## Umrichternichtlinearität -Repetitive Control

Masterarbeit



erstellt am Institut für Elektrische Antriebstechnik und Maschinen TU Graz

> vorgelegt von Christian Kresnik, BSc

Betreuer Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Roland Seebacher

Co-Betreuer Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Klaus Krischan

Institutsleiterin: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Anette Mütze

A - 8010 Graz, Inffeldgasse 18-I Telefon: (+43 316) 873 - 7241 Telefax: (+43 316) 873 - 7244 http://www.eam.tugraz.at http://www.tugraz.at

Graz / September - 2016







### Danksagung

Bedanken möchte ich mich ganz besonders bei Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Roland Seebacher für die Betreuung dieser Masterarbeit. Er hatte immer ein offenes Ohr für meine Anliegen und half mir schnell und unkompliziert weiter. Auch meinen Eltern und meiner Oma danke ich, die mir immer Rückhalt gegeben haben, um bisher alle schwierigen Prüfungen des Lebens erfolgreich meistern zu können.





## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am 01.09.2016

Opristian Kresnik

Christian Kresnik, BSc





### Kurzfassung

Durch die Nichtlinearitäten eines Umrichters treten beim Betrieb einer Asynchronmaschine periodische Störungen in den Strom- und Spannungsverläufen auf. Diese Nichtlinearitäten entstehen vor allem durch die Totzeiten bei den Schaltvorgängen in den Halbbrücken des Umrichters. Die zumeist verwendeten Stabilisationsregler (z.B. PI-Regler) schaffen es zwar den geschlossenen Regelkreis zu stabilisieren, können aber nicht die vom Stromvorzeichen abhängige Störung wirksam kompensieren. Mit Hilfe klassischer Kompensationsmethoden wie zusätzlichen Hardwaremodifikationen oder der Addition von Kompensationsspannungen lassen sich Verbesserungen erzielen. In einem eingestellten Arbeitspunkt haben die Störungen die Eigenschaft, dass sie annähernd konstante Frequenzen besitzen. Die messtechnische Erfassung dieser Störungsfrequenz gestaltet sich zumeist sehr einfach. Das Regelungsverfahren Repetitive Control bietet die Möglichkeit periodische Störungen mit konstanter und bekannter Frequenz zu dämpfen oder periodischen Führungsgrößen zu folgen. Ein Repetitive Controller kann als Plug-In Regler in einen bereits stabilen Regelkreis integriert werden.

Der erste Teil dieser Arbeit ist eine Literaturrecherche über Repetitive Control. Es werden die theoretischen Grundlagen erläutert und Bezug auf die Anwendung bei Umrichtern genommen. Es wird untersucht, ob es eine sinnvolle Alternative zu den bisher verwendeten klassischen Kompensationsmöglichkeiten der Störungen durch die Umrichternichtlinearitäten ist. Im folgenden praktischen Teil werden Regler für Systeme mit steigender Komplexität entworfen, simuliert und am Laborprüfstand ausgetestet. Einige Modifikationen des Standard Entwurfs für die Optimierungen auf spezielle Anwendungsfälle werden ebenso entwickelt. Die Ergebnisse werden diskutiert und in weiterer Folge für die Optimierung der Reglereinstellungen verwendet. Mit dem fertigen Repetitive Controller werden Kennlinien zur Untersuchung und Beschreibung der Umrichternichtlinearitäten aufgenommen. Diese Diagramme sollen darstellen, welche Eingangsspannungen am Umrichter benötigt werden, bzw. welche Spannungen die Regler als Stellgrößen liefern müssen, damit die Ströme an den Ausgängen des Umrichters störungsfrei werden. Mit daraus erhaltenen Kennlinien können die Ergebnisse für weitere Arbeitspunkte ermittelt werden.





### Abstract

Because of the inverter's nonlinearities, periodic disturbances occur in the current and voltage profile. These nonlinearities are primarily caused by the dead times during the switching operations in the half-bridges of the inverter. The mainly used stabilization controllers (eg. PI controller) can stabilize the closed control loop, but can't compensate the current sign depending disturbance effectively. By using classic compensation methods like hardware modifications or adding compensation voltages, progression can be achieved. In an adjusted operation point the disturbance has the property of a nearly constant frequency. Implementing the measurement of the frequency is quite simple in most cases. The control technique Repetitive Control can damp periodic disturbances with constant and known period or following periodic reference inputs very well. A Repetitive Controller can be implemented as a plug-in type controller and added to a already stabilized control loop.

The first chapter of this master thesis is a literature research about Repetitive Control. The theoretical basics will be introduced and then the research focuses on the application with inverters. It will be discussed, whether it is a reasonable alternative to the classic compensation methods of disturbances caused by the inverter's nonlinearities. In the following practical chapters controllers for systems with increasing complexity will be designed, simulated and tested on the machine test bench. Some modifications of the standard design for special applications are also tested. The results are discussed and used for optimizing the configuration of the controllers. With the final Repetitive Controller some characteristic diagrams for investigating and describing the inverter's nonlinearity are made. The diagrams should represent, how the input voltages of the inverter must be, that the controlled output currents are undisturbed. With these diagrams the results for other operating points can be determined.

# Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung								
2.	Literaturrecherche über Repetitive Control								
	2.1.	Einleitung	19						
	2.2.	Nichtlinearitäten bei Halbbrücken	19						
		2.2.1. Modellierung	20						
	2.3.	Klassische Kompensation	21						
	2.4.	Das Prinzip von Repetitive Control	22						
	2.5.	Entwicklung	23						
	2.6.	Prinzip des internen Modells	24						
	2.7.	Zeitkontinuierliches System	28						
		2.7.1. Einleitung	28						
		2.7.2. Prinzip	29						
		2.7.3. Modifiziertes Repetitive Control System	37						
	2.8.	Zeitdiskretes System	40						
		2.8.1. Einleitung	40						
		2.8.2. Periodischer Signalgenerator im Zeitdiskreten	41						
		2.8.3. Struktur	44						
		2.8.4. Stabilitätsuntersuchung	45						
		2.8.5. Parameterwahl $\ldots$	47						
		2.8.6. Entscheidende Faktoren für gute Performance	50						
	2.9.	Anwendungen	51						
	2.10.	. Häufig auftretende Probleme und Lösungsansätze	52						
		2.10.1. Hohe Frequenzanteile	52						
		2.10.2. Nichtperiodische Eingangssignale	53						
		2.10.3. Veränderliche oder unbekannte Periodendauer	55						
		2.10.4. Multiple Memory Loops	55						
		2.10.5. Probleme mit Frequenzraster	61						
		2.10.6. Speicherbedarf $\ldots$	64						
		2.10.7. Optimierungsbasierte Repetitive Controller	65						
		2.10.8. Repetitive Control auf Basis von Ljapunov	66						
		2.10.9. Repetitive Control kombiniert mit Model Predictive Control	66						
	2.11.	. Selbstständig in Betrieb setzendes Verfahren zur Kompensation von Nicht-							
		linearitäten bei Umrichtern	69						
	2.12.	. Zusammenfassung und Diskussion	71						





3.	Entv	wurf und Simulation	73
	3.1.	Einleitung	73
	3.2.	Einphasiges PT1-Glied	74
		3.2.1. Anforderungen an das System	74
		3.2.2. Strecke	75
		3.2.3. Stabilisierender PI-Regler	75
		3.2.4. Standard Repetitive Controller	77
		3.2.5. Frequency Adaptive Repetitive Controller	87
	3.3.	Dreiphasiges PT1-Glied	90
		3.3.1. Entwurf	90
		3.3.2. PI-Reglerparameter	92
		3.3.3. Tests	92
	3.4.	Altes dreiphasiges Simulationsmodell aus dem REA Labor	97
		3.4.1. Stromregler	97
		3.4.2. Fluss- und Drehzahlregler	101
	3.5.	Neues dreiphasiges Simulationsmodell aus dem Regelung elektrischer An-	
		triebe Labor	106
		3.5.1. Modell in Simulink	106
		3.5.2. PI-Reglerparameter	109
		3.5.3. Tests	109
	3.6.	Zeitoptimierung des Repetitive Controllers	128
		3.6.1. Verwendung eines Ringpuffers	128
		3.6.2. Odd-Harmonic Repetitive Controller	128
	3.7.	Robustheitserhöhung mit dem High Order Repetitive Controller	133
		3.7.1. Einphasig $\ldots$	135
		3.7.2. Dreiphasiges Labor-Simulationsmodell	139
4.	Fun	ktionstest am Laborprüfstand NordWest 1	144
	4.1.	Aufbau	144
	4.2.	PI-Reglerparameter	145
	4.3.	Standard Repetitive Controller	146
		4.3.1. Ohne Repetitive Controller	146
		4.3.2. Mit Repetitive Controller	152
	4.4.	Odd-Harmonic Repetitive Controller	172
	4.5.	High Order Repetitive Controller	172
		4.5.1. Period Time Robust HORC	173
		4.5.2. Noise Robust HORC	173
	4.6.	Online Frequency Adaptive Repetitive Control	175
		4.6.1. Bestimmung der Störungsperiodendauer	176
		4.6.2. Implementierung für Online Berechnungen	177
		4.6.3. Kontrolle der Funktion über großen Drehzahlbereich	179
		4.6.4. Spannungs- und Stromortskurven	183
5.	Ken	nlinien zur Kompensation der Umrichternichtlinearität	194





	5.1.	Einleitung	Jung	. 194	194
	5.2.	Messu	ngen	. 194	-
		5.2.1.	Aufbau	. 194	-
		5.2.2.	Synchronisation der Messgeräte	. 196	
		5.2.3.	Probleme mit dem DS1103 dSPACE System	. 196	
		5.2.4.	Probleme mit anderer Abtastzeit	. 197	,
		5.2.5.	Ergebnisse	. 198	
6.	Zusa	ammen	fassung und Ausblick	203	
Ał	obildu	zeichnis	206	I	
Та	belle	ichnis	213		
Lit	ichnis	214			
Α.	Anh	ang		222	
	A.1.	Definit	tionen	. 222	
	A.2.	Bilder		. 223	

## Abkürzungsverzeichnis

- **IMP** Prinzip des Internen Modells (engl. Internal Model Principle)
- MPC Modellprädiktive Regelung (engl. Model Predictive Control)
- **RHC** Receding horizon control
- R2R Run-to-run
- **IGBT** Insulated Gate Bipolar Transistor
- $\textbf{FFW} \ \ Feedforward$
- **ILC** Iterative Learning Control
- **RC** Repetitive Control
- **R2R** Run-To-Run Control
- **CVCF** Constant-voltage constant-frequency
- $\textbf{SISO} \ \ Single \ input \ single \ output$
- MIMO Multi input multi output
- **LTI** Linear time invariant
- **BIBO** Bounded input bounded output
- HORC High Order Repetitive Controller
- FARC Frequency Adaptive Repetitive Controller
- **SISO** Reglerdesign Tool in MATLAB
- **PT1** LTI Übertragungsglied mit proportionalem Übertragungsverhalten und einer Verzögerung 1. Ordnung
- **FIR** Endliche Impulsantwort (engl. finite impulse response, )
- **IIR** Unendliche Impulsantwort (engl. infinite impulse response)
- **IM** Asynchronmaschine (engl. induction machine)

## Symbolverzeichnis

- A Systemmatrix. 67
- $A_k\,$ k-te Koeffizient des Lagrange-Filters des Frequency Adaptive Repetitive Controllers. 61, 87
- B Eingangsmatrix. 67
- C Ausgangsmatrix. 67
- $C_{par}$  Parasitäre Kapazitäten. 195
- E Laplace Transformierte der Regelabweichung. 24, 31, 32, 34, 36, 44
- F Nicht ganzzahliger Anteil von  $N_{dist}$ . 61
- $G(\theta)$  Formfunction zur Konfiguration des High Order Repetitive Controllers. 58, 59
- $G_c$  Reglerübertragungsfunktion. 24, 25, 44, 58, 73, 75, 77, 80, 193
- $G_p$  Streckenübertragungsfunktion. 24, 25, 30–33, 35–37, 40, 44, 53, 58, 73, 74, 221
- $G_{FARC}$  Übertragungsfunktion des Frequency Adaptive Repetitive Controllers. 61
- $G_{PT1}$  Streckenübertragungsfunktion eines PT1-Gliedes. 74
- $G_{PWR}$  Streckenübertragungsfunktion des Umrichters. 74
- $G_{SG}$  Ubertragungsfunktion eines periodischen Signalgenerators. 26
- $G_{allg}$  Übertragungsfunktion des verallgemeinerten Repetitive Controllers. 54, 55
- $G_{rep}$  Übertragungsfunktion eines Repetitive Controllers. 26, 30, 42, 43, 51
- $G_x\,$ Filterübertragungsfunktion zur Erhöhung der Robustheit des Repetitive Controllers. 44, 45, 47, 50, 57, 58, 61, 63, 77, 78, 80, 81, 94, 129, 133, 144, 176
- H FIR Filter des zeitdiskreten Repetitive Controllers. 15, 44–46, 48, 51, 57, 58, 61, 63, 77, 78, 80, 81, 94, 129, 133, 144, 176, 206
- *I* Einheitsmatrix. 32, 33, 36, 37
- $I_a$  Ankerstrom der Gleichstrommaschine. 186, 193





- $I_e\,$ Erregerstrom der Gleichstrommaschine. 193
- $I_{max}$  Maximalwert der Stellgrößenänderung in einem Abtastschritt. 68
- $I_{min}$  Minimalwert der Stellgrößenänderung in einem Abtastschritt. 68
- $J\,$  Gütefunktion bei MPC. 66–68
- ${\cal J}_m$  Trägheitsmoment der Gleichstrommaschine. 109
- L Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises. 25–27, 45, 47, 73, 77, 81
- $L_{\sigma,r}$  Rotorstreuinduktivität. 109
- $L_{\sigma,s}$  Statorstreuinduktivität. 109
- $L_h$  Hauptinduktivität. 109
- $M_S$  Modifizierende Sensitivitäts-Übertragungsfunktion. 53, 58, 59, 132, 133, 206
- $N_L$ Nenner der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises. 26
- ${\cal N}_R$ Nenner der Laplace Transformierten der Führungsgröße. 24, 25
- $N_T$  Nenner der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises. 47
- $N_c\,$ Nenner der Reglerübertragungsfunktion. 24, 25
- $N_i$ Ganzzahliger Anteil von  $N_{dist}.$ 61
- $N_p$  Nenner der Streckenübertragungsfunktion. 24, 25, 40, 42, 43
- $N_{Tp}$  Anzahl der Abtastpunkte innerhalb einer Periode. 49
- $N_{dist}\,$ Länge der Verzögerungskette des Repetitive Controllers. 10, 11, 40, 41, 43, 49, 50, 60, 61, 63, 78, 85, 127, 134, 151, 175, 210
- $N_u$  Stellhorizont. 67
- $N_y$  Prädiktionshorizont. 66, 67
- R Laplace Transformierte der Führungsgröße. 24–26, 31–33, 36, 42, 67, 68
- $R_r^{p \times m}$  Mengen aller realisierbaren  $p \times m$  Matrizen. 34
- $R^{p\times m}_{sr}$ Mengen aller strikt realisierbaren  $p\times m$ Matrizen. 34
- $R_-$ Mengen aller realisierbaren, stabilen und rationalen Matrizen der Dimension $p\times m.$  33, 34, 37
- $R_r$  Rotorwiderstand. 109





- $R_s$  Statorwiderstand. 109
- S Störübertragungsfunktion. 42, 53
- $\mathcal{S}_1$  Stabiles System 1. 32
- $\mathcal{S}_2$  Stabiles System 2. 32
- $T\,$  Transformations matrix. 150, 182
- $T_p$  Periodendauer. 13, 26–29, 33, 39, 55, 56, 205
- $T_s\,$  Abtastzeit. 43, 46, 49, 58, 60, 73, 74, 85, 89, 144, 195, 196, 210
- $T_v$  Verzögerungszeit. 197
- $T_{dist}$  Periodendauer der periodischen Störung. 19, 44, 46, 60, 73, 85, 145, 151, 175, 210
- $T_{pwr}$  Schaltperiodendauer des Umrichters. 19
- $T_{sens}\;$ Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ohne Repetitive Controller. 58
- ULaplace Transformierte der Stellgröße. 31
- $U_{ZK}$ Zwischenkreisspannung des Umrichters. 19, 143, 193, 195
- W Transformierte eines zeitdiskreten, periodischen Signals der Periode  $N_{dist}$ . 41, 42, 55
- $W_{HO}$  High Order Repetitive Function. 58
- $W_{opt}$  Gewichtungskoeffizienten-Vektor des High Order Repetitive Controllers. 133, 134
- $W_{out}\;$ Laplace Transformierte des Ausgangs der Memory Loop des Repetitive Controllers. $31\;$
- YLaplace Transformierte der Regelgröße. 31, 44
- $Y_{max}$  Maximalwert der Stellgröße. 68
- $Y_{min}$  Minimalwert der Führungsgröße. 68
- $\mathbb{Z}_R$ Zähler der Laplace Transformierten der Führungsgröße. 24
- $Z_T$  Zähler der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises. 47
- $\mathbb{Z}_c$ Zähler der Reglerübertragungsfunktion. 24, 25
- $\mathbb{Z}_p$ Zähler der Streckenübertragungsfunktion. 24, 25, 40–43, 49
- $\alpha$  Transformationswinkel. 89, 145, 146, 174–176, 208, 210





- $\bar{W}_{out}$ Laplace Transformierte der Antworten auf die Anfangsbedingung von  $e^{-T_ps}.$  31, 32, 36
- $\bar{Y}$ Laplace Transformierte der Antworten auf die Anfangsbedingung von  $G_{p}\left(s\right)$ . 31, 32, 36
- $\delta\,$  Impuls funktion. 26, 205
- $\dot{\alpha}$  Ableitung des Transformationswinkels. 175, 176, 197, 210
- $\gamma_{np}$  Optimierungsfaktor für nichtperiodische Störungen beim robusten Repetitive Controller zur Unterdrückung periodischer und nicht-periodischer Störungen. 53
- $\gamma_p$  Optimierungsfaktor für periodische Störungen beim robusten Repetitive Controller zur Unterdrückung periodischer und nicht-periodischer Störungen. 53
- $\hat{i}_{dist}$  Störstromamplitude. 92–94, 206, 207
- $\hat{u}_{dist}$  Störspannungsamplitude. 99
- $\hat{y}$ Prädizierter Ausgabewert. 67
- $\lambda\,$ Gewichtungskonstante der Stellfolge. 67
- ${\bf x}$ Zustandsvektor im Zustandsraummodell. 67
- $\mathcal{L}^{-1}$  Inverse Laplace Transformierte. 33, 34
- $\mathcal{P}(T_p)$  Menge beschränkter und kontinuierlicher periodischer Signale. 33, 34
- $\omega$  Kreisfrequenz (allgemein). 45, 46, 89
- $\omega_T$  Kreisfrequenz des Störsignals der Periode  $T_p$ . 29

 $\omega_{BW}$  Bandbreite. 53

- $\omega_c$  Grenzkreisfrequenz. 35, 39
- $\psi_h$ Hauptflussverkettung. 109–127, 207, 208
- $\psi_r$  Elektrischer Fluss im Rotor. 122–124, 145, 208
- $\tau_{PT1}$ Zeitkonstante des PT1-Gliedes. 73–75
- $\theta\,$ Normierte Frequenz. 58
- $\tilde{F}$  Modell der Führungsgröße. 25
- $\Delta_{cl}(s)$  Charakteristisches Polynom des geschlossenen Regelkreises. 25, 42





- $\varDelta u$ Stromabhängiger Spannungsabfall am Umrichter-Innenwiderstand in einer Phase. 194, 203
- $\varphi_i$  Winkel des Stromraumzeigers. 148–150, 208, 209
- $\varphi_{mech}$ Mechanischer Phasenwinkel. 143, 193
- $\vartheta\,$  Temperatur. 195
- a Realisierbare und stabile rationale Funktion. 30-34, 36, 37
- dStörgröße. 26, 40, 44
- $d_1$ Tastverhältnis der Phase 1. 194
- $d_s$  Anzahl der bekannten Verzögerungsschritte. 40, 43
- e Regelabweichung. 24, 25, 34, 37, 40, 42, 44, 55
- $f_s\,$  Abtast frequenz. 143, 144
- $f_{dist}$  Frequenz der periodischen Störung. 134–136, 145, 208
- $i_1$ Strom in der Phase 1. 143, 147, 150–152, 155–158, 160, 163, 164, 167, 168, 171–173, 178–183, 193–195, 208–211, 223, 224
- $i_2$  Strom in der Phase 2. 143, 147, 150–152, 193, 195, 208, 209
- $i_3$  Strom in der Phase 3. 168
- $i_a$  Strom in der Phase a. 94, 207
- $i_b\,$  Strom in der Phase b. 94, 207
- $i_c$  Strom in der Phase c. 94, 207
- $i_d\,$  d-Komponente des Stromes. 95, 106, 109–112, 117, 131, 139–141, 207, 208
- $i_q$  q-Komponente des Stromes. 96, 109, 112–115, 132, 140, 141, 207, 208
- $i_s^S$  Stator-Stromraumzeiger. 150, 187, 210
- $i_u$ Welligkeit des Stromes in der Phase u. 19, 20
- $k_m \varPhi$ Motorkonstante der Gleichstrommaschine. 109
- $k_{AW}$  Anti-Windup Verstärkungskonstante. 76, 91, 98, 102, 108, 109, 145
- $k_r$ Verstärkungsfaktor des Repetitive Controllers (engl. Repetitive Control Gain). 43, 47, 48, 51, 58, 59, 61, 63, 65, 77, 81–86, 88, 91, 128, 129, 133, 151, 157–170, 172, 176, 178–186, 206, 208–211, 223, 224





- $l_h$  Harmonische  $l_h = 0 \dots \Lambda$ . 53
- n Drehzahl. 109–127, 145–148, 155–162, 164–166, 172, 173, 175, 178–192, 197, 207–211, 222–224
- $n_u$  Ordnung von  $Z_p^-(z^{-1})$ . 43
- $p\,$  Ordnung der Approximation beim High Order Repetitive Controller. 58, 132–134, 136, 138, 140, 172, 173
- $p_n$  Polyedrische Norm. 59
- $p_{pol}$  Polpaarzahl. 109
- q Realisierbare, stabile und rationale Funktion eines Tiefpassfilters. 35–39
- $q_0$  Filterkoeffizient 0 des FIR Filters H(z). 46
- $q_1$  Filterkoeffizient 1 des FIR Filters H(z). 46
- rFührungsgröße. 24, 26, 33, 34, 37, 40, 67, 83, 128, 208
- $r_0$ Quadratisch integrierbare  $L_2$  -Funktion. 33
- $r_{rel}$  Relativer Grad. 221
- $t\,$  Zeit. 175
- $t_r$  Anstiegszeit in der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises. 75
- $t_{shift}$  Verschiebungszeit des dSPACE Systems. 196, 197
- $t_v$  Verriegelungszeit des Umrichters. 19
- u Stellgröße. 32, 40, 67, 221
- $u_{1,Soll}$  Sollspannung der Phase 1 des Umrichters. 194
- $u_a$  Spannung in der Phase a. 148, 155–157, 159–161, 164, 165, 169, 170, 186, 208–210
- $u_b$  Spannung in der Phase b. 148, 155, 208, 209
- $u_c$  Spannung in der Phase c. 148, 155, 208, 209
- $u_d$ d-Komponente der vom Stromregler ausgegebenen Spannung. 116–118, 207, 208
- $u_{max}$  Maximalwert der Stellgröße. 68
- $u_{min}$  Minimalwert der Stellgröße. 68
- $u_q$  q-Komponente der vom Stromregler ausgegebenen Spannung. 119, 120, 208





- $u_{rep}$ Ausgangsgröße des Repetitive Controllers. 55
- $u_{sync}\,$ Spannung zur Synchronisation des d<br/>SPACE Systems und des N5000 Power Analyzers. 193, 195
- $u_s^{\scriptscriptstyle S}$ Spannungsraumzeiger. 191, 192, 210
- $w\,$  Periodisches Signal. 40–42
- yRegelgröße. 24, 32, 40, 44, 67, 83, 128, 208
- $z^{-1}$  Verzögerung 1. Ordnung. 41–43, 49

# 1. Einleitung

Diese Masterarbeit besteht neben **Kapitel 1: Einleitung** aus noch fünf weiteren Kapiteln, die folgende Themen haben:

#### Kapitel 2: Literaturrecherche

Das zweite Kapitel beinhaltet die im Rahmen des Master Seminars und der nachfolgenden Masterarbeit erstellte Literaturausarbeitung über Repetitive Control und dessen Anwendung zur Kompensation der Störungen durch die Umrichternichtlinearitäten. Es wird untersucht, ob diese Art der Regelung eine wirksame Alternative zu den bisher verwendeten klassischen Kompensationen ist. Andernfalls müsste in der Masterarbeit ein anderer Algorithmus zum Einsatz kommen.

#### Kapitel 3: Entwurf und Simulation

Im dritten großen Abschnitt geht es um die schrittweisen Entwürfe und Simulationen von Repetitive Control Systems. Begonnen wird mit den Designs für sehr einfache Konfigurationen wie einem einphasigen PT1-Glied. Die erste Erweiterung stellt der Schritt zur Dreiphasigkeit in einem willkürlichen Koordinatensystem dar. Danach werden die Regler in das Labormodell aus der Laborübung Regelung elektrische Antriebe integriert. Zuerst erfolgt der Einbau für den einfacheren stromgeregelten Betrieb, in weiterer Folge für die feldorientierte Regelung mit zusätzlichen Fluss- und Drehzahlreglern. Die Komplexität der zu unterdrückenden Störung wird nach und nach gesteigert. Einer sehr einfach zu handhabenden sinusförmigen Störspannung konstanter Frequenz folgen rechteckförmige Spannungen mit höheren Oberschwingungsanteilen. Später werden diese abhängig vom geregelten Strom am Ausgang des simulierten Umrichters gemacht. In der nächsten Erweiterungsstufe wird der Repetitive Controller auf das neue Labormodell mit modellierter Störspannung angewandt. Zusätzlich werden einige Adaptierungen des Standard Repetitive Controllers, welche in der Literaturrecherche ausgearbeitet werden, entwickelt und ausgetestet. Damit sollen Verbesserungen in der Stabilität, Flexibilität, Schnelligkeit und Optimierungen auf spezielle Sonderfälle erzielt werden.

#### Kapitel 4: Funktionstest am Laborprüfstand NordWest 1

Kapitel 4 beinhaltet das Austesten der in der Simulation getesteten Regler am rea-





len Laborprüfstand im EAM Labor. Für unterschiedliche Regelungsschemen aus der Simulation werden Funktionsüberprüfungen gemacht. Anschließend wird an den Reglerparametern gedreht, um die Einstellgrenzen für den verwendeten Prüfstand mit dem dSPACE System DS1103 bestimmen zu können.

### Kapitel 5: Ermittlung der Kennlinien der Umrichternichtlinearität

Die im Rahmen dieser Masterarbeit zu bestimmenden Kennlinien der Umrichternichtlinearitäten sind Thema des fünften Kapitels. Unter Einsatz von Repetitive Control werden Messungen bei unterschiedlichen Arbeitspunkten im Leerlauf-, motorischen und generatorischen Belastungsfall durchgeführt. Die aus den Messergebnissen erhaltenen Kennlinien sollen darstellen, welche Eingangsspannungen der Umrichter benötigt, damit die Ausgangsströme störungsfrei werden.

### Kapitel 6: Zusammenfassung und Ausblick

Im letzten Kapitel 6 geht es um eine Zusammenfassung der Arbeit und der darin erzielten Ergebnisse. Weiters wird ein Ausblick auf mögliche Erweiterungen und zukünftige Projekte gemacht.

# 2. Literaturrecherche über Repetitive Control

## 2.1. Einleitung

In diesem Kapitel geht es um eine Literaturrecherche, die im Rahmen des Master-Seminars und der Masterarbeit Umrichternichtlinearität - Repetitive Control erstellt wurde. Sie beschäftigt sich mit Repetitive Control und dessen Anwendung bei Umrichtern und Asynchronmaschinen. Dafür werden die Nichtlinearitäten des Umrichters beschrieben. Unter anderem werden ihre Ursachen und Auswirkungen betrachtet. Anschließend wird auf klassische Kompensationen näher eingegangen. Die Masterarbeit [1] von Eickhoff, welche ebenfalls am EAM Institut erstellt wurde, beschäftigt sich mit Kompensationsmaßnahmen, die auf zusätzlichen Hardwareerweiterungen aufbauen. Repetitive Control verwendet hingegen einen völlig anderen Ansatz. Mit einem relativ einfach zu entwerfenden Regler ist es möglich, dass periodisch auftretende Störungen bekannter und konstanter Frequenz wirkungsvoll unterdrückt werden können. Die nächsten Themen sind die Entwicklung und Geschichte von Repetitive Control. Der Regelungsalgorithmus wurde in Japan erfunden. Das Prinzip des internen Modells, aus welchem dieses Regelungsschema entstand, wird auch erklärt. Die zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Entwürfe des Standard (konventionellen) Repetitive Controllers, auf welche fast alle Erweiterungen basieren, sind die folgenden Themen der Ausarbeitung. Ein paar für die nachfolgende Masterarbeit relevante Anwendungen bei Umrichtern werden des Weiteren vorgestellt. Je nach den Anforderungen und Gegebenheiten des zu regelnden Systems treten unterschiedliche Probleme auf. Diese werden beschrieben und Lösungsansätze diskutiert. Die für den praktischen Teil interessanten Algorithmen werden mathematisch definiert. Als Abschluss soll geklärt werden, ob dieses Regelungsprinzip als wirkungsvolle Alternative oder Zusatz zur klassischen Kompensation der periodisch auftretenden Störungen durch die Umrichternichtlinearitäten verwendet werden könnte. Die hier dokumentierten theoretischen Grundlagen sind Basis für die praktischen Arbeiten im Rahmen der Masterarbeit.

## 2.2. Nichtlinearitäten bei Halbbrücken

Es ist möglich eine Asynchronmaschine für sehr einfache Anwendungen direkt über das Netz zu speisen. Soll die Drehzahl aber über einen großen Bereich konstant gehalten werden, so ist der Einsatz von Umrichtern mit PWM-Signalen am Ausgang notwendig. Die





U/f-Steuerung für simple Implementierungen und die feldorientierte Regelung für hochdynamische Systeme sind heutzutage die gebräuchlichsten Verfahren. Bei pulsweitenmodulierten Umrichtern werden IGBT's (Insulated Gate Bipolar Transistors) oder MOS-FET's (Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistoren) als Schalter in den Halbbrücken verwendet. Diese besitzen aber nichtideale Eigenschaften. Deren Umschaltdauer ist ungleich null. Um den Kurzschluss einer Phase des Umrichters durch zu frühes Einschalten eines Transistors zu vermeiden, wird eine Verriegelungszeit  $t_v$  eingeführt, bei der beide Schalter ausgeschaltet sind. Diese Totzeit liegt zwar im niedrigen Mikrosekunden-Bereich, verursacht aber nicht unerhebliche Störungen in den Ausgangsspannungen des Umrichters. In der Literatur werden diese Auswirkungen oftmals als dead time effect bezeichnet (Artikel [2] von Ben-Brahim). Die Störungen treten im Bereich der Nulldurchgänge der sinusförmigen Ausgangsströme auf. Die Periodizität erlaubt die Anwendung einiger interessanter Kompensationen. Sie wird in dieser Arbeit zu einer nützlichen Eigenschaft zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit der Systeme. Die Störspannung einer Phase, die zum großen Teil durch das Totzeitverhalten verursacht wird, berechnet sich nach der Gleichung 2.1 und ist in der Abbildung 2.1 zu sehen. Der Strom  $i_u$  besitzt eine überlagerte, höherfrequente Welligkeit. Die Störspannung ändert im Nulldurchgang des Stromes ihr Vorzeichen. (Artikel [3] von Ben-Brahim)

$$\Delta v = -\frac{T_{dist}}{T_{pwr} \cdot U_{ZK} \cdot sign\left(i_u\right)} \tag{2.1}$$



Abbildung 2.1.: Spannungs- und Stromverläufe einer Phase des Umrichters ohne Totzeitkompensation (Artikel [3] von Ben-Brahim)

#### 2.2.1. Modellierung

Die Masterarbeit [4] von Erhart, die auch am EAM Institut der TU Graz gemacht wurde, beschäftigt sich mit der Modellierung der Umrichternichtlinearität bei Spannungszwischenkreisumrichtern. Schrittweise wurden Einflussfaktoren für die Verzerrungen in das Modell integriert und der nichtlineare Spannungsabfall des Modells mit jenem der realen Messung verglichen. Als wesentliche Einflussfaktoren wurden im ersten Schritt die Verriegelungszeit des Umrichters und das Zero Clamping eingebaut. In weiterer Folge wurde





das Modell um die Spannungsabfälle am IGBT und der Freilaufdiode erweitert, was eine wesentlich bessere Approximation ermöglichte. Größere Abweichungen traten bei höheren Zwischenkreisspannungen auf, da die Parameter zur Identifikation des Modells bei niedrigen Zwischenkreisspannungen gemessen wurden. Es wurde in diesem Zusammenhang eine Abhängigkeit zur Zwischenkreisspannung festgestellt. Im Übergangsbereich trat ein zusätzlicher Spannungsabfall auf, wodurch es hier noch zu größeren Abweichungen verglichen mit der Messung kam. Die letzte Erweiterungsstufe war die Miteinbeziehung der parasitären Kapazitäten. Dadurch stieg der Rechenaufwand deutlich an. Deshalb wird diese zusätzliche Approximation nur in Bereichen der Kennlinie berücksichtigt, wo sie nicht vernachlässigbar ist. Schwankungen aufgrund der Temperatur und Parameterschwankungen wurden nicht berücksichtigt und sollten Aufgabe weiterer Arbeiten sein.

## 2.3. Klassische Kompensation

Zur Kompensation der Umrichternichtlinearität haben sich über die Jahre hinweg viele unterschiedliche Lösungsansätze entwickelt. Ein Möglichkeit ist die Kompensation der Verriegelungszeit. Diese wird in den Artikeln [5] von Landau und Horowitz und [6] von Sadegh und Horowitz mit Hilfe von elektronischen Schaltungen auf verschiedene Arten kompensiert. Verbesserungen werden durch Einbeziehung der Schaltzeiten des Pulswechselrichters erzielt (Artikel [7] von Sadegh und Guglielmo).

Lookup Tables zur Modellierung des Verhaltens der Nichtlinearitäten werden z.B. im Artikel [8] von Jeon und Tomizuka verwendet. Mit Hilfe einer Lookup Table lässt sich vorab eine Kompensationsspannung berechnen, welche der Spannung im Anschluss aufaddiert wird. Je nach Algorithmus haben diese Kompensationsspannungen entweder trapez- oder rechteckförmige Verläufe. Diese Ansätze sind Offline-Verfahren und werden Feedforward Compensation Methods genannt. In der Abbildung 2.2 sind die Verläufe für ein Beispiel einer klassischen Kompensation zu sehen. Abhängig vom Stromvorzeichen wird eine rechteckige Spannung der Ausgangsspannung aufaddiert oder abgezogen. Diese Form der Störungskompensation funktioniert jedoch nur unter der Einschränkung, dass die Welligkeit des Stromes  $(i_u \text{ in Abbildung 2.1})$  nicht berücksichtigt wird. In vielen Fällen hat der Strom allerdings erhebliche Welligkeit und das führt vor allem in den Nulldurchgängen zu großen Problemen. Dort wechselt durch die Oberschwingungen ständig das Vorzeichen des Stromes. Es kommt zum sogenannten Zero Clamping. Da die Kompensationsspannung eine Funktion des Führungsstrom-Vorzeichens ist, liefert diese Methode in den meisten Fällen nur unbrauchbare Ergebnisse. Die Ursachen des Zero Clampings sind in der Masterarbeit [1] von Eickhoff zusammengefasst.







Abbildung 2.2.: Typische Struktur einer konventionellen Kompensation [3]

Das Problem mit Zero Clamping und die Tatsache, dass die Kompensationen vorab gemacht werden müssen, lassen die Lösungen in den letzten Jahren in Richtung anderer Ausführungen gehen. Der Vorteil bei Online-Kompensationen liegt darin, dass sich die Implementierung der Kompensation während des Betriebes den Gegebenheiten anpasst und nicht vorab fertig eingestellt werden muss. Das macht die Störunterdrückung variabler. Beispielsweise lässt sich die Nichtlinearität als Störgröße betrachten und mit Hilfe eines Störgrößenbeobachters unterdrücken. Die Aufnahme und Speicherung von Lookup Tables zur Beschreibung des Umrichters stellen hingegen auch oft einen großen Mehraufwand dar. Im Regelungsverfahren Repetitive Control im Artikel [3] von Ben-Brahim wird eine Memory Loop, das ist eine mitgekoppelte Schleife mit Verzögerungen 1. Ordnung, zur Unterdrückung von Störungen verwendet. Die Störungen müssen eine bekannte und konstante Periodendauer besitzen. Das Verfahren liefert in verschiedensten Anwendungen befriedigende Ergebnisse. Eine adaptive klassische Kompensation kommt im Artikel [9] von Urasaki, Senjyu, Uezato und Funabashi vor.

## 2.4. Das Prinzip von Repetitive Control

Eine entscheidender Faktor für einen gut funktionierenden Regelkreis ist, dass die Regelder Führungsgröße ohne eine bleibende Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand folgt. Dies sollte selbst bei Vorhandensein von unbekannten und nicht messbaren Störungen der Fall sein. Das Verfahren Repetitive Control (RC) bewährt sich seit einigen Jahren bei Regelungen, wo versucht wird periodischen Führungssignalen zu folgen oder periodisch auftretende Störungen zu unterdrücken. Nach dem Vorbild des menschlichen Verstandes sollen solche Regelungen nach Ausführung eines Tasks durch ein Gedächtnis mit Übung besser arbeiten und damit einen Lernprozess vollziehen (Artikel [10] von Wang, Gao und Doyle). Es wird das Prinzip des internen Modells (IMP) angewandt, welches im Jahre 1976 von Francis und Wonham definiert wurde. Nicht nur bei Repetitive Control, sondern auch generell spielt dieses Gesetz eine wichtige Rolle in der Regelungstechnik. Das Prinzip besagt, dass eine Führungsregelung ohne bleibende Regelabweichung bei jedem beliebigen Signal erreicht werden kann, wenn ein Generator des Führungssignals im stabilen, geschlossenen Regelkreis integriert wird (Artikel [11] von Bengtsson). Repetitive Control ist eine spezielle Form dieses Prinzips, das mit periodi-



schen Führungs- und Störsignalen arbeitet. Mit Hilfe von Repetitive Control lassen sich beliebige periodische Eingangssignale mit konstanter und bekannter (messbarer) Periodendauer effektiv regeln.

Ein wichtiger Bestandteil eines Repetitive Control Systems ist ein periodischer Signalgenerator (Artikel [12] von Costa-Castello). Ahnlich wie Repetitive Control funktioniert auch das Schema Iterative Learning Control (ILC). Es wird auch hier das Stellsignal verändert. Iterative Learning Control wurde jedoch im Zeit- und nicht wie Repetitive Control im Frequenzbereich definiert. Die Beschreibung der Iterative Learning Control erfolgt in der Regel über ein Zustandsraummodell im Gegensatz zu Repetitive Control mit einer Ubertragungsfunktion. Die Ergebnisse beider Methoden sind ähnlich. (Buch [13] von Moore, Artikel [14] von Moore, Dahley und Bhattacharyya, Artikel [15] von Roover, Bosgrab und Steinbuch, Artikel [16] von Owens und Hätönen, [17] von Arimoto, Artikel [18] von Steinbuch und van de Molengraft). In der Prozessindustrie wird die sogenannte Run-To-Run-Control (R2R) verwendet (Artikel [10] von Wang, Gao und Doyle), wo der Ausgabewert oder zumindest seine Struktur konstant ist. Tritt periodisches Messrauschen auf, so wird Repetitive Control zur Unterdrückung dieser Störungen in Form eines digitalen Kammfilters eingesetzt. Ein Kammfilter filtert im Gegensatz zu einem Hoch- oder Tiefpass mehrere Frequenzen im gleichen Abstand (Artikel [19] von Chen und Chiu). Im Zeitdiskreten ermöglicht Repetitive Control ebenfalls das Folgen der Führungsgrößen mit zu Null konvergierender Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand, zumindest in den Abtastzeitpunkten. In den Zeiten dazwischen können mit speziellen Adaptierungen des Verfahrens Verbesserungen erzielt werden.

Ein integrierender I-Regler ist eine spezielle Form eines Repetitive Controllers mit einer Einheitsperiodendauer (Artikel [20] von Zhou und Wang). Umrichter mit konstanter Spannung und Frequenz (CVCF) sind im Prinzip nicht anderes als Regelsysteme mit periodischen, sinusförmigen oder Gleichspannungs-Führungssignalen. In diese Klasse von Systemen können auch noch DC/DC-, Buck- und Boost- oder DC/AC- bzw. AC/DC-Wandler eingeteilt werden (Artikel [20] von Zhou und Wang). Alle diese elektrischen Systeme sollen stabil arbeiten, aber auch möglichst störungsfrei dabei sein. Repetitive Control ermöglicht hier eine relativ einfache Lösung, damit diese Ziele erreicht werden.

## 2.5. Entwicklung

Den Grundstein zur Entwicklung von Repetitive Control machten 1981 die Japaner Inoue, Nakano und Iwai im Artikel [21], als sie ein Konzept suchten, um die Störungen und Schleppfehler in Spannungsversorgungen präzise durch Regelung zu kompensieren. Die theoretischen Grundlagen und das Konvergenzverhalten der Regelabweichung wurden erst fünf Jahre später von Arimoto im Artikel [22] genauer dokumentiert. Ein weiterer wichtiger Artikel war jener im Jahr 1988 von den Japanern Hara, Yamamoto, Omata und Nakano ([23]), in welchem der zeitkontinuierliche Entwurf eines Repetitive Controllers beschrieben wird. Zudem werden Bedingungen für die Stabilität vorgestellt und





eine robustere Variante für die Praxis vorgestellt. Der dort beschriebene modifizierte Repetitive Controller verwendet einen zusätzlichen zeitkontinuierlichen Filter. Der zeitdiskrete Repetitive Controller für MIMO-Systeme wird im Artikel [24] von Tomizuka, Tsao und Chew (1988) definiert. Auch im Artikel [25] von Singh (1995) wird dieser mit einem anderen Ansatz, aber gleichem Endergebnis, erzeugt. Der Artikel [24] beschäftigt sich auch mit einer zeitdiskreten und robusten Implementierung, bei der auf Kosten der Reglerperformance bei hohen Frequenzen ein weiteres Tiefpassfilter eingesetzt wird, um diese destabilisierenden Signalanteile zu filtern. Artikel [25] von Sadegh betrachtet vor allem die Stabilität und Realisierbarkeit eines digitalen Repetitive Controllers. Es wird auch eine Implementierung gezeigt, welche für nicht-minimalphasige Systeme anwendbar ist. Die vorherigen Varianten haben Probleme mit nicht-minimalphasigen Systemen, da im Entwurf eine Invertierung der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ohne Repetitive Controller benötigt wird. Hu und Tomizuka befassen sich im Artikel [26] mit der Stabilität und einer Reglersynthese, die für minimalphasige Systeme anwendbar ist. Chew und Tomizuka machten 1990 eine Anwendung auf ein CD-Laufwerk im Artikel [9] (Urasaki, Senjyu, Uezato und Funabashi), ebenso Hans Dötsch, Smakman, van den Hof und Steinbuch im Artikel [27].

Mit der Regelung von Störungen bei einem einphasigen Umrichter beschäftigten sich bereits Haneyoshi, Kawamura und Hoft in ihrem Artikel [28] aus dem Jahr 1987. Dreiphasige Umrichter und Repetitive Control sind Thema von Zhou im Artikel [29]. Zhou verfasste auch Artikel über Anwendungen bei einphasigen Umrichtern mit verbesserter Performance und ohne Phasenbeeinflussung (Artikel [30] von Zhou, Low, Wang und Luo). Im Artikel [20] von Zhou und Wang verfasste er ein Konzept für den Einsatz bei dreiphasigen Gleichrichtern. Außerdem beschäftigen sich die Artikel [28] von Haneyoshi, Kawamura und Hoft, [3] von Ben-Brahim, [2] von Ben-Brahim, [31] von Sugimoto und Washida und [9] (Urasaki, Senjyu, Uezato und Funabashi) mit der Anwendung und Eigenschaften bei Umrichtern.

Einer der größten Vorteile, der sich bei Anwendung von Repetitive Control ergibt, ist, dass das Gesamtsystem, wenn es bereits stabil ist, den gewünschten Eingang ohne exaktes Wissen der Streckendynamiken und Eingangsstörungen erzeugen kann (Artikel [32] von Tomizuka). Von Nachteil kann sein, dass die geschlossene Regelschleife inklusive des Repetitive Controllers eine höhergradige Dynamik aufweist. Möglicherweise kann das System auch sensibel auf hochfrequentes Rauschen und nicht modellierte Dynamiken reagieren.

## 2.6. Prinzip des internen Modells

Das Prinzip des internen Modells (Francis und Wonham, 1976) spielt eine entscheidende Rolle in den Problemen der Regelungstechnik. Der geregelte Ausgang folgt einer Klasse von periodischen Führungssignalen ohne bleibende Regelabweichung, wenn der Signalgenerator des Referenzsignals in den stabilen, geschlossenen Regelkreis integriert wird





(Artikel [11] von Bengtsson, [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano, [33] von Messner und Bodson, [34]). Ist die Führungsgröße z.B. eine Sprungfunktion, so verschwindet die bleibende Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand, wenn ein Integrator in den Regelkreis eingebaut wird.



Abbildung 2.3.: Blockdiagramm eines geschlossenen Standard-Regelkreises

Wird die Laplace Transformierte des Regelfehlers E(s) gebildet, so folgt die Gleichung 2.2.  $G_p(s)$  und  $G_c(s)$  sind die Laplace Übertragungsfunktionen der Strecke (engl. plant) und des Reglers (engl. controller). R(s) ist die Laplace Transformierte der Führungsgröße.

$$E(s) = R(s) - G_p(s) G_c(s) E(s) = \frac{1}{1 + G_p(s) G_c(s)} R(s)$$
(2.2)

Nach ein paar weiteren Umformungen folgt die Gleichung 2.3.  $Z_c(s)$  ist das Zähler- und  $N_c(s)$  das Nennerpolynom der Reglerübertragungsfunktion  $G_c(s)$ .  $Z_p(s)$  und  $N_p(s)$  sind Zähler und Nenner der Streckenübertragungsfunktion  $G_p(s)$ .

$$E(s) = \frac{N_p(s) N_c(s)}{N_p(s) N_c(s) + Z_p(s) Z_c(s)} \frac{Z_R(s)}{N_R(s)}$$
(2.3)

Das Ziel ist der Entwurf eines Reglers  $G_c(s)$ , mit welchem die Gleichung 2.4 erfüllt wird. Die bleibende Regelabweichung soll im eingeschwungenen Zustand verschwinden.

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{t \to \infty} \left( r(t) - y(t) \right) = 0 \tag{2.4}$$

Es soll angenommen werden, dass die Polstellen der Laplace Transformierten der Führungsgröße R(s) nicht in der linken, offenen, komplexen Halbebene liegen. Lineare, zeitinvariante (LTI) Systeme sind im zeitkontinuierlichen Fall asymptotisch stabil, wenn alle





Eigenwerte der Systemmatrix negative Realteile haben. Das charakteristische Polynom des geschlossenen Regelkreises steht in der Gleichung 2.5.

$$\Delta_{cl}(s) = N_p(s) N_c(s) + Z_p(s) Z_c(s).$$

$$(2.5)$$

Die Nullstellen dieses Polynoms sind zugleich die Polstellen des geschlossenen Regelkreises. Aus den Gleichungen 2.2, 2.3, 2.4 und 2.5 zuvor können in der Definition 2.1 die Bedingungen angeschrieben werden, die zur Erfüllung des Prinzips des internen Modells gelten müssen.

**Definition 2.1** (Prinzip des internen Modells).

Für einen Standardregelkreis (Abbildung 2.3), bei dem die Pole von R(s) in der rechten Halbebene liegen, gilt asymptotische Stabilität (Gleichung 2.6).

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = 0 \tag{2.6}$$

Folgende Zusatzbedingungen müssen gelten:

- 1. Die Pole des geschlossenen Regelkreises müssen in der linken, offenen Halbebene liegen.
- 2. Der Nenner der Laplace Transformierten der Führungsgröße  $N_R(s)$  muss ein Faktor des charakteristischen Polynoms  $N_p(s) N_c(s)$  des offenen Regelkreises sein. Es soll ein Polynom  $\tilde{F}(s)$  geben, sodass

$$N_p(s)N_c(s) = \tilde{F}N_R(s) \tag{2.7}$$

gilt.

Unter der zweiten Bedingung ist zu verstehen, dass der Führungsregler so ausgelegt werden soll, dass die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises  $L(s) = G_p(s)G_c(s)$  ein Modell der Führungsgröße enthält.

Grundlage für den Entwurf eines Repetitive Controllers ist das Prinzip des internen Modells nach Francis und Wonham. Je nach Art des Eingangssignales lässt sich mit dem Prinzip des internen Modells bestimmen, welche Bedingungen gelten müssen, damit der Regelkreis stationäre Genauigkeit besitzt. Stationäre Genauigkeit bedeutet, dass die bleibende Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand verschwindet (Gleichung 2.4). Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises muss alle instabilen Polstellen der Laplace Transformierten des Eingangssignales beinhalten. In weiterer Folge wird angenommen, dass das Eingangssignal durch ein geeignetes Übertragungsglied erzeugt wird. Dieses muss sämtliche instabilen Polstellen des erzeugten Signales besitzen. Das





dazugehörige Ausgangssignal lässt sich als Impulsantwort dieses Übertragungsgliedes ermitteln. Die Übertragungsfunktion  $G_{SG}$  ist jene eines periodischen Signalgenerators.



Abbildung 2.4.: Impulsfunktion  $\delta(t)$  und Signalgenerator als Führungsgröße an geschlossenen Regelkreis auf Basis von Buch [35] von Kositza, Fleck, Schlosser und Abel

In der Abbildung 2.4 ist der geschlossene Regelkreis mit den Übertragungsgliedern als Führungsgröße dargestellt. Es wird ein Delta-Impuls mit Hilfe eines Signalgenerators an den geschlossenen Regelkreis angelegt. L(s) ist die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises. Die Regelabweichung in der Gleichung 2.3 strebt nur gegen Null, wenn das charakteristische Polynom des geschlossenen Kreises ausschließlich Nullstellen links der imaginären Achse besitzt. Die instabilen Polstellen rechts oder auf der imaginären Achse des Signalgenerators müssen zudem durch den Nenner  $N_L(s)$  kompensiert werden.

Die Übertragungsfunktion  $G_{rep}(s)$  enthält alle instabilen Polstellen des periodischen Führungssignals und dient dazu, dass der geschlossene Regelkreis stationäre Genauigkeit erlangt. Um für ein periodisches Signal die erforderlichen Polstellen zu bestimmen, muss es in einer Fourier-Reihe entwickelt und anschließend die Laplace Transformation durchgeführt werden. Ist das Signal periodisch mit der Periodendauer  $T_p$ , so liegen die komplexen Polstellen der Laplace-Transformatieren der Führungsgröße R(s) bei

$$s = \pm \frac{2n\pi j}{T_p} \quad \dots \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
 (2.8)

Dies bedeutet, dass die Pole auf der imaginären Achse liegen. Um stationäre Genauigkeit zu erzielen, wird das Prinzip des internen Modells angewandt. Damit lässt sich die passende Struktur des Regelglieds ermitteln. Für die Übertragungsfunktion  $G_{rep}(s) = \frac{1}{1-e^{-T_{ps}}}$ verschwindet die bleibende Regelabweichung im stationären Zustand. Neben dem Regelglied zur Korrektur der periodischen Störungen wird noch ein weiterer Regler benötigt, um den geschlossenen Regelkreis zu stabilisieren. Dies könnte z.B. ein PI-Regler oder ähnliches sein.

Als Gesamtergebnis ergibt sich die Struktur in der Abbildung 2.5. Das Referenzsignal r(t) oder ein Störsignal d(t) werden als periodisch mit einer bekannten und fixen Periodendauer  $T_p$  angenommen (Artikel [36] von Steinbuch). Die Struktur mit einer positiven Rückkopplung ist eine sogenannte Memory Loop. Es kommt im zeitkontinuierlichen Fall





im Rückkoppelzweig zu einer Verzögerung um die Dauer einer Periode  $T_p$  des Führungsoder Störsignals, je nach gewünschter Funktion der Struktur. Dieses System liefert in der Theorie perfekte Unterdrückung periodischer Signale oder kann periodischen Führungssignalen ohne Regelabweichung folgen. Für die Praxis müssen einige Erweiterungen vorgenommen werden, da diese Struktur außerhalb der Theorie schlecht funktioniert und instabil wird.



Abbildung 2.5.: Zeitkontinuierliches Repetitive Control System

## 2.7. Zeitkontinuierliches System

### 2.7.1. Einleitung

Im Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano aus dem Jahr 1988 wurde erstmals eine Repetitive Control Designvorschrift für multivariable Systeme veröffentlicht. Multivariabel bedeutet, dass sowohl SISO-, als auch MIMO-Systeme mit dieser Methode behandelt werden können. Japanische Ingenieure entwickelten ein Regelkonzept, welches hochpräzises asymptotisches Führungsregeln durch Einfügung eines Signalgenerator-Modells in den geschlossenen Regelkreis ermöglicht. Dieser periodische Signalgenerator erzeugt Signale mit der Periode  $T_p$ . Im Artikel [23] wird  $T_p$  als L bezeichnet. Da diese Bezeichnung in dieser Masterarbeit für die Ubertragungsfunktion des offenen Regelkreises verwendet wird, wird  $T_p$  als Symbol genommen. Laut dem Prinzip des internen Modells gilt das für alle beliebigen periodischen Signale. In den Artikeln [17] von Arimoto und [37] von Inoue, Nakano und Iwai wurden schon Vorarbeiten für SISO-Systeme gemacht. Repetitive Control stellt ein relativ einfaches lernendes Verfahren dar, da nur die Regelabweichung des letzten Abtastschrittes aus der Vergangenheit für die Berechnung der Stellgröße gebraucht wird. Der hier vorgestellte Repetitive Controller arbeitet zeitkontinuierlich. Solche Systeme werden im Fachjargon retardiert oder Verzögerungssysteme neutralen Typs (engl. neutral type time-lag systems) genannt (Artikel [23]). Die Stabilisierung dieser Art von Systemen gestaltet sich zumeist schwierig. Repetitive Control kann mit einem Feedforward Regler erweitert werden (Artikel [38] von Tomizuka), der die Phasenverschiebung durch alle nicht-kürzbaren Nullstellen kompensiert. Diese Art von Algorithmen brauchen keine genauen Angaben über die Systemparameter, um zu



funktionieren. Betterment Processes, 1991 entwickelt, zählen auch dazu (Artikel [39] von Dixon, Zergeroglu, Dawson und Costic). Hier wird aber in jedem Durchlauf derselbe Anfangszustand wiederhergestellt und zeitdiskret gearbeitet. Beim zeitkontinuierlichen Repetitive Controller wird die Stabilität des Regelkreises durch Anwendung des Small-Gain Theorems und des Stabilitätstheorems für zeitverzögerte Systeme gewährleistet (Artikel [34] von Costa-Castello, Nebot und Grino, [40] von Teo und Fleming).

## 2.7.2. Prinzip

Ein zeitkontinuierliches, periodisches Signal kann mit Hilfe einer Fourier-Reihe dargestellt werden (Gleichung 2.9) (Artikel [41] von Bauer und Dourdoumas und [42] von Yamamoto).

$$r(t) = \sum_{n=-\inf}^{\infty} = r_n e^{j\frac{2n\pi t}{T_p}}$$
(2.9)

Aus dem Prinzip des internen Modells folgt die Übertragungsfunktion C(s) (2.10), die in den Regelkreis integriert werden muss. Auch wenn es auf den ersten Blick nicht so erscheint, sind die Ergebnisse in Gleichungen 2.10 und 2.11 äquivalent. Die Herleitungen dazu finden sich im Artikel [43] von Yamamoto. Zur Umformungen werden hyperbolische Funktionen verwendet.

$$R(s) = \frac{1}{s} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{2n\pi}{T_p}\right)^2}{s^2 + \left(\frac{2n\pi}{T_p}\right)^2}$$
(2.10)

Die Übertragungsfunktion kann in geschlossener Form in der Gleichung 2.11 angeschrieben werden.

$$R(s) = \frac{T_p \cdot e^{\frac{-T_p \cdot s}{2}}}{1 - e^{-T_p \cdot s}}$$
(2.11)

Mit Hilfe eines zeitkontinuierlichen Signalgenerators und einer Initialisierungsfunktion wie in der Abbildung 2.6 kann jedes periodische Signal der Periode  $T_p$  erzeugt werden. Der Zähler der Übertragungsfunktion  $T_p \cdot e^{\frac{-T_p \cdot s}{2}}$  ist eine Verzögerung um  $T_p$ . Aus diesem Grund ist es ausreichend, wenn nur  $1/(1 - e^{-T_p \cdot s})$  in den Regelkreis eingebaut wird. Die Implementierung dieser Übertragungsfunktion ist in der Abbildung 2.6 zu sehen. Eine Verzögerung um  $T_p$  wird in eine positive Rückkopplung integriert. Aus dem Eingangssignal der Länge  $T_p$  wird ein periodisches Signal der Periodendauer  $T_p$  erzeugt.







Abbildung 2.6.: Memory Loop des Repetitive Controllers

Die Übertragungsfunktion des Repetitive Controllers hat unendliche Verstärkung bei den Frequenzen  $\frac{n}{T_p}$ ,  $\forall n \in \mathbb{Z}$ . Diese Eigenschaft bewirkt, dass die bleibende Regelabweichung bei diesen Frequenzen im geschlossenen Regelkreis verschwindet. In der Abbildung 2.7 ist zu sehen, dass die Übertragungsfunktion der Struktur in der Abbildung 2.6 unendliche viele Pole auf der imaginären Achse hat. Die Pole liegen bei  $(0 + jk\omega_T)$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ 



Abbildung 2.7.: Lage der Pole eines zeitkontinui<br/>erlichen Signalgenerators der Periodendauer  $T_p$ auf Basis von Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano

Das Bodediagramm eines zeitkontinuierlichen Repetitive Controllers hat unendliche Ver-

Christian Kresnik, BSc





stärkung bei der Grundschwingung und den ganzzahligen Harmonischen der periodischen Störung oder Führungsgröße. Dadurch kann der Repetitive Controller theoretisch periodischen Signalen perfekt folgen oder Störungen zur Gänze unterdrücken.



Abbildung 2.8.: Betragsgang des Bodediagramms eines Repetitive Controllers

Laut dem Prinzip des internen Modells genügt das Einfügen der Übertragungsfunktion der Gleichung 2.12 in den geschlossenen Regelkreis, sodass asymptotisches Führungsverhalten gewährleistet wird. Jeder Regler, der so ein Modell beinhaltet, wird als Repetitive Controller bezeichnet. Der Regelkreis mit integriertem Repetitive Controller wird Repetitive Control System (RCS) genannt.

$$G_{rep}(s) = \frac{e^{-T_p s}}{1 - e^{-T_p s}}$$
(2.12)

Definition 2.2 (Realisierbarkeit (Artikel [44] von Korn und Driescher)).

Die Übertragungsfunktionsmatrix einer Regelstrecke  $G_{p}(s)$  ist realisierbar, wenn

$$\lim_{s \to \infty} G_p(s) = \text{konstant}, \tag{2.13}$$

und strikt (streng) realisierbar, wenn

$$\lim_{s \to \infty} G_p(s) = 0. \tag{2.14}$$

$$G_{rep}(s) = a(s) + \frac{e^{-T_p s}}{1 - e^{-T_p s}}$$
(2.15)

Christian Kresnik, BSc





Die Größe a ist eine für die Anwendung passende, realisierbare, stabile und rationale Funktion. In der Abbildung 2.9 ist der dadurch entstehende Regelkreis zu sehen. Die Memory Loop ist wieder eine Mitkopplung mit positivem Vorzeichen.



Abbildung 2.9.: Zeitkontinuierliches Repetitive Control System auf Basis von Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano

Für dieses System gelten die Gleichungen 2.16 bis 2.19. Es wird mit den Laplace Transformierten gearbeitet, da es sich um ein zeitkontinuierliches System handelt.  $\bar{W}_{out}$  und  $\bar{Y}$  sind die Laplace Transformierten der Systemantworten auf die Anfangsbedingungen der Strecke und Memory Loop.

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$
 (2.16)

$$Y(s) = G_{p}(s) U(s) + \bar{Y}(s)$$
(2.17)

$$U(s) = a(s) E(s) + W_{out}(s)$$
 (2.18)

$$W_{out}(s) = e^{-T_p s} \left[ W_{out}(s) + E(s) \right] + \bar{W}_{out}(s)$$
(2.19)

### 2.7.2.1. Untersuchung der Stabilität mit einem Äquivalenzmodell

Um die Stabilität überprüfen zu können, wird wie im Artikel [37] von Inoue, Nakano und Iwai eine Umformung in ein äquivalentes System (siehe Abbildung 2.10) durchgeführt.



Die Gleichung 2.20 wird aus den Gleichungen 2.16 bis 2.19 durch Umformung erhalten und beschreibt dieses neue Modell.

$$E = e^{-T_p s} \left( I + a G_p \right)^{-1} \left[ I + (a - 1) G_p \right] E + \left( I + a G_p \right)^{-1} D_e$$
  
mit  
$$D_e = \left( 1 - e^{-T_p s} \right) \left( R - \bar{Y} \right) - G_p \bar{W}_{out}$$
(2.20)



Abbildung 2.10.: Dem zeitkontinuierlichen Repetitive Control System äquivalentes System auf Basis von [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano

Um die Stabilität des Systems überprüfen zu können, wird untersucht, ob es BIBOstabil ist. Ein lineares, zeitinvariantes System ist dann BIBO-stabil, wenn es auf jede beschränkte Eingangsfunktion u(t) bzw. jede beschränkte Eingangsfolge  $u_k$  mit einer beschränkten Ausgangsfunktion y(t) bzw. mit einer beschränkten Ausgangsfolge  $y_k$  reagiert (Buch [45] von Girod, Rabenstein und Stenger). Die Überprüfung ist mit dem Small Gain Theorem möglich, welches in der Gleichung 2.21 angeschrieben ist. Es ist eine Verallgemeinerung des Nyquist-Kriteriums, das auch für nichtlineare, zeitvariante MIMO-Systeme gilt.

Small Gain Theorem

 $\begin{aligned} ||S_1|| \text{ stabiles System} \\ ||S_2|| \text{ stabiles System} \end{aligned} \tag{2.21}$  Der geschlossene Regelkreis ist stabil, wenn  $||S_1|| \cdot ||S_2|| < 1$  gilt.







Abbildung 2.11.: Struktur für das Small Gain Theorem

Auf diese Aufgabe bezogen wird angenommen, dass alle Elemente von r(t) beschränkt und kontinuierliche, periodische Signale mit der Periodendauer  $T_p$  sind. Für die Zusammenschaltung der Memory Loop und des Führungssignals wird die inverse Laplace Transformation durchgeführt. Sind alle Elemente von r(t) kontinuierlich, beschränkt und periodisch, so wird das in dieser Arbeit mit  $r(t) \in \mathcal{P}(T_p)$  bezeichnet. Die Größe  $r_0(t)$  ist eine  $L_2$ -Funktion. So eine Funktion hat die Eigenschaft quadratischer Integrierbarkeit.

$$r_{0}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\left(1 - e^{-T_{p}s}\right)R(s)\right]$$
  
wobei gilt, dass  $\int_{0}^{\infty} r_{0}(t)r_{0}(t)dt < \infty$ , (2.22)  
da  $r_{0}(t) = r(t) < \infty$  für  $0 \le t \le T_{p}$  und  $r_{0}(t \ge T_{p}) = 0$ 

Aus den Gleichungen 2.20 und 2.22 geht hervor, dass der Eingang des äquivalenten Systems  $\mathcal{L}^{-1}\left[(I + aG_p)^{-1}D_e\right]$  ebenso eine  $L_2$ -Funktion ist. Dies gilt unter der Annahme, dass  $(I + aG_p)^{-1}G_p$  asymptotisch stabil ist. Aus den vorherigen Gleichungen und Annahmen ergibt sich das Theorem 2.3.

#### **Theorem 2.3** (Regelabweichung ist ebenso eine $L_2$ -Funktion).

Falls

$$\left[ (I + aG_p) \right]^{-1} G_p \in R_- \tag{2.23}$$

und

$$\left| \left| (I + aG_p)^{-1} \left[ I + (a - 1) G_p \right] \right| \right|_{\infty} < 1,$$
(2.24)

#### Christian Kresnik, BSc





so gilt

$$e(t) = \mathcal{L}^{-1}[E(s)] \epsilon L_2.$$
  
für  $r(t) \in \mathcal{P}(T_p)$  (2.25)

Die Mengen aller realisierbaren, strikt realisierbaren und realisierbaren, stabilen, rationalen  $p \times m$  Matrizen werden mit  $R_r^{p \times m}$ ,  $R_{sr}^{p \times m}$  und  $R_-$  bezeichnet.

Der Beweis des Theorems ist im Artikel [23] nachzulesen. Bei der Betrachtung von SISO-Systemen kann das Nyquist-Kriterium angewandt werden. Stabilität ist gegeben, wenn die Nyquist-Ortskurve (Abbildung 2.12) innerhalb des Einheitskreises mit dem Zentrum 1 + j0 oder außerhalb jenes Einheitskreises mit dem Zentrum -1 + j0 liegt. Dies unterscheidet sich je nachdem, ob a(s) = 0 oder a(s) = 1 gilt (Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano).



Abbildung 2.12.: Stabilitätskreise des zeitkontinuierlichen Repetitive Control Systems (Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano)

Das Theorem 2.3 fasst den Entwicklungsprozess von Repetitive Control zusammen. Es sind noch zwei Punkte nicht zur vollständigen Zufriedenheit beantwortet worden. Der

Christian Kresnik, BSc





erste wäre, dass nur BIBO-Stabilität, jedoch nicht asymptotische Stabilität garantiert wird. Asymptotische Stabilität wäre erwünscht, da es keine bleibende Regelabweichung geben soll. Von asymptotischer auf BIBO-Stabilität kann geschlossen werden, umgekehrt aber nicht. Dieses Problem wird mit einem strengeren Stabilitätskriterium im Abschnitt 2.7.3 gelöst. Die nächste ungelöste Frage ist, dass die Bedingung in der Gleichung 2.24 nur für Systeme mit relativem Grad 0 erfüllt wird (Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano). Die Definition des relativen Grades, einer Lie-Ableitung und exponentieller Stabilität befinden sich im Anhang dieser Masterarbeit.

Theorem 2.4 (Repetitive Control System für eine strikt realisierbare Matrix der Übertragungsfunktion).

 $G_p$  soll eine strikt realisierbare Matrix der Übertragungsfunktion sein. Daraus folgt, dass das Repetitive Control System nicht exponentiell stabil sein kann.

Es kann kein funktionierender Repetitive Controller für eine strikt realisierbare Strecke erzeugt werden. Eine funktionierende Regelung der Ausgangsgröße ist nur dann möglich, wenn die Streckennullstellen nicht von den Polen des Signalgenerators der Führungsgröße gekürzt werden. Wird dieses Gesetz auf die Behauptung in Theorem 2.4 angewandt, so ergibt sich, dass das Prinzip für eine strikt realisierbare Strecke  $G_p(s)$ , nicht gilt. Der Signalgenerator hat nämlich Pole bei beliebig hohen Frequenzen. Wenn  $G_p(s)$  strikt realisierbar ist, dann integriert es zumindest einfach das Eingangssignal. Daher wird der Ausgang bis zu einem gewissen Maß geglättet. Einem Führungssignal mit unendlich scharfen Spitzen (z.B. ein Signal mit sehr hochfrequenten Komponenten) kann leider nicht exakt gefolgt werden. Daher ist es eine eher unrealistische Forderung, dass theoretisch allen periodischen Signalen gefolgt werden kann. Das aggressive Reglerverhalten würde zu Instabilitäten führen. Die Stabilität wird jedoch wieder erreicht, wenn die Schleifenverstärkung des Repetitive Controllers bei sehr hohen Frequenzen reduziert wird. Möglich wird das durch die Verwendung eines zusätzlichen Tiefpassfilters. Dieser Denkansatz ist auch die Grundidee des modifizierten, zeitkontinuierlichen Repetitive Controllers. Es wird das Verzögerungselement  $e^{-T_ps}$  durch  $q(s) e^{-T_ps}$  ersetzt. Der Ausdruck q(s) ist eine für den Anwendungsfall passende, realisierbare und stabile rationale Tiefpassfilter-Übertragungsfunktion, für die Gleichung 2.26 gilt. Als  $\omega_c$  wird die Grenzkreisfrequenz bezeichnet.

$$q(s)$$
, sodass  $|q(j\omega)| < 1$   
 $\omega > \omega_c$ 

$$(2.26)$$

Der Tiefpassfilter kann z.B. als ein einfaches System erster Ordnung gewählt werden.




Mögliche Varianten sind in der Gleichung 2.27 dargestellt.

$$q(s) = \frac{1}{1 + T_0 s}, T_0 > 0$$
  
oder  
$$q(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + T_1 s}, T_1 > 0 > T_2 > 0$$
  
(2.27)

# 2.7.3. Modifiziertes Repetitive Control System

Ein modifiziertes Repetitive Control System ist in der Abbildung 2.13 zu sehen. Dieser Algorithmus ist der praktisch realisierbare für den zeitkontinuierlichen Fall. Im Gegensatz zum vorherigen Modell wird ein zusätzlicher Tiefpassfilter q(s) eingebaut, welcher eine passende, realisierbare, stabile und rationale Übertragungsfunktion besitzt.



Abbildung 2.13.: Modifiziertes zeitkontinuierliches Repetitive Control System auf Basis von Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano

#### 2.7.3.1. Stabilitätsuntersuchung

Wie schon beim einfachen, zeitkontinuierlichen Repetitive Controller wird ein äquivalentes System (Abbildung 2.14) zur Stabilitätsuntersuchung verwendet. Es wird mit der Laplace Transformierten der Regelabweichung E(s) auf asymptotische bzw. exponentielle Stabilität (Definition im Anhang) untersucht. Es handelt sich um ein neutrales oder zeitverzögertes System, je nachdem, ob  $q(\infty) \neq 0$  oder  $q(\infty) = 0$ .

$$E = q e^{-T_{ps}} \left( I + a G_{p} \right)^{-1} \left[ I + (a - 1) G_{p} \right] E + \left( I + a G_{p} \right)^{-1} D_{m}$$
  
mit  
$$D_{m} = \left( 1 - q e^{-T_{ps}} \right) \left( R - \bar{Y} \right) - G_{p} \bar{W}_{out}$$
(2.28)







Abbildung 2.14.: Dem modifizierten zeitkontinuierlichen Repetitive Control System äquivalente Struktur auf Basis von Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano

Theorem 2.5 (Exponentielle Stabilität des modifizierten Repetitive Control Systems).

Die minimale Realisierung des Repetitive Controllers ist exponentiell stabil, wenn die Gleichungen 2.29 und 2.30 gelten.

$$[I + a(s) G_p(s)]^{-1} G_p(s) \in R_{-}$$
(2.29)

$$||Q||_{\infty} < 1$$
  
mit  $G_p(s) \in R_{-}^{p \times p}, \ a(s) \in R^{1 \times 1}, \ q(s) \in R^{1 \times 1}$  (2.30)

$$Q := q \left( I + aG_p \right)^{-1} \left[ I + (a - 1)G_p \right]$$
(2.31)

Darüber hinaus ist die Regelabweichung e(t) für beliebige r(t) beschränkt. Für den Fall q(s) = 1 ist asymptotische Stabilität gegeben. Der Beweis ist im Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano zu finden.

In der Abbildung 2.15 sind die Stabilitätskreise für das modifizierte System zu sehen. Je nachdem, ob a = 1 oder a = 0, muss die Nyquist Ortskurve außerhalb des linken um -1 zentrierten oder innerhalb des rechten mit Zentrum +1 liegenden Stabilitätskreises liegen.







Abbildung 2.15.: Stabilitätskreise des modifizierten zeitkontinuierlichen Repetitive Control Systems (Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano)

### 2.7.3.2. Kompromiss zwischen Stabilität und Führungsverhalten

Für ein  $|q(j\omega)|$  nahe bei 0 wird die Stabilitätsbedingung aufgelockert. In der Abbildung 2.15 ist die Nyquist-Ortskurve der Strecke zu sehen. Sie sollte innerhalb des schraffierten Kreises verlaufen, welcher sein Zentrum bei 1 + j0 besitzt. Wird  $|q(j\omega)|$  näher zu 0 geführt, so verbessert sich die Stabilität des Regelkreises. Das genaue Führungsverhalten wird dadurch allerdings verschlechtert. Die gewünschten Polstellen  $\frac{2k\pi j}{T_p}$  für stationäre Genauigkeit werden durch q(s) verändert.

Es muss ein Kompromiss zwischen Robustheit und Führungsverhalten gemacht werden. Dieser ist frequenzabhängig. Eine erwünschte und mögliche Variante wäre den Filter q(s) so zu designen, dass er nahe, vorzugsweise genau bei 1, in einem Bereich niedriger Frequenz liegt. Dort ist gutes Führungsverhalten wichtig. In höheren Frequenzbereichen wird q(s) in einen Bereich kleiner 1 und somit möglichst in die Nähe des Nullpunktes platziert. Damit wird bei hohen Frequenzen bessere Stabilität erzielt. In der Gleichung





2.32 sind diese Forderungen mathematisch beschrieben (Artikel [23]).

$$\begin{aligned} q(j\omega) &\approx 1 , \quad |\omega| \le \omega_c \\ |q(j\omega)| \le \chi < 1 , \quad |\omega| > \omega_c \end{aligned}$$

$$(2.32)$$

Die Grenzfrequenz  $\omega_c$  muss der Anwendung entsprechend gewählt werden.

Theorem 2.6 (Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano).

In einem beschränkten Intervall  $[-\omega_c, \omega_c]$  strebt  $q_i(s)$  gegen 1, sodass  $||Q_i||_{\infty} \leq \chi < 1$  von i unabhängig ist. Für das modifizierte System wird nun angenommen, dass das Theorem 2.5 erfüllt ist. In diesem Fall gilt für jedes Führungssignal, welches Frequenzen kleiner als die Grenzfrequenz besitzt, dass sich für die Regelabweichung das Ergebnis in der Gleichung 2.33 ergibt.

$$\lim_{i \to \infty} \lim_{m \to \infty} \sup ||e_i(t)||_{[mT_{p,(m+1)}T_p]} = 0$$
(2.33)

Der Beweis hierfür ist auch im Artikel [23] zu finden. Weiters sind dort auch noch zwei Designvarianten über ein Zustandsraummodell und mit Hilfe von Faktorisierungen zu finden. Da für die Masterarbeit der Repetitive Controller zeitdiskret aufgebaut wird, steht hier nur der Verweis auf diese. Im nächsten Abschnitt 2.8 wird für den zeitdiskreten Repetitive Controller auf das Standard Design näher eingegangen, da dieses Basis für fast alle heutzutage verwendeten Repetitive Controller ist.

# 2.8. Zeitdiskretes System

# 2.8.1. Einleitung

Nachdem der Abschnitt 2.7 über das zuerst entwickelte zeitkontinuierliche Reglerdesign handelte, beschäftigt sich dieser Teil der Arbeit mit der zeitdiskreten Implementierung. Tomizuka, Tsao und Chew veröffentlichten 1988 auf Basis von Inoue ([17] und [37]) im Artikel [24] den ersten zeitdiskreten Algorithmus. Ausarbeitungen im zeitkontinuierlichen Bereich mit den Grundlagen des Repetitive Controllers gab es vor diesem Artikel schon einige (Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano , [46] von Hara, Omata und Nakano, [21] von Inoue, Nakano und Iwai, [37], [46], [17]). Das größte Problem bei der Arbeit mit zeitkontinuierlichen Größen liegt darin, dass eine unrealistische Anforderung an die Eigenschaften der geregelten Strecke gestellt wird. Sie darf nicht strikt realisierbar sein (Definition 2.2). Diese Einschränkung ist Thema im Abschnitt 2.7.2.1 dieser Literaturausarbeitung. Die Artikel [47] und [46] von Hara, Omata und Nakano beschäftigen sich auch damit.

Eine weitere Motivation für die zeitdiskrete Variante ist die leichtere digitale Implementierung. Die Anforderung einer strikt realisierbaren Regelstrecke ist nicht vorhanden. Zudem gestaltet es sich im Zeitkontinuierlichen schwierig Zeitverzögerungen zu





realisieren. Das Äquivalent im Zeitdiskreten ist um einiges trivialer. Im Buch [48] von Sinha, Hara und Nakano wird eine approximierte, zeitdiskrete Implementierung diskutiert. Eine genau dokumentierter Entwurfsprozess kommt im Artikel [24] von Tomizuka, Tsao und Chew vor. Viele spätere Erweiterungen basieren auf diesem Grundkonzept. Da manchmal mit nicht-minimalphasigen Systemen gearbeitet werden muss, wird der auf der Invertierung der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises basierende Standard-Entwurfsprozess oftmals erweitert. Nicht-minimalphasig bedeutet, dass nicht alle Nullstellen der Streckenübertragungsfunktion stabil sind. Diese Implementierungen finden z.B. in den Artikeln [25] von Sadegh, [49] von Li oder [34] von Costa-Castello, Nebot und Grino Anwendung. Im Zeitdiskreten bedeutet Nicht-Minimalphasigkeit für eine Übertragungsfunktion, dass nicht alle Nullstellen innerhalb des Einheitskreises liegen.

# 2.8.2. Periodischer Signalgenerator im Zeitdiskreten

#### 2.8.2.1. Problemstellung

Ausgangsbasis ist ein zeitdiskretes Regelsystem in der Gleichung 2.34 (auf Basis vom Artikel [24] von Tomizuka, Tsao und Chew).

$$N_{p}(z^{-1}) e_{k} = z^{-d_{s}} Z_{p}(z^{-1}) u_{c,k} + w_{k}$$
  
wobei  
$$N_{p}(z^{-1}) = 1 - a_{p,1} z^{-1} - \dots - a_{p,n} z^{-n}$$
  
$$Z_{p}(z^{-1}) = b_{p,0} + b_{p,1} z^{-1} + \dots + b_{p,m} z^{-m}$$
  
$$b_{p,0} \neq 0$$
  
(2.34)

Die Anzahl der bekannten Verzögerungsschritte wird mit  $d_s$  bezeichnet (Artikel [29] von Zhou und Wang). Ein periodisches Signal der bekannten Periodendauer  $N_{dist}$  wird durch  $w_k$  repräsentiert. Der Steuereingang wird  $u_{c,k}$  und der Regelfehler  $e_k$  genannt. Für die weiteren Betrachtungen wird das Modell der Strecke in der Gleichung 2.35 verwendet.  $N_p$  und  $Z_p$  sind wieder Nenner und Zähler der Streckenübertragungsfunktion  $G_p$ .

$$N_p(z^{-1}) y_k = z^{-d_s} Z_p(z^{-1}) u_k + d_k$$
(2.35)

Die Eingangsgröße der Strecke wird mit  $u_k$  und der Ausgang mit  $y_k$  bezeichnet. Die abgetasteten, periodisch auftretenden Störungen bekommen den Namen  $d_k$ . Die Führungsgröße trägt die Bezeichnung  $r_k$ .

$$e_k = y_k - r_k \tag{2.36}$$

Die zeitdiskrete Regelabweichung wird in der Gleichung 2.36 als Differenz der Regel- und Führungsgröße zum Abtastschritt k definiert.

$$u_{c,k} = u_k w_k = d_k - A(z^{-1}) r_k$$
(2.37)





Durch Kombination der Gleichungen 2.35 und 2.36 wird unter der Verwendung von 2.37 wieder die Ausgangsgleichung in 2.34 erhalten. Es gilt die Annahme, dass der Ausdruck in der Gleichung 2.34 asymptotisch stabil ist. Dies ist keine Einschränkung der Allgemeinheit. Weiters wird angenommen, dass  $Z_p(z^{-1})$  und  $1 - z^{-1}$  teilerfremd sind. Andernfalls können die charakteristischen Nullstellen von  $Z_p(z^{-1}) = 0$  entweder innerhalb, auf oder außerhalb des Einheitskreises liegen. Mit dieser Annahme verschwindet die bleibende Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand. Anschließend wird  $Z_p(z^{-1})$  faktorisiert, wobei  $Z_p^+(z^{-1})$  die kürz- und  $Z_p^-(z^{-1})$  die nicht-kürzbaren Nullstellen des Strecken-Zählerpolynoms sind (Gleichung 2.38). Die nicht-kürzbaren Polynome von  $Z_p(z^{-1})$  sind jene, die Nullstellen auf oder außerhalb des Einheitskreises beinhalten und damit instabil sind.

$$Z_p(z^{-1}) = Z_p^+(z^{-1}) Z_p^-(z^{-1})$$
(2.38)

Das Ziel der Regelung ist asymptotische Stabilität und keine bleibende Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand.

#### 2.8.2.2. Blockschaltbild

Im Zeitdiskreten kann jedes  $N_{dist}$ -periodische Signal mit Hilfe einer Verzögerungskette mit positiver Rückkopplung erzeugt werden. So eine Struktur wird in der Fachliteratur periodischer Signalgenerator genannt und ist in der Abbildung 2.16 dargestellt.



Abbildung 2.16.: Zeitdiskreter periodischer Signalgenerator auf Basis von Artikel [24]

Die Z-Transformierte eines durch einen periodischen Signalgenerator erzeugten Signals  $w_k$  ist in der Gleichung 2.39 dargestellt.

$$W(z) = \frac{W_0}{1 - z^{-N_{dist}}} = \frac{W_0 z^{N_{dist}}}{z^{N_{dist}} - 1}$$
(2.39)

 $w_{0,k}$  repräsentiert eine unendlich lange Sequenz, welche auch die erste Periode des periodischen Signals  $w_k$  enthält.  $W_0(z)$  entspricht der Z-Transformierten der ersten Periode.

$$w_{0,k} = \{w_0, w_1, \dots, w_{N_{dist}-1}, 0, 0, 0, \dots\}$$
(2.40)



$$W_0(z) = \mathcal{Z}\{w_{0,k}\} = w_0 + w_1 z^{-1} + \ldots + w_{N_{dist}-1} z^{-(N_{dist}-1)}$$
(2.41)

Damit die bleibende Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand verschwindet, muss der Repetitive Controller in der Lage sein ein periodisches Stellgrößensignal zu erzeugen. Das muss auch im Fall e = 0 gelten. Daher wird, wie im Prinzip des internen Modells gefordert, ein periodischer Signalgenerator in das Modell eingebaut. In der Abbildung 2.17 ist ein prinzipielles Modell eines zeitdiskreten Repetitive Control Systems zu sehen.



Abbildung 2.17.: Verallgemeinertes zeitdiskretes Repetitive Control System auf Basis vom Artikel [24] von Tomizuka, Tsao und Chew

Die Übertragungsfunktion des Repetitive Controllers  $G_{rep}(z^{-1})$  findet sich in der Gleichung 2.42.

$$G_{rep}(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})(1-z^{-N})}$$
(2.42)

#### 2.8.2.3. Diophantische Gleichung

Die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises  $\Delta_{cl}(s)$  für die Struktur in der Abbildung 2.17 steht in der Gleichung 2.43. Sie beschreibt alle stabilisierenden Repetitive Controller, die auf Basis des Prinzip des internen Modells entwickelt werden können.

$$\Delta_{cl}(s)(z^{-1}) = S(z^{-1})N_p(z^{-1})(1-z^{-N}) + z^{-d_s}Z_p(z^{-1})R(z^{-1}) = 0$$
(2.43)

 $R(z^{-1})$  und  $S(z^{-1})$  sollen so gewählt werden, dass  $\Delta_{cl}(s)(z^{-1})$  asymptotisch stabil ist. Gleichung 2.43 ist eine diophantische Gleichung. Lösungen für  $R(z^{-1})$  und  $S(z^{-1})$ sind garantiert, wenn  $z^{-d_s}Z_p(z^{-1})$  und  $(1-z^{-N})N_p(z^{-1})$  bei gegebenem  $\Delta_{cl}(s)(z^{-1})$ teilerfremd sind.



#### 2.8.2.4. Lösung der Gleichung

In diesem Abschnitt wird eine Lösung vorgestellt, die zeitdiskret arbeitet und auch auf dem Prinzip des internen Modells basiert. Für große  $N_{dist}$  gestaltet es sich schwierig die Gleichung 2.43 zu lösen. Noch schwieriger wird es, wenn die Lösung während des Betriebes online bereitgestellt werden muss, wie beispielsweise bei adaptiven Reglern. Mit Hilfe eines Repetitive Controllers wie in der Gleichung 2.44 gestaltet sich das einfacher. Die Lösung gilt für nicht-minimalphasige, wie auch für minimalphasige Regelstrecken. Die Abhängigkeiten von z und  $z^{-1}$  stammen vom Design des Zero-Phase Error Tracking Controller (Artikel [38] von Tomizuka) ab. Dort wird die Regel- als Moving-Average der Führungsgröße gebildet.

$$G_{rep}(z^{-1}) = k_r \frac{z^{-N_{dist}+d_s+n_u} N_p(z^{-1}) \left(z^{-n_u} Z_p^{-}(z)\right)}{Z_p^{+}(z^{-1}) b}$$

$$b \ge \max_{\omega \in [0,\pi]} \left| Z_p^{-} \left(e^{-j\omega}\right) \right|^2$$
(2.44)

Die Konstante  $k_r$  ist der Verstärkungsfaktor des Repetitive Controllers,  $n_u$  die Ordnung von  $Z_p^-$ . Damit der Regler realisierbar wird, muss die Gleichung 2.45 gelten.

$$N_{dist} - d_s - n_u \ge 0 \tag{2.45}$$

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Gleichung 2.44 große Ähnlichkeit mit dem Regler in [38] von Tomizuka hat. Dort wird ein sogenannter Zero-Phase Error Tracking Controller beschrieben.

## 2.8.3. Struktur

Der Entwurf des in der Praxis oft zum Einsatz kommenden Standard Repetitive Controllers gestaltet sich viel einfacher als im Zeitkontinuierlichen. Eine Verzögerungskette lässt sich problemlos designen. Die Übertragungsfunktion  $G_{rep}(z)$  berechnet sich nach der Gleichung 2.46.

$$W(z) = \frac{z^{-N_{dist}}}{1 - z^{-N_{dist}}} = \frac{1}{z^{N_{dist}} - 1}$$
(2.46)

Die Länge der Verzögerungskette ergibt sich mit der Gleichung 2.47.

$$N_{dist} = \frac{T_{dist}}{T_s} \in \mathbf{N} \tag{2.47}$$

Beim zeitdiskreten Repetitive Controller können nur Frequenzen kleiner der Nyquist-Frequenz $\frac{\pi}{T_s}$ gedämpft werden. Für höhere Frequenzen sind die Stabilitätsbedingungen verletzt.  $T_s$ ist die Abtastzeit.





Abbildung 2.18.: Zeitdiskreter Repetitive Controller auf Basis von Artikel [34] von Costa-Castello, Nebot und Grino

Ein zeitdiskreter Repetitive Controller ist in der Abbildung 2.18 zu sehen. Er wird als Plug-In Regler in den bestehenden geschlossenen Regelkreis eingebaut.  $G_p(z)$  ist die Regelstrecke und  $G_c(z)$  der Stabilisationsregler. Dieser kann beispielsweise ein Standard PI-Regler sein. Die Regelgröße  $y_k$  bzw. ihre Z-Transformierte Y(z) ergeben sich aus der Ausgangsgröße der Strecke und Störung  $d_k$ . Im Falle eines Repetitive Controllers ist diese Störung eine periodische mit der Periodendauer  $T_{dist}$ . Ohne den Repetitive Controller wäre die Struktur ein gewöhnlicher Standardregelkreis.

Die Regelabweichung  $e_k$  (Z-Transformierte E(z)) ist die Eingangsgröße der Memory-Loop des Repetitive Controllers. Aus der Zeitverzögerung im Zeitkontinuierlichen wird eine Verzögerungskette  $z^{-N_{dist}}$ . Der Filter H(z) dient der Verbesserung der Robustheit, indem er den Repetitive Controller bei hohen Frequenzen bis zur Nyquist-Frequenz abschaltet. Abgeschaltet wird er in Bereichen, in welchen der Regelkreis instabil werden würde. Für Frequenz oberhalb der Nyquist-Frequenz kann H(z) nicht reagieren. Hier muss ein Anti-Aliasing-Filter verwendet werden.  $G_x(z)$  als zweiter Filter dient zur Erfüllung der Stabilität des geschlossenen Regelkreises innerhalb der Nyquist-Bandbreite. Für höhere Frequenzen bewirkt der Filter eine Dämpfung der Übertragungsfunktion des Repetitive Controllers. Im Gegensatz zum zeitkontinuierlichen Filter q(s) werden hier also zwei einfach zu entwerfende Filterfunktionen verwendet.

# 2.8.4. Stabilitätsuntersuchung

Die Stabilität des Repetitive Control Systems kann mit Hilfe der Pole der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises untersucht werden. Eine weitere Möglichkeit wäre das Nyquist-Kriterium mit der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises. Diese Varianten finden sich z.B. im Artikel [50] von Hillerström. Zumeist wird die Stabilität aber mit Hilfe des Umzeichnens der ursprünglichen Struktur überprüft. Das neue Blockschaltbild in der Abbildung 2.19 ist äquivalent zu jenem in der Abbildung 2.18. Es lässt sich durch einfache algebraische Manipulationen bestimmen. Aus dem Repetitive Control System wird eine Kaskadenschaltung von drei Systemen, die getrennt voneinander betrachtet werden können. Die Äquivalenz der beiden Systeme wird im Artikel [34] von





Costa-Castello, Nebot und Grino bewiesen.



Abbildung 2.19.: Memory Loop des Repetitive Controllers auf Basis von Artikel [34]

Der erste Block (1/(1 + L(z))) hat dieselben Nullstellen wie der geschlossene Regelkreis ohne Repetitive Controller. L(z) ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises. Da der geschlossene Regelkreis auch ohne Plug-In Repetitive Controller stabil sein muss, ist dieser Block aus dem Entwurf des Standardregelkreises stabil.

Das zweite Teilsystem  $(1 + z^{-N_{dist}}H(z))$  ist ein Filter und eine Zeitverzögerung. Der FIR-Filter mit einer Impulsantwort endlicher Länge ist immer stabil. Die Zusammenschaltung mit einer Verzögerungskette ist es ebenso.

Der dritte Teil des Äquivalenzmodells ist eine positive Rückkopplung mit einem längeren Ausdruck im Rückkoppelzweig. Durch ein paar Umformungen werden zwei Bedingungen erhalten, die Stabilität dieses Teiles garantieren. Die zweite Stabilitätsbedingung ist eine an den Filter H(z) (Gleichung 2.48). Er unterliegt im Entwurf also bestimmten Einschränkungen.

$$\left|H\left(z\right)\right|_{z=e^{j\omega T_{dist}}} < 1, \quad \forall \omega \in \left[\frac{\pi}{T_s}\right]$$

$$(2.48)$$

Die dritte Stabilitätsbedingung (Gleichung 2.49) bezieht sich auf den Filter  $G_x(z)$ . Dieser muss zur Erfüllung der Bedingung entsprechend entworfen werden.

$$\left|1 - \frac{L(z)G_x(z)}{1 + L(z)}\right|_{z = e^{j\omega T_{dist}}} < 1, \quad \forall \omega \in \left[\frac{\pi}{T_s}\right]$$
(2.49)





Mit Hilfe dieser drei Designanforderungen kann ein Repetitive Controller relativ simpel erzeugt werden. Die Stabilitätsbedingungen gelten bis zur Nyquistfrequenz. Daher sind bei beiden Bedingungen die möglichen Werte für die Kreisfrequenz  $\omega$  angeführt.

# 2.8.5. Parameterwahl

### 2.8.5.1. Abtastzeit

Für eine entsprechende Funktion des Reglers sind noch ein paar weitere Punkte zu beachten. Die Abtastzeit soll ein ganzzahliger Teiler der Grundschwingungsperiodendauer der Störung sein (Gleichung 2.50). Für die Regelung auf periodische Führungsgrößen gelten dieselben Anforderungen.

$$T_{dist} = N \cdot T_s, \quad N \in \mathbb{Z}_+ \setminus \{0\}$$

$$(2.50)$$

Des Weiteren sind die Ergebnisse besser, wenn die Abtastzeit zumindest um den Faktor 10 kleiner als die kleinste Zeitkonstante der Regelstrecke (Gleichung 2.51) ist.

$$10 \cdot T_s < \tau \tag{2.51}$$

Die Abtastperiode muss je nach Anwendungszweck klein genug gewählt werden, damit eine ausreichend genaue Abtastung erfolgen kann. Es gibt aber noch weitere Abhilfen, die später im Rahmen der Literaturausarbeitung erklärt werden.

### 2.8.5.2. FIR-Filter H(z)

Der FIR-Filter dient zur Erfüllung der zweiten Stabilitätsbedingung in der Gleichung 2.48. Üblicherweise wird er nach der Vorgabe in der Gleichung 2.52 realisiert. Dieser Filter ist akausal. Die Ausgangswerte des Filters hängen nicht nur von den gegenwärtigen und vergangenen, sondern auch den zukünftigen Eingangswerten ab. In der Praxis ist so ein Filter nicht realisierbar. Da er aber in Serie mit einer Verzögerungskette geschaltet wird, entstehen keine Kausalitätsprobleme. Der FIR-Filter hat zudem Tiefpasscharakter und ist nullphasig. Die Nullphasigkeit bedeutet, dass es zu keinen Phasenverschiebungen durch die Filterung kommt. Dies wird durch die Vor- und Rückwärtsfilterung der Eingangsfolge bewerkstelligt. Bei Frequenzen ab der Nyquist Frequenz, ab der die Stabilitätsbedingungen nicht mehr gelten, wird eine Abschaltung des Repetitive Controllers durch H(z) vorgenommen.

$$H(z) = q_1 z + q_0 + q_1 z^{-1}$$
  
zumeist mit  $q_0 = \frac{1}{2}$  und  $q_1 = \frac{1}{4}$  (2.52)

Ein Artikel, der sich speziell mit der korrekten Parametrisierung von minimalphasigen Repetitive Controllern beschäftigt, ist jener von Okuyama und Yamada [51] (1999).



## **2.8.5.3.** Filter $G_x(z)$

Design für minimalphasige Regelstrecken

Der Filter  $G_x(z)$  wird üblicherweise nach der Gleichung 2.53 entworfen. Der Verstärkungsfaktor  $k_r$  hat hier einen Wertbereich ]0, 2[.

$$G_x(z) = k_r \frac{1 + L(z)}{L(z)}$$
(2.53)

Diese Form des Filterdesigns ist möglich, da es bei minimalphasigen Regelstrecken zu keinen unerlaubten Kürzungen in der Übertragungsfunktion des offenen Kreises kommt. Bei nicht-minimalphasigen System würde das System durch unerlaubte Kürzung von instabilen Nullstellen die Stabilität verlieren.

Design für nicht-minimalphasige Regelstrecken

Beim Design für nicht-minimalphasige Regelstrecken wird der Ansatz verwendet, dass minimalphasige Nullstellen gekürzt und bei nicht-minimalphasigen die Phase kompensiert wird. Die Filterfunktion  $G_x(z)$  wird laut Gleichung 2.54 erzeugt.

$$G_x(z) = k_r \frac{N_T(z) Z_T^{-}(z^{-1})}{Z_T^{+}(z) b_{max}}$$
(2.54)

Der Zähler  $Z_T(z)$  der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises setzt sich aus den minimalphasigen  $Z_T^+(z)$  und den nicht-minimalphasigen  $Z_T^-(z)$  Polynomen zusammen (Gleichung 2.55).

$$\frac{Z_T(z)}{N_T(z)} = \frac{L(z)}{1 + L(z)} = \frac{Z_T(z) \cdot Z_T(z)}{N_T(z)}$$
(2.55)

Durch Nullsetzen der beiden Faktoren des Zählers werden dessen Nullstellen berechnet (Gleichung 2.56).

$$Z_T^{-}(z) = 0$$
  

$$Z_T^{+}(z) = 0$$
(2.56)

Die Größe  $b_{max}$  lässt sich laut der Gleichung 2.57 bestimmen.

$$b_{max} = \max_{\omega} \left| Z_T^{-}(z) \, Z_T^{+}(z^{-1}) \right|_{z=e^{j\omega T_s}}$$
(2.57)





Aus der dritten Stabilitätsbedingung in der Gleichung 2.49 folgt für den nicht-minimalphasigen Entwurf 2.58.

$$\left|1 - k_r \frac{Z_T^-(z^{-1}) Z_T^+(z)}{b_{max}}\right|_{z=e^{j\omega T_s}} < 1$$
(2.58)

Um die Bedingung zu erfüllen und damit Stabilität zu gewährleisten, muss der Faktor  $k_r$  für diese nicht-minimalphasige Implementierung einen Wert im Intervall (0, 1) haben. Es muss eine Abwägung zwischen Robustheit und dem transienten Verhalten gemacht werden. Je größer das  $k_r$  ist, desto besser erfolgt die Dämpfung. Für alle Werte von  $k_r$  im vorgegebenen Intervall verschwindet die Störung. Dies geschieht auf Kosten der Robustheit. In der Abbildung 2.20 ist der Amplitudengang des Bodediagramms der Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises eines solchen Repetitive Controllers zu sehen. Für die Grundfrequenz der Störung beträgt die Verstärkung 1. Die Harmonischen liegen innerhalb der Bandbreite des geschlossenen Systems. Dadurch ist die Fähigkeit der Störungsunterdrückung gegeben. Das Gesamtsystem inklusive Repetitive Controller arbeitet, was das Führungsverhalten betrifft, langsamer als ohne. Dies ist bedingt durch die höhere Ordnung des Gesamtregelkreises.



Abbildung 2.20.: Amplitudengang eines Repetitive Controllers (Artikel [34] von Costa-Castello, Nebot und Grino)

Wird kein FIR-Filter H(z) eingebaut bzw. der Wert 1 vergeben, treten zumeist oszillierende Schwingungen auf. Diese sind bedingt durch Modellungenauigkeiten, die vor allem bei höheren Frequenzen entscheidend werden. Eine Tiefpassfilterung mit einem nullphasigen FIR-Filter bringt wesentliche Verbesserungen. Weitere Gründe für die Oszillationen sind Sättigungseffekte des Reglers.





## 2.8.6. Entscheidende Faktoren für gute Performance

Der Repetitive Controller kann bei unterschiedlichsten Applikationen eingesetzt werden. Ein oft verwendeter Einbau ist jener als Plug-In Regler (Abbildung 2.21). Im Artikel [24] wird ein Repetitive Controller für die Ausregelung von Störungen, die beim Betrieb eines Plattenlaufwerks auftreten, beschrieben. Der größte Vorteil der Plug-In-Variante liegt laut diesem Artikel darin, dass der, in diesem Fall zeitkontinuierliche, Stabilisationsregler vorab entwickelt werden kann. Er kann ohne genauere Betrachtung der Systemgegebenheiten bezüglich periodischer Störungen oder Parameterschwankungen, einfach designed werden. Das ermöglicht dem Regelungstechniker sich auf andere Faktoren im Entwurfsprozess zu konzentrieren.



Abbildung 2.21.: Plattenlaufwerk mit Plug-In Repetitive Controller (Artikel [24] von Tomizuka, Tsao und Chew)

Entscheidend für die Qualität der Ergebnisse ist ganz besonders die Auswahl der Abtastpunkte innerhalb einer Periode  $N_{dist}$ , welche die Abtastzeit  $T_s$  des Repetitive Controllers vorgibt. Die korrekte Auswahl der D/A- (Halteglied) und A/D-Schnittstelle (z.B. Anti-Aliasing-Filter) ist ebenso wichtig.

 $Z_p(z^{-1})$  ist abhängig von der gewählten Abtastzeit und damit auch von  $N_{Tp}$ . Solange  $Z_p\left(e^{\frac{\pm ij2\pi}{N}}\right) \neq 0$ , für  $i = 0, 1, ..., \frac{N_{dist}}{2}$  gilt, wird theoretisch perfektes Regelverhalten erzielt.

Wird als D/A-Schnittstelle ein Halteglied nullter Ordnung verwendet, so kann es vorkommen, dass der Repetitive Controller die Regelabweichung nicht ausregelt. Dies tritt





vermehrt für den Fall auf, wenn  $N_{dist}$  eher klein ist. Das kann daran liegen, dass das Halteglied Sequenzen von Sprungänderungen liefert, aber auch, dass Resonanzen schlecht modelliert wurden. Bei einem Halteglied erster Ordnung wird das Ergebnis meist besser, vor allem das Verhalten zwischen den Abtastpunkten. Die Welligkeiten in diesen Bereichen werden merklich kleiner. Wird mit einem kontinuierlichen PD-Regler gearbeitet, so kann auch ein Tiefpassfilter mit der halben Abtastfrequenz als Grenzfrequenz Abhilfe schaffen, damit mit einem Halteglied nullter Ordnung gearbeitet werden kann.

Der Filter  $G_x(z)$  (Gleichung 2.54) wird zumeist durch Pol-Nullstellen-Kompensation oder Nullphasen-Kompensation erhalten. Damit lässt sich die Komplexität der zu lösenden Gleichung in Grenzen halten. Dies liefert in weiterer Folge eine Aufgabe, die schneller und einfacher zu lösen ist. Dadurch eröffnet sich die Möglichkeit Repetitive Control bei Echtzeitsystemen einzusetzen. Bei einer geringen Anzahl von Abtastpunkten verbessert sich die Leistung des Repetitive Controllers stark, wenn nach den Verzögerungsgliedern ein Tiefpassfilter nachgeschaltet wird. Eine weitere Möglichkeit wäre die Haltevorrichtung durch verzögerte Halteglieder erster Ordnung zu ersetzen.

Die Vorgangsweise basiert auf einem genauen Modell der Strecke. Die Qualität des Gesamtsystems hängt somit auch vom identifizierten Streckenmodell ab. Es können dabei jedoch mehr oder weniger stark beeinflussende Parameterschwankungen und Modellungenauigkeiten auftreten. Die Robustheit des Reglers steigt bei einem genaueren und besseren Modell. Für eine sehr hohe Komplexität des Modells kann der Regler jedoch aufwändiger und womöglich langsamer werden. In der Praxis wird hier immer ein Kompromiss gemacht. Wenn die hochfrequenten Signalanteile nicht sehr groß bzw. für die Regelung nicht interessant sind, können dort Abstriche in der Genauigkeit der Modellierung in Kauf genommen werden. Die Tiefpassfilter garantieren bei korrektem Design, dass der Repetitive Controller nur in jenen Bereichen arbeitet, in welchen er auch wirklich stabil ist. Die Implementierung im Artikel [52] von Hikita und Kyotoku kommt mit Parameterungenauigkeiten besser zurecht. Bei starkem Rauschen kann möglicherweise Abhilfe schaffen, wenn es als zufällig auftretende Störung modelliert wird.

# 2.9. Anwendungen

Repetitive Control wurde schon bei vielen Applikationen eingesetzt. Periodische Führungssignale und Störungen treten relativ oft auf und dadurch ist das Anwendungsspektrum sehr breit gestreut. Eine der ersten wichtigen Verwendungen für ein Repetitive Control System war die Unterdrückung von periodischen Störungen bei Servomotoren zum Folgen von Spuren in Plattenlaufwerken. Bei elektrischen Antriebssystemen lassen sich sehr gut die Ripples im Drehmoment reduzieren. Ein paar weitere Praxisbeispiele sind:

- 1. Schrittmotoren bei der IC Erzeugung
- 2. Laufwerke (Disketten, Festplatten, ...)





- 3. Spannungsversorgungen
- 4. Rotierende Maschinen
- 5. Wiederholende Roboterbewegungen

Einige dieser Anwendungen sind in den Artikeln von Landau und Horowitz [5] (1989), Sadegh und Horowitz [6] (1990), Sadegh und Guglielmo [7] (1991), Jeon und Tomizuka [8] (1990) und Chew und Tomizuka [53] (1990) genauer beschrieben.

Einige aktuellere Anwendungen gibt es auch. Im Artikel [54] von Hillerström wurde eine aktive Dämpfung von Vibrationen mit Repetitive Control durchgeführt. Im Buch [55] von Sacks, Bodson und Khosla wurde eine adaptive Störungsunterdrückung in einer magnetischen Festplatte gemacht. Zur Beschreibung der Nichtlinearitäten bei pneumatischen Regelungskreisen gibt es eine Anwendung von Kawashima, Fujita, Kagawa im Artikel [56].

# 2.10. Häufig auftretende Probleme und Lösungsansätze

Im folgenden Abschnitt werden oft vorkommende Probleme bei der Nutzung von Repetitive Controllern angeführt. Da das Standarddesign bei diesen nicht immer gut funktioniert, wurden viele Erweiterungen und Adaptierungen an diesem vorgenommen. Bis auf wenige Ausnahmen bauen alle auf dem Standardentwurf (Abschnitt 2.8) auf.

## 2.10.1. Hohe Frequenzanteile

Ein Repetitive Controller für bessere Ergebnisse bei hohen Frequenzen wird im Artikel [40] von Teo und Fleming gezeigt. Es wird ein leicht komplexerer, abermals akausaler FIR-Filter vorgestellt. Dessen Vorteile gegenüber IIR-Filtern werden erläutert. IIR-Filter haben eine langsame Roll-Off-Rate und produzieren eine ungewollte Phasenverschiebung. Der Filter wird wie beim Standard Repetitive Controller durch eine Serienschaltung mit Verzögerungen 1. Ordnung kausal. Die Vorteile des FIR-Filters mit keiner Phasenlaufzeit und Verstärkung 1 werden ausgenützt. Die Übertragungsfunktion des Repetitive Controllers ist in der Gleichung 2.59 angeführt.

$$G_{rep}(z) = k_r \frac{H(z)}{1 - H(z)}$$
mit  $H(z) = \sum_{i=0}^{2N_{dist}} z^{-i} h(i - N_{dist})$ 
(2.59)







Abbildung 2.22.: Repetitive Controller mit komplexerem FIR-Filter (auf Basis von Artikel [40] von Teo und Fleming)

In der Abbildung 2.23 werden die Betragsgänge verschiedener Repetitive Controller miteinander verglichen. Beim idealen Repetitive Controller (blaue Kennlinie) gibt es bei den Harmonischen unendliche Verstärkung. Mit einem IIR-Filter kann es zu Instabilitäten kommen, wenn die Grenzfrequenz zu hoch gewählt wird (rote Kennlinie). Wird diese jedoch zu klein dimensioniert, so leidet das Führungsverhalten des Reglers stark darunter. Im Gegensatz zum IIR-Filter beeinflusst der hier vorgestellte FIR-Filter das Reglerverhalten wegen seiner Verstärkung 1 und Nullphasigkeit nicht (grüne Kennlinie).



Abbildung 2.23.: Frequenzgang des Repetitive Controllers mit komplexerem FIR-Filter [40] von Teo und Fleming

# 2.10.2. Nichtperiodische Eingangssignale

Um die Robustheit gegenüber Periodendauerschwankungen zu erhöhen, wird im Artikel [57] von Pipeleers, Demeulenaere, De Schutter und Swevers eine auf Optimierung basierte Variante von Repetitive Control gezeigt. Diese Lösung ist für nicht-periodische Eingangssignale und nicht gänzlich periodische Signale gedacht, bei denen es zu Periodendauerschwankungen kommt. Mit Hilfe dieser Methode sollen sowohl die Robustheit gegenüber Periodendauerungenauigkeiten erhöht, aber auch eine geringe Beeinflussung der Übertragungsfunktion für nicht-periodische Signal gezielt erfüllt werden.







Abbildung 2.24.: Add-On Repetitive Control System auf Basis von Artikel [57]

Nach der Auswahl der beiden Faktoren  $\gamma_{np}$  und  $\gamma_p$  wird eine Optimierungsaufgabe je nach Optimierungsziel gelöst. Der Einfluss der Übertragungsfunktion  $K_{RC}(z)$  (siehe Abbildung 2.24) des Repetitive Controllers auf die nominale periodische Performance wird durch den Faktor  $\gamma_p$  beschrieben. Er ist die kleinste relative Reduktion der Sensitivität  $|S(l_h\omega_0)|$  über alle Harmonischen  $l_h$ .  $M_S$  ist die sogenannte modifizierende Sensitivitätsfunktion (Artikel [57]).

$$\gamma_{p} = \max_{l_{h} \leq \Lambda} \left\{ \frac{|S(l_{h}\omega_{0})|}{|S_{0}(l_{h}\omega_{0})|} \right\} = \max_{l_{h} \leq \Lambda} \left\{ |M_{S}(l_{h}\omega_{0})| \right\}$$
  
mit  $S_{o}(z) = \frac{1}{1 + G_{c}(z) G_{p}(z)}$   
und  $S(z) = S_{o}(z) M_{S}(z)$  (2.60)

Der Effekt von  $K_{RC}(z)$  auf die nicht-periodische Performance im geschlossenen Regelkreis wird mit  $\gamma_{np}$  beschrieben (Gleichung 2.61). Sie ist die höchste relative Amplitude von  $|S(\omega)|$  innerhalb der Bandbreite  $\omega_{BW}$  des Systems (Artikel [57]).

$$\gamma_p = \max_{\omega \le \omega_{BW}} \left\{ \frac{|S(\omega)|}{|S_0(\omega)|} \right\} = \max_{\omega \le \omega_{BW}} \left\{ |M_S(\omega)| \right\} = |M_S(\omega)|_{\infty}$$
(2.61)

Der hier vorkommende Entwurf kann den High Order Repetitive Controller vom Artikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh funktionsmäßig überbieten. Die selbe Robustheit bei periodischen Größen wird mit besseren Eigenschaften bei nicht-periodischen Signalanteilen erzielt. Der größere Umfang des Optimierungsproblems macht den Algorithmus aber komplexer.

Im Artikel [59] von Chen und Tomizuka wird ein relativ neues Schema gezeigt, das einen Störungsbeobachter verwendet. Der konventionelle Repetitive Controller wird erweitert, um eine allgemeine Klasse von Störungen effektiv unterdrücken zu können. Das Prinzip des internen Modells wird neu implementiert. Ein zusätzliches Kriterium zum Design der Memory Loop wird eingefügt. Der Vorteil liegt darin, dass die Struktur auch bei nicht-periodischen Frequenzanteilen der Störungen gut funktioniert.





# 2.10.3. Veränderliche oder unbekannte Periodendauer

Einer der größten Nachteile von Repetitive Control ist, dass die Periodendauer der externen Signale genau bekannt sein muss. So muss in praktischen Anwendungen die Zeitdauer einer Periode entweder sehr konstant sein oder eine entsprechende Messung der Periodendauer wird benötigt. Für den Fall, dass die Periode nicht gleich bleibt oder unbekannt ist, gibt es schon einige Lösungsansätze in der Literatur. Im Artikel [60] aus dem Jahr 1992 bzw. 2000 von Tsao und Nemani wird eine Online-Messung vorgeschlagen. Ähnliche Ansätze kommen im Artikel von Dotsch, Smakman, Van den Hof und Steinbuch [61] vor. Weiters gibt es noch einen Lösungsansatz im 1996 verfassten Artikel von Manayathara, Tsao, Bentsman und Ross [62]. Für den Fall, dass nur wenig bis gar nicht abgetastet werden kann, gibt es den Spatially Sampled Repetitive Controller (Artikel [63] von Chen und Chiu). Für zeitveränderliche Systeme gibt es einen Entwurf von Ishitobi, Murasaki, Iwai (Artikel [64]).

# 2.10.4. Multiple Memory Loops

## 2.10.4.1. Zeitkontinuierlich

Im Artikel [65] von Steinbuch wird ein Konzept dargestellt, welches multiple Memory Loops verwendet. Das Schema wird zeitkontinuierlich gezeigt, die zeitdiskrete Version wurde später im Artikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh beschrieben. Diese verschachtelten Memory Loops werden so gewichtet, dass kleine Änderungen der Periodendauer die Störungsdämpfung nicht wesentlich beeinflussen.



Abbildung 2.25.: Verallgemeinerter Repetitive Controller (auf Basis von Artikel [65]). Die Abbildung zeigt nur einen Teil der Memory Loop.

Die Übertragungsfunktion des verallgemeinerten Repetitive Controllers  $G_{allg}\left(s\right)$  ist in





der Gleichung 2.62 zu sehen.

$$G_{allg}\left(s\right) = \frac{u_{rep}}{e} = \frac{W\left(s\right)}{1 - W\left(s\right)} \tag{2.62}$$

N beschreibt in diesem Entwurf die Anzahl der verschachtelten Memory Loops.

$$W(s) = \sum_{i=1}^{N} W_i e^{-isT_p}$$
(2.63)

In der Abbildung 2.26 sind die Betragsgänge von  $G_{allg}(e^{j\omega})$  für unterschiedliche Anzahlen N an Memory Loops zu sehen. Ein Nachteil des Standard Repetitive Controllers ist, dass die perfekte Unterdrückung von Störungen bei den Harmonischen eine Verstärkung der Zwischenfrequenzen bewirkt. Mit gesteigerter Anzahl an Schleifen wird für ein breiteres Frequenzband um die Harmonischen die Verstärkung größer. Dadurch wird die Sensitivität des Systems auf Schwankungen der Periodendauer kleiner. Die Gleichungen für die Parameter werden aus mehreren Forderungen an die Übertragungsfunktion des periodischen Signalgenerators hergeleitet. Die erste Forderung ist jene, dass die Verstärkung des periodischen Signalgenerators unendlich groß bei den Harmonischen ist.

$$W\left(\frac{j2\pi k}{T_p}\right) = \sum_{i=1}^{N} W_i e^{-ij2\pi k} = \sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$
(2.64)

Zur Verbesserung der Robustheit wird zudem Gleichung 2.65 gefordert.

$$\frac{dW\left(s = \frac{j2\pi k}{T_p}\right)}{dT_p} = 0 \tag{2.65}$$

Aus Gleichung 2.65 folgt für den Fall N > 1 die zweite Bestimmungsgleichung.

$$\sum_{i=1}^{N} W_i i = 0 \tag{2.66}$$

Durch Miteinbeziehung der Gleichungen für die Parameter  $W_i$  ergibt sich für den robusten Repetitive Controller die Übertragungsfunktion in der Gleichung 2.67.

$$G_{rep,robust}(s) = \frac{1 - \left(1 - e^{-sT_p}\right)^N}{\left(1 - e^{-sT_p}\right)^N}$$
(2.67)







Abbildung 2.26.: Betragsgang der Frequenzantwort von multiplen Signalgeneratoren (Artikel [65] von Steinbuch)

Das korrekte Design der Koeffizienten und Verwenden von multiplen Memory Loops liefert merkliche Verbesserungen in der Robustheit gegenüber geringfügigen Veränderungen der Periodendauer. In einigen Ausarbeitungen wird das selbe Prinzip für die jeweiligen Algorithmen verwendet. Dieser spezielle Algorithmus wurde patentiert. Im Artikel [66] von Steinbuch und Schootstra wurde eine adaptive Version gestaltet, welche größere Schwankungen der Periodendauer verkraftet. Diese arbeitet mit Korrelationsanalyse von gespeicherter Information in einem FIFO-Buffer. Die Speicherkapazität steigt mir der Länge  $N \cdot T_p$  des FIFO-Buffers.

Im Artikel [67] wird eine Erweiterung der sogenannten Repetitive Model Predictive Control vorgenommen. Dieser Algorithmus verbindet Repetitive Control mit Model Predictive Control. Für bekannte und konstante Perioden arbeitet dies ohne Erweiterung sehr gut. Für eine unbekannte Periodendauer oder Abweichungen zwischen Modell- und Reglerperiodendauer funktioniert dieses Prinzip nicht mehr. Deshalb werden multiple Memory Loops verwendet. Der Nachteil dieser Verschachtelungen liegt darin, dass es zu unflexibel für Systeme mit mehreren Zustandsvariablen ist. Im Artikel [67] von Balaji und Lakshminarayanan wird eine Kombination aus Iterative Learning Control, Repetitive Control und Model Predictive Control verwendet. Die Zustände des Modells, die für die Schätzung herangezogen werden, werden periodisch zurückgesetzt. Dadurch wird





nahezu perfektes Folgen einer periodischen Führungsgröße oder Unterdrückung periodischer Störungen erzielt.

#### 2.10.4.2. Zeitdiskret

Das selbe Prinzip wurde im Artikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh zeitdiskret implementiert. Das Blockschaltbild ist in der Abbildung 2.27 zu sehen. Es ist nur ein Teil der Memory Loop dargestellt. Die zeitdiskrete Version hat den Namen High Order Repetitive Controller bekommen.



Abbildung 2.27.: High Order Repetitive Controller auf Basis von Arikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh

Die Übertragungsfunktion des Reglers in der Gleichung 2.68 beinhaltet einen akausalen Robustheitsfilter H(z) und einen Lernfilter  $G_x(z)$ . Im Artikel werden die Bezeichnungen Q(z) und L(z) dafür verwendet. Diese sind in dieser Masterarbeit jedoch schon anderwertig vergeben. Die Akausalität der Filter wird durch die Struktur mit Verzögerungsketten kompensiert. Dadurch wird das System realisierbar. H(z) ist ein linearphasiger Filter mit einer Verzögerung um q Abtastwerte. Der Filter wird nullphasig durch Entfernen von q Abtastwerten aus dem Memory Buffer.  $G_x(z)$  wird nach dem Standard-Entwurf eines Repetitive Controllers designed. Der Filter  $G_x(z)$  verzögert um l Abtastwerte. Es werden l Verzögerungen vom Vorwärtszweig in den Pufferspeicher zum Rückkoppelzweig geschoben. Die Summe der Verzögerungselemente ist dann korrekt, aber jene von  $G_x(z)$ 





werden kompensiert.

$$M(z) = \frac{G_x(z) H(z) W(z) z^{-(N_{dist} - l - q)}}{1 - H(z) W(z) z^{-(N_{dist} - q)}}$$
(2.68)

 $W_{HO}(z)$  wird High Order Repetitive Function genannt. Die Zusatzbedingung sichert unendliche Verstärkung bei den Harmonischen. Mit der Ordnung p wird die Anzahl der Memory Loops angegeben.

$$W_{HO}(z) = \sum_{i=1}^{p} w_i z^{-(i-1)N_{dist}}$$
  
mit  $\sum_{i=1}^{p} w_i = 1$  (2.69)

Im Gegensatz zur zeitkontinuierlichen Gewichtsfaktor-Ermittlung wird hier ein Optimierungsproblem aufgestellt. Wichtig für das Design ist die modifizierende Sensitivitäts-Übertragungsfunktion  $M_S(z)$ .

$$M_{S}(z) := \frac{1 - T_{sens}(z) W_{HO}(z) z^{-(N_{dist}-q)}}{1 - T_{sens}(z) W_{HO}(z) z^{-(N_{dist}-q)} (1 - T_{sens}(z) G_{x}(z) z^{+l})}$$
mit der Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ohne (2.70)  
Repetitive Controller  $T_{sens} = \frac{G_{p}G_{c}}{1 + G_{n}G_{c}}$ 

Neben Ansätzen mit der sogenannten  $H_{\infty}$ -Norm über  $M_S$  mit fixem  $k_r$  gibt es eine einfachere Lösung mit linearer Programmierung. Der Faktor  $k_r$  ist die Verstärkung des Repetitive Controllers, mit welcher das Ausgangssignal der Memory Loop multipliziert wird. Das zu lösende Problem ist in der Gleichung 2.73 angeführt. Mit Hilfe des Befehls linprog ist das in MATLAB effizient lösbar.  $G(\theta)$  ist die Formfunktion, mit welcher sich die Verstärkung bei den Harmonischen einstellen lässt.

Es wird die komplexe Variable z eingeführt, mit welcher ein konisches, quadratisches Optimierungsproblem aufgestellt werden kann.

$$|z| \leq t \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{\operatorname{Re}^{2}(z) + \operatorname{Im}^{2}(z)} \leq t$$
  
mit  $G_{i}(\theta) = G(\theta) e^{-ij\theta}$   
und  $z = G(\theta) - \sum_{i=1}^{p} w_{i}G_{i}(\theta)$   
und  $\theta = N\omega T_{s}$ 

$$(2.71)$$





Das Optimierungsproblem  $|z| \leq t$  (2.71) lässt sich durch Einführung der Variable  $p_n$ in ein Aufgabe der linearen Programmierung umwandeln. Der Einheitskreis wird dabei durch ein Polygon approximiert. Gleichung 2.72 wird polyedrische Norm genannt.

$$p_n(z) := \max_{i=1,\dots,n} |a\cos(i\theta) + b\sin(i\theta)|$$
(2.72)

$$\min_{w_i,t} \left\{ t \mid p_n \left( G\left(\theta\right) - \sum_{i=1}^p w_i G_i\left(\theta\right) \right) \le t , \quad \forall \theta \in \Theta, \ \sum_{i=1}^p w_i = 1 \right\}$$
(2.73)

Das Ergebnis des Problems der linearen Programmierung hängt von der Wahl der modifizierenden Sensitivitätsfunktion ab. Es kann entweder für die Robustheit bei Schwankungen in der Störperiode, die Reduktion der Sensitivität bei Zwischenfrequenzen oder eine Abwägung aus beidem optimiert werden. Bei der Approximation auf die Störperiode ist die Sensitivität im Bereich der Harmonischen geringer, dafür werden die Zwischenfrequenzen weniger gedämpft. Im zweiten Fall trifft genau das Gegenteil zu. Deshalb muss meistens eine Abwägung gemacht werden. Abhängig ist die Qualität der Ergebnisse vom verwendeten Rauschmodell, welches für eine Applikation ermittelt werden kann. Ganz besonders entscheidend wird dieser Punkt, wenn das Rauschen zeitvariant ist.



Abbildung 2.28.:  $M_S$  für die Optimierung auf Periodendauerschwankungen (links) und Rauschen (rechts) (Artikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh)

Die Werte von  $G(\theta)$  für die beiden Extremfälle (periodendauer- oder rauschrobust) sind für  $k_r = 1$  und  $\theta_1 = \pi/5$  für unterschiedliche Ordnungen des approximierenden Polyedrons im Artikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh berechnet.





## 2.10.5. Probleme mit Frequenzraster

Beim zeitdiskreten Repetitive Control System kann das Problem auftreten, dass die Periodendauer der Störung oder Führungsgröße kein ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit ist. Diese Bedingung wird jedoch für den funktionierenden Betrieb des Standard Repetitive Controllers benötigt (Gleichung 2.74). Sie kann schon vor dem Betrieb oder durch sich ändernde Periodendauern online verletzt werden. Durch die nicht unendlich klein einstellbare Abtastfrequenz ist nur ein bestimmter Raster an Störungsfrequenzen möglich. Um dieses Problem in den Griff zu bekommen, wurden einige Ansätze dokumentiert.

$$N_{dist} = \frac{T_{dist}}{T_s} \in \mathbb{Z}$$
(2.74)

#### 2.10.5.1. Veränderung des Abtastintervalls

Der erste wichtige Ansatz ist jener, bei der das Abtastintervall je nach Periodendauer der Störung oder Führungsgröße adaptiv verändert wird. Im Englischen wird dies Sample Time Preservation genannt. Der Artikel [68] von Hanson und Tsao zeigt eine Variante für zeitdiskrete, periodische LTI-Systeme.

Im Artikel [60] von Tsa, Quian und Nemani wird ebenfalls auf diesem Prinzip gearbeitet. Es gibt zwei Realisierungsvarianten. Ist die Periodendauer unbekannt, so wird aus den eingeschwungenen Zeitverläufen der Stellgröße oder Messgröße die Periodendauer des Signals ermittelt. Ist das periodische Signal immer verfügbar, so wird jeden Abtastschritt eine Adaptierung vorgenommen. Dies ist natürlich schneller.

Die Stabilität bei veränderbarer Abtastzeit hat der Artikel [69] von Ramos, Olm und Costa-Castello zum Thema. Der größte Nachteil dieser Ansätze ist, dass die Komplexität des Systems massiv ansteigt. Abtastzeitveränderungen benötigen zumeist auch neue Designs der Stabilisationsregler. Abtastzeitvariationen werden im Artikel [68] Hanson und Tsao verwendet.

#### 2.10.5.2. Frequency Adaptive Repetitive Control

Ein völlig anderer Ansatz zur Behebung des Problems mit dem endlich großen Abtastzeit-Raster wird im Artikel [70] von Zhou, Yang und Blaabjerg beschrieben. Ein sogenannter Fractional Delay Filter wird eingeführt. Ist das  $N_{dist}$  nicht ganzzahlig, so kann der Standard Repetitive Controller nicht verwendet werden. Wird nur der gerundete ganzzahlige Wert von  $N_{dist}$  für den Regler verwendet, so funktioniert die Störunterdrückung nicht mehr richtig. Im Falle, dass sich die Störfrequenz während des Betriebes ändert, führt das bei einigen Algorithmen zu großer Komplexität in der Realisierung. Oftmals muss der Regler online komplett neu designed werden. Auch das Verändern der Abtastfrequenz während des Betriebes stellt eine im Vergleich zum FARC sehr aufwendige Implementierung dar.





Beim FARC wird die reine Verzögerungskette in der Memory Loop durch eine Verzögerungskette mit einem in Serie geschalteten Lagrange-FIR-Filter ersetzt. Dieser Filter lässt sich mit wenigen Multiplikationen und Additionen erzeugen. Das neue System ist bei Schwankungen der Periodendauer wesentlich besser. Im Artikel [70] von Zhou, Yang und Blaabjerg wird ein Beispiel mit einem Umrichter gezeigt. Es erfolgt eine Variation der Frequenz von 50Hz auf 51Hz bzw. 49Hz, also 2% Schwankung. Die Verwendung des FARC's hat einen um mehr als 5% geringeren Klirrfaktor als der konventionelle Repetitive Controller beim Speisestrom zur Folge.

Der Fractional Delay Filter und eine Verzögerungskette approximieren das  $z^{-N_{dist}}$ . Es wird angenommen, dass  $z^{-N_{dist}} = z^{-N_i-F}$  gilt.  $N_i = \lfloor N_{dist} \rfloor$  ist der ganzzahlige Anteil (engl. integer) von  $N_{dist}$ .  $F = N_{dist} - N_i$  hat einen Wert 0 < F < 1. Der rationale Anteil F wird mit einem Lagrange Interpolations Polynom FIR Filter approximiert. Das Design des FIR-Filters funktioniert laut der Gleichung 2.75.

$$z^{-F} \approx \sum_{\substack{k=0\\k=0}}^{n} A_k z^{-k}$$
  
mit k = 0, 1, ..., n und  
$$A_k = \prod_{\substack{i=0,\\i\neq k}}^{n} \frac{F-i}{k-i} \quad \text{mit k, i = 0, 1, ..., n}$$
(2.75)

Für die Übertragungsfunktion des Frequency Adaptive Repetitive Controllers ergibt sich Gleichung 2.76.

$$G_{FARC} = \frac{U_{rep}(z)}{E(z)} = k_r \frac{z^{-N_i} \sum_{k=0}^n A_k z^{-k} H(z)}{1 - z^{-N_i} \sum_{k=0}^n A_k z^{-k} H(z)} G_x(z)$$
(2.76)

Damit gute Ergebnisse in der Praxis erzielt werden können, dürfen sich  $N_i$  und F nur langsam ändern. Für die Ordnung n = 1 liefert der zusätzliche Filter eine gute Approximation bis ungefähr 50% der Bandbreite, für n = 3 bei niedrigen Frequenzen bis 75% der Bandbreite.







Abbildung 2.29.: Frequenzantworten der Lagrange-Interpolation-basierten FIR-Filter für die Ordnung n = 1 und n = 3 (Artikel [70] von Zhou, Yang und Blaabjerg)





Die Einfachheit des Filterentwurfs macht das Verfahren für Echtzeitanwendungen interessant. Eine Online-Implementierung ist mit überschaubarem Aufwand realisierbar.

# 2.10.6. Speicherbedarf

### 2.10.6.1. Odd Harmonic Repetitive Control

Der Odd Harmonic Repetitive Controller aus dem Artikel [30] von Zhou, Low, Wang und Luo verbraucht weniger Datenspeicher als der Standard Repetitive Controller. Jede  $\frac{N_{dist}}{2}$ wird das Regelgesetz upgedatet. Die Vorteile sind eine sehr schnelle Konvergenz der Regelabweichung, ein niedriger THD-Wert und eine kleinere Regelabweichung. Im Entwurf wird die Annahme gemacht, dass alle Harmonischen der Störungs-Grundschwingung ungerade Ordnung haben. Der Filter  $G_x(z)$  dient zur Stabilisierung des gesamten geschlossenen Regelkreises. H(z) ist ein Tiefpassfilter zur Erhöhung der Robustheit des Gesamtsystems. Es können die Filter gleich wie beim Standard Repetitive Controller designed werden. Es muss wieder eine Abwägung zwischen der Performance und Robustheit des Gesamtsystems getroffen werden. Ein größeres  $k_r$  erhöht die Dämpfungsrate, bringt aber schnellere Transienten. Im Gegensatz zum Standard Repetitive Controller wird nur der halbe Datenspeicher gebraucht. Die Memory Loop wird hier negativ rückgekoppelt und auch der Vorwärtszweig subtrahiert. Bei gleichem Design der Filter H(z) und  $G_x(z)$  wie beim Standard Repetitive Controller ergeben sich dieselben Stabilitätseigenschaften.



Abbildung 2.30.: Plug-In Odd-Harmonic Repetitive Control System auf Basis von Artikel [30] von Zhou, Low, Wang und Luo

In den Artikeln [30] von Zhou, Low, Wang und Luo, [71] von Gong, Zha, Guo, Chen und Sun, [72] von Jamil, Latif, Yasin, Ria, Gulfam, Ahmed und Ali und [20] von Zhou und Wang werden Anwendungen dieses Reglers für einphasige Umrichter und aktive Filter vorgestellt. Dieses Schema für ein System zweiter Ordnung wird im Artikel [73] von Costa-Castello, Ramos, Olm und Steinbuch behandelt. Dabei wird zur Erhöhung der Ordnung mit verschachtelten Memory Loops wie beim High Order Repetitive Controller gearbeitet.





# 2.10.7. Optimierungsbasierte Repetitive Controller

Der Artikel [74] von Freeman, Lewin, Rogers, Owens und Hätönen beschäftigt sich mit dem Problem, dass es bei der Diskretisierung von einigen Repetitive Controllern zu Instabilitäten kommt. Jeder Repetitive Controller enthält eine Verzögerungskette, die aber nicht mit analogen Bauteilen in der Praxis realisierbar ist. Der vorgestellte Regler wird mit Standard-Optimierungsverfahren wie der  $H_2$ - und der  $H_{\infty}$ -Norm entworfen. Die Zustandsmessung ist wie bei vielen anderen Verfahren nicht möglich, weshalb auch ein Zustandsbeobachter zum Einsatz kommt.



Abbildung 2.31.: Optimierungsbasierter Repetitive Controller (auf Basis von Artikel [74] von Freeman, Lewin, Rogers, Owens und Hätönen)

Im Artikel [75] von Wu, Lan, She, He und Xu wird ein weiterer optimierungsbasierter Repetitive Controller beschrieben, der ohne  $\mu$ -Synthese entwickelt werden kann. Die  $\mu$ -Synthese ist wie die  $H_{\infty}$ -Regelung eine der wichtigsten robusten Regelungsverfahren. Für korrekt gewählte Gewichtungsfaktoren liefert sie einen Regler, der robuste Stabilität mit robuster Performance vereint. Es wird dafür ganz allgemein der Peak-Wert der Matrix der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises über die Menge aller stabilisierenden Reglerübertragungsfunktionen  $G_c$  minimiert. Die umfangreiche mathematische Beschreibung findet sich im Buch [76] von Zhou, Doyle und Glover.

Statt der  $\mu$ -Synthese wird eine 2-Schritt-Methode angewandt. Es kommt ein 2D-Modell zum Einsatz, welches die Regelung selbst und den Lernprozess voneinander trennt. Das Reglerdesign wird zuerst als Optimierungsproblem für ein 2D-System formuliert, an-





schließend wird der Repetitive Controller durch Anwendung der eindimensionalen optimalen Regelungstheorie erzeugt. Ein weiterer robuster Repetitive Controller mit einem 2-Schritt-Design wird im Artikel [77] von Yamada, Arakawa, Hoshi und Okuyama vorgestellt.

# 2.10.8. Repetitive Control auf Basis von Ljapunov

Der lernende Feedforward-Term wird im Artikel [39] von Dixon, Zergeroglu, Dawson und Costic mit Hilfe einer Stabilitätsanalyse im Sinne von Ljapunov erzeugt. Neben der Kompensation von periodischen Störungen wird es zusätzlich ermöglicht, dass nichtperiodische Dynamiken unterdrückt werden können. Zur Veranschaulichung wird ein Hybridmodell aus Lern- und adaptivem Regler für einen Roboter entworfen, um asymptotisches Führungsverhalten zu erreichen. Ein entscheidender Vorteil der Ljapunov Variante ist, dass im Gegensatz zu vielen anderen lernbasierten Regelungsverfahren keine zusätzliche Analyse der Beschränktheit der Feedforward-Terme notwendig ist. Die Struktur lässt sich auch leichter mit adaptiven Verfahren erweitern, als herkömmliche Repetitive Controller.

Im Artikel [19] von Chen und Chiu wird ein räumlich und ebenso auf Ljapunov basierender Ansatz mit zwei unterschiedlichen Designs verwendet. Die Ansätze sind für alle LTI-Systeme anwendbar, haben aber auch ein paar gravierende Nachteile. Sie können nur für rotierende Systeme verwendet werden, die unidirektional arbeiten. Es kann zu verminderter Leistung des Reglers kommen, wenn die Information über die Unsicherheiten des Modells nicht richtig angewandt werden. Da der Entwurf ein nichtlinearer ist, besteht auch die Möglichkeit Nichtlinearitäten direkt auszuregeln.

# 2.10.9. Repetitive Control kombiniert mit Model Predictive Control

Repetitive Control und Model Predictive Control (MPC) werden im Artikel [78] von J. Lee, Natarajan und K. Lee erstmals kombiniert. Das Ziel war die Anwendung von MPC bei Regelungen mit periodischen Prozessen. Dadurch lassen sich nach jeder Periode der Störung kontinuierliche Verbesserungen erzielen. Um die Performance des Repetitive Controllers im eingeschwungenen Zustand zu erhalten, das transiente Einschwingverhalten zu verbessern und Probleme mit dem Windup-Effekt in den Griff zu bekommen, wird im Artikel [79] von Cruz, Normey-Rico und Costa-Castello eine weitere Kombination vorgestellt. Der sogenannte RMPC Regler (Repetitive Model Predictive Controller) verbindet die Vorteile von MPC wie das Behandeln von Beschränkungen und flexible Einstellen mit jenen von Repetitive Control. Auch das Überschwingen beim Einschalten des RMPC's ist geringer, da durch mehr Parameter als beim konventionellen Repetitive Controller zusätzliche Freiheitsgrade für die Einstellungen vorhanden sind.





#### 2.10.9.1. MPC

Die Modellprädiktive Regelung (MPC) ist ein zuletzt immer häufiger eingesetztes Verfahren zur Regelung von Prozessen. Sie wird auch Regelung mit zurückweichendem Horizont (Receding Horizon Control), RHC, Dynamic Matrix Control, Dynamic Linear Programming oder Rolling Horizon Planning genannt (Buch [80] von Boyd). Diese Methode wird weitgehend in der Industrie bei Prozessen mit langsamer Dynamik verwendet. Das Verfahren der modellgestützten prädiktiven Regelung wurde Ende der 1970er Jahre entwickelt. Es arbeitet sehr gut in der Praxis, auch mit kleinen Periodendauern. Ein zeitdiskretes, dynamisches Modell des zu regelnden Prozesses wird verwendet, um das zukünftige Verhalten in Abhängigkeit der Eingangssignale zu berechnen. Damit lässt sich das optimale Eingangssignal im Sinne einer Gütefunktion berechnen. Mit Hilfe des Eingangssignals wird ein optimales Ausgangssignal erhalten. Ein großer Vorteil ist, dass MPC gut mit Beschränkungen umgehen kann. Es können Stell-, Ausgangs- und Zustandsgrößenbeschränkungen berücksichtigt werden. Das Verhalten des Modells wird bis zu einem vorgelegten Zeithorizont prädiziert, die Stellgröße hingegen nur für den kommenden Zeitschritt ermittelt und die Optimierung wiederholt. Die Optimierungsaufgabe für den nächsten Abtastschritt wird mit dem aktuellen Zustand durchgeführt. Dies ist funktionell gesehen nichts anderes als eine Rückkopplung. Im Gegensatz zu den sonstigen optimalen Steuerungen kann MPC somit als Regelung im geschlossenen Kreis verstanden werden. Es lassen sich durch die Rückkopplung auch Störungen behandeln. Mit der steigenden Komplexität als Regelung nimmt auch der Rechenaufwand zu, weshalb teilweise leistungsfähige Computer gebraucht werden (Buch [81] von Dittmar und Pfeiffer).



Abbildung 2.32.: Grundstruktur der modellprädiktiven Regelung (Artikel [82] von Bemporad)

Wie in der Abbildung 2.32 zu sehen ist, wird ein auf ein Prozessmodell basierter Optimierer verwendet, um mit der Kenntnis der Zustandsgrößen des aktuellen Zeitschrittes die nächste Eingangsgröße des Prozesses zu erzeugen. Zum Zeitpunkt t wird versucht, ein optimales Regelungsproblem für einen endlichen Prädiktionshorizont  $N_y$  zu lösen. Hierfür wird eine Kostenfunktion J mit Nebenbedingungen für die Zustands- und Messgrößen definiert. Zur Lösung dieser Optimierungsaufgabe gibt es inzwischen unzählige





numerische Lösungsverfahren und Programme am Computer.

$$J(k) = \sum_{j=1}^{N_y} \left[ \hat{y} \left( k+j \mid k \right) - r \left( k+j \right) \right]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda \left[ \Delta u \left( k+j-1 \right) \right]^2$$
(2.77)

Die Variable  $\hat{y}(k+j \mid k)$  ist die Prädiktion des Ausgangs zum Zeitpunkt k+j mit vorhandener Information bis k. Der Ausdruck r(k+j) ist die zukünftige Führungsgröße,  $\Delta u (k+j-1)$  die mit Hilfe der Gütefunktion erhaltene Stellgrößenfolge.  $N_y$  ist der Prädiktionshorizont,  $N_u$  der Stellhorizont und  $\lambda$  die Gewichtungskonstante der Stellfolge. Diese Kostenfunktion kann in Matrizenform angeschrieben werden (Artikel [79] von Cruz, Normey-Rico und Costa-Castello).

$$J = \left(\hat{Y} - R\right)^{T} \left(\hat{Y} - R\right) + \Delta U^{T} O_{MPC} \Delta U$$
  
mit  $\Delta U = \left[\Delta u\left(k\right) \quad \Delta u\left(k+1\right) \quad \dots \quad \Delta u\left(k+N_{u}-1\right)\right]^{T},$   
 $\hat{Y} = \left[\hat{y}\left(k+1 \mid k\right) \quad \Delta \hat{y}\left(k+2 \mid k\right) \quad \dots \quad \Delta \hat{y}\left(k+N_{y} \mid k\right)\right]^{T}$   
und  $O_{MPC} = \lambda I N_{u}, \quad \lambda > 0$ 

$$(2.78)$$

Ein lineares Zustandsraummodell wird verwendet, um die Prädiktionen zu berechnen. Der Zustand ist  $\tilde{\mathbf{x}}(k) \in \mathbb{R}^n$ , y die Regelgröße, u die Stellgröße, und  $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$  die dazugehörigen Matrizen mit entsprechenden Dimensionen.

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \tilde{A}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{B}u(k)$$

$$y(k) = \tilde{C}\tilde{\mathbf{x}}(k)$$
(2.79)

Das Zustandsraummodell wird im nächstes Schritt erweitert. Daraus folgt Gleichung 2.80.

$$\underbrace{\begin{array}{c} \mathbf{x}(k+1) \\ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k)} = \underbrace{\begin{array}{c} A \\ \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A} & I \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k)} \underbrace{\begin{array}{c} \Delta \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k)} + \underbrace{\begin{array}{c} B \\ \tilde{B} \\ \tilde{C}\tilde{B} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k)} \Delta u(k) \tag{2.80}$$

Durch Verwendung der Lösung des Zustandsraummodells kann  $\hat{y}(k+j \mid k)$  umgeschrieben werden.

$$\hat{y}(k+j \mid k) = CA^{j}\mathbf{x}(k) + C\sum_{l=1}^{j} A^{j-l}B\Delta u(k-1+l)$$
(2.81)





In Matrixschreibweise ergibt sich das Prädiktionsmodell in Gleichung 2.82.

$$Y = G_{MPC}\Delta U + fx(k)$$
  
mit  $G_{MPC} = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N_y - 1}B & CA^{N_y - 2}B & CA^{N_y - 3}B & \dots & CA^{N_y - N_u}B \end{bmatrix} f = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_y} \end{bmatrix}$   
(2.82)

Das Prädiktionsmodell wird in die Gütefunktion (Gleichung 2.78) eingesetzt.

$$J = \Delta U^{T} H_{MPC} \Delta U + 2F^{T} \Delta U + J_{0}$$
  
mit  $H_{MPC} = G_{MPC}^{T} G_{MPC} + O_{MPC},$   
 $F_{MPC} = G_{MPC}^{T} (fx(k) - R)$   
 $J_{0} = (fx(k) - R)^{T} (fx(k) - R)$ 

$$(2.83)$$

Abschließend wird noch minimiert, weshalb die Operation  $\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0$  erfolgt. Das Ergebnis hiervon ist in der Gleichung 2.84 zu sehen. Von  $\Delta U^*$  wird nur das erste Element verwendet. Die Lösung könnte noch kompakter angeschrieben werden. So ein Problem nennt sich quadratisches Programm und kann sehr effizient gelöst werden. (Artikel [79] von Cruz, Normey-Rico und Costa-Castello).

$$\Delta U^* = -H_{MPC}^{-1} F_{MPC} = \left( G_{MPC}^T G_{MPC} + O_{MPC} \right)^{-1} G_{MPC}^T \left( R - fx \left( k \right) \right)$$
  
falls vorhanden, mit den Beschränkungen:  
$$u_{min} \leq u \left( k \right) \leq u_{max}, \quad \forall k \geq 0,$$
  
$$I_{min} \leq u \left( k \right) - u \left( k - 1 \right) \leq I_{max}, \quad \forall k \geq 0,$$
  
$$Y_{min} \leq y \left( k \right) \leq Y_{max}, \quad \forall k \geq 0.$$
  
(2.84)

Im Gegensatz zum allgemeinen Fall von MPC wird im Artikel [79] für RMPC in das Zustandsraummodell der Gleichung 2.79 ein internes Modell bzw. Signalgenerator eingesetzt. So kommt es zur Verbindung von Repetitive Control und Model Predictive Control.

# 2.11. Selbstständig in Betrieb setzendes Verfahren zur Kompensation von Nichtlinearitäten bei Umrichtern

In einer weiteren interessanten Anwendung (Abbildung 2.33) aus dem Artikel [83] von Bolognani, Peretti und Zigliotto wird Repetitive Control im Zusammenspiel mit einer





Spannungs-Frequenz-Regelung zur Erstellung von Lookup Tables zur Totzeitkompensation eines Umrichters verwendet. Es wird der Spannungsraumzeiger der Störung definiert und dieser in eine d- und q-Komponente aufgesplittet. Genähert wird der Raumzeiger durch die Summe der 6n-ten Harmonischen der Störung. Grundsätzlich wird in zwei größeren Schritten gearbeitet. Diese Arbeitsschritte werden sequentiell abgearbeitet. Zuerst wird der FFW-Block aktiviert. Dies bewirkt, dass der konstante Anteil der Spannungsverzerrung kompensiert wird. Anschließend werden im zweiten Schritt die Phasenströme in ein rotierendes xy-Koordinatensystem übersetzt, welches auf den Referenzspannungsvektor der Spannungs-Frequenz-Regelung fixiert ist. Die beiden Stromkomponenten werden danach mittels eines Hochpasses gefiltert, um die 6n-ten Harmonischen mit umgekehrten Vorzeichen in den Kompensationsblock zu führen. Die Spannungskompensation ist die Summe aus dem Ausgangssignal des FFW und des repetitive compensation Blocks. Zuvor wird dort die Spannung noch zurück ins dreiphasige Koordinatensystem transformiert. Dieses Szenario wiederholt sich, bis der Eingang des repetitive compensation Blocks innerhalb eines vorher definierten Wertebereichs ist. Die Spannungsmuster, die zur U/f-Referenzspannung addiert werden, werden in einen zirkulären Puffer gespeichert. Der Inhalt des Puffers wird nach der Annäherung in drei anwendungsspezifische Lookup Tables übertragen. Jede davon ist für einen Strang des Umrichters vorgesehen, da so Strang-Asymmetrien berücksichtigt werden können. Diese offline bestimmten Lookup Tables werden anschließend für den normalen Betrieb verwendet. Dort wird für einen vorhandenen Phasenstrom die Korrektur für den Spannungsreferenzvektor ausgegeben. Sollte mit einer anderen Zwischenkreisspannung gearbeitet werden, so wird der ausgegebene Wert um diesen Faktor korrigiert. Das Verfahren liefert für die Lookup Tables sanfte Spannungskompensationen im Bereich der Stromnulldurchgänge. Bei kleinen Strömen werden Lookup Tables verwendet, bei größeren klassische Kompensationen. Diese arbeiten dort problemlos.

Das Verfahren setzt sich selbstständig in Betrieb. Der große Vorteil dieser Methode ist, dass die Nichtlinearitäten bei den Stromnulldurchgängen ebenso mitberücksichtigt werden. Die genaue Kenntnis dieser parasitären Effekte ist eine der größten und entscheidendsten Herausforderungen bei Problemen mit den Totzeiten. Weiters minimiert sich wegen der Lookup Tables der Rechenaufwand. Durch den geringeren Aufwand ist auch eine Anwendbarkeit für Low-Budget Applikationen sinnvoll.







Abbildung 2.33.: Blockschaltbild des selbstständig in Betrieb setzenden Verfahrens zur Kompensation vom Nichtlinearitäten bei Umrichtern (Artikel [83] von Bolognani, Peretti und Zigliotto)

Vor diesem Verfahren gab es schon andere Implementierungen, um die Totzeiteffekte bei Umrichtern bessern behandeln zu können. In den beiden Artikeln [84] von Holtz und Quan und [85] von Munoz und Lipo werden mathematische Modelle der IGBT's und Dioden verwendet. Diese können oft sehr effektiv arbeiten, wobei der Rechenaufwand zumeist groß ist. Trotzdem müssen teilweise komplizierte und aufwändige Messungen außerhalb des Betriebes durchgeführt werden. In den Artikeln [86] von Attaianese und Tomasso, [87] von Kim, Moon und Youn und [9] von Urasaki, Senjyu, Uezato und Funabashi werden Lösungsvarianten mit Zustandsbeobachtern besprochen. Artikel [2] von Ben-Brahim befasst sich mit einer Variante mit Repetitive Control. Es wird mit Raumzeigern orientiert an den Stromwinkeln gearbeitet. Dadurch können die Störungen vom störfreien Grundanteil des Stromes getrennt und leichter damit umgegangen werden.

# 2.12. Zusammenfassung und Diskussion

In dieser Literaturausarbeitung wurden die Grundlagen des für die Masterarbeit vorgesehenen Regelungsalgorithmus' Repetitive Control behandelt. Begonnen wurde mit einem kurzen Einblick in die Nichtlinearitäten der Umrichter. Es wurde unter anderem geklärt, warum diese überhaupt vorhanden sind und wie sie sich äußern. Bisher sind am EAM Institut hauptsächlich klassische Kompensationen verwendet worden. Was darunter zu verstehen ist und welche Vor- und Nachteile diese besitzen, wurde anschließend erläutert. Das Prinzip, auf welchem Repetitive Control basiert, wurde erklärt, um die Arbeitsweise der Regelung besser verstehen zu können. Ein kurzer Blick wurde auch





auf die Geschichte und Entwicklung geworfen. Repetitive Control wurde in Japan entwickelt und dementsprechend sind viele Artikel in Japanisch, was die Suche am Anfang sehr schwierig gestaltete. Zudem wurden in fast jedem Artikel andere Bezeichnungen für die gleichen Größen verwendet, weshalb es oft zu Verwirrungen gekommen ist. Fast jede Abbildung musste deswegen neu gezeichnet werden. Die beiden grundlegenden Entwürfe für den zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Fall wurden genauer behandelt, da diese Basis von fast allen Erweiterungen sind. Dabei wurden die Bedingungen für die Stabilität und Parametergrenzen ermittelt. Weitere wichtige Faktoren und Grenzen für eine gute Funktion wurden definiert. Nach einer kompakten Übersicht über Anwendungsmöglichkeiten wurden Probleme und Grenzen dieser Regler genannt. Einige Modifikationen des Standard Repetitive Controllers, die Abhilfe verschaffen sollten, wurden erklärt und mathematisch definiert. Abschließend wurde noch ein Anwendungsbeispiel gezeigt, wo Repetitive Control für Kompensationsmaßnahmen in den Stromnulldurchgängen des Umrichters angewandt wurde. Dort wurde eine Kombination mit der klassischen Kompensation implementiert, die Lookup Tables erstellte.

Die Frage, ob Repetitive Control überhaupt für die Kompensation der Störung der Umrichternichtlinearität in Frage kommt, kann klar mit Ja beantwortet werden. Es gab schon ein paar vereinzelte Anwendungen bei Umrichtern, die durchaus gute Resultate erzielten. Wichtig wird bei den praktischen Arbeiten sein, dass die Frequenz am Laborprüfstand möglichst konstant gehalten werden kann. Die Schwankungsbreite darf für gute Störungsunterdrückung nur sehr gering sein. Sind die Schwankungen im drehzahlgeregelten Betrieb zu groß, so müsste mit dem stromgeregelten gearbeitet werden. Für starkes Rauschen und Schwankungen der Störung würde sich als Alternative eine Applikation mit multiplen Memory Loops anbieten (z.B. HORC). Jedenfalls konnte ich mir mit Hilfe der zahlreich und vielfach durchgelesenen Fachartikel ein breites Basiswissen über dieses Regelungsprinzip schaffen. Im Rahmen meines Studiums wurde Repetitive Control nie besprochen und daher war ein Einarbeiten darin schon eine große Aufgabe.
## 3. Entwurf und Simulation

## 3.1. Einleitung

In diesem Kapitel werden schrittweise Entwürfe und Simulationen von Repetitive Control Systems durchgeführt. Dieser Regleralgorithmus hat sich als wirksame Methode zum Dämpfen von periodischen Störungen mit bekannter und konstanter Frequenz bewährt. Die durch die Umrichternichtlinearitäten verursachten Störungen der Phasenströme in den Bereichen um die Stromnulldurchgänge treten auch periodisch auf. Es ist daher naheliegend, dieses Regelungskonzept hier zur Anwendung zu bringen.

Die Schwierigkeit der Applikationen wird schrittweise erhöht. Zuallererst wird im praktischen Teil dieser Masterarbeit ein einphasiges PT1-Glied als Strecke mit einem PI-Regler stabilisiert. Der geregelten Messgröße wird eine periodische Störung mit fester und bekannter Frequenz überlagert, welche vom Stabilisationsregler nur bedingt ausgeregelt werden kann. Für diese Konfiguration wird der erste Repetitive Controller entworfen. Die erste Steigerung ist die Erweiterung auf ein dreiphasiges System mit PT1-Gliedern als Strecke im willkürlich gewählten Koordinatensystem. Anschließend wird ein Repetitive Controller auf das eigene aus dem Regelung elektrischer Antriebe stammende Simulationsmodell aus dem Wintersemester 2012/13 angewandt. Die Störung wird zudem erstmals vom Vorzeichen der Phasenströme abhängig gemacht. Eine Modellierung der tatsächlich am realen Laborprüfstand auftretenden Störung ist im aktuellen Simulationsmodell des Regelung elektrischer Antriebs Labors enthalten. Auch hierfür werden Repetitive Controller entwickelt. Neben Tests der prinzipiellen Funktion werden auch die Grenzen und sinnvolle Werte der Regelparameter ermittelt.

In weiterer Folge werden diverse Optimierungsmöglichkeiten besprochen. Diese werden, wie auch schon beim konventionellen Standard Repetitive Controller, zuerst in einfachen und anschließend in komplexeren Systemen simuliert. So wird z.B. ein sogenannter Odd-Harmonic Repetitive Controller verwendet, der bei doppelter Geschwindigkeit des transienten Einschwingverhaltens und halbem Speicherbedarf gleich gute Störungsdämpfung gewährleisten kann. Dies ist aber an spezielle Anforderungen an die Oberschwingungen der Störungen gebunden. Diese Bedingungen sollten laut Literatur bei Umrichtern gegeben sein. Darüber hinaus wird der auf größere Periodendauerschwankungen oder Rauschen optimierbare High Order Repetitive Controller betrachtet, der mit unterschiedlich gewichteten, verschachtelten Memory Loops arbeitet. Zum Update der Gewichtungs-Koeffizienten wird die lineare Programmierung verwendet. Eine Verbesserung der Einstellbarkeit und Störungsdämpfung durch Erweiterung des Frequenzrasters wird durch





den ebenfalls entworfenen Frequency Adaptive Repetitive Controller erreicht.

### 3.2. Einphasiges PT1-Glied

Als erster Entwurf soll ein Repetitive Controller für eine Regelstrecke mit einem PT1-Glied im einphasigen Fall entwickelt werden. Diese Situation stellt eine sehr einfache Konfiguration dar. Die Zeitkonstante dieser ohmsch-induktiven Regelstrecke ist ähnlich jenen bei der Regelung der dreiphasigen Asynchronmaschine. Es werden die prinzipiellen Forderungen und Grenzen des Systems an einem praktischen Beispiel aufgezeigt. Mit Hilfe von Variationen der Systemparameter werden die Leistungsfähigkeit und Einstellbereiche der Regler analysiert.

#### 3.2.1. Anforderungen an das System

Damit der geschlossene Regelkreis wie gewünscht funktioniert, müssen einige Forderungen beim Entwurf eingehalten werden. Die Abtastzeit  $T_s$  beträgt  $200\mu s$ , wie es in weiterer Folge auch am Laborprüfstand der Fall sein wird. Voraussetzungen für einen gut funktionierenden Repetitive Controller sind des Weiteren folgende:

Die Abtastperiode soll zehn Mal kleiner als Zeitkonstante des PT1-Gliedes sein (Gleichung 3.1).

$$T_s \le \frac{\tau_{PT1}}{10} \tag{3.1}$$

Die Störungsperiode soll ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastperiodendauer sein (Gleichung 3.2). Beim Standard Repetitive Controller gibt es nur eine begrenzte Auflösung, da die Abtastfrequenz in der Praxis nicht unendlich klein gewählt werden kann.

$$\frac{T_{dist}}{T_s} \in \mathbb{N}$$
(3.2)

Der geschlossene Regelkreis muss auch ohne Repetitive Controller stabil sein. Dafür müssen die Pole der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises L(z) (Gleichung 3.3) innerhalb des Einheitskreises liegen. Die angeschriebene Bedingung findet sich der Gleichung 3.4.

$$L(z) = \frac{G_p(z) G_c(z)}{1 + G_p(z) G_c(z)}$$
(3.3)

$$|z_i \{1 + G_p(z) G_c(z)\}| < 1 \tag{3.4}$$

Sind die Bedingungen in den Gleichungen 3.1, 3.2 und 3.4 erfüllt, so lässt sich ein funktionsfähiger Repetitive Controller in den bereits stabilen Regelkreis integrieren.

Christian Kresnik, BSc





#### 3.2.2. Strecke

Als Strecke wird für die erste Implementierung ein einfaches PT1-Glied mit einer vorgeschalteten Verzögerung erster Ordnung verwendet. Die Übertragungsfunktion ist jene für eine Phase der Asynchronmaschine aus dem Simulationsmodell des Regelung elektrischer Antriebe Labors aus dem Wintersemester 2012/13. Es werden die gleichen Zeitkonstanten verwendet. Die vorgeschaltete Verzögerung modelliert einen einphasigen Umrichter. Dieser Term wird mit der zeitdiskretisierten Strecke zur Gesamt-Streckenübertragungsfunktion aufmultipliziert. Die Bedingungen in den Gleichungen 3.1 und 3.2 für eine Abtastzeit  $T_s = 200 \mu s$  werden erfüllt. Die Laplace-Übertragungsfunktion der Regelstrecke ist in der Gleichung 3.5 dargestellt. Für diesen ersten simplen Entwurf werden auch die konkreten Werte der Übertragungsfunktionen angeschrieben, worauf in weiterer Folge der Dokumentation verzichtet wird.

$$G_p(s) = G_{PT1}(s) = \frac{1}{\tau_{PT1}R + R} = \frac{1}{0,0006672s + 0,229}$$
(3.5)

Diese Übertragungsfunktion muss in das Zeitdiskrete transformiert werden. Das funktioniert mit der Anweisung c2d (engl. continuous to discrete) in MATLAB. Für die gegebene Abtastzeit  $T_s = 200 \mu s$  ergibt sich die zugehörige z-Übertragungsfunktion (Gleichung 3.6).

$$G_{PT1}(z) = \frac{0,2897}{z - 0,9337}$$
für  $T_s = 200 \mu s$ 
(3.6)

Die Gesamtregelstrecke errechnet sich aus der Multiplikation der Übertragungsfunktionen des PT1-Gliedes  $G_{PT1}(z)$  und Umrichters  $G_{PWR}(z)$  in der Gleichung 3.7.

$$G_p(z) = G_{PT1}(z) G_{PWR}(z) = \frac{0,2897}{z(z-0,9337)}$$
(3.7)

#### 3.2.3. Stabilisierender PI-Regler

Um einen zeitdiskreten PI-Regler für die Stabilisierung des Systems mit dem Frequenzkennlinienverfahren entwerfen zu können, müssen die Übertragungsfunktionen mit der Bilinear-Transformation vom z- in den q-Bereich transformiert werden.

$$G_{p}^{\#}(q) = G_{p}(z) \Big|_{z = \frac{1+q\frac{T_{s}}{2}}{1+q\frac{T_{s}}{2}}} = \frac{0,1498q^{2} - 2996q + 1,498e07}{q^{2} + 1,034e04q + 3,431e06}$$
(3.8)

Mit dieser Streckenübertragungsfunktion kann in dem in MATLAB integrierten SISO Design Tool mit dem Frequenzkennlinienverfahren ein Standard PI-Regler entworfen werden, der den geschlossenen Regelkreis stabilisiert. Die dadurch erhaltene q-Übertragungsfunktion





des Reglers (Gleichung 3.9) muss mit der inversen Bilinear-Transformation in den z-Bereich rücktransformiert werden (Gleichung 3.10).

$$G_c^{\#}(q) = 0,12583 \frac{q+870}{q}$$
(3.9)

$$G_c(z) = \frac{0,1368z - 0,1149}{z - 1} \tag{3.10}$$

Mit diesem PI-Regler ist der geschlossene Regelkreis bereits ohne zusätzlichen Repetitive Controller stabil. Dies ist notwendig, damit das System auch nachher mit diesem ordnungsgemäß funktioniert. Bei dem entworfenen PI-Regler liegt das Augenmerk auf Robustheit und nicht zu sehr auf Performance. Wird hier mit ein wenig mehr Reserve designed, so ist beim Repetitive Controller eine größere Einstellmöglichkeit vorhanden. Dessen Verstärkungsfaktor kann dann auch größer gewählt und damit die Störung noch besser ausgeregelt werden.

In der Abbildung 3.1 ist die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ohne Repetitive Controller dargestellt. Diese weist eine Anstiegszeit < 6ms und ein prozentuelles Überschwingungen < 10% auf. Der geschlossene Regelkreis ist stabil. Da die Abtastperiode mit 200  $\mu s$  im Vergleich zur PT1-Zeitkonstante  $\tau_{PT1}$  und der Anstiegszeit  $t_r$  nur um den Faktor 14,5 kleiner ist, ergibt sich ein treppenförmiger Verlauf.







Abbildung 3.1.: Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ohne Plug-In Repetitive Controller

#### 3.2.3.1. PI-Reglerparameter

In der Tabelle 3.1 sind die Reglerparameter für den PI-Stabilisationsregler zu finden.

Reglertyp	Strom			
Parameter	k	Т	$k_{AW}$	
Einheit	$\frac{V}{A}$	s	$\frac{A}{V}$	
Wert	0,1368	0,0012	0,1601	

Tabelle 3.1.: PI-Reglerparameter für die Simulation mit einem einphasigen PT1-Glied

#### 3.2.4. Standard Repetitive Controller

Nach dem fertigen Entwurf des Stabilisationsreglers gilt es den Plug-In Repetitive Controller zu designen. Dafür wird die zeitdiskrete Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises benötigt. Die Plug-In Lösung ermöglicht es, dass der Regler sehr einfach in den





Regelkreis integriert, aktiviert und deaktiviert werden kann.

$$L(z) = G_p(z) G_c(z) = \frac{0,03962z - 0,03328}{z^2 - 1.934z + 0.9337}$$
(3.11)

Als Gesamtsystem ergibt sich für den einphasigen Fall das Simulink Modell in der Abbildung 3.2. Der Regelfehler des geschlossenen Regelkreises ist die Eingangsgröße des Repetitive Controllers. Dessen Ausgangsgröße ist wiederum der Eingang des PI-Reglers  $G_c(z)$ . Die zeitdiskrete Stellgröße des Reglers wird mit einem Halteglied nullter Ordnung auf die zeitkontinuierliche Strecke geschaltet. Das Ausgangssignal der Strecke, die geregelte Messgröße, wird anschließend mit einem Abtastglied wieder zeitdiskret gemacht. Mit Hilfe von Schaltern in den Blöcken Repetitive Controller und FARC kann zwischen dem Betrieb mit oder ohne Repetitive Controller gewechselt werden. Der FARC (Frequency Adaptive Repetitive Controller) ist eine Erweiterung des Standard Repetitive Controllers, auf dessen Entwurf noch in weiterer Folge eingegangen wird. Am rechten Rand des Blockschaltbildes werden der Regelgröße die periodischen Störungen aufaddiert, welche mittels Schalter ausgewählt werden können. Die Verzögerung  $z^{-1}$  ist eine Übertragungsfunktion, die das Verhalten eines einphasigen Pulswechselrichters widerspiegeln sollte.



Abbildung 3.2.: Regelkreis mit integriertem Plug-In Standard Repetitive Controller

Die Schleife (Memory Loop) des Repetitive Controllers besteht im Wesentlichen aus dem FIR-Filter-Block H(z) und der Kette von Verzögerungen 1. Ordnung. Ihr nachgeschaltet ist die zweite Filter-Übertragungsfunktion  $G_x(z)$ , die den Verstärkungsfaktor  $k_r$  beinhaltet. Der FIR-Filter dient zur Verbesserung der Robustheit des Systems gegenüber höherfrequenten Signalen, bei welchen die Stabilitätsbedingungen des Entwurfes verletzt werden. Spätestens ab der Nyquist-Frequenz und höher (für H(z) = 1) wird der Repetitive Controller abgeschaltet. Wann abgeschaltet wird, ist eine Entscheidungsmöglichkeit des Entwicklers. Früheres Abschalten bewirkt eine Einschränkung der Reglerperformance für hohe Frequenzen bei gleichzeitigem Gewinn an Stabilität. Für den Extremfall





H(z) = 1 werden in der Praxis keine brauchbaren Ergebnisse erzielt.

 $G_x(z)$  hat die Aufgabe die Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu gewährleisten. Wird dieser Filter richtig entworfen, so ist das Gesamtsystem theoretisch hinauf bis zur Nyquist-Frequenz stabil. Dies ist in der Praxis jedoch so gut wie nie der Fall, da diese Filter-Übertragungsfunktion von den Strecken- und PI-Regler-Übertragungsfunktionen abhängt. Eine gute Modellierung der realen Strecke ist deshalb schon zuvor beim Stabilisationsregler-Entwurf notwendig. Diese Blöcke gilt es in den nächsten Arbeitsschritten zu designen. Das  $z^{-1}$  im Rückkoppelzweig wird deshalb gebraucht, da sich sonst die akausalen Filterfunktionen H(z) und  $G_x(z)$  nicht in Simulink simulieren lassen. In diesem Zusammenhang muss auch die Verzögerungskette um zwei  $z^{-1}$  verkürzt werden, damit die Gesamtübertragungsfunktion nicht verändert wird. Die Zusammenschaltung der Verzögerungen und Filter ist in Summe kausal und damit realisierbar. In den meisten Fachartikeln wird darauf nicht hingewiesen und in nur wenigen sind diese Umbauarbeiten am Modell explizit angeführt, wobei dort die Längen der Verzögerungsketten oft mit  $n_1$  und  $n_2$ bezeichnet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Bezeichnung  $N_{dist}$  verwendet und nach den Umformungen  $N_{dist}-2$ .



Abbildung 3.3.: Repetitive Controller Subsystem

Als Störungen können im dafür erzeugten Subsystem unterschiedliche Signale mit einstellbarer Störungsperiodendauer ausgewählt werden. Es kann zwischen keiner Störung, einem sinusförmigen, unipolar und bipolar rechteckförmigen Störsignal ausgewählt werden. Während die Sinusfunktion keine Oberschwingungen besitzt und damit den einfachsten Fall darstellt, sind die rechteckförmigen Störungen oberschwingungsbehaftet. Rechtecksignale sollen eine erste Näherung zu den später tatsächlich auftretenden Störungen am Laborprüfstand sein.







Abbildung 3.4.: Subsystem Störung

#### 3.2.4.1. Stabilitätsuntersuchungen

Die Stabilitätsuntersuchung, die im Rahmen der Literaturrecherche schon beschrieben wurde (Abschnitt 2.8.4), wird hier noch einmal der Übersichtlichkeit halber zusammengefasst. Sie basiert auf der Umformung des Blockschaltbildes des Repetitive Controllers (Abbildung 3.5). Jeder der drei Bestandteile muss stabil sein, damit der Repetitive Controller funktioniert. Die mitgekoppelte Schleife wird als ein Block angesehen. Die ersten beiden Blöcke sind stabil und für das Design nicht wichtig. Deshalb werden diese hier nicht mehr behandelt. Aus dem dritten Bock, der Memory Loop, ergeben sich die Bedingungen für den korrekten Entwurf.







Abbildung 3.5.: Regelkreis mit integriertem Repetitive Controller

Eine Bedingung für die Stabilität der Memory Loop ist in der Gleichung 3.12 gegeben.

$$\left| \left( \frac{1 - L(z) G_x(z)}{1 + L(z)} \right) H(z) \right|_{z = e^{j\omega T_s}} < 1 \qquad \forall \omega \in \left[ 0, \frac{\pi}{T_s} \right]$$
(3.12)

Die Bedingung in der Gleichung 3.12 lässt sich auch noch in zwei zusätzliche Forderungen aufsplitten (Gleichungen 3.13 und 3.14). In der ersten der beiden Gleichungen ist  $G_x(z)$ jene Größe, die beim Design des Repetitive Controllers variiert werden kann. Es muss ein Kompromiss zwischen Stabilität und Performance gefunden werden. Natürlich ist auch schon zuvor ein kleinerer Eingriff durch Veränderung der Regler-Übertragungsfunktion  $G_c(z)$  möglich. Wie zu sehen ist, gelten diese Gleichungen für alle  $\omega$  bis hinauf zur Nyquist Frequenz.

$$\left|\frac{1-L(z)G_x(z)}{1+L(z)}\right|_{z=e^{j\omega T_s}} < 1 \qquad \forall \omega \in \left[0, \frac{\pi}{T_s}\right]$$
(3.13)

$$\left|H\left(z\right)\right|_{z=e^{j\omega T_{s}}} < 1 \qquad \forall \omega \in \left[0, \frac{\pi}{T_{s}}\right]$$

$$(3.14)$$

Da mit minimalphasigen Regelstrecken gearbeitet wird, gestaltet sich das Design der Übertragungsfunktion des Repetitive Controllers  $G_x(z)$  einfacher. Minimalphasig bedeutet, dass die zeitdiskrete Übertragungsfunktion der Strecke nur stabile Nullstellen mit Betrag kleiner eins hat. Für den zeitkontinuierlichen Fall müssten sie einen negativen

**CEAM** 





Realteil besitzen. Bei  $G_x(z)$  ist der Parameter  $k_r$  jene Größe, die variiert werden kann. Mit diesem Faktor kann die Verstärkung des Repetitive Controllers eingestellt werden.

$$G_x(z) = k_r \left(\frac{L(z)}{1 + L(z)}\right)^{-1}$$
(3.15)

Abschließend gilt es noch den FIR-Filter H(z) zu wählen. Es hat sich die oft angewandte Übertragungsfunktion in der Gleichung 3.16 als gute Wahl herausgestellt. Sie wird auch im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet. Für z = 1 ergibt sich damit eine Verstärkung V = 1. Sie bringt die Eigenschaft mit, dass es bei f = 0Hz zu keiner Verstärkung oder Dämpfung kommt.

$$H(z) = q_1 z + q_0 + q_1 z^{-1} = \frac{z + 2 + z^{-1}}{4}$$
(3.16)

Der FIR-Filter H(z) unterliegt beim Entwurf der Bedingung in der Gleichung 3.14. In der Abbildung 3.6 sind die Bodediagramme für unterschiedlich gewählte Filterkoeffizienten  $q_1$  und  $q_0$  dargestellt. Es ist zu erkennen, dass diese Filter die Forderung für den Betragsgang der Übertragungsfunktion erfüllen. Werte der Verstärkungen < 1 sind bei z = 1 für alle Varianten gegeben.



Abbildung 3.6.: Bodediagramm von  $H(e^{j\omega T_s})$  für unterschiedliche Filterkoeffizienten





Die Forderung in der Gleichung 3.13 für die Memory Loop des Repetitive Controllers ohne Filter lässt sich hier nicht bis  $\frac{\pi}{T_s}$  erfüllen (Abbildung 3.7).



Abbildung 3.7.: Bodediagramm der Übertragungsfunktion der mitgekoppelten Schleife des Repetitive Controllers ohne Filter und für unterschiedliche  $k_r$ 

Mit dem Einbau des FIR-Filters in die Schleife ist schlussendlich aber trotzdem die entscheidende Bedingung in der Gleichung 3.12 erfüllt. Der Verlauf ist in der Abbildung 3.6 dargestellt. Die Wahl der Filterkoeffizienten ist ein weiterer wichtiger Punkt im Design. Für zu groß gewählte Koeffizienten wird der Betragsgang bei höher gelegenen Frequenzen größer eins und damit wäre dort keine ausreichende Stabilität gewährleistet. So ein Filter wird als Moving Average Filter bezeichnet. Für ein relativ großes  $k_r$  (grüne Kennlinie) gibt es eine sehr gute Unterdrückung der Störungsfrequenz, jedoch eine Phasenverschiebung bei niedrigen Frequenzen. Ein kleines  $k_r$  bewirkt Nullphasigkeit bis hin zu sehr hohen Frequenzen, aber nur ein geringes Dämpfen der Störungen. Es muss für den jeweiligen Anwendungsfall ein Mittelmaß zwischen Robustheit und Performance bei der Störunterdrückung gefunden werden.







Abbildung 3.8.: Bodediagramm des Repetitive Controllers für unterschiedliche  $k_r$ 

#### 3.2.4.2. Funktionsüberprüfung und Diskussion

Um die korrekte Funktion des Systems zu überprüfen, wird das System mit verzögert eingeschaltetem Plug-In Repetitive Controller simuliert. In der Abbildung 3.9 sind die Führungs- und Regelgröße für das einphasige System mit dem PT1-Glied dargestellt. Die Führungsgröße  $r_k$  ist die grüne und die Regelgröße  $y_k$  die blaue Kennlinie. Der Regelgröße ist eine periodische Störung aufgeschaltet, welche ungedämpft die Amplitude zwischen den rot strichlierten Linien besitzt. Der Einfachheit halber ist diese Störung in diesem Fall sinusförmig und mit konstanter Frequenz. Die Periodendauer ist mit 10ms bekannt. Die sinusförmige Form bringt den Vorteil, dass das Signal nur eine Frequenz und keine höherfrequenten Harmonischen besitzt.

Nach 1,5s wird der Repetitive Controller aktiviert. Wie gut zu erkennen ist, wird die Störung praktisch zur Gänze unterdrückt. Der Repetitive Controller wird mit einem  $k_r = 0, 9$  bei einem Wertebereich zwischen 0 und 2 eingestellt. Theoretisch könnte das  $k_r$  in dieser Simulation um einiges höher eingestellt werden, jedoch ist auch schon so das Ergebnis sehr gut. Die Antwortzeit des Reglers und die Amplitude der gedämpften Störung sind sehr klein geworden. Nur etwa mehr ein Hundertstel der ursprünglich Störung ist noch vorhanden. Der Repetitive Controller könnte bei konstanter Störungsfrequenz auch vor dem Sollwertsprung eingeschaltet werden, bewirkt dann aber ein sehr großes Über-



schwingen, das womöglich die Regelung instabil werden lässt. Ein Einschalten ist daher erst in einem eingeschwungenen Betriebspunkt sinnvoll. In der Praxis bewirkt zudem eine Veränderung der Führungsgröße ebenso eine Änderung der Störungsperiodendauer.



Abbildung 3.9.: Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für  $k_r=0,9$ 

Für ein vergleichbar kleines  $k_r = 0, 1$  ist das System wesentlich träger. Auch nach etwa einer halben Sekunde Einschwingdauer ist die Störunterdrückung bei weitem noch nicht so gut wie mit dem größeren Verstärkungsfaktor.







Abbildung 3.10.: Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für  $k_r=0,1$ 

Für diesen einfachen Fall funktioniert der Standard Repetitive Controller sehr gut. Kommt es jedoch zu Abweichungen bei der Periodendauer bzw. ist sie nicht exakt messoder einstellbar, so ist diese Variante nicht die beste. Für eine dauerhafte Variation der Störungsperiode um 1%, ist das Ergebnis nicht mehr so gut. Als  $k_r$  wurde wieder 0,9 parametriert. Die Periodendauer der Störung ist in diesem Fall auch nicht mehr ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastperiode. Dies ist aber eine Bedingung für einen theoretisch perfekt funktionierenden Standard Repetitive Controller.

$$N_{dist} = \frac{T_{dist}}{T_s} = \frac{0,01s + \frac{0,01s}{100}}{0,0002s} = 50,5$$
(3.17)

Das Ergebnis für diese Konfiguration (Abbildung 3.11) kann mit jenem in der Abbildung 3.9 nicht mehr mithalten. In der Praxis könnte der Standard Repetitive Controller somit sehr schnell an seine Grenzen stoßen. Abhilfe könnte eine variable Abtastzeit bringen. Dies würde aber die Komplexität des Entwurfs um ein Vielfaches erhöhen, da auch der Stabilisationsteil neu entworfen werden müsste. Dazu hat das verwendete dSPACE System DS1103 nur einen begrenzten Einstellbereich der Abtastperiode. Eine weitere Möglichkeit wäre es den Regler auf Periodendauerschwankungen zu optimieren, was

Christian Kresnik, BSc





aber auf Kosten der Dämpfungsfähigkeit bei den genauen Störungsfrequenzen geschehen würde. Zudem wird der Regler anfälliger auf Rauschen. Eine klügere Lösung, die erst in wenigen Artikeln (z.B. [70]) erwähnt wurde, ist der Frequency Adaptive Controller. Diese Abwandlung des Standard Repetitive Controllers wird im folgenden Abschnitt 3.2.5 behandelt.



Abbildung 3.11.: Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für  $k_r=0,9$ und 1% Variation der Störungsperiodendauer

#### 3.2.5. Frequency Adaptive Repetitive Controller

Eine einfach zu realisierende Abhilfe für das Frequenzraster-Problem ist der Einsatz eines Frequency Adapative Repetitive Controllers (Abschnitt 2.10.5.2). Für diese Erweiterung wird zusätzlich zum Standard Repetitive Controller ein Lagrange-Interpolationspolynom-FIR-Filter gebraucht. Das Modell in Simulink verändert sich um die Übertragungsfunktion im Block FARC Filter in der Memory Loop. Die Filterfunktion hat, da sie vom Typ FIR ist, den Nenner 1. Die Vorteile von FIR-Filtern liegen bekanntlich in der Linear-phasigkeit und garantierten Stabilität.







Abbildung 3.12.: Blockschaltbild des einphasigen Frequency Adaptive Repetitive Controllers

$$z^{-F} \approx \sum_{k=0}^{n} A_k z^{-k}$$
  
mit k = 0, 1, ..., n und  
$$A_k = \prod_{\substack{i=0, \ i \neq k}}^{n} \frac{F-i}{k-i} \quad \text{mit k, i = 0, 1, ..., n}$$
(3.18)

Die Ordnung n = 3 ist, was die Komplexität betrifft, noch in einem überschaubaren Ausmaß und liefert dafür brauchbare Ergebnisse. Für den gleichen Fall wie in der Abbildung 3.11 zuvor, nur dieses Mal mit verwendetem Frequency Adaptive Repetitive Controller, ergeben sich bessere Resultate. Die Störamplitude verringert sich sehr schnell nach dem Einschalten und verschwindet fast zur Gänze. Der zusätzliche FIR-Filter approximiert das Verhalten einer nicht ganzzahligen Verzögerung sehr gut.







Abbildung 3.13.: Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für  $k_r = 0,9$  und 1% Variation der Störungsperiodendauer mit einem Frequency Adaptive Repetitive Controller

In der Abbildung 3.14 wird das Ergebnis für n = 0, n = 1 und n = 3 verglichen. Der Bereich nach der Aktivierung des Repetitive Controllers wird vergrößert dargestellt. Für den Fall eines konventionellen Repetitive Controllers ist die schlechteste Dämpfung zu erkennen. Knapp 8% der ursprünglichen Störamplitude sind nicht gedämpft worden. Für die beiden Varianten des Frequency Adaptive Repetitive Controllers ergeben sich annähernd gleich gute Ergebnisse. Dies hat mit der sinusförmigen Störung zu tun, die keine harmonischen Oberschwingungen besitzt. Die Ordnung 1 kann nur bis 50% der Nyquist-Bandbreite eine gute Approximation liefern. Ordnung 3 schafft dies bis 75%. Bei rechteckförmigen Störungen mit vielen höherfrequenten Harmonischen ist die höhere Ordnung für bessere Ergebnisse sinnvoller. Zudem stellt sie keine wesentliche Anforderungen an das zu verwendende DS1103 dSPACE System, da nur wenige Additionen und Multiplikation für das Berechnen der Filterkoeffizienten notwendig sind.





Abbildung 3.14.: Vergleich der Dämpfung für Ordnungen n = 0, 1, 3

## 3.3. Dreiphasiges PT1-Glied

#### 3.3.1. Entwurf

Als nächste Erweiterung wird versucht ein dreiphasiges PT1-Glied zu regeln. Die Regelung erfolgt in einem willkürlichen Koordinatensystem. Es besteht aus zwei Komponenten, d und q genannt, welche separat voneinander regelbar sind. Die Bezeichnungen d und q sind willkürlich gewählt und stehen nicht im Zusammenhang mit einer feldorientierten Regelung, bei welcher die Komponenten gleich benannt werden. Der Transformationswinkel, der für die Koordinatentransformation benötigt wird, berechnet sich hier nach der Beziehung in der Gleichung 3.19.

$$\alpha = \sum_{k=0}^{n} \omega_{soll,k} \cdot T_s$$
mit  $\omega_{soll,k} = 1 \ \forall \ k$ 
(3.19)

In der Abbildung 3.15 ist das Blockschaltbild des vereinfachten dreiphasigen Regelkreises





zu sehen. Im Block Regelung sind PI-Stromregler mit inkludierten Repetitive Controllern für die beiden Komponenten des Stromes integriert. Für jede Komponente wird sowohl ein Stabilisationsregler, als auch ein Repetitive Controller gebraucht. Den beiden Ausgängen des Reglers werden Kompensationsspannungen aufaddiert. Diese sind notwendig, damit nichtlineare Terme im Regelgesetz linear approximiert werden. Somit müssen keine nichtlinearen Regelungsmethoden verwendet werden. Die Ergebnisse für diese Terme werden im Block Kompensation berechnet und nachträglich aufaddiert. Im Block Koordinatentransformation wird vom willkürlichen 2D-System in die Komponenten des Raumzeigers und anschließend weiter ins dreiphasige a.b., c-System transformiert. Der Umrichter wird wieder pro Phase mit einer Verzögerung 1. Ordnung modelliert. Im Block Pulswechselrichter befinden sich die Halteglieder für die Transformation vom Zeitdiskreten ins Zeitkontinuierliche. Die Streckenübertragungsfunktionen sind jene vom 1D-Fall und für alle drei Phasen gleich. Den drei Strömen können wieder unterschiedliche Störungen aufsummiert werden. Auch hier sind diese der Einfachheit halber nicht vom Vorzeichen einer anderen Größe abhängig. Im zweiten Koordinatentransformations-Block werden die inversen Transformationen durchgeführt. Es wird vom dreiphasigen System in  $\alpha$  (Realteil) und  $\beta$  (Imaginärteil) Komponenten und anschließend ins willkürliche Koordinatensystem rücktransformiert.  $\alpha$  und  $\beta$  dürfen hier nicht mit dem Transformationswinkel verwechselt werden. Nur zwei der drei Phasenströme und der Transformationswinkel werden für die Berechnung benötigt, da sich der dritte Strom aus den ersten beiden ergibt.



Abbildung 3.15.: Blockschaltbild einfaches dreiphasiges Repetitive Control System

Der PI-Regler-Entwurf funktioniert analog zum einphasigen Fall. Nach erfolgter Diskretisierung der Strecke erfolgt die Bilineartransformation, wodurch das Frequenzkennlinienverfahren angewandt werden darf. Nach der inversen Bilineartransformation wird die zeitdiskrete Übertragungsfunktion des Reglers erhalten. Die PI-Regler werden zudem





mit Anti-Windup ausgestattet. In dieser Arbeit wird aber nicht im Bereich der Stellgrößenbeschränkungen gearbeitet. Da die Repetitive Controller integrierendes Verhalten haben, würden sich die Stellgrößen oberhalb der Beschränkungen entscheidend auf die Reglereigenschaften auswirken und womöglich die Funktionen stören. Beide PI-Regler sind gleich designed. Auch der Standard und Frequency Adaptive Repetitive Controller werden pro Komponente jeweils einmal eingebaut. Die Designschritte ändern sich bei den Repetitive Controllern nicht. Beide werden außerdem gleich entworfen und parametriert.

#### 3.3.2. PI-Reglerparameter

In der Tabelle 3.2 sind die Reglerparameter für die beiden PI-Stromregler dargestellt. Die Parameter sind für beide Stromregler gleich dimensioniert. Auch bei den folgenden Anwendungen wird das so sein.

Reglertyp	Strom			
Parameter	k	Т	$k_{AW}$	
Einheit	$\frac{V}{A}$	s	$\frac{A}{V}$	
Wert	0,0510	0,0012	0,1601	

Tabelle 3.2.: PI-Reglerparameter für die Simulation mit einem dreiphasigen PT1-Glied

#### 3.3.3. Tests

#### 3.3.3.1. Sinusförmige Störung

Für die ersten Tests wird wieder eine sinusförmige, vom geregelten Strom unabhängige Störung bekannter und konstanter Frequenz der Regelgröße am Ausgang aufaddiert. Nach 1,5s wird der Repetitive Controller aktiviert. Das  $k_r$  ist gleich wie zuvor auf 0,9 eingestellt. In den Abbildungen 3.16 und 3.17 sind die d- und q-Komponenten der geregelten Größen abgebildet. Die blauen Kennlinien stellen die Ist- und die hellgrünen die Sollverläufe dar. Das Repetitive Control System funktioniert wie geplant.







Abbildung 3.16.: Einfaches dreiphasiges System:  $i_{s,d}$  für eine sinusförmige Störung mit der bekannten, konstanten Frequenz f = 200Hz und der Störstromamplitude  $\hat{i}_{dist} = 0, 5A$ 







Abbildung 3.17.: Einfaches dreiphasiges System:  $i_{s,q}$  für eine sinusförmige Störung mit der bekannten, konstanten Frequenz f = 200Hz und der Störstromamplitude  $\hat{i}_{dist} = 0, 5A$ 

Die Phasenströme sind in der Abbildung 3.18 zu sehen. Auch bei diesen sind nach Einschalten des Repetitive Controllers kaum noch sinusförmige, überlagerte Störungen zu erkennen. Interessant sind die beiden Sprünge der roten und blauen Kennlinie nach einer Sekunde, die für  $i_c$  nicht auftritt.







Abbildung 3.18.: Einfaches dreiphasiges System: Phasenströme  $i_a$ ,  $i_b$  und  $i_c$  für eine sinusförmige Störung mit der bekannten, konstanten Frequenz f = 200Hz und der Störstromamplitude  $\hat{i}_{dist} = 0, 5A$ 

#### 3.3.3.2. Rechteckförmige Störung

Auch für eine rechteckförmige, periodische Störung sind die Ergebnisse brauchbar. Die Dämpfung ist zwar nicht mehr so gut wie im sinusförmigen Fall, aber für die Praxis mehr als ausreichend. Der Grund liegt in den Oberschwingungen eines Rechtecksignals. Ein Repetitive Controller unterdrückt die Grundschwingungen und deren Harmonische theoretisch perfekt. Da aber die beiden Filter H(z) und  $G_x(z)$  zur Verbesserung der Stabilität eingebaut sind, werden die Harmonischen nicht zur Gänze gedämpft.







Abbildung 3.19.: Einfaches dreiphasiges System:  $i_d$  für eine rechteckförmige Störung bekannter Frequenz







Abbildung 3.20.: Einfaches dreiphasiges System:  $i_q$  für eine rechteckförmige Störung bekannter Frequenz

## 3.4. Altes dreiphasiges Simulationsmodell aus dem REA Labor

Die nächste Erweiterungsstufe ist die Einbindung des Repetitive Controllers in das eigene Simulationsmodell der Asynchronmaschine aus dem Regelung elektrischer Antriebe Labor WS 2012/13. Es wird eine feldorientierte Regelung mit PI-Reglern implementiert. Die Repetitive Controller werden in den beiden Stromreglern für die d- und q-Komponente eingebaut. Das Ziel liegt in der Unterdrückung von Störungen bekannter Frequenzen. Die Störung soll möglichst in den am Ausgang geregelten Strömen unterdrückt werden. In den Stellgrößen treten die Störungen bei Repetitive Control weiter auf, da sie in der modifizierten Regelabweichung und damit dem Eingang des Stabilisationsreglers enthalten sind.

#### 3.4.1. Stromregler

#### 3.4.1.1. Modell in Simulink

Zuerst wird der Repetitive Controller für einen stromgeregelten Betrieb ohne Fluss- und Drehzahlregler getestet. Der Simulink Koppelplan dazu befindet sich in der Abbildung





3.21. Das Subsystem Regelung beinhaltet die beiden Stromregler und die Stellgrößenbeschränkungen. In der Koordinatentransformation erfolgt die Umrechnung zwischen den Koordinatensystemen. Zuerst wird vom d/q-Koordinatensystem nach  $\alpha$  und  $\beta$ , also Raumzeigern, transformiert. Anschließend erfolgt die Transformation ins dreiphasige System mit den Phasen a, b und c. Im Block Pulswechselrichter erfolgt der Ubergang vom Zeitdiskreten ins Zeitkontinuierliche. Die Übertragungsfunktion des Pulswechselrichters befindet sich nicht hier drinnen. Sie ist in den Übertragungsfunktionen im Block AM (Asynchronmaschine) enthalten. Die Störungen, die in den Eingangsspannungen des Umrichters und in den Phasenströmen am Ausgang auftreten, werden vor dem Block AM aufsummiert. Somit wirken die Störungen erstmals im Rahmen dieser Masterarbeit auf die ins dreiphasige System transformierten Stellgrößen ein. So lässt sich in weiterer Folge eine Abhängigkeit der Störungen von den Vorzeichen der geregelten Ströme simulieren. Ob Repetitive Control damit zu recht kommt, ist noch nicht sicher, da es für die Dämpfung von Störungen der Regelgröße gedacht ist. Wie sich in diesem Fall die drei phasenverschobenen, periodischen Störungen auf die Phasenströme auswirken, muss überprüft werden. In diesem Modell können die Stromstörungen jetzt die Lage des Koordinatensystems verändern. Die Drehzahl wird konstant eingeprägt.



Abbildung 3.21.: Repetitive Control System im Regelung elektrischer Antriebe Labor Simulationsmodell WS2012/2013 mit Stromreglern und ohne Drehzahl- und Flussregler

Im Block Regelung, der in der Abbildung 3.22 zu sehen ist, befinden sich die beiden gleich dimensionierten Stromregler für die d- und q-Komponenten. Ihnen nachgeschaltet sind Additionen von Kompensationsspannungen und Spannungsbegrenzungen. Die Stellgrößen sind beschränkt, aber in den Versuchen sprechen die Begrenzungen noch nicht an.







Abbildung 3.22.: Block Regelung des Repetitive Control Systems im Regelung elektrischer Antriebe Labor Simulationsmodell WS2012/2013 mit Stromreglern und ohne Drehzahl- und Flussregler

#### 3.4.1.2. PI-Reglerparameter

Die Reglerparameter der beiden verwendeten PI-Stromregler sind in der Tabelle 3.3 zu sehen.

Reglertyp	Strom			
Parameter	k	Т	$k_{AW}$	
Einheit	$\frac{V}{A}$	s	$\frac{A}{V}$	
Wert	1,1674	0,0028	0,0714	

Tabelle 3.3.: Reglerparameter für das alte dreiphasige Simulationsmodell nur mit Stromreglern

#### 3.4.1.3. Tests

Die beiden Sollgrößen der Ströme werden als Sprungfunktionen vorgegeben. Der erste Sprung erfolgt nach einer halben, der zweite nach einer Sekunde. Dies dient der Überprüfung der PI-Regler-Funktion. Nach einer weiteren halben Sekunde werden die Repetitive Controller zugeschaltet. Es dauert in diesem Fall etwa 20ms, bis sich die Amplitude der periodischen Störung auf einen deutlichen kleineren Wert als zuvor einpendelt. Beim Reglerdesign wurde ein Kompromiss zwischen Reglerperformance und Robustheit gemacht. Die Störungen in den beiden Stromkomponenten sind auf ein sehr geringes Maß gedämpft. Das Aufsummieren der Störungen auf die Stellgrößen stellt für die Regler kein Problem dar.





Die Eigenschaften der Störspannungen sind:

- 1. Rechteckförmige Spannungen
- 2. Konstante Frequenz f = 200Hz
- 3. Konstante Stör<br/>amplitude  $\hat{u}_{dist}=0,5V$



Abbildung 3.23.: d-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern und ohne Drehzahl- und Flussregler







Abbildung 3.24.: q-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern und ohne Drehzahl- und Flussregler

#### 3.4.2. Fluss- und Drehzahlregler

#### 3.4.2.1. Modell in Simulink

Als Erweiterung werden die Fluss- und Drehzahlregler aktiviert, wodurch eine feldorientierte Regelung entsteht. Nach 0,5s springen der elektrische Fluss und die Drehzahl auf ihre Sollwerte. Der Flussregler ist deutlich schneller als der Drehzahlregler. Mechanische Anteile sind träger als elektrische. Die Drehzahl kann sich im Modell in der Abbildung 3.25 jetzt frei einstellen lassen.







Abbildung 3.25.: Repetitive Control System am Regelung elektrischer Antriebe Labormodell WS2012/2013 mit Stromreglern und Drehzahl- und Flussregler



Abbildung 3.26.: Block Regelung des Repetitive Control Systems am Regelung elektrischer Antriebe Labormodell WS2012/2013 mit Stromreglern und Drehzahl- und Flussregler





#### 3.4.2.2. PI-Reglerparameter

Die Reglerparameter der hier verwendeten Drehzahl- und Flussregler sind in der Tabelle 3.4 zu sehen. Die Parameter der Stromregler sind gleich wie in der Tabelle 3.3 geblieben.

Reglertyp	Drehzahl		Fluss			
Parameter	k	Т	$k_{AW}$	k	Т	$k_{AW}$
Einheit	$\frac{A}{Vs}$	s	$\frac{Vs}{A}$	$\frac{Nm \cdot s}{A}$	s	$\frac{rad}{Nm \cdot s}$
Wert	1,2922	0,6801	0,00029407	88,5716	0,0511	0,0039

Tabelle 3.4.: Parameter des Drehzahl- und Flussreglers für das alte dreiphasige Simulationsmodell

#### 3.4.2.3. Tests

Nach 1,5s werden die beiden Repetitive Controller aktiviert und bringen eine deutlich sichtbare Verbesserung der Störunterdrückung. Damit das Repetitive Control System funktioniert, müssen die Störspannungen eine fixe Frequenz mit sehr geringer Schwankungsbreite haben. Deswegen wird der Repetitive Controller erst in einem eingestellten Arbeitspunkt nach erfolgten Sollwertsprüngen eingeschaltet. Die Störungen in den beiden Stromkomponenten, den Ausgangsgrößen der Stromregler, werden wieder sehr gut kompensiert (Abbildungen 3.27 und 3.28). Vor allem der Drehzahlregler Entwurf ist für die Funktion wichtig. Wird er zu schnell dimensioniert, so funktioniert der Repetitive Controller im q-Zweig nur mäßig und wird schneller instabil.

Für diese Versuche besitzen die Störungen die Eigenschaften, dass sie abhängig von den Vorzeichen der Phasenströme sind. Für die Phase a hat die Störspannung das Verhalten in der Gleichung 3.20.

$$u_{a,dist}\left(t\right) = 0,35V \cdot sign\left(i_{a}\left(t\right)\right) \tag{3.20}$$







Abbildung 3.27.: d-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern, Drehzahl- und Flussregler







Abbildung 3.28.: q-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern, Drehzahl- und Flussregler







Abbildung 3.29.: Eingangsspannung des Pulswechselrichters für das Repetitive Control System mit Stromreglern, Drehzahl- und Flussregler

Für das Simulationsmodell aus dem Jahr 2012 funktioniert das Repetitive Control System ausgezeichnet. Natürlich ist hier zu berücksichtigen, dass wirklich eine saubere, konstante Rechteckspannung gedämpft wird, wie es in der Praxis aber nicht der Fall sein wird. Dort ist die Störung nicht exakt rechteckförmig und schwankt auch leicht in ihrer Frequenz. Dadurch sind höchstwahrscheinlich nicht ganz so gute Ergebnisse wie hier zu erwarten. Eine Rechteckspannung hat nur Oberschwingungen, die ganzzahlige Vielfache der Grundschwingung sind und können somit durch den Repetitive Controller theoretisch perfekt gedämpft werden. Um durch die Harmonischen bei sehr hohen Frequenzen keine Stabilitätsprobleme zu bekommen, werden die Filter im Repetitive Controller eingebaut.

# 3.5. Neues dreiphasiges Simulationsmodell aus dem Regelung elektrischer Antriebe Labor

#### 3.5.1. Modell in Simulink

In der nächsten Erweiterungsstufe wird der Repetitive Controller in das aktuelle Simulationsmodell des Laborprüfstandes eingebaut. Dieses Modell hat im Gegensatz zum alten die Auswirkungen der Umrichternichtlinearitäten modelliert integriert. Es kann zwischen





mehreren Modellen gewählt werden, wobei die Einstellungen rate- und rate- and joltlimit verwendet werden. Jolt steht für "Ruck". Das Blockschaltbild selbst besteht aus vier großen Blöcken mit Subsystemen. Im Block wref wird die Nichtlinearität des Umrichters erzeugt. GM enthält die Komponenten für die Gleichstrommaschine, welche mit der Asynchronmaschine an derselben Drehmoment-Messwelle angeschlossen ist. Der IO Block beinhaltet die Teile der Simulation, welche sich mit der Ein- und Ausgabe beschäftigen. Für das Reglerdesign ist vor allem der Block IM interessant, welcher jener für die Asynchronmaschine ist. Hier wird die Reglerstruktur eingebaut und entsprechend entworfen.



Abbildung 3.30.: Simulationsmodell des Prüfstandes NordWest 1

In IM befindet sich eine feldorientierte Regelkreisstruktur mit Fluss- und d-Stromregler bzw. Drehzahl- und q-Stromregler. Die Abbildung 3.31 zeigt das Subsystem des  $i_d$ -Reglers. Der PI-Regler wird mit dem Frequenzkennlinienverfahren erstellt. Die beiden Stromregler sind gleich designed mit sehr geringem Überschwingungen und schneller Anstiegszeit. Um Probleme mit dem Frequenzraster in den Griff zu bekommen, wird ein Frequency Adaptive Repetitive Controller neben dem konventionellen Standard Repetitive Controller verwendet. Der High Order Repetitive Controller ist als eine weitere Variante, die durchaus gute Ergebnisse liefert, aber Optimierungsverfahren für die Koeffizientenberechnung benötigt, eingebaut. Je nach Anwendungsfall kann zwischen diesen drei Reglern gewechselt werden. Für den Praxisfall an der Maschine ist es sinnvoll, dass nur einer dieser Regler eingebaut wird, da es durch die vielen Verzögerungsketten zu Zeit-und Speicherproblemen kommen kann. Werden die Verzögerungen nicht als Ringpuffer gebaut oder eingestellt, so sind teils sehr große Puffer-Größen nötig. Die Entscheidung für die späteren Messungen der Umrichternichtlinearitäten wird auf den FARC fallen, da





dieser einige Vorteile gegenüber dem Standardentwurf besitzt. Im Vergleich zu den optimierungsbasierten Reglern ist er einfacher zu designen und anzupassen. Der zusätzliche Lagrange FIR Filter lässt sich mit wenigen Additionen und Multiplikationen erstellen. Vor allem für Online-Implementierungen ist er deswegen eine attraktive Lösungsvariante.



Abbildung 3.31.: Stromregler der d-Komponente

Der Frequency Adaptive Controller ist in der Abbildung 3.32 zu sehen. Für eine Störungsfrequenz, welche ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastfrequenz ist, entspricht der Regler einem Standard Repetitive Controller. Für die restlichen Fälle wird der diskrete FIR Filter aktiv. Der Vorteil ist, dass auch bei geringen Frequenzschwankungen schnell ein Redesign erfolgen kann, da dies nur andere Koeffizienten des zusätzlichen Filters benötigt. Für größere Sprünge ändert sich auch die Anzahl der Verzögerungen erster Ordnung. Zudem bietet der FARC den Vorteil, dass auch Störungsfrequenzen außerhalb des durch die Abtastfrequenz sonst limitieren Rasters kein Problem darstellen. Störungen mit Perioden, die nicht ganzzahlige Vielfache der Abtastperiode sind, können effektiv und einfach gedämpft werden.



Abbildung 3.32.: Frequency Adaptive Repetitive Controller

Mit dem High Order Repetitive Controller lassen sich durch eine Gewichtung der ver-

#### Christian Kresnik, BSc




schachtelten Memory Loops noch bessere Ergebnisse erzielen. Die Anzahl der Gewichte und damit die Komplexität ist vorher festlegbar. Damit die Optimierungsaufgabe vereinfacht werden kann, wird eine komplexe Zahl durch ein Polyhedron genähert. Dies ermöglicht es die Koeffizienten mit linearer Programmierung zu berechnen. Diese Sorte von Optimierungsaufgaben ist in MATLAB sehr effizient implementiert. Der große Vorteil liegt darin, dass der Repetitive Controller robuster gestaltet werden kann. Hier gibt es die Möglichkeit die Stabilität gegenüber Periodendauerschwankungen oder ansonsten gegen Rauschen bzw. Zwischenfrequenzen zu verbessern. Da aber auch der FARC zumeist gut mit kleinen Schwankungen umgehen kann, wird dieser verwendet. Ein erneuter Entwurf des FARC's geht sehr schnell und es müssen keine Abstriche in der Dämpfungsfähigkeit erwartet werden. Einfache Rechenoperationen sind immer noch trivialer und vor allem schneller als lineare Optimierungsaufgaben. Das Aufnehmen großer Messreihen würde mit einem HORC sehr lange dauern.



Abbildung 3.33.: High Order Repetitive Controller der Ordnung 5

## 3.5.2. PI-Reglerparameter

In den Tabellen 3.5 und 3.6 sind die Reglerparameter für die PI-Stabilisationsregler zu sehen.

Reglertyp	Strom			
Parameter	k	Т	$k_{AW}$	
Einheit	$\frac{V}{A}$	s	$\frac{A}{V}$	
Wert	0,1998	0,0010	0,1923	

Tabelle 3.5.: Parameter der Stromregler für das neue Simulationsmodell

## 3.5.3. Tests

Zur Überprüfung der Simulation wird ein Vergleich bei drehzahlgeregeltem Betrieb mit eingestelltem Arbeitspunkt vorgenommen. Einmal wird der Repetitive Controller aus-





Reglertyp	Drehzahl		Fluss			
Parameter	k	Т	$k_{AW}$	k	Т	$k_{AW}$
Einheit	$\frac{A}{Vs}$	s	$\frac{Vs}{A}$	$\frac{Nm \cdot s}{A}$	s	$\frac{rad}{Nm \cdot s}$
Wert	4,5532	1,0068	0,00019864	93,6286	0,0313	0,0064

Tabelle 3.6.: Parameter von Drehzahl- und Flussreglers für das neue Simulationsmodell

geschaltet, dann die Kompensation, die schon im Modell eingebaut war und schließlich noch die Störausregelung mit dem FARC eingeschaltet. Für diese speziellen Versuche macht die Drehzahl nach einer Sekunde einen Sollwertsprung von 0 auf einen vorgegeben Wert n=30rpm. Der Fluss springt sofort auf den Hauptfluss von 0,08Vs. Nach zwei Sekunden wird der Repetitive Controller aktiviert, da sich zu diesem Zeitpunkt das System schon eingeschwungen haben sollte. Die Amplitude der periodischen Störung ist für die Reglerperformance und Ergebnisse nicht maßgebend.

Die wichtigsten Parameter der Asynchron- und Gleichstrommaschine für die Reglerentwürfe sind in der Tabelle 3.7 aufgelistet.

Parameter	Wert
$R_s$	$170, 6m\Omega$
$R_r$	$116, 3m\Omega$
$\psi_h$	0,08Vs
$L_{\sigma,s}$	$339\mu H$
$L_{\sigma,r}$	$339\mu H$
$p_{pol}$	2
$L_h$	8,2mH
$k_m \Phi$	0,2524Vs
$J_m$	$0,017 kgm^2$

Tabelle 3.7.: Parameter der Asynchron- und Gleichstrommaschinen am Laborprüfstand

#### 3.5.3.1. d-Stromkomponente

Da die Repetitive Controller in den beiden Stromregelkreisen eingebaut sind, sollten die Regelgrößen  $i_d$  und  $i_q$  der stabilisierenden PI-Regler störungsfrei gemacht werden können. Dies bewirkt hier in weiterer Folge, dass auch die Stellgrößen und Regelfehler keine periodischen Störungen mehr enthalten. In der Abbildung 3.34 ist der Stromverlauf ohne Repetitive Controller oder Kompensation dargestellt. Aus der Steigung des Transformationswinkels für die Koordinatentransformation wird die Störungsperiodendauer ermittelt. Die blaue Kennlinie stellt jeweils die Soll- und die rote die ausgegebene Istwertkurve dar.







Abbildung 3.34.:  $i_d$  bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

Mit eingeschalteter Kompensation ist die Störung kaum noch erkennbar (Abbildung 3.35).







Abbildung 3.35.:  $i_d$  bei eingeschalteter klassischer Kompensation für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

Auch beim Repetitive Controller, der als FARC implementiert wurde, ist das Ergebnis in der Abbildung 3.36 sehr gut. Nach dem Einschalten bei 1,5s verschwindet die periodische, überlagerte Störung in der blauen Kennlinie.







Abbildung 3.36.:  $i_d$  bei eingeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

#### 3.5.3.2. q-Stromkomponente

Die Störung in  $i_q$  ist wesentlich stärker als jene bei  $i_d$  (Abbildung 3.37). Sie hat auch keine schöne sinus- oder rechteckähnliche Form wie bei  $i_d$  zuvor.







Abbildung 3.37.:  $i_q$  bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n{=}~30rpm$ und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

Die eingebaute Kompensation schafft es die Störungen wegzubekommen (Abbildung 3.38). Die Ursache der kleinen Zacken liegt beim Inkrementalgeber und hat damit mit der Quantisierung zu tun.







Abbildung 3.38.: $i_q$  bei eingeschalteter klassischer Kompensation für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

Der FARC liefert ein leicht schlechteres Ergebnis als die Kompensation (Abbildung 3.39). Die Störung durch die Umrichternichtlinearität wird auch effektiv ausgeregelt. Wiederum sind kleine Zacken durch die Quantisierung des Inkrementalgebers vorhanden.







Abbildung 3.39.:  $i_q$  bei eingeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

#### 3.5.3.3. d-Spannungskomponente

Eine perfekte Störungsausregelung liefert eine kreisförmige Ortskurve des geregelten Stromraumzeigers. Wie in der Abbildung 3.40 ersichtlich, ist die periodische Störung ohne eingeschalteten Repetitive Controller sehr stark ausgeprägt. Nach einer Sekunde wird diese in der Simulation eingeschaltet.









Abbildung 3.40.:  $u_d$  bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

Die klassische Kompensation schafft es nahezu perfekt die Störungen wegzubekommen (Abbildung 3.41).







Abbildung 3.41.:  $u_d$  bei eingeschalteter klassischer Kompensation für n=30rpm und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h=0,08Vs$ 

Mit dem FARC, der nach 1,5s aktiv wird, gibt es keine merkliche Veränderung, obwohl die Regelgröße, der Strom  $i_d$ , sehr schön aussieht. Der Grund liegt in der Struktur eines Repetitive Controllers. Die Störung tritt in der vom Repetitive Controller modifizierten Regelabweichung als Eingang des Stabilisationsreglers noch immer auf.







Abbildung 3.42.:  $u_d$  bei eingeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

#### 3.5.3.4. q-Spannungskomponente

Auch der Sollverlauf der q-Komponente der Spannung weist Störungen auf, die amplitudenmäßig - verglichen zum absoluten Sollwert - stärker ausgeprägt sind als in  $u_d$ . Warum die Störungen im q-Zweig generell größer sind, konnte noch nicht geklärt werden. Die Vermutung, dass das mit den Streuinduktivitäten im Rotor zusammenhängt, wurde widerlegt. Diese Effekte treten nämlich in beiden Zweigen auf.







Abbildung 3.43.:  $u_q$  bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

Auch die q-Komponente der Spannung ist bei der Kompensation fast störungsfrei (Abbildung 3.44) bis auf die geringen Effekte durch den Inkrementalgeber.









Abbildung 3.44.:  $u_q$  bei eingeschalteter klassischer Kompensation für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

Der Sollverlauf der Spannung  $u_q$  bei eingeschaltetem FARC wird nicht merklich besser (Abbildung 3.45), was durch die Struktur auch nicht zu erwarten war.







Abbildung 3.45.:  $u_q$  bei eingeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

#### 3.5.3.5. Fluss

Der elektrische Fluss wird neben der Drehzahl bei der feldorientierten Regelung als zweite Größe geregelt. Für die Asynchronmaschine am Laborprüfstand NW 1 (NordWest 1) im EAM Labor wird dieser auf 0,08Vs eingestellt. Im Flussregler ist selbst kein Repetitive Controller implementiert, da dies keine weitere Verbesserung bringen würde. Der d-Stromregler regelt schon die Frequenzen der Störungen in diesem Zweig aus und ein zweiter FARC würde nur dasselbe tun. Weiters spricht dagegen, dass zusätzliche Repetitive Controller pro Zweig mit ihren Verzögerungsketten das Gesamtsystem und dessen Performance belasten würden.







Abbildung 3.46.:  $\psi_r$  bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für n=30rpm und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h=0,08Vs$ 

Die Kompensation schafft es nahezu perfekt auszuregeln (Abbildung 3.47). Auch bei Einsatz des FARC ist das Ergebnis sehr gut (Abbildung 3.48). Störungen sind auf dem ersten Anblick nicht mehr zu sehen bzw. nur mehr mit sehr kleinen Amplituden vorhanden. In beiden Fällen sind keine Zacken in den Verläufen durch die Quantisierung beim Inkrementalgeber erkennbar.







Abbildung 3.47.:  $\psi_r$  bei eingeschalteter klassischer Kompensation für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 





Abbildung 3.48.:  $\psi_r$  bei eingeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

#### 3.5.3.6. Drehzahl

Der Drehzahlregler macht in der Abbildung 3.49 nach einer Sekunde einen Sprung von Null auf einen Sollwert n=30rpm. Die Störung scheint ebenfalls wieder sehr oberschwingungsbehaftet zu sein. Der Grundschwingung der Störung sind deutlich sichtbare höherfrequente Schwingungen überlagert. Sind deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundschwingungsfrequenz, so ist das für den Repetitive Controller kein Problem, da er dies dämpfen kann. Problematisch wird es, wenn dies nicht der Fall ist und die Störungen auch betragsmäßig beträchtlich groß sind. Dann müsste im Design der Fokus in Richtung Rauschstabilität und weniger auf Störungskompensation der Grundschwingung gelegt werden. Der HORC bietet sich hierfür an. Ob das in Summe eine Verbesserung bringt, ist nicht sicher, da ja die Grundfrequenz der Störung durch den Robustheitsgewinn weniger gedämpft werden könnte. Die Komplexität des Algorithmus' ist auch ein Gegenargument.







Abbildung 3.49.: n bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n{=}~30rpm$ und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

In den Abbildungen 3.50 und 3.51 sind die Ergebnisse für die klassische Kompensation und den Repetitive Controller dargestellt. Bis auf die Inkrementalgeber Effekte werden die Störungen sehr gut ausgeregelt.







Abbildung 3.50.: n bei eingeschalteter klassischer Kompensation für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 





Abbildung 3.51.: n bei eingeschaltetem Repetitive Controller für  $n{=}~30rpm$  und eine Hauptflussverkettung  $\psi_h{=}~0,08Vs$ 

# **3.6. Zeitoptimierung des Repetitive Controllers**

## 3.6.1. Verwendung eines Ringpuffers

Die Störungsperiodendauer ist statorfrequenzabhängig, da sie die sechsfache Frequenz davon hat. Aus dem Verhältnis dieser Periodendauer zur Abtastzeit ergibt sich die Länge der Verzögerungskette des Repetitive Controllers (Gleichung 3.17). Im Fall der Simulation ergibt sich ein sehr großer Wert (5000). Um möglichen Rechenzeitproblemen vorzubeugen, sollte hier eine optimierte Lösung gefunden werden. Ein Ansatz wäre die Verwendung eines Ringpuffers. Dieser hat eine fixe Größe, wobei Anfang und Ende miteinander verbunden sind. Ein Ringpuffer für die Delay-Line zu programmieren ist nicht notwendig, da dies in den Blockoptionen ausgewählt werden kann. Simulink hat diese Funktion schon fertig implementiert. So müssen nur der erste und letzte Wert im Puffer und nicht immer alle zugleich verändert werden. Ein Kompilieren ohne das Setzen dieses Häkchens war für die auftretenden  $N_{dist}$  wegen zu großer Rechenzeit nicht möglich.

## 3.6.2. Odd-Harmonic Repetitive Controller

Die Verwendung eines Odd-Harmonic Repetitive Controllers, der im Kapitel 2.10.6.1 erwähnt wird, wäre eine weitere Optimierungsoption. Das Schema ist in der Abbildung





2.30 zu sehen. Im Gegensatz zum Standard Repetitive Controller werden die positive Rückkopplung und der mit  $k_r$  gewichtete Regelfehler negativ addiert. Die Delay-Line hat nur mehr die halbe Länge. Dadurch wird der Repetitive Controller um das Doppelte schneller. Der Nachteil ist, dass nur ungeradzahlige Harmonische der Grundschwingung der Störung gedämpft werden können. In diversen Artikeln ([71] von Gong, Zha, Guo, Chen und Sun und [72] von Jamil, Latif, Yasin, Ria, Gulfam, Ahmed und Ali) ist zu lesen, dass das bei den meisten Umrichtern zutrifft. Daher ist die Verwendung eine Odd-Harmonic Repetitive Controllers eine Variante, die auf alle Fälle getestet wird.

#### 3.6.2.1. Einphasig

Zu ersten Testzwecken wird dieses Regelungsprinzip beim einphasigen Repetitive Controller aus dem Kapitel 3.2 angewandt. Eine rechteckförmige Störung wird am Ausgang aufgeschaltet und ein  $k_r = 0, 9$  eingestellt. Wie in der Abbildung 3.52 zu sehen ist, funktioniert die Störausregelung sehr gut. Mit größer werdendem  $k_r$  sind noch leicht bessere Ergebnisse auf Kosten der Robustheit möglich.



Abbildung 3.52.: r und y beim einphasigen Odd-Harmonic Repetitive Controller

Die PI-Reglerparameter bleiben dieselben wie in der Tabelle 3.1.





#### 3.6.2.2. Dreiphasiges Labor-Simulationsmodell

Bei der anschließenden Anwendung beim dreiphasigen Labor-Simulationsmodell inklusive der modellierten Umrichternichtlinearität sind die Ergebnisse jedoch nicht sehr gut. Bei der durchgeführten FFT des Stroms  $i_{d,soll}$  sind etliche Harmonische auch bei geradzahligen Vielfachen zu erkennen. Im konkreten Anwendungsfall liegt die Frequenz der Grundschwingung zufälligerweise bei fast genau 1Hz. Es sind Peaks der Oberschwingungen bei 3Hz und den Vielfachen davon zu sehen. Demnach wird hier ein Odd-Harmonic Repetitive Controller wohl nicht sehr gute Ergebnisse liefern können. Die PI-Reglerparameter sind jene aus den Tabellen 3.5 und 3.6.



Abbildung 3.53.: FFT des Sollstroms  $k_r$  ohne Repetitive Controller

Die Struktur des Reglers ist in der Abbildung 3.54 dargestellt. Mit Hilfe des Transport Delays wird eine zeitverzögerte Einschaltung für eine bessere Darstellung der Funktion erreicht. Prinzipiell sollte dieser Regler für gleiche Parameter  $k_r$ , H(z) und  $G_x(z)$  dieselbe Stabilität wie der Standard Repetitive Controller aufweisen.







Abbildung 3.54.: Odd-Harmonic Repetitive Controller in einem der beiden Stromregler

In der Abbildung 3.55 ist der Verlauf der d-Komponente des geregelten Stroms zu sehen. Nach 2,5s wird der zusätzliche Regler eingeschaltet. Nach einer weiteren halben Sekunde hat die Amplitude der überlagerten Störung schon einen neuen eingeschwungenen Wert. Die Geschwindigkeit ist somit wie erwartet für eine Störungsfrequenz von 1Hz doppelt so schnell wie jene eines Standard Repetitive Controllers. Bewahrheitet hat sich auch, dass diese Variante keine Verbesserung bei den Ergebnissen zur Folge hat. Die Störamplitude ist sogar deutlich größer geworden. Dies hat den Grund, da nicht unterdrückte, geradzahlige Harmonische der Störungsfrequenz durch den Odd-Harmonic Repetitive Controller teilweise sogar verstärkt werden. Auch in der Abbildung 3.56 sind für die q-Komponente des Stroms keine Verbesserungen erzielt worden.







Abbildung 3.55.: Soll- und Istverlauf von  $i_d$  bei Verwendung eines Odd-Harmonic Repetitive Controllers







Abbildung 3.56.: Soll- und Istverlauf von  $i_q$  bei Verwendung eines Odd-Harmonic Repetitive Controllers

Ein Einsatz auf der realen Maschine wird trotzdem versucht, da das möglicherweise an einer nicht ganz korrekten Modellierung der Störung der Umrichternichtlinearität liegt. Diese sollte ja eigentlich laut den beiden angeführten Artikeln Störungsoberschwingungen bei ungeradzahligen Vielfachen der Grundschwingungsfrequenz haben.

## 3.7. Robustheitserhöhung mit dem High Order Repetitive Controller

Der High Order Repetitive Controller in der Abbildung 3.33 wird in der Simulation für zwei Extremfälle zur Verbesserung der Robustheit ausgetestet. Zum einen soll das System stabiler gegenüber Periodendauerschwankungen arbeiten, zum anderen besser mit störenden Zwischenfrequenzen und Rauschen umgehen können. Beim Standard Repetitive Controller können für Frequenzschwankungen von  $\pm 1\%$  schon Funktionsprobleme auftreten. Der erste Regler, Period Time Robust High Order Repetitive Controller genannt, ermöglicht eine größere Schwankungsbreite der Störungsfrequenz. Dagegen führt diese Konfiguration zu Stabilitätsproblemen, wenn Signalanteile bei anderen Frequenzen als der eingestellten Grundschwingungsfrequenz und deren Harmonischen zu groß sind. Für das Design werden die beiden  $M_S(z)$  aus der Abbildung 2.28 verwendet. Je nach Genauigkeit der Approximation (Ordnung p), dem vorher definierten Verstärkungsfaktor





 $k_r$  und dem Optimierungsziel ergeben sich durch Lösung der Optimierungsaufgabe Koeffizienten. Die Summe der Koeffizienten beträgt immer 1. Dies ist eine der Nebenbedingungen der Aufgabe linearen Programmierung.  $W_{opt}(p, k_r)$  (Gleichung 3.21) beinhaltet die Koeffizienten zur Gewichtung der verschachtelten Memory Loops.

$$W_{opt}(p,k_r) = (w_1^*, ..., w_n^*)$$
(3.21)

Verschachtelte Memory Loops bewirken Verbreiterungen der Peaks um die Harmonischen der Störungen. Da diese breiter werden, kann mit größeren Schwankungen der Störungsfrequenz im Betrieb umgegangen werden. Der ideale Repetitive Controller hat nur Spitzen mit unendlicher Verstärkung genau bei der Grundschwingung und deren Vielfachen. Dieser liefert theoretisch eine perfekte Unterdrückung. Weicht die Frequenz nur um ein wenig ab, so funktioniert das System nicht mehr. Die beiden Filter H(z)und  $G_x(z)$  liefern erste Abhilfen und den damit in der Praxis einsetzbaren Standard Repetitive Controller. Die multiplen Memory Loops sind weitere Verbesserungen der Robustheit auf Kosten der Störunterdrückung.

Im Zuge der Optimierung der Robustheit gegenüber Periodendauerschwankungen ergeben sich die Werte in der Gleichung 3.22 (Artikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh). Diese werden mit Hilfe der linearen Programmierung berechnet. Es gibt auch andere Möglichkeiten diese zu erhalten. Näheres dazu ist unter dem Begriff Input Shaping zu finden. Der Einfachheit halber werden die Koeffizienten zumeist ganzzahlig oder auf einfache Bruchzahlen gerundet.  $M_S(z)$  wird im Bereich nahe der periodischen Störungsfrequenz möglichst klein gewählt. Beim Period Time Robust HORC wird die Sensitivität nahe den Harmonischen der Störung kleiner bei gleichzeitiger Erhöhung bei Zwischenfrequenzen.

 $W_{opt}(1,1) = (1)$   $W_{opt}(2,1) = (1,85,-0,85) \approx (2,-1)$   $W_{opt}(3,1) = (2,93,-2,93,1) \approx (3,-3,1)$   $W_{opt}(4,1) = (4,01,-6,01,4,02,-1,02) \approx (4,-6,4,-1)$   $W_{opt}(5,1) = (4,97,-9,96,10,09,-5,16,1,07) \approx (5,-10,10,-5,1)$ (3.22)

Gleichung 3.23 beinhaltet die unterschiedlichen  $W_{opt}(p, k_r)$  für die Zwischenfrequenzen-Optimierung. Der hier erhaltene Regler trägt den Namen Noise Robust High Order Repetitive Controller. Die modifizierende Sensitivitätsfunktion  $M_S(z)$  wird hierfür über





alle Frequenzen minimiert.

$$W_{opt}(1,1) = (1)$$

$$W_{opt}(2,1) = (0,62,0,38) \approx \left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$$

$$W_{opt}(3,1) = (0,49,0,33,0,17) \approx \left(\frac{3}{6},\frac{2}{6},\frac{1}{6}\right)$$

$$W_{opt}(4,1) = (0,37,0,28,0,22,0,13) \approx \left(\frac{4}{10},\frac{3}{10},\frac{2}{10},\frac{1}{10}\right)$$

$$W_{opt}(5,1) = (0,31,0,25,0,20,0,15,0,09) \approx \left(\frac{5}{15},\frac{4}{15},\frac{3}{15},\frac{2}{15},\frac{1}{15}\right)$$
(3.23)

### 3.7.1. Einphasig

#### 3.7.1.1. Period Time Robust HORC

Zum Test der prinzipiellen Funktion wird der HORC beim einfachsten Testmodell, dem einphasigen PT1-Glied angewandt. Es wird die Ordnung p von 1 bis 5 variiert. Die Verläufe von Soll- und Istgrößen für die Optimierung auf Periodendauerschwankungen finden sich in der Abbildung 3.57. Das Überschwingen ist für diese Konfiguration enorm. Je größer die Ordnung eingestellt wird, desto stärker wird es. Der größte Nachteil der höheren Ordnungen besteht in der Trägheit des Regelkreises. Es müssen bei p = 5 fünf Verzögerungsketten der Länge  $N_{dist}$  in das System eingebaut werden. Der Einschwingvorgang dauert damit fünf Mal so lang wie bei dem Standard Repetitive Controller. Ebenso geht ein zusätzlicher Speicherbedarf mit einher. Die Komplexität der Optimierungsaufgabe wird auch größer, was zu längeren Berechnungszeiten führt. Zumeist kommt eine Ordnung p = 3 als Kompromiss zum Einsatz. Nach erfolgtem Einschwingvorgang funktioniert der Regler für diesen einfachen Fall sehr gut. Die überlagerte sinusförmige Störung mit  $f_{dist} = 100 Hz$  ist ohne Vergrößerung nicht mehr erkennbar. Der Period-Time HORC ist genau für diese Frequenz entworfen worden, liefert aber ein sehr starkes Uberschwingen beim Einschaltvorgang. Die Parameter des PI-Reglers sind jene aus der Tabelle 3.2. Auch beim einphasigen Noise-Robust HORC werden die gleichen Werte verwendet.







Abbildung 3.57.: Soll- und Istgrößen Verlauf des Period Time Robust HORC beim einphasigen PT1-Glied für eine Störungsfrequenz  $f_{dist} = 100 Hz$ 

#### 3.7.1.2. Noise Robust HORC

Die Erhöhung der Robustheit gegenüber Zwischenfrequenzen in der Abbildung 3.58 liefert ein weit besseres Ergebnis. Je nach der Ordnung des HORC's folgt die Istgröße nach einer bis fünf Perioden der Führungsgröße so gut wie störungsfrei. Das starke Überschwingen tritt beim Einschalten des Repetitive Controllers in diesem Fall nicht auf. Die prinzipielle Funktion der beiden Regelungsmuster ist gegeben, jedoch könnte vor allem das starke Überschwingugen beim Period Time Robust HORC zu Problemen in der Praxis führen.







Abbildung 3.58.: Soll- und Istgrößen Verlauf des Noise Robust HORC beim einphasigen PT1-Glied für eine Störungsfrequenz  $f_{dist} = 100 Hz$ 

Der größte Vorteil des Noise Robust HORC liegt in seiner Robustheit gegenüber starkem Rauschen. Weißes Rauschen wird in der Abbildung 3.59 der Regelgröße überlagert. Die Regelgrößen werden für variable Ordnungen von p = 1 bis 5 dargestellt. Trotz der relativ starken Rauschamplitude ist der Regler stabil. Mit steigender Ordnung p der Approximation werden die Dämpfungsergebnisse auch gegenüber dem Rauschen leicht besser. Es kann vom Repetitive Controller trotzdem nicht weggeregelt werden. Der Grund dafür ist, dass andere Frequenzen als jene der periodischen Störung vorkommen, für welche er eingestellt wurde. Die sinusförmige, periodische Störung wird hingegen sehr gut gedämpft.







Abbildung 3.59.: Transientes Verhalten des HORC bei überlagertem weißen Rauschen für Ordnungen p=1 bis5

Besser ist das im Vergleich zwischen einem verrauschten (rot) und einem rauschfreien Signal (blau) in der Abbildung 3.60 zu erkennen. In beiden Fällen wird die sinusförmige Störung nahezu perfekt gedämpft. Dem Rauschen müsste durch andere Maßnahmen wie zusätzlicher Filterung entgegengewirkt werden. Auch die Verwendung eines Rauschmodells im Rahmen des Stabilisationsregler-Designs könnte Verbesserungen auf Kosten von Komplexität bringen.







Abbildung 3.60.: Vergleich des transienten Verhaltens des HORC's mit und ohne überlagertem Rauschen für eine Approximationsordnung p = 3

## 3.7.2. Dreiphasiges Labor-Simulationsmodell

#### 3.7.2.1. Period Time Robust HORC

Als nächster Schritt werden beide Regler am Simulationsmodell des Laborprüfstandes eingebaut. Für den PI-Regler kommen die Parameter aus den Tabellen 3.5 und 3.6 zum Einsatz. Auch in diesem Fall liefert der Period Time Robust HORC ein sehr schlechtes Ergebnis. Die Störung der d-Komponente des geregelten Stroms wird je nach Ordnung immer stärker (Abbildung 3.61). Zudem verlängert sich mit steigendem p die Einschwingdauer.









Abbildung 3.61.:  $i_d$  für den Period Time Robust HORC am dreiphasigen Labormodell

Noch eklatanter fällt das Ergebnis für die q-Komponente aus (Abbildung 3.62). Die Störungsamplitude wird massiv größer und das System scheint instabil zu werden. Da die Störungsperiodendauer in etwa eine Sekunde beträgt, wird die Istgröße des Stroms in diesen Abständen immer größer. In den Simulationsergebnissen des Laborprüfstandes liefert dieser speziellen HORC keine zufriedenstellenden Ergebnisse. Wenn in diese Richtung optimiert werden soll, dann muss ein Kompromiss mit der Robustheit gegenüber Zwischenfrequenzen und Rauschen eingegangen werden. Dies erfolgt durch Veränderung der Formfunktion des HORC's und erneutem Lösen der Optimierungsaufgabe.









Abbildung 3.62.: $i_q$  für den Period Time Robust HORC am dreiphasigen Labormodell

#### 3.7.2.2. Noise Robust HORC

Der Noise Robust HORC schafft es auch beim dreiphasigen Labormodell die Störung zumindest geringfügig zu unterdrücken (Abbildung 3.63). Nach 2,5s verringert sich die Störamplitude des Stromes  $i_d$  um ein bisschen. Mit dem Standard Repetitive Controller (rote Kennlinie für p=1) kann er jedoch nicht mithalten.







Abbildung 3.63.:  $i_d$  für den Noise Robust HORC am dreiphasigen Labormodell

Beim Strom  $i_q$  schafft es keiner der verwendeten Repetitive Controller die Störung deutlich zu dämpfen. So trifft das auch für diesen speziellen HORC zu. Im Gegensatz zum Period Time Robust HORC wird der Regelkreis nicht instabil. Die zusätzlich erreichte Robustheit geht hier auf Kosten der Performance. Der Regler ist langsamer als der Standard Repetitive Controller und schafft eine geringere Dämpfung. Sollte im Betriebsfall jedoch das Rauschen sehr groß sein und dies beim Standarddesign zu Problemen führen, dann wäre diese eine der wenigen möglichen Abhilfen. Deshalb werden die HORC's am Laborprüfstand ebenso ausgetestet.







Abbildung 3.64.: $i_q$  für den Noise Robust HORC am dreiphasigen Labormodell

# 4. Funktionstest am Laborprüfstand NordWest 1

## 4.1. Aufbau

Nach den gemachten Simulationen erfolgen die Inbetriebnahmen der Repetitive Control Systems im EAM Labor. Für die weiteren Versuche wird der Laborprüfstand NW1 (NordWest 1) verwendet. Zudem kommt das dSPACE Signalprozessorsystem DS1103 zum Einsatz. Für das DS1103 ist nicht garantiert, dass der entworfene Repetitive Controller tatsächlich funktionieren wird. Die Verzögerung bei der Ausgabe von Werten beträgt hier 1,5 bis 2 Schritte, beim zuvor geplanten DS1005 jedoch nur einen. Es kann auch im Vorhinein nicht sicher gesagt werden, ob tatsächlich eine Abtastfrequenz von  $f_s = \frac{5000Samples}{s}$  mit diesem Signalprozessorsystem möglich ist. Trotzdem wird die Implementierung am DS1103 versucht, da es im Labor zu diesem Zeitpunkt nicht in Verwendung ist. Es werden der Anker- und Erregerstrom der Gleichstrommaschine und zwei Phasenströme  $i_1$  und  $i_2$  inklusive der Zwischenkreisspannung  $U_{ZK}$  der Asynchronmaschine gemessen. Zur Bestimmung der Lage wird der vom Lagegeber ermittelte mechanische Phasenwinkel  $\varphi_{mech}$  ebenso aufgezeichnet. Die Gleichstrom- und Asynchronmaschine sind über eine Drehmomentmesswelle miteinander verbunden. Dies erlaubt es beispielsweise die Asynchronmaschine (AM) mit der Gleichstrommaschine (GM) zu belasten. Die Spannungsversorgung der Zwischenkreise der Umrichter PWR A (Asynchronmaschine) und PWR B (Gleichstrommaschine) erfolgt über ein geregeltes Netzteil.






Abbildung 4.1.: Blockschaltbild des Messaufbaus

Wider Erwartungen konnte eine Abtastzeit  $T_s = 200 \mu s$ , was einer Abtastfrequenz  $f_s = 5kHz$  entspricht, eingestellt werden. Die maximale untere Grenze für die Abtastfrequenz liegt beim zehnfachen Wert der Periodendauer der Störung. Für eine rein sinusförmige Störung wäre also theoretisch nur eine geringe Abtastfrequenz notwendig, da diese keine Oberschwingungen hat. Im Fall der durch die Umrichternichtlinearität verursachten Störung sind aber Oberschwingungen und Rauschen vorhanden, die höhere Frequenzen beinhalten. Diese dürfen nicht außer Acht gelassen werden, um Stabilität und Performance des Repetitive Control Systems zu gewährleisten. Bei Frequenzen für die der Regelkreis nicht mehr stabil wäre, schaltet der FIR-Filter H(z) den Repetitive Control roller ab. Dass Stabilität bis zu dieser Abschaltfrequenz ermöglicht wird, versucht der Filter  $G_x(z)$  zu gewährleisten.

## 4.2. PI-Reglerparameter

Die PI-Regler für Anwendungen auf der realen Maschine haben die Parameter in den Tabellen 4.1 und 4.2.



Reglertyp	Strom					
Parameter	k	Т	$k_{AW}$			
Einheit	$\frac{V}{A}$	s	$\frac{A}{V}$			
Wert	0,3120	0,0013	0,1526			

Tabelle 4.1.: Parameter der PI-Stromregler am Laborprüfstand NordWest 1

Reglertyp	Drehzahl			Fluss		
Parameter	k	Т	$k_{AW}$	k	Т	$k_{AW}$
Einheit	$\frac{A}{Vs}$	s	$\frac{Vs}{A}$	$\frac{Nm \cdot s}{A}$	s	$\frac{rad}{Nm \cdot s}$
Wert	0,8568	0,1814	0,0011	93,6286	0,0313	0,0064

Tabelle 4.2.: Parameter des PI-Drehzahl- und Flussreglers am Laborprüfstand NordWest 1

## 4.3. Standard Repetitive Controller

## 4.3.1. Ohne Repetitive Controller

Um den Repetitive Controller einstellen zu können, muss zuerst die Periodendauer der Grundschwingung der Störung ermittelt werden. Diese lässt sich bei ausgeschaltetem Repetitive Controller und Kompensation durch Messung des Transformationswinkels  $\alpha$  bestimmen. Als Messung wird ein Leerlaufversuch mit einer Solldrehzahl  $n_{soll} = 100 rpm$  und dem Fluss  $\psi_r = 0,08Vs$  vorgenommen. Mit dem Befehl unwrap in MATLAB lassen sich die 360°-Sprünge nach vollständigen Umdrehungen vermeiden, indem bei diesen  $\pm 2\pi$  addiert werden. Die dadurch entstehende annähernd gerade Linie wird mit Hilfe des Befehls polyfit durch eine Gerade approximiert. Die Steigung dieser Funktion multipliziert mit  $2\pi$  ergibt die Grundschwingungs-Störungsperiodendauer. Es ergibt sich in der Abbildung 4.2 bei n = 100 rpm eine Störungsperiodendauer  $T_{dist} = 0,2933s$ . Der reziproke Wert ergibt die Störungsfrequenz  $f_{dist} = 3,41Hz$ .







Abbildung 4.2.: Transformationswinkel  $\alpha$  für n=100rpm bei ausgeschaltetem Repetitive Controller

Zwei der drei Phasenströme sind in der Abbildung 4.3 dargestellt. Für die Ströme werden hier die Phasen-Indizes 1, 2 und 3 und für die Spannungen a, b und c verwendet, da diese so im Regelung elektrischer Antriebe Modell bezeichnet werden. Ohne eingeschalteten Repetitive Controller und Kompensation sind die Störungen durch die Umrichternichtlinearität deutlich sichtbar. In den Stromnulldurchgängen bzw. links und rechts der Peaks sind Wölbungen in den sinusförmigen Verläufen erkennbar. Durch Verwendung einer klassischen Kompensation, oder, wie in diesem Falle durch die beiden Repetitive Controller in den Stromregelkreisen, sollten diese möglichst gut gedämpft werden.







Abbildung 4.3.: Phasenströme  $i_1$  und  $i_2$  für n=100rpm bei ausgeschaltetem Repetitive Controller

Die von den Stromreglern auf die Regelstrecke ausgegebenen Spannungen sind in der Abbildung 4.4 zu sehen. Zu den Zeitpunkten, bei denen die Störungen in den Ausgangsströmen sichtbar werden (Abbildung 4.3), knicken die Spannungen ein. Diese Spannungen sind im Blockschaltbild jene vor den Additionen der Kompensationspannungen.







Abbildung 4.4.: Reglerausgangsspannungen  $u_a,\,u_b$ und  $u_c$  für $n{=}100rpm$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller

Bei etwa  $\pm 30^{\circ}$ ,  $\pm 90^{\circ}$  und  $\pm 150^{\circ}$  weicht auch der Winkel  $\varphi_i$  stärker von der idealen, linear ansteigenden Funktion  $\omega t$  ab. In der Abbildung 4.5 sind die beiden Kennlinien getrennt dargestellt. Die Differenz davon ist in der Abbildung 4.6 ersichtlich. Hier sind starke Peaks bei den zuvor genannten Stromwinkeln zu erkennen. Durch Einsatz des Repetitive Control Systems könnte es sein, dass diese geringer ausfallen.







Abbildung 4.5.:  $\varphi_i$ und Gerad<br/>e $\omega t$  für n=100rpm bei ausgeschaltetem Repetitive Controller







Abbildung 4.6.: Abweichung des Winkels  $\varphi_i$ von der idealen Gerade  $\omega t$  fürn=100rpmbei ausgeschaltetem Repetitive Controller

Der Betrag des Stromraumzeigers (Gleichung 4.2) als Funktion des Stromwinkels wird in der Abbildung 4.7 dargestellt. Zur Berechnung werden die Clarke-Transformationsmatrix und zwei Phasenströme benötigt. Mit dieser Transformation werden die drei Phasenströme in zwei Komponenten in der komplexen Zahlenebene gleichwertig umgewandelt.

$$i_s^S = T \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ -i_1 - i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ -i_1 - i_2 \end{bmatrix}$$
(4.1)

$$\left|i_{s}^{S}\right| = \sqrt{i_{s,\alpha}^{S\ 2} + i_{s,\beta}^{S\ 2}} \tag{4.2}$$







Abbildung 4.7.: Betrag des Stromraumzeigers bei ausgeschaltetem Repetitive Controller

## 4.3.2. Mit Repetitive Controller

Der Repetitive Controller wird für eine ermittelte Periodendauer  $T_{dist} = 0,291s$  entworfen. Dadurch ergibt sich eine Kette von Verzögerungselementen 1. Ordnung der Länge  $N_{dist} = T_{dist}/T_s = 1455$ . Das  $k_r$  wird für den ersten Versuch mit 0,5 im unteren Bereich des theoretisch möglichen Werteintervalls [0,2] festgelegt. Der FIR-Filter H(z) wird mit der immer verwendeten Standard-Übertragungsfunktion festgelegt (Gleichung 3.16). Da die Grundschwingungsperiodendauer ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit ist, wird der FIR-Filter des FARC's nicht aktiv bzw. ist eine Multiplikation mit 1.

#### 4.3.2.1. Vergleich von Repetitive Controller und Kompensation

Schon mit der ersten Konfiguration des Repetitive Controllers sind zufriedenstellende Ergebnisse herausgekommen. Die Stromverläufe von zwei Phasenströmen  $i_1$  und  $i_2$ sind in der Abbildung 4.8 ohne und mit dem Repetitive Controller, aber auch mit der Kompensation zu sehen. Die dunkelblaue und rote Kennlinie sind die bereits bekannten Verhältnisse ohne zusätzlicher Störkompensation oder Regelung. Die Störungen sind hier noch deutlich größer als bei den anderen vier Kennlinien. Für die gelbe und violette Kurve sind die Wölbungen kaum mehr zu erkennen. Der Repetitive Controller schafft es demnach sehr gut die periodischen Störungen zu dämpfen, auch mit relativ kleinem  $k_r$ . Mit der bisherigen Kompensation sind die Ergebnisse nicht einmal ansatzweise so gut.





Dies liegt hier aber daran, dass die klassische Kompensation nicht korrekt eingestellt wurde. Dies wurde erst nach den Messungen erkannt. Ansonsten sollten hier annähernd gleichwertige Ergebnisse wie mit Repetitive Controller herauskommen. Wird in dSPACE die Variable o3enable gesetzt, so werden die dritten Oberschwingungen auch berücksichtigt. Dadurch sind die Ergebnisse bei der klassischen Kompensation leicht besser als in dieser Abbildung. An die schöne Form, die mit Hilfe des neuen Konzeptes erzielt wird, kommt die nicht ganz richtig eingestellte Kompensation klarerweise nicht heran.



Abbildung 4.8.: Phasenströme  $i_1$  und  $i_2$  bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. bei klassischer Kompensation

Sehr schön ist die Verbesserung durch den Repetitive Controller in der Abbildung 4.9 für die Abweichung des Stromwinkels von der idealen Gerade  $\omega t$  zu sehen. Der rote Verlauf zeigt, dass die Abweichung nicht mehr so große Spitzen besitzt und somit fast die ideale Geradenform herauskommt. Bei der Kompensation (gelbe Kennlinie) sind die Abweichungen bei den periodischen Störeinflussen immer noch vorhanden.







Abbildung 4.9.: Winkelabweichung bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. klassischer Kompensation

Beim Betrag des Stromraumzeigers sind zwischen den drei Fällen keine großen Unterschiede zu erkennen. Die Schwankungsbreite ist fast dieselbe.







Abbildung 4.10.: Betrag des Stromraumzeigers für n = 100 rpm bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. klassischer Kompensation

Die erzeugten Ausgangsspannungen des Stromreglers sind für die Verwendung des Repetitive Controllers und der normalen Kompensation sehr unterschiedlich. Für den ersten Fall sind sie ähnlich jenen ohne zusätzliche Maßnahmen. Die Wölbungen vor den Maximalwerten sind aber nicht mehr so stark ausgeprägt. In den Nulldurchgängen sind kaum nennenswerten Unterschiede zu den nicht-kompensierten Verläufen zu erkennen. Die ausgegebene Spannung für den Fall der Kompensation hat eine geringere Amplitude, was auch damit zusammenhängen kann, dass die Kompensation erst dieser Spannung aufaddiert wird.







Abbildung 4.11.: Reglerausgangsspanungen  $u_a$ ,  $u_b$  und  $u_c$  für n=100rpm mit Repetitive Controller oder klassischer Kompensation

Der Phasenstrom  $i_1$  wird noch einmal überlagert für eine Periode bei Verwendung des Repetitive Controllers, der Kompensation und der dritten Harmonischen dargestellt. Der Strom hat fast gleich große Welligkeit wie ohne Zusatzmaßnahmen. Ein sehr gutes Ergebnis liefert nur der Repetitive Controller alleine. Eine Kombination mit der Kompensation verschlechtert die Verläufe wegen der falschen Einstellung davon. Aber auch für den Fall der richtigen Konfiguration würden wohl die Ergebnisse nicht gut sein. Das Einschalten der Harmonischen in Kombination mit dem Repetitive Controller führt zu Instabilität und wurde deshalb nicht eingefügt. Hier ist das noch nicht so eindeutig erkennbar, deshalb wird die Reglerausgangsspannung  $u_a$  in der darauffolgenden Abbildung 4.13 dargestellt.







Abbildung 4.12.: Phasenstrom  $i_1$  für n=100rpm bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. klassischer Kompensation

Es zeigt sich in der Abbildung 4.13, dass der gemeinsame Einsatz von Repetitive Controller und Kompensation fast denselben Verlauf der Spannung  $u_a$  wie ohne Zusatzregler zur Folge hat. Der Regler muss nach fertiger Ausregelung der Störung immer noch darauf reagieren. Für die klassische Kompensation kommen niedrige Spannungen mit ganz anderen Verläufen heraus. Diese arbeitete ja auch schon in den Simulationen ganz anders als die Repetitive Controller.







Abbildung 4.13.: Reglerausgangsspannung  $u_a$  für n=100rpm bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. klassischer Kompensation

#### 4.3.2.2. Variation des Verstärkungsfaktors

Für eine Variation des Verstärkungsfaktors  $k_r$  und eine höhere Drehzahl n = 300rpmist eine Periode des Stroms  $i_1$  dargestellt. Zu erkennen ist, dass die Stromverläufe für den ausgeschalteten Repetitive Controller (dunkelblau) und für das höchste  $k_r = 1, 4$ sehr wellig sind. Das System ist zwar noch nicht instabil, aber der Störregler ist zu sehr auf Performance eingestellt. Eine weitere geringe Erhöhung führt zu einem instabilen Verhalten. Dieses wurde hier nicht aufgenommen, da die Maschine für diesen Fall ( $k_r =$ 1,5) immer lauter wurde und sich innerhalb von ein paar Sekunden abgeschaltet hat.







Abbildung 4.14.: Phasenstrom  $i_1$  für n=300rpm bei Variation von  $k_r$ 

Für die Reglerausgangsspannungen zeigt sich dasselbe Bild. Während alle Kennlinien außer den blauen direkt übereinander liegen, sind diese versetzt. Das richtige  $k_r$  muss während des Betriebes eingestellt werden. Es zeigt sich, dass die theoretisch erreichbare Grenze von  $k_r = 2$  in der Praxis nicht möglich ist.







Abbildung 4.15.: Reglerausgangsspannung  $u_a$  für n = 100 rpm bei Variation von  $k_r$ 

### 4.3.2.3. Einseitiges Verändern von $k_r$

Als weiterer Test wurde für die gleiche Drehzahl eine asymmetrische Veränderung der  $k_r$  für den d- und q-Zweig vorgenommen. Das System war sowohl für Werte  $k_r = 0, 5$ , wie auch für  $k_r = 1.3$  stabil und lieferte brauchbare Ergebnisse (Abbildung 4.14). Wie aber zu erkennen ist, sind diese Kennlinien hier nicht mehr direkt übereinander. Es kommt zu einer leichten Phasenverschiebung gegenüber dem Fall mit zwei gleichen  $k_r$ , die auch eine schlechtere Störungsdämpfung zur Folge hat. Die Darstellung auf der Zeitachse ist für die Darstellung der Phasenverschiebung nicht die beste Möglichkeit.







Abbildung 4.16.: Phasenstrom  $i_1$  für  $n{=}~100rpm$  bei Variation von  $k_r$  in nur einer Stromreglerkomponente

Diese schlechtere Dämpfung ist im Verlauf der Spannungen  $u_a$  in der Abbildung 4.17 deutlicher erkennbar. Die Spannungskennlinien werden durch das einseitige Verstellen der  $k_r$  verrauscht. Dadurch steigen die Störungsverluste klarerweise an.







Abbildung 4.17.: Reglerausgangsspannung  $u_a$  für  $n{=}~100rpm$  bei Variation von  $k_r$  in nur einer Stromreglerkomponente

Schließlich ergibt sich auch für die Winkelabweichung ein ähnliches Bild. Diese ist bei den Stromwinkeln  $\pm 30^{\circ}$  und deren ganzzahligen Vielfachen durch die einseitige Konfiguration sehr viel größer geworden. Das  $k_r$  darf demnach nur gleichmäßig in beiden Komponenten eingestellt werden. Obwohl im q-Zweig die Störung meist größer ist und dort eine bessere Dämpfung gewünscht werden würde, bringt ein einseitiges Verändern keine Verbesserung.







Abbildung 4.18.: Winkelabweichung für n = 100 rpm bei Variation von  $k_r$  in nur einer Stromreglerkomponente

#### 4.3.2.4. Höhere Drehzahl

Es wurden auch noch ein paar weitere Versuche mit höherer Drehzahl durchgeführt, um die Stabilitätsgrenzen noch anschaulicher darstellen zu können. Deshalb wurde die Drehzahl auf n=300rpm eingestellt und der Fluss bei 0,08Vs belassen. Für  $k_r=1,5$  ist das System schon instabil und es kommt zu starken Ausschlägen. Die Winkelabweichung wird hier öfters und auch zu anderen Winkeln als bei n=100rpm groß. Auch die grüne Kennlinie mit  $k_r=1,4$  ist nicht mehr stabil und führt nach etwas längerem Betrieb zum Ausfall des Systems.







Abbildung 4.19.: Winkelabweichung für n=300rpm bei Variation von  $k_r$ 

Da die hellblaue instabile Kennlinie die weiteren bei einer Übereinanderlegung überdeckt hätte, sind die Stromverläufe für  $i_1$  versetzt zueinander in der Abbildung 4.20 dargestellt. Die rote und gelbe Kennlinie liefern die besten Ergebnisse. Für  $k_r \ge 1, 4$  sind die Stromverläufe schlecht. Die Auswirkungen der Nichtlinearitäten werden eher wieder verstärkt, dazu kommt massives Rauschen hinzu.







Abbildung 4.20.: Phasenstrom  $i_1$  für n=300rpm bei Variation von  $k_r$ 

Das einseitige Verändern der Verstärkungskonstante liefert auch hier sehr ähnliche Ergebnisse wie bei n = 100 rpm. Deshalb werden diese Diagramme nicht noch einmal in der Dokumentation angeführt. Die Spannung  $u_a$  für einen zu aggressiven Repetitive Controller und den gemeinsamen Gebrauch mit der klassischen Kompensation ist in der Abbildung 4.21 zu sehen. Beide bewirken, verglichen mit der blauen Kennlinie bei reiner Kompensation, leicht phasenverschobene Spannungen und Rauschen.







Abbildung 4.21.: Reglerausgangsspannung  $u_a$  für n=300rpm bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. klassischer Kompensation

Die Winkelabweichung ist speziell dann sehr groß, wenn das  $k_r$ zu groß gewählt wurde.







Abbildung 4.22.: Winkelabweichung für n=300rpm bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. klassischer Kompensation

#### 4.3.2.5. Abweichungen

Für zwei unterschiedliche Drehzahlen n=100rpm und n=300rpm werden die Abweichungen der Stromverläufe von der jeweils besten erreichten Störungsausregelung untersucht. Bei der Anwendung des Verstärkungsfaktors  $k_r=0,5$  verschwinden die Wölbungen in den Kennlinien zu einem großen Teil. Diese treten im Bereich der Stromnulldurchgänge und sechs Mal pro Umdrehung auf. Für eine Drehzahl n=300rpm ist die Auswertung in der Abbildung 4.23 dargestellt. Die größten Differenzen sind bei ausgeschaltetem Repetitive Controller (dunkelblaue Kennlinie) und dem zu großen  $k_r=1,3$  (violette Kennlinie) zu erkennen. Bei einem zu großem  $k_r$  sind zwar nicht mehr die Wölbungen durch die Umrichternichtlinearitäten, aber Phasenverschiebungen der Ströme vergliche mit den grünen und blauen Verläufen zu sehen. Dort ist der Repetitive Controller ausgeschaltet bzw. das  $k_r$  nicht zu groß gewählt.







Abbildung 4.23.: Abweichung von  $i_1$ bei Variation des Verstärkungsfaktors  $k_r$ vom Stromverlauf für $k_r\!=\!0,5$  und n=300 rpm

Für den Fall n = 100rpm wird das  $k_r$  in der Abbildung 4.24 stärker variiert, da dies bei dieser niedrigeren Drehzahl möglich ist. Für n = 300rpm schaltet sich das System hingegen nach wenigen Sekunden mit zu großem  $k_r$  ab. Überschreitet der Verstärkungsfaktor den Wert  $k_r = 1, 3$ , so wird die Stromkurve immer verrauschter. Ein zu großes  $k_r$ und auch die Zusammenschaltung mit der Kompensation führen zu Verschiebungen der Phasenlagen gegenüber den Kennlinien bei gut gewählten Verstärkungskonstanten (in diesem Fall  $k_r < 1, 3$ ). Die Ergebnisse für die klassische Kompensation sind wegen der nicht korrekten Einstellung klarerweise schlechter als mit Repetitive Controller







Abbildung 4.24.: Abweichung von  $i_1$ bei Variation des Verstärkungsfaktors  $k_r$ vom Stromverlauf für $k_r = 0,5$  und n = 100 rpm

Die Frage, welche Spannungen vom Regler ausgegeben werden müssen, damit die Ströme am Ausgang möglichst störungsfrei sind, wird in den folgenden drei Abbildungen erstmals kurz betrachtet. In der Abbildung 4.24 sind die Ergebnisse für n = 100rpm und zwei unterschiedliche  $k_r$  abgebildet. Der mittlere Plot zeigt die Verläufe der drei Phasenströme  $i_1$  bis  $i_3$ , wobei dieser nicht explizit gemessen, aber aus den zwei anderen Strömen berechnet wurde. Hier ist auch sehr einfach zu erkennen, dass die Störungen knapp vor den sechs Stromnulldurchgängen auftreten. Die Spannungskurven mit Repetitive Controller (grün und rot) unterscheiden sich in diesem Fall außerhalb dieser Bereiche nur geringfügig von jener ohne (blau).







Abbildung 4.25.: Abweichung der Spannung  $u_a$  bei Variation des Verstärkungsfaktors  $k_r$  vom Verlauf bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für n = 100 rpm

Bei der höheren Drehzahl unterscheiden sich die Spannungskurven mit eingeschaltetem Repetitive Controller nur sehr wenig voneinander. Sie haben im Gegensatz zur Messung bei n = 100 rpm aber einen deutlich abweichenden Verlauf verglichen zur Spannungskennlinie ohne Repetitive Controller oder Kompensation.







Abbildung 4.26.: Abweichung der Spannung  $u_a$  bei Variation des Verstärkungsfaktors  $k_r$  vom Verlauf bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für n = 300 rpm





## 4.4. Odd-Harmonic Repetitive Controller

In den beiden Ausarbeitungen in den Artikeln [72] und [30] hat dieser Regler gute Ergebnisse für Umrichter erzielt. Der vor allem durch Schnelligkeit und Einfachheit bestechende Regler auch an der realen Maschine ausgetestet. Für zwei unterschiedliche Drehzahlen wurde der Test durchgeführt und dabei der Verstärkungsfaktor des Repetitive Controllers variiert. Schon für n = 100 rpm in der Abbildung 4.27 ist der Odd-Harmonic Repetitive Controller tatsächlich nicht in der Lage, die Störung wirksam auszuregeln. Wie in der Simulation hat diese neben der Grundschwingungsfrequenz und den ungeradzahligen auch geradzahlige Harmonische, die hier nicht gedämpft werden können. Bezogen wird die Abweichung auf die Grundschwingung des Phasenstroms.



Abbildung 4.27.: Verlauf des Stroms  $i_1$  und Abweichungen zur Grundschwingung für den Odd-Harmonic Repetitive Controller und n = 100rpm

Für die Anwendungen im Rahmen dieser Masterarbeit und am verwendeten Laborprüfstand ist dieses Regelungsverfahren leider nicht brauchbar.

# 4.5. High Order Repetitive Controller

Der HORC liefert, verglichen mit Standard Repetitive Controller, zumeist leicht schlechtere Ergebnisse in Hinblick auf die Dämpfung und transientes Verhalten, punktet aber mit Robustheit. Sollte das Standarddesign bei einem anderen Prüfstand mit stärkerem





Rauschen oder Periodendauerschwankungen nicht funktionieren, so bieten sich die beiden ausgetesteten Varianten oder eine Kombination davon an.

## 4.5.1. Period Time Robust HORC

Wie schon in der Simulation funktioniert der auf Periodendauerschwankungen optimierte HORC nicht am realen Prüfstand. Schon nach wenigen Sekunden im Betrieb muss das instabil werdende System abschalten. Vermutlich hat dieser Regler sehr starke Probleme mit Rauschen und funktioniert daher kaum in der Praxis.

## 4.5.2. Noise Robust HORC

Der zweite Regler, der auf starkes Rauschen und Störungen bei Zwischenfrequenzen optimiert wurde, läuft hingegen stabil. Bei variierter Ordnung p und n=100rpm sind die Ergebnisse für p=2 bis p=5 ziemlich gleich. Für p=1 wird die Störung am besten kompensiert, wobei das bekanntlich ein Standard Repetitive Controller ist. Der Verstärkungsfaktor ist für alle Fälle  $k_r=1$ . Dieser darf für die optimierten Gewichtungskoeffizienten während des Betriebs nicht adaptiert werden. Für Online-Anpassungen, ausgenommen der Änderung der Ordnung, muss somit immer ein Problem der linearen Programmierung gelöst werden. Dies geht zwar mit Hilfe von MATLAB relativ schnell und effizient, ist aber viel aufwändiger als eine Veränderung des Frequency Adaptive Repetitive Controllers.



Abbildung 4.28.: Verlauf des Stroms  $i_1$  und Abweichungen zur Grundschwingung für den Noise Robust HORC und n=100rpm





Auch bei der höheren Drehzahl sind keine nennenswerten Probleme zu erkennen (4.29). Die Stromverläufe sind wieder relativ ähnlich, wobei der HORC schlechter abschneidet als das Standarddesign mit p=1.



Abbildung 4.29.: Verlauf des Stroms  $i_1$  und Abweichungen vom störungsfreien Verlauf für den Noise Robust HORC und  $n{=}~500 rpm$ 

Abschließend wird für dieses Design in der Abbildung 4.30 die Schnelligkeit untersucht. Sämtliche Verläufe wurden nach Einschalten des HORC's aufgenommen. Es ist anhand der vertikalen Linien gut zu erkennen, wie sich die Ordnung p auf die transienten Eigenschaften des Regelkreises auswirkt. Wird p um 1 erhöht, so dauert es jeweils um eine Periode länger, bis der Regler seinen Wert am Ausgang erneuert. Die vertikalen Linien zeigen die Zeitpunkte, zu welchen die Stromverläufe fertig eingeschwungen sind und sich kaum noch in ihrer Amplitude oder Form verändern.







Abbildung 4.30.: Transientes Verhalten des Noise Robust HORC bei n = 500 rpm

## 4.6. Online Frequency Adaptive Repetitive Control

Zur Erstellung der geforderten Diagramme sind eine relativ große Anzahl an Messungen durchzuführen. Für jeden stationären Betriebspunkt muss die Störungsperiodendauer bei ausgeschaltetem Repetitive Controller vorab durch eine Messung des Transformationswinkels  $\alpha$  bestimmt werden. Mit dieser Störungsperiode werden eine neue Länge der Verzögerungskette und der FIR-Filter für die Approximation einer nicht ganzzahligen Verzögerung 1. Ordnung für die Memory Loop berechnet. Da dies bisher immer offline geschehen ist, musste der Regler immer wieder komplett neu auf das dSPACE System DS1103 gespielt werden. Dies ist ziemlich zeitaufwendig und für große Messreihen unbrauchbar. Eine Online Lösung würde hier eine große Hilfe darstellen. Im Gegensatz zum High Order Repetitive Controller, wo ein Problem der linearen Programmierung gelöst werden muss, kann der zusätzliche FIR-Filter des Frequency Adaptive Repetitive Controllers mit wenigen Additionen und Multiplikation neu erstellt werden.





## 4.6.1. Bestimmung der Störungsperiodendauer



Abbildung 4.31.: Blockschaltbild zur Online-Berechnung der Störungsperiodendauer  $T_{dist}$  und der Verzögerungskettenlänge  $N_{dist}$ 

Der Transformationswinkel  $\alpha$  wird zur Berechnung der Störungsperiodendauer benötigt. Dieser Winkel und seine negative Ableitung  $\dot{\alpha}$  sind für eine Messung bei n=500rpmals Funktionen der Zeit t dargestellt (Abbildung 4.32). Die rote Kennlinie ist sehr wellig und würde ohne weitere Filtermaßnahmen zu großen Schwankungen bei den weiteren Berechnungen führen. Ein sinnvolles Einstellen des Repetitive Controllers wäre damit nicht möglich, da die Störungsperiodendauer nur um sehr wenig vom tatsächlichen Wert für brauchbare Ergebnisse abweichen darf. Deshalb muss die Ableitung des Transformationswinkels gefiltert werden.







Abbildung 4.32.: Ungefilteter Verlauf von  $\alpha$  und  $-\dot{\alpha}$ 

Eine Methode zur Filterung hierfür wurde vom Betreuer zur Verfügung gestellt. In dieser wird  $\frac{d\alpha}{dt}$  über eine ganze Anzahl von Perioden gemittelt.

### 4.6.2. Implementierung für Online Berechnungen

In der Online-Implementierung werden die Länge der Verzögerungskette und das Nennerpolynom des zusätzlichen FIR-Filters bei Betrieb verändert. Diese sind nicht mehr fix, sondern Eingänge der Funktion (Abbildung 4.33). Der zweite FIR-Filter H(z) ist unabhängig von der Störungsperiodendauer und braucht nicht bei Betrieb verändert zu werden. Die Filterfunktion  $G_x(z)$  ist nur von den Übertragungsfunktionen des PI-Reglers und der Strecke abhängig. Manuell bei Betrieb kann der Verstärkungsfaktor  $k_r$  eingestellt werden, der hier als Eingang der Multiplikation nach der Memory Loop eingebaut wurde.







Abbildung 4.33.: Frequency Adaptive Repetitive Controller für eine Stromkomponente

Die benötigten Parameter für den Repetitive Controller werden mit einer Hilfsfunktion bereitgestellt, wobei zwischen der offline vorab berechneten Konfiguration und den Online Parametern gewählt werden kann (Abbildung 4.34). Eine Vorab-Konfiguration ist sinnvoll, um Fehlern beim Programmstart vorzubeugen, aber nicht unbedingt notwendig. Der Block Lagrange-Filter filtert nicht, sondern berechnet lediglich die Filterkoeffizienten.



Abbildung 4.34.: Hilfsfunktion zur Berechnung der FARC-Parameter

Der Einfachheit halber werden die Polynome des FIR-Filters für eine vorab definiert Ordnung p = 3 berechnet. Diese garantiert eine sehr gute Approximation des Verhaltens einer Verzögerung 1. Ordnung bis zumindest 75% der Nyquist-Bandbreite. Zudem stellt die Berechnung von vier Koeffizienten für das dSPACE System bei Betrieb kein Problem dar. Die Approximationsformel kann wegen der fest vorgegebenen Ordnung vorab angegeben werden. Die addierten und multiplizierten Werte bleiben konstant und können fix vorgegeben werden. Keine andere Form des Repetitive Controllers ist bei vergleichba-





rer Auflösung online so leicht und schnell updatebar wie diese bei gleicher oder besserer Funktionalität. Da beide Stromregler die gleichen Übertragungsfunktionen besitzen, sind die Parameter für sie dieselben und müssen nur einmal berechnet werden.



Abbildung 4.35.: Berechnung der Lagrange Filterfunktion

Der Stromregler für eine Komponente ist im Anhang dargestellt (Abbildung A.1), da es keine großen Veränderungen im Gegensatz zu den bisherigen Entwürfen gibt.

## 4.6.3. Kontrolle der Funktion über großen Drehzahlbereich

Mit der Online-Implementierung beschleunigt sich der Messvorgang enorm. Deshalb wird der Regler für einen großen Drehzahlbereich von  $\pm 2000 rpm$  im Leerlauffall ausgetestet. Es wird überprüft, ob die Drehzahl einen Einfluss auf die Funktion und Stabilität des Regelkreises hat. Da eine weitere Nutzung des Repetitive Controllers nach dieser Masterarbeit geplant ist, muss er in diesem Bereich problemlos funktionieren. Desweiteren wird überprüft, ob die Drehrichtung wider Erwarten Auswirkungen auf die Ergebnisse hat. Der Verstärkungsfaktor  $k_r$  wird für alle Tests konstant auf 0,7 eingestellt. Der Übersichtlichkeit halber sind pro Abbildung nur sieben Drehzahlen in 100rpm-Schritten dargestellt. So lassen sich Größen unterschiedlicher Periodendauern übereinanderlegen und leichter vergleichen. Für Solldrehzahlsprünge musste die klassische Kompensation eingeschaltet werden, da das System ansonsten aufgrund von Grenzwertüberschreitungen abgeschaltet hat.

Die Abbildungen 4.36 und 4.37 zeigen die Ergebnisse für n = 100 bis 700rpm und n = -100 bis -700rpm. Es sind keine nennenswerten Unterschiede zu erkennen. Die Dämpfung der Störung ist in allen Fällen sehr gut.







Abbildung 4.36.: Eine Periode des Stromes  $i_1$  für Drehzahlen von  $n{=}~100$  bis 700 rpm mit  $k_r{=}~0,7$






Abbildung 4.37.: Eine Periode des Stromes  $i_1$  für Drehzahlen von n = -100 bis -700 rpm mit  $k_r = 0, 7$ 

Das selbe Ergebnis folgt auch für die nächsthöheren eingestellten Drehzahlen (Abbildungen A.2 und A.3). Diese beiden Abbildungen sind der Übersichtlichkeit halber in den Anhang platziert worden.

Auch für die höchsten gemessenen Drehzahlbereiche sind kaum noch Störungen mit freiem Auge zu erkennen (Abbildungen 4.38 und 4.39). Das  $k_r$  kann auch bei höheren Drehzahlen mit 0,7 relativ groß gewählt werden.







Abbildung 4.38.: Eine Periode des Stromes  $i_1$  für Drehzahlen von  $n{=}~1500$  bis 2000rpm mit  $k_r{=}~0,7$ 







Abbildung 4.39.: Eine Periode des Stromes $i_1$  für Drehzahlen von  $n{=}-1500$  bis-2000rpmmit $k_r{=}0,7$ 

#### 4.6.4. Spannungs- und Stromortskurven

#### 4.6.4.1. Leerlauf

Schöne Darstellungen der Dämpfungsfähigkeit bieten Stromortskurven der Raumzeiger der Phasenströme. Damit eine Ortskurve erhalten wird, muss der Stromraumzeiger mit Hilfe der Transformationsmatrix T berechnet werden. Die Stromortskurve ohne und mit Repetitive Controller ist für eine willkürlich gewählte Drehzahl n=300rpm in der Abbildung 4.40 zu sehen. Die blaue Ortskurve des Stromes ist jene ohne den Plug-In Repetitive Controller. Es sind die sechs Wölbungen zu den Störungen bei den Stromnulldurchgängen zu erkennen. Dadurch weicht die Ortskurve in diesen Bereichen von der störungsfreien Kreisform ab. Für die Versuche mit variierten Verstärkungskonstanten sind die Ergebnisse nahezu perfekte Kreise. Es könnte auch der Fall eintreten, dass die Wölbungen der Störungen nicht mehr vorhanden sind, aber die Ortskurven dafür ellipsenförmig werden. Die Gründe dafür würden in den Asymmetrien der drei Phasen liegen.







Abbildung 4.40.: Ortskurve des Stromes  $i_1$  für eine Drehzahl $n{=}~300rpm$  und unterschiedliche  $k_r$ 

Besser vergleichbar sind die Darstellungen des Betrags des Stromzeigers (Abbildung 4.41) und der Winkelabweichung (Abbildung 4.42) gegenüber  $\omega t$ über dem Winkel des Stromraumzeigers .







Abbildung 4.41.: Betrag des Stromraumzeigers als Funktion des Stromraumzeigerwinkels im Leerlauf für eine Drehzahln=300rpm und unterschiedliche  $k_r$ 







Abbildung 4.42.: Winkelabweichung gegenüber  $\omega t$  als Funktion des Stromraumzeigerwinkels im Leerlauf für eine Drehzahl n=300rpm und unterschiedliche  $k_r$ 

Die Ortskurve der Spannung und damit der Stellgröße für die Phase a ist in der Abbildung 4.43 dargestellt. In dieser ist deutlich zu erkennen, dass die Störung in der Stellgröße nicht verschwindet. Dies ist wieder mit der Struktur des Systems zu erklären. Die von den Repetitive Controllern modifizierten Regelabweichungen als Eingänge der PI-Regler enthalten schon die Störung und deshalb muss sie Teil der Ausgangssignale der Stabilisationsregler sein.







Abbildung 4.43.: Ortskurve der Spannung  $u_a$  für eine Drehzahl n=300rpm und unterschiedliche  $k_r$ 

#### 4.6.4.2. Generatorische und motorische Belastung

Eine weitere Untersuchung ist jene, ob sich bei Änderung des Belastungszustandes auch die Form der Ortskurven ändern. Dafür werden bei konstanter Drehzahl die Messergebnisse aus Leerlauf- mit jenen bei Belastungsversuchen mit jeweils eingeschaltetem Repetitive Controller verglichen. Vor dem Sollwertsprung der Drehzahl der Asynchronmaschine wird hierzu der Umrichter der Gleichstrommaschine aktiviert. Anschließend wird die Solldrehzahl der Asynchronmaschine eingestellt und nach dem fertigen Erreichen des Sollwertes mit der Gleichstrommaschine belastet. Für den generatorischen Fall wird ein positiver Strom  $I_a = 15A$  im stromgeregelten Betrieb der Gleichstrommaschine vorgegeben. Im motorischen Belastungspunkt wird ein negativer Strom  $I_a = -15A$  eingestellt. Die Ortskurve des Stromraumzeigers für n = 300rpm ist in der Abbildung 4.44 abgebildet. Die Kreisform bleibt in den Belastungspunkten erhalten, die Amplitude des Raumzeigers wird größer. Im motorischen Fall ist sie am größten. Wenn die Umrich-





ternichtlinearität durch eine statische Kennline dargestellt werden könnte, müsste bei idealer Regelung die Betragsänderung der Spannungsortskurve immer gleich aussehen. Fluss, Strom und Frequenz bestimmen den Radius des Spannungskreises. Die Umrichternichtlinearität bestimmt die Abweichungen davon.



Abbildung 4.44.: Ortskurve des Stromraumzeigers  $i_s^S$  für eine Drehzahl n=300rpm im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung

Die Winkelabweichung für n = 300 rpm ist in der Abbildung 4.45 dargestellt. Im Leerlauffall ist die Winkelabweichung größer als in den beiden Belastungspunkten. Die großen Abweichungen in den Stromnulldurchgängen durch die Umrichternichtlinearitäten sind noch zu erkennen, aber doch gedämpft.







Abbildung 4.45.: Winkelabweichung gegenüber  $\omega t$  als Funktion des Stromraumzeigerwinkels für eine Drehzahl n=300rpm im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung

Der Betrag des Stromraumzeigers wird mit steigender Belastung größer. In der Abbildung 4.46 sind die Schwankungen jedoch schwierig zu erkennen, da die Stromraumzeiger bei Leerlauf und Belastung unterschiedlich groß sind.







Abbildung 4.46.: Betrag des Stromraumzeigers als Funktion des Stromraumzeigerwinkels für eine Drehzahl n=300rpm im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung

Für n=2000rpm arbeitet der Repetitive Controller nicht mehr so gut (Abbildung 4.47). Zu den Nulldurchgängen der Ströme wird die Abweichung merklich größer.







Abbildung 4.47.: Winkelabweichung gegenüber  $\omega t$  als Funktion des Stromraumzeigerwinkels für eine Drehzahl n=2000rpm im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung

Die Ortskurven für die dazugehörigen Spannungsraumzeiger (Abbildungen 4.48 und 4.49) unterscheiden sich in ihren Eigenschaften von jenen der Stromraumzeiger deutlich. Die geringsten Radien und damit Amplituden treten im generatorischen, die größten im motorischen Betrieb auf. Je höher die Amplitude, desto geringer fallen die Wölbungen durch die Umrichternichtlinearitäten aus. Sind sie zwar in allen Fällen vorhanden, doch beim motorischen Betrieb am wenigsten stark ausgeprägt. Bei der niedrigeren Drehzahl sind sie stärker zu sehen als bei der höheren. Die Formen sind zwar noch nicht kreisförmig, aber zumindest kreisähnlicher.







Abbildung 4.48.: Ortskurve des Spannungsraumzeigers  $u_s^S$  für eine Drehzahl n=300rpm im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung







Abbildung 4.49.: Ortskurve des Spannungsraumzeigers  $u_s^S$  für eine Drehzahl n=2000rpm im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung

# 5. Kennlinien zur Kompensation der Umrichternichtlinearität

## 5.1. Einleitung

Das zuvor reichlich ausgetestete Regelungskonzept Repetitive Control wird in diesem Kapitel dazu verwendet, um Kennlinien zur besseren Kompensation der Störungen durch die Umrichternichtlinearität aufzunehmen. Diese Diagramme sollen darstellen, wie der Pulsperiodenmittelwert des Spannungsabfalls am Umrichter bei gestörten bzw. störungsarmen Stromverläufen aussieht. Die Eingangsspannungen des Umrichters sind zugleich jene Spannungen, die der Regler  $G_c(z)$  als Stellgrößen bereitstellen müsste. Es sollen Abhängigkeiten von der Drehzahl und Belastungsart (Leerlauf, motorische und generatorische Belastung) untersucht werden.

## 5.2. Messungen

#### 5.2.1. Aufbau

Für die Erstellung der Diagramme werden Leerlauf- und Belastungsversuche durchgeführt. Der Aufbau aus der Abbildung 4.1 wird erweitert zu jenem in der Abbildung 5.1. Es kommt zusätzlich das Leistungsmessgerät N5000 von Fluke zum Einsatz. Mit diesem werden spannungsrichtig die Phasenströme und Spannungen gegen  $U_{ZK,-}$  gemessen. Als Signalprozessorsystem wird im Belastungsfall das DS1005 verwendet. Diese Umstellung ist aufgrund von Problemen bei den Strommessungen im Belastungsfall mit dem DS1103 notwendig geworden. Gemessen werden die Ströme  $I_a$  und  $I_e$  der Gleichstrommaschine, zwei Phasenströme  $i_1$  und  $i_2$ , die Zwischenkreisspannung  $U_{ZK}$ , der vom Lagegeber ermittelte mechanische Winkel  $\varphi_{mech}$  und die Synchronisationsspannung  $u_{sync}$ des Funktionsgenerators. Die Reglerparameter der PI-Regler bleiben die gleichen wie in den Tabellen 4.1 und 4.2.



Abbildung 5.1.: Messaufbau zur Bestimmung der Kennlinien zur Kompensation der Umrichternichtlinearität

Der Messvorgang ist einphasig für die erste Halbbrücke in der Abbildung 5.2 dargestellt. Die beiden Amperemeter der Messgeräte sind in Serie zueinander eingebaut, wobei das N5000 Leistungsmessgerät nahe am Umrichter liegt. Die Spannungen werden nicht zur Maschine, sondern gegen  $U_{ZK,-}$  gemessen. Am Innenwiderstand des Umrichters entsteht ein stromabhängiger Spannungabfall  $\overline{\Delta u}$ . Dieser sollte idealerweise für den ersten Zweig des Umrichters nur vom Strom  $i_1$  abhängig sein (Gleichung 5.1). Eine Abhängigkeit von  $\overline{i_1}$  oder  $\overline{u_{1,Soll}}$  sollte nicht vorhanden sein. Durchaus können aber die Temperatur, Zwischenkreisspannung, parasitäre Kapazitäten oder auch das Tastverhältnis  $d_1$  Einfluss auf  $\overline{\Delta u}$  haben. Die Spannung  $\overline{u_{1,Soll}}$  wird aus der Multiplikation der Zwischenkreisspannung und des Tastverhältnisses  $d_1$  erhalten (Gleichung 5.1).



Abbildung 5.2.: Messung einphasig dargestellt

In der Gleichung 5.1 sind die Größen Mittelungen über die Pulsperioden.

$$\overline{\Delta u} = \overline{u_{1,Soll}} - \overline{u_1} = U_{ZK} \cdot d_1 - \overline{u_1} \stackrel{!}{=} f(i_1, U_{ZK}, \vartheta, C_{par}, d_1)$$
(5.1)

#### 5.2.2. Synchronisation der Messgeräte

Da beide Messgeräte eigene Zeitbasen verwenden wird für die nachträgliche Synchronisation der aufgezeichneten Signale ein Funktionsgenerator eingebaut. Dieser liefert die sinusförmige Spannung  $u_{sync}$ , die von beiden Messsystemen aufgezeichnet wird. Mit einer steigenden Flanke der Spannung wird der Messvorgang jeweils gestartet.

Das Ändern der Abtastzeit ermöglicht es, dass pro Messpunkt mit dem dSPACE System eine ganzzahlige Anzahl an Messwerten mit dem Power Analyzer aufgenommen werden kann. Für die bisher verwendete Abtastfrequenz  $T_s = 200\mu s$  ist dieser Wert nicht ganzzahlig (51,3). Durch eine Veränderung auf  $T_s = 187, 5\mu s$  ergeben sich genau 48 Messpunkte. Ohne Repetitive Controller müssten die PI-Regler nicht neu entworfen werden, da so eine geringe Abweichung der Abtastzeit keine großen Auswirkungen auf die Stabilität haben würde. Weil die Repetitive Controller jedoch von den Reglerübertragungsfunktionen und der Abtastzeit abhängen, muss ein neues Design erfolgen. Ohne genaues Einstellen der Länge der Verzögerungsketten ist die Funktion der Regler stark eingeschränkt.

### 5.2.3. Probleme mit dem DS1103 dSPACE System

Bei den Belastungsversuchen traten Probleme mit dem bisher verwendeten dSPACE System DS1103 auf. Sobald der Ankerstrom der Gleichstrommaschine 10A überschritt, kam es zu starken Störungen bei den Messergebnissen. Diese äußerten sich in verrauschten Maxima und Minima der Phasenströme  $i_1$  und  $i_2$ . Bei weiterer Erhöhung schaltete zudem



das System ab. Eine leichte Besserung brachte das Verändern der Erdungsanschlüsse. Die erste Vermutung der Ursache lag in einer falsch eingestellten Zeit  $t_{shift}$ . Diese legt die Interrupt Position bei der Messung im Verhältnis zum Start der Pulsperiode fest. Eine Änderung dieser Größe, sie bewegt sich im Mikrosekunden-Bereich, brachte jedoch keine Verbesserung. Deshalb wurde auf das dSPACE System DS1005, welches ursprünglich für die Versuche vorgesehen war, zurückgegriffen. Im Simulink Koppelplan sind hier nur geringfügige Änderungen vorzunehmen. Der größere Aufwand liegt in der bereits zuvor beschriebenen Synchronisation der Messgeräte.

#### 5.2.4. Probleme mit anderer Abtastzeit

Bei der Anwendung des Repetitive Control Systems mit einer Abtastzeit  $T_s = 187, 5\mu s$ sind die Ergebnisse für die Entstörung der Phasenströme nicht so gut wie mit 200 $\mu s$ . Deshalb wird diese Konfiguration in der Simulation noch einmal überprüft. In der Abbildung 5.3 ist aber zu sehen, dass die Störungsunterdrückung dort um einiges besser als am tatsächlichen Prüfstand funktioniert. Sehr wichtig im Design für die reale Maschine ist immer, dass der Drehzahlregler nicht zu schnell ist, da es sonst zu Grenzwertüberschreitungen des Drehmoments kommen kann. Nach so einer Überschreitung schaltet sich das System ab.



Abbildung 5.3.: d-Komponente des Stromes in der Simulation für  $T_s = 187, 5\mu s$ 

#### 5.2.5. Ergebnisse

Zur Erstellung der Kennlinien werden Leerlauf-, aber auch motorische und generatorische Belastungsversuche bei unterschiedlichen Drehzahlen durchgeführt. Für die Kennlinien werden zwei Drehzahlen n=300rpm und n=2000rpm für die drei Fälle betrachtet. Verglichen werden zudem die Ergebnisse bei ein- und ausgeschaltetem Repetitive Controller.

#### 5.2.5.1. dSPACE

Zum Interruptzeitpunkt wird die Strommessung ausgelöst. Dies liefert den Abtastwert  $i_k$ . Mit diesem wird während der Rechenzeit die neue Sollspannung  $u_k$  berechnet. Diese Sollspannung wird dem Pulsweitenmodulator übergeben, der sie im (k+1)-ten Intervall ausgibt. Der Interruptzeitpunkt wird innerhalb einer Pulsperiode mittels  $t_{shift}$  bestimmt. Steht  $u_k$  nicht vor Ablauf der aktuellen Pulsperiode zur Verfügung, so wird  $u_k$  erst in der (k+2)-ten Pulsperiode ausgegeben. Damit kann es, abhängig von der Wahl von  $t_{shift}$  und der benötigten Rechenzeit, zu einer unerwartet großen Verzögerung der Ausgabe kommen. Durch geeignete Wahl des Interruptzeitpunktes wird versucht den schaltfrequenten Wechselanteil in der Strommessung auszublenden (Messung beim Nulldurchgang dieses Wechselanteiles). Es wird also im Allgemeinen versucht  $t_{shift}$  so einzustellen, dass die Strommessung zu Beginn der Pulsperiode oder in deren Mitte stattfindet. Gelingt dies nicht, so enthält der Messwert je nach augenblicklichem Tastverhältnis mehr oder weniger von diesem Wechselanteil. Zur Kompensation der Umrichternichtlinearität mittels Kennlinie wird aus den abgetasteten Strömen der Strömraumzeiger berechnet. Dieser wird anhand einer vorgebbaren Verzögerungszeit  $T_v$  und der augenblicklichen Statorfrequenz  $\dot{\alpha}$  um den Winkel  $\dot{\alpha}T_v$  vorgedreht. Dieser vorgedrehte Stromraumzeiger wird wieder auf Stranggrößen zurücktransformiert und damit wird aus der Kompensationskennline der Spannungswert für die Kompensation entnommen. Damit hat der Messzeitpunkt (Stromripple), die Verzögerungszeit  $T_v$ , die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\alpha}$  Kennlinie Einfluss auf die Kompensationsspannung. Die Pulsperiodendauer und zugleich Reglerabtastperiode ist  $T_s = 187, 5\mu s.$ 





Abbildung 5.4.: Auslösung des Interrupts und Berechnung der neuen Spannung in der k-ten Pulsperiode. Diese Spannung wird in der (k+1)-ten Pulsperiode ausgegeben.

#### 5.2.5.2. N5000

Vom Leistungsmessgerät N5000 wurden mit einer Abtastperiode von 3,90625 $\mu s$  Spannungen und Ströme gemessen. Beide Messsysteme verwenden eigene Zeitbasen. Daher wird von beiden Systemen ein gemeinsames sinusförmiges Signal gemessen, anhand dessen die Aufzeichnungen synchronisiert werden können. Damit ist es möglich den dSPACE-Spannungssollwert der zeitlich zugehörigen vom N5000 gemessenen Umrichterausgangsspannung zuzuordnen. Anhand dieses Sollwertes (verwendet wird das Solltastverhältnis und die vom dSPACE-System gemessene Zwischenkreisspannung) und der vom N5000 gemessenen Größen Umrichterausgangsspannung und Ausgangsstrom wird der über die jeweilige Pulsperiode gemittelte Spannungsabfall am Umrichter berechnet. Aufgrund eines Offsets von ca. 0,7 V in der dSPACE-Zwischenkreisspannungsmessung kommt es zu einer vertikalen Verschiebung der gezeigten Kennlinien.





Abbildung 5.5.: Spannungsabfall an Halbbrücke 1, Pulsperiodenmittelwerte, cyan: Leerlauf ohne RC, blau: Leerlauf RC, grün: generatorisch RC, rot: motorisch RC, schwarz: Kompensationskennlinie+0.7V, n = 300 rpm





Abbildung 5.6.: Spannungsabfall an Halbbrücke 1, Pulsperiodenmittelwerte, blau: Leerlauf RC, grün: generatorisch RC, rot: motorisch RC, n = 2000rpm

Die Abbildung 5.7 zeigt für den motorischen Betriebsfall bei n = 2000 rpm keine wesentliche Abhängigkeit von der Form des Stromes. Dies trifft auch auf die cyane und blaue Kennline aus der Abbildung 5.5 zu.





Abbildung 5.7.: Spannungsabfall an Halbbrücke 1, Pulsperiodenmittelwerte, cyan: motorisch ohne RC, rot: motorisch RC, n = 2000 rpm

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Masterarbeit startete mit einer umfangreichen Literaturrecherche. Mit Hilfe dieser wurde eine theoretische Arbeit und Zusammenfassung als Basis für den folgenden praktischen Teil erstellt. Nach einer Beschreibung der zu unterdrückenden Nichtlinearitäten des Umrichters, wurde die bisher am Institut verwendete klassische Kompensation kurz beschrieben. Die mathematischen Grundlagen und die Idee von Repetitive Control wurden als Nächstes zusammengefasst. Darauffolgend sind die grundlegenden zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Entwürfe, auf welche fast sämtliche Anwendungen aufbauen, beschrieben. Applikationen mit Umrichtern und die dabei möglicherweise entstehenden Probleme und Einschränkungen waren die anschließenden Themen. Lösungsansätze dafür wurden angeführt und deren Vor- und Nachteile diskutiert. Die Erkenntnisse aus der Literaturausarbeitung wurden abschließend zusammengefasst.

Im praktischen Teil wurden zahlreiche Entwürfe, Simulationen und Tests am Laborprüfstand durchgeführt. Schrittweise wurde die Komplexität der Systeme und Störungen erhöht. Begonnen wurde mit einem simplen einphasigen PT1-Glied mit überlagerter sinusförmiger Störung geringer, bekannter und konstanter Frequenz. Dafür wurden einige Standard, Frequency Adaptive, Odd-Harmonic und High Order Repetitive Controller entworfen und simuliert. Außerdem mussten PI-Regler zur Stabilisation des Regelkreises designed werden.

Erweitert wurde die erste Konfiguration auf ein dreiphasiges PT1-Glied, bei welchem ein willkürliches Koordinatensystem verwendet wurde. Die Regelung erfolgte über zwei Komponenten, die via Transformationen in das dreiphasige System überführt wurden. Die Schwierigkeit der Störspannung wurde zudem wieder erhöht. Eine nicht von den geregelten Größen (zB. Strom) abhängige Rechteckspannung galt es zu kompensieren. Ein Rechtecksignal besitzt neben der Grundschwingung Oberschwingungen, die möglicherweise zu Instabilitäten und Fehlfunktionen im Regelkreis führen können.

Die nächste Erweiterungsstufe war der Einbau des Repetitive Controllers in das eigene Regelung elektrischer Antriebe Simulationsmodell aus dem Wintersemester 2012/13. Zuerst wurde der stromgeregelte Betrieb, dann die feldorientierte Regelung inklusive Fluss- und Drehzahlregler erzeugt. Den drei Eingangsspannungen des Umrichters wurden von den Vorzeichen der Phasenströme abhängige Störspannungen überlagert. Dies machte die Einstellung eines Arbeitspunktes mit konstanter Störungsperiodendauer und die messtechnische Bestimmung dieser notwendig.

Der Einbau in das aktuelle Regelung elektrischer Antriebe Simulationsmodell inklusive





modellierter Störung war die folgende Aufgabe. Diese modellierte Störung durch die Umrichternichtlinearität ist weder sinus-, noch rechteckförmig und dementsprechend oberschwingungsbehaftet.

Als Abschluss des Simulationsteils wurden diverse Abwandlungen des Repetitive Controllers ausgetestet. Der Frequency Adapative Repetitive Controller dient zur Verbesserung des sonst nur sehr groben Frequenzrasters. Eine genaue Einstellung war unbedingt notwendig für brauchbare Ergebnisse. Ein schnelleres Einschwingverhalten und geringeren Speicherbedarf lieferte der Odd-Harmonic Repetitive Controller, der aber nur für bestimmte Applikationen leistungsfähig war. Wider der Erwartungen aus der Literaturrecherche war dieser Regler für den Laborprüfstand nicht zu gebrauchen. Im Artikel [70] von Zhou, Yang und Blaabjerg, der als Literatur-Referenz verwendet wurde, funktionierte der einphasige Fall. Die Vermutung, dass die Dreiphasigkeit das Problem sein konnte, wurde durch den Artikel [72] von Jami, Latif, Yasin, Ria, Gulfam, Ahmed und Ali widerlegt. Hier funktioniert das selbe Schema ebenso für einen dreiphasigen Umrichter. Verbesserungen in der Robustheit gegenüber Periodendauerschwankungen oder Zwischenfrequenzen bzw. Rauschen brachte der auf linearer Programmierung basierende High Order Repetitive Controller. Das Optimierungsproblem und dessen komplexere Online-Implementierbarkeit, aber auch die Einbußen in der Leistungsfähigkeit zu Gunsten der Robustheit, waren Entscheidungsgründe diesen für die Aufnahme der abschließenden Kennlinien nicht zu verwenden.

Sämtliche Regler wurden nach Fertigstellung der Simulation an der realen Maschine am Laborprüfstand NW1 (NordWest 1) im EAM-Labor ausgetestet. Dabei wurden zahlreiche Unterschiede zwischen den theoretisch möglichen und praktisch erzielten Resultaten erkannt. Sinnvolle Parametereinstellungen, die Grenzen der Einstellbereiche und Einflüsse diverser Größen auf die Funktion wurden per Tests ermittelt und grafisch ausgewertet. Zur leichteren Bedienung wurden sämtliche Berechnungen und Einstellungen online implementiert. Dies machte die Aufnahme großer Messreihen sehr unkompliziert und schnell möglich.

Nach den umfangreichen Funktionstests folgten Messungen am Laborprüfstand, um Kennlinien der Spannung  $\overline{\Delta u}$  als Funktion des Pulsperiodenmittelwertes des Stromes  $\overline{i_1}$  aufzunehmen. Die Abhängigkeiten der Verläufe von der Versuchsart (Leerlauf oder Belastung) und der Drehzahl wurden untersucht. Dabei wurde herausgefunden, dass der Repetitive Controller keinen deutlich erkennbaren Einfluss auf diesen Zusammenhang hat.

Repetitive Controller haben sich für die weitere Verwendung im EAM Labor durchaus empfohlen. Die geregelten Stromverläufe sind besser als mit den bisher verwendeten Kompensationen. Eine Anwendung auf eine permanent magnetisierte Synchronmaschine mit einer sehr ausgeprägten Störung ist nach dieser Masterarbeit angedacht. Dafür wurde eine Vorlage für den einfachen Einbau in weitere Anwendungen gefertigt. Überraschend war, dass der Repetitive Controller die Regelabweichung beeinflusst und nicht am





Ausgang des PI Reglers eine Zusatzspannung bereitstellt. Dadurch sind in den Reglerausgangsgrößen die Kompensationsanteile zur Ausregelung der periodischen Störungen zu sehen. Dies hatte zur Folge, dass die Spannungs- im Gegensatz zur Stromortskurve keine Kreisform bei sehr guter Kompensation besaß. Kreisförmige Spannungs- bei gleichzeitig kreisförmigen Stromortskurven treten im allgemeinen Fall nicht auf. Zusammenfassend besticht dieser Regler mit seiner Einfachheit bei sehr guter Performance. Die Eigenschaft der Erweiterbarkeit bei schwierigeren Systembedingungen wie starkem Rauschen oder schwankenden und schwer messbaren Periodendauern bietet eine Vielzahl an Anwendungsmöglichkeiten.

Mich in dieses Thema einzuarbeiten, war relativ schwer, da viele der ersten Dokumente, auf welche alles Weitere aufgebaut war, nur in Japanisch zu finden waren. Schwierig war, dass in fast allen Fachartikeln andere Bezeichnungen für die gleichen Größen verwendet wurden. Bei der Erstellung der Masterarbeit mussten deshalb sehr oft Umbenennungen erfolgen, um die Übersichtlichkeit zu gewährleisten. Bilder aus Artikeln konnten für die Literaturrecherche aufgrund dieser Tatsache nie 1:1 übernommen werden. Nachdem die ersten Regler gut funktionierten, konnten die Erweiterungen schneller und erfolgreich geschafft werden.

# Abbildungsverzeichnis

2.1.	Spannungs- und Stromverläufe einer Phase des Umrichters ohne Totzeitkompensation
	(Artikel [3] von Ben-Brahim)
2.2.	Typische Struktur einer konventionellen Kompensation [3]
2.3.	Blockdiagramm eines geschlossenen Standard-Regelkreises
2.4.	Impulsfunktion $\delta(t)$ und Signalgenerator als Führungsgröße an geschlossenen Regel-
	kreis auf Basis von Buch [35] von Kositza, Fleck, Schlosser und Abel
2.5.	Zeitkontinuierliches Repetitive Control System
2.6.	Memory Loop des Repetitive Controllers
2.7.	Lage der Pole eines zeitkontinuierlichen Signalgenerators der Periodendauer $T_p$ auf
	Basis von Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano
2.8.	Betragsgang des Bodediagramms eines Repetitive Controllers
2.9.	Zeitkontinuierliches Repetitive Control System auf Basis von Artikel [23] von Hara,
	Yamamoto, Omata und Nakano
2.10.	Dem zeitkontinuierlichen Repetitive Control System äquivalentes System auf Basis von
	[23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano
2.11.	Struktur für das Small Gain Theorem
2.12.	Stabilitätskreise des zeitkontinuierlichen Repetitive Control Systems (Artikel [23] von
	Hara, Yamamoto, Omata und Nakano)
2.13.	Modifiziertes zeitkontinuierliches Repetitive Control System auf Basis von Artikel [23]
	von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano
2.14.	Dem modifizierten zeitkontinuierlichen Repetitive Control System äquivalente Struktur
	auf Basis von Artikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano
2.15.	Stabilitätskreise des modifizierten zeitkontinuierlichen Repetitive Control Systems (Ar-
	tikel [23] von Hara, Yamamoto, Omata und Nakano)
2.16.	Zeitdiskreter periodischer Signalgenerator auf Basis von Artikel [24]
2.17.	Verallgemeinertes zeitdiskretes Repetitive Control System auf Basis vom Artikel [24]
	von Tomizuka, Tsao und Chew
2.18.	Zeitdiskreter Repetitive Controller auf Basis von Artikel [34] von Costa-Castello, Nebot
	und Grino
2.19.	Memory Loop des Repetitive Controllers auf Basis von Artikel [34]
2.20.	Amplitudengang eines Repetitive Controllers (Artikel [34] von Costa-Castello, Nebot
	und Grino)
2.21.	Plattenlaufwerk mit Plug-In Repetitive Controller (Artikel [24] von Tomizuka, Tsao
	und Chew)
2.22.	Repetitive Controller mit komplexerem FIR-Filter (auf Basis von Artikel [40] von Teo
	und Fleming)





2.23.	Frequenzgang des Repetitive Controllers mit komplexerem FIR-Filter [40] von Teo und	-
	Fleming	53
2.24.	Add-On Repetitive Control System auf Basis von Artikel [57]	54
2.25.	Verallgemeinerter Repetitive Controller (auf Basis von Artikel [65]). Die Abbildung	
	zeigt nur einen Teil der Memory Loop.	55
2.26.	Betragsgang der Frequenzantwort von multiplen Signalgeneratoren (Artikel [65] von	
	Steinbuch)	57
2.27.	High Order Repetitive Controller auf Basis von Arikel [58] von Steinbuch, Weiland	
	und Singh	58
2.28.	${\cal M}_S$ für die Optimierung auf Periodendauerschwankungen (links) und Rauschen (rechts)	
	(Artikel [58] von Steinbuch, Weiland und Singh)	60
2.29.	Frequenzantworten der Lagrange-Interpolation-basierten FIR-Filter für die Ordnung	
	$n=1$ und $n=3$ (Artikel [70] von Zhou, Yang und Blaabjerg) $\hfill \hfill \hf$	63
2.30.	Plug-In Odd-Harmonic Repetitive Control System auf Basis von Artikel [30] von Zhou,	
	Low, Wang und Luo	64
2.31.	Optimierungsbasierter Repetitive Controller (auf Basis von Artikel [74] von Freeman,	
	Lewin, Rogers, Owens und Hätönen)	65
2.32.	Grundstruktur der modellprädiktiven Regelung (Artikel [82] von Bemporad)	67
2.33.	Blockschaltbild des selbstständig in Betrieb setzenden Verfahrens zur Kompensation	
	vom Nichtlinearitäten bei Umrichtern (Artikel [83] von Bolognani, Peretti und Zigliotto)	71
3.1.	Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ohne Plug-In Repetitive Controller	77
3.2.	Regelkreis mit integriertem Plug-In Standard Repetitive Controller	78
3.3.	Repetitive Controller Subsystem	79
3.4.	Subsystem Störung	80
3.5.	Regelkreis mit integriertem Repetitive Controller	81
3.6.	Bodediagramm von $H(e^{j\omega T_s})$ für unterschiedliche Filterkoeffizienten	82
3.7.	Bodediagramm der Übertragungsfunktion der mitgekoppelten Schleife des Repetitive	
	Controllers ohne Filter und für unterschiedliche $k_r$	83
3.8.	Bodediagramm des Repetitive Controllers für unterschiedliche $k_r$	84
3.9.	Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für $k_r = 0,9$	85
3.10.	Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für $k_r = 0, 1$	86
3.11.	Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für $k_r = 0,9$ und 1% Variation der Stö-	
	rungsperiodendauer	87
3.12.	Blockschaltbild des einphasigen Frequency Adaptive Repetitive Controllers	88
3.13.	Ausgangskennlinie des einphasigen Systems für $k_r = 0,9$ und 1% Variation der Stö-	
	rungsperiodendauer mit einem Frequency Adaptive Repetitive Controller	89
3.14.	Vergleich der Dämpfung für Ordnungen $n = 0, 1, 3$	90
3.15.	Blockschaltbild einfaches dreiphasiges Repetitive Control System	91
3.16.	Einfaches dreiphasiges System: $i_{s,d}$ für eine sinusförmige Störung mit der bekannten,	
	konstanten Frequenz $f = 200Hz$ und der Störstromamplitude $\hat{i}_{dist} = 0, 5A$	93
3.17.	Einfaches dreiphasiges System: $i_{s,q}$ für eine sinusförmige Störung mit der bekannten,	
	konstanten Frequenz $f = 200Hz$ und der Störstromamplitude $\hat{i}_{dist} = 0, 5A$	94





3.18.	Einfaches dreiphasiges System: Phasenströme $i_a$ , $i_b$ und $i_c$ für eine sinusförmige Stö- rung mit der bekannten, konstanten Frequenz $f = 200Hz$ und der Störstromamplitude	
	$\hat{i}_{ij,j} = 0.5A$	95
3 19	Finfaches dreinhasiges System: <i>i</i> , für eine rechteckförmige Störung bekannter Frequenz	96
3.20	Einfaches dreiphasiges System. $i_d$ für eine rechteckformige Störung bekannter Frequenz	07
0.20.	Enhactes drephasiges system: $i_q$ fur ene recificectioninge Storung bekannter Frequenz	91
J.21.	Repetitive Control System im Regelung elektrischer Antriebe Labor Simulationsmodell	00
0.00	WS2012/2013 mit Stromreglern und ohne Drehzahl- und Flussregler	98
3.22.	Block Regelung des Repetitive Control Systems im Regelung elektrischer Antriebe	
	Labor Simulationsmodell WS2012/2013 mit Stromreglern und ohne Drehzahl- und	
	Flussregler	99
3.23.	d-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern und	
	ohne Drehzahl- und Flussregler	100
3.24.	q-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern und	
	ohne Drehzahl- und Flussregler	101
3.25.	Repetitive Control System am Regelung elektrischer Antriebe Labormodell WS2012/2013	
	mit Stromreglern und Drehzahl- und Flussregler	102
3.26.	Block Regelung des Repetitive Control Systems am Regelung elektrischer Antriebe	
	Labormodell WS2012/2013 mit Stromreglern und Drehzahl- und Flussregler	102
3.27.	d-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern.	
	Drehzahl- und Flussregler	104
3.28.	g-Komponente des Statorstroms für Repetitive Control System mit Stromreglern.	-
	Drehzahl- und Flussregler	105
3.29.	Eingangsspannung des Pulswechselrichters für das Repetitive Control System mit Strom-	
	reglern, Drehzahl- und Flussregler	106
3.30.	Simulationsmodell des Prüfstandes NordWest 1	107
3.31.	Stromregler der d-Komponente	108
3.32	Frequency Adaptive Repetitive Controller	108
3.33	High Order Repetitive Controller der Ordnung 5	100
3 3/	<i>i</i> , bai augaschaltatam Banatitiva Controllar für $n = 30$ rmm und sing Hauptflussverket	100
0.04.	$t_d$ bei ausgeschatteten Repetitive Controller für $n = 507 pm$ und eine Hauptnussverket- tung $d_0 = 0.08 V_0$	111
2 25	tung $\psi_h = 0,0075$	111
J.JJ.	$i_d$ bei eingeschafteter Klassischer Kompensation für $n = 50rpm$ und eine Haupthussver-	119
า าต	$w_h = 0, 0878 \dots $	112
J.JU.	$i_d$ belengeschaftetem Repetitive Controller für $n = 30 rpm$ und eine Hauptnussverket-	119
0.07	$\operatorname{tung} \psi_h = 0,08Vs \qquad \dots \qquad $	119
3.37.	$i_q$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n=30rpm$ und eine Hauptflussverket-	114
0.00	$\operatorname{tung} \psi_h = 0,08Vs \qquad \dots \qquad $	114
3.38.	$i_q$ bei eingeschalteter klassischer Kompensation für $n=30rpm$ und eine Hauptflussver-	
	kettung $\psi_h = 0,08Vs$	115
3.39.	$i_q$ bei eingeschaltetem Repetitive Controller für $n=30rpm$ und eine Hauptflussverket-	
	tung $\psi_h = 0,08Vs$	116
3.40.	$u_d$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n=30rpm$ und eine Hauptflussver-	
	kettung $\psi_h = 0,08Vs$	117
3.41.	$u_d$ bei eingeschalteter klassischer Kompensation für $n{=}~30rpm$ und eine Hauptflussver-	
	kettung $\psi_b = 0.08Vs$	118





3.42. $u_d$ bei eingeschaltetem Repetitive Controller für $n=30rpm$ und eine Hauptflussver kettung $u_d = 0.08Vs$	r- 119	
3.43. $u_q$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n = 30rpm$ und eine Hauptflussver		
kettung $\psi_h = 0,08Vs$	120	
3.44. $u_q$ bei eingeschalteter klassischer Kompensation für $n=30rpm$ und eine Hauptflussver	r-	
kettung $\psi_h = 0,08Vs$	121	
3.45. $u_q$ bei eingeschaltetem Repetitive Controller für $n=30rpm$ und eine Hauptflussver	r-	
kettung $\psi_h = 0,08Vs$	122	
3.46. $\psi_r$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n=30rpm$ und eine Hauptflussver	r-	
kettung $\psi_h = 0,08Vs$	123	
3.47. $\psi_r$ bei eingeschalteter klassischer Kompensation für $n=30rpm$ und eine Hauptflussver	r- 104	
kettung $\psi_h = 0,08Vs$	124	
5.46. $\psi_r$ bel emgeschattetem Repetitive Controller für $n=30rpm$ und eine Hauptnussver	r- 195	
Kettung $\psi_h = 0,08VS$	120 +	
5.45. <i>n</i> bei ausgeschattetem Repetitive Controller für $n=50rpm$ und eine Hauptnussverker tung $dy = 0.08Vc$	196	
350 n bei eingeschelteter klassischer Kompensation für $n = 30$ nm und eine Hauptflussver	••••-	
betting $\psi_{l} = 0.08Vs$	127	
3.51 n bei eingeschaltetem Repetitive Controller für $n = 30 rmm$ und eine Hauptflussverke	t-	
tung $\psi_{k} = 0.08Vs$	. 128	
3.52. r und y beim einphasigen Odd-Harmonic Repetitive Controller	129	
3.53. FFT des Sollstroms $k_r$ ohne Repetitive Controller	130	
3.54. Odd-Harmonic Repetitive Controller in einem der beiden Stromregler	131	
3.55. Soll- und Istverlauf von $i_d$ bei Verwendung eines Odd-Harmonic Repetitive Controll-	lers 132	
3.56. Soll- und Istverlauf von $i_q$ bei Verwendung eines Odd-Harmonic Repetitive Controll-	ers 133	
3.57. Soll- und Istgrößen Verlauf des Period Time Robust HORC beim einphasigen PTI	1-	
Glied für eine Störungsfrequenz $f_{dist} = 100Hz$	136	
3.58. Soll- und Istgrößen Verlauf des Noise Robust HORC beim einphasigen PT1-Glied fü	ür	
eine Störungsfrequenz $f_{dist} = 100Hz$	137	
3.59. Transientes Verhalten des HORC bei überlagertem weißen Rauschen für Ordnunge	en	
p = 1 bis 5	138	
3.60. Vergleich des transienten Verhaltens des HORC's mit und ohne überlagertem Rausche	en de c	
für eine Approximationsordnung $p = 3$	139	
3.61. $i_d$ für den Period Time Robust HORC am dreiphasigen Labormodell	140	
3.62. $i_q$ für den Period Time Robust HORC am dreiphasigen Labormodell	141	
3.03. $i_d$ fur den Noise Robust HORC am dreiphasigen Labormodell $\ldots \ldots \ldots \ldots$	142	
$3.04. i_q$ für den Noise Robust HORU am dreipnasigen Labormodell $\ldots \ldots \ldots \ldots$	145	
4.1. Blockschaltbild des Messaufbaus	145	
4.2. Transformationswinkel $\alpha$ für $n = 100 rpm$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller	. 147	
4.3. Phasenströme $i_1$ und $i_2$ für $n=100rpm$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller	148	
4.4. Reglerausgangsspannungen $u_a$ , $u_b$ und $u_c$ für $n=100rpm$ bei ausgeschaltetem Repet	;i-	
tive Controller $\ldots$	149	
4.5. $\varphi_i$ und Gerade $\omega t$ für $n = 100 rpm$ bei ausgeschaltetem Repetitive Controller	150	





4.6.	Abweichung des Winkels $\varphi_i$ von der idealen Gerade $\omega t$ für $n = 100 rpm$ bei ausgeschal-	151
4 🗁	tetem Repetitive Controller	151
4.7.	Betrag des Stromraumzeigers bei ausgeschaltetem Repetitive Controller	152
4.8.	Phasenströme $i_1$ und $i_2$ bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. bei	150
	klassischer Kompensation	153
4.9.	Winkelabweichung bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller bzw. klassischer	
	Kompensation	154
4.10.	Betrag des Stromraumzeigers für $n = 100 rpm$ bei aus- und eingeschaltetem Repetitive	
	Controller bzw. klassischer Kompensation	155
4.11.	Reglerausgangsspanungen $u_a$ , $u_b$ und $u_c$ für $n = 100 rpm$ mit Repetitive Controller oder	
	klassischer Kompensation	156
4.12.	Phasenstrom $i_1$ für $n = 100 rpm$ bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller	
	bzw. klassischer Kompensation	157
4.13.	Reglerausgangsspannung $u_a$ für $n=100rpm$ bei aus- und eingeschaltetem Repetitive	
	Controller bzw. klassischer Kompensation	158
4.14.	Phasenstrom $i_1$ für $n = 300 rpm$ bei Variation von $k_r$	159
4.15.	Reglerausgangsspannung $u_a$ für $n = 100 rpm$ bei Variation von $k_r$	160
4.16.	Phasenstrom $i_1$ für $n = 100 rpm$ bei Variation von $k_r$ in nur einer Stromreglerkomponente	161
4.17.	Reglerausgangsspannung $u_a$ für $n=100rpm$ bei Variation von $k_r$ in nur einer Strom-	
	reglerkomponente	162
4.18.	Winkelabweichung für $n = 100 rpm$ bei Variation von $k_r$ in nur einer Stromreglerkom-	
	ponente	163
4.19.	Winkelabweichung für $n = 300 rpm$ bei Variation von $k_r$	164
4.20.	Phasenstrom $i_1$ für $n = 300 rpm$ bei Variation von $k_r$	165
4.21.	Reglerausgangsspannung $u_a$ für $n=300rpm$ bei aus- und eingeschaltetem Repetitive	
	Controller bzw. klassischer Kompensation	166
4.22.	Winkelabweichung für $n=300rpm$ bei aus- und eingeschaltetem Repetitive Controller	
	bzw. klassischer Kompensation	167
4.23.	Abweichung von $i_1$ bei Variation des Verstärkungsfaktors $k_r$ vom Stromverlauf für	
	$k_r = 0,5$ und $n = 300 rpm$	168
4.24.	Abweichung von $i_1$ bei Variation des Verstärkungsfaktors $k_r$ vom Stromverlauf für	
	$k_r = 0,5$ und $n = 100 rpm$	169
4.25.	Abweichung der Spannung $u_a$ bei Variation des Verstärkungsfaktors $k_r$ vom Verlauf	
	bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n = 100 rpm$	170
4.26.	Abweichung der Spannung $u_a$ bei Variation des Verstärkungsfaktors $k_r$ vom Verlauf	
	bei ausgeschaltetem Repetitive Controller für $n = 300 rpm$	171
4.27.	Verlauf des Stroms $i_1$ und Abweichungen zur Grundschwingung für den Odd-Harmonic	
	Repetitive Controller und $n = 100 rpm$	172
4.28.	Verlauf des Stroms $i_1$ und Abweichungen zur Grundschwingung für den Noise Robust	
	HORC und $n = 100 rpm$	173
4.29.	Verlauf des Stroms $i_1$ und Abweichungen vom störungsfreien Verlauf für den Noise	
	Robust HORC und $n = 500 rpm$	174
4.30.	Transientes Verhalten des Noise Robust HORC bei $n=500rpm$ $\ .$	175





4.31.	Blockschaltbild zur Online-Berechnung der Störungsperiodendauer $T_{dist}$ und der Ver-	
	zögerungskettenlänge $N_{dist}$	176
4.32.	Ungefilteter Verlauf von $\alpha$ und $-\dot{\alpha}$	177
4.33.	Frequency Adaptive Repetitive Controller für eine Stromkomponente	178
4.34.	Hilfsfunktion zur Berechnung der FARC-Parameter	178
4.35.	Berechnung der Lagrange Filterfunktion	179
4.36.	Eine Periode des Stromes $i_1$ für Drehzahlen von $n = 100$ bis 700 rpm mit $k_r = 0, 7$ .	180
4.37.	Eine Periode des Stromes $i_1$ für Drehzahlen von $n = -100$ bis $-700 rpm$ mit $k_r = 0, 7$ .	181
4.38.	Eine Periode des Stromes $i_1$ für Drehzahlen von $n = 1500$ bis $2000 rpm$ mit $k_r = 0, 7$ .	182
4.39.	Eine Periode des Stromes $i_1$ für Drehzahlen von $n = -1500$ bis $-2000 rpm$ mit $k_r = 0, 7$	183
4.40.	Ortskurve des Stromes $i_1$ für eine Drehzahl $n=300rpm$ und unterschiedliche $k_r$	184
4.41.	Betrag des Stromraumzeigers als Funktion des Stromraumzeigerwinkels im Leerlauf	
	für eine Drehzahl $n = 300 rpm$ und unterschiedliche $k_r$	185
4.42.	Winkelabweichung gegenüber $\omega t$ als Funktion des Stromraumzeigerwinkels im Leerlauf	
	für eine Drehzahl $n = 300 rpm$ und unterschiedliche $k_r$	186
4.43.	Ortskurve der Spannung $u_a$ für eine Drehzahl $n=300rpm$ und unterschiedliche $k_r$ .	187
4.44.	Ortskurve des Stromraumzeigers $i_s^S$ für eine Drehzahl $n=300rpm$ im Leerlauffall, bei	
	generatorischer und motorischer Belastung	188
4.45.	Winkelabweichung gegenüber $\omega t$ als Funktion des Stromraumzeigerwinkels für eine	
	Drehzahl $n=300rpm$ im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung .	189
4.46.	Betrag des Stromraumzeigers als Funktion des Stromraumzeigerwinkels für eine Dreh-	
	zahl $n=300rpm$ im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung	190
4.47.	Winkelabweichung gegenüber $\omega t$ als Funktion des Stromraumzeigerwinkels für eine	
	Drehzahl $n=2000rpm$ im Leerlauffall, bei generatorischer und motorischer Belastung	191
4.48.	Ortskurve des Spannungsraumzeigers $u_s^S$ für eine Drehzahl $n=300rpm$ im Leerlauffall,	
	bei generatorischer und motorischer Belastung	192
4.49.	Ortskurve des Spannungsraumzeigers $u_s^S$ für eine Drehzahl $n=2000rpm$ im Leerlauf-	
	fall, bei generatorischer und motorischer Belastung	193
5.1.	Messaufbau zur Bestimmung der Kennlinien zur Kompensation der Umrichternichtli-	
<b>F</b> 0	nearität	195
5.2.	Messung einphasig dargestellt	196
5.3.	d-Komponente des Stromes in der Simulation für $T_s = 187, 5\mu s$	197
5.4.	Auslösung des Interrupts und Berechnung der neuen Spannung in der k-ten Pulsperi-	100
	ode. Diese Spannung wird in der (k+1)-ten Pulsperiode ausgegeben. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	199
5.5.	Spannungsabfall an Halbbrücke 1, Pulsperiodenmittelwerte, cyan: Leerlauf ohne RC,	
	blau: Leerlauf RC, grün: generatorisch RC, rot: motorisch RC, schwarz: Kompensati-	
-	onskennlinie $+0.7V$ , $n = 300rpm$	200
5.6.	Spannungsabfall an Halbbrücke 1, Pulsperiodenmittelwerte, blau: Leerlauf RC, grün:	201
	generatorisch RC, rot: motorisch RC, $n = 2000rpm$	201
5.7.	Spannungsabfall an Halbbrücke 1, Pulsperiodenmittelwerte, cyan: motorisch ohne RC,	202
	rot: motorisch RC, $n = 2000rpm$	202
A.1	Stromregler für eine Komponente	223





A.2.	Eine Periode des Stromes $i_1$	für Drehzahlen	von $n = 800$ bis $1400rpm$	mit $k_r = 0, 7$ .	224
A.3.	Eine Periode des Stromes $i_1$	für Drehzahlen	von $n = -800$ bis $-1400rg$	$m \min k_r = 0, 7$	225

# Tabellenverzeichnis

3.1.	PI-Reglerparameter für die Simulation mit einem einphasigen PT1-Glied	77
3.2.	PI-Reglerparameter für die Simulation mit einem dreiphasigen PT1-Glied	92
3.3.	Reglerparameter für das alte dreiphasige Simulationsmodell nur mit Strom-	
	reglern	99
3.4.	Parameter des Drehzahl- und Flussreglers für das alte dreiphasige Simu-	
	lationsmodell	103
3.5.	Parameter der Stromregler für das neue Simulationsmodell	109
3.6.	Parameter von Drehzahl- und Flussreglers für das neue Simulationsmodell	110
3.7.	Parameter der Asynchron- und Gleichstrommaschinen am Laborprüfstand	110
4.1.	Parameter der PI-Stromregler am Laborprüfstand NordWest 1	146
4.2.	Parameter des PI-Drehzahl- und Flussreglers am Laborprüfstand Nord-	
	West 1	146

## Literaturverzeichnis

- [1] H. Eickhoff, *Masterarbeit Nichtlinearitäten von Pulswechselrichtern*, Institut für Elektrische Antriebstechnik und Maschinen, 2014.
- [2] L. Ben-Brahim, "On the compensation of dead time and zero-current crossing for a pwm-inverter-controlled ac servo drive," *IEEE Transactions on Industrial Electro*nics, Volume 51, Issue 5, pp. 1113 – 1118, 2004.
- [3] —, "Repetitive control based pwm inverter dead-time compensation for ac servo drive," *Engineering Journal of the University of Qatar, Volume 15*, pp. 93–109, 2002.
- [4] K. Erhart, Masterarbeit: Modellierung der Umrichternichtlinearität bei Spannungszwischenkreisumrichtern, Institut für Elektrische Antriebstechnik und Maschinen, TU Graz, 2014.
- [5] I. Landau and R. Horowitz, "Synthesis of adaptive controllers for robotic manipulators using a passive feedback systems approach," *Robotics and Automation, Volume* 2, pp. 1028 – 1033, 1989.
- [6] N. Sadegh and R. Horowitz, "Stability and robustness analysis of a class of adaptive controllers for robotic manipulators," *International Journal of Robotics Research*, *Volume 9, Issue 3*, pp. 74–92, 1990.
- [7] N. Sadegh and K. Guglielmo, "A new repetitive controller for mechanical manipulators," Journal of Robotic Systems, Volume 8, Issue 4, pp. 507–529, 1991.
- [8] D. Jeon and M. Tomizuka, "Repetitive contact force control with a compliant end effector," Control of Systems with Inexact Dynamic Models, DSC, Volume 33, pp. 117–123, 1991.
- [9] N. Urasaki, T. Senjyu, K. Uezato, and T. Funabashi, "An adaptive dead-time compensation strategy for voltage source inverter fed motor drives," *IEEE Transactions* on Power Electronics, Volume 20, Issue 5, pp. 1150 – 1160, 2005.
- [10] Y. Wang, F. Gao, and F. Doyle, "Survey on iterative learning control, repetitive control, and run-to-run control," *Journal of Process Control, Volume 19, Issue 10*, pp. 1589 – 1600, 2009.
- [11] G. Bengtsson, "Output regulation and internal models in a frequency domain approach," Automatica, Volume 13, Issue 4, pp. 333 345, 1977.





- [12] R. Costa-Castello, "Odd-harmonic digital repetitive control of a single-phase current active filter," *Power Electronics, IEEE Transactions on, Volume 19, Issue 4*, pp. 1060 – 1068, 2004.
- [13] K. Moore, Iterative Learning Control: An Expository Overview, Issue 1, Birkhauser, Boston, USA, 1998.
- [14] K. Moore, M. Dahley, and S. Bhattacharyya, "Iterative learning control: an survey and new results," *Journal of Robotic Systems, Volume 9, Issue 5*, pp. 563 – 594, 1992.
- [15] D. D. Roover, O. H. Bosgrab, and M. Steinbuch, "Internal-model-based design of repetitive and iterative learning controllers for linear multivariable systems," *International Journal of Control Volume 73, Issue 10*, pp. 914 – 929, 2010.
- [16] D. Owens and J. Hätönen, Iterative Learning Control, Delays and Repetitive Control, University of Sheffield - Department of Automatic Control and Systems Engineering, 2002.
- [17] S. Arimoto, "Mathematical theory of learning with applications to robot control," Adaptive learning systems, pp. 379–388, 1981.
- [18] M. Steinbuch and R. van-de Molengraft, "Iterative learning control of industrial motion systems," *Mechatronic systems: A proceedings volume from the IFAC conference, Volume 3*, pp. 967–972, 2000.
- [19] C.-L. Chen and G.-T.-C. Chiu, "Spatially sampled robust repetitive control," Recent Advances in Robust Control - Theory and Applications in Robotics and Electromechanics, pp. 55–87, 2011.
- [20] K. Zhou and D. Wang, "Digital repetitive controlled three-phase pwm rectifier," IEEE Transactions on Power Electronics, Volume 18, Issue 1, pp. 309 – 316, 2003.
- [21] T. Inoue, M. Nakano, and S. Iwai, "High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply," In Proceedings of the 8th IFAC World Congress, Volume 3, pp. 3137–3142, 1981.
- [22] S. Arimoto, "Bettering operation of dynamic system learning: A control theory for servo mechanism or mechatronic systems," *Proceedings CDC*, pp. 1064–1069, 1984.
- [23] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata, and M. Nakano, "Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogenous signals," *Automatic Control, IEEE Transactions on, Volume 33, Issue 7*, pp. 659 – 668, 1988.
- [24] M. Tomizuka, T. Tsao, and K. Chew, "Analysis and synthesis of discrete-time repetitive controllers," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, Volume 111, Issue 3, pp. 353–358, 1989.





- [25] N. Sadegh, "Synthesis of a stable discrete-time repetitive controller for mimo systems," Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, Volume 117, Issue 1, pp. 92–98, 1995.
- [26] J. Hu and M. Tomizuka, "A new plug-in adaptive controller for rejection of periodic disturbances," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, Volume 115, Issue 3, pp. 543–546, 1993.
- [27] H. Dötsch, H. Smakman, P. van den Hof, and M. Steinbuch, "Adaptive repetitive control of a compact disc mechanism," *Proceedings of the 34th conference on decision* and control, pp. 1720 – 1725, 1995.
- [28] T. Haneyoshi, A. Kawamura, and R. Hoft, "Waveform compensation of pwm inverter with cyclic fluctuating loads," *IEEE Transactions on Industry Applications, Volume* 24, Issue 4, pp. 745 – 751, 1987.
- [29] K. Zhou and D. Wang, "Digital repetitive learning controller for threephase cvcf pwm inverter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics, Volume 48, Issue 4,* pp. 820 – 830, 2001.
- [30] K. Zhou, K.-S. Low, Y. Wang, and F.-L. Luo, "Zero-phase odd-harmonic repetitive controller for a single-phase pwm inverter," *Power Electronics, IEEE Transactions* on, Volume 21, Issue 1, pp. 193 – 201, 2006.
- [31] H. Sugimoto and K. Washida, "A design method for modified repetitive control system with corrected dead time," *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, Volume 34, Issue 7*, pp. 761 – 768, 1998.
- [32] M. Tomizuka, "On the design of digital tracking controllers," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, Volume 115, Issue 2, pp. 412 – 418, 1993.
- [33] W. Messner and M. Bodson, "Design of adaptive feedforward algorithms using internal model equivalence," *American Control Conference*, 1994, Volume 2, pp. 1619 – 1623, 1994.
- [34] R. Costa-Castello, J. Nebot, and R. Grino, "Demonstration of the internal model principle by digital repetitive control of an educational laboratory plant," *IEEE Transaction On Eduction, Volume 48, Issue 1*, pp. 73–80, 2005.
- [35] N. Kositza, C. Fleck, A. Schlosser, and D. Abel, *Repetitive Control am Beispiel* eines Dieselmotors, GMA Kongress, 2003.
- [36] M. Steinbuch, "Repetitive control for systems with uncertain period-time," Automatica, Volume 38, Issue 12, pp. 2103 – 2109, 2002.




- [37] T. Inoue, M. Nakano, and S. Iwai, "High accuracy control of servomechanism for repeated contouring," *Proceedings of the 10th Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices*, pp. 285 – 292, 1981.
- [38] M. Tomizuka, "Zero-phase error tracking algorithm for digital control," ASME journal of dynamic systems, measurement and control, Volume 109, Issue 1, pp. 65–68, 1987.
- [39] W. Dixon, E. Zergeroglu, D. Dawson, and B. Costic, "Repetitive learning control: a lyapunov-based approach," Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on, Volume 32, Issue 4, pp. 538 – 545, 2002.
- [40] Y.-R. Teo and A.-J. Fleming, "A new repetitive control scheme based on non-causal fir filters," 2014 American Control Conference (ACC) June 4-6, pp. 412 423, 2014.
- [41] R. Bauer and N. Dourdoumas, "An approach to the control of periodically cyclic processes," AEÜ - International Journal of Electronics and Communications, Vol. 58, pp. 37 – 40, 2004.
- [42] Y. Yamamoto, An Overview on Repetitive Control what are the issues and where does it lead to, Dept. AACDS, Grad. School of Informatics Kyoto University, 2001.
- [43] —, "Learning control and related problems in infinite-dimensional systems," Progress in Systems and Control Theory, Volume 14, pp. 191–222, 1993.
- [44] U. Korn and A. Driescher, Begleitmaterial zur Lehrveranstaltung Mehrgrößenregelungen, 2014.
- [45] B. Girod, R. Rabenstein, and A. Stenger, *Einführung in die Systemtheorie, Ausgabe* 1, Teubner, Wiesbaden, Germany, 2007.
- [46] S. Hara, T. Omata, and M. Nakano, "Stability condition and synthesis methods for repetitive control systems," *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, Volume 22, Issue 1*, pp. 36 – 42, 1986.
- [47] S. Hara, T. Omata, and M. Nakano, "Synthesis of repetitive control systems and its application," 24th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 1387 – 1392, 1985.
- [48] N. Sinha, S. Hara, and M. Nakano, *Microprocessor-based control systems, Issue 1*, Department of Electrical And Computer Engineering McMaster University, 1986.
- [49] P.-Y. Li, "Prototype angle domain repetitive control affine parameterization approach," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Volume 137, Issue 12, pp. 1–11, 2015.
- [50] G. Hillerström, On repetitive control, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden, 1994.





- [51] T. Okuyama and K. Yamada, "A parameterization for the class of all stabilizing repetitive learning controller for linear minimum phase systems," Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on Volume 5, pp. 62 – 67, 1999.
- [52] H. Hikita and S. Kyotoku, "A repetitive control system of a model following type," Decision and Control, Proceedings of the 28th IEEE Conference on, pp. 757 – 760, 1989.
- [53] K. Chew and M. Tomizuka, "Digital control of repetitive errors in disk-drive systems," *IEEE Control Systems Magazine*, Volume 10, Issue 1, pp. 16–20, 1990.
- [54] G. Hillerström, "Adaptive suppression of vibrations a repetitive control approach," *IEEE Transactions on Control Systems Technology, Volume 4, Issue 1*, pp. 72 – 78, 1996.
- [55] A. Sacks, M. Bodson, and P. Khosla, "Experimental results of adaptive periodic disturbance cancellation in a high performance magnetic disk drive," *American Con*trol Conference, 1993, pp. 686 – 690, 1993.
- [56] K. Kawashima, T. Fujita, and T. Kagawa, "The effect of nonlinear characteristics on pneumatic servo systems," *Proceedings of the JFPS International Symposium on Fluid Power, Volume 4*, pp. 137 – 142, 1999.
- [57] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. De-Schutter, and J. Swevers, "Robust high-order repetitive control," 2008 American Control Conference, pp. 1080 – 1085, 2008.
- [58] M. Steinbuch, S. Weiland, and T. Singh, "Design of noise and period-time robust high-order repetitive control, with application to optical storage," Automatica, Volume 43, Issue 12, pp. 2086 – 2095, 2007.
- [59] X. Chen and M. Tomizuka, "An enhanced repetitive control algorithm using the structure of disturbance observer," 2012 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), pp. 490 – 495, 2012.
- [60] T.-C. Tsao, Y.-X. Quian, and M. Nemani, "Repetitive control for asymptotic tracking of periodic signals with an unknown period," *Journal of Dynamic Systems*, *Measurement and Control, Transactions of the ASME, Volume 122, Issue 2*, pp. 364–369, 2000.
- [61] H. Dotsch, H. T. Smakman, P. V. den Hof, and M. Steinbuch, "Adaptive repetitive control of a compact disc mechanism," *Decision and Control*, 1995., Proceedings of the 34th IEEE Conference, pp. 1720 – 1725, 1995.
- [62] T. Manayathara, T.-C. Tsao, J. Bentsma, and D. Ross, "Rejection of unknown periodic load disturbances in continuous steel casting process using learning repetive control approach," *Intelligent Control, 1993.*, Proceedings of the 1993 IEEE International Symposium on, pp. 259 – 265, 1996.





- [63] C.-L. Chen and G. T.-C. Chiu, "Spatially sampled robust repetitive control," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, Volume 130, Issue 2, pp. 57 – 85, 2008.
- [64] M. Ishitobi, E. Murasaki, and Z. Iwai, "Discrete-time repetitive control for periodically time-varying systems," *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers Volume 27, Issue 2*, pp. 233 – 235, 1991.
- [65] M. Steinbuch, "Repetitive control for systems with uncertain period-time, with application to a compact disc drive," 1st IFAC conference on Mechatronic Systems. -Germany, Darmstadt, pp. 409–414, 2000.
- [66] M. Steinbuch and G. Schootstra, "Control system for a process that exhibits periodic disturbances," US Patent No. 5, 7842, 272, pp. 1–1, 1998.
- [67] S. Balaji and S. Lakshminarayanan, "Learning control for periodic systems with unknown periods," *Chemical Engineering Science*, Volume 62, Issue 8, pp. 2154– 2167, 2007.
- [68] R. Hanson and T.-C. Tsao, "Periodic sampling interval repetitive control and its application to variable spindle speed noncircular turning process," *Journal of Dyna*mic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, Volume 122, Issue 3, pp. 560 – 566, 1998.
- [69] J.-M. O. German-A. Ramos and R. Costa-Castello, "Digital repetitive control under nonuniform sampling: An lmi stability analysis," *Mathematical Problems in Engineering, Volume 2011*, pp. 1–16, 2011.
- [70] K. Zhou, Y. Yang, and F. Blaabjerg, "Frequency adaptive repetitive control of gridtied single-phase pv inverters," *Proceedings of the 2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 1689–1693, 2015.
- [71] J. Gong, X. Zha, S. Guo, B. Chen, and J. Sun, "Analysis and realization of a fast repetitive controller in active power filter system," *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2010 Twenty-Fifth Annual IEEE*, pp. 1704– 1710, 2010.
- [72] M. Jamil, I. Latif, A. Yasin, R.-A. Ria, S.-M. Gulfam, A. Ahmed, and M. Ali, "Design and analysis of odd-harmonic repetitive control for three-phase grid connected voltage source inverter," *Review on Electrical Engineering 2013, Volume 1a*, pp. 292–295, 2013.
- [73] R. Costa-Castello, G.-A. Ramos, J.-M. Olm, and M. Steinbuch, "Second-order oddharmonic repetitive control and its application to active filter control," 49th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 6967 – 6972, 2010.





- [74] C. Freeman, P. Lewin, E. Rogers, D. Owens, and J. Hätönen, "An optimality-based repetitive control algorithm for discrete-time systems," *Circuits and Systems I: Re*gular Papers, IEEE Transactions on, Volume 55, Issue 1, pp. 412 – 423, 2008.
- [75] M. Wu, Y. Lan, J. She, Y. He, and L. Xu, "Optimal repetitive control based on two-dimensional model," *International Journal of Innovative Computing, Volume* 8, Issue 3A, pp. 1897–1905, 2012.
- [76] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, *Einführung in die Systemtheorie, Ausgabe 1*, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1996.
- [77] K. Yamada, T. Arakawa, H. Hoshi, and T. Okuyama, "Two-step design method for robust repetitive control systems," *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing, Volume 46, Issue 3*, pp. 1068 – 1074, 2003.
- [78] J. H. Lee, S. Natarajan, and K. S. Lee, "A model-based predictive control approach to repetitive control of continuous processes with periodic operations," *Journal of Process Control, Volume 11, Issue 2*, pp. 195–207, 2001.
- [79] D. M. Cruz, J. E. Normey-Rico, and R. Costa-Castello, "Repetitive model based predictive controller to reject periodic disturbances," *IFAC Proceedings, Volume 47, Issue 3*, pp. 11494–11499, 2014.
- [80] S. Boyd, *Model predictive control*, Stanford University, 2008.
- [81] R. Dittmar and B.-M. Pfeiffer, *Modellbasierte prädiktive Regelung: Eine Einführung für Ingenieure*, Oldenbourg, 2004.
- [82] A. Bemporad, *Model Predictive Control Basic Concepts*, Controlo di Processo e dei Sistemi di Produzione, 2009.
- [83] S. Bolognani, L. Peretti, and M. Zigliotto, "Repetitive control based selfcommissioning procedure for inverter nonidealities compensation," *IEEE Transactions on Industry Applications, Volume* 44, *Issue* 5, pp. 1587 – 1596, 2008.
- [84] J. Holtz and J. Quan, "Sensorless vector control of induction motors at very low speed using a nonlinear inverter model and parameter identification," *IEEE Tran*sactions on Industry Applications, Volume 38, Issue 4, pp. 1087 – 1095, 2002.
- [85] A. R. Munoz and T. A. Lipo, "On-line dead-time compensation technique for openloop pwm-vsi drives," *IEEE Transactions on Power Electronics, Volume 14, Issue* 4, pp. 683 – 689, 1999.
- [86] C. Attaianese and G. Tomasso, "Predictive compensation of dead-time effects in vsi feeding induction motors," *IEEE Transactions on Industry Applications, Volume* 37, Issue 3, pp. 856 – 863, 2001.





- [87] H.-S. Kim, H.-T. Moon, and M.-J. Youn, "On-line dead-time compensation method using disturbance observer," *IEEE Trans. Power Electron.*, Volume 18, pp. 1336 – 1345, 2003.
- [88] A. Bemporad, *Model Predictive Control: Basic Concepts*, Controllo di Processo e dei Sistemi di Produzione, 2009.
- [89] G. Hillerström and R.-C. Lee, *Trade-offs in Repetitive control*, Technical Report CUED/F-INFENG/TR 209, 1997.
- [90] T. Egami, "A design of low-degree optimal preview repetitive control system," Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, Volume 35, Issue 2, pp. 297 – 299, 2009.
- [91] H. Brandtstädter, *Sliding Mode Control of Electromechanical Systems*, Technische Universität München, 2009.

## A. Anhang

## A.1. Definitionen

Definition A.1 (Lie Ableitungen (Artikel [21] von Inoue, Nakano und Iwai)).

$$L_{f}h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}f(\mathbf{x}),$$

$$L_{f}^{k}h(\mathbf{x}) = \frac{\partial L_{f}^{k-1}h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}f(\mathbf{x}), \quad L_{f}^{0}h(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x}),$$

$$L_{g}L_{f}h(\mathbf{x}) = \frac{\partial L_{f}h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}g(\mathbf{x})$$
(A.1)

Definition A.2 (Relativer Grad (Artikel [21] von Inoue, Nakano und Iwai)).

Der relative Grad eines eingangsaffinen Systems der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}) u, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$
  

$$y = h(\mathbf{x})$$
  
mit  $f(\mathbf{0}) = h(\mathbf{0}) = 0$   
(A.2)

am Arbeitspunkt  $\mathbf{x} = 0$  ist eine natürliche Zahl  $r_{rel}$ , für die

$$L_g L_f^k h\left(\mathbf{x}\right) = 0 \quad \text{für } k = 0, ..., r_{rel} - 2$$

$$L_g L_f^{r_{rel}-1} h\left(\mathbf{x}\right) \neq 0 \tag{A.3}$$

in der Umgebung von  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ .

Für Systeme mit  $r_{rel} \neq 0$  gilt  $G_p(j\omega) \to 0$  für  $\omega \to \infty$ . Es kann jedoch bewiesen werden, dass es unmöglich ist, einen Repetitive Controller zu bauen, der ein System für strikt realisierbare Strecken exponentiell stabilisiert (siehe Artikel [23] von Inoue, Nakano und Iwai).

**Definition A.3** (Exponentielle Stabilität).





Ein lineares, zeitinvariantes (LTI-) System ist exponentiell stabil, wenn alle Eigenwerte der Systemmatrix nur negative Realteile besitzen. Ein zeitdiskretes System ist exponentiell stabil, wenn alle Pole der Übertragungsfunktion innerhalb des Einheitskreises in der komplexen Ebene liegen. Exponentielle Stabilität ist eine Form der asymptotischen Stabilität. Systeme, die nicht die LTI-Eigenschaft besitzen, sind exponentiell stabil, wenn der Konvergenzverlauf exponentiell ist.

## A.2. Bilder

Der Stromregler für eine Komponente bei einer Online-Realisierung des FARC's unterscheidet sich nur durch die neuen Variablen, die zum Steuern in dSPACE benötigt werden.



Abbildung A.1.: Stromregler für eine Komponente

Der Bereich von  $n = \pm 800$  bis 1400rpm in den Abbildungen funktioniert ebenso wie gewünscht. Die kleinen Phasenverschiebungen sind nur beim Auswerten entstanden, da die Kennlinien nicht ganz exakt übereinandergelegt sind.







Abbildung A.2.: Eine Periode des Stromes  $i_1$  für Drehzahlen von n=800 bis 1400 rpm mit  $k_r=0,7$ 







Abbildung A.3.: Eine Periode des Stromes  $i_1$  für Drehzahlen von n = -800 bis -1400 rpm mit  $k_r = 0, 7$