräsen mit Finger-, Scheiben- oder Schneckenfräsern, neuerdings auch auf Stoß- und Hobelmaschinen. Der Fingerfräser, Abb. 1927, dessen Profil dem Normalschnitt der Zahnücke entspricht, gestattet die Ausarbeitung der Zähne aus dem vollen Werkstoff in einem Schnitte, wenn der Vorschub in den Kehlen der Zähne umgeschaltet wird. Toter Gang kann dabei Ungenauigkeiten bedingen; auch unterliegt der Fräser ziemlich starken Abnutzungen. Da die Zahnücke an der Stelle *a* eine dem Fräser entsprechende Ausrundung bekommt, müssen entweder die Spitzen aller Zähne gebrochen, Abb. 1927, oder die Lücken nach Abb. 1928, einer Ausführung der Zahnradfabrik Augsburg, vorm. Joh. Renk, durch Ausbohren erweitert werden. Scheibenfräser verlangen entweder die Teilung der Räder längs der Kehlenebenen oder das Anbringen einer Rinne zum Auslaufen des Werkzeuges. Im ersten Falle werden die einzeln mit entgegengesetzter Steigung geschnittenen Radhälften miteinander verschraubt; freilich leidet dabei infolge des fehlenden Zusammenhanges die Widerstandsfähigkeit der Zahnspitzen.

Nach dem Verfahren von Wüst werden Pfeilzähne von der Zahnradfabrik Augsburg gleichzeitig durch zwei schneckenförmige Fräser von den Stirnkanten der Kränze her eingearbeitet. Die Fräser haben die gleiche Steigung wie die Zähne, damit der Winkel δ' , Abb. 1925, Null wird. Durch Versetzen der rechts und links steigenden Zahnhälften ein und desselben Rades um eine halbe Teilung lassen sich nach dem Vorschlage von Wüst die Zahnücken zum Auslauf der Fräser heranziehen, Abb. 1929. Allerdings können dabei die Lücken doch nicht bis zur Mitte, sondern nur bis zu den Linien *a* ausgeschnitten werden, weil sonst die Fräser die Gegenflanken angreifen. Am Gegenrade wird deshalb eine Ringnut ausgespart, in welche der ungenaue Teil der Zähne des ersten Rades zu liegen kommt, Abb. 1930, wobei freilich die gegenseitige Versteifung der Zahnhälften aufgegeben werden muß. Die Kopfhöhe bezieht Wüst auf die Normalteilung und nimmt sie gleich dem Modul; die Fußhöhe ist 1,17 *m*.

Nach dem an Abb. 1886 behandelten Abwälzverfahren arbeitet die Maschine von Sykes, bei der zwei Stoßräder von den Stirnseiten her die Zahnücken unter Vermeidung der mehrfach erwähnten Zwischenrinne ausstoßen. Während der Radkörper zu Beginn der Arbeit radial zugestellt und dauernd durch langsame Drehung weiter geschaltet wird, machen die Stoßräder bei jedem Hube eine schraubenförmige Bewegung und erzeugen so die schrägen Zahnhälften (XXV, 4).



Abb. 1926. Pfeilradgetriebe der Zahnradfabrik Augsburg, vorm. Joh. Renk.

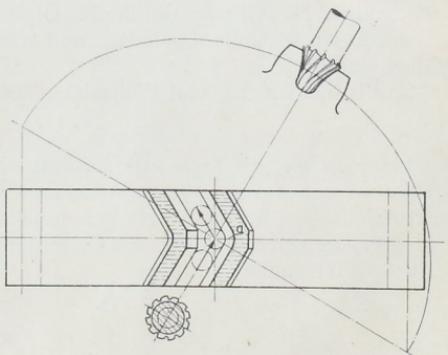


Abb. 1927. Fräsen von Pfeilzähnen mittels Fingerfräasers.

Anwendung finden Pfeilräder in ständig zunehmendem Maße, und zwar mit unbearbeiteten Zähnen bei geringen Geschwindigkeiten und großen Kräften an schweren Hebezeugen, Stanzen, Pressen, Scheren, namentlich aber als Kammwalzen an den Walzenstraßen. Bearbeitete Pfeilräder sind zur Übertragung selbst großer Leistungen bei hohen Geschwindigkeiten geeignet, zeichnen sich durch geräuschlosen und weichen Gang aus und dienen immer häufiger zur Herabsetzung der hohen Drehzahlen, unter denen vorteilhafterweise Elektromotoren und Dampfturbinen laufen.

Bahnbrechend wirkte de Laval, der sie mit bestem Erfolge in Verbindung mit Wellen anwandte, die 20000 und mehr Umdrehungen in der Minute machten, vgl. Nr. 5 der Zusammenstellung 151. Welche Abmessungen, Umlaufgeschwindigkeiten und Belastungen heutzutage an derartigen Hochleistungsgetrieben zur Anwendung kommen, zeigen die Beispiele 8 bis 10 und Abb. 1930a. Die letztere stellt eine Ausführung von Krupp, Essen für 2800 bis 3500 PS Belastung dar, die von 4000 auf 500 Umdrehungen in der Minute umgesetzt wird. Die Zähne des Großrades sind in zwei auf einen Radkörper aus Stahlguß aufgeschrumpfte geschmiedete Stahlringe eingeschnitten; das Kleinrad ist mit der Welle aus einem Stück hergestellt. Großer Wert ist auf die sorgfältige Lagerung in einem kräftigen, ganz geschlossenen Gehäuse und auf reichliche Schmie-

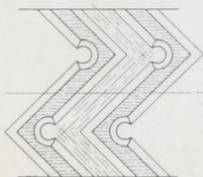


Abb. 1928. Pfeilzähne. Zahnradfabrik Augsburg, vorm. Joh. Renk.

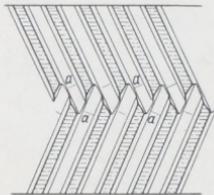


Abb. 1929. Pfeilzähne nach Wüst. (Schraffiert ist der Zahnkopf.)

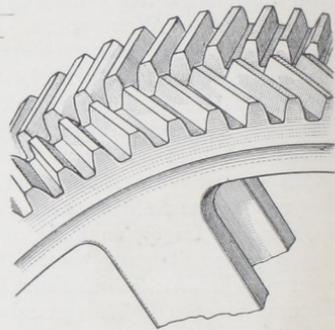


Abb. 1930. Zahnrad mit Wüst-Verzahnung. Zahnradfabrik Augsburg, vorm. Joh. Renk.

burg gelegt. Das Öl wird durch eine Ölpumpe, die am freien Ende der Kleinradwelle angekuppelt ist, in Umlauf gehalten und ständig unmittelbar vor der Eingriffstelle auf die Zähne gespritzt.

Zur Berechnung von Pfeilzähnen kann man Formel (582):

$$U = k \cdot b \cdot t_n$$

benutzen, in der $t_n = t \cdot \sin \gamma$ die Normalteilung bedeutet. Für die Belastungszahl k dürfen wiederum wegen der größeren Widerstandsfähigkeit der Zähne und der günstigeren Eingriffverhältnisse höhere Werte genommen werden. Die Zahnradfabrik Augsburg gibt für sorgfältig gefräste Zähne aus Gußeisen in Abhängigkeit von der Teilkreisgeschwindigkeit v die folgenden Werte an:

$v =$	0,25	1	3	5	7	9	11	13	15 m/sek
$k =$	32	28	24	22	20	18	16	14	12.

Sie entsprechen einer Belastungsgrundzahl $k_0 \approx 40$ der Formel (571), wenn $\xi_3 = 0,75$, motorischem Antrieb unter mittleren Betriebsverhältnissen entsprechend, angenommen wird.

Bei der Berechnung und Durchbildung von Hochleistungsgetrieben empfiehlt es sich, vom Ritzel auszugehen, weil man die Breite b der Verzahnung an demselben vorteilhafterweise im Verhältnis zum Teilkreisdurchmesser wählt, der deshalb in den folgenden Formeln besonders, nämlich mit D_R in Zentimetern bezeichnet ist. Dieses Verhältnis $\frac{b}{D_R} = x$ findet sich an Ausführungen in den Grenzen von 1,2 bis 3,2. Größere Werte

sind wegen ruhigeren Laufens und besserer Überleitung der Umfangkräfte günstig und führen zu einer Einschränkung der Gesamtabmessungen des Getriebes, so daß man zu den großen Werten bei Übertragung bedeutender Leistungen greifen wird. Zu dünne Ritzelwellen müssen freilich wegen der Formänderung durch das Drehmoment vermieden werden.

In Rücksicht auf die Bearbeitung der Zähne mit normalen Fräsern sind die Formeln auf den Modul m_n der Normalteilung bezogen. Setzt man in Formel (582) $b = x D_R$, $t_n = \pi \cdot m_n$ und beachtet, daß m_n in Millimetern ausgedrückt zu werden pflegt, so wird:

$$m_n = \frac{10 U}{\pi \cdot x \cdot D_R \cdot k} = \frac{3,2 U}{x \cdot D_R \cdot k} \text{ in mm.} \quad (583 a)$$

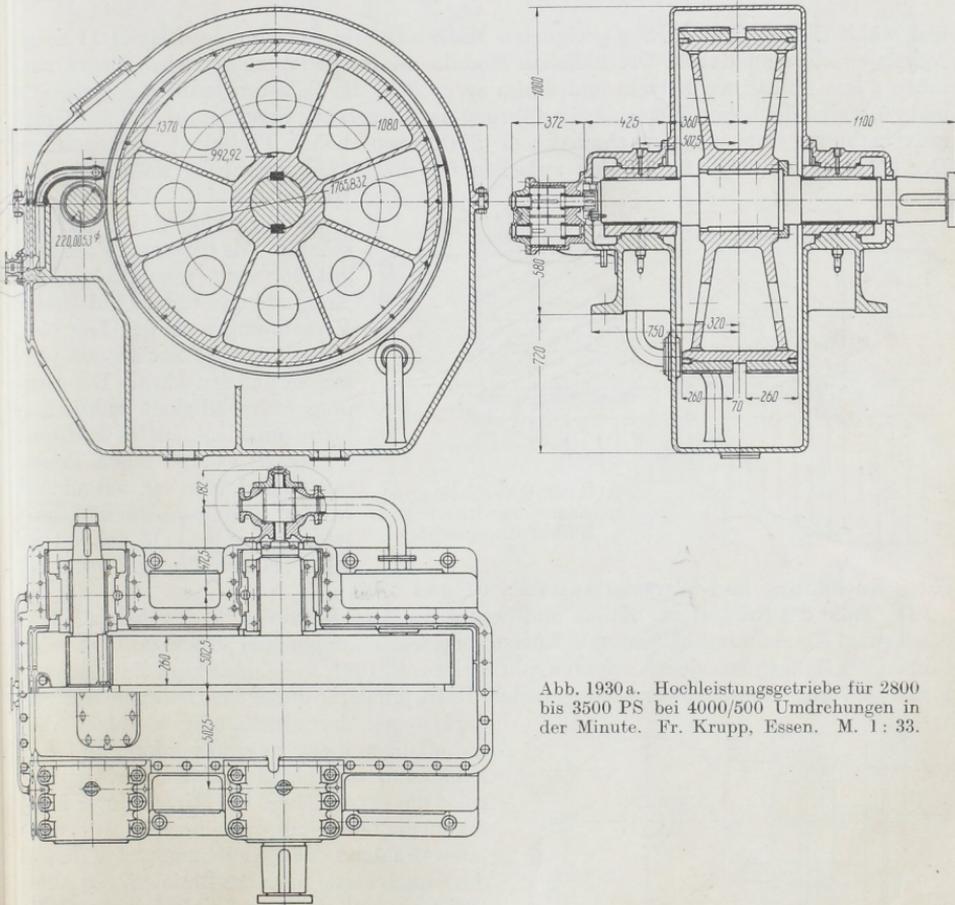


Abb. 1930 a. Hochleistungsgetriebe für 2800 bis 3500 PS bei 4000/500 Umdrehungen in der Minute. Fr. Krupp, Essen. M. 1 : 33.

Ist das Drehmoment $M_d = U \cdot \frac{D_R}{2}$ gegeben, so folgt:

$$m_n = \frac{6,4 M_d}{x \cdot D_R^2 \cdot k} \text{ in mm.} \quad (583 b)$$

Die Beziehung $M_d = 71620 \frac{N}{n}$ gestattet, m_n aus der Leistung N in Pferdestärken bei n Umläufen des Ritzels in der Minute zu berechnen nach:

$$m_n = \frac{460000}{x \cdot D_R^2 \cdot k} \cdot \frac{N}{n} \text{ in mm.} \quad (583 c)$$

Eine Leistung von N_{kw} Kilowatt verlangt, da 1 kw 1,36 PS ist:

$$m_n = \frac{620000}{x \cdot D_R^2 \cdot k} \cdot \frac{N_{kw}}{n} \text{ in mm.} \quad (583d)$$

Bei der Berechnung eines Getriebes für eine bestimmte Leistung unter bestimmten Drehzahlen schätzt man zweckmäßigerweise das Verhältnis $x = \frac{b}{D_R}$ sowie den Steigungswinkel γ der Zähne, ermittelt in einer Zahlentafel unter Annahme verschiedener Werte für den Modul den Ritzeldurchmesser D_R , die Zahnzahl:

$$z = \frac{D_R \cdot \sin \gamma}{m_n} \quad (583e)$$

und wählt die zur Ausführung geeigneten Maße aus, wie Berechnungsbeispiel 11 zeigt. Anhaltspunkte sind dabei: Die üblichen Moduln an Hochleistungsgetrieben liegen zwischen 2 mm an kleinen Ritzeln und 8 mm an großen, die Belastungszahl k zwischen 50 und 80, wobei die hohen Werte die Ausführung des Ritzels aus Sonderstahl und der Großradverzahnung aus durchgeschmiedetem Stahl von hoher Festigkeit voraussetzen. Der Steigungswinkel γ findet sich zwischen 60° und 70° , während der an älteren Getrieben benutzte Wert von 45° neuerdings aufgegeben zu sein scheint. Als geringste Zahnzahl gilt 25, wenn man auch durch Anwendung unterschneidfreier Verzahnungen in der Lage ist, ausnahmsweise noch etwas weiter herunterzugehen. Die Umfangsgeschwindigkeit wählt man heute unbedenklich bis zu 40 und 50 m/sek; es sind schon Triebe mit 60 und 70 m/sek ausgeführt worden. Die Grenze für die Übersetzung liegt bei 1:15, äußerstenfalls 1:20, der Wirkungsgrad bei

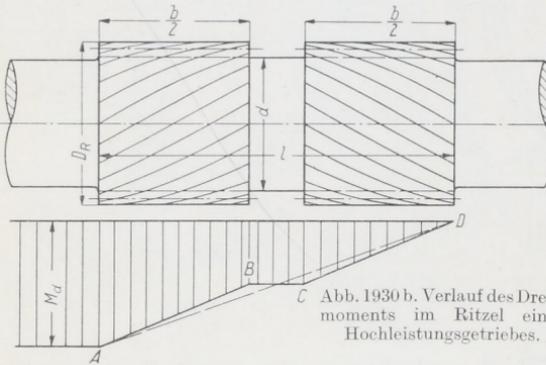


Abb. 1930 b. Verlauf des Drehmoments im Ritzel eines Hochleistungsgetriebes.

guter Ausführung und Wartung zwischen 97 und 99%.

Im Falle des Fräsens der Zähne muß wegen des Auslaufens der Werkzeuge zwischen den beiden Verzahnungshälften eine Lücke vorgesehen werden, die sich allerdings beim Stoßen der Zähne nach dem Verfahren von Sykes, S. 1081, vermeiden läßt. Zu beachten bleibt die Verdrehung des Ritzels infolge seiner Beanspruchung durch das Drehmoment. Sie darf wegen der gleichmäßigen Anlage der Zahnflanken nicht zu groß werden und kann annähernd wie folgt berechnet werden. Beträgt die Gesamtlänge des Ritzels unter Einschluß der Lücke l cm, so ergibt sich bei der weiteren Annahme, daß das Drehmoment M_d längs des Ritzels stetig nach der Linie AD der Abb. 1930 b auf Null sinkt, ein Verdrehungswinkel:

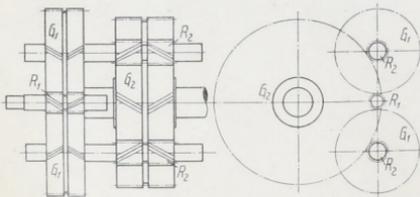


Abb. 1931. Doppelgetriebe.

$$\psi = \frac{16}{\pi d^4} \cdot M_d \cdot \beta \cdot l = \frac{\tau'_d \cdot \beta \cdot l}{d}, \quad (583f)$$

wenn τ'_d die Beanspruchung des Ritzels durch M_d ist. Die Zahnflanke eilt an der Stelle, wo das Drehmoment eingeleitet wird, gegenüber dem anderen Ende um:

$$\frac{\psi \cdot D_R}{2} \quad (583g)$$

vor. Können sich die Mittelebenen zweier Pfeilzahnräder gegenseitig einstellen, so sinkt der Betrag auf rund die Hälfte. Vgl. hierzu Berechnungsbeispiel 11.

Zusammenstellung 151. Ausgeführte Pfeilradtriebe.

Laufende Nr	Teilkreis- durch- messer	Stirn- teilung t	Zahnzahlen	Zahn- breite b	Steigungs- winkel γ	Werkstoff	Drehzahl des kleinen Rades	Umfang- geschwin- digkeit	Leistung	Umfangs- kraft U	Belastungszahl k aus $U = k \cdot b \cdot t$	Wirkungs- grad	Versuche ausgeführt von	Bemerkungen
	mm	mm		mm	'		1/min.	m/sek	PS	kg		%		
1	34,98 349,8	21,98	5 50	85,4	29° 45' 40"	Stahl Gußeisen	277	0,51	0,995	137,5	7,32	93,5	Bach	Z. V. d. I. Schmierung Bd. 52, durch zäh- S. 661. flüssiges Zy- 1908 linderöl
2	34,98 349,8	21,98	5 50	85,4	29° 45' 40"	Stahl Gußeisen	1671,7	3,06	3,852	86,7	4,62	91,9	Bach	
3	34,97 349,7	36,62	3 30	85	18° 56' 30"	Stahl Gußeisen	869,1	1,59	5,66	250,4	8,04	93,8	Bach	
4	34,97 349,7	36,62	3 30	85	18° 56' 30"	Stahl Gußeisen	1677,9	3,07	5,73	128,3	4,12	91,7	Bach	
5	36 360	5,39	21 210	160	45°	Stahl Bronze	20000	37,7	30	59,7	6,9	—	—	Z. V. d. I. Bd. 46, S. 281. 1902. 30 PS - Laval Turbine.
6	104 526	3'' 3/4	17 86	110	—	Deltametall Grauguß	540 bis 1560	2,94 bis 8,5	—	bis 446	bis 21,3	97,6 bis 98	Rikli	Z. V. d. I. Bd. 55, S. 1435. 1911. Wirkungsgrad unter-Ausschaltung der Lagerreibung.
7	82,2 831,3	9/16''	18 182	100	—	Deltametall Grauguß	533 bis 1935	2,3 bis 8,3	—	bis 276	bis 19,3	97,4 bis 98,5	Rikli	Z. V. d. I. Bd. 55, S. 1435. 1911. Getriebe in Öl laufend.
8	194,8 1939	26,6	23 229	2 · 457	45°	—	3000	30,6	2200	5400	22,2	—	—	Ortferste Parsonsturbine. Dingler 1916, S. 13.
9	353,7 1778,7	1 1/4''	35 176	2 · 508	30°	—	1500	27,8	6000 Höchstleistung.	16200	50,2	98,7	Westinghouse Machine Co.	Versuchsgetriebe für Dampfmaschinenantrieb von Schiffsschrauben. Z. f. Turbinenw. 1909, S. 486; 1910, S. 75.
10	197,2 2430	23,8	26 320	2 · 406	31°	—	1400	14,5	2000	10350	53	—	Westinghouse Machine Co.	Schiff Melville-Z. V. d. I. Bd. 60, S. 1030. 1916.

Weitere Beispiele siehe Z. V. d. I. Bd. 60, S. 1030. 1916.

breite b mißt man längs der Flanken, Abb. 1932. Zur besseren Überleitung des Drucks von einem Zahn zum anderen werden aber auch Schräg- oder Tangentzähne, Abb. 1936, Pfeilzähne, Abb. 1937, und Kurvenzähne, Abb. 1938 bis 1940, ausgeführt. Sie sind in Form von Planverzahnungen dargestellt, auf die sich die Kegelhäder in gleicher Weise wie Stirnräder auf Grund des Wälzvorganges beim Eingriff oder bei der Herstellung zurückführen lassen. Gegeben ist die Planverzahnung in der Draufsicht durch den größten Abstand R_a , die Zahnbreite b , wobei $\frac{b}{R_a}$ als Völlig-

keitsgrad bezeichnet wird, durch die Form der Flankenlinien sowie die Teilung oder den Planteilwinkel τ_0 . Lückenform und Teilung werden entweder in der Abwicklung des Teilzylinders (Stirnteilung t_s), Abb. 1935, oder bei Schräg- und Kurvenzähnen durch einen Schnitt senkrecht zu den Flankenlinien (Normalteilung t_n), Abb. 1939, festgelegt.

Die genauen Zahnformen müssen auf Kugelflächen, z. B. auf der durch die Teilkreise gegebenen ermittelt werden, weil nur Punkte gleicher Entfernung von der gemeinsamen Kegelspitze S miteinander in Berührung kommen können. Da aber die Ermittlung dieser sphärischen Zahnkurven umständlich ist, ersetzt man die Kugelflächen nach

Tredgold näherungsweise durch die abwickelbaren

Mantelflächen der Ergänzungskegel mit den Spitzen S_1 und S_2 , Abb. 1934, die die Kugel in den Teilkreisen berühren. Damit kann man die Ermittlung der Zahnkurven in einer Zeichenebene ausführen und die für Stirnräder geltenden Regeln und Verfahren benutzen.

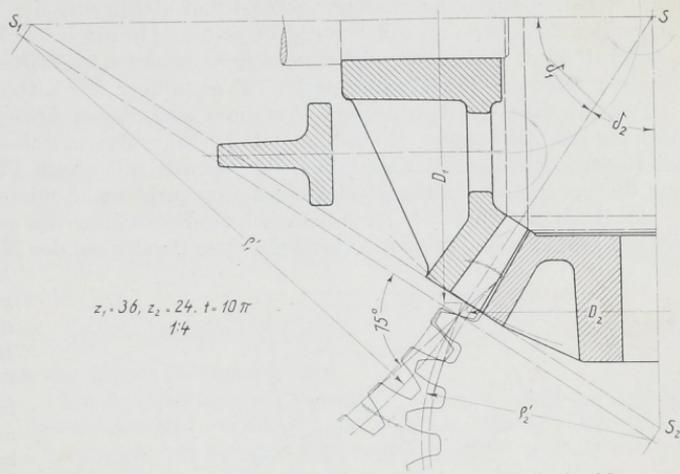


Abb. 1934. Kegelradgetriebe mit Verzahnung nach Tredgold.

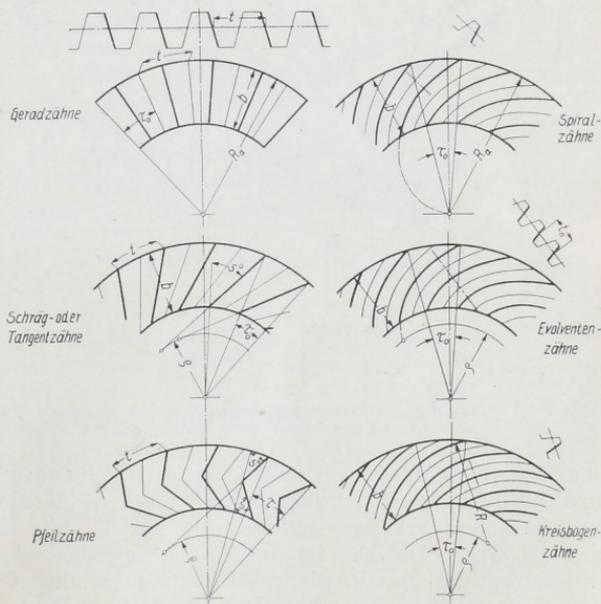


Abb. 1935 bis 1940. Kegelrad-Planverzahnungen.

$$\varrho'_1 = \frac{D_1}{2 \cos \delta_1} \quad \text{und} \quad \varrho'_2 = \frac{D_2}{2 \cos \delta_2} \quad (586a)$$

sind die Seitenlängen der Ergänzungskegel und gleichzeitig die Halbmesser der Abwicklungen der Teilkreise, an welchen die Verzahnung in der bei Stirnrädern üblichen Weise entwickelt wird. Abb. 1934 zeigt eine so gewonnene (angenäherte) Evolventenverzahnung bei einer Lage der Erzeugenden unter 75° gegenüber der Mittellinie.

Der bei dem Tredgold'schen Verfahren auftretende Fehler besteht in einer Verstärkung der Zahnköpfe. Er bedingt falsche Eingriffverhältnisse, die sich am stärksten bei Rädern mit kleinen Zahnzahlen im Eingriff mit einem Planrade geltend machen und die bei großen Umfangsgeschwindigkeiten nicht mehr zulässig sind.

An Hand der Abb. 1941 kann man sich die Entstehung von genauen Evolventenzahnflanken leicht durch Ab- und Aufwickeln eines Bandes auf den Mantelflächen der Grund-

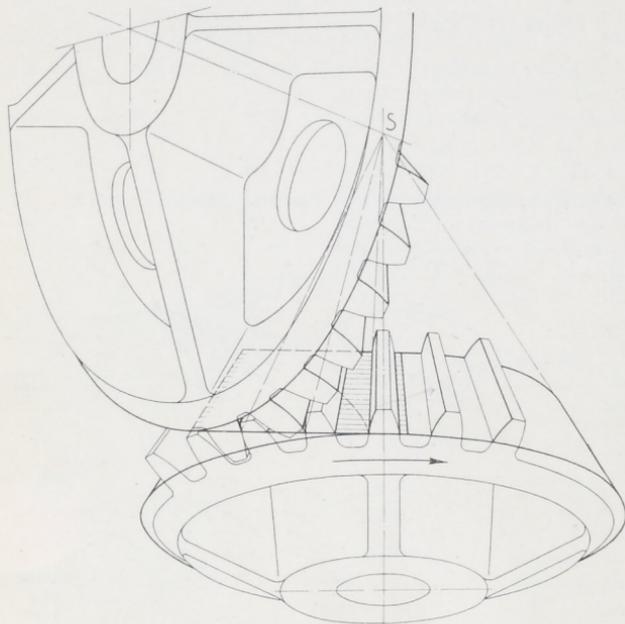


Abb. 1941. Entstehen evolventischer Kegelfradflanken durch Abwickeln eines auf den Grundkegeln ausgespannten Bandes.

kegel des Räderpaares vorstellen. Das zwischen den Kegeln ausgespannte Band bildet die Eingriffsebene, während die Zahnflanken durch gerade, nach den Kegelspitzen laufende Linien beschrieben werden.

Um die bei niedrigen Zahnzahlen auftretenden

Unterscheidungen zu vermeiden, wendet man die auf Seite 1040 u. f. näher besprochenen Mittel an. Bei ihrer Übertragung auf das Tredgold'sche Verfahren ist zu beachten, daß in den Formeln (536) und (537) nicht die wirklichen Zahnzahlen der Räder einzusetzen sind, sondern diejenigen, die den vollen Teilkreisumfängen der abgewickelten Ergänzungskegel entsprechen, weil diese für die Zahnformen maßgebend

sind. Die Ausbildung von V_0 -Getrieben nach Seite 1049 bei Zahnsummen größer als 60 bzw. 50 bietet keine Schwierigkeiten, indem die beiden Verzahnungen gleiche Profilverschiebungen erhalten und die eine als V_+ , die andere als V_- Verzahnung ausgebildet wird. Dagegen ist das Zusammenstellen zweier beliebiger V -Räder mit gemeinsamem Bezugsprofil, wie es bei Stirnrädern mit Zahnsummen unter 60 oder 50 nach Abb. 1863 in Frage kommt, nicht ohne weiteres möglich, weil dem Zusammenschieben der Radmitten in der Abwicklung eine Änderung des Achswinkels δ der Kegelfräder entspricht. In dem Falle empfiehlt es sich daher, unterschnittfreie Verzahnungen durch Vergrößern des Flankenwinkels 2α oder durch Verringern der Zahnhöhe anzustreben.

Der Grenzwert für $\beta = 90^\circ - \alpha$, bei dem das Kleinrad 2 der Abb. 1942 bei einer bestimmten Kopfhöhe h_1 des größeren zum Grenzrad wird, folgt daraus, daß der Fußpunkt F_2 des vom Mittelpunkt M_2 auf die Erzeugende gefällten Lotes auf dem Kopfkreis des größeren Rades liegen muß. Mit den in der Abbildung eingetragenen Bezeichnungen

wird bei der Anwendung des Cosinussatzes auf das Dreieck $M_1M_2F_2$:

$$(\rho'_1 + h_1)^2 = (\rho'_1 + \rho'_2)^2 + (\rho'_2 \sin \beta)^2 - 2(\rho'_1 + \rho'_2)\rho'_2 \sin \beta \cdot \cos(90^\circ - \beta)$$

und nach einigen Umformungen:

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{h_1(2\rho'_1 + h_1)}{\rho'_2(2\rho'_1 + \rho'_2)}}. \quad (587)$$

ρ'_1 ist darin der größere der Teilkreishalbmesser der beiden Räder in der Abwicklung. Vgl. Zahlenbeispiel 6.

Will man die Neigung der Erzeugenden unter dem Winkel β oder den Flankenwinkel 2α beibehalten, so folgt die zulässige Kopfhöhe h_1 am größeren Rade aus der gleichen Beziehung zu:

$$h_1 = \sqrt{(\rho'_1)^2 + [2\rho'_1\rho'_2 + (\rho'_2)^2] \cos^2 \beta} - \rho'_1, \quad (588)$$

während die des Kleinrades bis auf:

$$h_2 = \sqrt{(\rho'_2)^2 + [2\rho'_1\rho'_2 + (\rho'_1)^2] \cos^2 \beta} - \rho'_2 \quad (589)$$

erhöht werden kann, vergleiche hierzu Zahlenbeispiel 6.

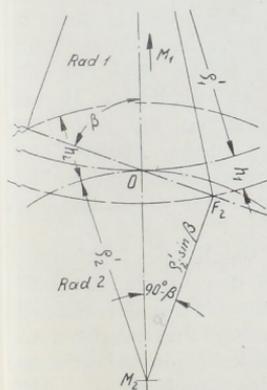


Abb. 1942. Zur Ermittlung des Grenzwertes für β .

Die Ausbildung von Satzrädern ist bei einem gegebenen, unveränderlichen Winkel δ der Achsen, zwischen denen die Übertragung stattfinden soll, nicht möglich, weil jede Veränderung der Übersetzung neue Spitzenwinkel der Teilkegel zur Folge hat. Wechselgetriebe in Form angelegter Wälzgetriebe lassen sich aber nach der von H. Herrmann [XXV, 15] angegebenen Art, Abb. 1943, ausbilden. a ist ein Stirnrad mit geraden Zähnen und üblicher Evolventenverzahnung. Richtige Zahnformen entstehen an den

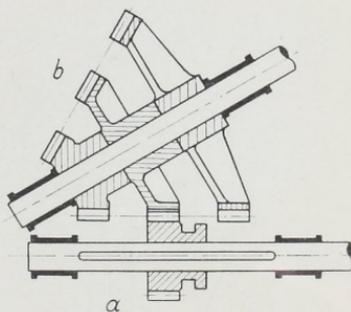


Abb. 1943. Kegelradwechselgetriebe nach H. Herrmann.

Rädern b , wenn sie auf der nach Abb. 1886 arbeitenden Zahnradhobelmaschine von Fellows mit einem Stoßrade von der Form des Rades a bearbeitet werden.

B. Berechnung der Zähne.

Die Berechnung von Geradzähnen auf Festigkeit ist genügend genau, wenn in die für Stirnräder geltenden Formeln die mittlere Teilung t_m , die dem mittleren Raddurchmesser D_m , Abb. 1932, entspricht, eingesetzt wird, so daß t_m aus:

$$U = k \cdot b \cdot t_m; \quad t_m = \frac{U}{k \cdot b} \quad (590)$$

unter Annahme von b ermittelt werden kann. Die Teilung auf dem Teilkreis folgt dann nach Berechnung von $D_m = \frac{z \cdot t_m}{\pi}$ aus Abb. 1932 am Rade 1:

$$t = t_m \cdot \frac{D_1}{D_m} = t_m \cdot \frac{D_m + b \cdot \sin \delta_1}{D_m} = t_m \left(1 + \frac{b \cdot \sin \delta_1}{D_m} \right). \quad (591)$$

Durch Abrundung oder Wahl des entsprechenden Moduls werden schließlich die genauen Maße festgelegt.

An Schräg- und Kurvenzähnen kann man in ähnlicher Weise wie an Stirnrädern die mittlere Normalteilung t_{nm} einsetzen und die Belastungszahl k wegen der allmählicheren und günstigeren Inanspruchnahme der Zähne erhöhen.

Der Zahndruck bedingt eine Seitenkraft in Richtung der Achsen der Räder, die die Zähne außer Eingriff zu bringen sucht. An Winkeltrieben mit Geradzähnen hat sie bei einer auf den mittleren Halbmesser des Teilkegels bezogenen Umfangskraft U , einem mittleren Neigungswinkel β des Zahndruckes gegenüber der Mittenebene und einem halben Spitzenwinkel des Teilrißkegels von δ_1 Grad die Größe $U \cdot \text{ctg } \beta \cdot \sin \delta_1$. Sie muß durch die Lagerung des Getriebes sicher aufgefangen werden, wenn der Eingriff nicht erheblich gestört werden soll. In Abb. 1933 ist Rad 1 durch eine Sicherungsschraube, Rad 2 durch einen Absatz gegenüber den betreffenden Wellen, die ihrerseits in den Lagern abgestützt werden müssen, festgelegt. Durch Schräg- und Kurvenzähne kann der Achsdruck je nach Umständen vermindert oder erhöht werden.

C. Herstellung und Bearbeitung der Kegelräder.

Beim Einformen von Kegelrädern, deren Zähne unbearbeitet bleiben sollen, ist auf die Möglichkeit des Herausziehens der vollständigen Zahnradmodelle, wie sie meist bei

der Massenherstellung normaler kleinerer Räder verwendet werden, in axialer Richtung oder bei größeren Rädern auf die leichte Herausziehbarkeit der Lückenlarven, vgl. Abb. 1883, in radialer Richtung zu achten. Starke Unterschneidungen bedingen das umständlichere Herausziehen längs einer durch die Kegelspitze gehenden Linie.

Für das Vordrehen der Körper bearbeiteter Zahnräder, das wegen des Anschneidens der Zähne und des Zusammenbaues der Getriebe sorgfältig und genau ausgeführt werden muß, seien noch der durch die Zahnspitzen bestimmte größte Durchmesser des Kegelrads, D_a , Abb. 1944, und der zugehörige halbe Spitzenwinkel δ_a des Kopfkegels, Abb. 1949, ermittelt. Sie sind in der Werkstattzeichnung des Rades anzugeben. Bei einer auf dem Ergänzungskegel gemessenen Kopfhöhe h wird:

$$D_a = D_1 + 2h \cdot \cos \delta_1 \quad (592)$$

$$\delta_a = \delta_1 + \delta', \quad (593)$$

und

wobei sich δ' aus $\text{tg } \delta' = \frac{2h \sin \delta_1}{D_1}$ ergibt.

Zur Bearbeitung von Geradzähnen ist das Hobelverfahren, bei welchem dem Werkzeug die geradlinige, auf die Kegelspitze hin gerichtete Bewegung leicht erteilt werden kann, das nächstliegende. Die gegenseitige Führung des Werkzeuges und des Werkstücks geschieht entweder mittels einer Schablone oder auf Grund des Abwälzens zweier Räder. Die erste Gruppe von Kegelradhobelmaschinen, Abb. 1945, verlangt, da die Zahnform sowohl vom Modul, wie auch vom Kegelwinkel abhängt, eine große Zahl sorgfältig und genau hergestellter Schablonen, längs welcher der Werkzeugträger, auf dem das Werkzeug die hin und her gehende Bewegung macht, während der Bearbeitung einer Flanke geführt wird. Ist die Flanke fertiggestellt, so wird das Rad an der Teilscheibe T um eine Teilung weiter geschaltet und der nächste Zahn gehobelt.

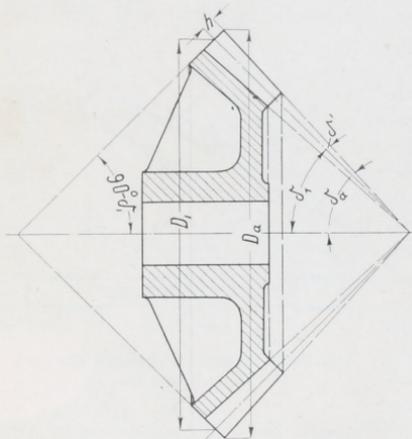


Abb. 1944. Zur Ermittlung der Maße des Kegelradkörpers.

Die zweite Maschinengruppe geht von dem Planrade aus und benutzt die Eigenschaft, daß Räder, die mit dem Planrade richtig kämmen, auch miteinander laufen, weil sie dieselben Eingriffflächen bekommen haben. Gibt man hierbei dem Planrade ebene Zahnflanken und dementsprechend dem Werkzeuge geradlinige Schneiden, so entstehen allerdings keine Evolventenverzahnungen; die Satzradeigenschaft der erzeugten Räder wird jedoch nicht beeinträchtigt, da die Eingriffslinie eine sphärische Lemniskate ist, die aus zwei kongruenten und symmetrischen Teilen rechts und links der Mittelebene besteht. Als Beispiel sei die Arbeitsweise der von Reinecker, Chemnitz, gebauten Bilgram-Hobelmaschine an Abb. 1946 erläutert. AB ist die Achse des Planrades, CD die Schnittlinie seiner zur Darstellungsebene senkrecht stehenden Teilebene. Auf der letzteren rollt der Teilkegel des zu bearbeitenden Kegelrades R ab, welches so aufgespannt ist, daß seine Spitze mit dem Mittelpunkt S des Planrades zusammenfällt. Das Abrollen vermittelt der Wälzbogen W , der einen Teil der Oberfläche des strichpunktierten angedeuteten Gegenkegels zum Rade R bildet. Und zwar geschieht das durch die Stahlbänder T_1 und T_2 , die mit einem Ende am Wälzbogen, mit dem anderen am Maschinentisch in der Teilebene des Planrades befestigt sind. Die gerade Schneidkante des Stahls Z erhält eine auf S hing gerichtete Bewegung, folgt also der ebenen Flanke des Planrades und hüllt während der Bearbeitung die Zahnflanken des Rades R ein, wie im oberen Teil der Abbildung in vergrößertem Maßstabe gezeigt ist. Bei den selbsttätigen Hobelmaschinen dieser Bauart werden allerdings alle Zähne bei nahezu derselben Stellung des Werkzeuges be-

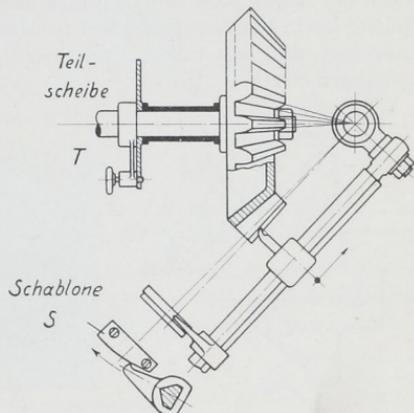


Abb. 1945. Hobeln von Kegelradzähnen nach einer Schablone.

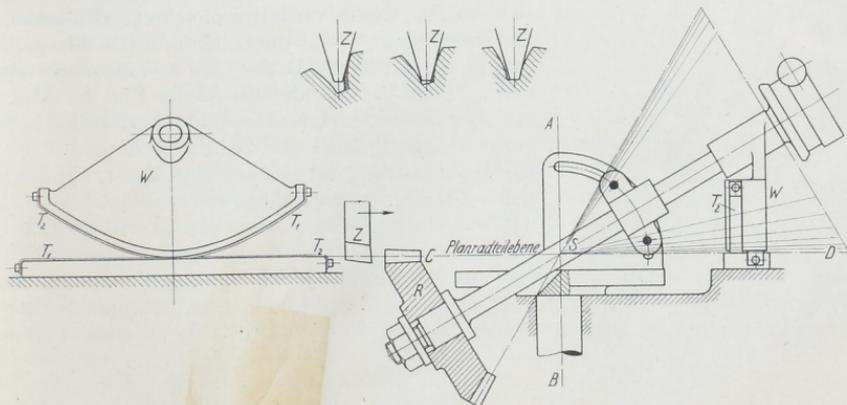


Abb. 1946. Bilgram-Hobelmaschine zur Bearbeitung von Kegelradzähnen.

arbeitet, um die beim Fertighobeln eines einzelnen Zahnes entstehende örtliche Erwärmung zu umgehen. Das Kegelrad wird nach jedem Hube des Werkzeuges um eine Teilung weiter geschaltet, der Wälzvorgang aber äußerst langsam durchgeführt. Die Zahnlücken werden zunächst vorgearbeitet und dann erst an den beiden Flanken in je einem besonderen Arbeitsgange fertig gehobelt, weil der Stahl höchstens die der inneren Lückenweite entsprechende Breite haben darf. Die Wälzbogen sind in Abstufungen von

5 zu 5 Grad vorhanden; für dazwischen liegende Kegelwinkel müssen Abweichungen gegenüber der genauen Zahnform in Kauf genommen werden. Eine eingehende Beschreibung enthält [XXV, 16]. Siehe auch [XXV, 14].

Das Fräsen gerader Kegelradzähne mit Scheibenfräsern kann naturgemäß keine genauen, höheren Ansprüchen genügenden Zahnformen liefern, da sich die Zahnlücken nach der Kegelspitze hin verjüngen müssen —, selbst wenn man nach dem Vorfräsen der Lücke beide Flanken gesondert bearbeitet. Man pflegt die Fräser so zu wählen und einzustellen, daß das äußere Profil richtig ausfällt, das innere kleinere aber möglichst angenähert erreicht wird.

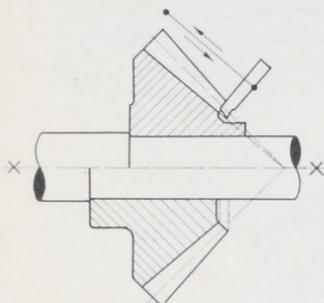


Abb. 1947. Auslaufenlassen des Werkzeuges.

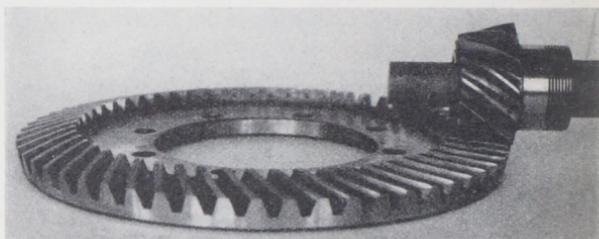


Abb. 1947a. Kegelradgetriebe mit Spiralzähnen. Zahnradfabrik Augsburg, vorm. Joh. Renk.

Für das Auslaufen der Bearbeitungswerkzeuge der Zähne ist genügend Raum vorzusehen, Abb. 1947 oben; die Naben an Zahnradern mit kleinen Zahnzahlen müssen deshalb oft auf die Außenseite gelegt werden, Abb. 1947 unten.

Die Bearbeitung von Spiralzähnen, Abb. 1947a, läßt sich durchführen, indem man dem Rad eine Drehbewegung erteilt, während der Hobelstahl die hin- und hergehende Bewegung macht. Man wählt dabei den Winkel, um den sich das Rad dreht, verhältnismäßig der Entfernung von der Kegelspitze, so daß die Leitlinie auf dem Kegel selbst und im Grundriß des Rades eine archimedische Spirale wird, vgl. Abb. 1948, die das kleine Rad der Abb. 1933 mit Spiralzähnen zeigt. Die Zahnradfabrik Augsburg, vorm. J. Renk, fräht die Zähne nach dem Verfahren von Polanowski mit einem Fingerfräser, der längs der Sohle des Kegelrades geführt wird, erhält aber nur angenähert richtige Formen. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß Räder mit schrägen Zähnen schon gut zusammenarbeiten, wenn der Eingriff in der Teilfläche richtig erfolgt.

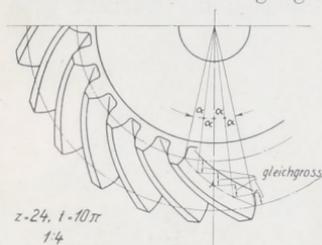


Abb. 1948. Kegelrad mit Spiralzähnen.

Neuerdings führt Reinecker, Chemnitz, Hobel- und Schleifmaschinen zur Bearbeitung von schrägen Zähnen an Kegelrädern auf Grund des Bilgramschen Verfahrens aus [XXV, 4].

D. Anwendung der Kegelräder und Durchbildung von Kegelradgetrieben.

Kegelradwellen wird man, soweit irgend möglich, senkrecht zueinander anordnen, da Zahnradmodelle für schief zueinander stehende Wellen nur ausnahmsweise anderweitig wieder Verwendung finden werden und weil die Zahnradfabriken für den erstgenannten Fall, wenigstens für Teilungen bis zu $m = 6$ bis 10 mm und für häufig gebrauchte Übersetzungen wie 1:1, 1:2, 1:3, 2:3 usw. Modelle oder fertig bearbeitete Zahnräder vorrätig halten. Besondere Sorgfalt ist auf den genauen Zusammenbau und die Verbindung der Räder mit den Wellen sowie die sichere Aufnahme der Achsdrucke

zu verwenden, weil Kegelräder gegen Verschiebungen viel empfindlicher sind als Stirnräder. Denn schon in dem Falle, daß die Spitzen der Teilrisse zweier Räder nicht zusammenfallen, ist auf eine Berührung längs der Flankenlinien nicht mehr zu rechnen. Am genau nach Maßen und Winkeln vorgearbeiteten Kegelrädern läßt sich die richtige Stellung durch Anlegen eines Lineals nach Abb. 1949 rechts jederzeit nachprüfen. Auf dem Außenkegelflächen sollten stets die Teilkreise angerissen sein; beim Drehen der Räder müssen sie sich ständig berühren.

Zwei verschiedene Lagerungsarten von Kegelrädern zeigen die Abb. 1950 und 1951. Die meist gebräuchliche, nach Abb. 1950, hat den Nachteil, ein unschönes sperriges Rippengußstück zu geben, das aber die Aufnahme der Achsdrucke auf einfachere Weise ermöglicht als die andere Ausführung. Bei dieser wird ein widerstandsfähiger Drehkörper zur Stützung verwendet, an dem ein günstiger Kräfteschluß stattfindet, der Zahndruck aber an einem großen Hebelarm H' gegenüber der Befestigungsfläche angreift, so daß die freien Kräfte bei schlechtem Gang der Zahnräder leichter Erzitterungen hervorrufen werden.

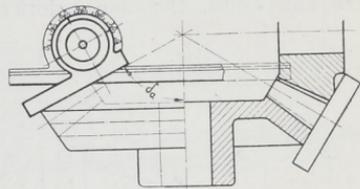


Abb. 1949. Nachprüfen der richtigen Lage von Kegelradgetrieben.

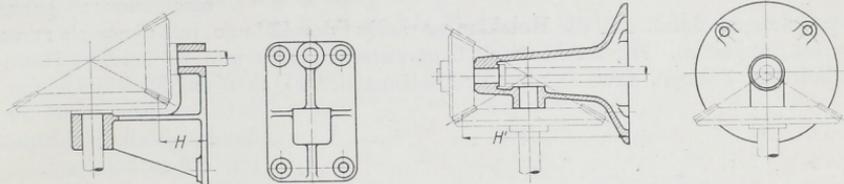


Abb. 1950. Übliche Lagerung von Kegelradgetrieben. Abb. 1951. Lagerung von Kegelradgetrieben.

Häufige Anwendung finden Kegelräder an Kraftwagen, sowohl zur Vermittlung des Antriebes der Achsen durch die längs des Wagens, also senkrecht zu den Achsen angeordnete Motorwelle, wie auch in den Ausgleichgetrieben. Abb. 1952 zeigt beide Getriebe zu einem Ganzen vereinigt und in ein gemeinsames Gehäuse eingebaut. Zum Antriebe dienen die Räder a und b . b sitzt auf einem Gehäuse G , in dem vier Räder c auf einem oben rechts besonders herausgezeichneten, in G gelagerten Achsenkreuz, ständig mit den Rädern d und e in Eingriff stehen, die die Radachsen antreiben. Zweck dieses Ausgleichgetriebes ist, die beiden Laufräder unabhängig voneinander zu machen, wenn sie verschiedene Umfanggeschwindigkeit haben, etwa auf Kreisen verschiedenen Halbmessers beim Befahren von Kurven. Beim Geradausfahren bleiben die Räder c unbeweglich auf dem Achsenkreuz stehen und nehmen durch ihre Zähne die Räder d und e mit gleicher Geschwindigkeit mit, so daß die Räder c , d und e relativ zueinander in Ruhe sind. Sobald aber das eine Wagenrad gegenüber dem anderen zurückbleibt, können sich d und e unter Abwälzen der Räder c gegenseitig verdrehen, ohne daß der Antrieb durch das Rad b unterbrochen wird. Die Wagenräder sind also unabhängig voneinander geworden, das Schleifen der Reifen, das sonst beim Befahren von Kurven eintreten müßte, ist vermieden,

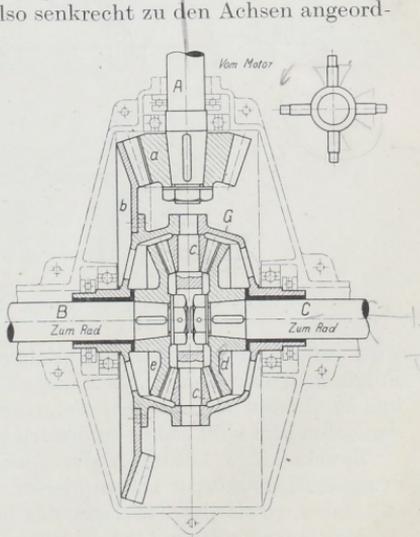


Abb. 1952. Kegelrad- und Ausgleichgetriebe an Kraftwagen.

Das Gehäuse G ist zum Einbau der Räder in der Ebene des Achsenkreuzes geteilt und sitzt lose, aber gut zentrisch geführt, auf den Wellen B und C , während das gesamte Getriebe in einem geschlossenen Kasten im Ölbad läuft. Öffnungen im Gehäuse G lassen Öl auch zu den Rädern c und d treten.

Ein weiteres Anwendungsfeld für Kegelräder größerer Abmessungen bieten Wasserkraftanlagen. Sie dienen dort zur Überleitung der Energie von stehenden Turbinen-

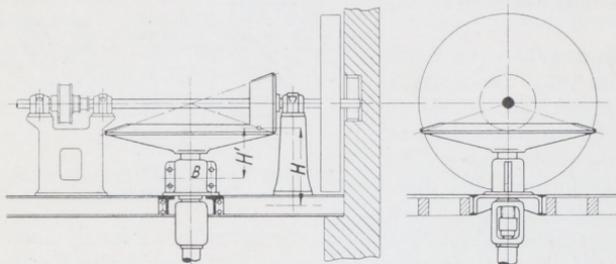


Abb. 1953. Unzweckmäßige Lagerung von Kegelradgetrieben.

Übersetzungen, damit sich die Holzkämme rascher den Zähnen, mit denen sie zusammenarbeiten, anpassen. Die Zahnbreite pflegt zwischen $2,5 t$ und $3 t$ bei von Hand nachgearbeiteten Zähnen, etwa $5 t$ bei Bearbeitung der Flanken auf Maschinen, das Drehzahlverhältnis nicht über $1:4$, äußerstenfalls bei kleinen Kräften $1:5$ zu betragen.

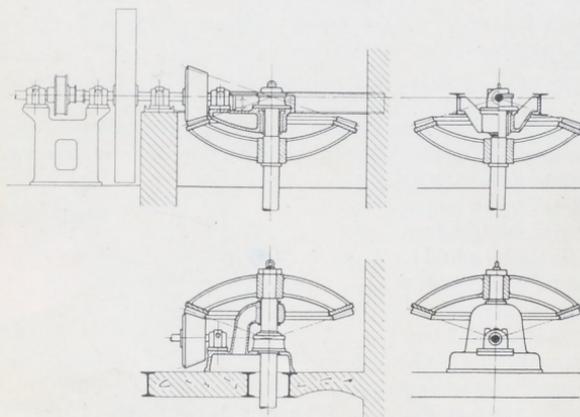


Abb. 1954 und 1955. Richtige Lagerung von Kegelradgetrieben.

Besonderer Wert ist auf kräftige und steife Ausbildung der Radkörper und auf feste, sichere Lagerung der Wellen zu legen, weil sonst Erzitterungen, starker Lärm und schnelle Abnutzung unvermeidlich sind. Sehr ungünstig ist beispielweise in dieser Beziehung die einer Entwurfzeichnung entnommene Anordnung nach Abb. 1953, wo die Kräfte in voneinander ganz getrennten Lagern wirken und Kraftschluß erst durch das Fundament hindurch erfolgt. Die Hauptwelle wird im Halslager durch den Zahndruck am Hebelarm H' stark auf Biegung, das Fundament durch den hohen Lagerbock B mit sehr großem Hebelarm H auf Abbiegen und Verdrehen beansprucht! Schwingungen, Lockerungen und immer schlechterer Gang der Zahnräder sind sicher zu erwarten.

Zweckmäßige Lösungen der Aufgabe zeigen Abb. 1954 und 1955. Kräftige, gedrungene Lagerkörper tragen gleichzeitig alle drei Lager, das Stütz- und Halslager der stehenden, sowie das Traglager der liegenden Welle und sorgen für den unmittelbaren Ausgleich der Kräfte unter Entlastung des Fundamentes. Die glockenförmige Ausbildung des großen Rades läßt das Biegemoment am Halszapfen überhaupt vermeiden und schafft gleichzeitig den Raum zur Unterbringung der Lager. Im ganzen genommen ist der Aufbau so niedrig wie möglich über den Stützträgern gehalten, um etwaigen Erzitterungen an den Zahnradern nur kurze Hebelarme zu bieten. Abb. 1954 und 1955 unterscheiden sich

durch die Anordnung des großen Kegelrades, das im ersten Falle in Untergriff steht und die Aufhängung der Lager an zwei dicht darüber durchgezogenen kräftigen I-Eisen verlängert, während bei Obergriff im zweiten Falle der Lagerbock unmittelbar auf dem zwischen den Trägern eingegossenen Fundament ruht. Vgl. hierzu die Ausführungen von Pfarr in dem Buche: Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb.

E. Beispiele.

Zahlenbeispiel 4. An einer Werkzeugmaschine soll ein Kegelräderpaar ein Drehmoment $M_d = 6500$ kgcm bei $n_1 = 200$ auf $n_2 = 300$ Umdrehungen in der Minute umsetzen. Achswinkel $\delta = 90^\circ$. Werkstoff: Gußeisen, bearbeitet.

Übersetzung: $u = \frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}$. Gewählt $k = 25$. Um Unterscheidungen zu vermeiden, werde als Zahnzahl des großen Rades $z_1 = 36$, des kleinen $z_2 = 24$ angenommen, Abb. 1934. Formel (558) liefert unter Schätzung des Verhältnisses $\psi = 2,5$ der Zahnbreite zur mittleren Teilung t_m :

$$t_m = \sqrt[3]{\frac{6,3 M_d}{k \cdot \psi \cdot z_1}} = \sqrt[3]{\frac{6,3 \cdot 6500}{25 \cdot 2,5 \cdot 36}} = 2,63 \text{ cm.}$$

Daraus mittlerer Durchmesser des großen Rades:

$$D_{m_1} = \frac{z_1 t_m}{\pi} = \frac{36 \cdot 2,63}{3,142} = 30,14 \text{ cm}$$

und Breite:

$$b = \psi \cdot t_m = 2,5 \cdot 2,63 = 6,57 \text{ cm.}$$

Teilung am äußeren Umfange nach (591):

$$t = t_m \left(1 + \frac{b \sin \delta_1}{D_{m_1}} \right) = 2,63 \left(1 + \frac{6,57 \cdot 0,832}{30,14} \right) = 3,11 \text{ cm,}$$

wobei nach (586):

$$\operatorname{tg} \delta_1 = u = \frac{3}{2} = 1,5; \quad \delta_1 = 56^\circ 18,5' \quad \checkmark$$

ist. Gewählt:

$$t = 10\pi = 31,42 \text{ mm,} \quad b = 65 \text{ mm,}$$

und damit:

$$D_1 = m \cdot z_1 = 10 \cdot 36 = 360 \text{ mm,} \quad D_2 = 240 \text{ mm.}$$

Die Seitenlängen der Ergänzungskegel folgen aus:

$$\varrho'_1 = \frac{D_1}{2 \cos \delta_1} = \frac{360}{2 \cdot \cos 56^\circ 18,5'} = 324,6 \text{ mm.}$$

$$\varrho'_2 = 144,2 \text{ mm.}$$

Mit ihnen kann die Verzahnung, Abb. 1934, aufgezeichnet werden.

Bei der Nachrechnung wird der mittlere Durchmesser $D_{m_1} = D_1 - b \cdot \sin \delta_1 = 305,9$ mm, der darauf bezogene Zahndruck $U = \frac{M_d \cdot 2}{D_{m_1}} = \frac{6500 \cdot 2}{30,59} = 425$ kg und die wirkliche Belastungszahl $k = \frac{U}{b \cdot t_m} = \frac{425}{6,5 \cdot 2,67} = 24,5$.

Der Druck auf die Achse I beträgt 95, der auf Achse II 63 kg. Fertigmaße des großen Radkörpers nach Abb. 1944:

$$D_{o_1} = D_1 + 2m \cos \delta_1 = 360 + 2 \cdot 10 \cdot \cos 56^\circ 18,5' = 371,1 \text{ mm,}$$

$$\operatorname{tg} \delta' = \frac{2m \cdot \sin \delta_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \sin 56^\circ 18,5'}{360} = 0,0462;$$

$$\delta' = 2^\circ 39'.$$

$$\delta_{o_1} = \delta_1 + \delta' = 58^\circ 58'.$$

Maße des kleinen Radkörpers:

$$D_{a_2} = 256,3 \text{ mm}, \quad \delta_{a_2} = 36^\circ 20'.$$

Zahlenbeispiel 5. Ein Kegelradpaar mit $z_1 = 60$, $z_2 = 12$ Zähnen, einer Teilung $t = 10$, auf dem äußeren Umfange der Teilrisse gemessen und einem Achswinkel $\delta = 90^\circ$ ist durchzubilden.

$$\text{Übersetzung: } u = \frac{z_1}{z_2} = \frac{5}{1}.$$

$$D_1 = z_1 \cdot m = 60 \cdot 10 = 600; \quad D_2 = z_2 \cdot m = 12 \cdot 10 = 120 \text{ mm}.$$

$$\text{tg } \delta_1 = u = 5; \quad \delta_1 = 78^\circ 41,5'; \quad \delta_2 = \delta - \delta_1 = 11^\circ 18,5'.$$

Halbmesser der Tredgold'schen Kreise:

$$\rho'_1 = \frac{D_1}{2 \cos \delta_1} = \frac{600}{2 \cos 78^\circ 41,5'} = 1529,7 \text{ mm}; \quad \rho'_2 = \frac{D_2}{2 \cos \delta_2} = \frac{120}{2 \cos 11^\circ 18,5'} = 61,2 \text{ mm}.$$

Den vollen Umfängen der beiden Ergänzungsteilkreise entsprechen:

$$z'_1 = \frac{2\rho'_1}{m} = \frac{2 \cdot 1529,7}{10} = 306 \quad \text{und} \quad z'_2 = \frac{2\rho'_2}{m} = \frac{2 \cdot 61,2}{10} = 12,2 \text{ Zähne}.$$

Da die Zahnsumme bedeutend größer als 60 ist, läßt sich V_0 -Verzahnung anwenden mit einer Profilverschiebung am kleinen Ergänzungskegel von:

$$x'_2 \cdot m = \frac{z_0 - z_v}{z_0} m = \frac{30 - 12,2}{30} \cdot 10 = 5,93 \text{ mm}.$$

Ferner wird:

am großen Rade:	am kleinen Rade:
die Kopfhöhe $h_1 = 4,1$,	$h_2 = 15,9 \text{ mm}$,
die Fußhöhe $f_1 = 17,9$,	$f_2 = 6,1 \text{ mm}$.

Abmessungen der Radkörper nach Abb. 1944:

$$\text{tg } \delta'_1 = \frac{2h_1 \cdot \sin \delta_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 4,1 \cdot \sin 78^\circ 41,5'}{600}; \quad \delta'_1 = 46' 4'';$$

$$\delta_{a_1} = \delta_1 + \delta'_1 = 79^\circ 27,5';$$

$$D_{a_1} = D_1 + 2h_1 \cos \delta_1 = 600 + 2 \cdot 4,1 \cdot \cos 78^\circ 41,5' = 601,6 \text{ mm}.$$

$$\delta'_2 = 2^\circ 58,5'; \quad \delta_{a_2} = 14^\circ 17'; \quad D_{a_2} = 151,2 \text{ mm}; \quad \text{Überdeckungsgrad } \varepsilon = 1,56.$$

Zahlenbeispiel 6. Ein Kegelradgetriebe mit $z_1 = 12$ und $z_2 = 16$ Zähnen, $t = 10$ Teilung und einen Achswinkel $\delta = 60^\circ$ soll unterscheidungsfrei ausgeführt werden.

Übersetzung:

$$u = \frac{z_1}{z_2} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

$$D_1 = z_1 \cdot m = 12 \cdot 10 = 120 \text{ mm}; \quad D_2 = 16 \cdot 10 = 160 \text{ mm}.$$

$$\text{tg } \delta_1 = \frac{u \cdot \sin \delta}{1 + u \cdot \cos \delta} = \frac{0,75 \cdot \sin 60^\circ}{1 + 0,75 \cdot \cos 60^\circ} = 0,47238; \quad \delta_1 = 25^\circ 17' 7''$$

$$\delta_2 = \delta - \delta_1 = 34^\circ 42' 53''; \quad \rho'_1 = \frac{D_1}{2 \cos \delta_1} = \frac{120}{2 \cos 25^\circ 17'} = 66,4 \text{ mm}; \quad \rho'_2 = 97,3 \text{ mm};$$

$$z'_1 = \frac{2\rho'_1}{m} = \frac{2 \cdot 66,4}{10} = 13,3; \quad z'_2 = 19,5 \text{ Zähne}.$$

Die Neigung der Erzeugenden findet man, wenn das Kleinrad Grenzrad werden soll, bei $h = m = 10 \text{ mm}$, da $\rho'_2 > \rho'_1$ ist, nach (587) unter Vertauschen von ρ'_2 und ρ'_1 aus:

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{h(2\rho'_2 + h)}{\rho'_1(2\rho'_2 + \rho'_1)}} = \sqrt{1 - \frac{10(2 \cdot 97,3 + 10)}{66,4(2 \cdot 97,3 + 66,4)}} = 0,9367; \quad \beta = 69^\circ 30,5'.$$

Abmessungen der Radkörper:

$$\delta'_1 = 4^{\circ}5'; \quad \delta_{\alpha_1} = 29^{\circ}22'; \quad D_{\alpha_1} = 138,1 \text{ mm},$$

$$\delta'_2 = 4^{\circ}4'; \quad \delta_{\alpha_2} = 38^{\circ}47'; \quad D_{\alpha_2} = 176,4 \text{ mm}.$$

Der Überdeckungsgrad ergab sich bei der Aufzeichnung der Verzahnung zu $\varepsilon = 1,47$.

Will man den Winkel $\beta = 75^{\circ}$ beibehalten, so müssen die Kopfhöhen beider Räder verändert werden und zwar wie aus der Beziehung (588) unter Vertauschen der Halbmesser ϱ'_1 und ϱ'_2 der Tredgold'schen Kreise folgt, am Rade I auf:

$$h_1 = \sqrt{(\varrho'_2)^2 + [2\varrho'_1\varrho'_2 + (\varrho'_1)^2] \cos^2 \beta} - \varrho'_2 \\ = \sqrt{97,3^2 + [2 \cdot 66,4 \cdot 97,3 + 66,4^2] \cos^2 75^{\circ}} - 97,3 = 5,8 \text{ mm},$$

am Rade 2 auf:

$$h_2 = \sqrt{66,4^2 + [2 \cdot 66,4 \cdot 97,3 + 97,3^2] \cos^2 75^{\circ}} - 66,4 = 10,5 \text{ mm}.$$

Der dabei erreichbare Überdeckungsgrad ist $\varepsilon = 1,41$.

IV. Zahnradtriebe für geschränkte Wellen.

Zur Vermittlung der Bewegung zwischen geschränkten Wellen dienen Schraubgetriebe. Sie lassen sich nach Kutzbach [XXV, 3] in reine Schraubgetriebe (Schneckentriebe) und Schraubwälzgetriebe (zylindrische und kegelige Schraubenträder) unterteilen. Im folgenden sind die verschiedenen Arten an Hand der Grundkörper, auf denen die Verzahnung entwickelt wird, besprochen und die Schraubenträder aus den Hyperbelrädern hergeleitet, die Schneckentriebe aber für sich behandelt.

A. Hyperbelräder.

Die Grundkörper bilden Um-drehungshyperboloide, Abb. 1956, die durch Drehen der gemeinschaft-

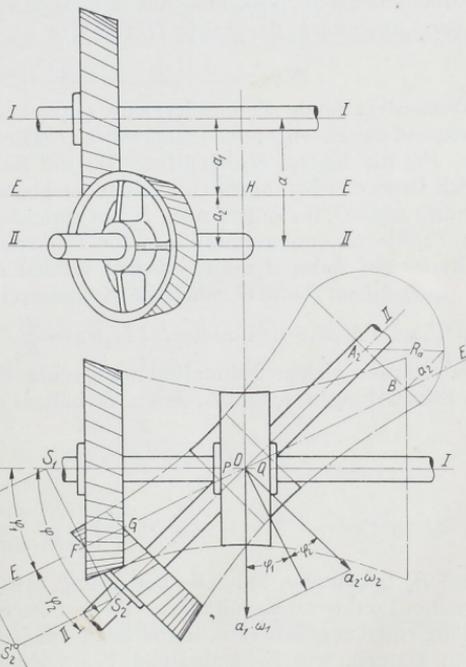


Abb. 1956. Hyperbelräder.

lichen Erzeugenden E um die Achsen I und II entstehen und die unter gewissem Gleiten, aber unter ständiger Berührung längs der Linie E sich aufeinander abwälzen. Die Wellen sind in der Lage dargestellt, daß ihr kürzester Abstand a im Aufriß in richtiger Größe erscheint, im Grundriß zum scheinbaren Schnittpunkt O wird. E geht ebenfalls durch O , hat die Abstände a_1 und a_2 von I und II und teilt im Grundriß den

Achswinkel φ in φ_1 und φ_2 . Ein Schnitt senkrecht zur Erzeugenden E in einem beliebigen Punkte F treffe die Achsen in S_1 und S_2 . Legt man den Schnitt seitwärts um, so werden die Hyperboloide in Kurven K_1 und K_2 geschnitten, deren Berührungspunkt die Projektion von E ist und der auf der geraden Verbindungslinie $S'_1S'_2$ liegen muß, wenn die Kurven aufeinander abrollen sollen. Daraus ergibt sich die Beziehung zwischen den Abständen a_1 und a_2 und den Winkeln φ_1 und φ_2 :

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{S'_1E}{S'_2E} = \frac{S_1F}{S_2F} = \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (594)$$

Andererseits ist durch a_1 und a_2 , die gleichzeitig die Halbmesser der Kehlkreise der Hyperboloide oder der kleinsten Kreise sind, die im Punkte O entstehen, die Übersetzung bedingt. Die Umfangsgeschwindigkeiten der Kehlkreise $a_1 \cdot \omega_1$ und $a_2 \cdot \omega_2$ müssen beim Laufen gleich große Komponenten senkrecht zur Erzeugenden E , längs der die Berührung stattfindet, haben, d. h. es muß:

$$a_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1 = a_2 \cdot \omega_2 \cdot \cos \varphi_2$$

oder:

$$\frac{a_1 \cdot \cos \varphi_1}{a_2 \cdot \cos \varphi_2} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} = u \quad (595)$$

sein. Zu einem beliebigen Punkte A_2 der Achse II findet man den Halbmesser R_a des Hyperboloids als Hypotenuse aus dem Lot A_2B auf Achse II bis zur Erzeugenden E und dem Abstand a_2 der Achse II von E :

$$R_a = \sqrt{OA_2^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi_2 + a_2^2}.$$

Zusammenarbeitende Zahnradpaare entstehen auf Scheiben, die ein und derselben Strecke auf der Erzeugenden entsprechen: FG liefert das durch Strichlung hervorgehobene Paar, PQ die beiden Kehlräder. Da die Zahnflanken nach dem Geschwindigkeitsdreieck längs der Erzeugenden aneinander gleiten, müssen sie während des Eingriffs im Grundriß nach O , im Aufriß nach H hin gerichtet sein. Es entstehen also schräge Zähne, deren Profile am vorderen und hinteren Teilkreis, wie der Seitenriß des durch FG erzeugten Rades auf Achse I zeigt, um den Winkel $F_1M_1G_1 = \psi'$ versetzt sind. Bezeichnen R_F und R_G die zu F und G gehörigen Halbmesser, so folgt ψ' als Unterschied der Winkel $J M_1 G_1$ und $J M_1 F_1$, die durch $\sin J M_1 G_1 = \frac{a_1}{R_G}$ und $\sin J M_1 F_1 = \frac{a_1}{R_F}$ gegeben sind. Die Räder erhalten gleiche Normalteilung t_n senkrecht zur Erzeugenden E , dagegen verschiedene Stirnteilungen, t_1 und t_2 , deren Verhältnis aus den Umfängen der beiden Teilkreise folgt:

$$z_1 \cdot t_1 = 2\pi \sqrt{OF^2 \cdot \sin^2 \varphi_1 + a_1^2}, \quad z_2 \cdot t_2 = 2\pi \sqrt{OF^2 \sin^2 \varphi_2 + a_2^2};$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{z_2}{z_1} \sqrt{\frac{OF^2 \cdot \sin^2 \varphi_1 + a_1^2}{OF^2 \cdot \sin^2 \varphi_2 + a_2^2}}. \quad (596)$$

S_1 und S_2 haben eine ähnliche Bedeutung, wie die in Abb. 1934 in gleicher Weise bezeichneten Punkte an Kegeln. Es sind die Spitzen der Ergänzungskegel, die zur Ermittlung einer angenäherten, in der Praxis meist ausgeführten Verzahnung herangezogen werden können, wie Zahlenbeispiel 7 an Abb. 1958 zeigt. Der Eingriff ist während der Berührung längs der Erzeugenden richtig; im übrigen ist man auf allmähliches Einarbeiten angewiesen. Die Fehler werden um so größer, je mehr man sich den Kehlradern nähert, die man sowohl aus diesem Grunde, wie auch ihrer ungünstigen Durchmesser-Verhältnisse wegen gern vermeidet. Die Konstruktion genauer Zahnformen hat R. Crain [XXV, 17] näher untersucht.

Hyperbelräder werden, da ihre Herstellung erheblichen Schwierigkeiten begegnet — die bisher gebräuchlichen Verfahren liefern nur angenähert richtige Flanken — zum

Übertragen größerer Kräfte möglichst vermieden und durch Schraubenräder oder unter Einschalten einer Hilfswelle durch Stirn- und Kegelradgetriebe ersetzt. Ordnet man die Hilfswelle gleichlaufend zu einer der gegebenen Wellen so an, daß sie die andere schneidet, so sind ein Stirn- und ein Kegelradgetriebe nötig, vgl. Abb. 1957, wo die gleichen Verhältnisse wie in Abb. 1956 zugrunde liegen. Die $\frac{3}{2}$ fache Übersetzung ist in das Stirnräderpaar gelegt, während die Kegelräder der Einfachheit wegen gleich groß angenommen wurden. Gegenüber Abb. 1956 sind zwei Zahnräder, eine Hilfswelle und zwei Lager mehr nötig, um die Aufgabe zu lösen. Ein anderer Weg ist, die Hilfswelle so zu legen, daß sie die Wellen *I* und *II* schneidet. Dann sind zwei Kegelradgetriebe mit schiefen Achsen und schiefer Lagerung also unter erheblicher Erschwerung der Ausführung, nötig, falls man die Hilfswelle nicht in den kürzesten Abstand der Wellen bringt. Vielfach wird dabei freilich der Konstruktionsraum sehr beschränkt; die in Abb. 1956 gekennzeichnete Aufgabe wäre mit 60 mm breiten Zähnen nicht mehr lösbar.

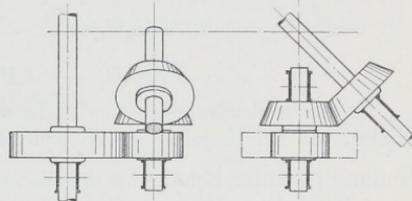


Abb. 1957. Stirn- und Kegelradgetriebe als Ersatz für Hyperbelräder.

Berechnungsbeispiel 7. Gegeben: Kürzester Achsabstand der geschränkten Wellen $a = 200$ mm, Achswinkel $\varphi = 45^\circ$. Für eine Übersetzung $\frac{n_2}{n_1} = \frac{300}{200} = \frac{3}{2}$ und Zahnzahlen $\frac{z_1}{z_2} = \frac{36}{24}$ ist ein Hyperbelräderpaar zu suchen, bei dem die Teilung des großen Rades außen $t_1 = 10\pi$ und die Länge der Berührenden 65 mm ist. Vgl. Abb. 1956.

Bestimmung von φ_1 und φ_2 . Aus:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi \quad \text{und} \quad \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

folgt durch Ausschalten von φ_2 :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{z_1 \cdot \sin \varphi}{z_2 + z_1 \cos \varphi} = \frac{36 \cdot \sin 45^\circ}{24 + 36 \cdot \cos 45^\circ} = 0,51472; \\ \varphi_1 &= 27^\circ 14' 8'', \quad \varphi_2 = 17^\circ 45' 52''. \end{aligned}$$

Die Krehlkreishalbmesser ergeben sich nach:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= a \quad \text{und} \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}; \\ a_1 &= a \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_2} = 20 \cdot \frac{0,51472}{0,51472 + 0,32038} = 12,32 \text{ cm}; \\ a_2 &= 7,68 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Wenn das große Rad mit $z_1 = 36$ Zähnen außen die Teilung $t_1 = 10\pi$ erhalten soll, muß sein Außenteilkreisdurchmesser:

$$D_1 = m \cdot z_1 = 360 \text{ mm}$$

sein, wodurch die Lage des den Teilkreis beschreibenden Punktes *F* auf der Erzeugenden gegeben ist durch:

$$\overline{OF}^2 \sin^2 \varphi_1 + a_1^2 = \left(\frac{D_1}{2}\right)^2;$$

$$OF = \frac{1}{2 \sin \varphi_1} \sqrt{D_1^2 - 4a_1^2} = \frac{1}{2 \cdot 0,45764} \cdot \sqrt{36^2 - 4 \cdot 12,32^2} = 28,68 \text{ cm}.$$

\overline{OF} ist 65 mm kürzer, also gleich 22,18 cm, der entsprechende Teilkreisdurchmesser:

$$D_1' = 2 \sqrt{\overline{OG}^2 \sin^2 \varphi_1 + a_1^2} = 2 \sqrt{22,18^2 \cdot 0,45764^2 + 12,32^2} = 31,93 \text{ cm},$$

und die Teilung:

$$t'_1 = \frac{\pi \cdot D'_1}{z_1} = \frac{\pi \cdot 31,93}{36} = 2,79 \text{ cm.}$$

Die Schrägstellung der Zähne, gekennzeichnet durch ψ'_1 folgt aus:

$$\sin JM_1G_1 = \frac{2a_1}{D'_1} = \frac{2 \cdot 12,32}{31,93} = 0,77180,$$

$$\sin JM_1F_1 = \frac{2a_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 12,32}{36} = 0,68445.$$

$$\psi' = \sphericalangle JM_1G_1 - \sphericalangle JM_1F_1 = 50^\circ 30' 48'' - 43^\circ 11' 32'' = 7^\circ 19' 16''.$$

Ist die zu übertragende Kraft oder das Drehmoment gegeben, so geht man in ähnlicher Weise, wie bei Kegelrädern, Beispiel 4, Seite 1103, vor, ermittelt zunächst die mittlere Teilung t_m unter Schätzung der Zahnbreite b , deren Verhältnis $\psi = \frac{b}{t_m}$ möglichst nicht größer als 2 gewählt werden sollte, sucht dann den mittleren Durchmesser und daraus die Lage der beiden Räder auf den Achsen in derselben Weise, wie eben gezeigt. Mäßige

Belastungszahlen, etwa halb so groß wie an Stirnrädern und Zahnzahlen, die Unterschneidungen ausschließen, sind zu empfehlen. Genaue Einstellung der Räder und sorgfältige Aufnahme der Achsdrucke, die infolge der schrägen Zähne auftreten, sind Vorbedingungen für das gute Zusammen- und Einarbeiten der Verzahnungen.

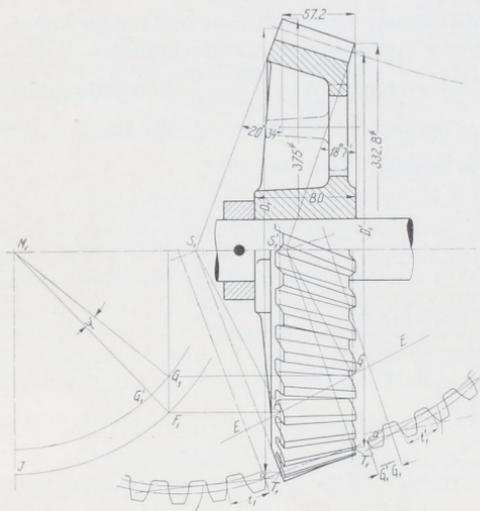


Abb. 1958. Angenäherte Hyperbelradverzahnung. M. 1:5.

risses versetzt werden müssen. Der Punkt a' bleibt um die genannte Strecke gegenüber dem auf dem äußeren Teilkreis gelegenen Punkt a in der Abwicklung zurück. Die Kopfhöhe wurde auf dem äußeren Kegel mit 0,8 m, die Fußhöhe mit 1 m angenommen.

Im oberen Teil der Abbildung sind die für das richtige Abdrehen des Radkörpers nötigen, durch Rechnung ermittelten Maße eingetragen.

Die Hauptabmessungen des kleinen Rades sind:

Durchmesser des äußeren Teilkreises	232,8 mm	Teilung darauf	30,48 mm
„ „ inneren	204,7 „	„ „	26,80 „

B. Schraubenräder.

Schraubenräder entstehen, wenn man die Kehlräder der Abb. 1956 durch zwei sich in einem Punkt berührende Zylinder mit schraubenförmigen Zähnen ersetzt, die gleiche Normalteilung t_n haben und deren Steigungen während des Eingriffs zusammenfallen. Der Aufriß der Abb. 1959 gibt die beiden Achsen I und II in der Lage wieder.

daß ihr kürzester Abstand a in voller Größe erscheint und in dem zugehörigen, größer gezeichneten Grundriß des Getriebes, Abb. 1960, in den Punkt O fällt. EE ist die gemeinschaftliche Tangente der Zahnflanken im Wälzpunkte O ; die Summe der beiden Winkel φ_1 und φ_2 , die sie mit den windschiefen Achsen I und II bildet, gibt den Achswinkel φ .

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi. \quad (597)$$

Bei der Verzahnung entstehen Schraubenflächen, die an den Rädern in gleichem Sinne verlaufen, so daß beide entweder rechts- oder linkssteigend werden. (In dieser Be-

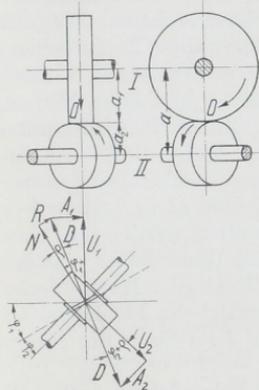


Abb. 1959. Schraubenräder.

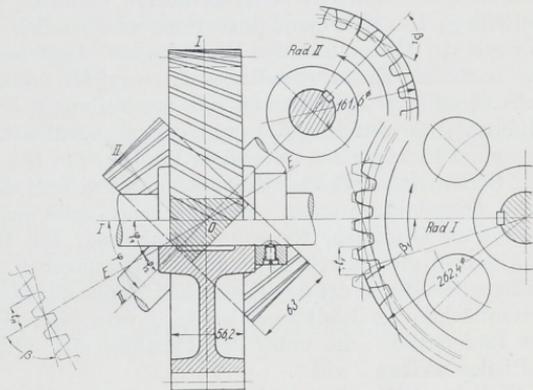


Abb. 1960. Schraubenraderpaar. M. 1 : 5.

ziehung unterscheiden sich die Schrauben- von den Schrägzahnradern, bei denen stets zwei Räder entgegengesetzter Steigung unter Abwälzen miteinander kämmen.) Dagegen fallen die Stirnteilungen der Räder verschieden aus:

$$t_1 = \frac{t_n}{\cos \varphi_1} \quad \text{und} \quad t_2 = \frac{t_n}{\cos \varphi_2}, \quad (598)$$

woraus die zugehörigen Teilkreisdurchmesser:

$$D_1 = \frac{t_1 z_1}{\pi} \quad \text{und} \quad D_2 = \frac{t_2 z_2}{\pi} \quad (599)$$

und das Verhältnis der Abstände des Wälzpunktes O von den Achsen I und II , $a_1 = \frac{D_1}{2}$, $a_2 = \frac{D_2}{2}$,

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_1 z_1}{t_2 z_2} = \frac{z_1 \cos \varphi_2}{z_2 \cos \varphi_1} = u \cdot \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \quad (600)$$

folgen. So lange nicht $\varphi_1 = \varphi_2$, also die Linie EE die Achswinkelhalbierende ist, sind die Raddurchmesser nicht mehr den Zahnzahlen verhältnismäßig. Es wäre z. B. möglich, dem beiden Rädern zum Antriebe der Steuerwellen an Viertaktmaschinen, die eine halb so große Drehzahl haben müssen wie die Hauptwellen, gleiche Durchmesser zu geben.

Bei $\varphi = 90^\circ$ folgt dann aus Gleichung (600) und (597) für $a_1 = a_2$ und $u = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2}$:

$$2 \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sin \varphi_1; \quad \text{tg } \varphi_1 = 2, \quad \varphi_1 = 63^\circ 26', \quad \varphi_2 = 26^\circ 34',$$

was allerdings am treibenden Rade zu ziemlich schrägen Zähnen und großem Achsdruck führt, aber konstruktiv die Möglichkeit bietet, die Nabenbohrung, der Hauptwelle der Maschine entsprechend, weit zu halten.

Als dritte Beziehung ergibt sich:

$$a_1 + a_2 = a. \quad (601)$$

Bei gegebener Lage der Achsen und einer bestimmten Übersetzung kann eine der vier Größen φ_1 , φ_2 , a_1 und a_2 beliebig gewählt werden, die übrigen folgen dann aus den drei Gleichungen (597), (600) und (601). Vielfach wird man zweckmäßigerweise eines der beiden Räder unter Verwendung vorhandener Werkzeuge annehmen und daraus die Abmessungen des anderen und den Achsabstand errechnen.

Die Beziehungen zwischen den Verzahnungen der Räder werden anschaulich, wenn man sich eine Zahnstangenverzahnung in die gemeinsame Berührungsebene der beiden Teilzylinder eingeschaltet denkt. Verlaufen ihre Flanken parallel zu EE , so werden die Zähne in einem senkrecht zu E geführten Schnitte, Abb. 1960, unten links, mit der Normalteilung t_n erscheinen; ihre senkrecht zu den Flanken stehende Eingriffsebene schließt mit der Mittellinie den Winkel β ein. Legt man durch diese Zahnflächen einen Schnitt nach der Ebene des Rades I , so erhält man, wie der Seitenriß rechts zeigt, ebenfalls geradlinige Zahnflanken mit der Teilung $t_1 = t_n / \cos \varphi_1$ und einer Neigung der Eingriffsebene, die durch $\operatorname{tg} \beta_1 = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varphi_1$ bestimmt ist. Zu ihr läßt sich unter Benutzung einer Erzeugenden unter dem Winkel β_1 in bekannter Weise die Verzahnung des Rades I finden, dessen Zähne schließlich auf dem Teilzylinder schraubenförmig unter dem Winkel φ_1 ausgebildet werden. Entsprechend ergibt sich für Rad II $\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varphi_2$ und damit die Grundlage für seine Verzahnung. Die Radbreiten werden am besten so gewählt, daß sie gleichen Strecken auf EE entsprechen. Beide Räder haben eine gemeinsame Eingriffsebene, in der das Eingriffeld durch die Schnittlinien der Kopfzylinder und die Seitenflächen der Radkörper begrenzt wird, vgl. die gestrichelte Fläche im Grundriß des Räderpaares, die unter der Annahme gilt, daß Rad I im Sinne des eingezeichneten Pfeiles treibend wirkt.

In ähnlicher Weise lassen sich die im vorigen Abschnitt behandelten, außerhalb der Kehle liegenden Hyperbelräder durch Schrägzahnräder mit kegeligen (allgemein beliebigen) Grundkörpern annähern, die sich lediglich in einem Punkte berühren und deren Flankenlinien in diesem Punkte gleiche Richtung haben. Sie bilden ein Wälzschraubgetriebe mit freilich unvollkommenem Eingriff.

Nachteilig ist das starke Gleiten der Zähne längs der Flanken, das den Wirkungsgrad vermindert und das um so bedeutender ist, je mehr sich EE von der Halbierungslinie des Achswinkels φ entfernt. Geringe Steigungswinkel der Zähne zur Radebene, die leicht zum Klemmen führen, sollten besonders am getriebenen Rade vermieden werden.

Aus dem Grundriß der Abb. 1959, der das kleinere Rad in der Draufsicht zeigt, ist die Kräfteverteilung an Schraubenrädern ersichtlich. Berücksichtigt man die Reibung durch das Gleiten in der Längsrichtung der Zähne, vernachlässigt aber diejenige längs der Flanken, so zerfällt die von dem treibenden großen Rade ausgeübte Umfangskraft U_1 in den Achsdruck A_1 und in die um den Reibungswinkel ϱ gegenüber dem Normaldruck N geneigte Kraft D , die am kleinen Rade die Umfangskraft U_2 und den Achsdruck A_2 erzeugt. R ist die Reibung längs der Zähne. Rechnerisch wird:

$$A_1 = U_1 \cdot \operatorname{tg} (\varphi_1 - \varrho), \quad (602)$$

$$A_2 = D \cdot \sin (\varphi_2 + \varrho) = U_1 \cdot \frac{\sin (\varphi_2 + \varrho)}{\cos (\varphi_1 - \varrho)}, \quad (603)$$

$$U_2 = D \cdot \cos (\varphi_2 + \varrho) = U_1 \cdot \frac{\cos (\varphi_2 + \varrho)}{\cos (\varphi_1 - \varrho)}. \quad (604)$$

Der Wirkungsgrad, wiederum unter Vernachlässigung der Zahnreibung, wird durch das Verhältnis der Arbeiten an den Zahnumfängen bestimmt:

$$\eta = \frac{U_2 \cdot v_2}{U_1 \cdot v_1} = \frac{U_2 \cdot a_2 \cdot z_1}{U_1 \cdot a_1 \cdot z_2} \quad (605)$$

und erreicht seinen höchsten Wert annähernd, wenn die Zahnschräge mit der Winkelhalbierenden übereinstimmt. Die Achsdrucke sind sorgfältig aufzunehmen.

Der Festigkeitsrechnung der Zähne wird man wegen des starken Gleitens und der kleinen Eingrifffläche niedrige, etwa halb so große Belastungszahlen wie sie an Stirnrädern üblich sind, zugrunde legen.

Die Bearbeitung erfolgt in der gleichen Weise, wie bei den auf S. 1086 behandelten Stirnrädern mit Schrägzähnen.

Schraubenräder für geschränkte Wellen finden nur für mäßige Kräfte und Übersetzungen bis 1:5 Anwendung. Höhere werden besser in Form von Schneckentrieben ausgeführt. Besonders häufig dienen Schraubenräder zum Antriebe der Steuerwellen an Kraftmaschinen, wobei sich die Wellen meist unter 90° kreuzen. Als Werkstoff findet man Gußeisen für mäßige, Stahl auf Phosphorbronze für größere Geschwindigkeiten; das Stahlrad pfllegt dabei das treibende zu sein.

Berechnungsbeispiel 8. Schraubenräderpaar für einen kürzesten Abstand $a = 200$ mm, einen Achswinkel $\varphi = 45^\circ$ und Zahnzahlen von $z_1 = 36$ und $z_2 = 24$. Das Flankenspiel senkrecht zu den Zähnen soll 0,2 mm betragen. Flankenwinkel der Normalteilung $2\alpha = 30^\circ$ ($\beta' = 75^\circ$).

Gewählt: $\varphi_1 = 30^\circ$, dann ist: $\varphi_2 = \varphi - \varphi_1 = 45 - 30 = 15^\circ$ und wegen $a_1 + a_2 = a$ und $\frac{a_1 \cdot \cos \varphi_1}{a_2 \cos \varphi_2} = \frac{z_1}{z_2}$:

$$a_1 = \frac{z_1 \cdot a \cdot \cos \varphi_2}{z_1 \cdot \cos \varphi_2 + z_2 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{36 \cdot 20 \cdot \cos 15^\circ}{36 \cdot \cos 15^\circ + 24 \cos 30^\circ} = 12,52 \text{ cm},$$

$$D_1 = 2a_1 = 250,4 \text{ mm}, \quad a_2 = 7,48 \text{ cm}, \quad D_2 = 149,6 \text{ mm}.$$

Stirnteilung des großen Rades:

$$t_1 = \frac{D_1 \cdot \pi}{z_1} = \frac{250,4 \cdot \pi}{36} = 21,85 \text{ mm},$$

des kleinen Rades:

$$t_2 = 19,59 \text{ mm}.$$

Aus $t_1 \cdot \cos \varphi_1 = t_n$ folgt die Normalteilung beider Räder:

$$t_n = 21,85 \cdot \cos 30^\circ = 18,92 \text{ mm}.$$

Zur Nachprüfung: $t_n = t_2 \cos \varphi_2 = 19,59 \cdot \cos 15^\circ = 18,92 \text{ mm}.$

0,2 mm Flankenspiel führt zu der Zahnstärke:

$$s = 0,5 (t_n - 0,2) = 9,36 \text{ mm}.$$

Wie Zahnstärke in der Stirnteilung des Rades I wird:

$$s_1 = \frac{s}{\cos \varphi_1} = \frac{9,36}{\cos 30^\circ} = 10,81 \text{ mm},$$

in derjenigen des Rades II $s_2 = 9,69$ mm. Am Rade I ist die Neigung der Erzeugenden der Stirnteilung gegeben durch:

$$\text{tg } \beta_1 = \text{tg } \beta \cdot \cos \varphi_1 = \text{tg } 75^\circ \cdot \cos 30^\circ = 3,232.$$

$$\beta_1 = 72^\circ 48' 31''$$

und am Rade II:

$$\text{tg } \beta_2 = 3,605; \quad \beta_2 = 74^\circ 29' 45''.$$

Endlich folgt für die Gestaltung des Fräsers des Rades I mit $t_n = 18,92$ mm, $\beta = 75^\circ$ nach Abb. 1924 und Formel (583):

$$z'_1 = \frac{z_1}{\sin^3 \gamma_1} = \frac{z_1}{\sin^3 (90^\circ - \varphi_1)} = \frac{36}{\sin^3 60^\circ} = 55,4 \text{ Zähne},$$

Rad II:

$$z'_2 = \frac{z_2}{\sin^3 \gamma_2} = \frac{z_2}{\sin^3 (90^\circ - \varphi_2)} = \frac{24}{\sin^3 75^\circ} = 26,6 \text{ Zähne}.$$

Die Fräser müssen demnach Sonderformen erhalten. Wenn man sich mit einer Annäherung begnügen will, so könnte man im vorliegenden Falle einen Scheibenfräser von $6\pi = 18,85$ mm Teilung benutzen, muß dann aber auf die Einhaltung des in der Aufgabe vorgeschriebenen Flankenspiels verzichten.

Abb. 1960 gibt die mit 6 mm Kopf- und 7,5 mm Fußhöhe durchgebildete Verzahnung wieder. Ein Vergleich mit Abb. 1958, bei der dieselben Verhältnisse vorausgesetzt waren, zeigt, daß hier einfachere Radkörper und Zahnformen entstehen, daß aber die Teilung und damit die Größe der zu übertragenden Kräfte durch die Wahl der Zahnzahlen gegeben ist, wenn man von übermäßiger Breite der Räder absieht, die übrigens nur eine geringe Vergrößerung der Eingriffsfläche ergeben würde. Bei einer Belastungszahl von $k = 15$ kann das Getriebe eine Umfangskraft von $U_1 = 175$ kg übertragen.

Am Rade *I* entsteht dabei ein Achsdruck von 69, am Rade *II* ein solcher von 75 kg. Der Wirkungsgrad η wird etwa 0,88.

C. Schneckentriebe.

1. Grundlagen.

Schneckentriebe bestehen aus zwei scheinbar ganz verschiedenen Teilen, der schraubenförmigen Schnecke und dem mit Zähnen versehenen Schneckenrade.

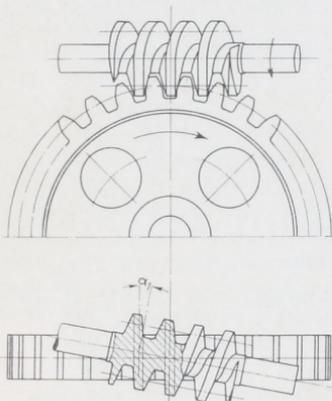


Abb. 1961. Schneckentrieb.

Bei der Auffassung des Ganzen als Schraubgetriebe erkennt man aber leicht, daß das Schneckenrad die die Schraubgänge nur teilweise umfassende Mutter ist. Die Achsen der beiden Teile können unter einem beliebigen Winkel zueinander geschränkt sein. Ein Beispiel dafür gibt Abb. 1961, die allerdings einen Sonderfall darstellt, insofern die Schraubenachse unter dem Steigungswinkel α_1 der Schraube gegen die Radebene geneigt ist, damit man ein gewöhnliches Stirnrad mit geraden Zähnen als Schneckenrad verwenden kann. Der Eingriff ist dabei nur punktförmig, so daß das Getriebe lediglich zur Übertragung kleiner Kräfte brauchbar ist.

In der Regel beträgt der Schrägungswinkel 90° , Abb. 1962; die Schneckenachse liegt dann in der Radmittelebene.

Beim Laufen verschieben sich die Flanken der Schnecke relativ zum Rade und treiben dessen Zähne an; nach einer vollen Umdrehung befindet sich die Schnecke aber wieder in genau der gleichen Lage, steht jedoch mit einem anderen Zahne im Eingriff. Ist die Schnecke eingängig, so rückt der Eingriff bei jeder Umdrehung um einen Zahn, ist sie zwei- oder dreigängig um zwei oder drei Zähne vor. Demzufolge ergibt sich die Übersetzung u aus der Gangzahl i der Schnecke und der Zahnzahl z des Schneckenrades:

$$u = \frac{i}{z}. \quad (196)$$

Schneckentriebe sind ein besonders geeignetes Mittel, hohe Übersetzungen auszuführen. Gewöhnlich liegen die Drehzahlverhältnisse zwischen 1:10 und 1:30; aber selbst solche von 1:50 und mehr werden ausgeführt; als niedrigstes kommt 1:5 in Frage. Die Schneckentriebe können auf diese Weise zwei oder drei hintereinander geschaltete Stiringe ersetzen und so, trotz hoher Ausführungskosten, wirtschaftlich günstig sein, abgesehen von den weiteren Vorteilen des geräuschlosen Ganges, der gedrängteren Anordnung und des geringeren Gewichts der Getriebe, Vorzüge, die bei rasch bewegten Maschinen, z. B. Laufkatzen, für die Anwendung entscheidend werden können. Daher

haben Schneckenräder, besonders seit der Einführung des elektrischen Betriebs, ausgelehnte Verbreitung an Aufzügen, Kranen, Werkzeugmaschinen und Bahnen gefunden. Die ersten Anwendungen führten zu sehr widersprechenden Ergebnissen, in manchen Fällen zu Mißerfolgen, die vielfach ungünstige Urteile entstehen ließen. Erst Stribecks „Versuche mit Schneckenrieben“ [XXV, 18], brachten Klarheit über die Eingriffverhältnisse und gaben Unterlagen für die richtige Durchbildung. Ernst [XXV, 19], erweiterte und vertiefte in seinem Buche über „Eingriffverhältnisse der Schneckenriebe“ die Untersuchung und gab eine geometrische Konstruktion der Lote auf den in mehreren Längsschnitten ermittelten Schneckenprofilen an. Schließlich hat Schiebel [XXV, 1], unter Benutzung einiger Sondereigenschaften der Schraubenfläche ein Verfahren ausgebildet, das weiter unten wiedergegeben ist.

Die Wirkung der Schneckenoberfläche beim Laufen des Getriebes läßt sich durch zwei Teilbewegungen ersetzen, durch eine Drehung um die Achse und durch eine gleichförmig fortschreitende Bewegung in Richtung der Achse. Die erste ist für die zwischen den Zahnflächen auftretende gleitende Reibung maßgebend; nur die zweite treibt das Schneckenrad an. Bei dieser Verschiebung bleiben die Zahnprofile sowohl in der Mittelebene des Getriebes, wie auch in allen zu ihr parallelen Ebenen dauernd unverändert. Da außerdem die Geschwindigkeit, mit der sich diese Schnitte bewegen, durchweg die gleiche ist, so kann man den Antrieb des Schneckenrades für die Untersuchung der Verzahnung lediglich durch Verschieben der Schnecke, einem Zahnstangengetriebe entsprechend, erzeugen denken, die Drehung der Schnecke aber unberücksichtigt lassen.

Der Wälzkörper (Teilriß) des Schneckenrades ist die Mantelfläche eines Zylinders vom Durchmesser $D = \frac{z \cdot t}{\pi}$, Abb. 1962, weil nur Punkte einer solchen die gleiche Geschwindigkeit haben können, die der eben besprochenen Verschiebung der Schnecke entspricht. Auf dem Teilzylinder wälzt sich der ebene Teilriß oder die Wälzebene der Schnecke unter ständiger Berührung längs der Zylinderseite ab, die durch den Wälzpunkt O geht und die Wälzlinie bildet.

Bei den am meisten verwandten Trieben mit zylindrischen Schnecken wird ausschließlich Evolventenverzahnung benutzt.

Zykloidenverzahnung ist nicht allein wesentlich schwieriger herzustellen, weil die Schnecke doppelt gekrümmte Flanken bekommt; sie bietet auch nach den Untersuchungen Ernsts ungünstigere Eingriff- und Abnutzungsverhältnisse. Die Evolventenverzahnung führt in der Mittelebene, Abb. 1962 oben, zu den von der Zahnstange, Abb. 1870, her bekannten Formen: entsprechend dem meist üblichen Winkel $\beta = 75^\circ$ zwischen der Erzeugenden und der Mittellinie zeigt die Schnecke gerade Flanken unter $\alpha = 15^\circ$ Neigung gegenüber dem Halbmesser; die Radzähne haben Evolventenform. Der Eingriff zwischen beiden erfolgt auf der Erzeugenden.

Die Schnecke ist demnach als eine Schraube mit Trapezgewinde leicht genau herzustellen. Zwischen der Teilung t , die an zwei benachbarten Gängen oder Zähnen ohne Rücksicht auf die Gangzahl gemessen wird, der Gangzahl i , dem Abstand r der Wälzebene von der Schneckenachse in Abb. 1962 und dem Schneckensteigungswinkel α_1 besteht die Beziehung:

$$2\pi r \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = i \cdot t,$$

weil $i \cdot t$ der Ganghöhe h_0 entspricht. Daraus folgt der Halbmesser:

$$r = \frac{i \cdot t}{2\pi \operatorname{tg} \alpha_1} \quad (607)$$

oder die Steigung:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{i \cdot t}{2\pi r} = \frac{h_0}{2\pi r}. \quad (608)$$

α_1 pflegt zwischen 5° bis 20° , höchstens 30° zu liegen. Die Ganghöhe und damit die Teilung wird gewöhnlich in Übereinstimmung mit den Leitspindeln der Drehbänke, auf denen

werden. Als normale Kopfhöhe kann $0,3t$, als Fußhöhe $0,4t$, im Falle von Modulteilung $1\ m$ und $1,17$ oder $1,2\ m$ gelten.

Eine zweite Gruppe bilden die von Reuleaux zuerst näher behandelten Globoid-schneckentriebe. Die Grundkörper sind zwei durch Rotation von Kreisbogen um die Achsen entstehende Globoide. Dasjenige der Schnecke wird nach Abb. 1966 beim Umlauf des Kreisbogens AOB um die Achse I , dasjenige des Rades durch Umlauf eines der Kreisbogen CAD oder EBF in den Endflächen der Schraube um Achse II gebildet. Längs der genannten Erzeugenden berühren sich die Grundkörper. Die Schneckenflanken pflegen durch einen genau in der Mittelebene des Getriebes angeordneten Stichel hergestellt zu werden, der sich verhältnismäßig zum Schneckenkörper um Achse II dreht, also auf je eine Umdrehung der Schnecke um den Teilwinkel τ , Abb. 1967, weiter geschaltet wird. Die Verzahnung des Rades arbeitet man mit einer Frässhnecke von gleicher Form und gleicher Lage wie die Betriebs-schnecke aus. Dabei decken sich die Flankenlinien im Mittelschnitt, sind also längs derselben ständig in Eingriff. Diese scheinbar günstigen Verhältnisse werden aber dadurch beeinträchtigt, daß sich der Eingriff an den Zähnen auf eine Kante, die schwer unter Öl zu halten ist, beschränkt. Sie entsteht dadurch, daß die Schnecke in den einzelnen Gängen verschiedene Steigungen hat: die größte in der Mitte, geringere nach den Enden zu, vgl. die Steigungswinkel α_1 und α'_1 , Abb. 1967. In die dem Steigungswinkel α_1 entsprechenden Flanken der Zähne schneiden die an den Enden der Frässhnecke sitzenden Zähne vor und hinter der Mittelebene ein und erzeugen so die oben erwähnte Kante. Vgl. [XXV, 1].

Die Form der Schneidkanten des Stichels, mit dem die Betriebs- und die Frässhnecken hergestellt werden, ist zufolge der vollkommenen Deckung der Profile im Mittelschnitt beliebig; gewöhnlich gibt man dem Stichel der Einfachheit wegen gerade Schneiden. Wichtig ist der genaue Zusammenbau der beiden Getriebeteile, sowohl in radialer wie in axialer Richtung.

Lorenz, Ettlingen, Baden, vermeidet bei der Bearbeitung den teuren Schneckenfräser, begnügt sich mit einer angenäherten Globoidverzahnung, erreicht aber trotzdem günstigere Betriebsverhältnisse (Lorenzgetriebe).

In dem Pekrungetriebe der Maschinenfabrik Pekrun, Coswig, Sachsen, sind die Zähne des Rades zwecks Verminderung der gleitenden Reibung durch Rollen ersetzt.

2. Die Verzahnung von Trieben mit zylindrischen Schnecken.

An unbearbeiteten Schneckentrieben, z. B. an Hebezeugen für Handbetrieb billiger Ausführung, ersetzt man das Schneckenrad durch ein Schräg Zahnrad, dessen Steigungswinkel dem der Schnecke entspricht. Die beim Betriebe zunächst vorhandene Punktberührung geht durch Einlaufen und Abnutzung allmählich in Linienberührung längs einer Fläche über, kann aber nur mäßigen Ansprüchen genügen.

Etwas vollkommener ist die Verzahnung nach Abb. 1962, die für unbearbeitete Räder und die Ausführung von Gußmodellen genügt. Radiale Schnitte M_1S_1 und M_1S_2 durch die Schnecke liefern die gleichen geradflankigen Profile wie der Mittelschnitt, die aber um die Strecke:

$$x = \frac{h_0 \cdot \gamma}{360^\circ} = \frac{i \cdot t \cdot \gamma}{360^\circ} \quad (609)$$

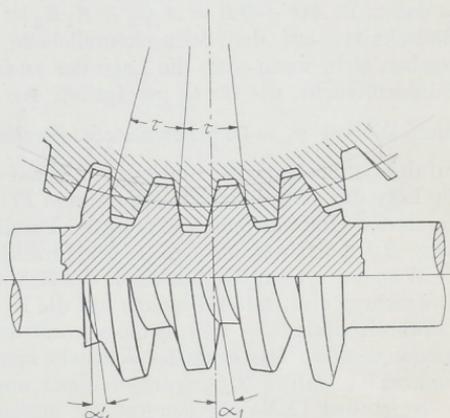


Abb. 1967. Globoidschneckenverzahnung.

axial verschoben sind, wenn h_0 die Schraubensteigung und γ der Winkel ist, unter dem der Schnitt gegenüber der Mittelebene geführt ist. Am Schneckenrade liegen die zugehörigen Zahnflanken auf Kegelflächen, die die Radialebenen längs der Kegelseiten M_1S_1 und M_1S_2 berühren. S_1 und S_2 sind die Spitzen der Kegel, deren Außenflächen ähnlich wie bei der angenäherten Kegellradverzahnung nach Abb. 1934 abgewickelt und zur Aufzeichnung der Zahnformen benutzt werden können. Dabei ist nur zu beachten, daß zwar die Erzeugenden in allen Schnitten den gleichen Winkel β mit der Mittellinie, wie im Mittelschnitt behalten, weil die Zahnflanken überall die gleiche Neigung haben, daß sich aber die Wälzpunkte O_1 und O_2 an den einzelnen Schnecken Zahnflanken nach innen verschieben. Man findet sie als Schnittpunkte der Geraden M_1S_1 und M_1S_2 mit dem ebenen Teilriß der Schnecke. Die Ermittlung der senkrecht zu M_1S_1 und M_1S_2 umgelegten Zahnschnitte bietet nun keinerlei Schwierigkeiten. Man sucht die die Erzeugenden berührenden Grundkreise sowie die zugehörigen Evolventen und trägt sie in den Punkten O_1 und O_2 an. Die Zahnstärke folgt aus der Forderung eines überall gleichen Flankenspiels, das sich ergibt, wenn man die Summe der auf den Teilrissen gemessenen Zahnstärken der Schnecken- und Radzähne in allen Schnitten gleich groß macht,

so daß z. B. $\overline{AO} + \overline{OB} = \overline{A_2O_2} + \overline{A_2B_2}$ ist. Die Strecken, um welche die so gefundenen Radschnitte auf der Schneckenteilebene gegeneinander verschoben werden müssen, ergeben sich, wenn man die Lage der zu O_1 und O_2 gehörigen Flankenlinien im rechten Seitenriß sucht, wie für O_2 gezeigt ist. An der verlängerten Flanke CJD trägt man die

zum Winkel $\gamma_2 = 36^\circ$ berechnete Strecke $x_2 = \frac{h_0 \cdot \gamma_2}{360} = \frac{101,6 \cdot 36}{360} = 10,16 \text{ mm} = DE$

auf der Schneckenachse und gleich FC auf der Umfangslinie der Schnecke ab und findet die Lage der Profillinie GE , indem man FG senkrecht zur Achse bis zum Schnitt mit der durch den Umfangspunkt K gelegten Parallelen zur Achse zieht. Die gesuchte Verschiebung HJ liegt zwischen den beiden Profillinien auf dem Teilriß der Schnecke.

Wegen der Unvollkommenheit der Zahnformen, die durch die Übertragung der in der Abwicklung ermittelten Flanken auf die Kegelflächen am Rade entsteht, müssen größere Zahnbreiten als $b_0 = 1,5t$, gemessen auf dem Kreis vom Halbmesser r , Abb. 1962, vermieden werden. Das Ende der Schnecke kann etwa $0,5t$ außerhalb des äußersten Eingriffpunktes im Schnitt $M_1O_2S_2$ angenommen und damit die Schneckenlänge bestimmt werden.

Schiebel [XXV, 1] benutzt zur genauen Ermittlung der Eingriffverhältnisse und Zahnformen den Umstand, daß die Profillote die Schneckenachse in einem unveränderlichen Abstand e , Abb. 1968a und c, kreuzen. Im Längsschnitt b einer Evolventenschnecke steht nämlich die Projektion des Profillotes in einem beliebigen Punkte P am Halbmesser r' lotrecht zur geradlinigen Zahnflanke, bildet also mit einer Senkrechten PA zur Achse den Winkel β und trifft die Schneckenachse scheinbar im Punkte C . Im darüber angeordneten Riß a ist nur die Schraubenlinie, auf welcher der Punkt P liegt, gezeichnet. Das Profillot erscheint dort senkrecht zur Tangente der Schraubenlinie, also unter dem Steigungswinkel α_1 gegen die Schneckenachse geneigt. Punkt C heraufgelotet, gibt in der Länge BC die wahre Größe der Strecke e , um welche das Lot an der Achse vorbeigeht. Aus den beiden Abbildungen folgt:

$$e = \overline{BA} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \overline{PA} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = r' \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

$$\text{Mit } \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h_0}{2\pi r'} \text{ wird} \quad e = \frac{h_0 \cdot \operatorname{tg} \beta}{2\pi} \quad (610)$$

also stets gleich. Im Seitenriß c findet man die Projektion der Normalen PC durch Auftragen der Größe $e = \overline{MC}$. e liegt an linksgängigen Schnecken, bezogen auf den Schneckenlängsschnitt b , Abb. 1968, vorn, an rechtsgängigen hinten. Es ist bei der unten beschriebenen Konstruktion der Eingriffslinien dementsprechend aufzutragen.

Der Punkt P gelangt zum Eingriff, wenn das Profillot durch die Wälzlinie, d. i. die Berührungslinie der beiden Teilrißflächen geht, die sich im Längsschnitt b im Punkte O

einzusetzen ist. x zählt auf der Seite positiv, wo das Schneckenrad beim Laufen in die Schnecke eintritt, wo also der Eingriff beginnt. Positive y sind von der Teilebene nach außen, negative nach innen aufzutragen. $x_1 = 0,1 \cdot h_0 \cdot \operatorname{tg} \beta$ ist zugleich der Abstand der einzelnen Schnittebenen voneinander. Man erreicht so, daß die aufeinander folgenden Konstruktionspunkte P und Q zusammenfallen und daß nur zwei Linienscharen entstehen, ein von C ausgehendes Strahlenbüschel durch die Punkte P und eine Schar von Loten auf der Mittellinie in den Punkten Q , deren Schnittpunkte der Linien D liefern, Abb. 1968e. So ergibt sich beispielweise die Kurve D_4 für die Ebene $+4$, indem man die Schnitte der Strahlen durch C mit Loten sucht, die im Abstände $4y$ von dem jeweils benutzten Punkte P errichtet sind. Strahl CP_0d_0 und Lot P_4d_0 führen zu d_0 auf D_4 . Im Falle der Abb. 1968 wurden für n nur gerade Zahlen eingesetzt. Die Eingriffslinien in den Ebenen senkrecht zur Längsachse der Schnecke findet man am einfachsten durch Aufzeichnen der beiden Liniensysteme auf einem in M befestigten Pauspapier, mit dem man die Punkte d auf der Wälzlinie einstellt und die zugehörigen Punkte P durchsticht, wie in Abb. 1968f an Punkt d_0 und P_0 gezeigt ist. Linie D_4 führt so zur Eingriffslinie in der Ebene $+4$.

In Abb. 1969 bis 1974 ist die Konstruktion der Eingrifffläche an einer zweigängigen Schnecke mit $t = 3\frac{1}{4}'' = 19,05$ mm Teilung und einem 40zähligen Rade von $D = 242,6$ mm Teilylinderdurchmesser durchgeführt. Die Schnecke ist linksgängig, hat einen Teilrißabstand von $r = 25$, einen Außendurchmesser von 60 und einen Kerndurchmesser von 36 mm, entsprechend 5 und 7 mm Kopf- und Fußhöhe. Aus der Steigung $h_0 = 2t$ folgt für den Steigungswinkel α_1 im Teilrißabstand:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h_0}{2\pi \cdot r} = \frac{38,1}{2 \cdot \pi \cdot 25} = 0,2426,$$

$$\alpha_1 = 13^\circ 38'.$$

In Abb. 1970 ist der Querschnitt der Schnecke, in Abb. 1973 ihr Aufriß im Eingriff mit dem Mittelschnitt des Rades dargestellt. Als vordere Schneckenseite wurde der Teil, in den das Rad bei der Drehung eintritt, als vordere Radseite die Radhälfte, in welche die Schnecke eindringt, bezeichnet. Zunächst ermittelt man im Seitenriß, Abb. 1970, die Eingriffslinien in den Ebenen $+6, +5, \dots -1, -2$ senkrecht zur Schneckenachse, deren gegenseitiger Abstand aus:

$$x_1 = 0,1 \cdot t \cdot \operatorname{tg} \beta = 0,1 \cdot 19,05 \cdot \operatorname{tg} 75^\circ = 7,11 \text{ mm}$$

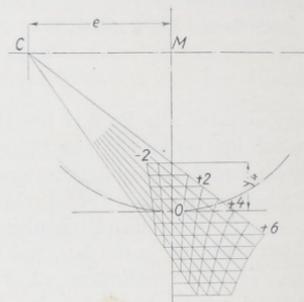


Abb. 1969.

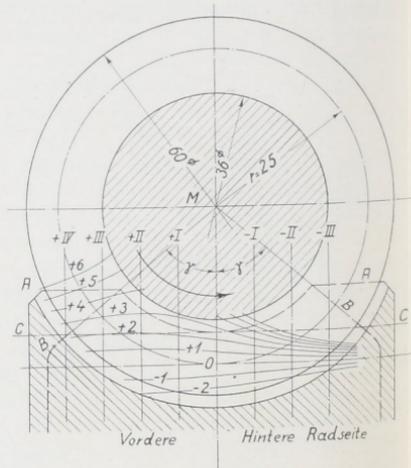


Abb. 1970.

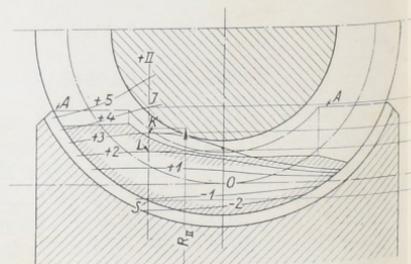


Abb. 1971.

deren gegenseitiger Abstand aus:

folgt. Das zugehörige y wird $0,1 \cdot t = 1,91$ mm und die Größe $e = \frac{h_0 \cdot \operatorname{tg} \beta}{2\pi} = \frac{38,1 \cdot \operatorname{tg} 75^\circ}{2\pi}$

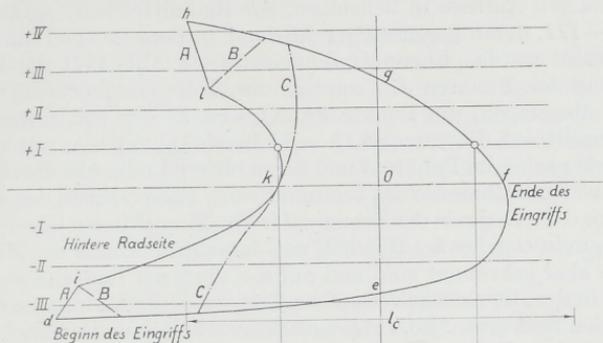


Abb. 1972.

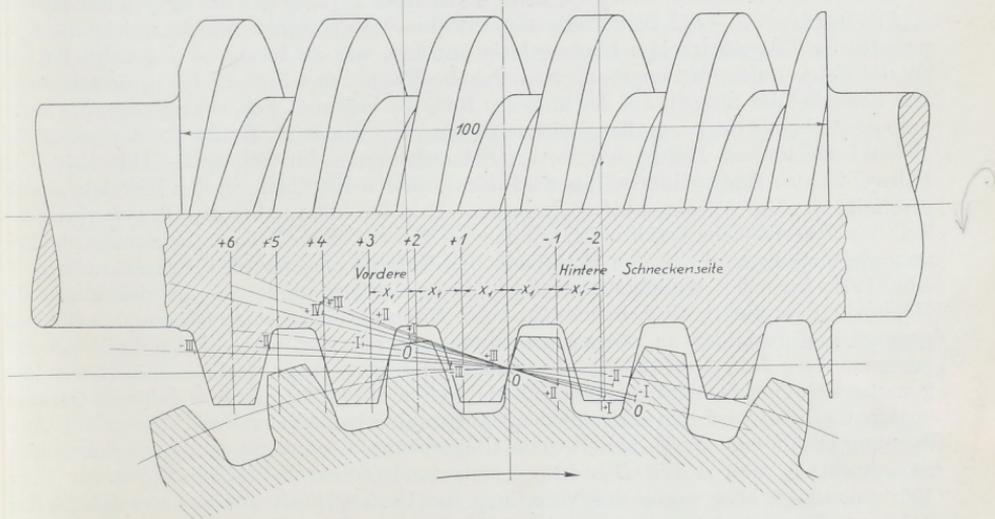


Abb. 1973.

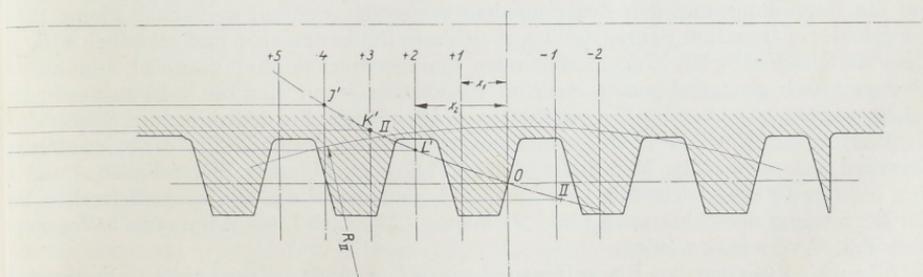


Abb. 1974.

Abb. 1969 bis 1974. Ermittlung des Eingriffsfeldes einer zweigängigen Schnecke und eines 40zähligen Rades.
 $t = \frac{3}{4}''$. M. 1: 1.

= 22,63 mm. Damit läßt sich das Strahlenbüschel, Abb. 1969, auf Pauspapier aufzeichnen, wobei $e = MC$ wegen der Linksgängigkeit der Schnecke von M aus nach links

senkrecht zu OM abzutragen ist. Durch Einstellen des Pauspapiers über dem Schneckenquerschnitt, gemäß Abb. 1968f, findet man die Eingriffslinien $+6, +5, \dots -2$.

Nun sucht man deren Aufrisse in beliebigen, zur Radmittelebene parallelen Ebenen $+IV, +III, \dots -III$, deren gegenseitiger Abstand in dem Beispiel durchweg gleich groß, zu 6 mm gewählt wurde. Ebene II schneidet nach Abb. 1971 die Eingriffslinien $+4, +3$ und $+2$ in den Punkten J, K und L , die in die entsprechenden Ebenen im Aufriß, Abb. 1974, übertragen, die Punkte J', K' , und L' der Eingriffslinie II geben. Auf ihr ist der Eingriff auf die Strecke $II - II$ beschränkt, deren unteres Ende die Parallele zur Schneckenachse im Punkte S und deren oberer Endpunkt durch den Schnitt mit dem Kreisbogen vom Halbmesser R_{II} bestimmt wird, entsprechend den Begrenzungslinien der Schnecke und des Rades in der Ebene $+II$. Die Eingriffslinien bilden in Abb. 1973 ein durch den Wälzpunkt O gehendes Büschel, von dem nur die Linie des Mittelschnittes gerade, alle übrigen aber gekrümmt sind und auf der vorderen Radseite steiler, auf der hinteren flacher als in der Mittelebene verlaufen. Trägt man die Endpunkte der einzelnen Eingriffstrecken in den Seitenriß, Abb. 1971, zurück, so erhält man die gestrichelte Fläche als Eingriffgebiet bei einer Zahnungsgrenzung nach Linie A .

Den besten Überblick bietet die Untersicht, Abb. 1972, in der die Spuren der Ebenen $+IV, +III, \dots -III$ beiderseits der Mittellinie aufgetragen und in welche die Endpunkte der Eingriffstrecken hinaufgelotet wurden, wie an Ebene $+I$ gezeigt ist. Es entsteht eine hufeisenförmige, unsymmetrische Fläche, das Eingriffeld, in dessen längerem Schenkel der Eingriff auf der hinteren Radseite beginnt. Schneckengänge, die innerhalb des Gebietes liegen, greifen gleichzeitig ein. Die Linien A, B und C entsprechen den gleich bezeichneten Begrenzungen des Schneckenrades im Seitenriß, Abb. 1970. Im Falle C ist das Rad zylindrisch, gemäß der normalen Kopfhöhe in der Mittelebene, abgeschnitten. Das strichpunktiert begrenzte Feld ist klein, aber auf den wertvollsten Teil der Eingrifffläche beschränkt, wo das Gleiten der Zahnflanken aneinander geringer und gleichmäßiger als in den Schenkeln des Eingriffeldes ist. Die Schneckenlänge l_e , Abb. 1972, kann bei symmetrischer Ausbildung zur Mittellinie, wie sie sich wegen der Möglichkeit empfiehlt, die Schnecke für beide Drehrichtungen benutzen und das Gehäuse symmetrisch ausbilden zu können, zu 60 mm angenommen werden. Im Falle der Begrenzung nach B in Abb. 1970 ist der Umfang der Schneckenradzähne im mittleren Teil konzentrisch zum Schneckengrund, außen durch zwei radiale, durch M gehende Geraden begrenzt. Dabei wird das Eingriffeld um die zwei Schenkel erweitert. Die größte Ausdehnung erhält man durch zylindrische Umgrenzung des äußeren Teils des Schneckenrades nach A . Fall A und B bedingen bedeutend größere Schneckenlängen von etwa 100 mm, lassen aber wegen der Verteilung der Umfangskraft auf mehrere Gänge und Zähne größere Belastungen des Getriebes zu. Andererseits muß besonders große Sorgfalt auf die Herstellung und den Zusammenbau verwendet werden, weil schon kleine Steigungsfehler oder geringe Schrägstellungen sich sehr fühlbar machen und schädlich wirken. Über die gleichzeitig im Eingriff stehenden Flankenstrecken kann man sich annähernd, aber praktisch genügend genau, ein Bild verschaffen, wenn man die auf Pauspapier gezeichnete Schnecke über das Eingriffeld legt, die Schnittpunkte der treibenden Schneckenflanken mit dem Umriß des Feldes bestimmt, miteinander verbindet und die so erhaltenen Strecken zusammenzählt. Man findet, daß im Falle C zwei bis drei, in den Fällen A und B drei bis vier Gänge gleichzeitig zum Eingriff kommen und daß die Eingriffstrecken bei der Begrenzung der Zähne nach Linie B um etwa 30%, nach Linie A um etwa 35% gegenüber Fall C vermehrt werden.

Allgemein kann man das Eingriffeld als einen Ausschnitt aus der an sich unbegrenzten Eingrifffläche auffassen, die zu der allgemeinen Schraubenfläche gehört, zu welcher sich die betreffende Schnecke erweitern läßt. Diese Eingrifffläche ist allein durch den Flankenwinkel α , den Abstand r des Wälzpunktes von der Mittellinie, den Steigungswinkel α_1 in diesem Abstände, oder durch die Größe $\frac{e}{r} = \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha$, also lediglich die

Form der Schnecke, gegeben. Sie ist völlig unabhängig vom Schneckenrade. Sind an zwei Trieben die Abstände r verschieden, die Verhältnisse $\frac{e}{r}$ aber gleich, so entstehen geometrisch ähnliche Schrauben- und Eingriffflächen.

Dagegen wird das Eingriffeld eines bestimmten Getriebes durch die Außenbegrenzungen der Schnecke und des Rades umrissen. Beispielweise entsteht der Bogen $defgh$ des Feldes, Abb. 1972, als Durchdringungslinie der Eingrifffläche mit dem zylindrischen Schneckenmantel von 60 mm Durchmesser, Bogen ikl als Schnitt mit der Kehlfläche des Rades, während die Umrißstücke AA , BB , CC durch die Randflächen der Radzähne bedingt werden. Von den äußersten Punkten f und d , die für die Gesamtlänge des Feldes und für das Stück der Schnecke, das beim Laufen ausgenutzt wird, maßgebend sind, ist f durch den Außendurchmesser der Schnecke, d durch den größten Durchmesser des Rades gegeben.

Anzustreben ist ein möglichst großes Eingriffeld, dabei jedoch zu beachten, daß die Teile auf der vorderen Schneckenseite $deghlki$, Abb. 1972, wegen der ungünstigen Eingriffverhältnisse infolge der geringen Neigungen der Eingriffslinien, weniger wertvoll sind, als der auf der hinteren Schneckenseite liegende Teil efg .

Das Eingriffeld wird eingeschränkt: a) wenn Unterschneidungen an den Schneckenradzähnen auftreten; b) wenn an den Zähnen durch Zusammenlaufen der Flanken Schneiden entstehen; c) durch praktisch nicht verwendbare Teile der theoretischen Eingrifffläche.

Zu a) In Abb. 1975 bis 1980 ist eine eingängige Schnecke von $\frac{3}{4}''$ Teilung und einem Teilrißabstand von 25 mm mit einem Rad mit 15 spielfreien Zähnen bei Kopf- und Fußhöhen von $0,3 \cdot t = 5,7$ und $0,4 \cdot t = 7,6$ mm untersucht. Die Größen $x_1 = 7,11$ und $v_1 = 1,91$ mm sind dieselben wie im vorigen Beispiel; $e = \frac{h_0 \cdot \operatorname{tg} \beta}{2\pi} = \frac{19,05 \cdot \operatorname{tg} 75^\circ}{2\pi}$ wird 11,32 mm. Im Längsschnitt, Abb. 1979, sind der Deutlichkeit halber nur drei Eingriffslinien, die gerade OO im Mittelschnitt und diejenigen für die Ebenen $+II$ und $-III$ eingezeichnet. Lote, die vom Radmittelpunkt auf sie gefällt werden, treffen in den Punkten F_{II} , F_0 und F_{-III} , die innerhalb der Eingriffstrecken liegen; infolgedessen müssen nach den Ausführungen auf Seite 1033 Unterschneidungen an den Zähnen auftreten. Lotet man die Fußpunkte in die Untersicht hinauf, so erhält man in dem Linienzug $F'_{II}F'_0F'_{-III}$ die Begrenzung des verwendbaren Eingriffgebietes. Von diesem fallen aber bei normaler Kopfhöhe oder bei Bearbeitung des Schneckenrades mit einem Fräser nach den gestrichelten Umrissen, Abb. 1979, weitere Teile weg. In Feldgrundriß, Abb. 1978, entspricht der Fräserkante die gestrichelt gezeichnete Linie. Man findet dann nach Schiebel das Eingriffeld genügend genau dadurch, daß man die zur Schraubenachse parallelen Strecken zwischen F'_{II} und F'_{-III} und der Grenzlinie für den Fräser halbiert und nach innen trägt, in der Ebene $-III$, z. B. $f'F'_{-III} = \frac{1}{2}F'_{-III}f$ macht. Als Eingriffeld bleibt schließlich das am Rande gestrichelte Gebiet übrig. Auch im Seitenriß, Abb. 1976, wird es wesentlich eingengt, wie man durch einfaches Übertragen der Punkte aus dem Grundriß findet.

Eine eingehende Untersuchung über die Wirkung der Unterschneidungen und die Eingriffverhältnisse an Schneckenrieben hat W. Wolff [XXV, 20] angestellt. Die Unterschneidungen hängen ab vom Flankenwinkel α , vom Schneckensteigungswinkel α_1 , von der Gangzahl i , der Höhe und Form der Fräserzahnköpfe und von der Übersetzung u . Insbesondere wachsen die Unterschneidungen mit zunehmendem Steigungswinkel α_1 der Schnecke und mit abnehmender Zahnzahl des Rades. Unrichtig ist aber die im Schrifttum zu findende Angabe, daß Unterschneidungen auftreten bei geringeren Zahnzahlen als 30 bei $\alpha = 15^\circ$ (17 bei $\alpha = 20^\circ$). Auch darf man sich nicht auf die Untersuchung des Mittelschnittes der Schnecke beschränken, weil die ersten Störungen nicht im Punkte f , sondern im Scheitel des Bogens ef der Abb. 1972 einsetzen.

Für die Unterschneidungen sind im Falle bearbeiteter Schneckenräder Form und Abmessungen des Fräasers maßgebend. Dieser muß bei spielfreien Getrieben die gleiche

Abb. 1975.

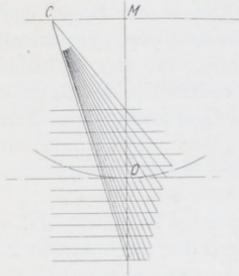


Abb. 1978.

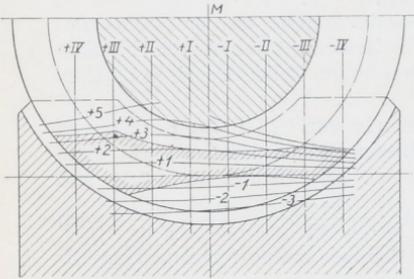
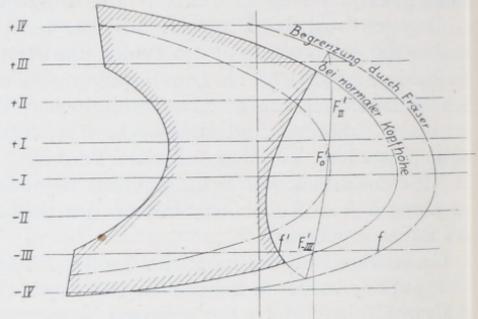


Abb. 1976.

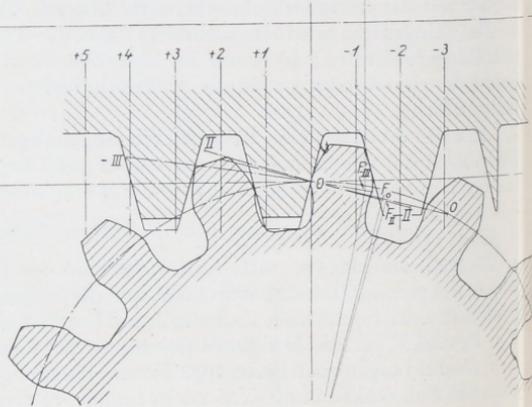


Abb. 1979.

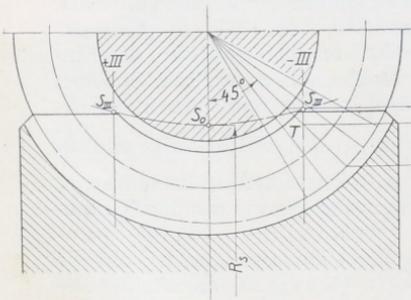


Abb. 1977.

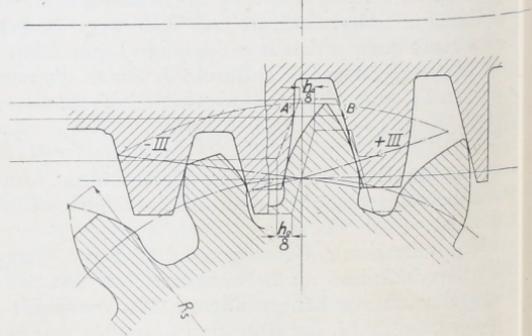


Abb. 1980.

Abb. 1975 bis 1980. Eingriffsfeld einer eingängigen Schnecke mit einem 15zähligen Rade. Teilung $t = \frac{3}{4}''$, M. 1:1.

Grundform und bei der Bearbeitung dieselbe Lage, wie die Betriebschnecke haben, zur Erzeugung des nötigen Scheitelspiels aber eine größere Kopfhöhe erhalten. Zweckmäßigerweise hält man die geraden Strecken der Flanken am Fräser und an der Betrieb-

schnecke gleich groß ($h = 0,3t$ oder m mm), rundet aber die Fräserköpfe nach Abb. 1981 mit $r_x = 0,2t$ ab.

Von den bei den Stirnrädern näher erläuterten Mitteln zur Beschränkung der Unterscheidungen kommt vor allem die Vergrößerung des Achsabstandes, auf die Schiebel zuerst hingewiesen hat, in Frage. Angaben über den Betrag dieser Verschiebung finden sich weiter unten. Die Vergrößerung des Flankenwinkels und die Verminderung der Schneckenkopfhöhe allein sind weniger zu empfehlen, weil sie die Größe des Eingrifffeldes zu stark beeinträchtigen.

Zu b) Schnitte parallel zur Radmittelebene liefern um so spitzere Zähne, je weiter sie von derselben abliegen. Im linken Teil der Abb. 1980 ist der Mittelschnitt, im rechten ein Schnitt längs der Ebene — III durch das Rad des vorstehend behandelten Beispiels dargestellt. Verlängert man im ersteren die Zahnflanken bis zu ihrem Schnitt, so findet man durch Übertragen des zugehörigen Halbmessers R_s in den Seitenriß, Abb. 1977, den Punkt S_0 . S_{III} sind die beiden den Spitzen entsprechenden Punkte in den Ebenen + III und — III. Die Linie $S_{III}S_0S_{III}$ bildet die Grenze für die Ausbildung der Schneckenradzähne; reichen diese an die Linie heran, so entstehen Schneiden, die bei hartem Werkstoff die Schnecke angreifen, namentlich aber durch Abschaben des Öles oder Fettes die Schmierung beeinträchtigen können und deshalb ganz vermieden oder mindestens auf der Seite, wo die Schnecke in das Rad eintritt, gut abgerundet werden sollten. Die äußere Begrenzung des Schneckenrades, Abb. 1977, liegt bei spielfreien Zähnen gerade noch innerhalb des brauchbaren Gebiets. Praktisch kann man die schwach gekrümmte Verbindungslinie der Spitzen durch die Tangente in der Mittelebene ersetzen, braucht also nur S_0 im Mittelschnitt zu bestimmen und dort ein Lot auf der Mittellinie zu errichten.

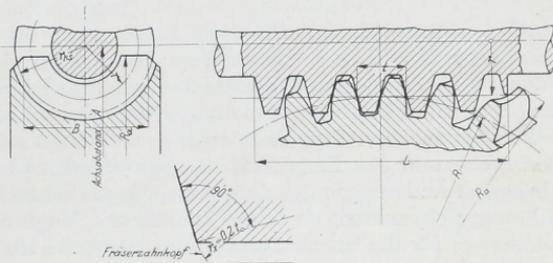


Abb. 1981. Zur Untersuchung der Schneckentriebe von W. Wolff.

Verbindungsline der Spitzen durch die Tangente in der Mittelebene ersetzen, braucht also nur S_0 im Mittelschnitt zu bestimmen und dort ein Lot auf der Mittellinie zu errichten.

Schnitt — III, Abb. 1980, findet man wie folgt: Radiale Schnittebenen durch die Schnecke, die in Abb. 1977 unter je $7\frac{1}{2}^{\circ}$ voneinander, entsprechend je $\frac{1}{48}$ des Umfangs angenommen wurden, liefern die gleichen Profile wie der Mittelschnitt, erscheinen aber im Seitenriß verkürzt und der Steigung der Schnecke entsprechend verschoben. In der unter 45° liegenden Ebene beträgt z. B. die Verschiebung $\frac{6}{48} h_0 = \frac{1}{8} \cdot 19,05 = 2,38$ mm. Durch Abtragen dieser Größe auf der herübergeloteten äußeren und inneren Begrenzungslinie der Zahnücke findet man das Profil im Aufriß und auf ihm durch die Parallele zur Achse durch den Schnittpunkt T der Ebene — III zwei Punkte A und B des gesuchten Schneckenschnittes. Zu den schwach gekrümmten Flanken sucht man nach dem allgemeinen Verfahren, Seite 1031, durch Errichten von Profiloten und mit Hilfe der Eingriffslinien + III und — III die Gegenflanken. Linie — III gehört zur linken, das Spiegelbild von + III zur rechten Lückenseite. Man findet nahezu in Spitzen zusammenlaufende Zähne.

Nach Stribeck tritt bei Evolventenverzahnung mit $0,3t$ Kopfhöhe noch keine Spitzenbildung ein, wenn der Winkel γ , Abb. 1970, nach:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{r + 0,6t} \quad (613)$$

gewählt wird, wobei die Größe a von der Zahnzahl z , wie folgt, abhängt:

$z = 28$	36	45	56	62	68	76	84
$a = 1,9$	2,1	2,3	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9

Zu c) Die Eingrifffläche ist nach Abb. 1973 eine gekrümmte Raumfläche mit zwei geraden Linien, nämlich der Eingriffgeraden im Mittelschnitt und der Berührungslinie der beiden Teilrißflächen, die sich in der genannten Abbildung im Punkte O projiziert. Zu diesen beiden Geraden tritt bei Steigungswinkeln über $90^\circ - \beta$ eine dritte, die in der Berührungsebene der Teilrisse parallel zur Schneckenachse läuft. Jenseits dieser Linie ergeben sich keine brauchbaren Zahnflächen. Bei Steigungswinkeln von mehr als 30° rückt sie so nahe, daß sie die Radbreite einschränkt. Da aber so große Steigungen praktisch kaum verwendet werden, sei auf diesen Fall hier nicht näher eingegangen [XXV, 1].

Auf Grund seiner Untersuchungen empfiehlt Wolff [XXV, 20], den Flankenwinkel $\alpha = 15^\circ$, die Zahnkopfhöhe im Mittelschnitt $0,3t$ oder $\frac{t}{\pi}$, die Fußhöhe $0,4t$ oder $1,2 \cdot \frac{t}{\pi}$ zu nehmen und die Fräserköpfe nach Abb. 1981 abzurunden. Die Gangzahl i ist auf Grund der Festigkeit der Schneckenwellen nach Zusammenstellung 152, der Achsabstand A unter Bezugnahme auf die Bezeichnungen in Abb. 1981 bei ein- bis dreigängigen Schnecken:

$$A = R + r + it \left(\frac{0,15}{i} - \xi \cdot \frac{0,01}{u} \right) \quad (614)$$

zu wählen. Werte für ξ enthält die Liste. Fällt der Klammerausdruck negativ aus, so nehme man $A = R + r$. Dieser Wert gilt auch für vier- oder mehrgängige Schnecken. Bei den eben besprochenen Verschiebungen der Schnecke bleibt der Teilzylinder des Rades erhalten, auf welches stets die gleiche Teilung übertragen wird. Verändert werden aber der Abstand r des Schneckenteilrisses und damit auch die Größe e , die Eingrifffläche der Schnecke und das Eingriffeld des betreffenden Getriebes. Daraus folgt aber auch, daß beliebige Änderungen des Achsabstandes an Schneckentrieben trotz der Evolventenverzahnung nicht zulässig sind. Die Zahndicken, Kopf- und Fußhöhen werden im gleichen Sinne, wie es für die Stirnradverzahnung auf Seite 1047 besprochen wurde, beeinflußt.

Zusammenstellung 152. Zahlenwerte zur Berechnung von Schneckentrieben nach W. Wolff.

Steigung α_1^0	Mindestgangzahl				Werte ξ			Werte tg φ
	1. Vollsnecken. Radzähne aus		2. Hohlnecken. Radzähne aus		$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	
	Gußeisen	Phosphor- bronze	Gußeisen	Phosphor- bronze				
6	1	1	1	1	0,65	0,83	1,00	0,110
8	1	1	1	2	0,55	0,83	1,00	
10	1	1	1	2	0,43	0,78	1,00	0,075
12	2	2	2	3	0,30	0,73	1,00	
14	2	2	2	3	—	0,68	0,96	0,060
16	2	2	2	3	—	0,63	0,89	
18	2	2	2	3	—	0,50	0,83	0,045
20	3	3	3	4	—	0,31	0,72	
22	3	3	3	5	—	—	0,63	0,030
24	3	3	3	5	—	—	0,46	
26	3	3	3	—	—	—	0,31	0,020
28	4	4	4	—	—	—	—	
30	4	4	4	—	—	—	—	0,015

Das Eingriffeld wird nach Abb. 1972 bei zylindrischer Außenbegrenzung des Rades am größten. Der zugehörige Außenhalbmesser, Abb. 1981, sei:

$$R_a = R + 0,1 [t + A - (R + r)] \ln 4z. \quad (615)$$

Die Zahnbreite B betrage:

$$B = 1,8 \text{ bis } 1,9 \sqrt{r_{ks}^2 - (A - R_0)^2}, \quad (616)$$

wobei der kleine Wert für Zahnzahlen unter 20 gilt. Die Länge der Schnecke und auch die des Fräasers zur Bearbeitung der Radzähne wird:

$$L = 2 (\sqrt{R_a^2 - R^2} - R \operatorname{tg} \varphi) + 0,8t. \quad (617)$$

ihm wird neben dem Antrieb im Drehzahlverhältnis eine zusätzliche Bewegung erteilt, durch welche er sich langsam in die Zähne hineinschraubt. Die Länge der Betriebschnecke darf bei der ersten Art der Bearbeitung keinesfalls größer als die des Werkzeugs sein.

Die Fräuserschneidkanten hüllen die Zahnflächen ein, erzeugen aber um so stärker gebrochene oder abgesetzte Flanken, je weniger Schneidkanten vorhanden sind oder zur Wirkung kommen. Es ist deshalb notwendig, alle wichtigeren Triebe, in ihrem Gehäuse eingebaut, unter allmählich zunehmender Belastung einlaufen zu lassen. Das Gehäuse wird mit Maschinenöl gefüllt, das öfter zu erneuern ist; besondere Schleifmittel sind unnötig, im Gegenteil schädlich, weil sie sich in den Poren mancher Werkstoffe festsetzen und durch

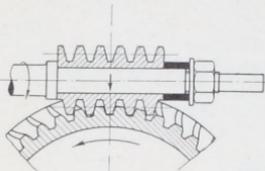


Abb. 1983. Bearbeitung eines Schneckenrades unter radialer Zustellung der Frässhnecke.

dauerndes Schleifen zerstörend wirken, außerdem aber auch die Lager angreifen. Das Einlaufen, das also lediglich durch den Druck bei hohen Gleitgeschwindigkeiten erreicht wird,

ist beendet, wenn das Eingrifffeld in den Radzähnen gleichmäßig und deutlich hervortritt. Selbst an unbearbeiteten, gußeisernen Getrieben lassen sich betriebsbrauchbare Flächen durch richtig geleitetes Einlaufen erzielen. Dabei machte Striebeck

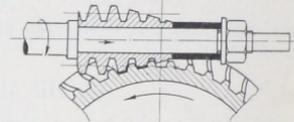


Abb. 1984. Bearbeitung eines Schneckenrades unter tangentialer Zustellung des Fräasers.

[XXV, 18], die Erfahrung, daß das Anpassen der Flächen am schnellsten bei großer Gleitgeschwindigkeit stattfindet, die Glättung und Verdichtung der Oberfläche aber am besten bei mäßiger Geschwindigkeit unter allmählicher Steigerung der Belastung, bis nahe an die Grenze, bei der die Zähne rau zu werden beginnen, erreicht wird.

4. Die für Schneckentriebe verwandten Werkstoffe.

Die Schnecken werden zweckmäßig aus hartem und gegen Verschleiß widerstandsfähigem Werkstoff hergestellt, damit die Abnutzung beim Einlaufen und im Betriebe vorwiegend an den Radzähnen eintritt, die Schneckenform dagegen dauernd erhalten bleibt. An billigen, gering belasteten Trieben findet man gußeiserne oder Stahlgußeisen-schnecken im Eingriff mit gußeisernen Rädern. Unbearbeitet dürften sie für Gleitgeschwindigkeiten bis zu etwa 2,5 m/sec verwendet werden. Darüber hinaus ist Bearbeitung oder mindestens sorgfältiges Einlaufenlassen notwendig. Bei höheren Geschwindigkeiten und Ansprüchen benutzt man Stahlschnecken, die sorgfältig bearbeitet und poliert, manchmal zur Erhöhung der Glätte auch noch gehärtet werden, wobei aber das namentlich an langen Schnecken oft störend wirkende Verziehen sorgfältig berücksichtigt werden muß. Sie nach dem Härten zu schleifen, bietet Schwierigkeiten aus ähnlichen Gründen, wie beim Bearbeiten der Schnecken durch Scheibenfräser besprochen wurde. Vielfach wird deshalb gehärtetem Stahl naturharter vorgezogen. Für die Schneckenräder kommen Gußeisen und bei hohen Anforderungen vor allem Phosphor- und Aluminiumbronzen in Frage. An größeren Rädern stellt man zur Beschränkung der Kosten nur die Kränze aus Bronze her und setzt oder zieht sie auf gußeiserne oder Stahlgußkörper auf. Zu Radkränzen ist Stahlguß ungeeignet infolge seiner Neigung zum Fressen bei hohen Gleitgeschwindigkeiten.

5. Berechnung der Schneckentriebe.

In Abb. 1982 ist angenommen, daß sich die zwischen der Schnecke und dem Schneckenrade auftretenden Kräfte zu einem Zahndruck P im Wälzpunkte O zusammenfassen lassen. P steht senkrecht zur Schneckenoberfläche und kann für die Zwecke der Festigkeitsrechnung in drei Seitenkräfte zerlegt werden:

$$U' = P \cdot \sin \beta' \cdot \cos \alpha_1$$

parallel zur Schneckenachse,

radial gerichtet und

$$R = P \cdot \cos \beta'$$

$$T' = P \cdot \sin \beta' \cdot \sin \alpha_1$$

senkrecht zur Schneckenachse und zum Wälzpunktabstand r . Dabei steht β' zum Neigungswinkel β der Erzeugenden in der Beziehung:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha_1} \quad \text{wobei } \operatorname{tg} (90 - \alpha_1) \approx 1 \quad \beta = 75^\circ \text{ siehe S. 1113} \quad (19)$$

P erzeugt ferner die tangential an der Schraubenfläche angreifende, dem Drehsinne entgegengesetzt gerichtete Reibung $\mu \cdot P$, welche bei der Zerlegung, wie der Deutlichkeit wegen am zweiten Schneckenangang gezeigt ist, zwei Seitenkräfte liefert:

$$U'' = \mu \cdot P \cdot \sin \alpha_1$$

parallel zur Schneckenachse wirkend, und die Tangentialkraft $T'' = \mu \cdot P \cdot \cos \alpha_1$. Vernachlässigt ist hierbei die Reibung beim Abwälzen der Zahnflanken in radialer Richtung.

Summiert man die Kräfte in den drei Richtungen, so ergibt sich:

1. die Axialkraft an der Schnecke:

$$U = U' - U'' = P (\cos \alpha_1 \cdot \sin \beta' - \mu \cdot \sin \alpha_1). \quad (620)$$

Sie beansprucht die letztere je nach Anordnung des Stützlagers auf Zug oder Druck, erzeugt nach Abb. 1985 in den Lagern die Drucke $\frac{U \cdot r}{l}$ und beansprucht die bei-

derseits gelagerte Schneckenwelle mit dem Moment:

$$M_{bU} = \frac{U \cdot r}{l} \cdot \frac{l}{2} = \frac{U \cdot r}{2} \quad (621)$$

auf Biegung. Sie verlangt gute Abstützung der Schnecke in axialer Richtung und ist die treibende Kraft am Umfang des Schneckenrades, dessen Welle sie auf Drehung und Biegung in Anspruch nimmt.

2. die Radialkraft:

$$R = P \cdot \cos \beta'. \quad (622)$$

Sie trägt zu den Lagerdrücken bei und beansprucht die Schnecke auf Biegung mit:

$$M_{bR} = \frac{R \cdot l}{4}. \quad (623)$$

Die entgegengesetzt gerichtete Kraft am Schneckenrade belastet die Lager der Radwelle und bedingt eine meist zu vernachlässigende Biegebeanspruchung, wenn das Rad durch Lager in geringem Abstände voneinander gestützt ist.

3. die Tangentialkraft:

$$T = T' + T'' = P (\sin \alpha_1 \cdot \sin \beta' + \mu \cos \alpha_1) \quad (624)$$

welche die Schnecke mit:

$$M_{bT} = \frac{T \cdot l}{4} \quad (625)$$

auf Biegung, außerdem mit dem Moment:

$$M_a = T \cdot r \quad (626)$$

auf Drehung, die Schneckenradwelle auf Biegung beansprucht und als Axialkraft wirkt, so daß auch diese seitlich gut abgestützt werden muß. $M_a = T \cdot r$ ist das zur Erzeugung der Umfangskraft U nötige Antriebsmoment.

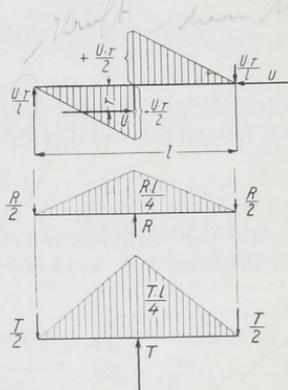


Abb. 1985. Inanspruchnahme einer Schnecke.

Mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ und der zulässigen Annäherung $\sin \beta' = 1$, d. h. unter Vernachlässigung der Flankenneigung der Schnecke, wird:

$$T = \frac{P \sin \alpha_1 \cdot \cos \varrho + \sin \varrho \cdot \cos \alpha_1}{\cos \varrho} = \frac{P \sin (\alpha_1 + \varrho)}{\cos \varrho}.$$

Da aus der Beziehung (620):

$$U = \frac{P \cos \alpha_1 \cdot \cos \varrho - \sin \alpha_1 \cdot \sin \varrho}{\cos \varrho} = \frac{P \cos (\alpha_1 + \varrho)}{\cos \varrho} \quad \text{oder} \quad P = \frac{U \cos \varrho}{\cos (\alpha_1 + \varrho)}$$

folgt, wird schließlich:

$$T = U \cdot \operatorname{tg} (\alpha_1 + \varrho) \quad (627)$$

und das Antriebsmoment:

$$M_d = T \cdot r = U \cdot r \operatorname{tg} (\alpha_1 + \varrho), \quad (628)$$

sowie entsprechend:

$$R = \frac{U \cos \beta' \cdot \cos \varrho}{\cos (\alpha_1 + \varrho)}.$$

Am reibungslosen Schneckentrieb, also für μ und $\varrho = 0$, würde ein Drehmoment:

$$M_{d_0} = U \cdot r \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$$

notwendig sein, woraus sich für den Wirkungsgrad ohne Rücksicht auf die Verluste in den Lagern die von den Schrauben her bekannte Formel:

$$\eta = \frac{M_{d_0}}{M_d} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} (\alpha_1 + \varrho)} \quad (629)$$

ergibt. Der Wirkungsgrad steigt mit zunehmendem α_1 bis zu einem Höchstwert, der etwa bei 45° liegt, Abb. 1986. Große Steigungen, die hiernach günstig wären, sind aber wegen der schlechten Eingriffverhältnisse nicht zu empfehlen. Man pflegt gewöhnlich mit α_1 nicht über 18 bis 20° hinauszugehen, äußerstenfalls $\alpha_{1\max} = 30^\circ$ zu nehmen, hält dagegen die Reibung durch Glätte der Flächen und Schmierung mit dickem Öl niedrig. Tatsächlich hat, wie die Abbildung zeigt, der Steigungswinkel bei günstigen Reibungsverhältnissen nur geringen Einfluß.

Für ϱ und μ gelten:

$$\begin{array}{ll} \text{bei Gußeisen auf Gußeisen} & \dots \quad 6-7^\circ \quad 0,1-0,12 \\ \text{bei Stahlschnecke auf Bronzerad} & 2-3^\circ \quad 0,03-0,05 \end{array}$$

Die kleineren Werte sind nur bei sehr sorgfältiger Ausführung einzusetzen.

Der Wirkungsgrad eines gesamten Schneckentriebes η_s wird durch die Reibung in den Wellen- und Stützlageren noch etwas vermindert, bei Benutzung von Kugellagerungen allerdings in wesentlich geringerem Maße als bei Kammlagern. Man kann:

$$\eta_s = \eta \cdot \eta'_i \cdot \eta''_i \quad (630)$$

setzen, wobei η'_i die Verluste in der Lagerung der Schnecke, η''_i diejenigen der Schneckenradwelle in Form von Wirkungsgraden kennzeichnen, die zu $\eta'_i = 0,98-0,97$ bei Kugellagerungen und sorgfältiger Ausführung, zu $\eta'_i = 0,95 \dots 0,91$ bei Kammlagern und weniger guter Durchbildung und Wartung und zu $\eta''_i = 0,98$ angenommen werden können.

Praktisch ist der Wirkungsgrad in starkem Maße von der Belastung, von den verwendeten Werkstoffen und deren Oberflächenzustand, der Schmierung und wie die fol-

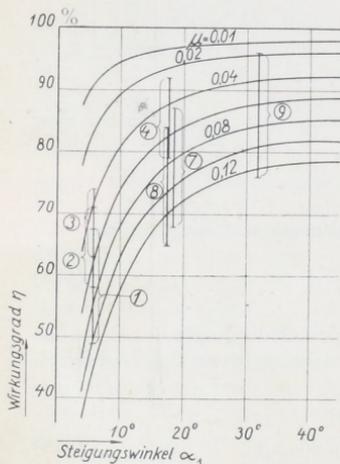


Abb. 1986. Wirkungsgrad von Schneckenrieben in Abhängigkeit vom Steigungswinkel und der Reibungszahl.

gende Zusammenstellung einiger Laboratoriumsversuche zeigt, von der Gleitgeschwindigkeit abhängig. Die angeführten Zahlen gelten für Dauerbetrieb nach Erreichen des Beharrungszustandes, sind also Höchstwerte, die im gewöhnlichen Betriebe und beim Einlaufen nicht immer erreicht werden. Im einzelnen wirkt höhere Öltemperatur bei mäßigen und mittleren Belastungen günstig, läßt dagegen bei hohen Drucken den Wirkungsgrad abnehmen. Mit steigender Belastung wächst η unter sonst gleichen Umständen rasch bis zu einem Höchstwerte und nimmt dann langsam ab. Größere Gleitgeschwindigkeit gibt nach den Versuchen von Stribeck bei Gußeisen auf Gußeisen und gleicher Öltemperatur höhere Wirkungsgrade, vgl. laufende Nummer 1 bis 3, ist dagegen nach Versuch 4 und auch 6 von geringem Einfluß bei gehärtetem Stahl auf Phosphorbronze.

Die Zahlen für η_s aus der Zusammenstellung 153 sind unter den Versuchsnummern in Abb. 1986 eingetragen. Für die Ermittlung des Zahndrucks kommt nur das Produkt $\eta_i = \eta \cdot \eta'_i$ in Betracht, weil der durch η'_i gekennzeichnete Verlust erst an der Schneckenradwelle auftritt.

Steilgängige Schneckenriebe ermöglichen auch Übersetzungen ins Schnelle. Bezeichnet $\alpha'_1 = 90^\circ - \alpha_1$ den Steigungswinkel der Radzähne in der Mittelebene, so ergibt sich das zur Erzeugung einer Umfangkraft T an der Schnecke nötige Antriebsmoment M'_d in ähnlicher Weise, wie oben abgeleitet:

$$M'_d = T \cdot r = U \cdot r \cdot \text{ctg}(\alpha'_1 - \varrho) \quad (631)$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta' = \frac{\text{ctg} \alpha'_1}{\text{ctg}(\alpha'_1 - \varrho)}. \quad (632)$$

Für $\alpha'_1 = 90^\circ + \varrho$ oder für einen Schneckensteigungswinkel $\alpha_1 = \varrho$ wird $M'_d = \infty$; der Antrieb der Schnecke seitens des Rades ist nicht mehr möglich, mit anderen Worten, der Schneckenrieb wird für Steigungswinkel, die kleiner als der Reibungswinkel sind, selbsthemmend, eine Eigenschaft, die oft benutzt wird, um beim Aufhören des Antriebs durch die Schnecke ein Rückwärtslaufen zu verhindern. Der Wirkungsgrad solcher Getriebe sinkt rechnermäßig nach (629) beim Vorwärtslauf allerdings auf:

$$\eta = \frac{\text{tg} \varrho}{\text{tg} 2\varrho} \approx 0,5,$$

wird also ungünstig; praktisch steigt er aber beim Laufen mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit und kann etwa 70% erreichen.

Maschinenfabrik Rhenania gibt an, daß an selbsthemmenden Schneckenrieben $\alpha_1 < 4^\circ 30'$ sein muß.

Bei der Festigkeitsrechnung sind für die Ermittlung der Teilung, da die Schneckengänge durch ihre Form sehr widerstandsfähig sind, die Zähne des Rades maßgebend. Aber auch sie zeigen günstige Verhältnisse, weil der Zahndruck infolge der runden Zahnfüße im Mittel an einem kürzeren Hebelarm angreift, als bei Stirnradzähnen und weil bei gut eingelaufenen Getrieben auf das gleichzeitige Eingreifen mehrerer Zähne gerechnet werden darf. Andererseits tritt durch die Schrägstellung der Zähne eine Verringerung der Ansatzbreite am Grunde ein. So lange dieselbe nicht sehr beträchtlich ist, pflegt man die auf Seite 1067 abgeleitete Formel (555):

$$U = k \cdot b \cdot t$$

auch auf Schneckenräder anzuwenden und dabei die Breite b am Grunde des Zahnes zu

messen. $U = \frac{T}{\text{tg}(\alpha_1 + \varrho)}$ geht mit $\frac{\text{tg} \alpha_1}{\text{tg}(\alpha_1 + \varrho)} = \eta$ und $\text{tg} \alpha_1 = \frac{i \cdot t}{2\pi r}$ über in:

$$U = \frac{T \cdot \eta}{\text{tg} \alpha_1} = \frac{2\pi T \cdot r \cdot \eta}{i \cdot t} = \frac{2\pi M_d \cdot \eta}{i \cdot t}.$$

Führt man $U = k \cdot b \cdot t = k \cdot \psi \cdot t^2$ ein und berücksichtigt die Reibungsverluste in den Schneckenlagern dadurch, daß man η durch $\eta_1 = \eta \cdot \eta'_i$ ersetzt, so folgt die Teilung t ,

Laufende Nr	Schnecke				Schneckenrad							
	Gangzahl	Halbmesser r mm	Teilung t mm	Steigungswinkel α_1	Zahnzahl z	Teilkreisdurchmesser D mm	Zahnbreite, am Grunde gemessen, b mm	Drehzahlen	Umfangsgeschwindigkeit v m/sek	Gleitgeschwindigkeit m/sek	Umfangskraft U kg	Bezugs- wert
1	1	40	$8\pi = 25,13$	$5^\circ 43'$	30	240	77	$\frac{360}{12}$	1,5	1,51	80—1000	5,2—
2	—	—	—	—	—	—	—	$\frac{600}{20}$	2,5	2,51	80—600	5,2—
3	—	—	—	—	—	—	—	$\frac{950}{31,7}$	4	4,02	80—300	5,2—
4	2	41	$13\pi = 40,8$	$17^\circ 36'$	30	390	104	$\frac{150 \dots 352}{10 \dots 23,5}$	0,64—1,51	0,67—1,58	250—1960	5,9—
5	—	—	—	—	—	—	—	$\frac{745}{49,6}$	3,20	3,36	250—1230	5,9—
6	—	—	—	—	—	—	—	$\frac{1476}{98,5}$	6,33	6,64	250—750	5,9—
7	2	40	41,84	$18^\circ 25'$	—	—	—	—	—	—	—	—
8	3	38,3	$1'' = 25,4$	$17^\circ 34'$	30	242,6	78	$\frac{64 \dots 2145}{6,4 \dots 214,5}$	0,26—8,6	0,27—9,0	111—1257	5,6—
9	5	47,5	37	$31^\circ 48'$	68	800,9	—	$\frac{780}{57}$	3,88	4,57	58—833	—

falls das Drehmoment M_d gegeben ist, aus:

$$t = \sqrt[3]{\frac{6,3 \cdot M_d \cdot \eta_I}{i \cdot k \cdot \psi}} \text{ in cm} \quad (633a)$$

oder der Modul:

$$m = \sqrt[3]{\frac{200 M_d \cdot \eta_I}{i \cdot k \cdot \psi}} \text{ in mm.} \quad (633b)$$

Beträgt die bei n Umdrehungen in der Minute zu übertragende Leistung N Pferdestärken, so führt die Beziehung $M_d = 71620 \frac{N}{n}$ zu:

$$t = \sqrt[3]{\frac{450000 \cdot \eta_I \cdot N}{i \cdot k \cdot \psi \cdot n}} \text{ in cm} \quad = 10 \sqrt[3]{\frac{N}{i \cdot k \cdot \psi \cdot n}} \quad (634a)$$

und

$$m = \sqrt[3]{\frac{14500000 \cdot \eta_I \cdot N}{i \cdot k \cdot \psi \cdot n}} \text{ in mm.} \quad (634b)$$

Falls die Leistung in Kilowatt ausgedrückt ist, wird:

$$t = \sqrt[3]{\frac{614000 \cdot \eta_I \cdot N_{kW}}{i \cdot k \cdot \psi \cdot n}} \text{ in cm} \quad (635a)$$

und

$$m = \sqrt[3]{\frac{19700000 \cdot \eta_I \cdot N_{kW}}{i \cdot k \cdot \psi \cdot n}} \text{ in mm.} \quad (635b)$$

Das Verhältnis $\psi = \frac{b}{t}$ liegt bei bearbeiteten Zähnen zwischen 2...2,5...2,8, bei unvollkommenen Zahnformen zwischen 1,5 und 1,8.

Zur angenäherten Vorausbestimmung des Wirkungsgrades in den vorstehend abgeleiteten Formeln dient Abb. 1986. Die Reibungszahl μ hängt von der Art der Bearbei-

Versuche mit Schneckenrieben.

Werkstoff und Zustand	Reibungszahl μ	Wirkungsgrad der Verzahnung η %	Wirkungsgrad des gesamten Triebes η_s %	Bemerkungen
Gußeiserne Hohl- schnecke auf Gußeisen, unbearbeitet, nach gutem Einlaufen	0,047	68	49—67,5	Stribeck, Z. V. d. I. 1898, S. 1156. Ring- schmierlager, einseitiges Kugelstütz- lager, 60° Öltemperatur.
	0,035	73,8	58—71	
	0,025	79,7	63—74	
Stahlschnecke, gehärtet, auf Phosphorbronze, sorgfältig be- arbeitet	—	—	83—92	Stribeck: Z. V. d. I. 1897, S. 968.
	—	—	85—91	
	—	—	79—89	
—	—	—	68—87	Stodola: Schweiz. Bauzg 1895, S. 16.
Stahlschnecke, ungehärtet, auf Phosphorbronze	—	—	65—84	Bach u. Roser: Z. V. d. I. 1903, S. 221. Ringschmierlager, Kugelstützlager. Sehr zähflüssiges Zylinderöl. Öltemperaturen bis 120° erreicht.
Stahlschnecke auf Bronze	0,01	—	76—96	Westberg: Z. V. d. I. 1902, S. 915. Ring- schmierlager, Kugelstützlager. 25 PS Normalleistung.

tion und der Wartung ab, während der Steigungswinkel α_1 , wie Zusammenstellung 154 zeigt, durch die Gangzahl und die Ausführung der Schnecke als Voll- oder als Hohl-
schnecke, vgl. Abb. 1990 und 1992, beeinflusst wird.

Zusammenstellung 154.

Steigungswinkel α_1 in Abhängigkeit von Gangzahl und Ausführung der Schnecke.

Gangzahl	1	2	3	4
Schnecke aus dem Vollen	7—10—(12) ⁰	14—17—(20) ⁰	20—24—(27) ⁰	25—29—(33) ⁰
Hohl- schnecke	4—6 ⁰	8—10 ⁰	10—14 ⁰	12—17 ⁰

Die niedrigen Werte gelten für kleine Teilungen bis zu etwa 8π , die hohen für große, während sich die eingeklammerten nur bei äußerster Beschränkung des Schnecken-
durchmessers, hohen Belastungen und großen Umdrehzahlen erreichen lassen. Beispiel-
weise findet man a) für eine rasch laufende zweigängige, volle Stahlschnecke im
Eingriff mit sorgfältig bearbeitetem Bronzeschneckenrad im Ölbad mit $\alpha_1 = 17^\circ$ und
 $\mu = 0,02$ aus Abb. 1986 $\eta = 0,93$, b) für ein unbearbeitetes gußeisernes Getriebe mit
eingängiger Hohl-
schnecke bei $\alpha_1 = 5^\circ$ und $\mu = 0,1$, $\eta = 0,47$. Mit diesen Werten für den
Wirkungsgrad bestimmt man die Teilung nach einer der Formeln (633) bis (635) und
rechnet dann zur Sicherheit nach, ob der angenommene Wirkungsgrad richtig geschätzt
war. Vgl. Zahlenbeispiele 11 und 12.

Bei der Wahl von k sind die Ausführungen auf Seite 1071 sinngemäß zu beachten.
Für den Fall, daß die Festigkeit der Zähne maßgebend ist, also bei Betrieb mit Unter-
brechungen, aber unter der Voraussetzung, daß die Räder sorgfältig bearbeitet und
gut eingelaufen sind, sowie daß mindestens zwei Zähne gleichzeitig im Eingriff stehen,
sind zulässige Werte für k :

Zusammenstellung 155. Belastungszahlen k an Schneckenrieben.

Umfangsgeschwindigkeit der Schnecke im Teilzylinder	0,5	1	2,5	5	7,5	m/sek
Gußeisen	30	24	17	12	—	
Phosphorbronze	60	48	34	25	13	
Aluminiumbronze	—	50	—	—	—	

Die Zahlen dürfen bei seltenen Höchstbelastungen noch überschritten werden. Bei schlechteren Eingriffverhältnissen, niedrigen Zahnzahlen (< 30) und großen Steigungen (über 20°) bleibt man unter den Werten und setzt etwa $0,7k$ ein.

Im Taschenbuch der Hütte (25. Aufl., Bd. II, S. 211) empfiehlt Kutzbach, von der Gleitgeschwindigkeit $v_g = \frac{v}{\cos \alpha_1}$ auszugehen, um den für die Erwärmung der Zähne maßgebenden Einfluß des Gleitens zu berücksichtigen und k zu nehmen im Falle von:

$$\text{Gußeisen auf Gußeisen } (v_g \leq 5 \text{ m/sek}) \quad k = \frac{40}{1 + v_g/2},$$

$$\text{Stahl auf Bronze } (v_g \leq 10 \text{ m/sek}) \quad k = \frac{60}{1 + v_g/2}.$$

Die Werte gelten für eingelaufene Räder, sind aber überschreitbar, wenn für besonders gute Wärmeabfuhr und hohen Wirkungsgrad gesorgt wird.

Den Einfluß der Gleitgeschwindigkeit an dem gußeisernen, gut eingelaufenen Getriebe, laufende Nummer 1 bis 3 der Zusammenstellung 153, zeigen nach Stribeck die folgenden Zahlen, die obere Grenzwerte für k geben, bei denen Anfrassungen zu erwarten sind:

$v = 0,5$	1	2	3	4	m/sek
$k_{\max} = 52$	44	31	25	23	

Der Sicherheit wegen wird man bei Neuberechnungen selbstverständlich unter diesen Werten bleiben und Belastungszahlen etwa in Höhe des $0,6$ fachen wählen. Im allgemeinen hat die Geschwindigkeit um so geringeren Einfluß auf die zulässige Belastung, je vollkommener die Gestalt und Glätte der gleitenden Flächen sowie die Schmierung ist.

Die Ölschicht zwischen den Zähnen muß dauernd erhalten bleiben. Das aber ist im wesentlichen von der Temperatur des Öles, mit der die Dünflüssigkeit steigt, abhängig, und so wird für den Dauerbetrieb der Wärmegrad des Ölbad es entscheidend. Er soll 60° möglichst nicht überschreiten, wenn auch bei den Versuchen von Bach und Roser an dem Schneckenriebe 7 der Zusammenstellung 153 bei Verwendung sehr zähflüssigen Zylinderöls 120° ohne Störung erreicht wurden. Aus den gleichen Versuchen leitete Braun eine Formel für die zulässige Belastung k an ähnlichen Trieben ab, die bei Erwärmung des Ölbad es von 20 auf 60° , also bei einer Temperaturerhöhung von 40° die folgenden Zahlen liefert:

$v = 0,5$	1	2	3	4	5	m/sek
$k = 31$	24	16	12	8,7	6,5	

In sinngemäßer Übereinstimmung mit den Stribeckschen Zahlen muß demnach die Belastung mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit anfangs rascher, später langsamer auch dann abnehmen, wenn bei Dauerbelastung eine gegebene Öltemperatur nicht überschritten werden soll. Bei gleicher Gleitgeschwindigkeit war die Erwärmung annähernd verhältnismäßig der Belastung.

An der Schnecke muß der Kern oder die Nabe die zur Übertragung des Drehmomentes M_a nötige Stärke d_0 haben. Dadurch wird der Schneckendurchmesser bestimmt, den man im übrigen geringer Gleitgeschwindigkeit wegen so klein wie möglich hält. Mit $k_a = 120 \text{ kg/cm}^2$ für Stahl (einem niedrigen Wert in Rücksicht auf die hohen Nebenbeanspruchungen der Schnecken, wie sie im Berechnungsbeispiel 13b nachgewiesen sind), wird bei vollem Querschnitt:

$$d_0^3 \approx 5 \frac{M_a}{k_a} = \frac{M_a}{24} = 3000 \frac{N}{n}. \quad (636)$$

An Stahlgußschnecken dürfte $k_d = 100$ oder:

$$d_0^3 = \frac{M_d}{20} = 3600 \frac{N}{n}, \quad (637)$$

an gußeisernen $k_d = 30$ oder:

$$d_0^3 = \frac{M_d}{6} = 12000 \frac{N}{n} \quad (638)$$

zweckmäßig sein. Für die Nabenwandstärken von Hohl- und Vollschnecken, die auf besondere Wellen aufgesetzt werden, Abb. 1992, nimmt man 0,5 . . . 0,6 t .

6. Gestaltung und Ausführung der Schneckentriebe.

Die günstigsten Eingriff- und Betriebsverhältnisse treten bei Schneckensteigungen zwischen 15° und 18° und bei mehr als 30 Zähnen am Schneckenrade auf, Werte, die man durch geeignete Wahl der Gangzahl bei möglichster Einschränkung des Schnecken- und Schneckenradmessers geringer Gleitgeschwindigkeit halber einzuhalten sucht. Größere Steigungen führen zu stark unsymmetrischen Eingriffeldern, in deren langem Schenkel mit ungünstigen Gleit- und Schmiegungsverhältnissen zu rechnen ist, weil dort die Eingriffslinien sehr flach und dementsprechend die zugehörigen Zahnprofile steil verlaufen. Kleinere Steigungen beeinträchtigen die Wirkungsgrade. Niedrige Zahnzahlen am Schneckenrade bedingen Unterschneidungen, die durch richtige Einstellung der Fräs- und Betriebschnecke eingeschränkt werden können.

Die Teilung, aus den zu übertragenden Kräften berechnet, wird nach den vorhandenen Werkzeugen und Maschinen in englischen Zollen, Millimetern oder unter Benutzung eines 97zähligen Rades bei der Bearbeitung im Modulmaß gewählt. Das Verlangen, die Achsentfernung $a = \frac{D+d}{2}$ in Millimetern zu bekommen, läßt sich durch geeignete Wahl des Schneckenteildurchmessers d erfüllen. Vgl. Beispiel 12 und 13.

Der Forderung eines kleinen Durchmessers d entspricht die Ausführung der unmittelbar aus der Welle geschnittenen Vollschncke am besten.

Um für Rechts- und Linkslauf geeignete Schnecken zu bekommen, wird ihre Länge gewöhnlich symmetrisch zur Mittenebene ausgeführt. Bei nur einer Umlaufrichtung ist aber nicht ausgeschlossen, die Schnecke dem unsymmetrischen Eingriffeld entsprechend auf der Hinterseite kürzer, auf der Vorderseite länger zu halten.

Abb. 1987 bis 1989 zeigen verschiedene Befestigungsarten von Bronzekränzen auf gußeisernen Radscheiben. In Abb. 1987 ist für das richtige Aufsetzen ein seitlicher Anschlag vorgesehen und die Mitnahme des Rades durch eingepaßte Bolzen erreicht. In Abb. 1988 ist der Kranz warm aufgezogen oder mit Festsitz aufgezogen und durch Paßschrauben gesichert. Auch nach Abb. 1989 mit Bronze umgossene, dann aber volle Radscheiben werden ausgeführt, weil Räder mit Speichen oder Aussparungen unter den hohen Spannungen, welche die beim Erkalten schrumpfenden Kränze erzeugen, sich verziehen oder brechen.

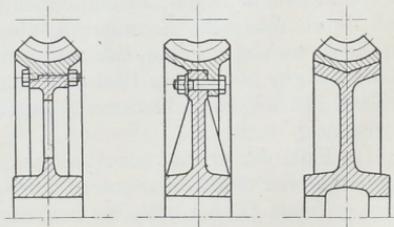


Abb. 1987 bis 1989. Befestigung von Schneckenradkränzen.

Äußerst wichtig ist der sorgfältige Zusammenbau und die dauernde Erhaltung der richtigen Lage der Schnecke und des Rades zueinander. Wie schon oben erwähnt, muß die Betriebschnecke genau dieselbe Lage wie die Frässhnecke bei der Bearbeitung haben. Wenn sich, wie es öfter vorkommt, Schneckentriebe gleicher Art in einem Falle sehr gut, in einem anderen nicht bewähren, so ist das meist auf fehlerhaften Zusammenbau zurückzuführen. Schon geringe Abweichungen bezüglich der Achsentfernung, Stellung der Achsen oder der Mittelebenen haben namentlich bei langen Schnecken

oder breiten Zähnen unruhigen Lauf und starken, oft nicht mehr zur Ruhe kommenden Verschleiß der Zähne zur Folge. Treten Beschädigungen an den Zahnnecken, namentlich auf der Austrittseite der Schnecke auf, so kann gelegentlich, sofern die Belastung nicht zu hoch wird, durch Kürzung der Schnecke Abhilfe geschaffen werden, weil dabei die ungünstigsten Teile der Eingriffsfläche wegfallen.

Stets ist der Einbau der Triebe in gemeinsamen Lagergestellen oder Gehäusen anzustreben, die die Teile möglichst unmittelbar durch die Lager fassen und den Kräfte-schluß herbeiführen sollen, weil Formänderungen und Durchbiegungen den Gang empfindlich stören können. Die Lager sind so reichlich zu bemessen, daß keine Abnutzung, die den Achsabstand verändern würde, eintritt. Lager rasch laufender Schnecken werden meist mit Weißmetall ausgegossen, die der langsamer laufenden Radwellen als Bronzebüchsen ausgeführt, wenn Gußeisen nicht ausreicht.

Auch in axialer Richtung sind Schnecke und Rad festzulegen. Bei Getrieben mit nur einem Drehsinn genügt ein Drucklager für die Haupttrichtung, für die andere aber ein Bund, Stellung oder Anschlag, Abb. 1990, wo eine gehärtete, durch eine Schraube

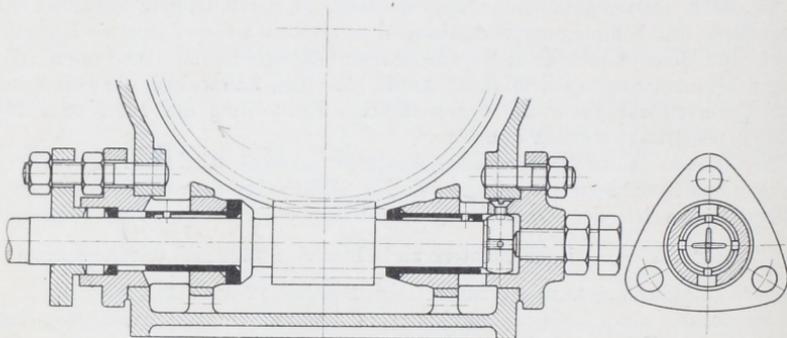


Abb. 1990. Getriebe mit unten liegender Schnecke.

nachstellbare Scheibe den Hauptdruck aufnimmt. Sie ist außen kugelig abgedreht, damit sie sich dem Wellende entsprechend einstellen kann. Das Öl wird der Mitte der Lauf-fläche durch Schlitze und Bohrungen zugeführt und dort durch radikale Nuten verteilt. Immerhin sind derartige Bauweisen nur für mäßige Belastungen und an Schnecken, die in einem Ölbad liegen, zu empfehlen, weil die im Drucklager entstehende Wärme ledig-lich durch reichliche Schmierung abgeführt werden kann. Schnecken, die vor- und rückwärts laufen sollen, müssen nach beiden Richtungen sorgfältig abgestützt werden. Kammlager nach Abb. 1991 sind konstruktiv einfach, billig und namentlich bei stoß-weisem Betrieb empfehlenswert, wegen der schwierigen Schmierung aber nicht immer zuverlässig.

Im Falle der genannten Abbildung ist die Schmierung dadurch erreicht, daß das Öl von unten her den Innenrändern der Kämme zugeführt, an den äußeren aber durch nach oben gehende Löcher und eine Nut wieder abgeführt wird, so daß ein Kreislauf entsteht. Die beiden Lagerhälften werden durch einen darüber geschobenen Deckel zusammen-gehalten und mit der Schnecke gleichzeitig in das Gehäuse eingebracht.

Kugellager, wie sie in neuerer Zeit vorwiegend zur Stützung der Schnecken benutzt werden, zeigen die Abb. 1992, 1994, 2003 und 2004. Was die Anordnung der-selben gegenüber der Schnecke anlangt, so ist die Ausführung nach Abb. 1994, 2003 und 2004 am vorteilhaftesten. Das doppelte Kugellager ist als Ganzes außen angesetzt, be-quem und leicht zugänglich. Zur Schmierung kann es, da es völlig für sich abgeschlossen ist, mit einem für Kugellager geeigneten Mittel, Vaseline oder dgl. gefüllt werden. Die beiderseits der Schnecke liegenden Lager der Abb. 1992, denen Öl aus dem Schnecken-

raum zugeführt wird, sind durch die nicht immer vermeidbaren Metallspäne leicht Beschädigungen ausgesetzt. Sie bedingen auch eine größere freie Länge der Welle und können zudem bei Ausdehnungen der Schnecke durch höhere Temperaturen gegenseitig unter Druck kommen und überlastet werden. Ihnen deshalb in axialer Richtung Spiel zu geben, ist bedenklich, weil dann die Kugeln des unbelasteten Lagers nicht richtig laufen. Zur Einstellung der Radmittelebene benutzt man bei kleineren Kräften die genau bearbeitete Gehäusewand oder die Lagerschalenbunde, findet aber auch zwischengelegte Paßringe u. dgl.

Schnellaufende Schneckentriebe werden vorteilhafterweise, wie schon eben angedeutet, in ein Ölbad gelegt und auch deshalb in ein längs aller Fugen gut abgedichtetes Gehäuse, Abb. 1991 und 2003, eingeschlossen, das im unteren Teil mit dickem Öl, oft unter Zusätzen von Graphit oder Fett, gefüllt gleichzeitig zur Lagerung des Getriebes

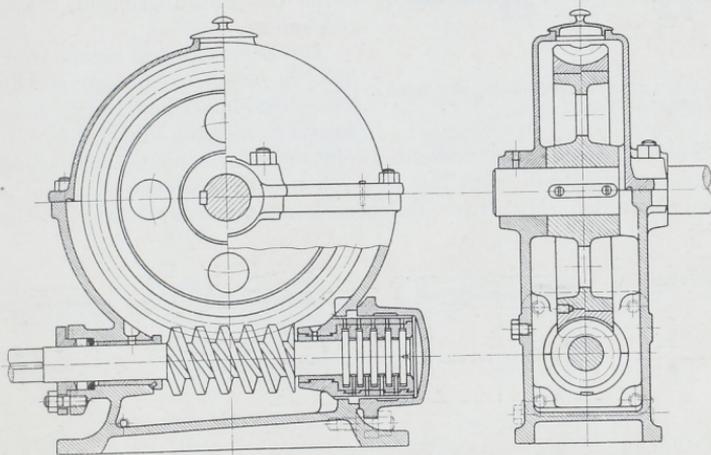


Abb. 1991. Schneckengetriebe mit Kammlager.

dient. Im tiefsten Punkte des Kastens ist eine Ablassschraube anzubringen, zweckmäßig in Verbindung mit einem schräg angeordneten Boden, Abb. 1991 oder einer vertieften Sammelstelle für Schlamm und Metallspäne. Das Öl muß namentlich während der ersten Betriebszeit häufig nachgeprüft und erneuert werden. Zum Einfüllen dient meist einer oder der Deckel, zur Einhaltung der richtigen Höhe eine Ölstandschrabe oder dgl.

Bei wagrechter Lage der Schneckenradwelle kann die Schnecke unter- oder oberhalb des Rades angeordnet werden. Die erste Stellung hat zwar den Vorteil, daß die Schnecke vollständig in Öl läuft, bedingt aber geringere Zugänglichkeit derselben und läßt die Zahnflächen und Lager in stärkerem Maße durch Metallspäne gefährdet erscheinen, die durch die rasch laufende Schnecke hochgerissen, zwischen die Zähne oder in die Lager gelangen. Zudem muß das Gehäuse so abgedichtet werden, daß das Ölbad nicht auslaufen kann. In Abb. 1991 ist zu dem Zwecke eine Stopfbüchse vorgesehen, die aber leicht zu Anständen Anlaß gibt. Das Gehäuse, Abb. 1990, mit ebenfalls untenliegender Schnecke ist symmetrisch zur Mittellinie ausgebildet. Von der einen Seite wird das Lager mit dem Spurzapfen, von der anderen das Gegenlager mit der Stopfbüchse eingeschoben. Der Gehäuseunterteil hat die Hauptkräfte aufzunehmen und kann bei Unterstützung am Boden ohne Schwierigkeit standsicher ausgebildet werden, während der Oberteil, wie in Abb. 1991 angedeutet, als Kappe leicht gehalten werden darf. Zum Fernhalten des Öls von der Fuge sind in der gleichen Abbildung Tropfkanten am unteren Rande des Deckels angebracht. Die mehr zu empfehlende Lagerung der Schnecke oberhalb des Rades zeigen die Abb. 1992 und 2003. Durch Teilung des Ge-

häuses in der Schneckenebene und durch große Schaudedeckel ist die Zugänglichkeit und Überwachung des Laufes gesichert. Die Schmierung fällt zwar nicht so reichlich aus wie im vorigen Falle, genügt aber bei zähem Öl, das von den Radzähnen mitgenommen und der Schnecke zugeführt wird, fast immer. In Abb. 2004 sind die Lager für die rasch laufende Schnecke von dem Getrieberaume völlig getrennt gehalten, wodurch die Möglichkeit gegeben ist, Ringschmierung mit besonderem, dünnflüssigem Öl anzuwenden. Für die ständige Rückführung desselben, die wesentlich ist, damit die Lager nicht trocken

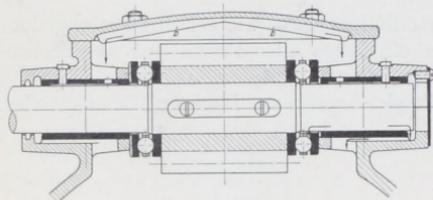


Abb. 1992. Oben angeordnete Schnecke mit innen liegenden Kugellagern.

laufen, ist durch Ölrinnen und Abstreifränder, wie sie in ihren Einzelheiten bei den Lagern näher beschrieben sind, gesorgt. Dagegen werden die Lager in Abb. 1992 durch das von der Schnecke abspritzende und durch die Führungsleisten *b* zugeleitete Öl geschmiert.

Um Schnecke und Schneckenrad zugänglich zu machen, müssen geschlossene Gehäuse geteilt werden. Einige der wichtigeren Ausführungsarten sind in den Abb. 1993a bis g für den Fall einer liegenden Schneckenradwelle und eines außen anzusetzenden Kugellagerstützlagers zusammengestellt, zum Teil auch schon in den voranstehenden Ausführungen näher behandelt worden. Mit einer Teilebene kommt man nach Abb. 1993a aus, nach

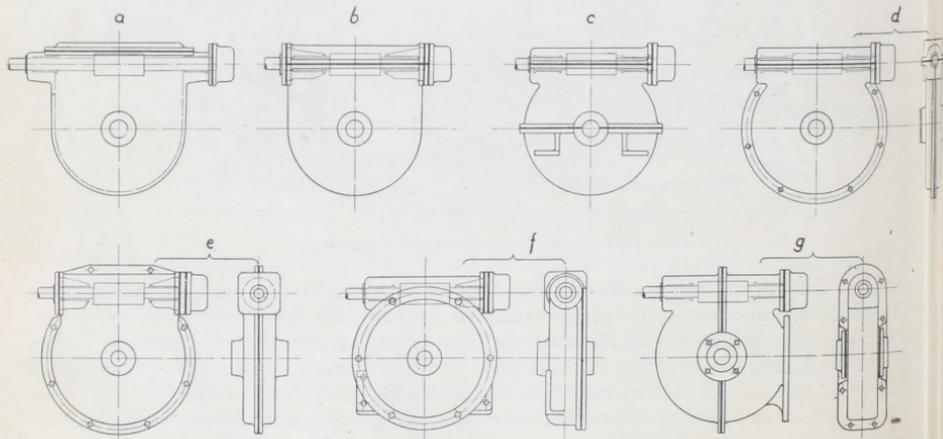


Abb. 1993. Gestaltung von Schneckengehäusen.

welcher das Gehäuse nur durch einen oberen Deckel geschlossen, aber so weit gehalten ist, daß das Schneckenrad von oben her eingebracht werden kann. Beide Wellen müssen allerdings seitlich — die Schneckenwelle durch die hohle Schnecke — durchgesteckt werden. Zudem ergeben sich sehr große Lagerentfernungen und dadurch hohe Beanspruchungen der Schneckenwelle. Die Übelstände sind bei der Ausführung *b* vermieden, bei der die Schneckenlager von der Seite her eingeschoben, beim Ausbau des Rades aber abgenommen werden müssen. Die geringere Lagerentfernung ist durch vermehrte Bearbeitung, das Abdrehen der Flansche am Gehäuse und an den beiden Lagern erkauft. Ausführung *c* zeigt die gebräuchliche Teilung durch zwei parallele Ebenen, die gute Zugänglichkeit und bequemen Zusammenbau aller Teile, besonders bei Aufstellung des Triebes auf einer wagrechten Fläche bietet, aber größere, durch Hobeln oder Fräsen zu bearbeitende und abzudichtende Flächen verlangt. Teilungen längs der Schneckenrad-

ebene oder parallel dazu bringen die Beispiele *d* bis *f*. Die Bearbeitung der Flächen ist teilweise durch Abdrehen möglich, besonders günstig im Falle *f*; dagegen wird der Zusammenbau erschwert, weil die Gehäuseteile und die Radwelle seitlich zusammengesoben werden müssen. Immerhin sind derartige Bauweisen vorteilhaft, wenn das Gehäuse, wie Abb. *f* andeutet, seitlich befestigt werden soll. Im Falle *g* ist schließlich eine Ebene längs der Schneckenradwelle zur Teilung benutzt, eine Ausführung, die beim Befestigen des Gehäuses mittels des gezeichneten Flansches empfehlenswert sein kann. Um aber senkrechte Fugen in den Lagerschalen der Radwelle zu umgehen, sind besondere, ungeteilte, im Gehäuse zentrierte Lagerbüchsen vorgesehen, die von der Seite her eingesetzt werden.

Die oft nach drei Richtungen senkrecht zueinander stehenden Trennfugen und Bohrungen an Schneckengehäusen verlangen naturgemäß besondere Sorgfalt beim Auf-

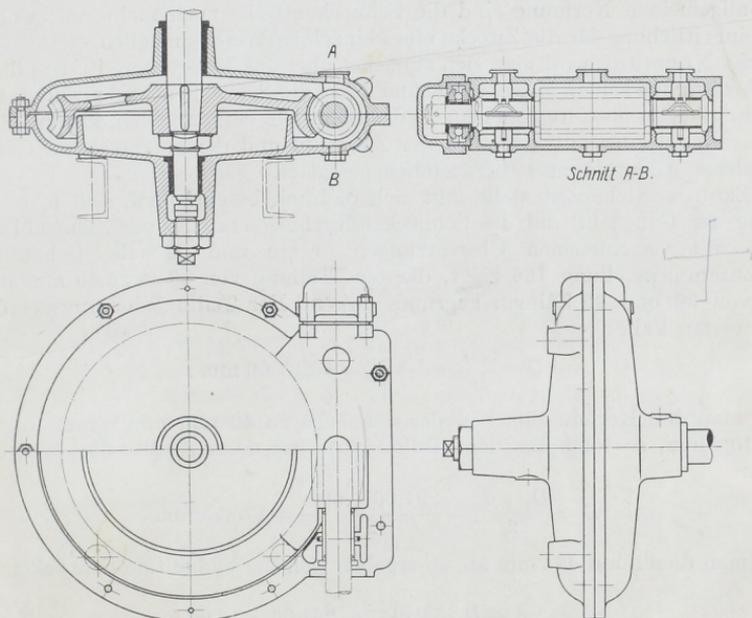


Abb. 1994. Getriebe mit stehender Schneckenradwelle.

spannen, Bearbeiten und Sichern der gegenseitigen Lage der Teile durch Zentrierungen oder Paßstifte. Von der Genauigkeit der Lage der Achsen hängt, wie mehrfach betont, der ruhige Lauf der Schneckentriebe in starkem Maße ab.

Einen Schneckentrieb mit senkrechter Radwelle gibt Abb. 1994 wieder. Für die Schnecke ist durch eine ringförmige Wand ein besonderer Ölraum geschaffen von dem jedoch die Ringschmierlager sowie das außen angesetzte, doppelt wirkende Kugellängslager anderer Schmiermittel wegen getrennt gehalten sind. Das Schneckenrad sitzt auf einem Kegel an der senkrechten Welle, die in zwei Büchsen geführt und unter durch einen einfachen, mit einer Schraube nachstellbaren Spurzapfen gestützt ist. Zu dessen Schmierung empfiehlt es sich, auch den mittleren Teil des Gehäuses mit einer geringen Ölmenge zu füllen. Als Teilfuge ergibt sich naturgemäß die Schneckenradebene weil sie auch die Schneckenlager ohne weiteres zugänglich macht und die leichte Bearbeitung durch Drehen und die Sicherung der richtigen Lage der Gehäusenhälften zueinander durch Zentrieren und einen oder zwei Paßstifte ermöglicht. Damit das Getriebe sowohl für einen rechts wie links von ihm aufgestellten Motor verwendet werden kann, ist der

Flansch für das Kugellagergehäuse beiderseits angegossen; auf der nicht benutzten Seite kann ein Abschlußblech vorgesetzt werden.

Konstruktiv sind die beiden Gehäusehälften so ausgebildet, daß sie sich mit demselben Grundmodell herstellen lassen. Deshalb sind im Oberteil über den Ringschmierlagern die gleichen Hohlräume vorhanden, wie sie unten durch die Schmierringe bedingt werden. Beim Einformen des Unterteils werden außen lediglich die vier Befestigungsbutzen und die Nabenverlängerung, innen aber die Trennungswand des Ölraumes angesetzt oder, wenn diese Teile dauernd am Modell angebracht sind, beim Einformen des Deckels abgedämmt. Die Zentrierleiste kann an beiden Gehäuseteilen angegossen, am Oberteil aber beim Einstecken der Nut weggedreht werden.

7. Fabriknormung der Schneckentriebe.

Zur allgemeinen Normung sind die Schneckentriebe noch nicht reif; wohl aber ist die Vereinheitlichung für die Zwecke eines einzelnen Werkes möglich.

Bei der Normung wird man sich zunächst über das Maßsystem, in dem die Getriebe ausgeführt werden sollen, entscheiden und dann die Schnecken nach Teilung und Gangzahl einheitlich zu gestalten suchen. Jeder Schnecke entspricht ein kostspieliges Werkzeug, das aber Räder mit verschiedener Zahnzahl und dementsprechend Getriebe mit verschiedenen Übersetzungen herzustellen gestattet.

Die Zahl der Gehäusemodelle läßt sich dadurch beschränken, daß man unter Abänderung der Gangzahl und des Schneckendurchmessers oder der Zahnzahl des Rades Getriebe mit verschiedenen Übersetzungen in ein und dasselbe Gehäuse einbaut, wie es Zusammenstellung 156 zeigt, der eine Teilung von $1'' = 25,40$ mm und Zahnzahlen von 36 und 30 Zähnen zugrunde liegen. Der Teilkreisdurchmesser des Rades wird im ersten Falle:

$$D = \frac{z_1 \cdot t}{\pi} = \frac{36 \cdot 25,4}{\pi} = 291,06 \text{ mm} .$$

Schätzt man den Kerndurchmesser der Schnecke zu 40 mm und nimmt die Fußhöhe $0,4t = 10,2$ mm, so folgt aus dem Teildurchmesser d_1 von etwa 60,4 mm ein Achsabstand:

$$A = \frac{D_1 + d_1}{2} = \frac{291,06 + 60,4}{2} = 175,73 \text{ mm} .$$

Rundet man diesen auf 175 mm ab, so ergeben sich der endgültige Schneckenteildurchmesser:

$$d_1 = 2A - D_1 = 2 \cdot 175 - 291,06 = 58,94 \text{ mm}$$

und an ein-, zwei- und dreigängigen Schnecken die in Spalte 3 bis 5 der Zusammenstellung enthaltenen Übersetzungen, praktisch gut geeigneten Steigungswinkel und Wirkungsgrade, wobei der Reibungswinkel $\rho = 3^\circ$ und der Wirkungsgrad $\eta'_i = 97\%$ angenommen wurde.

Für Räder mit $z_2 = 30$ Zähnen folgt der Radteildurchmesser aus:

$$D_2 = \frac{z_2 \cdot t}{\pi} = \frac{30 \cdot 25,4}{\pi} = 242,55 \text{ mm}$$

und dadurch derjenige der Schnecke:

$$d_2 = 2A - D_2 = 2 \cdot 175 - 242,55 = 107,45 \text{ mm} .$$

Die Schnecke wird ihres großen Durchmessers wegen zweckmäßig hohl ausgeführt und auf eine durchgehende Welle, wie in Abb. 1992 aufgesetzt. Für das 30zählige Rad gelten bei zwei-, drei- und viergängigen Schnecken die Zahlen des unteren Teils der Zusammenstellung. Die eingängige wird wegen des schlechten Wirkungsgrades infolge des kleinen Steigungswinkels von $4^\circ 18'$ besser vermieden. Das Gehäuse ist selbstverständlich für die größte Schnecke und das größte Rad weit genug auszubilden.

Durch Ausführung des Zahnkranzes in Gußeisen oder in Bronze entstehen verschiedene Belastungsfähigkeiten, durch Wahl geeigneter Schneekendurchmesser bei anderen Tei- lungen weitere Verwendungsmöglichkeiten des gleichen Gehäuses für andere Über- setzungen. Die Werkzeuge zur Bearbeitung der Räder lassen sich ferner für eine zweite Gruppe von Rädern mit 42 und 48 Zähnen in einem zweiten Gehäusemodell verwenden und geben wiederum 6 Übertragungsverhältnisse usw.

Zusammenstellung 156. Zur Normung von Schneckenantrieben.

Zahn- zahl	Gang- zahl	Über- setzung	Steig- ungs- winkel α_1	Wir- kungs- grad η_s %	Zulässiger Zahndruck bei $b = 2,5 t$					
					Gußeisen			Bronze		
					$v = 0,5$ $k = 30$ kg	1 24 kg	2 16 kg	1 40 kg	2 26 kg	3 m/sek 20 kg
36	1	1:36	$7^\circ 49'$	69,6	485	385	260	645	420	320
	2	1:18	$15^\circ 20'$	80,3						
	3	1:12	$22^\circ 22'$	84,2						
30	2	1:15	$8^\circ 33'$	71,4	485	385	260	645	420	320
	3	1:10	$12^\circ 43'$	77,8						
	4	1:7,5	$16^\circ 45'$	81,3						

V. Berechnungs- und Konstruktionsbeispiele.

In bezug auf die Berechnung der Zahndrucke und Übersetzungen an Hebezeugen usw. sei folgendes vorausgeschickt: An der Handwinde mit zwei Vorgelegen, Abb. 1995, ist zum Heben der Last Q eine Umfangskraft U_2 an dem auf der Trommel- achse sitzenden Rade nötig, die auch die Zapfenreibung und den Widerstand beim Aufwickeln der Kette oder des Seiles überwinden muß. Nur der dem Wirkungsgrad η_t der Trommel entsprechende Teil des Momentes $U_2 \cdot R_2$ kommt zur Wirkung, so daß $U_2 \cdot R_2 \cdot \eta_t = Q \cdot R$ sein muß. Ist η_t beispielweise 0,97, so sind 3% des Antriebmomentes zur Überwindung der genannten Widerstände nötig. In entsprechen- der Weise ergibt sich an den beiden Vorgelegewellen I und II:

$$U_1 \cdot R_1 \cdot \eta_2 = U_2 \cdot r_2 \quad \text{und} \quad P \cdot a \cdot \eta_1 = U_1 \cdot r_1,$$

wenn η_2 und η_1 die Wirkungsgrade der beiden Zahnradvorgelege unter Zusammenfassen der Zapfen- und Zahnreibung sind. Entfernt man U_1 und U_2 aus den Gleichungen, so wird:

$$P \cdot a \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_t = Q \cdot R \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} = Q \cdot R \cdot u_1 \cdot u_2,$$

$$P \cdot a \cdot \eta = Q \cdot R \cdot u. \quad (639)$$

In Worten ausgedrückt, ist das Antriebmoment $P \cdot a$, multipliziert mit dem Ge- samtwirkungsgrad $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_t$, gleich dem Lastmoment $Q \cdot R$, multipli- ziert mit der Gesamtübersetzung $u = u_1 \cdot u_2$. Ohne Rücksicht auf die Reibungs- verluste und Widerstände müßte $P \cdot a = Q \cdot R \cdot u_0$ sein.

$$u_0 = \frac{P \cdot a}{Q \cdot R} \quad (640)$$

ist die theoretische Übersetzung, die man bei der ersten Berechnung zur Be- stimmung der Zahl der einzuschaltenden Getriebe zu benutzen pflegt. Sie ist durch das Verhältnis des Antrieb- zum Lastmoment gegeben.

Zahlenbeispiel 9. Für eine Handwinde von 1800 kg Tragkraft, die durch zwei Mann betrieben werden soll, sind die Zahnräder zu berechnen. Die Last hänge an einer Kette; die Kraft, die ein Mann an der Kurbel ausübt, sei zu 15 kg angenommen.

Die Last $Q = 1800$ kg verlangt eine Gliederkette von $d = 14$ mm Stärke und einen Trommeldurchmesser $D \geq 20d$, vgl. Seite 510. Gewählt $D = 300$ mm. Mit einem nor-

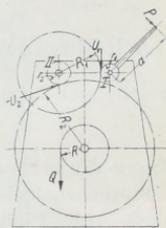


Abb. 1995. Schema der Winde Zahlen- beispiel 9.

malen Handkurbelhalbmesser $a = 400$ mm ergibt sich eine theoretische Übersetzung:

$$u_0 = \frac{P \cdot a}{Q \cdot R} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 40}{1800 \cdot 15} = \frac{1}{22,5}$$

Demnach sind zwei Vorgelege nötig. Ihr Wirkungsgrad sei bei unbearbeiteten Zähnen mit je $\eta_1 = \eta_2 = 0,9$, derjenige der Trommel $\eta_t = 0,97$ angenommen. Somit ist der Gesamtwirkungsgrad der Winde:

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_t = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,97 = 0,786$$

und das wirkliche Drehzahlverhältnis:

$$u = \frac{P \cdot a \cdot \eta}{Q \cdot R} = \frac{1}{22,5} \cdot 0,786 = \frac{1}{28,6}$$

Gewählt:

$$u = u_1 \cdot u_2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

Dabei beträgt die tatsächlich nötige Antriebskraft an den Kurbeln:

$$P = \frac{Q \cdot R \cdot u}{a \cdot \eta} = \frac{1800 \cdot 15}{40 \cdot 0,786} \cdot \frac{1}{30} = 28,6 \text{ kg.}$$

1. Vorgelege.

Der besseren konstruktiven Ausbildung des Windengestells wegen werde die Übersetzung 1 : 5 als erste genommen.

Umfangsdruck:

$$U_1 = \frac{P \cdot a}{r_1} = \frac{28,6 \cdot 40}{r_1} = \frac{1144}{r_1}$$

Durch Einsetzen einiger geschätzter Werte für r_1 entsteht die folgende Zahlenreihe, für

welche sich $t_1 = \sqrt{\frac{U_1}{42}}$ aus $U_1 = k \cdot b_1 \cdot t_1$ ergibt, wenn $b_1 = 2t_1$ und

$$k = 30 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 = 30 \cdot 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \approx 21$$

eingesetzt werden, wobei für gewöhnliches Gußeisen $\xi_1 = 0,8$ nach Zusammenstellung 150, bei unbearbeiteten Zähnen $\xi_2 = 0,9$ nach Abb. 1895a und bei mittlerem Betrieb $\xi_3 = 0,95$ nach Abb. 1895b gewählt ist. Vgl. auch Abb. 1896. Die Zahnzahl errechnet sich

$$\text{aus } z_1 = \frac{2\pi r_1}{t_1}$$

$r_1 =$	4,5	5	5,5 cm
$U_1 =$	254	229	208 kg
$t_1 =$	2,46	—	— cm
$z_1 =$	11,5	—	—

Da man an Handwinden unbearbeitete Räder mit weniger als 13 Zähnen wegen der Unterschneidungen, aber auch Teilungen unter 8π wegen der auftretenden Stöße vermeidet, beide Zahlen jedoch schon in der ersten Spalte unterschritten werden, erübrigt es sich, die weiteren durchzurechnen. Es werde gewählt:

$$t_1 = 8\pi = 25,13 \text{ mm; } b_1 = 50 \text{ mm; } z_1 = 13.$$

Daraus $d_1 = m_1 \cdot z_1 = 8 \cdot 13 = 104$ mm;

$$Z_1 = 5 \cdot 13 = 65; \quad D_1 = m_1 \cdot Z_1 = 8 \cdot 65 = 520 \text{ mm;}$$

$$U_1 = \frac{P \cdot a}{r_1} = \frac{28,6 \cdot 40}{5,2} = 220 \text{ kg.}$$

Mit dem Achsabstand $\frac{d_1 + D_1}{2} = \frac{104 + 520}{2} = 312$ mm, der Kopfhöhe $h_1 = m_1 = 8$, der Fußhöhe $f_1 = 1,2 \cdot 8 = 9,6$ und der Zahndicke $s_1 = \frac{19t}{40} \approx 12$ mm läßt sich die Verzahnung aufzeichnen.

2. Vorgelege. $u_2 = 1:6$.

Umfangdruck:

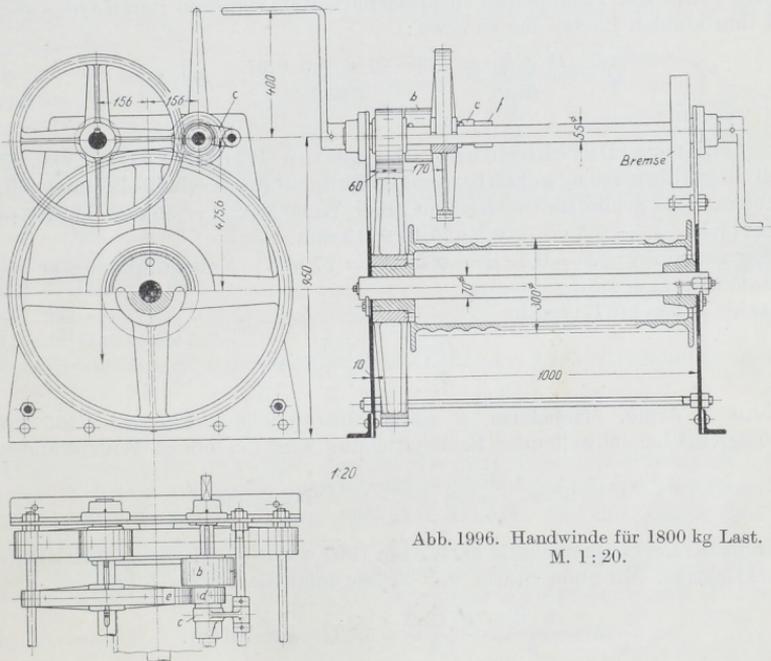
$$U_2 = \frac{U_1 \cdot R_1 \eta_1}{r_2} = \frac{220 \cdot 26 \cdot 0,9}{r_2} = \frac{5148}{r_2}$$

In der Formel für die Teilung $U_2 = k \cdot b_2 \cdot t_2$ gibt $b_2 = 2,5 t_2$ und $k = 21$:

$$t_2^2 = \frac{U_2}{52,5}, \quad z_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_2}{t_2}$$

Aus den errechneten Werten:

$r_2 =$	7	7,5	8 cm
$U_2 =$	735	687	643 kg
$t_2 =$	3,74	3,62	3,50 cm
$z_2 =$	11,8	13,0	14,4

Abb. 1996. Handwinde für 1800 kg Last.
M. 1:20.

sei nach Spalte 2 gewählt:

$$t_2 = 11 \pi = 34,56 \text{ mm}, \quad b_2 = 86 \text{ mm}, \quad z_2 = 13.$$

Damit wird:

$$d_2 = m_2 \cdot z_2 = 11 \cdot 13 = 143 \text{ mm},$$

$$Z_2 = 78, \quad D_2 = m_2 \cdot Z_2 = 11 \cdot 78 = 858 \text{ mm},$$

$$U_2 = \frac{U_1 \cdot R_1 \cdot \eta_1}{r_2} = \frac{220 \cdot 26 \cdot 0,9}{7,15} = 720 \text{ kg},$$

Achsabstand:

$$\frac{d_2 + D_2}{2} = \frac{143 + 858}{2} = 500,5 \text{ mm},$$

Kopfhöhe:

$$h_2 = m_2 = 11 \text{ mm},$$

Fußhöhe:

$$f_2 = 1,2 \cdot m_2 = 13,2 \text{ mm},$$

$$\text{Zahndicke: } s_2 = \frac{19t_2}{40} = 16,5 \text{ mm.}$$

Zur Nachprüfung kann der Umfangsdruck U_2 aus dem Lastmoment berechnet werden:

$$U_2 = \frac{Q \cdot R}{R_2 \cdot \eta_t \cdot \eta_2} = \frac{1800 \cdot 15}{42,9 \cdot 0,97 \cdot 0,90} = 721 \text{ kg,}$$

was genügend genau stimmt.

Beim Entwurf der Winde beachte man, daß die Kurbelwelle 950 bis 1000 mm über dem Erdboden zu liegen kommt. Soll zum raschen Heben leichter Lasten die erste Übersetzung ausgeschaltet und das Trommelrad durch ein auf der Kurbelwelle sitzendes zweites Rad angetrieben werden, so ist die Lage der Kurbelwelle so zu bestimmen, daß beide Räder richtig eingreifen können. In Abb. 1996 ist für den genannten Zweck noch ein Rad b von 11π Teilung und 13 Zähnen vorgesehen, das nach Umlegen des Riegels c hinter Ring f mit dem Trommelrad zusammenarbeitet, während Rad d von e abgeschaltet ist. Mit ihm können Lasten bis zu etwa:

$$Q' = \frac{P \cdot a \cdot \eta_2 \cdot \eta_t}{R \cdot u_2} = \frac{30 \cdot 40 \cdot 6 \cdot 0,9 \cdot 0,97}{15} = 430 \text{ kg}$$

gehoben werden.

Konstruktive Durchbildung des ersten Räderpaares. Das Kleinrad d wird voll ausgeführt, ist ausschaltbar und deshalb auf der Kurbelwelle längs einer Feder verschiebbar. Das große Rad e sitzt auf einer Welle von $d = 55$ mm Durchmesser.

Kranzstärke: $s_1 = 0,5 \cdot t_1 = 0,5 \cdot 25,13 \approx 13$ mm.

Nabenwandstärke: $\delta = 0,4 \cdot d = 0,4 \cdot 55 = 27$ mm; Nabendurchmesser ≈ 110 mm,

Nabenlänge: $L = 1,5 d \approx 80$ mm.

Armzahl: Formel (577) ergibt:

$$i = \frac{\sqrt{D^{\text{mm}}}}{7} = \frac{\sqrt{520}}{7} = 3,3.$$

Gewählt 4 Arme. Hebelarm y nach Abb. 1910 aus Skizze = 205 mm. Mit $k_b = 350 \text{ kg/cm}^2$ bei schwellonder Beanspruchung wird das nötige Widerstandsmoment:

$$W = \frac{4 \cdot M_b}{i \cdot k_b} = \frac{4 \cdot 220 \cdot 20,5}{4 \cdot 350} = 12,9 \text{ cm}^3.$$

Bei kreuzförmigem Querschnitt nach Abb. 1907 werde lediglich das gestrichelte Rechteck berücksichtigt. Mit einer Stärke von 14 mm folgt die nötige Höhe:

$$h^2 = \frac{6 \cdot W}{b} = \frac{6 \cdot 12,9}{1,4} = 55,3; \quad h \approx 7,5 \text{ cm.}$$

(Die Berücksichtigung des Steges gibt ein Widerstandsmoment von $13,5 \text{ cm}^3$ und ermäßigt die Beanspruchung auf 334 kg/cm^2 .)

Das Armkreuzmodell wird zweckmäßig in der Mittelebene geteilt, um die Hälften bequem aus dem Unter- und Oberkasten herausnehmen zu können.

Zweites Räderpaar. Auch hier ist das kleinere Rad voll ausgeführt. Das größere ist unmittelbar auf die Trommel aufgekeilt, um eine feste und günstig, nur schwelend auf Biegung beanspruchte Achse zu bekommen. Dadurch ergibt sich eine ungewöhnlich große Nabe des Rades mit einer Bohrung von 140 mm Durchmesser. Nabenwandstärke δ nach Formel (576). Man berechnet zunächst d' . Aus $\frac{1}{5} \cdot k_a (d')^3 = U_2 \cdot R_2$ folgt mit $k_a = 400 \text{ kg/cm}^2$:

$$d' = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot U_2 R_2}{k_a}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 720 \cdot 42,9}{400}} = 7,3 \text{ cm}$$

und damit:

$$\delta = \frac{1}{5} \left(d' + \frac{d}{2} \right) + 1 = \frac{1}{5} (7,3 + 7) + 1 = 3,8 \text{ cm.}$$

Kranzstärke: $s_2 = 0,5 \cdot t_2 = 0,5 \cdot 34,56 \approx 17 \text{ mm.}$

Armzahl:

$$i_2 = \frac{\sqrt{D_{\text{mm}}}}{7} = \frac{\sqrt{858}}{7} = 4,2.$$

Gewählt: 4 Arme von I-Querschnitt nach Abb. 1908 mit 16 mm Wandstärke.

$$W = \frac{4 \cdot M_b}{i_2 \cdot k_b} = \frac{4 \cdot 720 \cdot 32,1}{4 \cdot 350} = 66,0 \text{ cm}^3.$$

$$h^2 = \frac{6 \cdot W}{2 \cdot b} = \frac{6 \cdot 66}{2 \cdot 1,6} = 123,7 \text{ cm}^2; \quad h = 11,1 \text{ cm.}$$

Ausgeführt: $h = 110 \text{ mm}$, $W = 65,0 \text{ cm}^3$, $\sigma_b = 356 \text{ kg/cm}^2$.

T-förmiger Querschnitt nach Abb. 1906 würde sehr breite Arme von etwa $18 \cdot 150 \text{ mm}$ Stegabmessungen verlangen, aber den Vorteil bieten, daß sich das Modell leicht aus der Form herausheben läßt,

während beim I-Querschnitt ein mehrfaches Teilen des Modells und der Form oder das Einlegen von Kernen, Abb. 1997, die die Arme zwischen sich frei lassen, nötig wird. Der T-Querschnitt nach Abb. 1906 ist nebenher auf Drehung beansprucht, weil der nach Versuchen von Bach allein in Frage kommende Flansch exzentrisch zur Kraftebene liegt. Die zusätzliche Spannung wird:

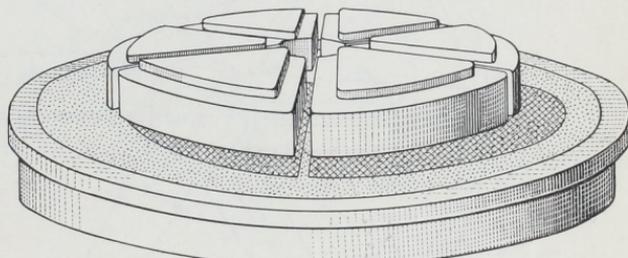


Abb. 1997. Einformen eines Zahnrades mit I-förmigem Armquerschnitt.

$$\tau_a = \frac{9}{2} \cdot \frac{M_a}{b^2 \cdot h} = \frac{9}{2} \cdot \frac{720 \cdot 3,8}{1,8^2 \cdot 15} = 253 \text{ kg/cm}^2.$$

Das Windengestell, Abb. 1996, besteht aus zwei flußeisernen Schilden mit unten angenieteten Winkeleisen, welche durch die mit Riegeln festgelegte Trommelachse und drei Rundeisenstangen mit Doppelmuttern versteift sind. Auf die Schilde sind die einfachen Augenlager aufgenietet.

Zahlenbeispiel 10. An dem geteilten, gußeisernen Rade, Abb. 1998, das mit 15 Umdrehungen in der Minute laufen soll, sind die Armquerschnitte zu berechnen. Umfangskraft

$$U = 3700 \text{ kg}, \quad z = 88, \quad t = 25\pi = 78,54 \text{ mm}, \quad b = 3t \approx 235 \text{ mm}, \quad k = \frac{U}{b \cdot t} = \frac{3700}{23,5 \cdot 7,85} = 20.$$

$$\text{Wellendurchmesser: } d^3 = \frac{M_a}{24} = \frac{3700 \cdot 110}{24} = 17000 \text{ cm}^3. \quad d = 25,7 \text{ cm.}$$

Gewählt $d = 250 \text{ mm}$.

Nabenwandstärke: $\delta = 0,4d + 1 \text{ cm} = 0,4 \cdot 25 + 1 = 11 \text{ cm}$.

Armzahl gewählt zu 6.

Nötiges Widerstandsmoment der Arme bei $k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$:

$$W = \frac{4}{i} \cdot \frac{M_b}{k_b} = \frac{4}{6} \cdot \frac{3700 \cdot 86,5}{300} = 711,2 \text{ cm}^3.$$

Bei I-Querschnitt wird mit $b = 35 \text{ mm}$ Wandstärke unter Vernachlässigung des Steges:

$$h^2 = \frac{6W}{2b} = \frac{3 \cdot 711,2}{3,5} = 609,6 \text{ cm}^2.$$

$$h = 24,7 \text{ cm.}$$

Wird $h = 240$ mm ausgeführt, so wird das tatsächliche Trägheitsmoment unter Berücksichtigung des zwischen den Flanschen $h' = 190$ mm hohen Steges:

$$J = \frac{2 \cdot b \cdot h^3}{12} + \frac{h' \cdot b^3}{12} = \frac{2 \cdot 3,5 \cdot 24^3}{12} + \frac{19 \cdot 3,5^3}{12} = 8132 \text{ cm}^4,$$

das Widerstandsmoment:

$$W' = \frac{2J}{h} = \frac{2 \cdot 8132}{24} = 678 \text{ cm}^3$$

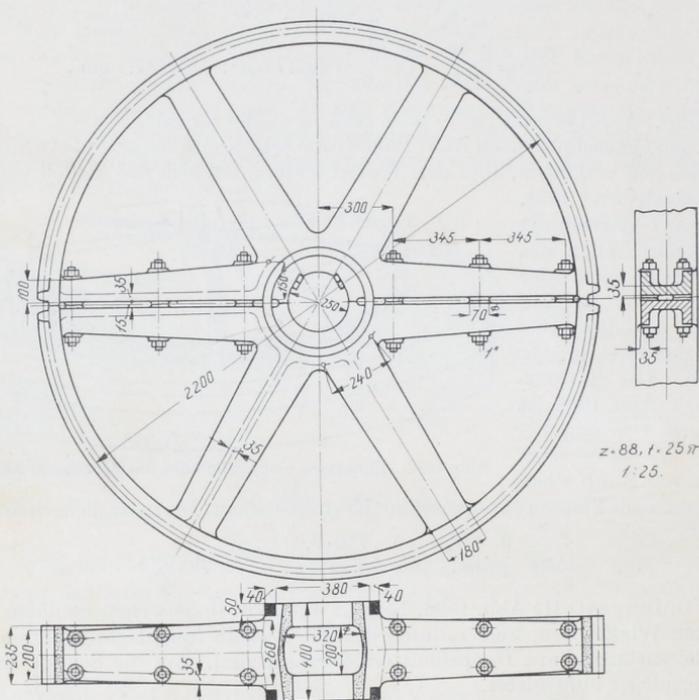


Abb. 1998. Geteiltes Zahnrad. M. 1 : 25.

und die Beanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{4 M_b}{6 W'} = \frac{4 \cdot 3700 \cdot 86,5}{6 \cdot 678} = 315 \text{ kg/cm}^2.$$

Wenn auch die geteilten Arme das gleiche Moment bei $k_b = 300$ kg/cm² Spannung aufnehmen sollen, so muß die Summe der Widerstandsmomente der U-förmigen Hälften etwa 711 cm³ betragen, was bei einer Wandstärke von $b = 3,5$ und Flanschhöhen von 15 cm genügend genau erreicht wird, wie die folgende Rechnung zeigt.

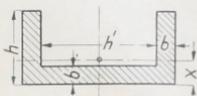


Abb. 1999. Zur Berechnung der geteilten Arme des Rades Abb. 1998.

Schwerpunktabstand x von der Stegkante, Abb. 1999:

$$x(b \cdot h' + 2 \cdot b \cdot h) = b \cdot h' \frac{b}{2} + 2 \cdot b \cdot h \cdot \frac{h}{2},$$

$$x = \frac{3,5 \cdot 19 \cdot 1,75 + 2 \cdot 3,5 \cdot 15 \cdot 7,5}{3,5 \cdot 19 + 2 \cdot 3,5 \cdot 15} = 5,27 \text{ cm}.$$

Auf die Schwerachse bezogenes Trägheitsmoment:

$$J = \frac{h' \cdot b^3}{12} + h' \cdot b \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{2b \cdot h^3}{12} + 2b \cdot h \left(\frac{h}{2} - x\right)^2$$

$$= \frac{19 \cdot 3,5^3}{12} + 19 \cdot 3,5(5,27 - 1,75)^2 + \frac{2 \cdot 3,5 \cdot 15^3}{12} + 2 \cdot 3,5 \cdot 15(7,5 - 5,27)^2 = 3384 \text{ cm}^4.$$

Widerstandsmoment einer Armhälfte:

$$W = \frac{J}{h - x} = \frac{3384}{15 - 5,27} = 348 \text{ cm}^3.$$

Zahlenbeispiel 11. Ein Hochleistungsgetriebe, das $N = 2000$ PS Leistung bei 3000 Umdrehungen in der Minute auf 500 umsetzen soll, ist zu berechnen.

In Anbetracht der mittelgroßen Leistung sei nach Seite 1082 das Verhältnis $x = \frac{b}{D_R} = 2$, die Belastungszahl $k = 70$ angenommen und für γ der mittlere Wert von 65° eingesetzt. An Hand der normalen Moduln $m_n = 8, 7, 6,5, 6$ und $5,5$ mm ergibt sich dann der folgende Rechnungsgang und die zugehörige Zahlentafel. Aus Formel (583c) folgt:

$$D_R = \sqrt{\frac{460000}{x \cdot m_n \cdot k} \cdot \frac{N}{n}} = \sqrt{\frac{460000}{2 \cdot m_n \cdot 70} \cdot \frac{2000}{3000}} = \sqrt{\frac{2190}{m_n}}$$

und die zugehörige Zahnzahl nach (583e):

$$z = \frac{D_R \cdot \sin \gamma}{m_n} = \frac{0,9063 D_R}{m_n}$$

$m_n = 8$	7	6,5	6	5,5	5 mm
$D_R = 16,6$	17,7	18,4	19,1	20,0	20,9 cm
$z = 18,8$	22,9	25,6	28,9	32,9	37,9

Gewählt: $m_n = 6$ mm, $t_n = 6\pi$, $z = 28$. Wird D_R , um auf einen ganzzahligen Achsabstand zu kommen, auf 190 mm abgerundet, so muß der Schrägungswinkel γ mit $62^\circ 9' 20''$ ausgeführt werden, wie sich aus:

$$\sin \gamma = \frac{z \cdot m_n}{D_R} = \frac{28 \cdot 6}{190} = 0,88422$$

ergibt. Der Außendurchmesser D_a des Radkörpers wird bei normaler Kopfhöhe $h = m = 6$ mm:

$$D_a = D_R + 2h = 190 + 2 \cdot 6 = 202 \text{ mm},$$

der Fußkreisdurchmesser bei $j = 1,2$ m Fußhöhe: $190 - 2 \cdot 1,2 \cdot 6 = 175,6$ mm. Die Breite der Verzahnung beträgt $b = 2D_R = 380$ mm, die Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi \cdot D_R \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,19 \cdot 3000}{60} = 29,8 \text{ m/sek.}$$

Die Hauptmaße des Großrades sind: Teilkreisdurchmesser 1140, Kopfkreisdurchmesser 1152, Fußkreisdurchmesser 1125,6 mm. Die Drehbeanspruchung der Ritzelwelle, deren Durchmesser auf 160 mm abgerundet sei, beträgt auf Grund der Formel (408):

$$\tau_a = \frac{365000}{d^3} \cdot \frac{N}{n} = \frac{365000}{16^3} \cdot \frac{2000}{3000} = 59,4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Im Ritzel selbst sinkt diese Beanspruchung bei dem Fußkreisdurchmesser $D_f = 170,8$ mm auf:

$$\tau'_a = \tau_a \cdot \frac{d^3}{D_f^3} = 59,4 \cdot \frac{16^3}{17,08^3} = 48,8 \text{ kg/cm}^2.$$

Nimmt man nun die Länge der Lücke zum Auslaufen der Fräser zu 70 mm an, so ergibt sich eine gesamte Ritzellänge $l = 450$ mm. Ihr entspricht nach Formel (583f) bei $\beta = 1 : 850000 \text{ cm}^2/\text{kg}$ ein Verdrehungswinkel:

$$\psi = \frac{\tau'_a \cdot \beta \cdot l}{D_f} = \frac{48,8 \cdot 45}{850000 \cdot 17,08} = 0,000151$$

und nach Formel (583g) ein Voreilen der einen Zahnendfläche gegenüber der anderen von:

$$\frac{\psi \cdot D_R}{2} = 0,000151 \cdot 95 = 0,0143, \text{ bzw. } 0,0072 \text{ mm.}$$

Es ist von etwa derselben Größenordnung wie die Genauigkeit bei der Herstellung, die zu $\frac{1}{100}$ mm angegeben wird, erscheint also zulässig.

Hierzu sei bemerkt, daß die Verdrehung vermindert und auf beide Ritzelhälften gleichmäßig verteilt werden kann dadurch, daß das Ritzel hohl ausgebildet und durch eine darin liegende Welle von der Mitte aus angetrieben wird.

Zahlenbeispiel 12. Ein durch einen Mann zu bedienendes Schützenwindwerk für 2000 kg Widerstand, gegeben durch das Schützengewicht und die Reibung an den Führungen, ist zu berechnen.

Die Schütze hänge an zwei Zahnstangen mit Triebstöcken, die durch zwei Räder auf einer gemeinsamen Welle bewegt werden. Belastung Q je = 1000 kg. Die Triebstöcke werden auf Biegung schwelend beansprucht; bei der ungünstigen Annahme, daß die Belastung in der Mitte als Einzelkraft wirkt und unter Schätzung der Triebstocklänge auf 40, der Wangendicke auf 8 mm wird nach Skizze 2000 mit $k_b = 800 \text{ kg/cm}^2$ (weicher Flußstahl):

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{Q \cdot l}{4 \cdot k_b} = \frac{1000 \cdot 4,8}{4 \cdot 800} = 1,5 \text{ cm}^3,$$

$$d \approx 2,5 \text{ cm.}$$

Wangenbreite wegen des Vernietens der Triebstöcke gewählt zu 45 mm. Zugbeanspruchung der Wangen:

$$\sigma_z = \frac{Q}{f} = \frac{1000}{2(4,5 - 2,3)0,8} = 284 \text{ kg/cm}^2.$$

Als Teilung t werde rund der doppelte Triebstockdurchmesser:

$$t = 2d = 50 \approx 16 \cdot \pi = 50,26 \text{ mm}$$

genommen. Das Rad erhält bei 8 Zähnen $8 \cdot 16 = 128 \text{ mm}$ Teilkreisdurchmesser und die in Abb. 2001 wiedergegebene Zahnform. Der in der ungünstigsten Lage dargestellte, nämlich an der Spitze belastete Zahn wird durch die Seitenkraft $Q' = 750 \text{ kg}$ am Hebelarm a' auf Biegung beansprucht und zwar bei einer Breite b von 35 mm mit:

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot Q' \cdot a'}{b h^2} = \frac{6 \cdot 750 \cdot 2,8}{3,5 \cdot 2,2^2} = 744 \text{ kg/cm}^2.$$

Da die Beanspruchung hoch ist und außerdem die Nabe der Zahnstange halber nur 80 mm Durchmesser erhalten kann, muß als Werkstoff guter Stahlguß gewählt werden.

Berechnung der Übersetzung. Kraft eines Arbeiters $P = 20 \text{ kg}$ an einem Kurbelhalbmesser $a = 400 \text{ mm}$. Ohne Rücksicht auf Reibungsverluste würde:

$$u_0 = \frac{P \cdot a}{2Q \cdot R} = \frac{20 \cdot 40}{2 \cdot 1000 \cdot 6,4} = \frac{1}{16}$$

sein; Ausführung durch zwei weitere Stirnräder vorgelege oder einen Schneckentrieb möglich.

Bei unbearbeiteten Stirnrädern mit je 90% Einzelwirkungsgrad wäre der Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta = 0,9^3 = 0,73$$

und die tatsächlich benötigte Übersetzung:

$$u = \frac{P \cdot a \cdot \eta}{2Q \cdot R} = \frac{20 \cdot 40 \cdot 0,73}{2 \cdot 1000 \cdot 6,4} = \frac{1}{22}$$

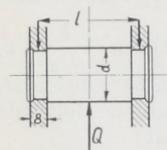


Abb. 2000. Zur Berechnung der Triebstöcke der Schützenwinde Abb. 2002.

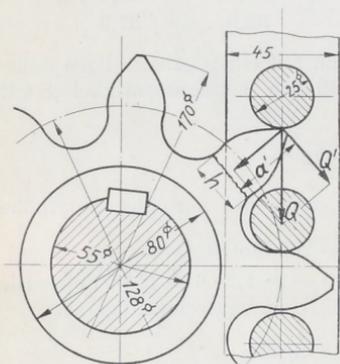


Abb. 2001. Triebstockverzahnung zur Schützenwinde Abb. 2002. M. 1: 2,5.

Für einen unbearbeiteten gußeisernen Schneckentrieb darf $\eta_s = 0,50$ angenommen werden, so daß das gesamte Triebwerk mit:

$$\eta = 0,9 \cdot 0,50 = 0,45$$

arbeitet und die Übersetzung:

$$u = \frac{20 \cdot 40 \cdot 0,45}{2 \cdot 1000 \cdot 6,4} = \frac{1}{35,5}$$

wird.

Da für den seltenen Betrieb der Wirkungsgrad keine Rolle spielt, werde der bedeutend kleinere und billigere Schneckentrieb mit einer eingängigen Schnecke und einem Rad von 35 Zähnen gewählt. Die Teilung folgt mit $k = 30$ nach Zusammenstellung 155 und $p = 2$ aus Formel (633a):

$$t = \sqrt[3]{\frac{6,3 M_d \cdot \eta_I}{i \cdot k \cdot \psi}} = \sqrt[3]{\frac{6,3 \cdot 800 \cdot 0,5}{1 \cdot 30 \cdot 2}} = 3,48 \text{ cm.}$$

Gewählt: $t = 1\frac{3}{8}'' = 34,93 \text{ mm.}$

Entwirft man die Schnecke unter der Annahme, daß sie auf einem Wellenende von $d_0 = 40 \text{ mm}$ Durchmesser sitzt, so kommt man auf $d = 95 \text{ mm}$ Teilzylinderdurchmesser und eine Steigung:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{t}{\pi \cdot d} = \frac{3,493}{\pi \cdot 9,5} = 0,117,$$

also

$$\alpha_1 = 6^\circ 40'.$$

Die Nachrechnung des Wirkungsgrades gibt bei $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0,1$:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varrho)} = \frac{\operatorname{tg} 6^\circ 40'}{\operatorname{tg}(6^\circ 40' + 7^\circ 20')} = 0,47,$$

in genügender Übereinstimmung mit der oben gemachten Annahme.

Umfangskraft am Schneckenrade:

$$U = \frac{M_d}{r \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varrho)} = \frac{20,40}{4,75 \cdot \operatorname{tg} 14^\circ} \approx 680 \text{ kg.}$$

Beanspruchung der Schneckenwelle:

a) auf Biegung. Da die Schnecke nur einseitig gelagert ist, wird das Biegemoment $M_b = U \cdot r$ und mithin:

$$\sigma_b = \frac{32 U \cdot r}{\pi \cdot d_0^3} = \frac{32 \cdot 680 \cdot 4,75}{\pi \cdot 4^3} = 514 \text{ kg/cm}^2,$$

b) auf Drehung:

$$\tau_d = \frac{16 \cdot P \cdot a}{\pi \cdot d_0^3} = \frac{16 \cdot 20 \cdot 40}{\pi \cdot 4^3} = 63,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Schneckenraddurchmesser:

$$D = \frac{z \cdot t}{\pi} = \frac{35 \cdot 34,93}{\pi} = 389,1 \text{ mm.}$$

Der Achsabstand $A = \frac{D + d}{2} = \frac{389,1 + 95}{2} = 242,05$ kann bei dem unbearbeiteten

Trieb praktisch auf 242 mm abgerundet werden.

Abb. 2002 zeigt die konstruktive Durchbildung der Winde. Bei großen Kräften und langen Wellen ordnet man den Schneckentrieb in der Mitte zwischen den Zahnstangen an, um durch symmetrischen Antrieb Klemmungen infolge von Verdrehungen der Welle zu vermeiden. In Abb. 2002 wurde der Einfachheit und Billigkeit wegen das Schneckenrad an einem Ende dicht neben der einen Zahnstange vorgesehen. Die Stangen sind durch Rollen geführt, die die ziemlich beträchtlichen Seitenkräfte aufzunehmen haben.

Zahlenbeispiel 13. Das Hubwerk der Laufkatze für $Q = 20 t$ Tragkraft eines elektrisch angetriebenen Dreimotorenlaufkrans ist zu berechnen. Die Last soll genau senkrecht gehoben werden. Hebemittel: Drahtseil, Hubhöhe 11 m, Hebegeschwindigkeit $v = 4 m/min$. Stromart: Gleichstrom von 220 Volt Spannung.

Vergleichsweise werde das Hubwerk a) für reinen Stirnräderantrieb, b) für Schneckenantrieb an Stelle der ersten Zahnräder durchgerechnet.

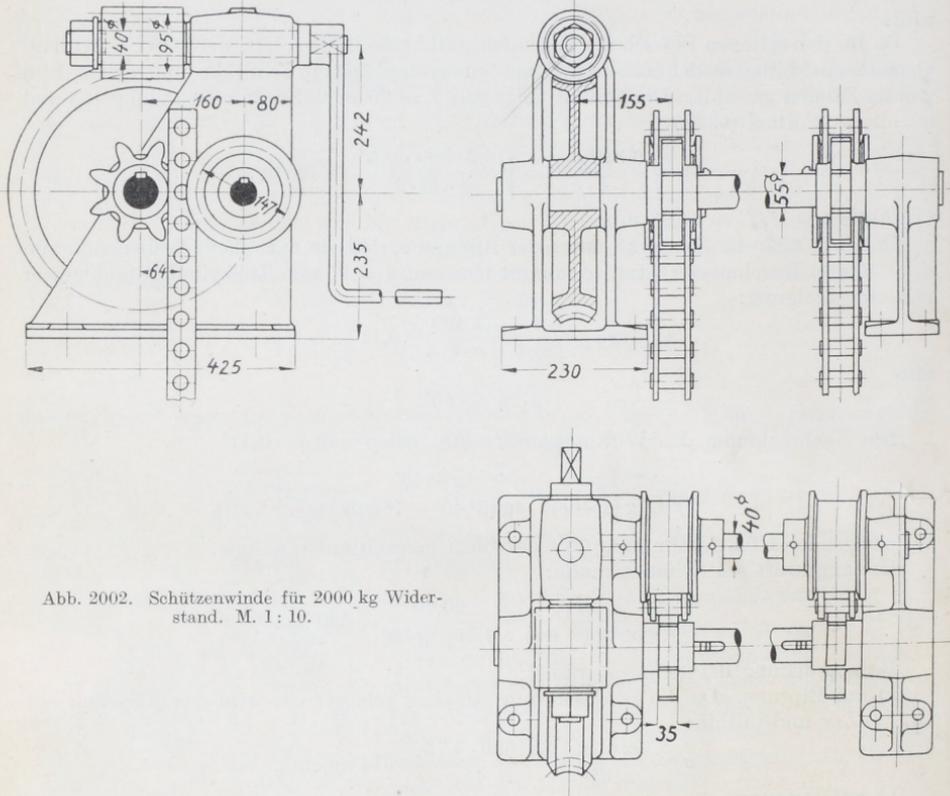


Abb. 2002. Schützenwinde für 2000 kg Widerstand. M. 1: 10.

a) Stirnräderantrieb. Nutzleistung am Seil:

$$N_e = \frac{Q \cdot v}{75} = \frac{20000 \cdot 4}{60 \cdot 75} = 17,8 \text{ PS}_e.$$

Mit Einzelwirkungsgraden η_z von je 0,94 für drei bearbeitete Stirnvorgelege, $\eta_t = 0,97$ für die Trommel und $\eta_r = 0,98$ für die lose Doppelrolle am Hakengeschirr, Abb. 899, wird der Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta = \eta_z^3 \cdot \eta_t \cdot \eta_r = 0,94^3 \cdot 0,97 \cdot 0,98 = 0,79;$$

dementsprechend die von der Motorwelle abzugebende Leistung:

$$N = \frac{N_e}{\eta} = \frac{17,8}{0,79} = 22,5 \text{ PS}_e.$$

Ein Hauptstrommotor von 26,5 PS macht nach den Angaben des liefernden Werkes bei der berechneten Belastung $n = 680$ Umdrehungen in der Minute. Die Trommel bekommt nach Seite 505 einen Durchmesser von $D = 500$ mm; sie muß bei $v = 4 m/min$ Last-

geschwindigkeit wegen des Rollenzugs die doppelte Umfangsgeschwindigkeit haben, woraus ihre Drehzahl:

$$n_t = \frac{2 \cdot v}{\pi \cdot D} = \frac{2 \cdot 4}{\pi \cdot 0,5} = 5,1$$

in der Minute folgt. Das Drehzahlverhältnis:

$$u = \frac{n_t}{n} = \frac{5,1}{680} \approx \frac{1}{134}$$

werde in die drei Einzelwerte:

$$u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \approx \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6,7}$$

aufgelöst. Das Getriebe am Motor erhalte ein Rohhautritzel im Eingriff mit einem gußeisernen Rade; bei den beiden anderen mögen die Ritzel aus Stahl, die Räder aus Stahlguß bestehen.

Teilung und Abmessungen des 1. Vorgeleges am Motor mit $u_1 = \frac{1}{4}$. Entsprechend der auf 6,5 m/sek geschätzten Umfangsgeschwindigkeit seien gewählt: $z_1 = 20$, $k = k_0 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 = 30 \cdot 0,5 \cdot 0,61 \cdot 1,0 = 9$, $\psi = 3$. Daraus nach (561):

$$m_1 = \sqrt[3]{\frac{14500000 \cdot N}{k \cdot \psi \cdot z_1} \cdot \frac{1}{n}} = \sqrt[3]{\frac{14500000 \cdot 22,5}{9 \cdot 3 \cdot 20} \cdot \frac{1}{680}} = 9,70.$$

m_1 werde erhöht auf 10; damit folgen:

$t_1 = \pi \cdot m_1 = 31,42$ mm, $b_1 = 95$ mm, $d_1 = m_1 \cdot z_1 = 200$ mm, $Z_1 = 4 \cdot z_1 = 80$, $D_1 = 800$ mm,

$$v_1 = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,2 \cdot 680}{60} = 7,12 \frac{\text{m}}{\text{sek}}, \quad U_1 = \frac{75 \cdot N}{v_1} = \frac{75 \cdot 22,5}{7,12} = 242,3 \text{ kg}.$$

Die beiden anderen Zahnradpaare sind ganz entsprechend wie in Beispiel 9 zu berechnen und erhalten als Hauptabmessungen:

	Übersetzung u	Zahnzahlen z/Z	Teilung t mm	Durchmesser d/D mm	Zahnbreite b mm	Umfangskraft \bar{U} kg	Umfangsgeschwindigkeit v m/sek	Belastungszahl k	Werkstoffe	
1. Motorvorgelege . .	1:4	$\frac{20}{80}$	9π	$\frac{200}{800}$	95	242	7,12	8,15	Rohhaut Gußeisen	bearbeitet
2. Stirngetriebe . . .	1:5	$\frac{16}{80}$	11π	$\frac{176}{880}$	86	1035	1,57	34,8	Stahl Stahlguß	bearbeitet
3. Stirngetriebe . . .	1:6,7	$\frac{12}{80}$	17π	$\frac{204}{1360}$	160	4200	0,36	49,1	Stahl Stahlguß	bearbeitet

b) Ausführung mit einem Schneckentrieb und einem Stirnradvorgelege.

Bestimmung des Wirkungsgrades des Schneckentriebs. Für eine zweigängige, sorgfältig bearbeitete Schnecke gibt Zusammenstellung 154, Seite 1123, einen Steigungswinkel von etwa 18° und Abb. 1986 mit $\mu = 0,05$ den Wirkungsgrad $\eta = 85\%$. Die Lagerreibung vermindert ihn bei Anwendung von Kugellager nach Seite 1120 auf etwa:

$$\eta_s = \eta \cdot \eta'_l \cdot \eta''_l = 0,85 \cdot 0,97 \cdot 0,98 = 0,808.$$

Werden im übrigen die unter a) benutzten Einzelwerte eingesetzt, so ergibt sich ein Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta = \eta_s \cdot \eta_2 \cdot \eta_t \cdot \eta_r = 0,808 \cdot 0,94 \cdot 0,97 \cdot 0,98 = 0,72.$$

Leistung an der Motorwelle:

$$N = \frac{N_e}{\eta} = \frac{17,8}{0,72} = 24,7 \text{ PS}_e.$$

Dabei wird die Drehzahl des gleichen Motors, wie oben, $n = 660$ in der Minute. Übersetzung zwischen Trommel und Motor:

$$u = \frac{n_t}{n} = \frac{5,1}{660} \approx \frac{1}{130},$$

zerlegt in:

$$u = u_1 \cdot u_2 = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{6,5}$$

Schneckentrieb Stirnradvorgelege.

Schneckenberechnung. Gewählt: zweigängige Stahlschnecke, aus einem Stück mit der Welle bestehend, mit Ringschmierung in den Traglagern und Stützung durch Kugellager; $k = 40$, $\psi = \frac{b}{t} = 2,6$; Schneckenrad mit Phosphorbronze-Zahnkranz, sauber bearbeitet. Teilung nach (634a):

$$t = \sqrt[3]{\frac{450000 \cdot \eta_l \cdot N}{i \cdot k \cdot \psi \cdot n}} = \sqrt[3]{\frac{450000 \cdot 0,825 \cdot 24,7}{2 \cdot 40 \cdot 2,6 \cdot 660}} = 4,06 \text{ cm.}$$

Im folgenden sind die Maße in Zoll- und Modulteilung nebeneinander gestellt.

Zollteilung:

$$t_s = 1\frac{5}{8}'' = 41,275 \text{ mm.}$$

Schneckenraddurchmesser:

$$D = \frac{Z \cdot t}{\pi} = \frac{40 \cdot 41,275}{\pi} = 525,5 \text{ mm.}$$

Kerndurchmesser der Schnecke:

$$d_0^3 = 3000 \frac{N}{n} = \frac{3000 \cdot 24,7}{660} = 112,3 \text{ cm}^3; \quad d_0 = 4,83 \text{ cm.}$$

Daraus Schneckenteildurchmesser:

$$d = d_0 + 2 \cdot 0,4 \cdot t = 4,83 + 2 \cdot 0,4 \cdot 4,1 = 8,11 \text{ cm.}$$

Gewählt: $d = 80 \text{ mm.}$

Achsabstand:

$$a = \frac{D + d}{2} = \frac{525,5 + 80}{2} = 302,8 \text{ mm.}$$

Wird dieser im Fall der Zollteilung auf 305 mm abgerundet, so folgt als notwendiger Schneckenteildurchmesser:

$$d = 2a - D = 2 \cdot 305 - 525,5 = 84,5 \text{ mm.}$$

Steigungswinkel aus:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{2t_s}{\pi \cdot d} = \frac{2 \cdot 41,275}{\pi \cdot 84,5} = 0,3110; \\ \alpha &= 17^\circ 16'. \end{aligned}$$

Wirkungsgrad mit $\varrho = 3^\circ$:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varrho)} = \frac{\operatorname{tg} 17^\circ 16'}{\operatorname{tg} 20^\circ 16'} = 0,842,$$

in hinreichender Übereinstimmung mit der oben gemachten Annahme.

Umfangsgeschwindigkeit v am Schneckenrade:

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi \cdot 0,0845 \cdot 660}{60} \cdot 0,311 = 0,908 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

Umfangskraft U am Schneckenrade:

$$U = \frac{75N}{v} \cdot \eta = \frac{75 \cdot 24,7}{0,908} \cdot 0,842 = 1720 \text{ kg}$$

Modulteilung:

$$t_s = 13\pi = 40,84 \text{ mm.}$$

$$D = m \cdot Z = 13 \cdot 40 = 520 \text{ mm.}$$

$$a = \frac{520 + 80}{2} = 300 \text{ mm.}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{2 \cdot 13 \cdot \pi}{\pi \cdot 80} = 0,325; \\ \alpha &= 18^\circ 0'. \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} 18^\circ}{\operatorname{tg} 21^\circ} = 0,846,$$

$$v = \frac{\pi \cdot 0,08 \cdot 660}{60} \cdot 0,325 = 0,899 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

$$U = \frac{75 \cdot 24,7}{0,899} \cdot 0,846 = 1750 \text{ kg.}$$

Die Berechnung des Stirnrädervorgeleges bietet keine Besonderheiten; die Ergebnisse sind in der folgenden Liste enthalten.

	Übersetzung u	Zahnzahlen z_1/z_2	Teilung t mm	Durchmesser d/D mm	Zahnbreite b mm	Umfangskraft U kg	Umfangsgeschwindigkeit v m/sek	Belastungszahl k	Werkstoffe
Schneckentrieb . . .	1:20	$\frac{2}{40}$	13π	$\frac{80}{520}$	110	1750	0,899	38,8	Stahl Phosphorbronze bearb.
Stirngetriebe	1:6,5	$\frac{12}{78}$	17π	$\frac{204}{1326}$	160	4325	0,352	50,6	Stahl Stahlguß bearb.

Nachrechnung der Festigkeitsverhältnisse der Schnecke. Vergleiche die Ausführungen auf Seite 1119. Gegeben:

$$t_s = 13\pi, \alpha_1 = 18^0, \varrho = 3^0, \beta = 75^0, U = 1750 \text{ kg.}$$

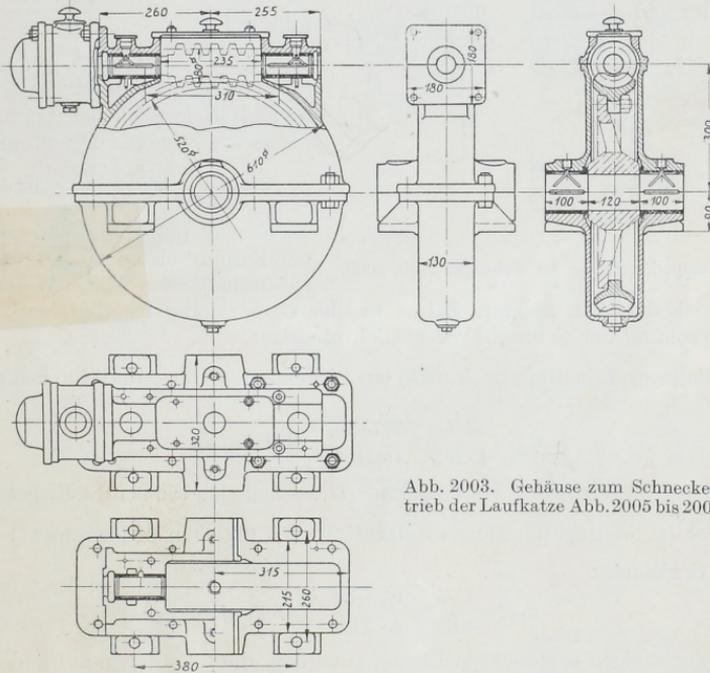


Abb. 2003. Gehäuse zum Schneckentrieb der Laufkatze Abb. 2005 bis 2007.

Der Schneckenkerndurchmesser ist:

$$d_0 = d - 2 \cdot 1,2 m = 80 - 2 \cdot 1,2 \cdot 13 = 48,8 \text{ mm}$$

und damit die Beanspruchung des Kerns auf Drehung durch die zu übertragende Leistung:

$$\tau_d = \frac{16 \cdot M_d}{\pi d_0^3} = \frac{16 \cdot 71620 \text{ N}}{\pi d_0^3} \cdot n = \frac{16 \cdot 71620}{\pi \cdot 4,88^3} \cdot \frac{24,7}{660} = 118 \text{ kg/cm}^2.$$

Sie entspricht dem bei der Ableitung der Formel (636) benutzten Werte.

Widerstandsmoment:

$$W = \frac{\pi}{32} d_0^3 = \frac{\pi}{32} \cdot 4,88^3 = 11,4 \text{ cm}^3.$$

Als Stützen- und Lagerentfernung seien nach Abb. 2003 310 mm angenommen. Aus:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha_1} = \frac{\operatorname{tg} 75^\circ}{\cos 18^\circ} = 0,39241$$

$$\beta' = 75^\circ 42'$$

folgt:
und der Zahndruck:

$$P = \frac{U}{\sin \beta' \cdot \cos \alpha_1 - \operatorname{tg} \rho \cdot \sin \alpha_1} = \frac{1750}{\sin 75^\circ 42' \cdot \cos 18^\circ - \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \sin 18^\circ} = 1933 \text{ kg.}$$

Radialkraft:

$$R = P \cos \beta' = 1933 \cdot \cos 75^\circ 42' = 477 \text{ kg.}$$

Tangentialkraft:

$$T = P (\sin \beta' \sin \alpha_1 + \operatorname{tg} \rho \cos \alpha_1) = 1750 \cdot (\sin 75^\circ 42' \cdot \sin 18^\circ + \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \cos 18^\circ) = 675 \text{ kg.}$$

Die Umfangskraft U beansprucht die Schnecke nach Abb. 1985 und Formel (621) durch das Moment $U \cdot \frac{r}{2}$ auf Biegung mit:

$$\sigma_{bU} = \frac{U \cdot r}{2W} = \frac{1750 \cdot 4}{2 \cdot 11,4} = 307 \text{ kg/cm}^2,$$

außerdem je nach der Lage des Stützlagers auf Zug oder Druck mit:

$$\sigma = \frac{4U}{\pi \cdot d_0^2} = \frac{4 \cdot 1750}{\pi \cdot 4,88^2} = 94 \text{ kg/cm}^2.$$

Formel (621) setzt voraus, daß sich der Zahndruck zu einer einzigen Kraft zusammenfassen läßt. Wenn, wie tat-

Abb. 2004. Doppellängslager der Schnecke Abb. 2003.

sächlich meist der Fall, mehrere Zähne an der Übertragung beteiligt sind, wird auch die Beanspruchung der Schnecke wesentlich niedriger.

Die Radialkraft R bedingt nach (623) ein Biegemoment $R \cdot \frac{l}{4}$ und eine Beanspruchung von:

$$\sigma_{bR} = \frac{R \cdot l}{4 \cdot W} = \frac{477 \cdot 31}{4 \cdot 11,4} = 324 \text{ kg/cm}^2$$

in der gleichen Ebene, wie die Umfangskraft U , so daß sich die beiden Biegespannungen addieren. Schließlich ruft die Tangentialkraft T nach (625) ein Biegemoment: $T \cdot \frac{l}{4}$ und damit eine Spannung:

$$\sigma_{bT} = \frac{T \cdot l}{4W} = \frac{675 \cdot 31}{4 \cdot 11,4} = 458 \text{ kg/cm}^2$$

in einer zu der vorigen senkrechten Ebene, außerdem die schon oben auf anderem Wege berechnete Drehbeanspruchung:

$$\tau_{dT} = \frac{16 \cdot T \cdot d}{2 \cdot \pi \cdot d_0^3} = \frac{16 \cdot 675 \cdot 8}{2 \pi \cdot 4,88^3} = 118 \text{ kg/cm}^2$$

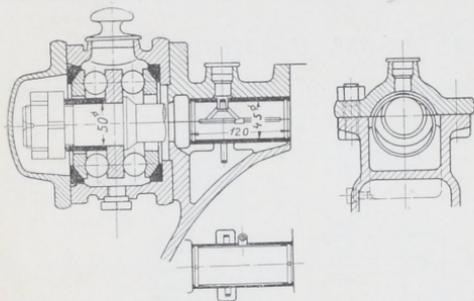
hervor.

Die resultierende Längsspannung wird, wenn der Achsdruck Zugspannungen im Schneckenkern erzeugt:

$$\sigma_{\max} = \sqrt{(\sigma_{bU} + \sigma_{bR})^2 + \sigma_{bT}^2} + \sigma = \sqrt{(307 + 324)^2 + 458^2} + 94 = 874 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit der Beanspruchung auf Drehung zusammengesetzt, folgt die ideale Hauptspannung bei $\alpha_0 = 1$:

$$\sigma_i = 0,35 \sigma_{\max} + 0,65 \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 4(\alpha_0 \tau_{dT})^2} = 0,35 \cdot 874 + 0,65 \sqrt{874^2 + 4 \cdot (1 \cdot 118)^2} = 893 \text{ kg/cm}^2.$$



Ihr gegenüber beträgt die größte Schubspannung:

$$\tau_i = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 4\tau^2} = \frac{1}{2} \sqrt{874^2 + 4 \cdot 118^2} = 450 \text{ kg/cm}^2.$$

Danach ist die tatsächliche Beanspruchung, namentlich im Vergleich mit der bei der üblichen

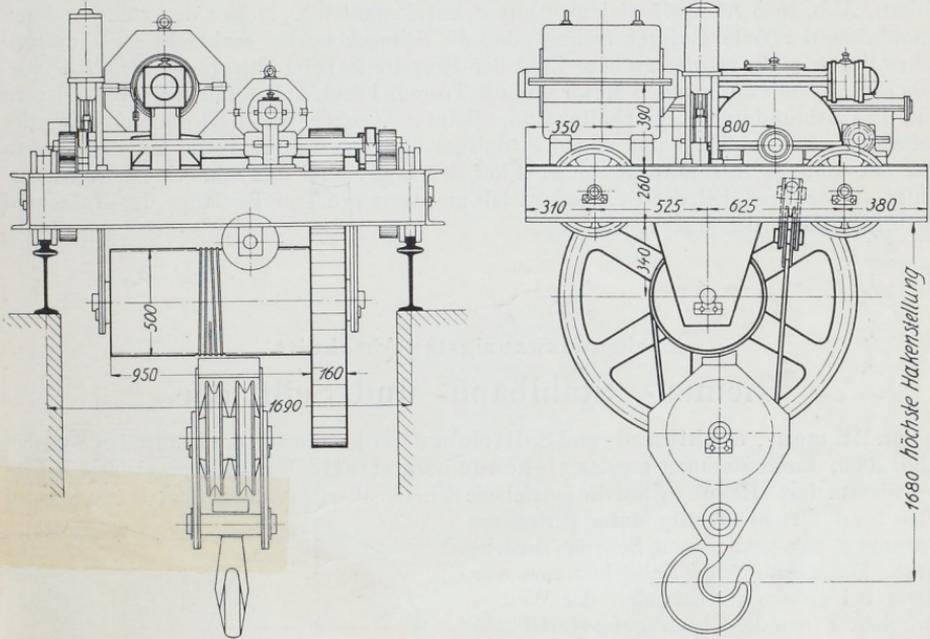
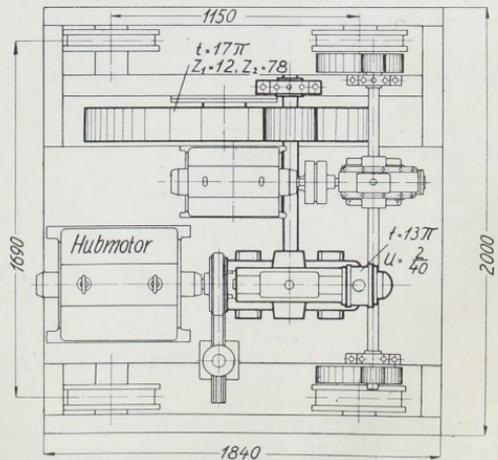


Abb. 2005 bis 2007. Elektrisch angetriebene Laufkatze für 20 t Nutzlast mit einem Schnecken- und einem Stirnradgetriebe. M. 1 : 30



Formel (636) zugrunde gelegten geringen Drehbeanspruchung von rund 120 kg/cm² sehr hoch und fordert die Verwendung guten Stahles, Siemens-Martinstahl von $K_z = 7000 \text{ kg/cm}^2$ Festigkeit und $k' = 3500 \text{ kg/cm}^2$ an der Fließgrenze oder $k' = 1750 \text{ kg/cm}^2$ Schubspannung an der Fließgrenze würde $\frac{K_z}{\sigma_i} = 7,8$ fache Sicherheit gegen Bruch bieten,

dagegen $\frac{K'}{\sigma_i} = \frac{3500}{893} = 3,92$ fache Sicherheit gegen Erreichen der Fließgrenze, wenn die größte Dehnung und $\frac{K''}{\tau_i} = \frac{1750}{450} = 3,89$ fache Sicherheit aufweisen, wenn die größte Schubspannung als maßgebend betrachtet wird.

Abb. 146 bis 148 zeigt die konstruktive Durchbildung der Laufkatze mit Stirnrädern, Abb. 2005 bis 2007 diejenige mit Schneckenantrieb. Neben der völlig anderen Anordnung der Teile, dadurch bedingt, daß die Schneckenachse senkrecht zur Trommelachse liegen muß, ist die größere Zahl der Einzelteile beim Stirnräderantrieb hervorzuheben, indem zwischen den Motor und die Trommel drei Wellen mit sechs Einzellagern und drei Zahnradpaare geschaltet sind. Beim Schneckenantrieb ist dagegen außer der Schnecke mit zwei Trag- und einem Stützlager nur eine weitere Welle mit drei Lagern und ein weiteres Stirnradpaar nötig. Fünf der Lager sind am Schneckengehäuse vereinigt. Außerdem führt der Stirnradantrieb zu etwas größerer Baulänge der Katze und niedrigerer Lage des Hakengeschirres.

Sechszwanzigster Abschnitt.

Riemen-, Stahlband- und Seiltriebe.

An Riemen-, Stahlband- und Seiltrieben werden die von der treibenden Scheibe, Abb. 2008, durch Reibung an das ziehende oder straffe Trum abgegebenen Kräfte von diesem durch Reibung auf die getriebene Scheibe übertragen, während das gezogene oder lose Trum ständig unter geringerer Spannung zur getriebenen Scheibe zurückläuft. Die genannten Triebe kommen vor allem bei größeren Abständen der Wellen, zwischen denen die Übertragung stattfinden soll, zur Anwendung. Als Treibmittel dienen bei den ersten beiden Arten bandförmige: Leder- und Textilriemen einerseits, Stahlbänder andererseits, bei den Seiltrieben

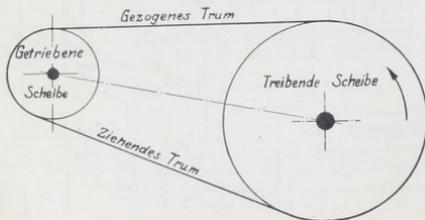


Abb. 2008. Riemen- oder Seiltrieb.

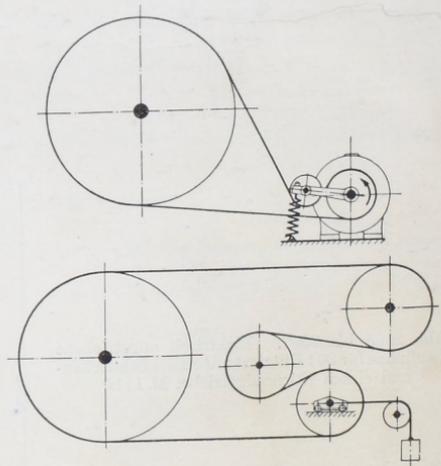


Abb. 2009 und 2010. Riemen- oder Seiltriebe mit Spannrollen.

fadenförmige: ein oder mehrere nebeneinander laufende Hanf-, Baumwoll- oder Drahtseile. Um die nötige Reibung zu erzeugen, muß das Treibmittel in genügendem Maße an den Scheibenumfängen angepreßt werden. Dazu benutzt man:

1. die Spannkraft, die das Eigengewicht des Übertragungsmittels bei größerem Achsabstände und bei wagrechter oder annähernd wagrechter Lage erzeugt,
2. die natürliche Elastizität der Treibmittel, die man unter Vorspannung auf die Scheiben auflegt,