

Robert Axel Sarzio, BSc

# Experimentelle Validierung der CFD-Simulation der Mehrphasenströmung in der RDC Kolonne

## MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Verfahrenstechnik

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer:

DI Prof. Dr. techn. Matthäus Siebenhofer

DI Enes Akšamija

Institut für chemische Verfahrenstechnik  
und Umwelttechnik  
Technische Universität Graz

Graz, März 2015

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

*I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.*

---

Datum/Date

---

Unterschrift/Signature

## Abstract

Aim of this project was validation of computational fluid dynamics (CFD) simulation of a Rotating Disc Contactor (RDC). Experiments were performed with two RDC-geometry configurations. Hydrodynamics of the RDC with statorrings and without statorrings were compared. Residence time distribution of single rigid droplets of different diameter were moderated and modeled. For simplification of CFD-modelling rigid droplets were "simulated" with polypropylen spheres. A highspeed video camera was used to record the movement of the spheres. CFD simulation was done with a commercial CFD code. An algorithm implemented in Matlab was used to analyse both, experimental and simulation data. The apparatus was operated in batch mode. Rotation speed was altered in five steps while retention time distribution was compared. The record of the RTD-experiments were needed for CFD-validation.

## Kurzfassung

Ziel der Arbeit ist die Validierung der Computational Fluid Dynamics (CFD) Simulation eines Rotating Disc Contactors (RDC). Die Versuche wurden an zwei Konfigurationen der RDC-Geometrie durchgeführt. Die Hydrodynamik in einem RDC mit Statorringen wurde mit der eines RDC ohne Statorringe verglichen. Die Verweilzeitverteilung von starren Einzeltropfen wurde untersucht. Die Untersuchung wurde auf niedrige Drehzahlbereiche beschränkt, wobei unterschiedliche Drehzahlen und Tropfendurchmesser betrachtet wurden. Zur Vereinfachung der CFD-Simulation wurden die Tropfen im Experiment mit starren Polypropylenkugeln "simuliert". Mit einer Hochgeschwindigkeitskamera wurde die Tropfenbewegung aufgezeichnet. Die Kolonne wurde als Batch betrieben. Die starren Tropfen wurden einzeln in die Kolonne injiziert und ihre Bewegung aufgezeichnet. Die Verweilzeitverteilung der Einzeltropfen wurde für fünf Wellendrehzahlen untersucht. Die Simulation wurde mit einem kommerziellen CFD Code durchgeführt. Mittels eines Auswertungsalgorithmus in Matlab wurden die Daten aus den Experimenten, sowie der Simulation aufbereitet. Durch den Vergleich mit den Experimenten wurde die CFD Simulation validiert.

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen meinen Dank aussprechen, die zur Entstehung dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

Besonderer Dank gebührt Herrn Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Matthäus Siebenhofer und Herrn Dipl.-Ing. Enes Aksamija für die Unterstützung und die engagierte Betreuung der Diplomarbeit. Ihre Diskussionsbereitschaft und die daraus resultierenden Denkanstöße waren eine große Hilfe. Abschließend möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich während des Studiums und bei der Erstellung dieser Arbeit so tatkräftig unterstützt haben. Hier insbesondere meiner Familie ohne die dieses Studium gar nicht erst möglich gewesen wäre.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
1.1	Varianten in der Realisierung einer Flüssig/Flüssig Extraktion . . . . .	3
1.2	Charakteristik des RDC . . . . .	4
1.3	Beschreibung der Geometrie . . . . .	4
1.4	Die CFD Simulation . . . . .	5
1.5	Zielsetzung . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Betriebsverhalten von Extraktionskolonnen . . . . .	7
2.2	Stofftransport . . . . .	8
2.2.1	Stoffübergang . . . . .	8
2.2.2	Stoffdurchgang . . . . .	10
2.3	HTU-NTU-Ansatz mit Berücksichtigung der Dispersion . . . . .	11
2.4	Axiale Dispersion . . . . .	12
2.5	Betrachtungsmethoden der Strömungsdynamik . . . . .	15
2.5.1	Erhaltungsgleichungen . . . . .	15
2.5.2	Diskretisierung . . . . .	15
2.5.3	Mehrphasige Strömung . . . . .	16
2.5.4	Turbulenz und Randschicht Modellierung . . . . .	18
2.6	Modellierung der Einzeltropfen . . . . .	19
2.7	Statistische Begriffe . . . . .	20
2.7.1	Monte-Carlo Algorithmus . . . . .	20
2.8	Darstellung der Ergebnisse . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Experimentelle Arbeit</b>	<b>22</b>
3.1	Versuchsstand für die Einzeltropfen-Untersuchung . . . . .	22
3.2	Versuchsaufbau . . . . .	23
3.3	Vorbereitung und Injektion der Polypropylenkugeln . . . . .	24
3.4	Fehlerdiskussion der experimentellen Arbeit . . . . .	25
3.5	Verarbeitung in Matlab . . . . .	26
3.6	Experiment - Verwendete Geräte und Software . . . . .	28
3.7	Auswertung . . . . .	29

3.8	Ergebnisse der experimentellen Arbeit . . . . .	29
3.8.1	Sedimentation in der klassischen Geometrie . . . . .	30
3.8.2	Sedimentation in der statorlosen Geometrie . . . . .	30
3.9	Bewertung der Geometrien . . . . .	32
3.9.1	Gegenüberstellung der Geometrien und Interpretation . . . . .	32
3.9.2	Theoretischer Vergleich mit einer Kaskade kontinuierlicher Rührkessel . . . . .	33
<b>4</b>	<b>CFD-Simulation der Einzeltropfen Untersuchung</b>	<b>35</b>
4.1	Erstellung der Geometrie . . . . .	35
4.2	Einstellungen der Simulation . . . . .	36
4.2.1	Setting der CFD-Simulation - kontinuierliche Phase . . . . .	37
4.2.2	Setting der CFD-Simulation - Dispersphase . . . . .	39
4.3	Auswertung der Simulation . . . . .	40
4.4	Ergebnisse der Simulation . . . . .	41
4.4.1	Sedimentation in der klassischen Geometrie . . . . .	41
4.4.2	Sedimentation in der statorlosen Geometrie ohne Saffman-Kraft . . . . .	42
4.4.3	Sedimentation in der statorlosen Geometrie mit Saffman-Kraft . . . . .	45
4.4.4	Sedimentation in der statorlosen Geometrie ohne Saffman-Kraft, mit Fliehkraft . . . . .	46
4.5	Fehlerdiskussion zur Simulation . . . . .	48
4.6	Simulation - Verwendete Geräte und Software . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Validierung der Simulation und Zusammenfassung</b>	<b>50</b>
5.1	Diskussion der Geschwindigkeitsverteilungen . . . . .	50
5.2	Simulation der klassischen Geometrie . . . . .	50
5.3	Simulation der statorlosen Geometrie . . . . .	51
5.4	Zusammenfassung . . . . .	52
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>53</b>
<b>A</b>	<b>Ergebnisse zu der klassischen Geometrie</b>	<b>55</b>
A.1	Zusammenstellung aller Experimente in der klassischen Geometrie . . . . .	55
A.2	Axiale Rückvermischung in der klassischen Geometrie vs. einer Kaskade kontinuierlicher Rührkessel . . . . .	56
A.2.1	Gegenüberstellung der Experiment-Wiederholungen in der klassischen Geometrie . . . . .	59
A.3	Particle Tracks aus der Simulation der Einzeltropfenbewegung in der klassischen Geometrie . . . . .	63
<b>B</b>	<b>Ergebnisse zu der statorlosen Geometrie</b>	<b>65</b>
B.1	Zusammenstellung aller Experimente in der statorlosen Geometrie . . . . .	65

B.2	Axiale Rückvermischung in der statorlosen Geometrie vs. einer Kaskade kontinuierlicher Rührkessel . . . . .	66
B.2.1	Gegenüberstellung der Experiment-Wiederholungen in der statorlosen Geometrie . . . . .	69
B.3	Particle Tracks aus der Simulation der Einzeltropfenbewegung in der statorlosen Geometrie . . . . .	72

## Vorwort

Um einen ersten Überblick über diese Arbeit zu bekommen, soll sie kurz inhaltlich vorgestellt werden. Die Arbeit ist in fünf Kapitel unterteilt. Zunächst wird einleitend die Extraktion als Verfahrenstechnische Unit operation vorgestellt, dann werden die Grundlagen zusammenfassend in den ersten beiden Kapiteln vorgestellt. Die experimentelle Arbeit wird dann im Kapitel 3 beschrieben. Die Ergebnisse sind in Diagrammen gegenübergestellt und werden diskutiert. Auf die Arbeit an der CFD Simulation wird daraufhin im Kapitel 4 eingegangen. Die Ergebnisse sind den Ergebnissen aus der experimentellen Arbeit gegenübergestellt. Alle Ergebnisse sind schließlich im Anhang zu finden und werden dort in Form von Diagrammen nach den einzelnen Versuchsbedingungen getrennt aufgeführt. Im fünften und letzten Kapitel findet man die Validierung der Simulation aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse aus den vorhergehenden Kapiteln. Am Ende dieses Kapitel findet sich die Zusammenfassung der Arbeit. Zunächst wird nun auf grundlegende Definitionen und wichtige Konzepte für die Prozessbeschreibung der Extraktion eingegangen.

# 1

## Einleitung

Die Extraktion ist ein thermischer Trennprozess, bei dem durch ein Lösungsmittel ein Wert- oder Schadstoff aus einem Trägerstrom ausgetragen wird. Die Extraktion lässt sich aus der Sicht des Ingenieurs weitestgehend analog der Absorption und der Rektifikation beschreiben. Die Rektifikation mit Hilfsstoffen basiert auf der relativen Flüchtigkeit der vorliegenden Komponenten. Die Extraktion ist von der Selektivität der Komponenten in der Extraktphase abhängig. Eine Solventextraktion ist der Rektifikation in folgenden Aufgabenstellungen vorzuziehen [22]:

- Wenn die relative Flüchtigkeit  $\alpha_{i,j}$  der zu trennenden Komponenten  $i, j$   $\alpha_{i,j} \approx 1$  klein ist, d.h. sehr viele theoretische Trennstufen benötigt würden oder ein Azeotrop die mögliche Trennung per Rektifikation limitiert.
- Wenn die thermische Empfindlichkeit der beteiligten Stoffe eine Rektifikation ausschließt.
- Wenn die zu trennenden Komponenten sehr hoch oder sehr tief siedend sind und damit eine aufwendige Rektifikation unter Vakuum oder im Tieftemperaturbereich fordern.
- Wenn die abzutrennenden Komponenten in sehr geringen Konzentrationen vorliegen.
- Wenn Metallionen abzutrennen sind und sich die Komplexbildung zu metallorganischen Verbindungen und deren Abtrennung anwenden lässt.

Die Auswahl des geeigneten Lösemittels (Solvent) ist zunächst die größte Herausforderung in der Entwicklung eines effizienten Trennprozesses. In Tabelle 1.1 werden nur kurz die wesentlichen Eigenschaften erwähnt, die zu beachten sind.

Tabelle 1.1: Wichtige Eigenschaften des Solvents

Löslichkeit	möglichst groß möglichst gering	für die Übergangskomponente für den Trägerstoff
Selektivität	für den Extraktstoff	
Leichte Abtrennbarkeit	bedeutet leichte Regeneration	des Stoffsystems
Dichteunterschied	zwischen Solvent und Raffinat	möglichst groß
Grenzflächenspannung	in gewünschtem Bereich	positiv für Tropfenbildung
Viskosität	möglichst gering positiv für die Fluiddynamik & den Stofftransport	
Dampfdruck	möglichst niedrig	Verlust von Solvent zu vermeiden
Stabilität Korrosivität	thermisch & chemisch ausschließen	sicherheitstechnisch bedenkliche & umwelttechnisch bedenkliche Stoffe
geringer Preis	Gute Verfügbarkeit	

## 1.1 Varianten in der Realisierung einer Flüssig/Flüssig Extraktion

Die Umsetzung des Trennprozesses mittels Extraktion ist, wie oben erwähnt, von der Charakteristik des Stoffsystems beeinflusst. Das Verhalten des Stoffsystems, der Anspruch an den Durchsatz, sowie die gegebene bzw. geforderte Reinheit der ein- und austretenden Ströme entscheidet über die Stromführung. Der Kontakt der Stoffströme kann kontinuierlich oder diskontinuierlich umgesetzt werden. Bei großen Durchsätzen und wenig Variation der durchzusetzenden Stoffsysteme ist der kontinuierliche Betrieb sinnvoll.

**Stromführung** Gleichstromführung ist die einfachste kontinuierliche Prozessführung, wobei das treibende mittlere Konzentrationsgefälle am geringsten genutzt werden kann. Die Kreuzstromführung ermöglicht ein größeres treibendes Konzentrationsgefälle, es wird jedoch auch mehr Flüssigstrom bewegt, der in anschließenden Prozessschritten zu behandeln ist. Die Gegenstromführung ist die ökonomischste Variante, da das Konzentrationsgefälle maximal genutzt werden kann und der Lösungsmittelstrom, gegenüber den beiden anderen Varianten, die geringste Stoffstrommenge benötigt.

**Bauform** Die Bauform wird in erster Linie vom Stoffsystem und vom geforderten Durchsatz bestimmt. Der zur Verfügung stehende Raum limitiert weiter die Variantenanzahl. Je nach Stoffsystem ist es nötig zur Durchmischung und Trennung der beteiligten Phasen bewegte oder unbewegte Einbauten einzusetzen. Unbewegte Einbauten sollen den zu kontaktierenden Phasen Benetzungsfläche bieten um im Sinne der Filmtheorie viel Austauschfläche zu entwickeln bzw.

oft zu erneuern und Einbauten sollen die Kolonne in Stufen aufteilen, um einer Rückvermischung entgegen zuwirken. Zusammenfassend lassen sich die unterschiedlichen Varianten der Extraktionsapparate vier Gruppen zuordnen.

- Mischer-Settler-Batterien
- Zentrifugal Extaktoren
- Kolonnen ohne Energieeintrag
- Kolonnen mit Energieeintrag

Der Rotating Disc Contactor, kurz RDC, gehört zu der Apparate-Gruppe der Extraktoren mit Energieeintrag. Welche Eigenschaften diese Bauform mit sich bringt ist anschließend beschrieben.

## 1.2 Charakteristik des RDC

Die Kolonne ist durch hintereinander aufgereihete Kompartments, getrennt durch Statorscheiben, in gleichgroße Teilvolumina geteilt. Zwischen Statorscheibe und Welle ergibt sich ein ringförmiger freier Querschnitt, durch den die Phasen strömen können. Je Kompartiment sorgt die Rotation von Rührscheiben für die Durchmischung der Phasen.

Die Statorscheiben sollen unerwünschte axiale Vermischung hemmen. Die Rotorscheiben bringen die Turbulenz in die kontinuierliche Phase ein und kontrollieren die Tropfenbildung durch ihre Drehzahl.

## 1.3 Beschreibung der Geometrie

Aus vorangegangener Forschung ergab sich die Entwicklung einer Geometrie, in der die Statorscheiben entfallen[2]. Die Rotorscheiben sind in dieser statorlosen Geometrie vergrößert worden. Abbildung 1.1 zeigt die klassische Geometrie mit ihren wichtigsten Maßen. Der freie Querschnitt<sup>1</sup> zwischen Stator und Rotor wurde aus der klassischen Geometrie in die statorlose Geometrie übernommen. Es vergrößert sich der Rotorscheiben-Durchmesser. Die Maße der untersuchten Geometrien sind in Tabelle 1.3 zu finden.

Der freie Querschnitt zwischen Stator und Rotorscheibe aus der klassischen Geometrie wird in die Ebene der Rotorscheiben übertragen. Somit ist der freie Querschnitt zwischen der Außenwand und den Rotorinnenscheiben zu messen. Die klassische Geometrie wird aus dem freien Querschnitt bestimmt. Stator-, Wellen- und Rotordurchmesser werden über die von KOSTERS beschriebenen Verhältnisse berechnet [12]:

$$\frac{d_S}{D_A} = 0,7 \tag{1.1}$$

$$\frac{H_C}{D_A} = 0,08 \cdots 0,15 \tag{1.2}$$

$$\frac{d_R}{D_A} = 0,6 \tag{1.3}$$

Für den Scale-Up hat STEINMETZ einen Überblick zu den Geometrieverhältnissen zusammengestellt [23].

<sup>1</sup> Geometrisch beschrieben: die Mantelfläche eines Kegelstumpfs

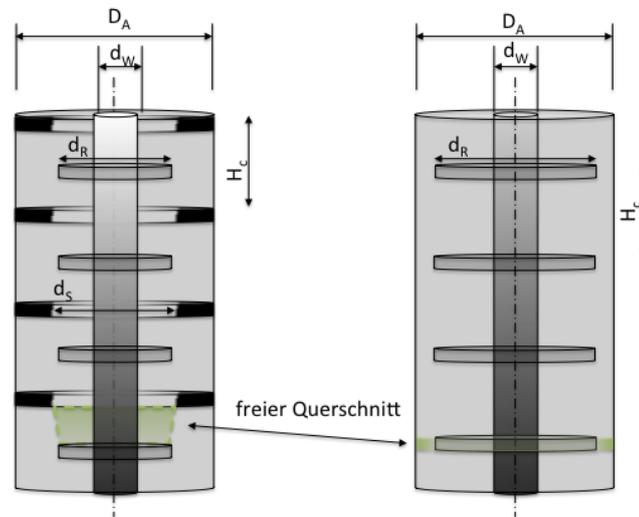


Abbildung 1.1: Klassische Geometrie links; statorlose Geometrie - rechts.

Tabelle 1.2: Scale-Up Beziehungen für die Dimensionsübertragung der klassischen RDC-Geometrie[23].

Skalierungsgröße	Skalierungsbeziehung	Anmerkung	Autor
$D$ axiale Dispersion der kontinuierlichen Phase	$\frac{D_{C,2}}{D_{C,1}} = \frac{H_{K,1}}{H_{K,2}} = \left(\frac{H_{C,2}}{H_{C,1}}\right)^{C_1}$	$C_1 = \frac{2}{3}$ bis 1 $d_P = \text{konst}$ $u_{tip,1} = u_{tip,2}$	[19]
$n$ Drehzahl des Rührorganes	$\frac{n_2}{n_1} = \frac{D_{K,1}^{1,9}}{D_{K,2}} \cdot \left(\frac{H_{C,2}}{H_{C,1}}\right)^{0,9}$	ohne Rückvermischung $H_K \propto D_K^{\frac{2}{3}}$	[16]
$H_C$ Höhe eines Kompartiments	$\frac{H_{C,1}}{H_{C,2}} = \left(\frac{D_{K,1}}{D_{K,2}}\right)^{0,5}$		[15]
$H_K$ Höhe der Kolonne	$\frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{H_{K,1}}{H_{K,2}}\right)^{\frac{1}{3}}$	$\frac{P_1}{V_1} = \frac{P_2}{V_2}$ $w_i$ Umfangsgeschwindigkeit des Rührorganes	[9]
HETS Höhe einer theoretischen Trennstufe	$\frac{HETS_2}{HETS_1} = \left(\frac{D_{C,2}}{D_{C,1}}\right)^{C_2}$	$C_2 = 0,5$	[20]

## 1.4 Die CFD Simulation

Ist das verwendete Stoffsystem festgelegt, ist zu entscheiden, welche Bauform des Trennapparates angewendet wird. Anspruch an Reinheit, Durchsatz, Effizienz und Flexibilität in der Auftrennung verschiedener Stoffsysteme und nicht zuletzt der zur Verfügung stehende Raum entscheiden mit über die Bauform des Trennapparates. Der Trennprozess ist dann aus den Erfahrungen mit Stoffsystemen zu entwickeln oder es sind Laborversuche und Pilotanlagen erforderlich. Ein Scale-Up ist problematisch, da sich durch geringe Änderungen der Dimensionen im Kolonnendurchmesser

Tabelle 1.3: Maße der beiden untersuchten Geometrien

Geometrie:		klassisch	statorlos
		[mm]	[mm]
Durchmesser der Kolonne	$D_A$	100	100
Durchmesser der Welle	$d_W$	46	46
Durchmesser der Rotorscheibe	$d_R$	64	87
Durchmesser der Stator-Öffnung	$d_S$	76	-
Höhe des Kompartments	$H_C$	34	34

oder an den Einbauten das hydrodynamische Verhalten stark ändern kann. Die Berücksichtigung der Dimensionsänderung ist mit empirischen Korrelationen begrenzt möglich. Die Konsequenzen, durch Änderungen an der Geometrie, sind nur unzureichend mit empirischen Korrelationen zu berücksichtigen. Die CFD-Simulation lässt die Untersuchung der Auswirkungen auf die Hydrodynamik zu und gibt damit die Möglichkeit zur gezielten Optimierung neuer Trennapparate.

## 1.5 Zielsetzung

Die Arbeit soll einerseits die CFD-Modellierung validieren und andererseits Verständnis für das Tropfenverhalten im neu entwickelten statorlosen RDC schaffen. In einer klassischen und in einer statorlosen RDC-Kolonne sollen hierfür die Bahnen von Einzeltropfen mit einer HS-Kamera experimentell erfasst werden. Die Beobachtungen werden zur Validierung der numerischen Simulation mit dem Euler-Lagrange-Modell herangezogen. Es wird die durchschnittliche Geschwindigkeit der einzelnen Kugel unter jeweiliger Betriebsbedingung und Geometrie ermittelt. Die Einflüsse auf die Verteilung der Sedimentationsgeschwindigkeit durch die Geometrie und die Rührerdrehzahl die damit beschrieben werden soll. Der beginnende Betriebsbereich soll mit der zunehmenden Wellendrehzahl  $n$  für beide Modifikationen der Geometrie bestimmt werden.

Für die Simulation der Tropfenbewegung birgt die Dispersphase als Fluid betrachtet eine Potenzierung des nötigen Rechenaufwandes. Innenströmung und flexible Tropfenform, sowie Koaleszenz und Aufbrechen der Tropfen komplizieren die Simulationsberechnungen. Daher wird die disperse Phase in dieser Arbeit vereinfachend durch starre Kugeln modelliert.

# 2

## Grundlagen

### 2.1 Betriebsverhalten von Extraktionskolonnen

Wesentliche Einflussparameter auf die Extraktion in der RDC-Kolonne sind die Kolonnenbelastung  $B$  und die Wellendrehzahl  $n$ . Während die Kolonnenbelastung  $B$  bereits mit der Auslegung der Kolonne in Grenzen definiert ist, kann durch die Drehzahl der Welle die Effizienz des Prozesses momentan angepasst werden. Erst ab einer gewissen Drehzahl  $n$  zeigt sich ein Einfluss auf die Parameter Holdup und Sauterdurchmesser, mit welchen ein Betriebsbereich eingestellt wird.

$\phi_d$  - **Holdup** ist das Verhältnis von Volumen der Dispersphase  $V_d$  zum Gesamtvolumen  $V_{Ges}$  der Kolonne. Durch Bestimmung des Volumens der Dispersphase  $V_d$  und des genutzten Kolonnenvolumen  $V_{Ges}$  lässt sich dieser Parameter real messen.

$$\phi_d = \frac{V_d}{V_{Ges}} \quad (2.1)$$

mit  $V_{Ges} = V_k + V_d$

**Der  $d_{32}$  - Sauterdurchmesser** beschreibt die vorliegende disperse Phase als eine äquivalent monodisperse Phase. Der Sauterdurchmesser ist der Durchmesser des volumen- und oberflächen-gleichen, monodispersen Kugelkontingents, mit dem die vorliegende Phasengrenzfläche beschrieben wird. Mit dem Sauterdurchmesser lässt sich die spezifische Austauschfläche  $a$  berechnen.

$$a = \frac{6 * \phi_d}{d_{32}} \quad (2.2)$$

Die spez. Phasengrenzfläche  $a$  lässt sich nur aus den beiden oberen Parametern abschätzen, bzw. wird in Versuchen mit Labor- oder Pilotanlagen kombiniert mit dem Stoffaustauschkoeffizienten  $k_F$  als  $ak_F$  bestimmt<sup>2</sup> [11].

Zur Steigerung des Stoffaustausches ist die Kontaktfläche und das Konzentrationsgefälle zu maximieren. Der Stoffaustauschkoeffizient  $k$  ist von dem Extraktionsmittel abhängig und ist durch

---

<sup>2</sup> Durch die Annahme eines entlang der Kolonnenhöhe, konstanten Hold-up  $\phi_d$ , eines konstanten Sauterdurchmessers  $d_{32}$  und eines konstanten Stoffaustauschkoeffizienten  $k_F$  ergibt sich ein  $ak_F$

die Kolonne nicht weiter zu beeinflussen. Durch Steigerung der Kolonnenbelastung ist der mögliche Stoffaustausch zu erhöhen, jedoch ist ein Aufstauen, das sogenannte Fluten, auszuschließen. Fluten der Kolonne kann durch zu starke Dispergierung auftreten, sodass die Tropfen nicht mehr koaleszieren. Ist es den Tropfen nicht mehr möglich zu koaleszieren, sinkt der Sauterdurchmesser immer weiter, resultierend sinkt auch die Sedimentationsgeschwindigkeit der Dispersphase und damit der mögliche Durchsatz. Damit findet eine Anreicherung der Dispersphase statt, die zum Fluten der Kolonne führt. Der Stofftransport wird in den folgenden Abschnitten detailliert beschrieben.

## 2.2 Stofftransport

Bei der Beschreibung von Stofftransport wird zwischen verschiedenen Mechanismen unterschieden. Stoffübergang erfolgt innerhalb der Phase und wird durch Konvektion und Diffusion geprägt. Geht Stoff in eine angrenzende Phase über, wird von Stoffdurchgang gesprochen. Dispersion tritt innerhalb der Phase auf und vermindert das treibende Gefälle.

### 2.2.1 Stoffübergang

Der Stofftransport innerhalb einer Phase wird als Stoffübergang bezeichnet. Stofftransport kann durch Diffusion und Konvektion erfolgen. Voraussetzung ist das Konzentrationsgefälle der betrachteten Komponente 1, als treibende Kraft. Wie in Gleichung 2.3 zu sehen, ist die diffundierende Stoffmenge von drei Termen zu beeinflussen, dem Diffusionskoeffizient  $D$ , der Phasengrenzfläche  $A$ , durch die der Stoff wandert, und durch das treibende Konzentrationsgefälle  $\frac{\partial c_1}{\partial x}$ , welches die Diffusion antreibt.

$$\dot{n}_{i,x} = -D \cdot A \cdot \frac{\partial c_i}{\partial x} \quad (2.3)$$

Das 1. Fick'sche Gesetz beschreibt die molekulare Diffusion - Gleichung 2.3. Analog der Diffusion lässt sich für die Dispersion eine Beziehung angelehnt an das Fick'sche Gesetz darstellen, die dem Einfluss durch Nicht-Idealitäten Rechnung trägt.

$$\dot{n}_A = -D_{AB} \frac{\partial c_1}{\partial z} \quad (2.4)$$

Durch das Strömungsprofil und auch Turbulenz ergibt sich die Dispersion, die den Stoffübergang hemmen kann, da sie den Gradienten der Stoffkonzentration reduziert und so den Stofftransport senkt. Die Dispersion lässt sich in einer Stoffmengenbilanz beschreiben. Um die Bilanzierung einfach zu halten wird die Dispersion nur in der axialen Richtung der Kolonne betrachtet. Aufgespannt von der Querschnittfläche entlang der Kolonnenachse wird ein differentielles Volumenelement definiert das mittels einer Massenbilanz beschrieben wird. Es wird je Phase eine Bilanz für den transportierten Stoff der Komponente 1 angesetzt.

Hierzu ist die Rückvermischung in axialer Richtung in der Kolonne zu messen. Stoffaustausch und Reaktionen werden dabei ausgeschlossen, da ein inerte Signalstoff gemessen wird.

Somit ergibt sich aus Abbildung 2.1 das Dispersionsmodell:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_{ax} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - u \frac{\partial c}{\partial z} \quad (2.5)$$

Die Ermittlung des  $D_{Ax}$  lässt sich praktisch im Labor, wie auch in Großanlagen durchführen. In

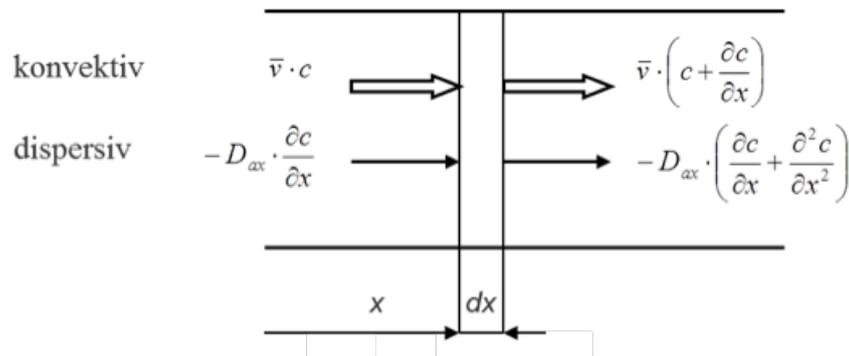


Abbildung 2.1: Dispersion als Überlagerung des konvektiven und dispersiven Stofftransports [14].

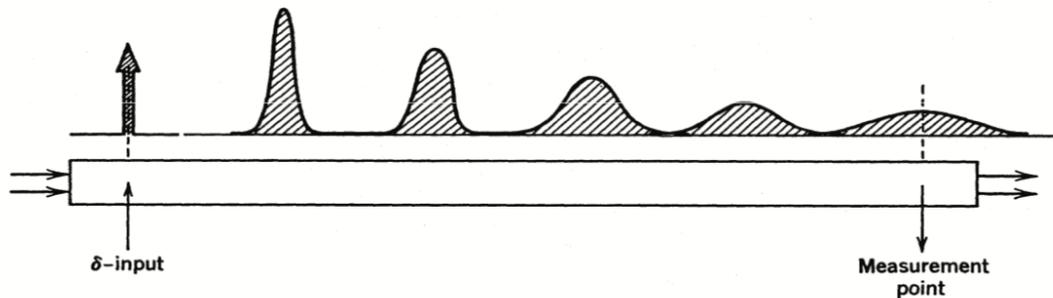


Abbildung 2.2: Die axiale Rückvermischung führt zur Aufweitung des Tracer Signals vom  $\delta$ -Input zum breiten Konzentrationsverlauf [14]

der Regel ist dies mittels inerten Tracerstoffen möglich. In einem Dirac-Stoß oder als  $\delta$ -Signal aufgegeben, nur in einer der Phasen gelöst, wird die Konzentration stromabwärts in der untersuchten Phase detektiert. In Abbildung 2.2 ist die Entwicklung eines Tracersignals dargestellt. Um die Rückvermischung für unterschiedliche Kolonnendimensionen vergleichbar zu machen, ist die dimensionslose Betrachtung sinnvoll. Die Koordinate bzw. die Zeit wird wie folgt ersetzt:

$$Z = \frac{z}{H_K} \quad (2.6)$$

$$\theta = \frac{t}{\tau} = \frac{t \cdot u}{H_k} \quad (2.7)$$

Aufgabe der Kompartments ist es eine möglichst starke Kontaktierung der Phasen zu erreichen, während der Durchsatz möglichst hoch ist. Die Wandergeschwindigkeit bzw. die Verweilzeit je Kompartiment ist im Idealfall für jedes Volumenelement je Phase gleich groß. Das bedeutet, die dimensionslose Zeit  $\theta = 1$  und die Varianz  $\sigma_\theta^2$ , also die Streuung um dieses Ideal, ist möglichst gering.

Damit ergibt sich eine dimensionslose Differentialgleichung, die den Kehrwert der Bodensteinzahl  $B_o$  als Maß für die Rückvermischung enthält.

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = \frac{D_{ax}}{u \cdot H_K} \frac{\partial^2 c}{\partial Z^2} - \frac{\partial c}{\partial Z} \quad (2.8)$$

oder in Anzahl  $n$  monodisperser Tropfen

$$\frac{\partial n}{\partial \theta} = \frac{D_{ax}}{u \cdot H_K} \frac{\partial^2 n}{\partial Z^2} - \frac{\partial n}{\partial Z} \quad (2.9)$$

$$Bo = \frac{u \cdot H_K}{D_{ax}} \quad (2.10)$$

$$Bo = \frac{\text{Impulstransport}}{\text{dispersiver Massentransport}}$$

### 2.2.2 Stoffdurchgang

Geht Stoff in eine angrenzende Phase über, wird dies als Stoffdurchgang bezeichnet. Der Stoffdurchgang kann zur mathematischen Beschreibung als Modell in beide Richtungen äquimolar oder einseitig beschrieben werden. Stoffdurchgang wird dabei vor allem von der Kontaktfläche, der Grenzschichtdicke und der Gleichgewichtskonzentration an der Grenzfläche geprägt. Ausführlich ist dies in der Literatur [22] zu finden. An den Grenzflächen der Phasen treten laminare Grenzschichten auf, durch die der Stoff bis zur Phasengrenze durch Diffusion transportiert wird. Innerhalb dieses Grenzfilms liegt der entscheidende Stoffübergangswiderstand. Stehen zwei Phasen in Kontakt, so liegt auf beiden Seiten der Kontaktfläche ein Grenzfilm mit einem Stoffübergangswiderstand  $1/\beta_I$  und  $1/\beta_{II}$  vor. Für jede Phase ist ein Stoffübergangswiderstand definiert. Diese Beschreibung des Stofftransports ist als Zweifilmtheorie [22] bekannt. Der Transport ist nach diesem Modell allein von den Widerständen in den Grenzschichten beeinflusst. Ein Widerstand an der Phasengrenzfläche wird zumeist vernachlässigt. Die übertragene Stofftransportdichte  $\dot{n}_i$  an der Phasengrenzfläche ergibt sich aus der Bilanz zwischen der abgebenden und der aufnehmenden Phase. Da diese nicht getrennt zu ermitteln ist, lässt sich auch der Stoffübergangskoeffizient  $\beta_i$  der Phase  $i$  nicht bestimmen. Jedoch wird, analog der Berechnung der Stoffstromdichte durch eine Grenzschicht, mit der Kombination von Stoffübergangskoeffizienten zu dem Stoffdurchgangskoeffizienten  $k_{Ph,I}$  bzw.  $k_{Ph,II}$ , die Stoffstromdichte durch eine Phasengrenzfläche  $a$  beschrieben.

$$\dot{n} = k_{i,Ph,I} \cdot (c_{i,Ph,I} - c_{i,Ph,II}) \quad (2.11)$$

Die Herausforderung in der Kontrolle der Stofftransportdichte  $\dot{n}$  und damit der Auslegung von Trennapparaten, ist die Kenntnis dieser Parameter. Versuche im Labormaßstab, bzw. in Pilotanlagen bieten die Möglichkeit zur Ermittlung des Stofftransports im jeweiligen Apparat unter den vorherrschenden Bedingungen. Jedoch ist die Umsetzung auf eine vergrößerte oder gar modifizierte Geometrie der Kolonne nur sehr begrenzt möglich, da durch geringe Änderung der Geometrie große Änderungen in der Hydrodynamik resultieren [22].

## 2.3 HTU-NTU-Ansatz mit Berücksichtigung der Dispersion

Trotz der begrenzten Übertragbarkeit der Erkenntnisse aus dem Labor, kann der idealisierte Phasenkontakt angenommen und eine theoretische Kolonnenhöhe errechnet werden. Die verfahrenstechnische Auslegung bedient sich dem HTU-NTU-Konzept. Es wird die Höhe einer theoretischen Trennstufe HTU ( height of transfer unit ) berechnet. Das Trennziel wird erreicht mit der nötigen Anzahl dieser Trennstufen NTU ( number of transfer units ). Das Produkt ergibt die theoretische Kolonnenhöhe. Vermischungsphänomene in radialer und axialer Richtung sind von dem Kolonnendurchmesser stark beeinflusst. Durchmischung im radialer Richtung ist erwünscht. Die Durchmischung in axialer Richtung soll im Anschluss näher betrachtet werden. Der HTU-NTU-Ansatz lässt sich dann um eine Dispersionseinheit HDU erweitern.

Die Auslegung der Kolonne basiert auf den Kenntnissen, die in Laborversuchen gewonnen wurden. Bei kontinuierlichem Phasenkontakt und stationärem Betrieb mit einer über die ganze Kolonnenlänge konstanten Phasengeschwindigkeit, lässt sich der HTU-NTU-Ansatz anwenden. Aus der Massenbilanz für ein differentielles Volumenelement entlang der Kolonne ergibt sich ein Term, der den konvektiven Transport und den Stoffdurchgang berücksichtigt.

$$\dot{L}_T \frac{dc_1}{dz} - A_Q \cdot a \cdot k_i \cdot (c_1 - c_1^*) = 0 \quad (2.12)$$

Auf die Konzentration  $c_1$  der Komponente 1 bezogen mit:

- $\dot{L}_T$  Volumenstrom des Lösungsmittels,
- Stoffdurchgangskoeffizient  $k_i$  bezogen auf die Phase  $i$  und
- der Phasengrenzfläche  $a$

ergibt sich die Bilanz 2.12 über eine differentielle Höhe  $dz$ . Für die Bilanz wird konvektiver Transport durch Turbulenz in der Bulkphase vorausgesetzt. Die Bulkphase ist homogen vermischt und der Stoffdurchgang wird nur durch Widerstand in den Grenzschichten limitiert. Damit lässt sich obige Gleichung integrieren und man erhält eine theoretische Kolonnenhöhe  $H$ .

$$H = \frac{\dot{L}_T}{A_Q \cdot k_i \cdot a_e} \cdot \int_{c_\alpha}^{\omega} \frac{dc_1}{c_1 - c_1^*} \quad (2.13)$$

Aus Gleichung 2.13 ergibt sich die Höhe  $H$  der Kolonne, als Produkt aus der Höhe einer theoretischen Übertragungseinheit HTU und der Anzahl der nötigen Übertragungseinheiten NTU, um die geforderte Ein- und Austritts-Konzentration  $c_1$  zu erreichen. Die Gleichgewichtskonzentration  $c_1^*$  ergibt sich aus dem thermodynamischen Gleichgewicht.

Wie für die Bulkphase ist die entsprechende Beziehung auch für die Dispersphase anzuwenden. Da diese berechnete Kolonnenhöhe sich auf ideale Bedingungen, sowie den in Pilotbetrieb ermittelten  $k_i$  bezieht, ist die Kolonnenauslegung hiermit nicht abgeschlossen. Berücksichtigung von Nicht-Idealitäten, wie unzureichende Durchmischung und Rückvermischung, können die Auslegung verbessern [22]. Diese Vermischung ist für die kontinuierliche wie auch die disperse Phase zu berücksichtigen. Im anschließenden Abschnitt wird diese Berücksichtigung als axiale Dispersion über ihre mathematische Beschreibung vorgestellt.

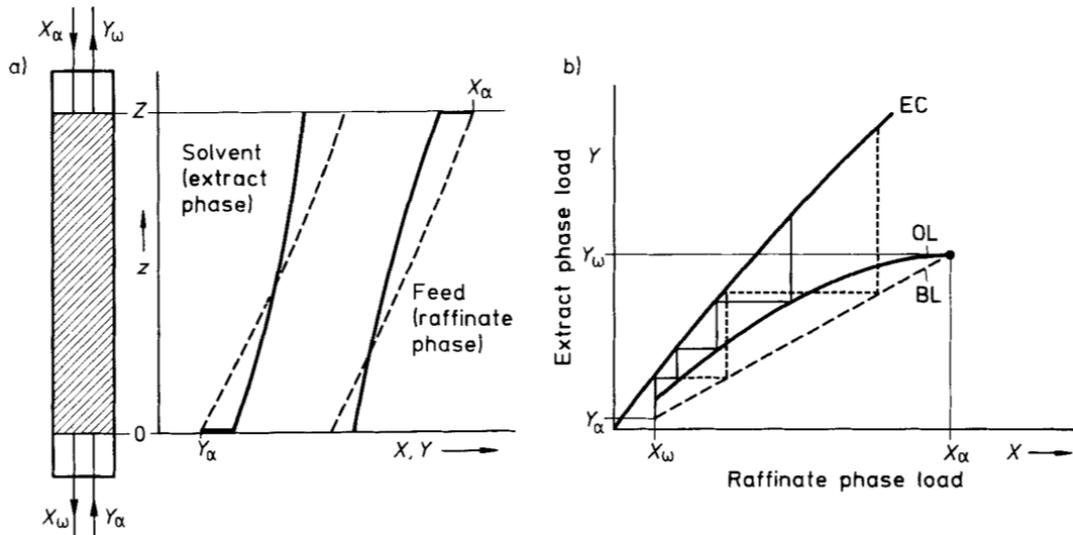


Abbildung 2.3: Konzentrationsprofil entlang der Kolonnenhöhe [11].

## 2.4 Axiale Dispersion

Die axiale Dispersion beeinträchtigt das Konzentrationsgefälle und somit den möglichen Stofftransport stark.

Dieses Phänomen wirkt sich mit zunehmender Wegstrecke  $z$  deutlich auf das Konzentrationsprofil entlang der Wegstrecke aus und beeinträchtigt so die Trenneffizienz. In Abbildung 2.3 ist links das sich abflachende Gefälle der Konzentration entlang der Kolonnenachse zu erkennen, rechts ist die Auswirkung im Beladungsdiagramm dargestellt. Es werden mehr Trennstufen benötigt, um die geforderte Austrittsbeladung  $X_\omega$  zu erreichen.

Für die aufnehmende Phase, wie für die abgebende Phase ergibt sich eine Differentialgleichung für den Stoffdurchgang.

für die abgebende Phase:

$$D_{ax} \frac{d^2 c_1'}{dz^2} - u_1 \frac{dc_1'}{dz} - K_x \cdot a (c_1' - c_1^{*'}) = 0 \quad (2.14)$$

für die aufnehmende Phase:

$$D_{ax} \frac{d^2 c_1''}{dz^2} - u_2 \frac{dc_1''}{dz} - K_x \cdot a (c_1' - c_1^{*'}) = 0 \quad (2.15)$$

Durch die Lösung 2.16 von STEMERDING & ZUIDERWEG lässt sich diese Gleichung wieder zu einer HTU-NTU Form überführen wobei nun die axiale Vermischung berücksichtigt wird [24].

$$\frac{1}{HDU} = \left( \frac{D_{ax,d}}{u_d} + \frac{E \cdot D_{ax,k}}{u_k} \right)^{-1} + \frac{0,8 \cdot \ln(E)}{L \cdot (E - 1)} \quad (2.16)$$

mit dem Extraktionsfaktor  $E$  und dem Nernstschen Verteilungskoeffizienten  $m_N$

$$E = m_N \cdot \frac{\dot{V}_k}{\dot{V}_d} \quad (2.17)$$

Wird der Extraktionsfaktor  $E = 1$  gesetzt und die Arbeits- und Gleichgewichtslinie jeweils als parallele Gerade angenommen, so lässt sich der  $HDU$  wie folgt darstellen.

$$HDU = \frac{D_{ax,d}}{u_d} + \frac{D_{ax,k}}{u_k} \quad (2.18)$$

Die Höhe zur Kompensierung der axialen Dispersion  $HDU$  lässt sich zu der idealen theoretischen Trennstufenhöhe  $HTU$  addieren. Damit ergibt sich die korrigierte Höhe  $\overline{HTU}$ . Die effektive Kolonnenhöhe  $H_{K,eff}$  lässt sich nun aus dem HTU-NTU Konzept ermitteln:

$$H_{K,eff} = (HTU + HDU) \cdot NTU \quad (2.19)$$

Mit dem Zellenmodell lässt sich die gegebene Höhe einer Kolonne oder eines Kompartments mit einer Kaskade von Rührkesseln mit  $N$  in Reihe geschalteten Kesseln vergleichen. Die Kessel teilen das Gesamtvolumen der Kaskade in gleichgroße Zellen. Gemäß dem Zellenmodell ohne Rückstrom wird angenommen, dass die austretenden Stoffmengenströme den Stoffkonzentrationen in jeweiliger Mischstufe entsprechen. Eine größere Rückvermischung resultiert nach dieser Modellvorstellung also aus einer geringeren Zahl  $N$  an effektiven Mischstufen (Kesseln - vgl. Abbildung 2.4).

Die Konzentration  $c$  lässt sich ebenso durch eine Beladung einer Stoff- oder Stückmenge  $n_i$  ersetzen, die einen fixen Abschnitt der Kolonne in der Zeit  $\theta_i$  durchwandert. Es lässt sich damit die Anzahl der Kugeln als Beladung definieren und damit eine  $E$ -Funktion ("probability density function") bzw. normierte  $E_\theta$ -Funktion bilden [14]. Die Zeit  $t$  ist mit Hilfe einer charakteristischen Zeit  $\bar{t}$  dimensionslos zu machen.

$$E_\theta = N \cdot \bar{t}_i \cdot E_t = \frac{N \cdot (N \cdot \theta)^{N-1}}{(N-1)!} \cdot e^{-N\theta} \quad (2.20)$$

mit der Varianz  $\sigma^2$  bzw.  $\sigma_\theta^2$  für eine normierte E-Funktion:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{N} \quad (2.21)$$

$$\bar{t}_\theta = 1 \quad (2.22)$$

Der Verlauf der Funktion  $E_\theta$  veranschaulicht das Konzentrationsprofil nach einem Dirac- $\Delta$ -Stoß entlang einer Kaskade kontinuierlicher Rührkessel. Besteht die Kaskade aus 50 Rührkesseln, ergibt sich ein spitzes, nahezu symmetrische Profil. Mit steigender Rückvermischung flacht das Konzentrationsprofil  $E_\theta$  ab und wird zunehmend unsymmetrisch was auf eine geringere Zahl effektiver Mischstufen schließen lässt.

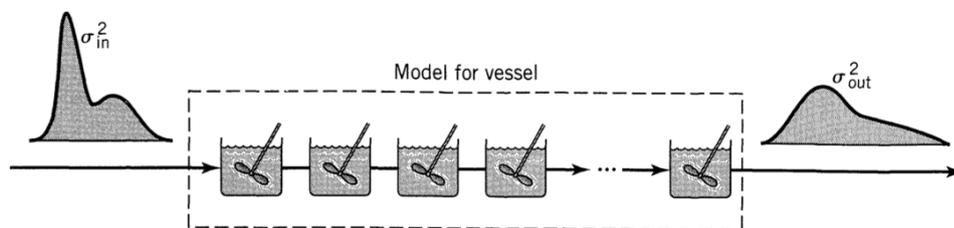


Abbildung 2.4: Beispiel der Aufweitung eines Tracer Signals durch eine Rührkesselkaskade mit  $N$  Kesseln. [14]

Mit der Einzeltropfenuntersuchung in der RDC-Kolonne wurde die Verteilung der Verweilzeit je Kompartiment untersucht. Mit der gemessenen Verweilzeitverteilung wurde eine Rührkessel-

kaskade modelliert, die eine entsprechende axiale Rückvermischung zeigt. Haben alle Partikel ähnlich weite Wege zurückzulegen, bzw. gleiche Relativgeschwindigkeit und haben keine instationären Vorgänge Einfluss, ist die Verteilung eng und steil in ihrem Kurvenverlauf. Ein flacher Kurvenverlauf d.h. eine breite Streuung der Geschwindigkeiten wird von einer breiten Verteilung gebildet.

Die Funktion  $E_\theta$  lässt sich integrieren und als eine S-förmige Kurve der Summenverteilungsfunktion  $F$  wie in Abbildung 2.5 darstellen. Beide Darstellungsweisen ermöglichen den Vergleich verschiedener Geometrien bzw. verschiedener Betriebsfälle. Die Rückvermischung der Kolonne bzw. eines Kompartments, wird dem Rückvermischungsverhalten einer Rührkesselkaskade mit  $N$  Kesseln gegenübergestellt [22].

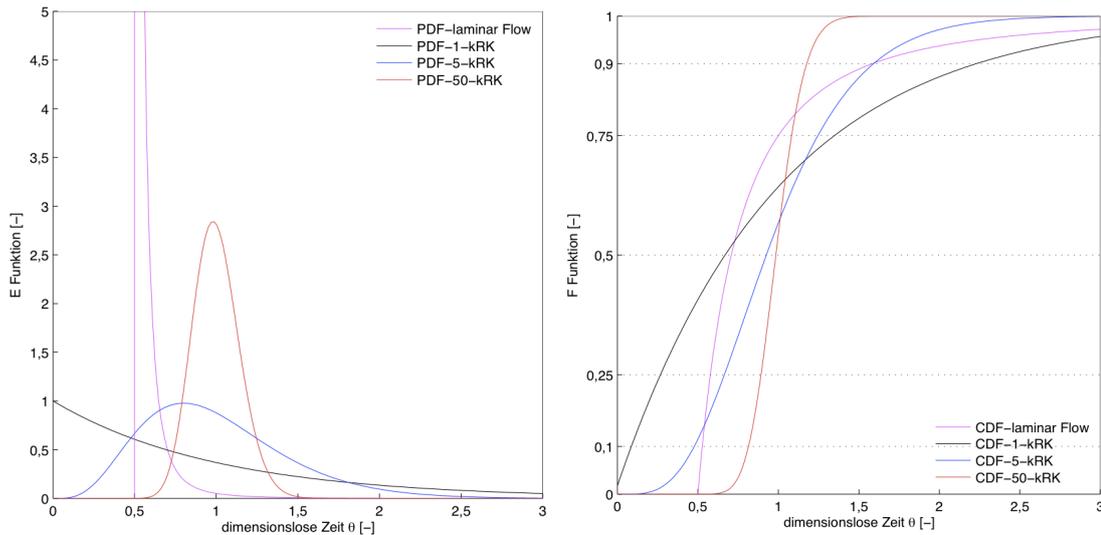


Abbildung 2.5: Vergleich der Rückvermischung einer theoretischen Kaskade kontinuierlicher Rührkessel. links - Funktion  $E_\theta$ ; rechts - F Funktion über der dimensionslosen Zeit  $\theta$ .

Für die Extraktion in einer RDC-Kolonne ist ein Kompromiss zwischen zwei Zielen zu finden. Zum Einen soll das Kompartimentvolumen vollständig genutzt werden, so dass beide Phasen maximal in Kontakt kommen, im Kompartiment also ideale Vermischung vorliegt. Zum Anderen ist die ideale Pfropfenströmung je Phase über die Kolonne hinweg das Ziel, um das treibende Konzentrationsgefälle für den Stofftransport vollständig auszunutzen. Jedes Kompartiment soll somit als ein Rührkessel fungieren, der keine Abkürzung für den Strom bietet. Somit entspricht die RDC-Kolonne einer Kaskade von Kompartments bzw. Rührkesseln. Aufgrund von unterschiedlich starken Wandeinfluss und Turbulenzbildung, lässt sich im realen Strömungsrohr keine ideale Pfropfenströmung erreichen. Eine ideale Pfropfenströmung in einem Rohr ist parabolisch und hat ein sehr flaches Geschwindigkeitsprofil. Der Verlauf der E Funktion ist in diesem Fall sehr eng und besitzt ihr Maximum bei  $\theta = 1$ . Das Geschwindigkeitsprofil einer laminaren Strömung dagegen ist spitzer geformt. Wird die Kolonne radial unzureichend durchmischt, so bildet sich das Konzentrationsprofil ähnlich wie in einer laminar durchströmten Rohrleitung aus. Die Fluidelemente in Wandnähe bewegen sich aufgrund der Wandreibung, bzw. Haftung viel langsamer als die Phase auf der Rohrachse die sich mit maximaler Geschwindigkeit bewegen kann. Eine Rührkesselkaskade beschreibt das Rückvermischungsverhalten der Kolonne im jeweiligen Betriebszustand mit ihrer Anzahl an Kompartments quantitativ. Im Falle  $N=1$  ergibt sich ideale Vermischung wie in einem kontinuierlichen Rührkessel. Mit einer Rührkesselkaskade  $N \rightarrow \infty$  stellt die Rückvermischung der Kaskade als ein Strömungsrohr mit idealer Pfropfenströmung dar [14].

## 2.5 Betrachtungsmethoden der Strömungsdynamik

Wie detailliert die Simulation den Prozess beschreiben kann, hängt von der Fragestellung und der zur Verfügung stehenden Rechenleistung ab. Zunächst wird die Grundlage, die Beschreibung der einphasigen Strömung erklärt, dann wird auf die Besonderheiten der Simulation von mehrphasigen Strömungen eingegangen.

### 2.5.1 Erhaltungsgleichungen

Massen-, Energie- und Impulserhaltung müssen parallel und für jedes Volumenelement gelten. Für die einphasige CFD-Simulation beschreiben folgende Gleichungen diese physikalischen Gesetze: Die Massenerhaltung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla (\rho \vec{u}) \quad (2.23)$$

und die Impulserhaltung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + \nabla (\rho \vec{u}) = \nabla (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \tau + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2.24)$$

mit dem Schubspannungstensor  $\tau$

$$\tau = [\nabla \vec{u} \vec{u}^T] - \frac{2}{3} \nabla \vec{u} I \quad (2.25)$$

Die Energiegleichung ist für die Extraktion nicht weiter zu betrachten, da die Anlagen meist unter Umgebungsbedingungen betrieben werden und, wie in dem Fall der Flüssig/Flüssig-Extraktion, keine kompressiblen Fluide zu beschreiben sind.

Wie die Lösung dieser Transportprozesse durchgeführt wird, soll nicht weiter erklärt werden. Umfassend beschrieben ist dies in [18], [4] und [6] zu finden.

### 2.5.2 Diskretisierung

Die oben vorgestellten Gleichungen zur mathematischen Beschreibung der Transportprozesse sind je Kontrollvolumen zu lösen. Das Netz aus Teilvolumina und insbesondere die Randgebiete sind Schlüssel zur Entwicklung stabiler Simulationen. Wandnahe Gebiete, sowie Zu- und Abflüsse sind für die Netzberechnung besonders zu behandeln. Ausgehend von den Randbereichen, welche besonders sensibel zu modellieren sind, wird ein Netz aus Teilvolumina gelegt. Abhängig von der Fragestellung, dem angewandten Turbulenzmodell und der Rechenleistung, muss die Auflösung der Kontrollvolumina (Raumelemente) festgelegt werden. Sind Symmetrieebenen im Volumen vorhanden, kann unter Umständen der Rechenaufwand erheblich reduziert werden. Lässt sich das Simulationsvolumen geometrisch durch Symmetrieebenen oder Symmetrieachsen definieren und ist Stoff-, Energie- und Impulstransport durch diese Symmetrieebene auszuschließen, ist diese Vereinfachung sinnvoll. Im Fall der Rotationssymmetrie lässt sich das Volumen auf ein Keilvolumen reduzieren. Von dem 3D-Modell lässt sich ein 2D-Modell entwickeln, das durch ein 2D-Netz komfortabel diskretisiert werden kann [18].

Wie in der Einphasenströmung, ist in der Mehrphasenströmung ebenfalls den begrenzenden Wänden besondere Beachtung zu schenken, um Randschichten darzustellen. Bei einer offenen Oberfläche, bei der die Grenzfläche an ein Gasvolumen angrenzt oder an eine kontinuierliche Phase, die eine feste oder fluide disperse Phase sein kann, wird die Modellierung noch anspruchsvoller.

### 2.5.3 Mehrphasige Strömung

Die mehrphasige Strömung ist von zwei oder mehr nebeneinander vorliegenden Phasen, getrennt durch Phasengrenzflächen, ausgezeichnet. Zunächst lässt sich, wie in Abbildung 2.6 zu sehen, ein Volumen durchdrungen von einer mehrphasigen Strömung, durch die geometrische Struktur der Phasen näher definieren. Das Phasenverhältnis  $\alpha_i$ , sowie die Ausdehnung im Verhältnis zum Gesamtvolumen sind zu spezifizieren. Es ist von dem zu beschreibenden Prozess und der Fragestellung abhängig, welcher Ansatz zur Verwendung kommt. Grundlegend lässt sich bei der Beschreibung von Mehrphasenströmungen zwischen zwei Ansätzen unterscheiden [18].

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V} \quad (2.26)$$

**Der Euler/Euler Ansatz** berücksichtigt beide Phasen in einem gemeinsamen Raumelement. Beide Phasen liegen hier momentan nebeneinander, co-existent in einem Volumenelement vor und beeinflussen je nach prozentualem Volumenanteil die Eigenschaften des Fluids in dem Raumelement. Für Volumenverhältnisse der beteiligten Phasen von bis zu  $\alpha_i = 20\%$  kann der Rechenaufwand niedrig gehalten werden, jedoch können Fragestellungen, wie Position und Wandel von Phasengrenzflächen nicht beantwortet werden.

**Der Euler/Lagrangen Ansatz** beschreibt die Strömungsdynamik innerhalb eines Volumenelements getrennt für jede Phase. Die Phasen liegen isoliert von einander vor und es werden unterschiedliche Beschreibungsansätze je Phase verwendet. Die kontinuierliche Phase wird in einem ortsfesten Koordinatensystem beschrieben. Die Bilanzgleichungen der unabhängigen Variablen wie Geschwindigkeit, Druck, Turbulenzparameter, Konzentrationen und Temperatur sind zu lösen. Diese enthalten Quellterme zur Berücksichtigung der Dispersphase. Somit kann die kontinuierliche Phase von der Dispersphase beeinflusst werden. Die Partikelgesamtmenge wird, um Rechenaufwand zu reduzieren, in Partikelpakete fraktioniert. Die Fraktionierung ist durch Masse der Partikel, Alter und/oder andere Variablen möglich. Es gehen Informationen, betreffend Einzelbewegung verloren, bei ausreichend großer Anzahl von Partikelpaketen ist jedoch eine statistische Beurteilung der Dispersphase möglich. Die Partikelpakete sind in der lagrangeschen Betrachtung an Bahnen des Geschwindigkeitsfeldes gebunden. Diese Geschwindigkeit ergibt sich aus der Simulation der kontinuierlichen Phase. Während die Partikel entlang der Trajektorien wandern, werden die wirkenden Kräfte auf die Partikel berechnet und die Bahn korrigiert. Es ergibt sich ein Simulationsverfahren wie folgt:

- Initialisierung der Transportgrößen der kontinuierlichen Phase und der Partikelpakete.
- Berechnung der Transportgrößen der kontinuierlichen Phase ohne Berücksichtigung der Quellterme aus der Dispersphase.
- Berechnung der Pakete der Dispersphase nach der lagrangeschen Betrachtungsweise.
- Berechnung der Wechselwirkung zwischen den Phasen mittels Bestimmung der Quellterme (*Paketbahnen, Paketeigenschaften*).
- Berechnung des Strömungsfeldes der kontinuierlichen Phase mit Berücksichtigung der Quellterme aus der Dispersphase.
- Mittelung der Partikeleigenschaften der einzelnen Pakete.
- Iteration der Berechnung der kontinuierlichen Phase und der Paketbahnen bis zur Konvergenz der Simulation.

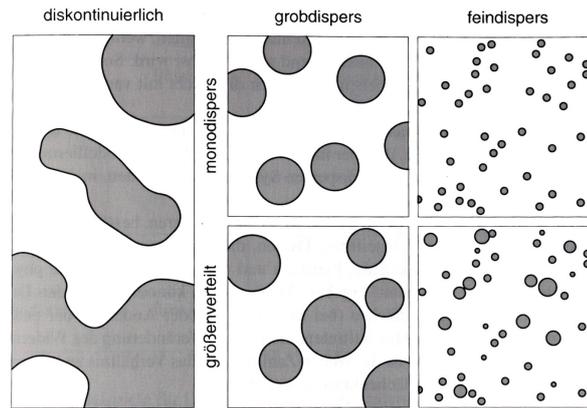


Abbildung 2.6: Geometrische Struktur heterogener Mischungen [18].

Ist der Volumenanteil  $\alpha_i$  an disperser Phase geringer als 5% des Gesamtvolumens  $V$ , lässt sich die Euler/Lagrangesche Betrachtung anwenden. Bei höherem Volumenanteil steigt die nötige Rechenleistung unverhältnismäßig. Bei höherer Dispersphasenkonzentration sollte eine Euler/Euler Beschreibung der koexistenten Phasen angewendet werden [18]. Beide Ansätze basieren auf der mathematischen Beschreibung von Transportprozessen, wie sie bereits oben dargestellt wurden.

**Die Kopplung der Phasen – Coupling** Abhängig von, Verhältnis (Volumen, Masse, Größenordnung der Dispersphase etc.) der Phasen ist für die Entwicklung eines Modells der Strömung eine entsprechende Wechselwirkung, sogenanntes Coupling, anzusetzen.

**Einweg Kopplung (engl.: one-way coupling)** Sind die Partikel der dispersen Phase in der kontinuierlichen Phase hinreichend gut verteilt (gelöst), so werden die Partikel die Strömung, nicht beeinflussen. Die Partikelbewegung wird von der Strömung der kontinuierlichen Phase bestimmt. Für die Einzeltropfenuntersuchung ist die Einweg-Kopplung optimal.

**Zwei-Wege Kopplung(engl.: two-way coupling)** Sind die Partikel der dispersen Phasen groß bzw. die Konzentration hoch, sodass eine Beeinflussung der Strömung in der kontinuierlichen Phase anzunehmen ist, so wird von einer Zwei-Wege Kopplung gesprochen. Die Strömungssimulation der kontinuierlichen Phase ist mit der Simulation der dispersen Phase gekoppelt anzusetzen und zu lösen.

**Vier-Wege Kopplung(engl.: four-way coupling)** Besteht die hohe Wahrscheinlichkeit der Kollision der Partikel der dispersen Phase, wie in einer Partikel-Wolke, so beeinflussen sich die Partikel selbst. Durch direkten Kontakt, sowie durch ihre Bewegung durch das umgebende Fluid, sind die Partikel, sowie das Fluid selbst in dessen Verhalten beeinflusst. Dann liegt eine Vier-Wege Kopplung vor. Die Beschreibung des Systems durch eine Simulation ist nochmals komplexer gegenüber dem vorhergehenden Fall. Auch hier ist die Simulation der kontinuierlichen Phase mit der Simulation der Dispersphase gekoppelt anzusetzen und zu lösen.

Im Falle einer möglichen Zwei-Wege-Kopplung zwischen Dispersphase und kontinuierlicher Phase sollten die Partikelrelaxationszeit  $\tau_P$  bzw. die charakteristische Zeit der Strömung  $\tau_F$ <sup>3</sup> verglichen werden. Die Partikelrelaxationszeit beschreibt die Fähigkeit des Partikels sich in seiner Geschwindigkeit an das umströmende Fluid anzupassen.

<sup>3</sup> für einen gerührten Kessel wird von Nouri & Whitelaw [17] vorgeschlagen eine Abschätzung durch den Quotienten aus Rührerblattbreite und Umfangsgeschwindigkeit zu erhalten

Die iterative Berechnung der kontinuierlichen Phase mit der Berücksichtigung der Wechselwirkungen und Quellterme der Dispersphase ist für die Einzeltropfenuntersuchung nicht nötig. Die Berechnung der kontinuierlichen Phase wird zuerst bis zur Konvergenz gebracht. Das konvergierte Strömungsprofil wird als Basis für die Einzeltropfenbewegung verwendet.

**Stokes-Zahl** Die Stokes-Zahl  $St$  ist der Quotient aus der Partikelrelaxationszeit  $\tau_P$  und der charakteristischen Zeit  $T_F$ . Die charakteristische Zeit  $T_F$  beschreibt die Zeit in der sich, durch einen äußeren Einfluss, die Fluidgeschwindigkeit ändert. Physikalisch beschreibt  $St$  die Bedeutung der Massenträgheit für die Partikelbewegung. Ist  $St \ll 1$  so folgt das Partikel der Stromlinie. Für größere Teilchen nimmt die Massenträgheit zunehmend Einfluss auf die Partikelbewegung. Beziehungsweise die Strömung ändert sich schneller, als Teilchen sich der Änderung anpassen können.

Für den Stokes Bereich gilt

$$\tau_P = \frac{1}{18} \cdot \rho_P \cdot d^2 \mu^{-1} \quad (2.27)$$

Für die vereinfachte Annahme, dass nur die Widerstandskraft auf die Partikelbewegung Einfluss nimmt und für den Fall, dass die Partikelgeschwindigkeit  $u$  zunächst 0 und die Fluidgeschwindigkeit  $v$  konstant ist, lässt sich mit

$$\frac{dv}{dx} = \tau_P^{-1} (u - v) \quad (2.28)$$

die Partikelgeschwindigkeit  $u$  finden.

$$u = \frac{1}{1 - \exp(-t \cdot \tau_P^{-1})} \cdot v \quad (2.29)$$

Die Modellierung einer fluiden Dispersphase mit flexibler Form, die Innenströmung ausbildet, ist mit einer starken Steigerung der Rechenaufwandes verbunden. Daher ist die disperse Phase in dieser Arbeit vereinfachend durch starre Kugeln modelliert worden. Die Modellierung der Dispersphase wird im folgenden Abschnitt erklärt.

#### 2.5.4 Turbulenz und Randschicht Modellierung

Für die Modellierung bzw. für die Berücksichtigung der Turbulenz ist zwischen drei Ansätzen zu wählen.

- DNS – Direkte numerische Simulation (keine Turbulenzmodellierung)
- LES – Large Eddy Simulation
- RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes

In der direkten numerischen Simulation wird die Strömung in kleinste Zeit- und Raumskalene aufgelöst. Es fordert den höchsten Rechenaufwand, ergibt jedoch auch genaueste Ergebnisse. Die Large Eddy Simulation beschreibt grobe Wirbelstrukturen, während kleine je nach Filtereinstellung vernachlässigt werden. Im LES wird die Bilanzgröße in simulierte und modellierte Teile zerlegt und behandelt. Die Large Eddy Simulation differenziert also räumlich. Die RANS mittelt die Schwankungen einer Größe zeitlich. Es wird die Bilanzgröße in einen zeitlichen Mittelwert  $\theta$  und eine Schwankungsgröße  $\theta'$  zerlegt, die unterschiedliche Größenordnung besitzen. Die



kraft. Durch die Anströmung der Kugel wirkt eine Widerstandskraft  $F_W$ . Durch die Bewegung der Fluidphase mit der Wellendrehung entsteht eine Zentrifugalwirkung. Die leichtere disperse Phase wird durch die schwerere Phase verdrängt, so dass sie Richtung Welle gedrückt wird. Durch Drehung der Kugel und somit unterschiedliche relative Geschwindigkeiten zwischen Kugel und Außenströmung entwickelt sich eine Auftriebskraft, die über die Magnus-Kraft definiert ist. Der Auftriebseffekt durch unterschiedliche relativ Geschwindigkeiten einer Kugel und einer Scherströmung rührt von der Saffman-Kraft her.

**Druckgradienten** spielen eine Rolle für die Bewegung der dispersen Phase wenn diese sehr groß sind oder das Dichteverhältnis  $\frac{\rho_d}{\rho_k}$  sehr klein ist. Jedoch spielt der Druckgradient in turbulenten Strömungen meist eine untergeordnete Rolle. Da sich durch die Wellenbewegung in diesem Fall der Energieeinbringung eine Rotation des Flüssigvolumens um die Kolonnenachse einstellt, ist in einer Simulationsreihe auch dieser möglich Faktor beleuchtet worden. In dieser Arbeit wird mit einer gemittelten Fliehkraft der Einfluss auf die Partikelbewegung untersucht. In ähnlichen Simulationsarbeiten sind von DECKER [5] und FERNÁNDEZ & NIRSCHL [25] unter Berücksichtigung von Druckgradienten Partikelbewegung simuliert worden.

**Die Saffman-Kraft** ist ein Phänome der Ablenkung von kleinen Partikeln, die einer Scherströmung folgen. Eine laminare Scherströmung mit Geschwindigkeitsgradienten ist in dieser Anwendung nur in unmittelbarer Wandnähe zu erwarten. In einer laminaren Strömung wirkt auf die frei rotierenden Partikel eine Kraft, die normal zu der Bewegungsrichtung ihres Schwerpunkts gerichtet ist. Für kleine Partikelreynoldszahlen  $Re_p \ll 1$  ist von Saffman das Ablenkungsphänomen als Saffman-Kraft beschrieben worden. Das Volumen der Kompartments ist von turbulenter Strömung durchsetzt. Weiters folgt aus der Partikelreynoldszahl, dass kein Stokes-Sedimentationsverhalten auftritt. Der von SAFFMAN [21] für die Saffman-Kraft definierte Wirkungsbereich  $Re_p \ll 1$  ist somit überschritten. Trotzdem ist diese Option in der Simulation überprüft worden, um die Einflussfaktoren ausschließen zu können.

## 2.7 Statistische Begriffe

Mit der Einzeltropfenuntersuchung war die unbekanntere mittlere Sedimentationsgeschwindigkeit zu bestimmen, bzw. waren die Einflüsse auf die Geschwindigkeit der Sedimentation zu beschreiben, um sie auch in der Simulation berücksichtigen zu können. Mittelwert  $\bar{x}$  und die Verteilung der Grundgesamtheit sind Unbekannte, die selbst zu bestimmen sind. Zufallsvariable  $x$  ist die Geschwindigkeit der Kugel mit der das Kompartiment durchwandert wird. Während die Werte zur Geschwindigkeit aus den einzeln beobachteten Sedimentationsvorgängen offenbar einer schiefen Verteilung<sup>4</sup> folgen, ist die Verteilung der mittleren Sedimentationsgeschwindigkeit bei Wiederholung unter gleichen Betriebsbedingungen als symmetrisches normalverteiltes Phänomen anzunehmen. Mit einer großen Anzahl von Wiederholungen der einzelnen Betriebsbedingungen ließe sich zu einer treffenden Aussage über den Erwartungswert  $\mu$  der Geschwindigkeit, bzw. zu einem Konfidenzintervall kommen. Diese Wiederholungen werden durch eine Simulation mittels eines Monte-Carlo Algorithmus (MC-Algorithmus), der nun erklärt werden soll, durchgeführt.

### 2.7.1 Monte-Carlo Algorithmus

Der Monte-Carlo Algorithmus beschreibt nicht einen einzelnen Anwendungsalgorithmus, sondern den Stochastikansatz für die approximative Lösung vielfältiger Probleme oder abstrakter Simulation von Prozessen [10]. In mannigfaltigen Anwendungsmöglichkeiten sind oft Algorithmen der

<sup>4</sup> Die Messwerte streuen nicht symmetrisch um den Erwartungswert sondern sind links des Erwartungswertes häufiger enger und rechts von diesem mit geringer Anzahl breiter verteilt

Monte-Carlo Methoden erste Wahl aufgrund der vergleichbar geringen Rechenzeit gegenüber anderer Simulationsmethoden. Darüber hinaus lässt sich durch Steigerung der Rechenleistung auch die Qualität der Lösung verbessern und präzisieren. In dieser Arbeit sind Sedimentationsgeschwindigkeiten unter verschiedenen Bedingungen gemessen worden. Um den Aufwand zur Bestimmung der Konfidenzintervalle der mittleren Geschwindigkeiten klein zuhalten, sind die Rohdaten mit einem MC-Algorithmus synthetisch vergrößert worden. Aus der Rohdatenreihe mit  $m$  gemessenen Geschwindigkeiten werden mittels gleich-verteilter Zufallsvariablen  $m$ -mal Werte ausgewählt und aus diesen  $m$  Werten ein Mittelwert gebildet. So wird eine Messreihe erhalten mit einem neuen synthetischen Mittelwert  $\bar{v}_i$ . Mit einer großen Zahl  $k$  solcher synthetischen Messreihen lässt sich nun ein Intervall bestimmen in dem der wahre Mittelwert zu 95% Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist. Diese Methode ist möglich, da von dem Mittelwert der Geschwindigkeiten unter jeweiliger Bedingung von einer Normalverteilung des Erwartungswertes  $\mu$  auszugehen ist, die Verteilung der gemessenen Urprobe jedoch unwesentlich zur Generierung einer synthetischen Probe ist.

## 2.8 Darstellung der Ergebnisse

Für die Messdatendarstellung ist die Summenverteilungsfunktion (F-Funktion) gewählt worden. In Abbildung 2.9 sind beispielhaft die Ergebnisse einer Messreihe dargestellt. Auf der Abszisse ist die Geschwindigkeit der Sedimentation je Kompartiment aufgetragen. Über die Ordinate

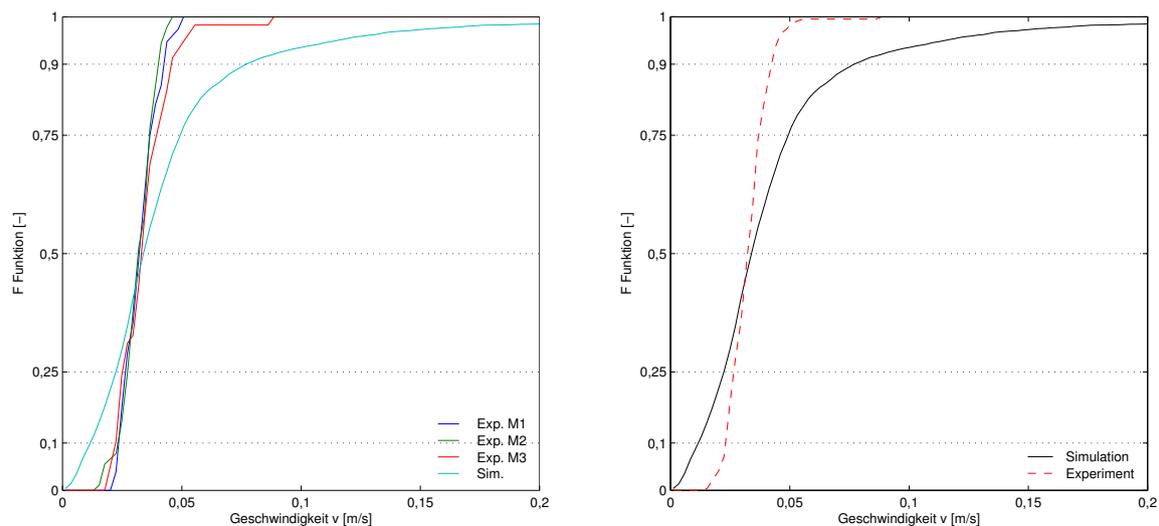


Abbildung 2.9: Gegenüberstellung der Versuchswiederholungen und Vergleich mit den Simulations-Ergebnis; jeweilige Versuchswiederholung - links  
Ergebnisse der Versuchswiederholungen zusammengefasst (rot) - rechts

ist die summierte Häufigkeit der betreffenden Geschwindigkeit abzulesen. Je steiler der Kurvenverlauf der Summenhäufigkeit ist, desto enger streut unter jeweiliger Bedingung die Verteilung der Messwerte um den Erwartungswert. So lässt sich zunächst die maximale und die minimale Geschwindigkeit ablesen. Weiter erkennt man wie sich die gesamte Messreihe zwischen max und min. Geschwindigkeit entwickelt. Die Ordinate unterteilt die Messreihe in 10%, 25%, 50%, 75% und 90% der Gesamtreihe. Der Median ist auf dem Ordinaten-Abschnitt 0,50 abzulesen. Der Verlauf der Summenkurve ist für  $< 10\%$  und  $> 90\%$  stark abweichend von dem idealen Verlauf einer normalverteilten Zufallsgröße.

# 3

## Experimentelle Arbeit

In diesem Teil der Arbeit wird die Einzeltropfen-Untersuchung und der Versuchsstand vorgestellt. Es werden die Randbedingungen für die Einzeltropfen und die Phasenführung erläutert. Die Auswertung des Video-Materials, aufgenommen mit der Hochgeschwindigkeitskamera, wird daraufhin kurz erklärt. Abschließend werden die Ergebnisse zu den Einzeltropfenuntersuchungen vorgestellt.

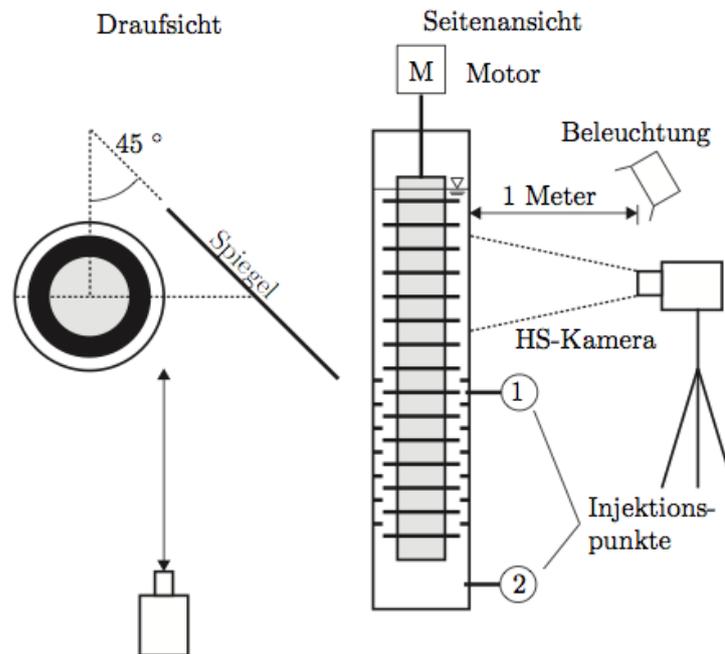


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

### 3.1 Versuchsstand für die Einzeltropfen-Untersuchung

Die experimentelle Arbeit soll Erkenntnisse über das Verhalten von Einzeltropfen für eine klassische und eine statorlose Geometrie bringen.

Tabelle 3.1: Versuchsmatrix für die experimentelle Untersuchung des Einzeltropfenverhaltens in der RDC-100 Kolonne

Kugel		klassische Geometrie				
d in [mm]		50	100	n in [1/min] 150	200	250
2,0		3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50
2,5		3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50

Kugel		optimierte Geometrie				
d in [mm]		50	100	n in [1/min] 150	200	250
2,0		3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50
2,5		3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50	3 x min.50

Der Laboraufbau der RDC-100-Kolonne ist modifiziert worden, um Einzeltropfenversuche durchzuführen. Die Dispersphase wird in Form von festen Kugeln als Einzeltropfen über einen Silikon Schlauch injiziert. Eine Video-Kamera nimmt mit 70 Bildern je Sekunde die Bewegung der Kugeln durch die Kolonne auf.

### 3.2 Versuchsaufbau

Die Kugeln durchlaufen die Kolonne und werden innerhalb einer definierten Strecke beobachtet. Die Bewegung der Kugeln kann durch die gläserne Kolonnenaußenwand beobachtet werden. Für die kontinuierliche Phase ist als Medium Wasser gewählt worden. Die Dispersphase soll durch ihre geringere Dichte gegenüber der kontinuierlichen Phase aufsteigen. Für die disperse Phase sind Polypropylen-Kugeln gewählt worden. Somit sind Strömungsphänomene innerhalb der Dispersphase ausgeschlossen, was eine einfachere Modellierung in der Simulation ermöglicht. Um weitere Vereinfachungen zu treffen, ist die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase  $v_K$  auf null festgelegt worden. Es werden die Kugeln in die Kolonne mit stehender Wassersäule injiziert, in der nur durch die Wellen- bzw. Rotor-scheibenrotation Strömungsbewegungen entstehen. Die Kugeln werden durch die Strömung bzw. durch ihren Auftrieb entlang dieser Strecke transportiert, wobei je Kugel die benötigte Zeit für eine Einheitsstrecke erfasst wird. Die Kameraperspektive umfasst drei Kompartimenthöhen der Kolonne, womit drei Teilstrecken (jeweils zwischen zwei Rotor-Scheiben) definiert sind. Die Aufnahme erfolgt durch eine Hochgeschwindigkeitskamera mit einer Aufnahme Frequenz von 70 Bildern je Sekunde. Hin-



Abbildung 3.2: Versuchsaufbau

reichende Ausleuchtung der Strömungssituation wird durch einen Strahler erreicht, welcher aus der horizontalen Ebene der Kamera um  $30^\circ$  versetzt montiert ist. Mit dieser festen Perspektive lässt sich nur eine Seite der Kolonne betrachten, die Rückseite der Kolonne ist aus der Perspektive der Kamera von der Welle verdeckt. Durch einen vertikalen Spiegel hinter der Kolonne im Winkel von  $\phi = 45^\circ$  zur Aufnahmeebene lässt sich auch die Rückseite der Kolonne aus der Perspektive der Kamera erfassen.

### 3.3 Vorbereitung und Injektion der Polypropylenkugeln

Die Eigenschaften der verwendeten Kugeln sind als Einzeltropfenmodell in der anschließenden Simulation zu modellieren. Daher sind die Kugeln auf einheitliches Volumen geprüft worden. Um dieses Volumen zu bestimmen ist ihre Dichte und die Masse erforderlich. Daher wurden die Kugeln einzeln gewogen. Die Bestimmung der Dichte wurde mit Hilfe einer Lösung aus Wasser und Isopropanol durchgeführt. Die Lösung wurde als Bad verwendet, in der die Kugel gerade in Schwebelage gehalten wurde, wenn ihre Stoffdichte gleich der umgebenden Lösung war.

Um den Dichtebereich des Kugelkontingents möglichst eng einzugrenzen, aber zugleich möglichst viele Kugeln verwenden können, wurden die Kugeln wie folgt sortiert. Zunächst wurde eine Lösung angesetzt in der alle Kugeln schwimmen. Die Dichte der Lösung wurde durch Zugabe von Isopropanol gesenkt, bis einzelne Kugeln absinken. Dieses Vorgehen wurde schrittweise unter Rühren durchgeführt, unterbrochen durch Ruhephasen, um das Verhalten der Kugeln feststellen zu können. Sobald die Mehrheit der Kugeln in dem Bad schwebte, war die Sortierung nach der Dichte abgeschlossen. Die Kugeln, die noch schwammen bzw. auf dem Boden des Becherglas gesunken waren, wurden nicht verwendet. Um auf das Volumen schließen zu können, wurde jede Kugel gewogen. Unter der Annahme exakt runder Kugeln ohne Ovalität wurde auf den Durchmesser der einzelnen Kugel geschlossen. In Tabelle 3.2 sind die Ergebnisse der Sortierung zusammengefasst.

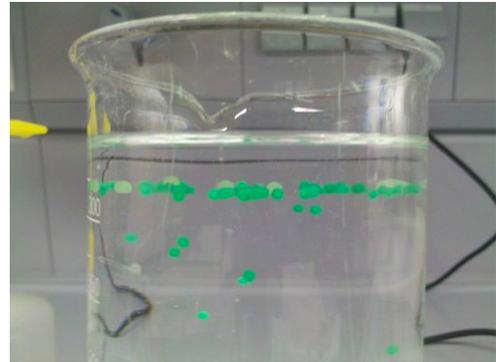


Abbildung 3.3: PP-Kugeln im Bad aus Wasser und Isopropanol bei der Dichtebestimmung der Kugeln

Tabelle 3.2: Ergebnisse der Kugel-Sortierung zur Feststellung der Durchmesser-Streuung

Eigenschaft der Kugel		Einheit		
Durchmesser	d	[mm]	2,0	2,5
Dichte	$\rho_{Max}$	[g/l]	909	902
	$\rho_{Min}$	[g/l]	903	872
Masse	$m_{Max}$	[mg]	3,7	7,2
	$m_{Min}$	[mg]	3,6	6,5
Kugelvolumen	$V_{Max}$	$[\cdot 10^{-3} cm^3]$	4,10	8,26
	$V_{Min}$	$[\cdot 10^{-3} cm^3]$	3,96	7,20
Durchmesser	$d_{Max}$	[mm]	1,99	2,51
	$d_{Min}$	[mm]	1,96	2,40
Durchmesser- Abweichung	$F_{Max}$	[%]	1	0
	$F_{Min}$	[%]	2	4

Es konnte je Kugelfraktion eine Abweichung im Durchmesser von unter 5 % festgestellt werden,

womit für die 2,0 mm-Fraktion 46 Kugeln und für die 2,5 mm-Fraktion 80 Kugeln als starre Modelltropfen verwendet werden konnten.

**Injektion der Kugeln** Die Kugeln sollen auf ihrer Bahn durch die Kolonne ausschließlich durch die Auftriebskräfte und die Strömungsphänomene innerhalb der Kolonne beeinflusst werden. Daher sollen diese als Einzeltropfen die Teilstrecken passieren. Die Zufuhr der einzelnen Kugel wurde manuell durchgeführt. Die Kugeln wurden in einem mit Wasser gefüllten Silikon-schlauch mit einem Durchmesser von 3mm und einer Länge von ca. 0,5m vorbereitet. Die Kugeln wurden zuvor in einem Wasserbad gelagert und aus diesem mittels Schlauch aufgereiht. Aufgrund ihrer geringeren Dichte wandern die Kugeln automatisch durch den stets wasser-gefüllten Schlauch aufwärts. Die Kugeln wurden somit in dem Schlauch aufgereiht und konnten später einzeln in die Kolonne injiziert werden. Beim Aufnehmen der Kugeln in den Schlauch ist darauf geachtet worden, dass keine Luftbläschen mit eingesaugt wurden. In die Kolonne dürfen keine Luftblasen eingeschleppt werden, um die Kugelbewegung und die Strömungsverhältnisse nicht zu verfälschen. Der gefüllte Schlauch mit den aufgereihten Kugeln wurde mit der Kolonne über einen Eingang unterhalb der Messstrecke verbunden. Aufgrund des hydrostatischen Drucks ist der Schlauch an einer Stelle stets von der Kolonne abgesperrt, um ein Auslaufen zu verhindern. Als Schleuse dienen Klammern, die den Schlauch an zwei Stellen abklemmen. Auf diese Weise ist das Füllen des Schlauchs und die Zufuhr der Kugeln möglich ohne den Schlauch von der Kolonne abzunehmen. Zur Kugelinjektion wurde eine Spritze an das äußere Ende des Schlauchs gesetzt, mit welcher ein Impuls zur Injektion gegeben wurde.



Abbildung 3.4: Im Schlauch für Injektion vorbereitete Kugeln

### 3.4 Fehlerdiskussion der experimentellen Arbeit

Die klassische Geometrie weist bedingt durch die Konstruktion einen Spalt zwischen Stator und Außenwand auf. Durch diesen Spalt konnte sich eine Strömungsschicht ausbilden. Zum Teil wurden Kugeln zu diesem Spalt getragen. Die Verteilung der Sedimentationsgeschwindigkeiten wurde durch diesen Spalt beeinflusst.

Die Kugeln konnten sich entweder verfangen und wurden gebremst, oder sie wurden durch den Spalt getragen und es ergab sich eine größere Geschwindigkeit der Sedimentation. Damit ergaben sich einzelne Ausreißer. Der Versuchsaufbau wurde stets mindestens 12 h vor dem Experiment mit Wasser befüllt und so gut wie möglich entgast. Durch die Standzeit vor den Versuchen konnten sich die verbleibenden Gasblasen sammeln und dann durch leichtes Rühren aus der Wassersäule entfernen lassen. Wie aus den Gegenüberstellungen der Versuchsergebnisse hervorgeht (siehe Anhang A.2.1 & B.2.1), sind alle Versuchsbeobachtungen gut wiederholbar. Die Versuche wurden zur Überprüfung der Beobachtungen mehrmals wiederholt. Die Versuchsmatrix ist in Tabelle 3.1 zusammengefasst.



Abbildung 3.5: Versuchsaufbau: Spalt zwischen der Außenwand und Statorscheiben lässt die Kugeln zum Teil hindurch wandern.

### 3.5 Verarbeitung in Matlab

In Matlab sind die Ausgabedateien in .dpm-Format bzw. in .txt-Format eingelesen und wie folgt verarbeitet worden:

- Feststellung der Messreihen Länge, Maxima-, Minima-Werte.
- Berechnung der Mittelwerte und Mediane aus der Originalmessreihe.
- Messwerte werden nach Größe sortiert.
- Feststellung der Ausreißer nach dem 5%- Ausreißerkriterium.
- Reduktion der Messreihe um die Ausreißer und Berechnung der korrigierten Median- und Mittelwerte.
- Berechnung der Konfidenzintervalle mit dem Monte-Carlo Algorithmus.
- Darstellung und Vergleich der Versuchsreihen mit Hilfe von Histogrammen bzw. der Summenverteilung.
- Zusammenlegen der Ergebnisse der Versuchswiederholungen (es mussten keine Versuche ausgeschlossen werden).
- Aus den Experiment-Daten wird die Dichteverteilungsfunktion  $E_{exp}$  für die jeweiligen Versuchsbedingung berechnet.
- Aus den Simulations-Daten wird die Dichteverteilungsfunktion  $E_{sim}$  für die jeweiligen Versuchsbedingung berechnet.
- Die Berechnung der Summenverteilungsfunktionen  $F_{exp}$  und  $F_{sim}$  aus den Dichteverteilungsfunktionen.
- Bestimmung der Mittelwerte und Mediane sowie der  $d_{10}$  und  $d_{90}$ -Werte.
- Axiale Rückvermischung simuliert durch theoretischen Vergleich mit der Rührkesselnkaskade mit N Kesseln.

Hier ist ein Beispiel der Ausgabedatei als dpm-File zu sehen:

```
(det01 12)
(      x          r      theta          u      ...      time          name)
...
(( 3.4000e-01  2.6161e-02  1.8610e+00  6.6658e-02  ...  3.1849e+00) injection-0:1184)
(( 3.4000e-01  3.0485e-02  1.2997e+00  5.4779e-02  ...  2.6845e+00) injection-0:1185)
(( 3.4000e-01  4.0711e-02  2.4380e+00  7.6024e-02  ...  2.9218e+00) injection-0:1186)
(( 3.4000e-01  3.6957e-02  1.8173e+00  5.0074e-02  ...  2.5208e+00) injection-0:1187)
(( 3.4000e-01  4.1091e-02  1.6260e+00 -2.9909e-02  ...  4.0033e+00) injection-0:1193)
(( 3.4000e-01  3.9957e-02  1.2135e+00  3.6349e-02  ...  4.0653e+00) injection-0:1193)
(( 3.4000e-01  3.2253e-02  6.5058e-01 -3.2560e-02  ...  4.6727e+00) injection-0:1870)
(( 3.4000e-01  2.8002e-02  2.7646e+00  4.1592e-02  ...  4.9070e+00) injection-0:1870)
(( 3.4000e-01  3.2930e-02  2.2301e+00 -7.0594e-03  ...  3.7810e+00) injection-0:2175)
(( 3.4000e-01  3.2356e-02  3.0532e+00  3.6507e-02  ...  3.8495e+00) injection-0:2175)
```

Die Position des Massenpunkts, der Zeit, der Geschwindigkeit in Komponenten  $u$ ,  $v$ ,  $w$  aufgeteilt und Partikel ID als fortlaufende Nummer, ist der Datei zu entnehmen. Man erkennt das die ID-Nummer (letzte Spalte) nicht fortlaufend ist bzw. sich zum Teil wiederholt. Grund hierfür ist die Aufzeichnung bei jeder Berührung der Detektorebene. Das heißt, bewegte sich ein Partikel nicht mehr weiter, wurde es bei der nächsten Ebene nicht mehr detektiert. Oder es wurde entlang der Ebene getragen und so mehrmals detektiert. Mit steigender Drehzahl wurden diese Fehlstellen häufiger. Partikel die zweimal detektiert wurden sind mehrmals hintereinander durch die Ebene gewandert. Dies ist mit einer Kugelbahn entlang der Detektorebene oder Rückspülung zu erklären.

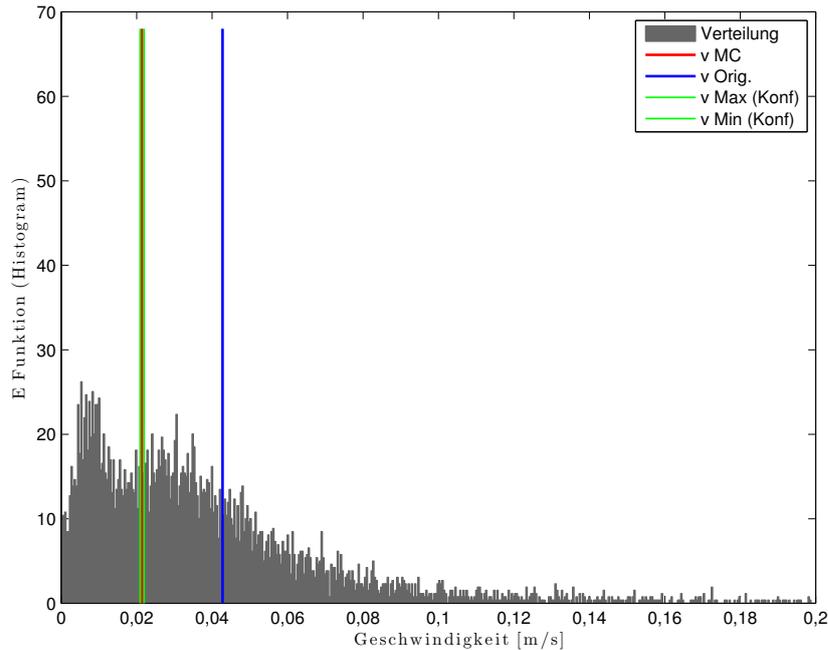


Abbildung 3.6: Dichteverteilung der Sedimentationsgeschwindigkeiten in  $[m/s]$   $d=2,0$  mm in optimierter Geometrie bei 150 rpm.

In Abbildung 3.6 ist die Verteilungsdichte der Sedimentationsgeschwindigkeiten laut Simulation als Histogramm dargestellt. Die blaue Linie zeigt die originale mittlere Sedimentationsgeschwindigkeit ohne die Reduktion der Originalprobe um 5% der Extrem-Messwerte (Ausreißer). Die rote Linie zeigt die Sedimentationsgeschwindigkeit und das Konfidenzintervall (95%) in grün für diese Simulation. Deutlich ist der Einfluss durch die 5%-Korrektur zu erkennen. Hier handelt es sich um die Simulation, die am stärksten aus dem Trend der Beobachtung fällt. Man sieht, dass das Konfidenzintervall, ermittelt mit der in Abschnitt 2.7.1 erklärten Monte-Carlo Methode, den Mittelwert sehr eng eingrenzt.

### 3.6 Experiment - Verwendete Geräte und Software

Tabelle 3.3: Verwendete Hardware und Software

Hardware	PC PCI-Karte	mit Matrox Imaging Adapter Solios eCL/XCL-B frame grabber Fabrikat Matrox Electronic Systems Ltd.
	Highspeed Kamera	MODEL DS1-D1024-160-PC-10 Fabrikat photon focus
	Objektiv TV Lens	Brennweite 50mm; Lichtstärke 1:1.4 Fabrikat Pentax
Software	PCI-Karte	Treiberdatum 14.07.2009 Treiberversion 9.10.723.0
	Steuerung der Videokarte Solios:	GrabIt 9.0
Software	Steuerung der Kamera Ausgabe:	PFRremote Photonfocus AG
Software	zur Auswertung:	MatLab 14.0

### 3.7 Auswertung

Neben der statistischen Beschreibung und Bewertung der Messreihen wurde zunächst eine Korrektur der Messreihen durchgeführt. Die Messreihen beinhalten Ausreißerzeiten, welche sich sehr stark auf die durchschnittliche Sedimentationsgeschwindigkeit auswirken. Einerseits durch Kugeln, die durch Nicht-Idealitäten Abkürzungen genommen haben, andererseits durch Kugeln, die durch die Strömungsdynamik am weiteren Aufstieg gehindert wurden. Diese Ausreißer sollen ausgeschlossen werden.

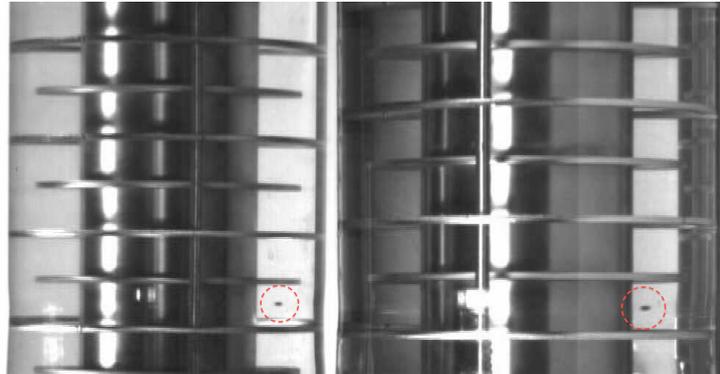


Abbildung 3.7: Aufnahme der Einzeltropfen Untersuchung. Rechts Sicht direkt auf die Kolonne, links die Sicht über den Spiegel auf die Hinterseite der Kolonne.

Um gemessene Ausreißer objektiv auszuschließen, wurden von der Gesamtanzahl der gemessenen Kugeln je Messreihe die kleinsten 5% der gemessenen Zeiten und die größten 5% der gemessenen Zeiten von der Auswertung ausgeklammert. Somit wurden beispielsweise von 100 Messungen die kleinsten fünf Messwerte und die größten fünf Messwerte verworfen und nur die restlichen 90 Messpunkten weiter verwendet. Die gemessenen Verweilzeiten aus Experiment und Simulation bilden je nach Betriebszustand eine eigene Verteilung. Durch die Strömung werden die Kugeln zur Welle gedrückt und wieder in Richtung des Randes der Rotorscheiben transportiert. Jedoch bleiben vereinzelt Kugeln in der Ecke zwischen Rotorscheibe und Wellenschuss hängen. Bei der Video-Auswertung der Experimente wird eine .txt-Datei angelegt, in die jeweils Zeitspannen für die Transportdauer zwischen zwei Höhenmarken in der Kolonne eingetragen werden. Die Ausgabe der Videoauswertung als .txt-Datei wird anschließend in einem Algorithmus mit Matlab verarbeitet. Die Auswertung in Matlab wurde im Abschnitt 3.5 beschrieben.

### 3.8 Ergebnisse der experimentellen Arbeit

Als nächstes werden die Ergebnisse der experimentellen Arbeit dargestellt. Es werden jeweils die Ergebnisse der beiden Durchmesser-Fractionen getrennt diskutiert. Zunächst werden die Ergebnisse mit den 2,0 mm Kugeln betrachtet, dann die Ergebnisse, welche mit den 2,5 mm Kugeldurchmesser erhalten wurden. Die Drehzahl der Welle wurde mit 50, 100, 150, 200 und 250  $\frac{1}{min}$  variiert. Im Sinne der Übersichtlichkeit werden im Folgenden nur die Ergebnisse mit n 50, 150 und 250  $\frac{1}{min}$  diskutiert. Die Beobachtungen zeigen einen deutlichen Trend daher genügt die Diskussion mit drei der Messreihen. Die Ergebnisse der restlichen Versuchsreihen sind im Anhang zu finden (A.1 & B.1).

### 3.8.1 Sedimentation in der klassischen Geometrie

**Kugeldurchmesser 2,0 mm** - Die Sedimentationsgeschwindigkeit wird für den untersuchten Drehzahlbereich kaum beeinflusst. Entgegen dem erwarteten Trend, dass durch Steigerung der Wellendrehzahl die Sedimentationsgeschwindigkeit im Mittel sinkt, bzw. breiter verteilt ist, ist dies nicht zu erkennen. Mit  $n = 250 \frac{1}{min}$  zeigt sich die Verteilung der Geschwindigkeiten verbreitert gegenüber den niedrigeren Drehzahlen. Der Betriebszustand ist noch nicht erreicht. Die Wirbel erfassen die Kugeln noch nicht.

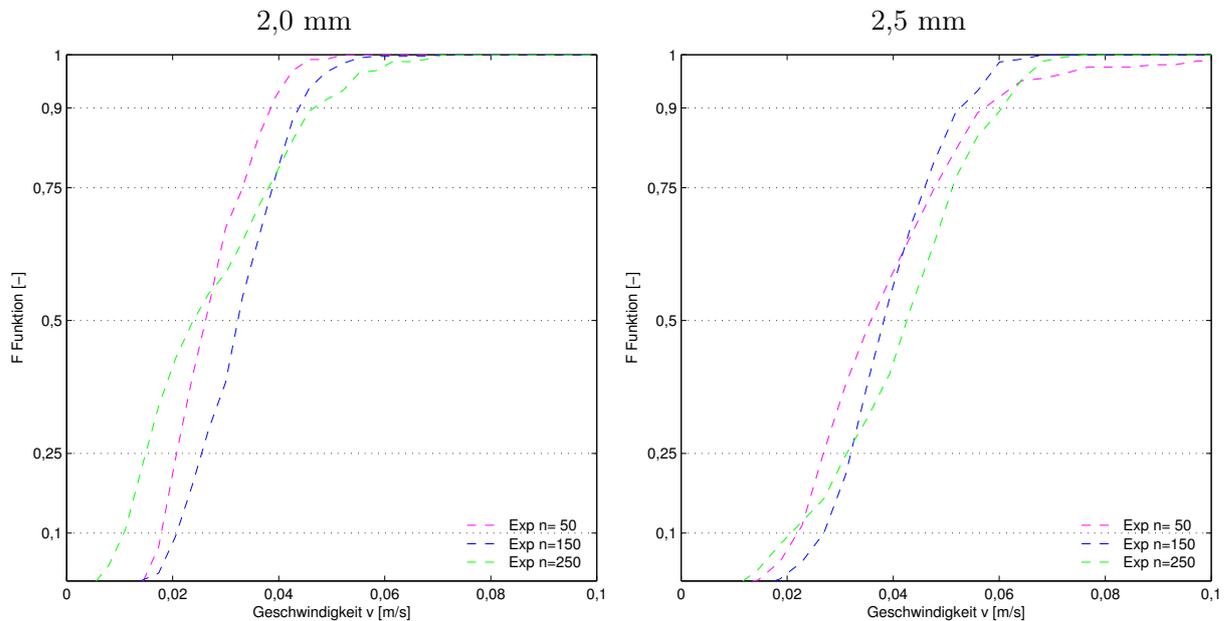


Abbildung 3.8: Gegenüberstellung der Verteilung der im Experiment bestimmten Sedimentationsgeschwindigkeit mit Kugeln, in der klassischen Geometrie mit 2,0 mm - links; 2,5 mm Durchmesser - rechts.

**Kugeldurchmesser 2,5 mm** - Die Sedimentation verhält sich mit den 2,5 mm Kugeln ebenfalls, wie die 2,0 mm Kugelsedimentation, unspezifisch. Die Geschwindigkeit ist etwas höher, was durch einen größeren Einfluss des Auftriebs gegenüber den kleineren Kugeln zu erklären ist. Die Geschwindigkeits-Verteilung ist bei  $n = 250 \frac{1}{min}$  wiederum etwas breiter als die Verteilungen bei niedrigeren Drehzahlen. Jedoch ist die mittlere Sedimentationsgeschwindigkeit mit  $n = 250 \frac{1}{min}$  höher als unter den anderen Bedingungen mit geringerer Energieeinbringung.

Durch ein größeres Oberflächen/Volumenverhältnis ist die Sedimentation der kleineren Kugeln allgemein stärker von den Toruswirbeln im Kompartiment beeinflusst. Damit ergibt sich eine geringere Geschwindigkeit für die Kugelfraktion mit kleinerem Durchmesser. Da sich die Geschwindigkeit der Sedimentation mit der Wellendrehzahl nur unwesentlich ändert, ist festzustellen, dass mit der klassischen Geometrie kein effizienter Betriebsbereich zur Durchmischung der Phasen erreicht wird.

### 3.8.2 Sedimentation in der statorlosen Geometrie

**Kugeldurchmesser 2,0 mm** Die Sedimentationsgeschwindigkeiten sind in der statorlosen Geometrie bei  $n = 50 \frac{1}{min}$  eng verteilt. Mit der Steigerung der Drehzahl  $n$  zeigt sich der Einfluss durch die Toruswirbel deutlich. Wird die Drehzahl erhöht, sinkt die mittlere Geschwindigkeit und es weitet sich die Verteilung der Geschwindigkeiten auf. Ein Anteil von etwa 10% der beobachteten Kugeln kann bei  $n = 250 \frac{1}{min}$  beschleunigt das Kompartiment durchwandern, so dass

sogar diese Kugeln schneller sedimentieren als im niedrigeren Drehzahlbereich. Es ist der Betriebsbereich erreicht. Der steigende Einfluss durch Toruswirbel, induziert durch Wellenrotation, ist zu erkennen.

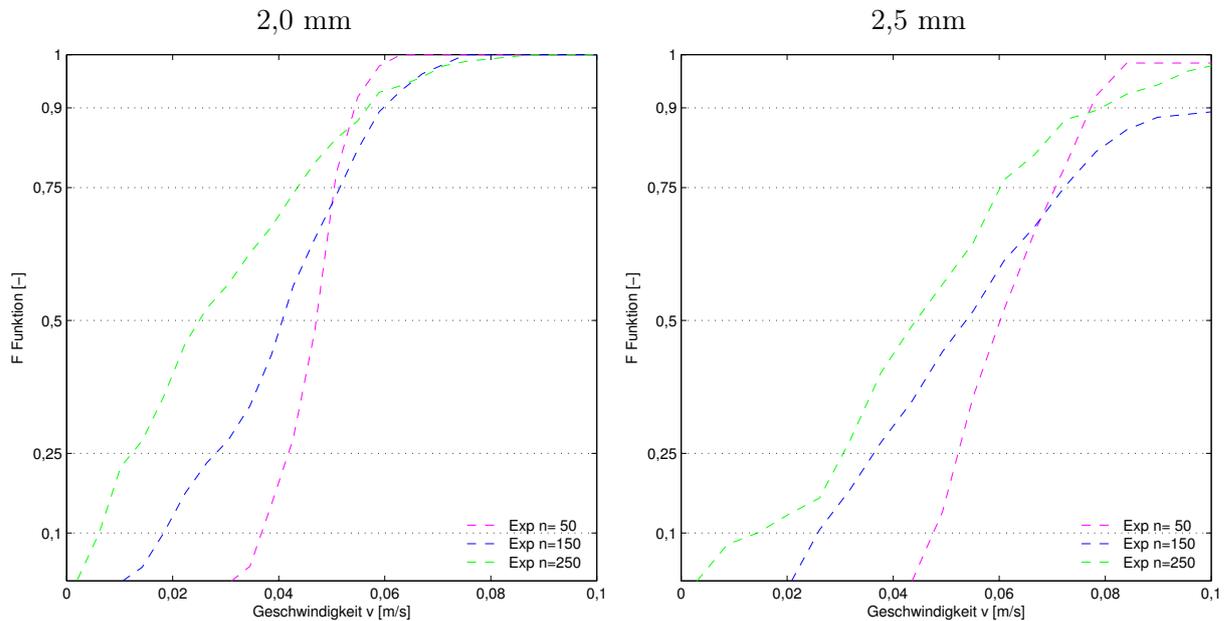


Abbildung 3.9: Gegenüberstellung der Verteilung der im Experiment bestimmten Sedimentationsgeschwindigkeit mit Kugeln, in der statorlosen Geometrie mit 2,0 mm - links; 2,5 mm Durchmesser - rechts.

**Kugeldurchmesser 2,5 mm** Die Sedimentation der 2,5 mm Kugeln in der statorlosen Geometrie zeigt ebenfalls den Zusammenhang zwischen Steigerung der Wellenrotation und der Verbreiterung der Sedimentationsgeschwindigkeit, bzw. der Reduzierung der mittleren Geschwindigkeit. Die Sedimentation der 2,5 mm Kugeln ist jedenfalls schneller als die Sedimentation der 2,0 mm Kugeln.

### 3.9 Bewertung der Geometrien

Die Ergebnisse zeigen, dass die beiden Geometrien für die untersuchte Drehzahlen unterschiedliche Sedimentationsgeschwindigkeiten entwickeln. Die Drehzahl  $n$  hat in der klassischen Geometrie kaum Einfluss auf die Sedimentation. In der statorlosen Geometrie ist, mit höherer Drehzahl, eine Aufweitung der Geschwindigkeitsverteilung und insgesamt eine geringere Sedimentationsgeschwindigkeit. In der klassischen Geometrie wirken sich die Toruswirbel nicht auf die Sedimentation aus. Es wird in der klassischen Geometrie durch Steigern der Wellendrehzahl keine gesteigerte Wirbelstärke bzw. Wirbelstabilität erreicht. In der statorlosen Geometrie ist mit zunehmender Wellendrehzahl ein Einfluss auf die Sedimentation zu erkennen. Im untersuchten Drehzahlbereich stabilisieren sich die Toruswirbel in der statorlosen Geometrie mit der Steigerung der Wellendrehzahl. Die Toruswirbel erfassen die Kugeln und wirken auf die Sedimentation ein. Die Verteilung der Sedimentationsgeschwindigkeit je Kompartiment wird breiter und insgesamt sinkt die Sedimentationsgeschwindigkeit durch die stärkeren Toruswirbel.

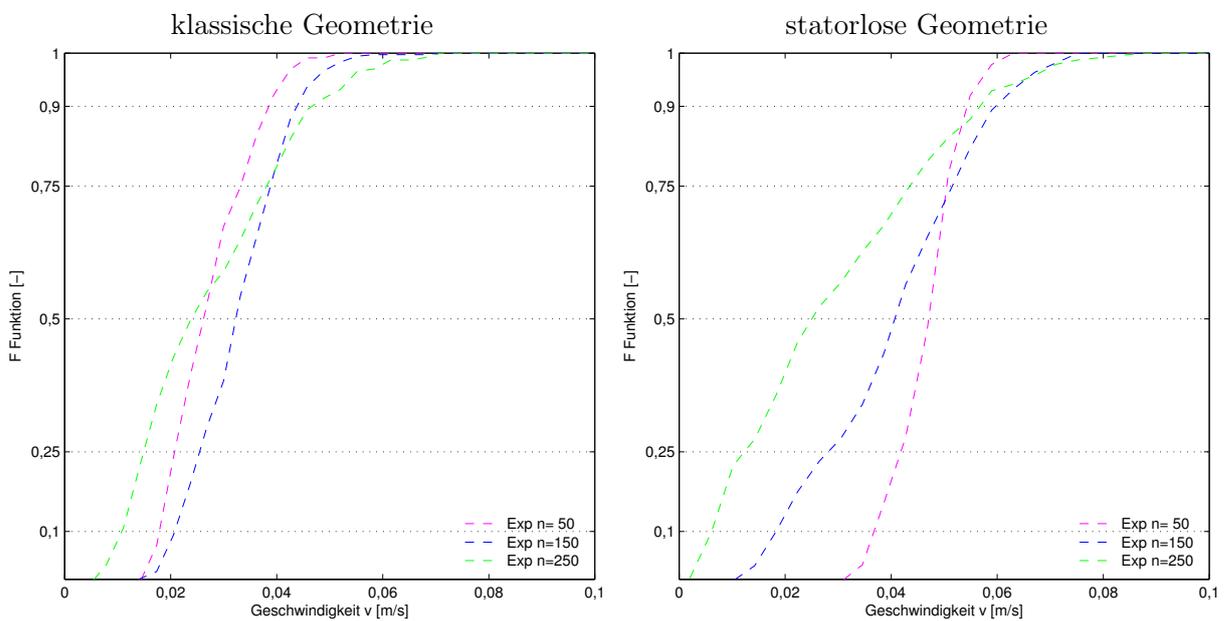


Abbildung 3.10: Gegenüberstellung der Verteilung der im Experiment bestimmten Sedimentationsgeschwindigkeit mit Kugeln mit 2,0 mm Durchmesser. links - in der klassischen Geometrie; rechts - in der statorlosen Geometrie.

#### 3.9.1 Gegenüberstellung der Geometrien und Interpretation

Die Sedimentation verläuft in der klassischen Geometrie, deren Kompartimente durch Statorbleche unterteilt sind, engverteilt. Die mittlere Geschwindigkeit der Sedimentation ist unbeeinflusst von der Drehzahl der Rotorscheiben. Diese sollen eine axiale Rückvermischung hemmen, aber auch strombrechend. Die sich ausbildende Strömung von Welle zur Außenwand wird ungünstig gelenkt und gebremst. Damit ist eine höhere Wellenrotation nötig, um Toruswirbel für die nötige Durchmischung auszubilden.

In der statorlosen Geometrie sinkt die mittlere Sedimentationsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  mit steigender Drehzahl  $n$   $\left[\frac{1}{\text{min}}\right]$ . In der statorlosen Geometrie sind die Rotorscheiben im Durchmesser vergrößert worden. Damit ist der Wandeinfluss reduziert und das Flüssigkeitsvolumen kann der Wellenrotation freier folgen. Es entwickeln sich in der statorlosen Geometrie stabile Wirbeltromben und die Sedimentationsgeschwindigkeiten sinken.

Tabelle 3.4: Zusammenstellung der mittleren Sedimentationsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  und die Mediane  $v_{md}$  der Sedimentationsgeschwindigkeit

Kugel		klassische Geometrie				
d		n in [ $\frac{1}{min}$ ]				
in [mm]		50	100	150	200	250
		$\cdot 10^{-3}$ [m/s]				
2,0	$\bar{v}$	28,8	33,7	33,1	34,9	29,2
	$v_{md}$	27,6	33,8	34,0	33,0	25,5
2,5	$\bar{v}$	40,9	40,8	41,8	40,5	44,8
	$v_{md}$	38,1	39,5	40,6	41,3	44,4
Kugel		statorlose Geometrie				
d		n in [ $\frac{1}{min}$ ]				
in [mm]		50	100	150	200	250
		$\cdot 10^{-3}$ [m/s]				
2,0	$\bar{v}$	50,0	38,7	42,9	39,2	28,0
	$v_{md}$	49,2	47,2	42,8	33,0	27,2
2,5	$\bar{v}$	62,1	62,9	58,5	45,1	46,8
	$v_{md}$	61,8	64,3	56,7	47,3	47,3

In der klassischen Geometrie wird der Betriebszustand nicht erreicht, die Sedimentation in der statorlosen Geometrie zeigt den Beginn des Betriebszustandes bereits für diesen Drehzahlbereich.

### 3.9.2 Theoretischer Vergleich mit einer Kaskade kontinuierlicher Rührkessel

Aus Tabelle 3.5 lässt sich die Entwicklung der axialen Rückvermischung mit der Steigerung der Drehzahl ablesen. Die ermittelte Rührkesselanzahl gilt je Kompartiment.

Tabelle 3.5: Evaluierung der Geometrie mittels eine Rührkesselkaskade mit  $N$  Kesseln nach Levenspiel [14]

Kugel		klassische Geometrie				
d		n in [1/min]				
in [mm]		50	100	150	200	250
2,0	N	15	15	13	5	5
2,5	N	10	15	15	20	5
Kugel		statorlose Geometrie				
d		n in [1/min]				
in [mm]		50	100	150	200	250
2,0	N	50	10	5	2	2
2,5	N	50	30	5	4	3

Mit der klassischen Geometrie wird die Kugel immer wieder durch die Einbauten am Aufstieg gehindert und es ergibt sich eine entsprechende Neigung zur Rückvermischung. Dies geschieht je

Kompartiment, welches sich die wie eine Kaskade von 10 bzw. 15 Rührkesseln verhält. Mit der Steigerung der Drehzahl ändert sich im Generellen das Verhalten der Kugel nur geringfügig. Die Rückvermischung je Kompartiment ist erst mit einer Rotordrehzahl von  $250 \frac{1}{min}$  so verstärkt, dass sich ein Kompartiment wie eine Rührkesselkaskade von 5 Kesseln verhält. Diese Beobachtung gilt in der klassischen Geometrie für beide Kugeldurchmesser. Damit lässt sich feststellen, dass die Wirbelausbildung unterhalb von  $250 \frac{1}{min}$  das Kompartiment nicht vollständig ausfüllt, bzw. nicht stabil ist und somit noch nicht im Betriebsbereich zur effektiven Nutzung liegt.

In der Geometrie ohne Stator hat die geringere Wellenrotation wenig Einfluss auf die Kugelverweilzeit bzw. die Sedimentationsgeschwindigkeit. Die Kugel bewegt sich offenbar unbeeinflusst von axialer Rückvermischung durch das Kompartiment. Mit einer Drehzahl von  $50 \frac{1}{min}$  wirkt das Kompartiment wie eine Rührkesselkaskade von 50 Kesseln was nahezu der idealen Pfropfenströmung entspricht. Mit der Drehzahl  $150 \frac{1}{min}$  entwickeln sich stärkere Wirbel und es ergibt sich eine immer stärker werdende Rückvermischung, bis sich bei einer Drehzahl von  $250 \frac{1}{min}$  das Kompartiment wie eine Kaskade aus 2 bzw. 3 Rührkesseln verhält. Das bedeutet das Kompartiment ist nahezu vollkommen durchmischt.

Mit der statorlosen Geometrie lässt sich durch Steigerung der Drehzahl die Sedimentation kontrollieren. Es findet eine Aufweitung der Geschwindigkeitsverteilung statt. Die Sedimentationsgeschwindigkeit in der klassischen Geometrie bleibt eng verteilt und unbeeinflusst von der Drehzahlsteigerung. Im betrachteten Drehzahlbereich ist der Betriebsbereich für die klassische Geometrie noch nicht erreicht. In der statorlosen Geometrie lässt sich die Sedimentation durch die Drehzahl deutlich steuern, was bedeutet, dass der Betriebsbereich erreicht ist.

## 4

## CFD-Simulation der Einzeltropfen Untersuchung

Die Modellierung der Strömung mit disperser Phase ist so einfach wie möglich zu gestalten, um die Rechenzeiten gering zu halten. Ein Modell des Kolonnenschusses, wie er auch im Versuchsaufbau verwendet wurde, ist für die Simulation definiert worden, wobei die Randbedingungen, die sich aus dem Material, den Eigenschaften des Stoffsystems und den Dimensionen der Einbauten aus dem Versuchsaufbau ergeben, berücksichtigt wurden.

### 4.1 Erstellung der Geometrie

Das Simulationsvolumen wird von der umgrenzenden Geometrie, dem Kolonnenschuss und den Einbauten definiert. Der Kolonnenschuss, inklusive der Rotor-/ Statoreinbauten, ist rotationssymmetrisch und lässt sich somit leicht zeichnerisch definieren. Die Rotationssymmetrie erleichtert den Simulationsaufwand erheblich, da nur ein Keilausschnitt rechnerisch zu simulieren ist. Dieser Keilausschnitt wurde als Schalenkörper gezeichnet und ist dann auf das Gesamtvolumen umgelegt worden. Es ist nur ein Bruchteil der für die gesamte Kolonne nötigen Zellenanzahl zu berechnen, um dieses Keilsegment darzustellen.

Die Geometrie mit Statorscheiben enthält im Laboraufbau eine Besonderheit. Aufgrund der Konstruktion des Statoreinsatzes im gläsernen Kolonnenschuss ergibt sich ein Spalt zwischen Kolonnenaußenwand und Statorscheibe von etwa 2 mm. Aufgrund geringer Abweichungen vom zentrischen Sitz des Statorscheibenaufbaus ergeben sich bis zu 2,5 mm breite Spalten. Durch diese Spalten kann die kontinuierliche Phase strömen. Die disperse Phase kann somit ebenfalls zu dem Spalt getragen werden. An diesem Spalt verfangen sich die Kugeln im Experiment oder können ihn sogar als Abkürzung passieren. Die Strömungsbedingungen sollen in der Simulation so gut wie möglich nachgestellt werden. Deshalb wurde dieser Spalt bei der Erstellung der Geometrie in der Simulation berücksichtigt. In

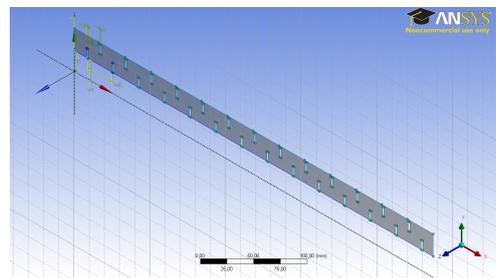


Abbildung 4.1: Grundkonstruktion des rotationssymmetrischen Schalenkörpers für die klassische Geometrie

Abbildung 4.2 ist die Verfeinerung des Meshs zur detaillierten Auflösung der Strömung in den

Randbereichen zu sehen. Weiter ist der Spalt zwischen der Außenwand und der Statorscheibe zu erkennen.

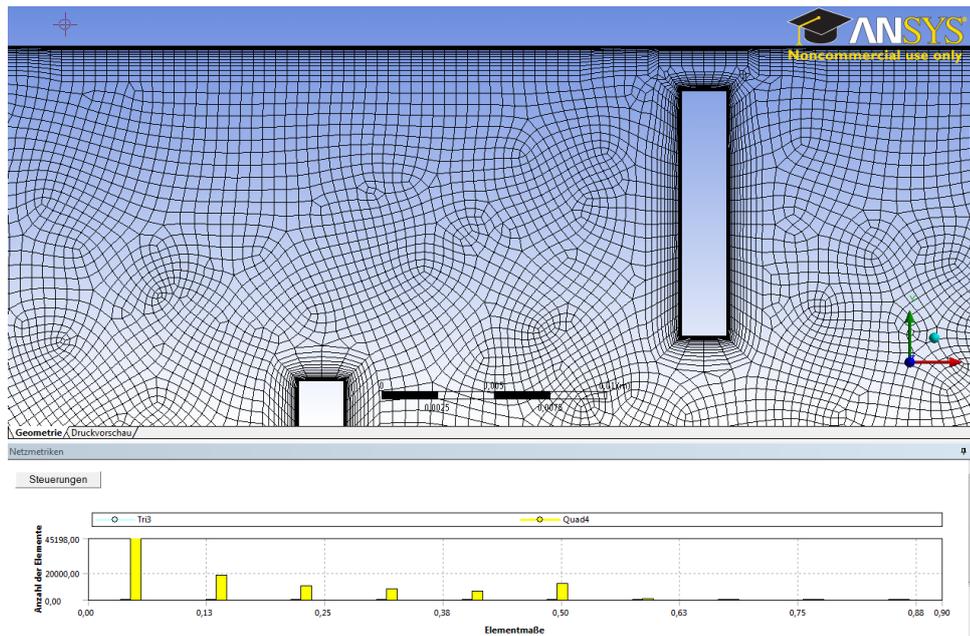


Abbildung 4.2: Darstellung der Skewness im Mesh

## 4.2 Einstellungen der Simulation

Die Simulation der Zwei-Phasen-Strömung wurde als Euler-Lagrange-Betrachtung aufgesetzt. Hierzu wurde in einem ersten Schritt die Strömung als einphasiges System berechnet, was zu einem ersten Strömungsprofil führte. Auf dieses Strömungsprofil wurden die Partikel der dispersen Phase aufgeprägt worden, die einer Stromlinie entlang wandern. Im zweiten Berechnungsvorgang wurde die Partikelposition berechnet, wobei das Partikel aufgrund seiner Ausdehnung durch die Anströmung eine Widerstandskraft, die sogenannte Schleppkraft, sowie Auftriebskraft durch den Dichteunterschied erfährt. Aufgrund dieser Einflüsse kann es die Stromlinie nun auch wechseln. Wegen der Anströmung und der Rotation können darüber hinaus weitere Kräfte auf das Partikel wirken. Es sind Vereinfachungen zu treffen, wie die Beschränkung der Phasenkopplung. Die Strömung der kontinuierlichen Phase soll auf die disperse Phasenbewegung wirken, nicht aber umgekehrt. Weiters wurden Kräfte wie Fliehkräfte, virtuelle Massenkraft, Magnus- und Saffmankraft für die Simulation vernachlässigt. Mögliche Einflüsse durch Saffman-Kräfte und Fliehkräfte werden in Abschnitten 4.4.3 und 4.4.4 betrachtet.

**Meshing** Ein gutes Mesh ist die Basis für eine sinnvolle, schnelle und vor allem stabile Simulation. Die Simulation wurde nach den Erkenntnissen vorangehender Arbeiten an der TU Graz definiert. In Abbildung 4.3 ist ein Ausschnitt des rotationssymmetrischen Volumens mit den durch den Schalenkörper bestimmten Begrenzungen zu sehen. Das Mesh ist zum Rand hin feiner geteilt, so dass auch der Wandeinfluss durch Grenzschichten gut aufgelöst wird (Enhanced Walltreatment 2.5.4). Die Simulation der Einzeltropfen in der Euler-Lagrange-Betrachtung erfolgt mit dem Strömungsprofil der konvergierten Simulation auf einem eigens berechneten regelmäßigen Mesh mit 0,5 mm Seitenlänge. Durch die regelmäßige Struktur lassen sich Simulations-Probleme, ausgelöst durch numerische Schwankungen, umgehen.

Das Mesh wird in erster Linie über drei Parameter definiert: Die maximal zulässige Seitenlänge einer Masche, die Zellbreite in der ersten Schicht an einer der Wände und der inflationären Wachstumsrate der Zellbreiten von der Wand zum Volumen hin.

Das Mesh wird vom Mesh-Modeller berechnet und mittels der Parameter auf dessen Qualität bewertet. Zur Bewertung wird die Skewness, zu Deutsch Schiefe, verwendet. Sie beschreibt die Abweichung von der idealen rechtwinkligen Form einer Zelle. Die maximale Skewness sollte, um eine stabile Simulation aufzubauen, im gesamten Mesh 70% nicht übersteigen [3].

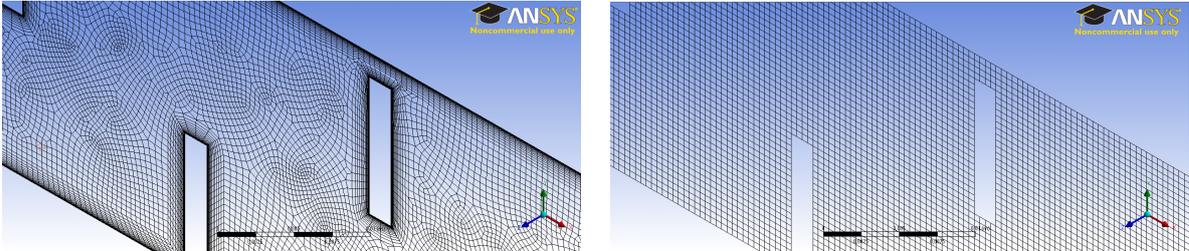


Abbildung 4.3: links - Mesh für die Berechnung des Strömungsprofils in der Kolonne (hier klassische Geometrie)  
rechts - regelmäßiges Mesh für die Euler-Lagrange-Betrachtung.

Tabelle 4.1: Definition des Meshs

Mesh mit EWT Geometrie	in	Simulation der kontinuierlichen Phase	
		klassisch	statorlos
Max. Elementgröße	[m]	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
Randschicht: Inflationäre Schicht			
Dicke der Ersten Schicht	[m]	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Max. Anzahl der Schichten	[-]	16	16
Wachstumsrate	[-]	1,18 - 1,19	1,21
Regelmäßiges Mesh Geometrie	in	Simulation der Dispersphase	
		klassisch	statorlos
Max. Elementgröße	[m]	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
Randschicht: Inflationäre Schicht		ausgeschaltet	

#### 4.2.1 Setting der CFD-Simulation - kontinuierliche Phase

Mit einem zufriedenstellenden Mesh aus der Diskretisierung des Volumens wurde anschließend das geeignete Setting für die Berechnung der Strömung vorgenommen. Die Turbulenzmodellie-

ung wurde mit RSM (Reynolds Stress Modell) durchgeführt.

Zunächst wurde die Simulation ausschließlich mit der kontinuierlichen Phase zu einer konvergierenden Lösung berechnet. Für das gesamte Volumen wurden die Transportgrößen bestimmt.

Das Fluid wurde wie im Laboraufbau als Wasser mit der Dichte von  $998,2 \frac{kg}{m^3}$  und einer Viskosität von  $1,003 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s}$  simuliert. Die feste Dispersphase musste eigens angelegt werden. Hierzu wurde die Dichte und ein Material zur Zuordnung definiert. Die Solution-Methods wurden im SIMPLE-Algorithmus eingestellt. Die Wahl der Solver für die räumliche Diskretisierung ist in folgender Tabelle zusehen.

Tabelle 4.2: Solution-Methods

Bereich	Solvertyp
Gradient	Least Squares Cell Based
Druck	PRESTO!
Momente	QUICK
Drehgeschwindigkeit	QUICK
Turbulente Dissipationsrate	QUICK
Reynolds Stresses	QUICK

Die Simulation konnte ohne Eingriffe auf die Lösungsbewertung (Under-Relaxation Factor) zu einer stabilen konvergierten Lösung geführt werden. Die in Tabelle 4.3 aufgeführten Werte wurden in der Software als Under-Relaxation Factor eingestellt.

Tabelle 4.3: Einstellung der Under-Relaxationsfaktoren

Bereich	Wert
Druck	0,3
Dichte	1,0
Volumenkräfte	1,0
Momente	0,7
Drehgeschwindigkeit	0,9
Dissipationsrate der Turbulenz	0,8
Viskosität Turbulente	1,0
Reynolds Stresses	0,5

Für die begrenzenden Wände wurden einzelne Randbedingungen gegeben. Allgemein wurde der Wandkontakt als hydraulisch glatt und mit voller Scherkraftübertragung, also 'no slip' festgelegt. Die theoretischen Zu- und Abflussquerschnitte war bei der nullgesetzten Kolonnenbelastung nicht weiter zu konfigurieren. Die Wellenwand bzw. die Rotorscheiben waren als bewegte Wand zu definieren. Die Bewegung war relativ zu dem ruhenden Mesh definiert, rotierend mit jeweiliger Umdrehungszahl um die X-Achse.

Die Drehzahl der Welle wurde in Schritten von  $n = 50 \frac{1}{min}$  gesteigert.

Die **konvergierte Lösung** wurde über die Zirkulation innerhalb der Wirbel Querschnittsfläche auf Basis des Q-Kriteriums bestimmt [8]. Als **Konvergenz Kriterium** wurde hierzu das Erreichen eines konstanten Wertes der Zirkulation im Kompartiment festgelegt. Der Grad der Wirbelstärke (engl. Vorticity Magnitude), über die Fläche  $A_Q$  integriert, ergibt die Zirkulation über der Querschnittsfläche.

Sobald die Lösungen in der Simulation in einen stabilen Zustand eingenommen hatten (residuals änderten sich nur mehr gering und schwankten um einen konstanten Wert) war die Simulation konvergiert. Hierfür wurde die Wirbelstärke, in einem begrenzten Bereich betrachtet verwendet. Hohe Vortizitäten an der Stirnseite der Rotorscheiben sind stark schwankende Phänomene, die es nicht zulassen auf diese Weise die erreichte Konvergenz bzw. einen stabilen Betriebszustand zu beschreiben. Für die Integration

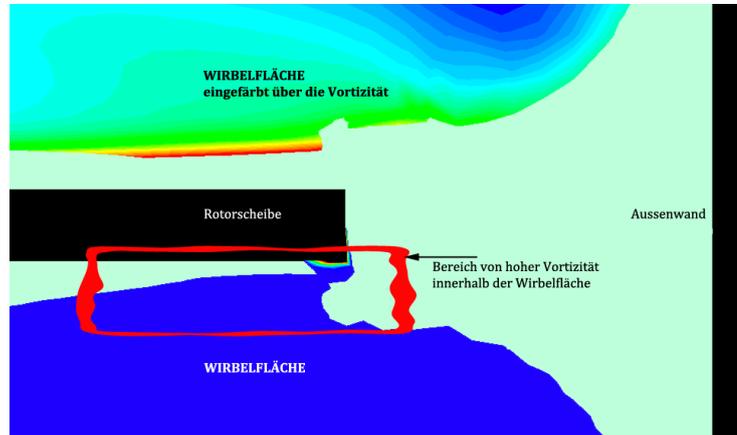


Abbildung 4.4: Bereich zur Bestimmung der Zirkulation um die konvergierte Simulation festzustellen.

der Vorticity Magnitude werden diese Bereiche deshalb aus der Fläche  $A_Q$ , ausgeschlossen. Ist das Ergebnis der Simulation konvergiert kann mit dem Strömungsprofil der kontinuierlichen Phase die Simulation der Dispersphase durchgeführt werden.

#### 4.2.2 Setting der CFD-Simulation - Dispersphase

Das Strömungsprofil wurde mittels der Interpolationsoption in eine Datei geschrieben. Mit diesem Strömungsprofil wurde dann der zweite Schritt, die Simulation als Langrange-Betrachtung der Bewegung starrer Einzeltropfen, realisiert. Die Langrange-Betrachtung wurde auf einem regelmäßigen Mesh, ohne eine inflationäre Verfeinerung zur Wand hin, durchgeführt. Durch diese Vereinfachung wurden numerische Fehler reduziert die bei der Berechnung der Bewegung der Partikel auftreten. Eigentlich werden die Partikel, für die Simulation ihrer Bewegung, als Punktmassen ohne räumliche Ausdehnung berechnet.

Die als *Trapping* bezeichneten Fehler können in Mesh Zellen auftreten, deren Seitenmaße, z.B. in den feinen Randbereichen in Wandnähe, geringer sind als die Maße der wandernden Partikel. Im Setting des Discrete-Phase-Model's ist die Einstellung der Dispersphase vorzunehmen. Die Iterationsanzahl je Zelle und wirkende Kräfte, wie Saffman-Kraft, virtuelle Massenkraft und benutzerdefinierte Funktionen können hier ausgewählt werden. Die diskreten Partikel wurden im Zuge der Dispersphasen-Simulation als Partikel-Paket auf einer Injektionsebene in das Strömungsprofil injiziert. Zur Auswertung der Simulationen werden, über Detek-

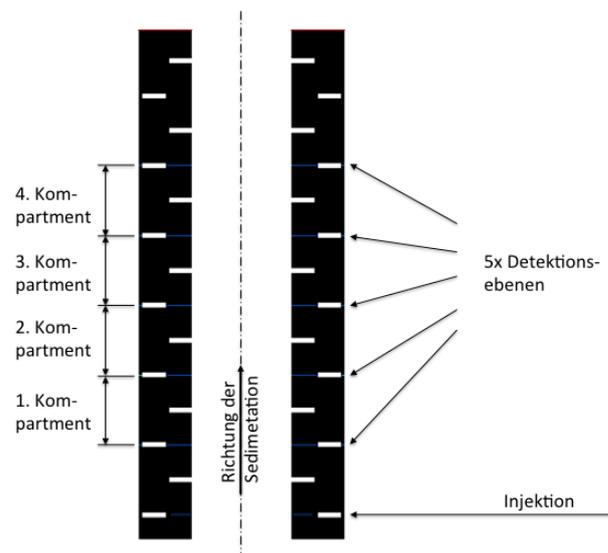


Abbildung 4.5: Detektionsebenen entlang der Kolonne

tionsebenen, die Zeitpunkte erfasst zu denen jeweiliges Partikel sich auf dieser Kolonnenhöhe aufgehalten hat. In Tabelle 4.4 sind die getroffenen Einstellungen zusammengestellt.

Tabelle 4.4: Einstellung der Dispersphase als discrete phase model

Bereich	Parameter
Injektionsstellen	Anzahl und Koordinaten sind zu definieren
Tracking Parameter:	
Max. Anzahl der Berechnungsschritte	$1 \cdot 10^8$
Schrittlänge	0,5 mm
Definition der Injektion	
Masselos oder Inert	Inert (1-way Coupling); über die Auswahl des Materials wird die Dichte der diskreten Phase definiert
Turbulente Dispersion Stochastic Tracking	Discrete Random Walk Model
Anzahl der Partikel	(“Number of Tries”) z.B. 1000
Time scale Constant	0,3 entsprechend dem verwendeten Turbulenzmodell <sup>5</sup>

Die Bewegung der Partikel wurde nach ihrer Injektion, wie oben beschrieben, nachverfolgt und durch Detektionsebenen wurde die Sedimentationsgeschwindigkeit je Kompartiment ermittelt (siehe Abbildung 4.5).

Die Detektionsebenen wurden auf einer Höhe von fünf aufeinander folgender Statorblechen, bzw. jeweils in der Kompartimentmitte angelegt, um die Geschwindigkeit der Sedimentation jeder einzelnen Kugel festzustellen.

### 4.3 Auswertung der Simulation

Die Auswertung der Simulation wurde, wie die Auswertung der Experimente, in Matlab durchgeführt. Hierzu wurden die Ausgabedaten von Ansys Fluent in Matlab eingelesen und wie in Abschnitt 3.5 beschrieben, mit dem Algorithmus verarbeitet.

<sup>5</sup> Reynolds Stress Model

## 4.4 Ergebnisse der Simulation

Zunächst wird die Untersuchung mit 2,0 mm Kugeln, dann die 2,5 mm Kugeln diskutiert. Die Geometrie mit Stator wird zuerst betrachtet, dann die statorlose Geometrie. Wie bereits bei dem experimentellen Teil werden die Simulationsergebnisse begrenzt auf drei Drehzahlen diskutiert und den experimentellen Ergebnissen direkt gegenübergestellt. Die Particle Tracks werden exemplarisch verwendet, um die simulierte Kugelbewegung mit den Beobachtungen aus dem Experiment zu vergleichen.

In den folgenden Abschnitten werden erst die Ergebnisse der Simulation auf Basis des Grundsettings vorgestellt. Anschließend sind die Ergebnisse der Simulation zusammengefasst, die sich mit einer Saffman-Kraft oder der gemittelten Fliehkraft ergeben.

### 4.4.1 Sedimentation in der klassischen Geometrie

Betrachtet man die Ergebnisse in einer Darstellung der Summenverteilungsfunktion, wird die Sedimentation der Kugeln von der Simulation gut abgebildet. Jedoch ist die Verteilung der Sedimentationsgeschwindigkeiten deutlich breiter, gegenüber der Beobachtung im Experiment. In Tabelle 4.5 sind die Ergebnisse aus den Versuchsreihen den Ergebnissen der Simulationen gegenübergestellt. Es sind die mittleren Sedimentationsgeschwindigkeiten  $\bar{v}$  und die Mediane  $v_{md}$  für die klassische Geometrie zusammengestellt.

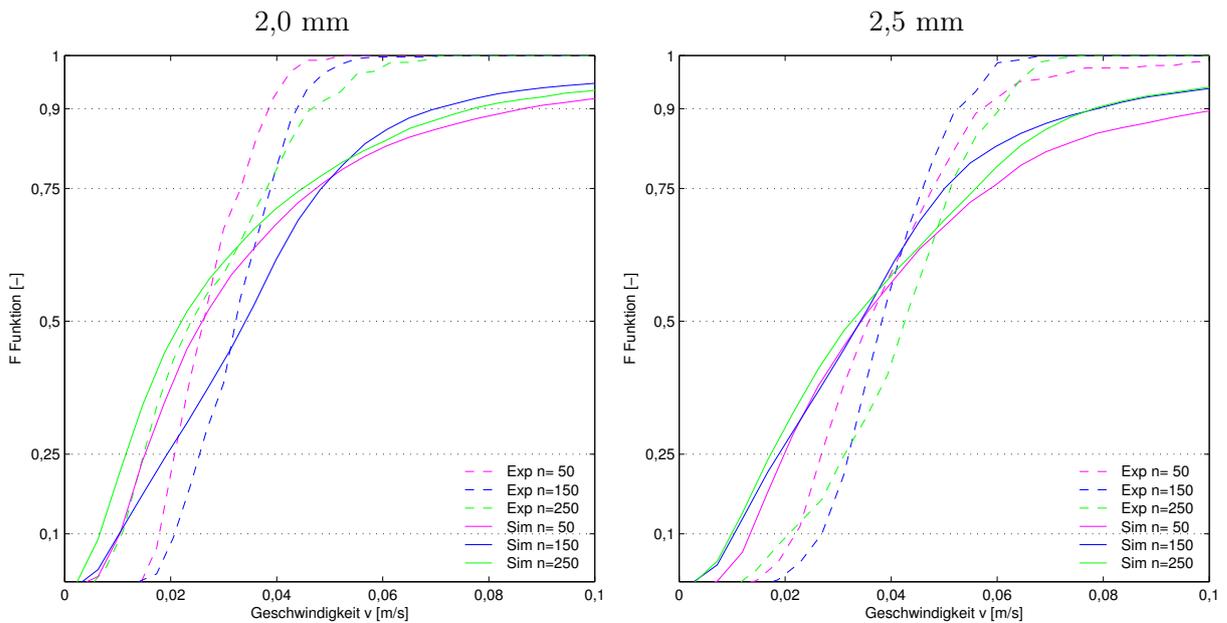
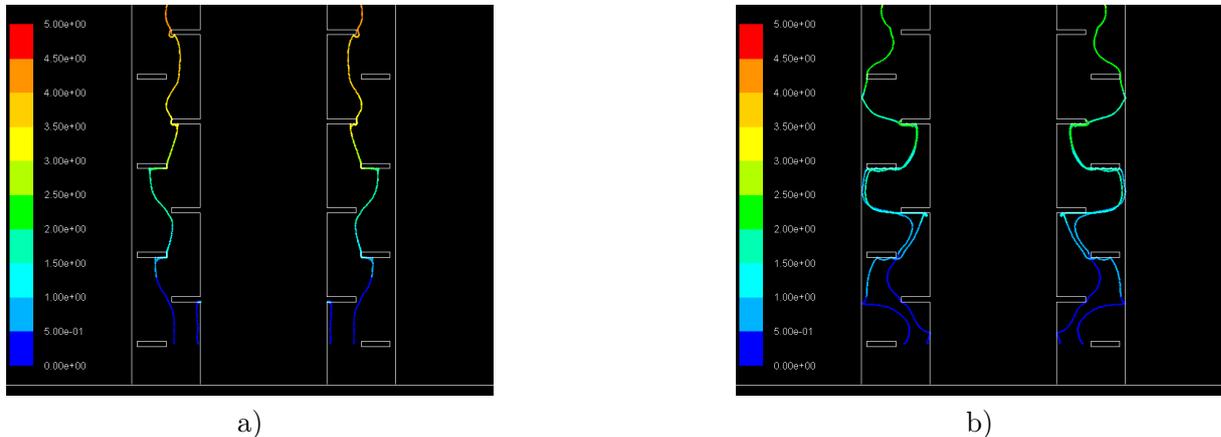


Abbildung 4.6: Die in Simulation und Experiment bestimmten Sedimentationsgeschwindigkeiten in der klassischen Geometrie .

Tabelle 4.5: Vergleich zwischen Simulation und Experiment: Mittlere Sedimentationsgeschwindigkeit und die Mediane der Sedimentationsgeschwindigkeit in der klassischen Geometrie.

Kugel		klassische Geometrie				
d in [mm]		n in [ $\frac{1}{min}$ ]				
		50	100	150	200	250
		$\cdot 10^{-3} [m/s]$				
2,0	Exp $\bar{v}$	43,3	44,2	43,1	40,5	38,7
	Sim $\bar{v}$	23,7	23,6	25,4	20,1	18,3
	Exp $v_{md}$	27,6	33,7	34,0	33,0	25,4
	Sim $v_{md}$	27,9	35,0	36,3	28,9	24,0
		$\cdot 10^{-3} [m/s]$				
2,5	Exp $\bar{v}$	52,1	50,3	44,9	45,7	45,5
	Sim $\bar{v}$	29,7	27,1	25,0	26,9	25,2
	Exp $v_{md}$	38,1	39,5	40,6	41,3	44,4
	Sim $v_{md}$	36,6	38,4	36,6	39,6	34,6

**Particle Tracks** - Die Particle Tracks zeigen den zurückgelegten Weg des Partikels, die Bahnlinie. Die Farbe der Bahnlinie entspricht der verstrichenen Zeit in Sekunden vom Zeitpunkt der Injektion. Die Kugelbahn ist wie in einem Schnitt durch die Kolonnen entlang der Achse dargestellt. Jedoch ist die Komponente der Winkelbewegung der Kugeln nun in die Schnitt-Ebene übertragen und somit nicht erkennbar. Die Tropfen wandern unter geringer Wellendrehzahl zwischen den Stator- und Rotorscheiben hin und her, so dass das Kompartmentvolumen auf kürzester Strecke passiert wird. Mit gesteigerter Drehzahl beginnt die Tropfenbahn auch diagonal oder horizontal durch das Kompartmentvolumen zu verlaufen, was zu einer gesteigerten Ausnutzung des Volumens führt.

Abbildung 4.7: Particle Tracks für  $d=2,0$  mm Kugeln in der klassischen Geometrie a)  $n = 50 \frac{1}{min}$ ; b)  $n = 150 \frac{1}{min}$ .

#### 4.4.2 Sedimentation in der statorlosen Geometrie ohne Saffman-Kraft

Die CFD-Ergebnisse der Sedimentation in der statorlosen Geometrie werden im folgenden vorgestellt. Hierbei sind die selben Einstellungen wie für die klassische Geometrie gewählt worden.

**Kugeldurchmesser 2,0 mm** Die Simulation bildet die Experimente für geringe Wellenrotation gut ab. Für  $150 \frac{1}{min}$  und  $250 \frac{1}{min}$  ist das Ergebnis der Simulation scheinbar identisch. Zwar trifft die Simulation die Beobachtungen bei  $250 \frac{1}{min}$  gut, die Beobachtungen bei  $150 \frac{1}{min}$  konnten in der Simulation jedoch nicht bestätigt werden.

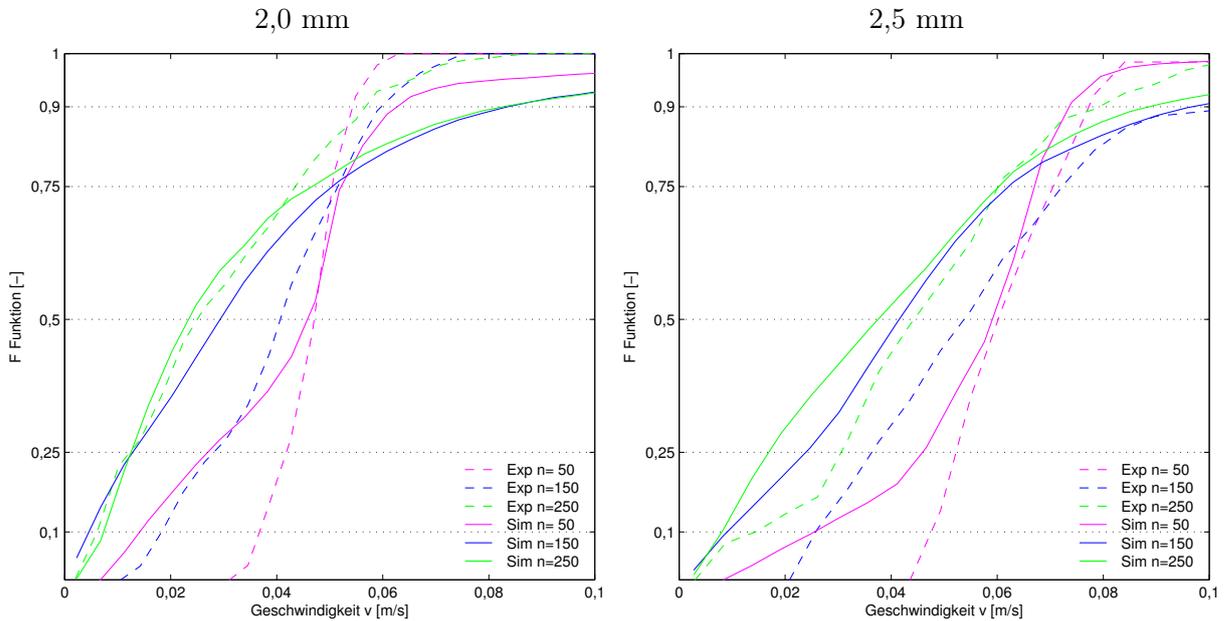


Abbildung 4.8: Die in Simulation und Experiment bestimmten Sedimentationsgeschwindigkeiten in der statorlosen Geometrie.

Die mittleren Sedimentationsgeschwindigkeiten  $\bar{v}$  und die Mediane  $v_{md}$  sind für die statorlose Geometrie in Tabelle 4.6 zusammengestellt. Es sind die Ergebnisse aus den Versuchsreihen den Ergebnissen der Simulationen gegenübergestellt.

Tabelle 4.6: Vergleich zwischen Simulation und Experiment; Die mittlere Sedimentationsgeschwindigkeit und Mediane der Sedimentationsgeschwindigkeit in der Geometrie ohne Stator.

Kugel		statorlose Geometrie				
d in [mm]		n in $[\frac{1}{min}]$				
		50	100	150	200	250
$\cdot 10^{-3} [m/s]$						
2,0	Exp $\bar{v}$	47,4	51,8	42,8	42,3	40,9
	Sim $\bar{v}$	33,1	29,9	14,3	17,4	19,2
	Exp $v_{md}$	49,2	47,2	42,8	33,0	27,2
	Sim $v_{md}$	48,2	41,5	31,6	29,6	25,7
$\cdot 10^{-3} [m/s]$						
2,5	Exp $\bar{v}$	58,6	60,9	53,7	51,4	49,5
	Sim $\bar{v}$	43,6	38,0	25,2	24,2	23,6
	Exp $v_{md}$	61,8	64,3	56,7	47,3	47,3
	Sim $v_{md}$	62,4	50,2	44,2	42,6	40,2

**Kugeldurchmesser 2,5 mm** Die Simulation zeigt auch mit den 2,5 mm Kugeln mit Steigerung der Rotordrehzahl, den Trend der Aufweitung der Verteilung. Bei einer Drehzahl von

$n=50 \frac{1}{min}$  wird die beobachtete Sedimentation sehr gut von der Simulation wiedergegeben. Für die Drehzahl 150 und  $250 \frac{1}{min}$  ergibt sich eine ähnlich verteiltes Ergebnis. Wobei die Beobachtung unter einer Drehzahl von  $n=250 \frac{1}{min}$  sehr gut durch die Simulation beschrieben ist und bei  $150 \frac{1}{min}$  die Simulation insgesamt geringere Sedimentationsgeschwindigkeiten als im Experiment anzeigt.

**Particle Tracks** in der statorlosen Geometrie enthalten ebenfalls viele Informationen. In Abbildung 4.9 a) ist zu erkennen, dass die Kugeln kaum abgelenkt aus der vertikalen Aufstiegsrichtung das Kompartiment durchwandern können. Damit ergibt sich eine schnelle Sedimentation. Mit gesteigerter Drehzahl  $n = 150 \frac{1}{min}$  werden die Kugeln bereits stark von ihrem direkten Aufstiegsweg abgelenkt und in jedem Kompartiment in Richtung Welle transportiert. Die Rotorscheiben halten die aufsteigende Kugel auf und lenken sie radial in Richtung Außenwand.

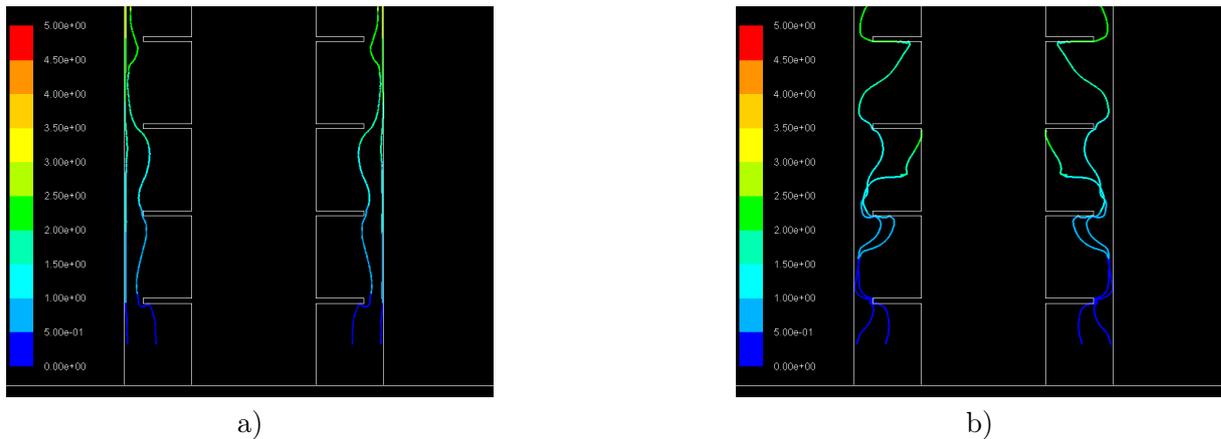


Abbildung 4.9: Particle Tracks für  $d=2,0$  mm Kugeln in statorlosen Geometrie a)  $n = 50 \frac{1}{min}$  b)  $n = 150 \frac{1}{min}$

Vergleicht man die Abbildungen 4.7 und 4.9, erhält man einige Erkenntnisse zu dem Partikelverhalten in den Geometrien. In Abbildungen 4.7 a) zeigt sich, dass die Kugel stets von den Stator- und Rotorscheiben gestoppt wird und somit viel Zeit benötigt die Kompartments zu durchwandern. Wie in Abbildung 4.7 b) zu sehen ist, werden die Kugeln durch die Steigerung der Drehzahl, von ihrer Auftriebsrichtung in radialer Richtung abgelenkt. Während die Wegstrecke, die offensichtlich zurückgelegt wird, größer ist, benötigen die Kugeln hierfür nicht mehr Zeit. Die Geschwindigkeit der Sedimentation ist gestiegen, die Aufenthaltszeit ist die gleiche. Ein weiteres interessantes Detail ist in den Particle Tracks zu erkennen. Die Kugeln fangen sich an der Anschlussstelle von Welle zur Rotorscheibe, bzw. nehmen sie den Spalt zwischen Kolonnenaußenwand und Statorscheibe als Abkürzung. Beides führt zu Ausreißen und zu sehr langen oder kurzen Sedimentationsvorgängen. Diese beeinflussen dann stark die ermittelten mittleren Sedimentationsgeschwindigkeiten. Anderer seits zeigt sich in Abbildung 4.7 b), dass beide Kugeln nach wenigen Kompartments auf dem selben Weg die Kolonne durchwandern, was eine schlechte Kontaktierung mit der kontinuierlichen Phase resultiert.

In Abbildung 4.9 sind die Partikelbahnen in der statorlosen Geometrie zu sehen. Links, in Abbildung 4.9 a), ist die vertikale Sedimentation kaum von dem Toruswirbel abgelenkt. Der Übersichtlichkeit halber sind nur zwei Kugelbahnen abgebildet diese bilden repräsentativ die Beobachtung der Experimente ab. Nahe an der Wand konnte eine der Kugeln das Kompartiment durchqueren ohne radial abgelenkt zu werden. Die andere Kugel wurde leicht abgelenkt, diese bleibt aber in einem gewissen Abstand von der Welle. Abbildung 4.9 b) zeigt die starke Beeinflussung durch die Toruswirbel sehr gut. Es wird jedes Kompartiment im Volumen mit wenig Wandeneinfluss durchquert. Für eine der Kugeln  $n = 150 \frac{1}{min}$  ergibt sich das oben erklärte Hängenbleiben an der

Kante zwischen Welle und Rotorscheibe. Daraus entsteht eine verzögerte Sedimentation und ein Aufweiten der Geschwindigkeitsverteilung.

Exemplarisch sind die Partikelbahnen in beiden Geometrien bei einer Wellendrehzahl von  $n = 50 \frac{1}{min}$  und  $n = 150 \frac{1}{min}$  gezeigt worden. Die Partikelbahnen unter den anderen Bedingungen sind im Anhang (A.3 & B.3) zu finden.

#### 4.4.3 Sedimentation in der statorlosen Geometrie mit Saffman-Kraft

Die Simulation wurde auf ein bisher behandeltes Grundsetting begrenzt. Um weitere Möglichkeiten zur Verbesserung der Übereinstimmung zu untersuchen wurden die folgenden Simulationen durchgeführt. Die Saffman-Kraft birgt die Möglichkeit die Kugel durch die Anströmung von ihrer Bahn abzulenken. Die Saffman-Kraft wirkt in eine Richtung, normal zu ihrer Bewegungsrichtung, womit sich ein größerer Weg durch das Kompartiment für die Kugel ergibt.

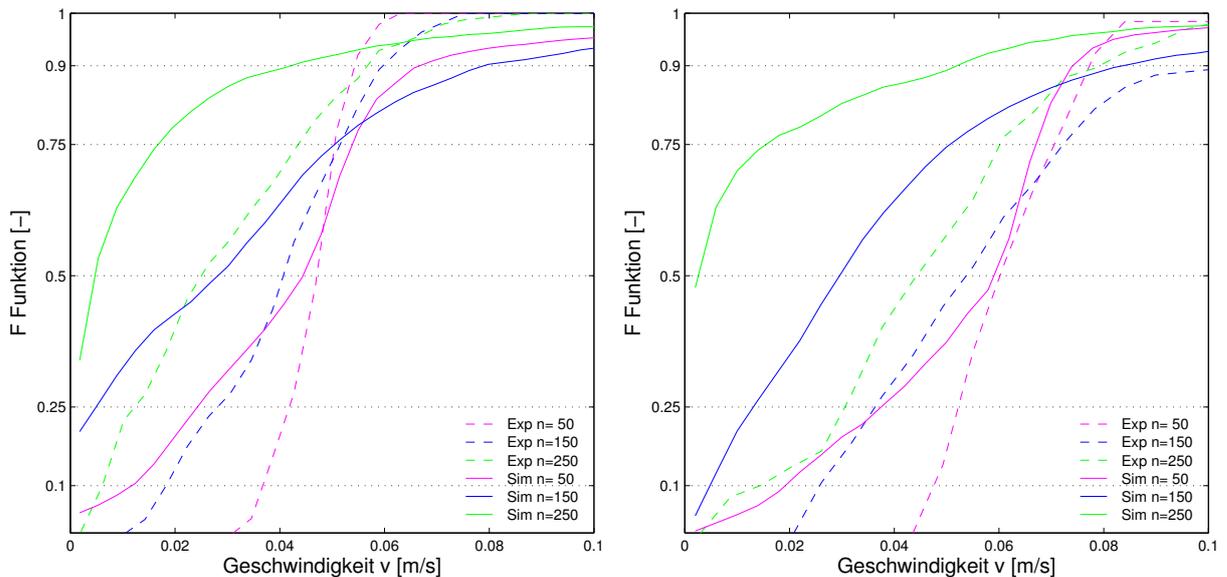


Abbildung 4.10: Einfluss der Saffman-Kraft in Simulation vs. Experiment - Sedimentationsgeschwindigkeit in der statorlosen Geometrie mit Kugeln von 2,0 mm Durchmesser - links; 2,5 mm Durchmesser - rechts.

#### 4.4.4 Sedimentation in der statorlosen Geometrie ohne Saffman-Kraft, mit Fliehkraft

Die Simulation der klassischen Geometrie stimmt mit den Beobachtungen aus dem Experiment gut überein. Für die statorlose Geometrie ist ein größerer Einfluss durch Volumenkräfte, insbesondere durch die Fliehkraft, denkbar. In der statorlosen Geometrie wirkt ohne die Statorscheiben weniger Wandreibung, welche die Strömung bremsen kann. Damit kann das Volumen zwischen der Welle und der Außenwand um die Welle eher mitrotieren. Durch die Rotation des Flüssigkeitsvolumens entsteht ein Druckgradient über die Radialkoordinate, wodurch die leichte Phase nach innen gedrängt wird. Zur Abschätzung des Einflusses ist über die gesamte Breite eine gemittelte Fliehkraft  $\bar{F}_z$  angesetzt worden.

$$\bar{F}_z = n^2 \cdot \bar{r} (\rho_l - \rho_p) \quad (4.1)$$

Mit der Drehzahl  $n$ , dem Radius  $\bar{r}$  und dem Kugelvolumen  $V$  wird die Volumenkraft  $\bar{F}_z$  über Gleichung 4.1 abgeschätzt.

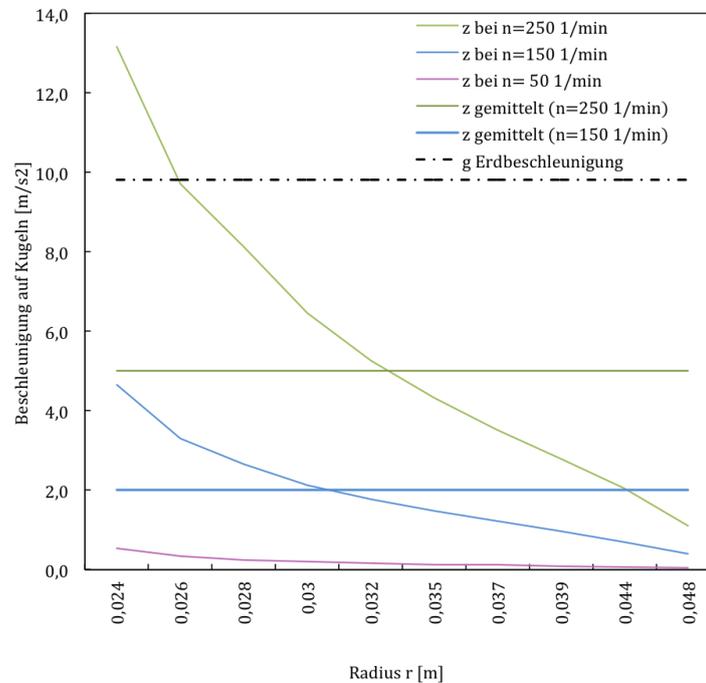


Abbildung 4.11: Zentrifugalbeschleunigung  $z$  [ $m/s^2$ ] abhängig von radialer Position  $r$ .

Die Drehzahl des rotierenden Flüssigkeitsvolumens um die Welle wurde aus dem Simulationsreport bestimmt. Exemplarisch ist für  $n = 100 \frac{1}{min}$  und  $n = 250 \frac{1}{min}$  der Einfluss durch die Fliehkraft überprüft worden. Die Fliehkraft  $\bar{F}_z$  ist aus  $\bar{r}$  und einer Drehzahl  $n$  errechnet worden.

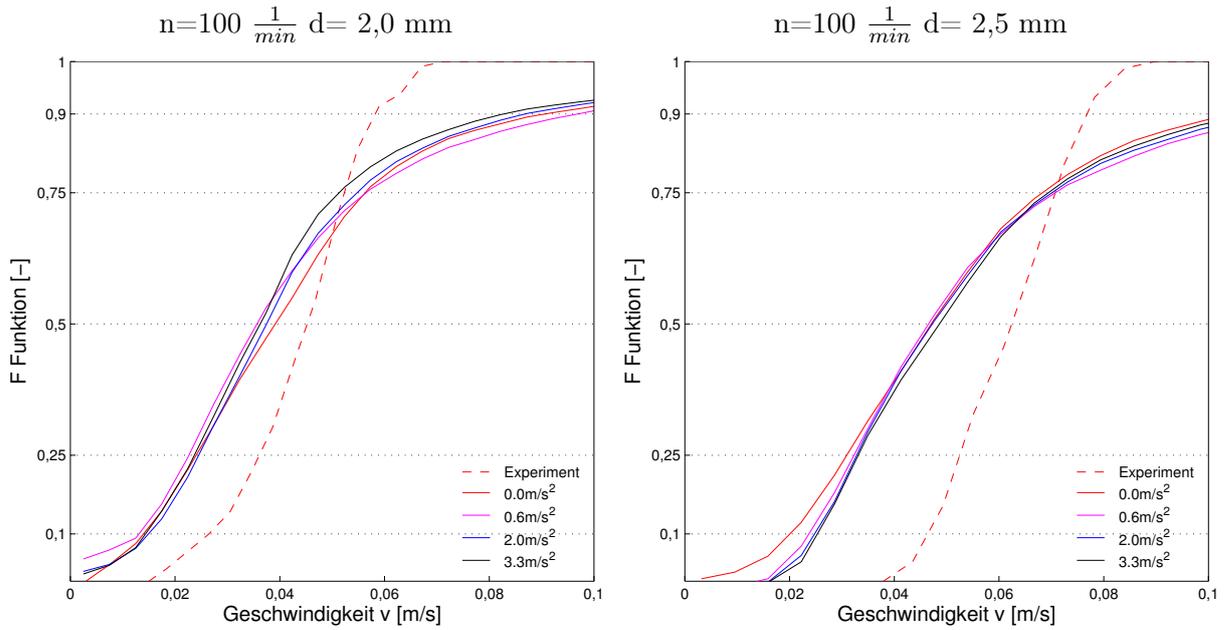


Abbildung 4.12: Gegenüberstellung der im Experiment bestimmten Sedimentation mit dem Simulationsergebnis unter Berücksichtigung einer gemittelten Radialbeschleunigung  $z$  in der statorlosen Geometrie bei  $100 \frac{1}{min}$  mit Kugeln von 2,0 mm Durchmesser - links; 2,5 mm Durchmesser - rechts.

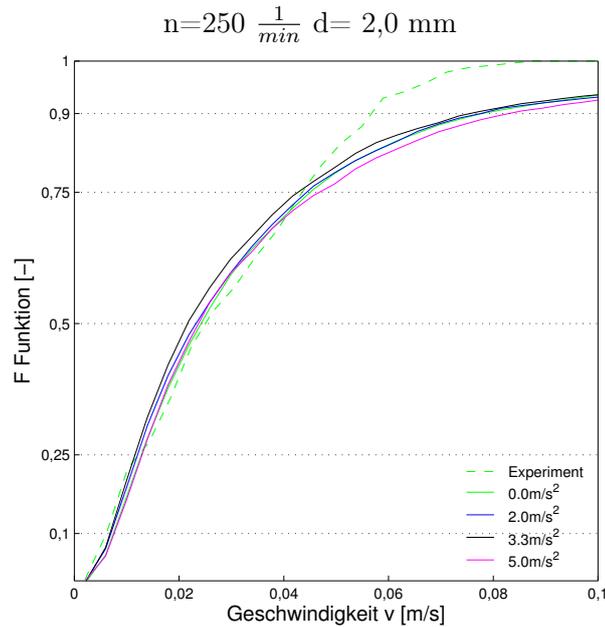


Abbildung 4.13: Gegenüberstellung der im Experiment bestimmten Sedimentation mit dem Simulationsergebnis unter Berücksichtigung einer gemittelten Radialbeschleunigung  $z$  in der statorlosen Geometrie bei  $250 \frac{1}{min}$  mit Kugeln von 2,0 mm Durchmesser.

**Fliehkraft Einfluss** Es ist bei einer Drehzahl von  $n=100 \frac{1}{min}$  bzw.  $n=250 \frac{1}{min}$  der Einfluss der Fliehkraft auf die simulierte Kugelsedimentation geprüft worden. Die Abbildungen 4.12 und 4.13 zeigen für verschiedene Zentrifugalbeschleunigungen  $z$  die sich ergebenden Sedimentationsgeschwindigkeiten  $v$ . Es ist nicht zu erkennen, dass die Geschwindigkeitsverteilung durch  $\bar{F}_z$

beeinflusst wird. Es ist also keine Optimierung durch eine Berücksichtigung einer gemittelte Fliehkraft  $\overline{F}_z$  möglich.

## 4.5 Fehlerdiskussion zur Simulation

Die Geometrien aus dem Versuchsaufbau sind detailliert auf das Modell der Simulation übertragen worden. Die Simulation trifft die Beobachtungen aus den Experimenten für die klassische Geometrie sehr gut. Ein Teil der Kugeln sedimentiert in der Simulation schneller als im Experiment. Diese Abweichung (siehe Abbildung 4.6) wird auf die Punktmassen-Betrachtung in der Simulation zurückgeführt. Die simulierten Punktmassen ohne räumliche Ausdehnung können, verglichen zu den realen Kugeln, mit einer höheren Wahrscheinlichkeit ungebremst Abkürzungen, wie den Spalt zwischen Außenwand und Stator, durchwandern. Für die Abweichung zwischen  $100 \frac{1}{min}$  und  $200 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie konnte keine bessere Übereinstimmung erreicht werden. Auch durch den Einfluss von gemittelter Fliehkraft oder Saffman-Kraft konnte keine bessere Übereinstimmung mit den Experimenten erreicht werden.

In der Simulation werden die Kugeln bereits bei  $150 \frac{1}{min}$  stärker von der vertikalen Aufstiegsrichtung abgelenkt. Die Simulation scheint also eine stärkere Turbulenz in der kontinuierlichen Phase darzustellen als sich diese in den Versuchen am Laboraufbau ausgebildet hat.

Vergleicht man die Ergebnisse der Versuchsreihen mit denen der Simulation zeigt sich hinsichtlich der Mediane eine gute Übereinstimmung. Die Mittelwerte der Versuchsreihen sind hingegen nicht in Übereinstimmung mit jenen der Simulation. Die Abweichung lässt sich durch Art und Ausmaß der Beobachtung der Experimente begründen. Der Wertebereich aus der Simulation ist aufgrund der automatischen Detektierung um den Faktor 10 größer. Im Experiment erlaubte die manuelle Auswertung nur einen begrenzten Umfang an Messungen. Während die Erfassung der Tropfengeschwindigkeiten in der Simulation automatisch und ohne Beschränkung für besonders langsame wie auch schnelle Kugeln erfolgte, konnten bei der manuellen Auswertung die Kugelgeschwindigkeit jeder Kugel nicht ohne Einschränkung erfasst werden. So konnten die hängen gebliebenen Kugeln manuell nur bis zu einer gewissen Zeit nachverfolgt werden und wurden dann, im Mittel nach 10 Sekunden Verweilzeit, in einem Kompartiment als weiter gewandert gewertet. Der nahezu identische Verlauf der Kurve von Summenverteilung der einzelnen Versuche spricht deutlich für die Wiederholbarkeit. Vor allem sind die Wertereihen der Experimente klein im Vergleich zu jenen der Simulation. Dies ist wiederum durch die Beschränkungen der manuellen Auswertung begründet. Durch die größere Anzahl erfasster Kugeln in der Simulation verlagert sich der Erwartungswert zu dem wahren Mittelwert.

## 4.6 Simulation - Verwendete Geräte und Software

Die Simulation wurde mit dem kommerziellen Code der Simulationssoftware *Ansys Fluent 14.0* mit einer Hochschul-Lizenz aufgesetzt und berechnet. Die Geometrien wurden im implementierten Modelldesigner erstellt.

*Tabelle 4.7: Verwendete Software*

Software	CFD-Software	Ansys Fluent 14.0
	Definition des Volumens	Modelldesigner
Software	Berechnung des Meshs	Meshing-Tool
Software	zur Auswertung:	MatLab 14.0 Excel 2010

# 5

## Validierung der Simulation und Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden die Simulationsergebnisse den Beobachtungen aus dem Experiment gegenübergestellt. In der Einzeltropfenuntersuchung sind durch einen einfachen Versuchsaufbau möglichst viele Einflussfaktoren ausgeschlossen worden. Dadurch konnte auch die Simulation der Vorgänge so einfach wie möglich gehalten werden.

### 5.1 Diskussion der Geschwindigkeitsverteilungen

Zunächst wird die klassische Geometrie diskutiert und im Anschluss die statorlose Geometrie. Abschließend werden die Ergebnisse der Geometrien direkt verglichen. Die Kugelgröße ist, wie bereits in den Ergebnissen der experimentellen Arbeit erwähnt wurde, deutlicher Einflussfaktor und braucht nicht nochmals direkt gegenübergestellt zu werden.

### 5.2 Simulation der klassischen Geometrie

Die Ergebnisse der Simulation geben in vieler Hinsicht die in den Experimenten gemachten Beobachtungen wieder.

Mit Steigerung der Wellendrehzahl lässt sich in der klassischen Geometrie die Sedimentation kaum beeinflussen. Die Kugeln werden mit steigender Drehzahl stärker durch das Kompartiment verteilt. Die Kugel ist dabei vor allem durch die Randeinflüsse von den Rotor- und Statorscheiben mehr oder weniger stark beeinflusst, nicht vom Toruswirbel. Diese Beobachtung konnte im Experiment gemacht und mit den Particle Tracks dargestellt werden.

Die Kugeln mit 2,5 mm Durchmesser sind weniger stark von der Umströmung beeinflusst als die 2,0 mm Kugeln. Dies lässt sich in der Entwicklung der Sedimentationsgeschwindigkeit mit Steigerung der Drehzahl erkennen und wird auch von der Simulation gezeigt. Für die Kugeln mit 2,0 mm Durchmesser stimmen die Mediane der Geschwindigkeitswerte aus Simulation sehr gut mit den Medianen der Experimente überein. Die Mediane der Geschwindigkeitswerte aus der Simulation von 2,5 mm Kugeln sind nicht so treffend wie die Werte der 2,0 mm Kugeln. Die Werteverteilung der Simulation ist sehr breit und wirkt sich stark auf die daraus gemittelten Mittelwerte aus. In der Simulation verläuft die Sedimentation ca. 20% schneller als im Experiment.

Tabelle 5.1: Gegenüberstellung der Mediane der Messreihen aus Simulation und Experiment.

klassische Geometrie						
Kugel d		Drehzahl n in $\frac{1}{min}$				
2,0 mm	v	50	100	150	200	250
$v_{Exp,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	27,6	33,7	34,0	33,0	25,4
$v_{Sim,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	27,9	35,0	36,3	28,9	24,0
2,5 mm						
$v_{Exp,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	38,1	39,5	40,6	41,3	44,4
$v_{Sim,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	36,6	38,4	36,6	39,6	34,6
statorlose Geometrie						
Kugel d		Drehzahl n in $\frac{1}{min}$				
2,0 mm	v	50	100	150	200	250
$v_{Exp,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	49,2	47,2	42,8	33,0	27,2
$v_{Sim,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	48,2	41,5	31,6	29,6	25,7
2,5 mm						
$v_{Exp,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	61,8	64,3	56,7	47,3	47,3
$v_{Sim,Md}$	$\cdot 10^{-3} [m/s]$	62,4	50,2	44,2	42,6	40,2

### 5.3 Simulation der statorlosen Geometrie

Für die niedrigen Drehzahlen zeigt die Simulation sehr gute Übereinstimmung bei der mittleren und maximalen Geschwindigkeit der Sedimentation. Die Abweichung der Kurve im unteren Drittel zu niedrigeren Geschwindigkeitswerten hin, ist eine Differenz zwischen Experiment und Simulation.

Gegenüber den Beobachtungen im jeweiligen Experiment läuft die simulierte Sedimentation in der Geometrie ohne Stator wie auch in der Simulation der Geometrie mit Stator für 10 % der Kugeln schneller ab.

Die mit Steigerung der Drehzahl einhergehende "sinkende" Sedimentationsgeschwindigkeit zeigt sich in der Simulation. Die Sedimentationsgeschwindigkeit wird in der Simulation stärker beeinflusst dargestellt. Die Kugelsedimentation wird bereits durch leichte Steigerung der Wellendrehzahl (von  $100 \frac{1}{min}$  auf  $150 \frac{1}{min}$ ) in der Simulation so stark verringert, dass sich kein Effekt durch eine weitere Steigerung mehr zeigt. Die Sedimentation in der klassischen Geometrie mit Statorscheiben trifft sehr gut die Beobachtungen des Experimentes. Die korrekte Simulation der Sedimentation in der RDC-Kolonne mit statorloser Geometrie hat Potential zur Optimierung.

## 5.4 Zusammenfassung

Ziel der Arbeit war die Validierung der CFD-Simulation einer gerührten Extraktionskolonne. Der CFD-Simulation einer RDC100 Extraktionskolonne wurde eine Einzeltropfenuntersuchung an einem vergleichbaren Laboraufbau gegenübergestellt. Es wurden in diesem Rahmen zwei verschiedene RDC-Geometrien untersucht und simuliert. Der Vergleich der unteren Betriebsgrenze der beiden Geometrien wurde beschrieben. Es wurde der Laboraufbau der gerührten Kolonne für die Einzeltropfenuntersuchung modifiziert. Statt fluider Einzeltropfen wurden Polypropylenkugeln verwendet. Dies erleichtert die Simulation der Vorgänge in der Strömungssimulation. Die Bewegung der einzeln injizierten Kugeln wurde mit einer Hochgeschwindigkeitskamera aufgezeichnet. Das Videomaterial wurde ausgewertet, um die Sedimentation der Einzelkugelbewegung in Form einer Geschwindigkeitsverteilung zu dokumentieren. Um den Vergleich stabil runder, fluider Tropfen gewährleisten zu können, wurden die Kugeldurchmesser auf 2,0 mm und 2,5 mm beschränkt. Die Beschreibung des Sedimentationsverhaltens beschränkte sich auf einen niedrigen Drehzahlbereich, um das Einsetzen des Betriebszustands festzustellen. Es wurde die Entwicklung der Sedimentation für fünf Drehzahlstufen untersucht. Die klassische RDC-Geometrie wurde mit einer neu entwickelten TCDC-Geometrie verglichen, ein Hybrid aus Taylor-Couette-Reaktor und RDC-Geometrie, welche keine Statorscheiben beinhaltet. Die Geometrien wurden miteinander verglichen, um die axiale Rückvermischung für die Dispersionsphase zu bewerten. Die axiale Rückvermischung, wie sie in der experimentellen Arbeit festgestellt wurde, wurde mit dem Kaskadenmodell modelliert. Es konnte der Drehzahleinfluss auf die axiale Rückvermischung je Kompartiment gezeigt werden. In der herkömmlichen Geometrie mit Statorblechen konnte für den untersuchten Drehzahlbereich keine Wirbel mit ausreichender Wirbelstärke erzeugt werden. Wandkontakt und nicht die Toruswirbel kontrollieren die Verweilzeit bzw. Sedimentationsgeschwindigkeit im Kompartiment. Bei der Geometrie ohne Statorringe konnte, im betrachteten Drehzahlbereich, die Sedimentation durch die Wellendrehzahl beeinflusst werden. Der Betriebsbereich der RDC ohne Statorscheiben wurde somit bereits mit relativ niedriger Drehzahl erreicht. Die Sedimentation in der statorlosen Geometrie wurde im beobachteten Drehzahlbereich im Experiment deutlich durch die Wellendrehzahl beeinflusst. Die Simulation der statorlosen Geometrie bildet nicht ganz so eindeutig das Experiment nach. Die Sedimentation für den unteren Drehzahlbereich wird gut dargestellt. Für die untersuchten höheren Drehzahlen ist die Geschwindigkeitsverteilung jedoch breiter als im Experiment.

Die Simulation der Einzeltropfenuntersuchung zeigt die Möglichkeiten, wie auch die zu bewältigenden Hürden bei der Modellentwicklung. Die Simulation der Einzeltropfenuntersuchung bietet viel Potential zur Entwicklung und Optimierung der Kolonnengeometrie. Erkenntnisse über die dominierenden Regime je nach Betriebszustand sind daraus ableitbar.

## Literaturverzeichnis

- [1] Enes Akšamija. *Einphasige PIV-Untersuchungen einer gerührten Extraktionskolonne und die Evaluierung von Turbulenzmodellen in CFD*. Institut für Thermische Verfahrenstechnik und Umwelttechnik der Technischen Universität Graz, 2009.
- [2] Enes Akšamija. *Vereinfachtes und optimiertes Design von Drehscheibenextraktoren (RDC); der Taylor-Couette Disc Contactor (TCDC)*. Institut für Thermische Verfahrenstechnik und Umwelttechnik der Technischen Universität Graz, 2014.
- [3] I. Ansys. *ANSYS FLUENT Theory Guide*. ANSYS, Inc., 2010.
- [4] Ronnie Andersson Bengt Andersson. *Computational Fluid Dynamics for Chemical Engineers*. Cambridge University Press, 2008.
- [5] Stefan Decker. *Zur Berechnung von gerührten Suspensionen mit dem Euler-Lagrange-Verfahren*. Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, 2005.
- [6] Thomas Gurker. *Experimentelle Charakterisierung einer gerührten Extraktionskolonne und Vergleich mittels Computational Fluid Dynamics*. Institut für Thermische Verfahrenstechnik und Umwelttechnik der Technischen Universität Graz, 2010.
- [7] Martin Henschke. *Auslegung pulsierter Siebboden-Extraktionskolonnen*. Shaker Verlag, 2003.
- [8] Moin Hunt, Wray. Eddies, Stream, and Convergence Zones in Turbulent Flows. *Center For Turbulence Research*, Report CTR-S88, 1988.
- [9] A.E. Karr. Design Scale-up, And Applications of the Reciprocating Plate Extraction Column. *Separation Science and Technology*, 1980.
- [10] Theis; Kernbichler. *Grundlagen der Monte Carlo Methoden*. ITP Technischen Universität Graz, 2002.
- [11] Hans Jacob Feindt Klaus Sattler. *Thermal Separation Processes*. VCH Verlagsgesellschaft mbH, 1995.
- [12] W.C.G. Kusters. *Rotating Disc Contactor, Handbook of Solvent Extraction*. J. Wiley and Sons, 1983.
- [13] Stefan Lecheler. *Numerische Strömungsberechnung*. Vieweg + Teubner, Bad Tölz, 2011.
- [14] Octave Levenspiel. *Chemical Reaction Engineering*. Corvallis: John Wiley Sons, 1999.
- [15] T.M. Lo. *Handbook of Solvent Extraction, Industrial Extraction Equipment*. John Wiley Sons, 1983.
- [16] Pratt H. R. C. Longsdail D. H., Thornton J. D. liquid-liquid extraction. *Transact. Inst. Chem. Eng.*, 1957.
- [17] Whitelaw Nouri. Particle motion and turbulence in dense two-phase flows. *Int. J. Multiphase Flow* 13, 1987.

- [18] Anja R. Paschedag. *CFD in der Verfahrenstechnik*. Wiley-VCH, 2004.
- [19] Pilhofer. Scale-up of Mechanically Agitated Extraction Columns. *Chem. Eng. Technol.*, 1988.
- [20] H. S. Pratt. Selection, Design, Pilot Testing, And Scale-up of Extraction Equipment (Bd. 1). *Clarendon Press.*, 1992.
- [21] Philip Saffman. The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.* 31, 1968.
- [22] Axel Schönbacher. *Thermische Verfahrenstechnik*. Springer Verlag, 2002.
- [23] T. Steinmetz. Tropfenpopulationsbilanzgestütztes Auslegungsverfahren zur Skalierung einer gerührten Moniplatn Extraktionskolonne. *Fortschritt-Berichte VDI*, 2007.
- [24] Zuiderweg Stemerding. Axial mixing and its influence on extraction efficiency. *Chem. Eng. London* 5, 1963.
- [25] Hermann Nirschl Xiana Romaní Fernández. Simulation of particles and sediment behaviour in centrifugal field by coupling CFD and DEM. *Elsevier Ltd.*, 2013.



## Ergebnisse zu der klassischen Geometrie

### A.1 Zusammenstellung aller Experimente in der klassischen Geometrie

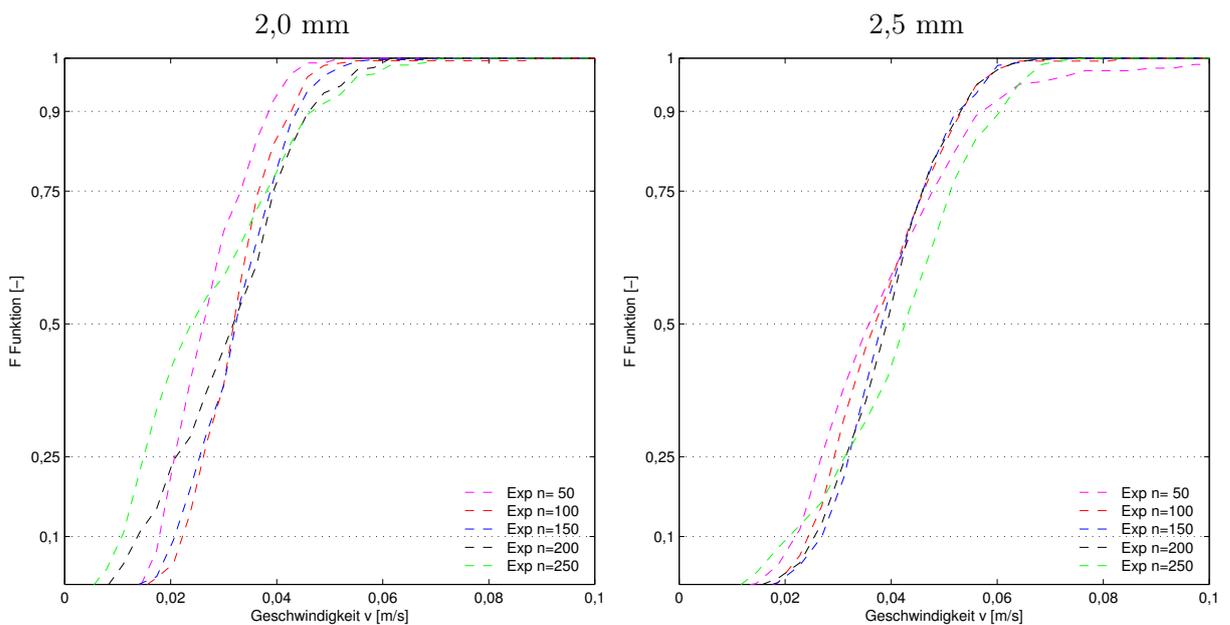


Abbildung A.1: Summenverteilung der Sedimentationsgeschwindigkeiten in [m/s] für der klassischen Geometrie.

## A.2 Axiale Rückvermischung in der klassischen Geometrie vs. einer Kaskade kontinuierlicher Rührkessel

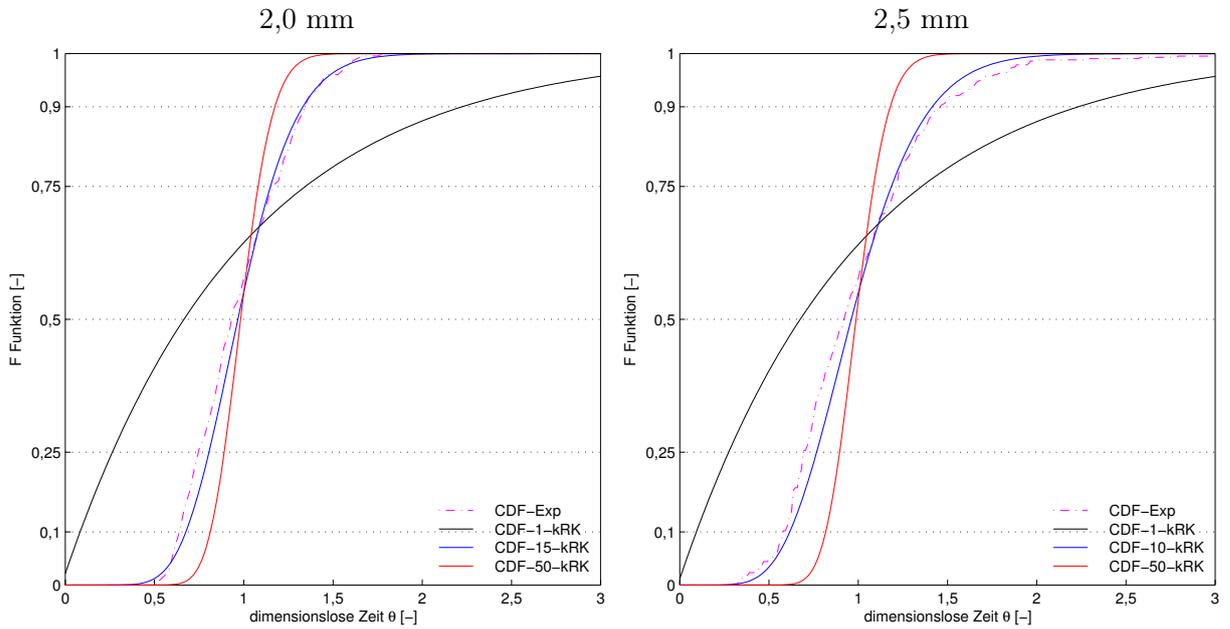


Abbildung A.2: Axiale Rückvermischung unter  $50 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

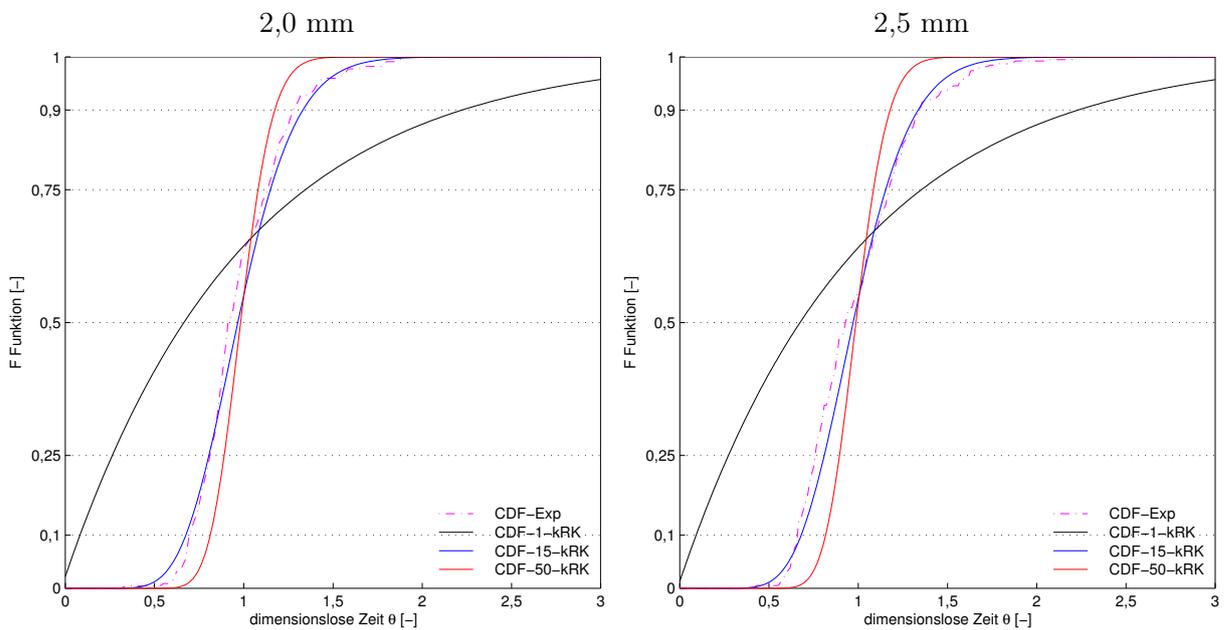


Abbildung A.3: Axiale Rückvermischung unter  $100 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

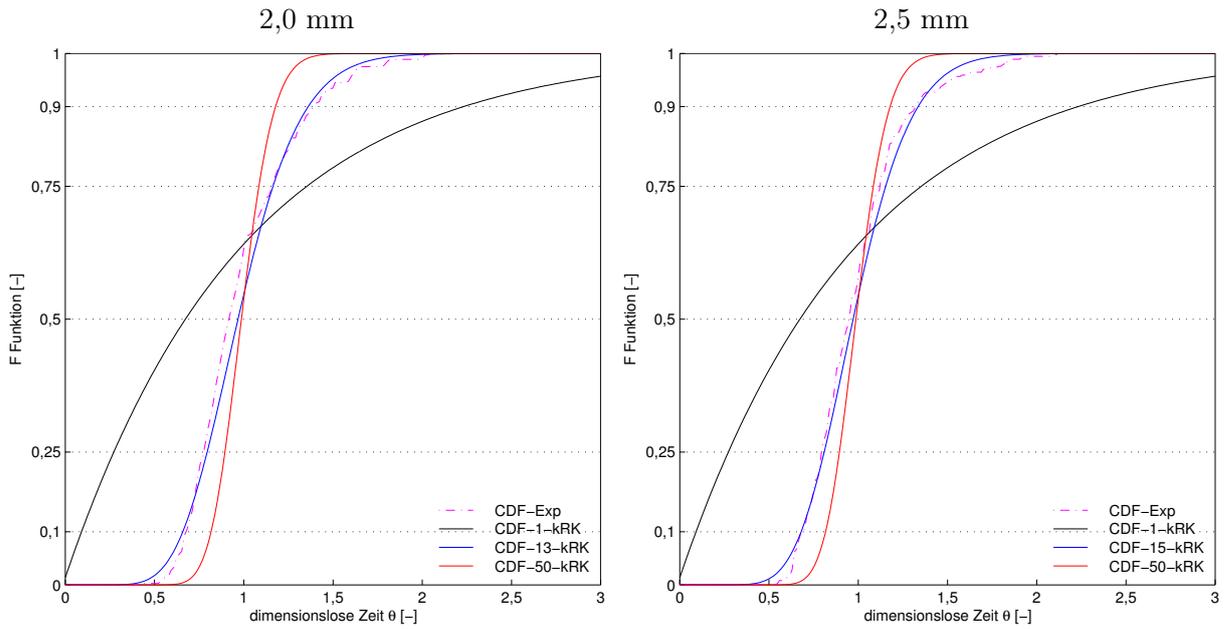


Abbildung A.4: Axiale Rückvermischung unter  $150 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

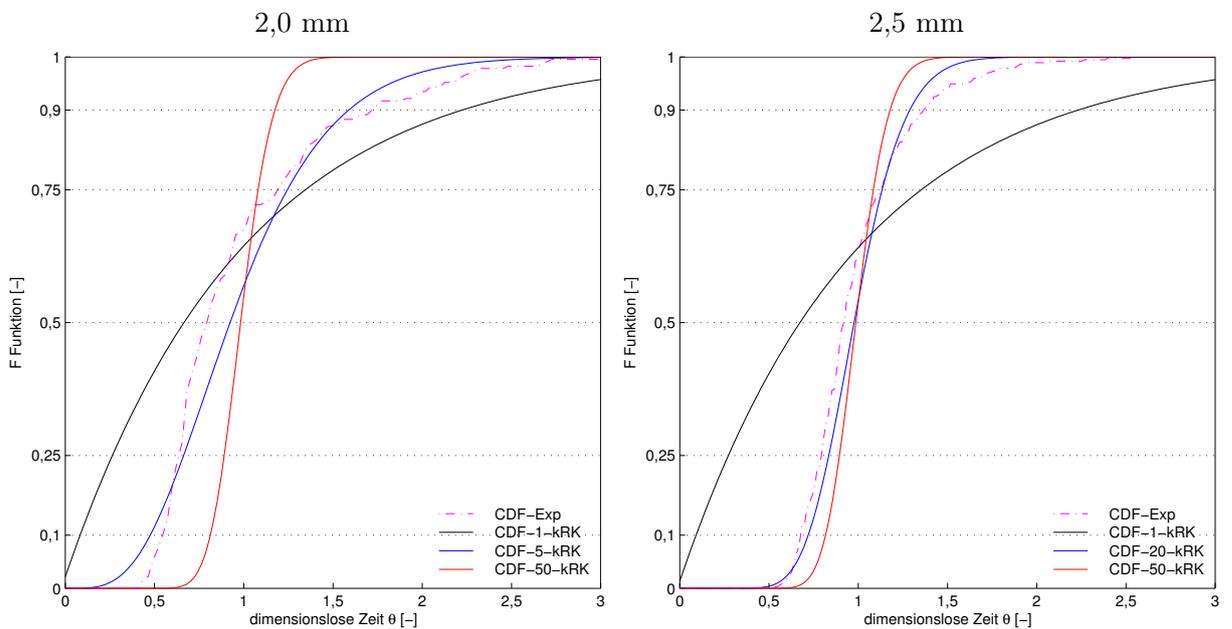


Abbildung A.5: Axiale Rückvermischung unter  $200 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

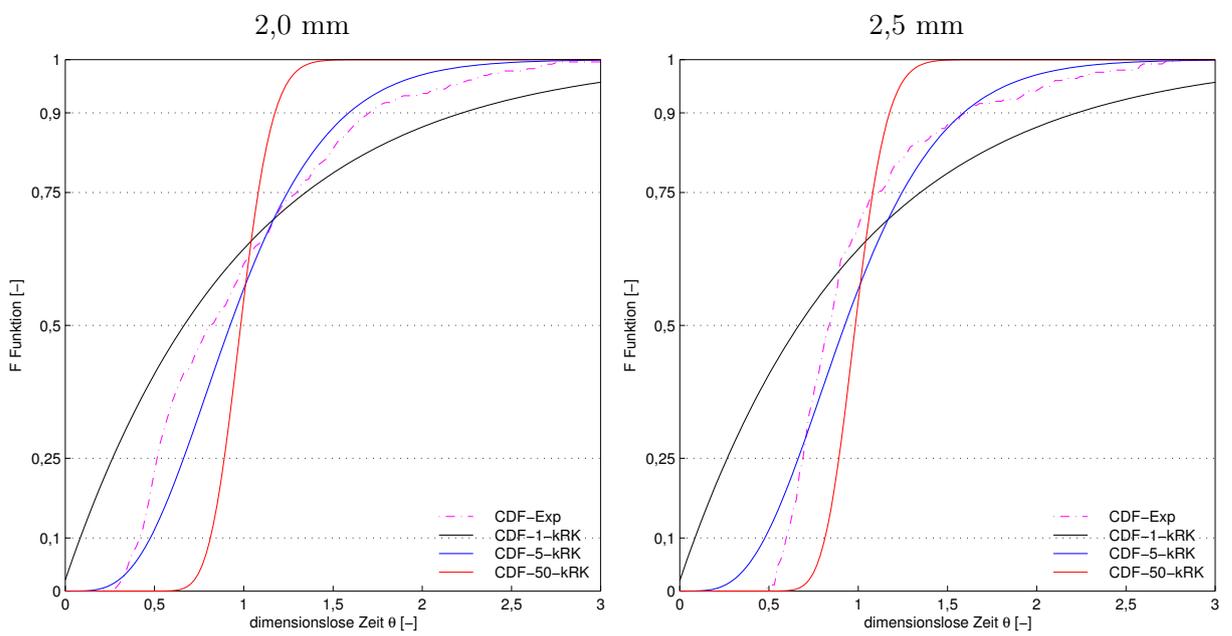


Abbildung A.6: Axiale Rückvermischung unter  $250 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

### A.2.1 Gegenüberstellung der Experiment-Wiederholungen in der klassischen Geometrie

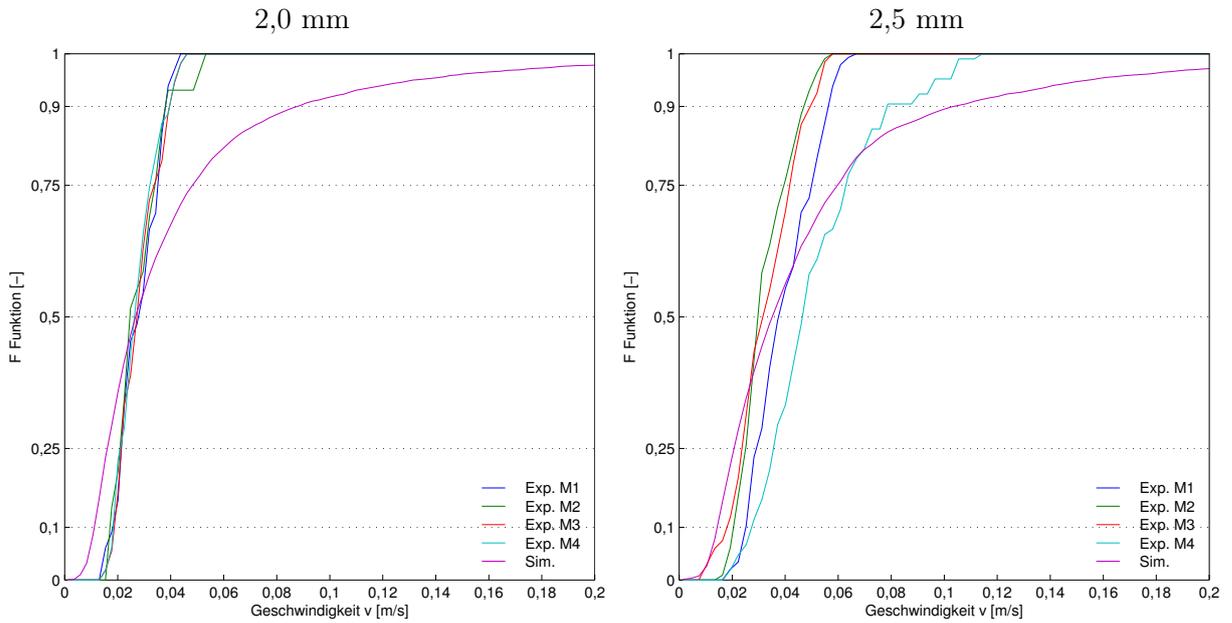


Abbildung A.7: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $50 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie.

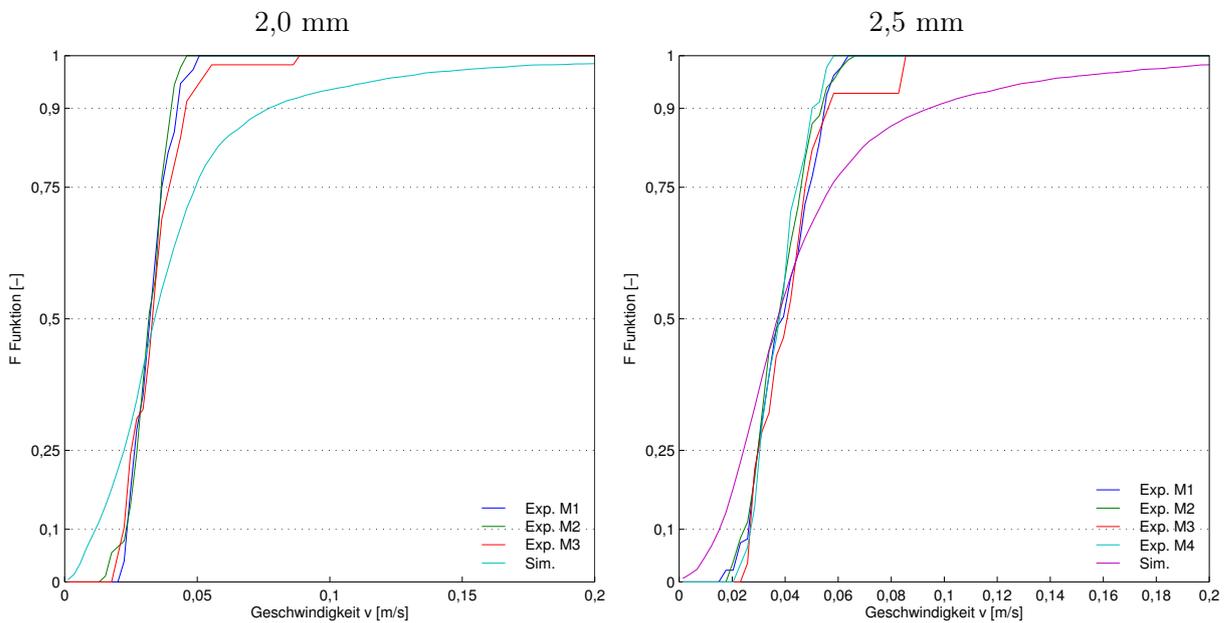


Abbildung A.8: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $100 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie.

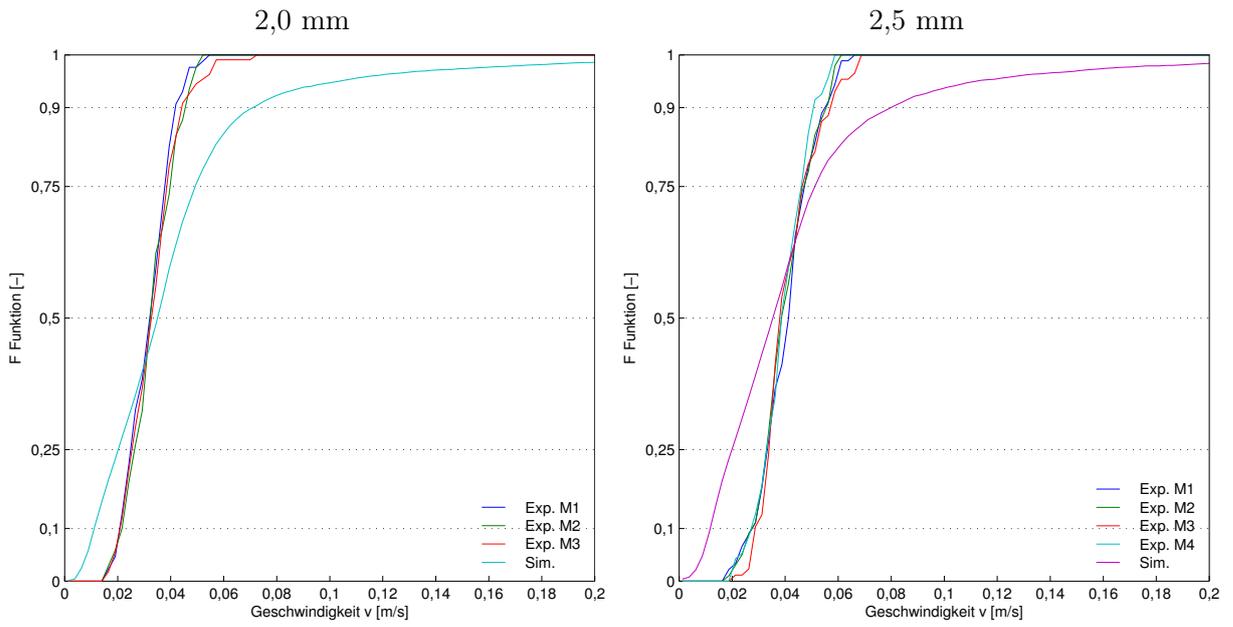


Abbildung A.9: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $150 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie.

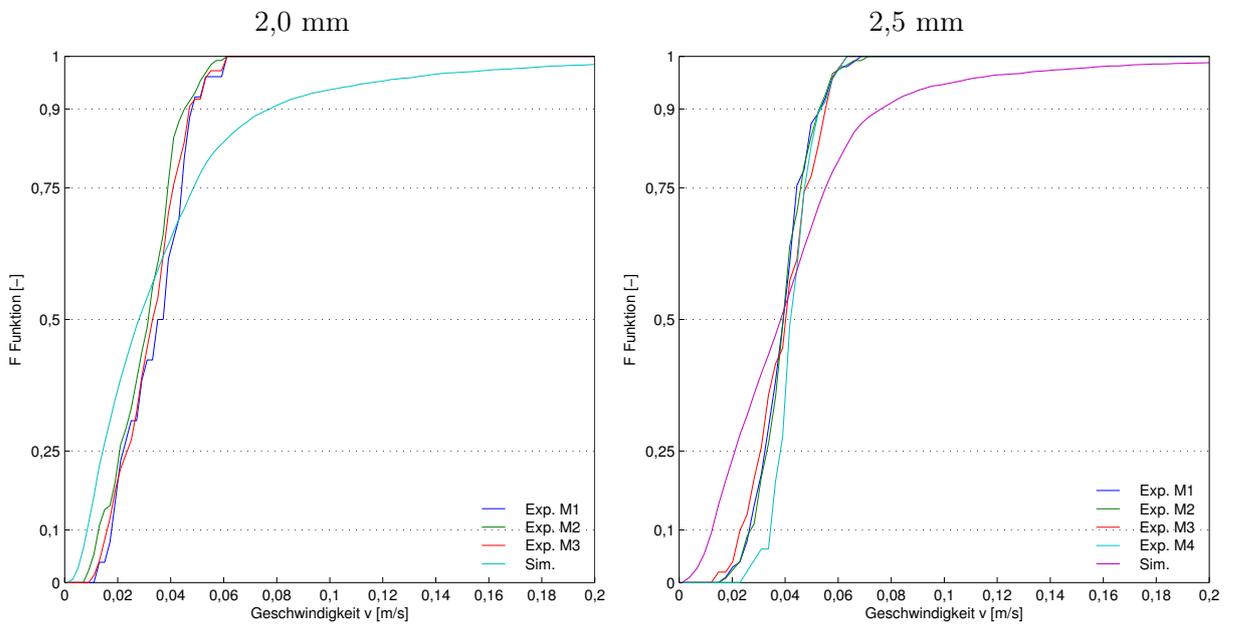


Abbildung A.10: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $200 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie.

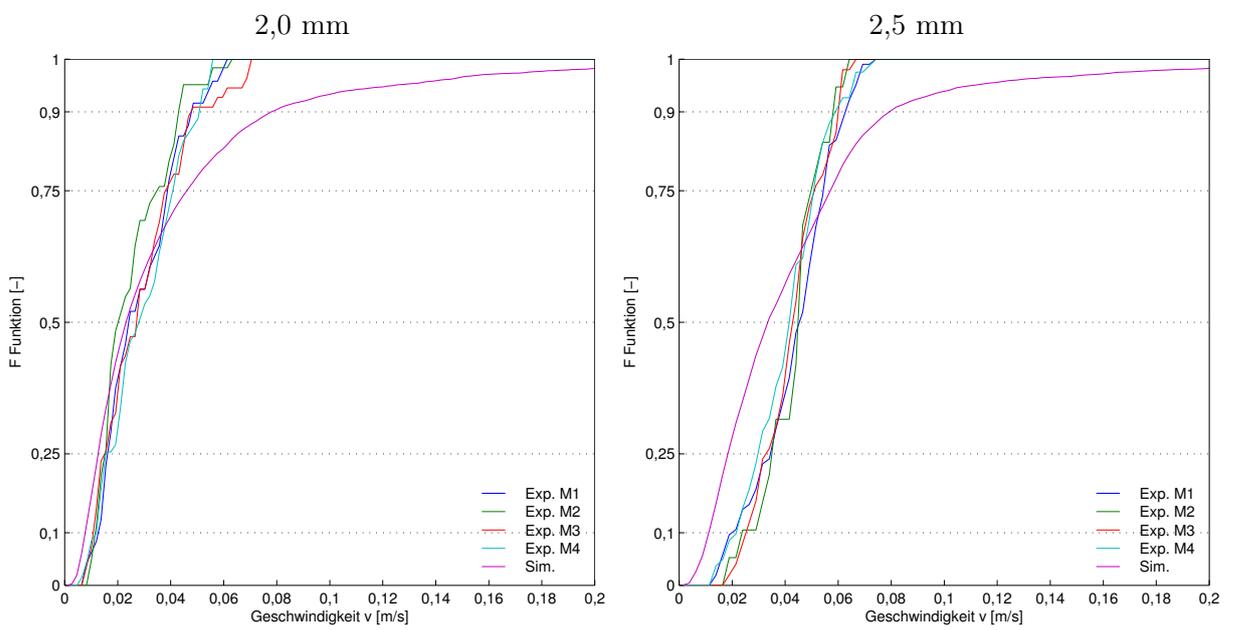


Abbildung A.11: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $250 \frac{1}{min}$  in der klassischen Geometrie.

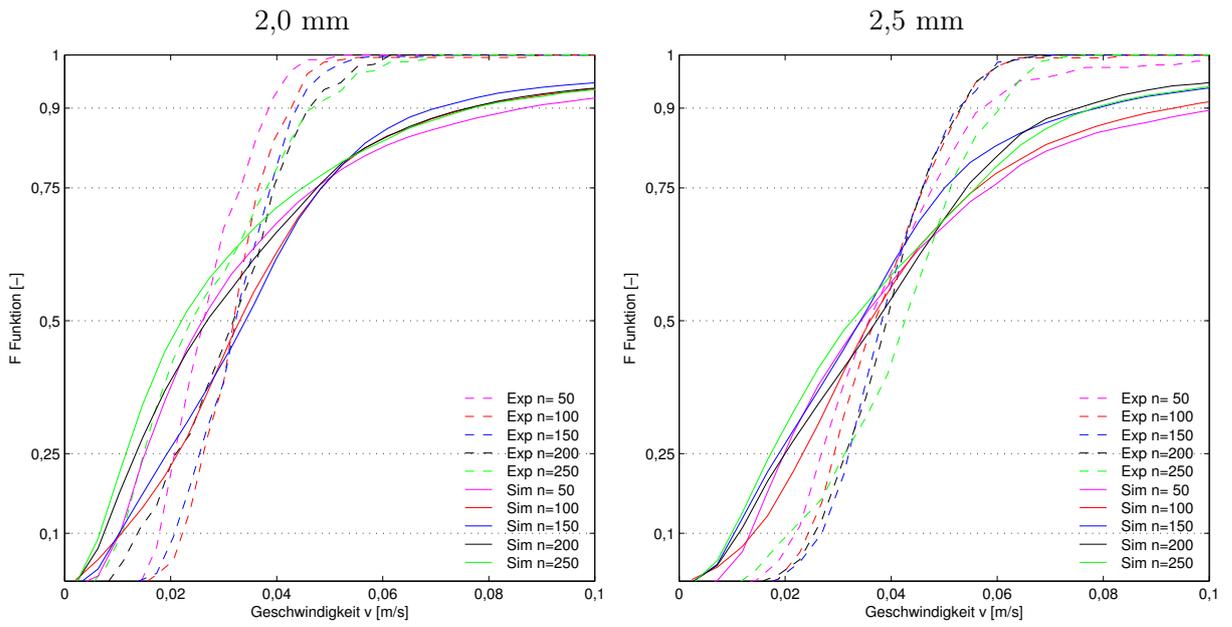


Abbildung A.12: Summenverteilung der Sedimentationsgeschwindigkeiten in [m/s] für die klassische Geometrie.

### A.3 Particle Tracks aus der Simulation der Einzeltropfenbewegung in der klassischen Geometrie

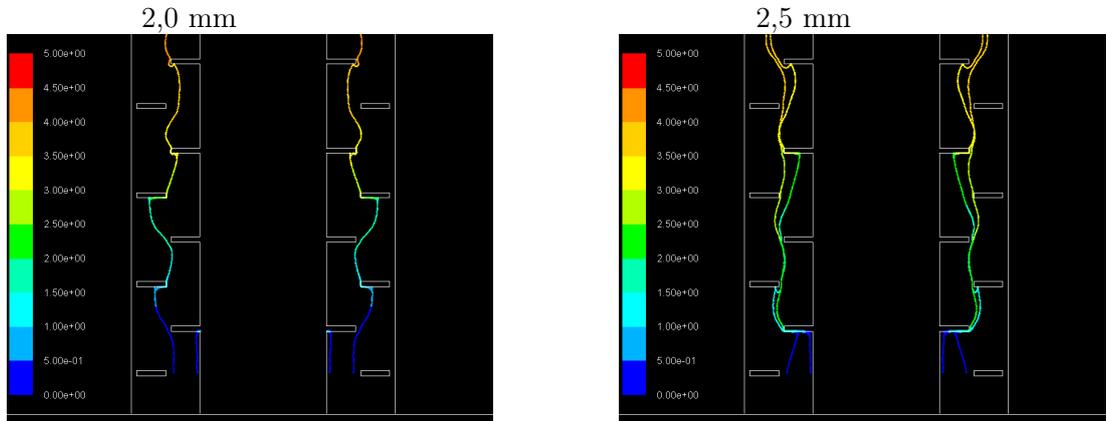


Abbildung A.13: Particle Tracks für  $50 \frac{1}{min}$  in klassischer Geometrie.

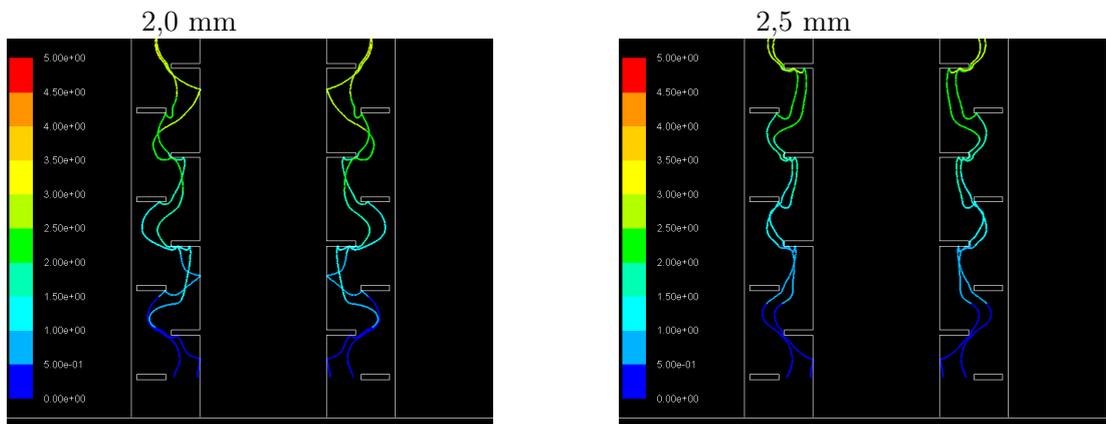


Abbildung A.14: Particle Tracks für  $100 \frac{1}{min}$  in klassischer Geometrie.

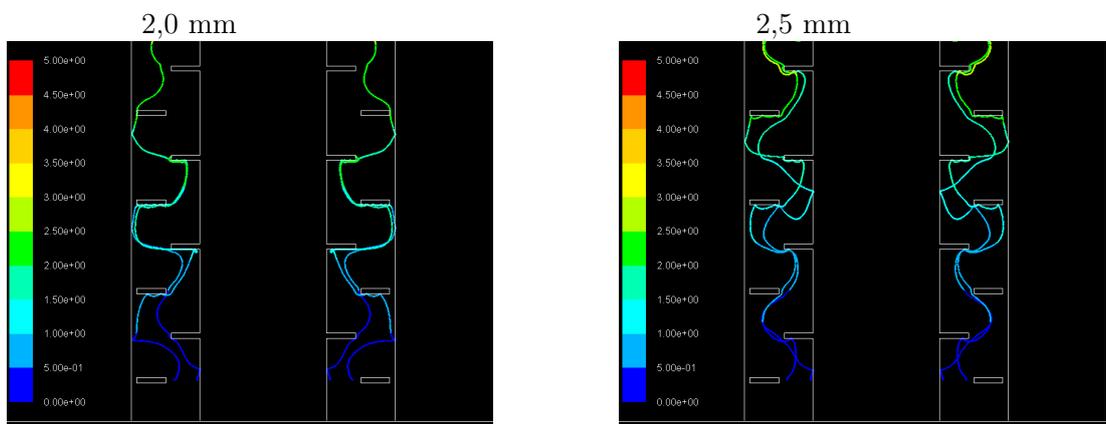


Abbildung A.15: Particle Tracks für  $150 \frac{1}{min}$  in klassischer Geometrie.

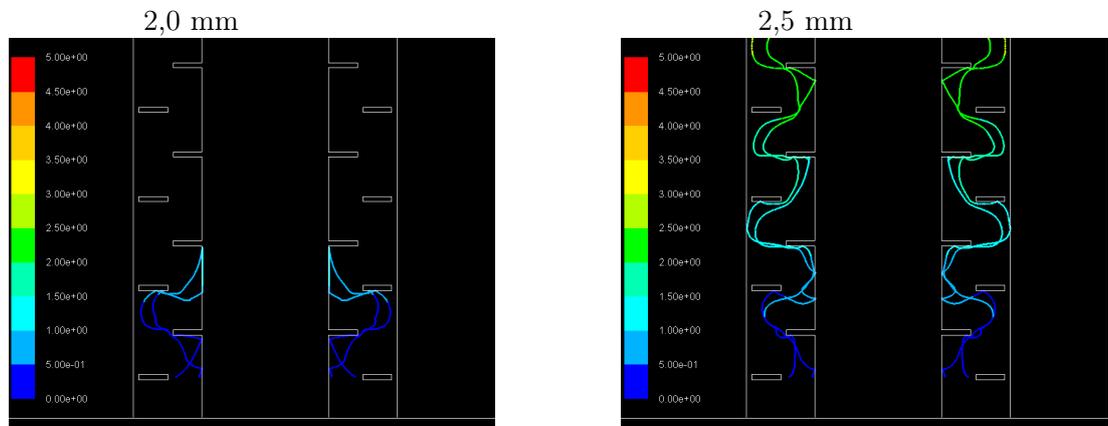


Abbildung A.16: Particle Tracks für  $200 \frac{1}{min}$  in klassischer Geometrie.

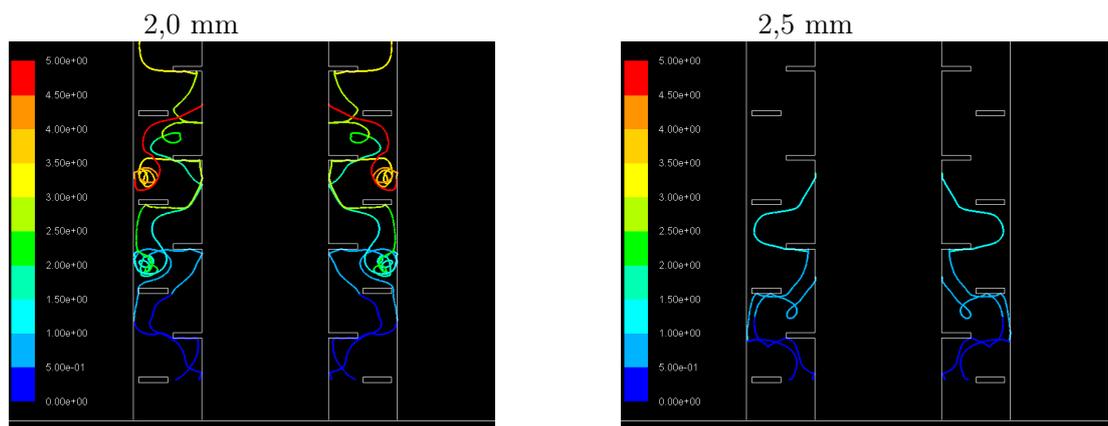


Abbildung A.17: Particle Tracks für  $250 \frac{1}{min}$  in klassischer Geometrie.

# B

## Ergebnisse zu der statorlosen Geometrie

### B.1 Zusammenstellung aller Experimente in der statorlosen Geometrie

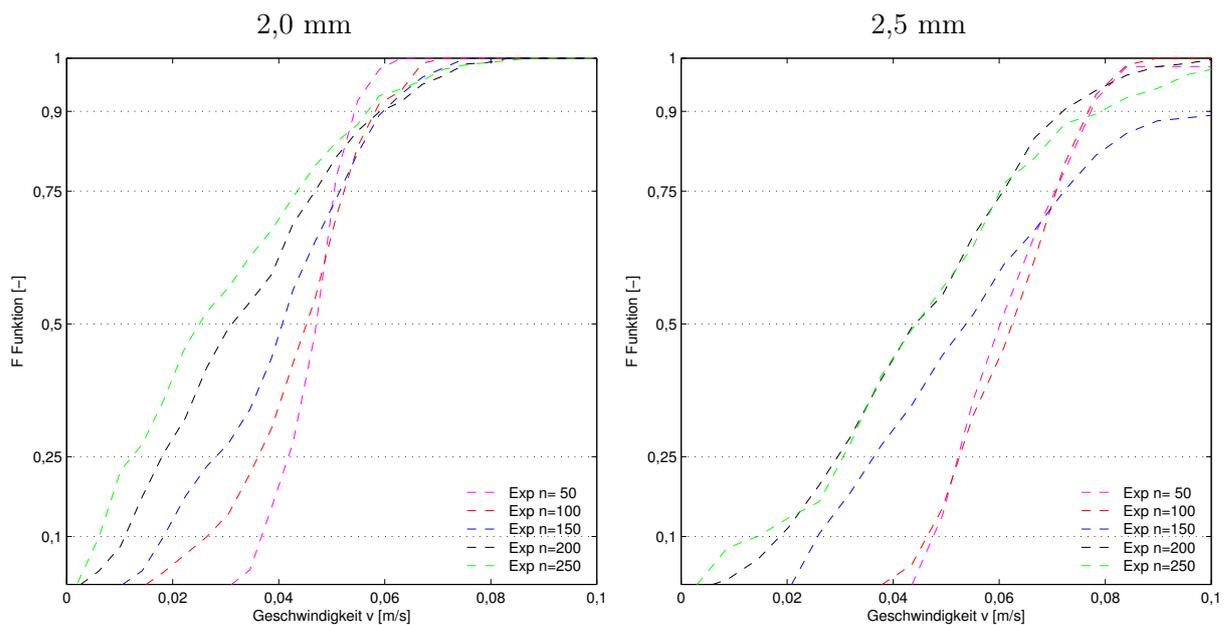


Abbildung B.1: Sedimentationsgeschwindigkeiten in [m/s] für die statorlose Geometrie.

## B.2 Axiale Rückvermischung in der statorlosen Geometrie vs. einer Kaskade kontinuierlicher Rührkessel

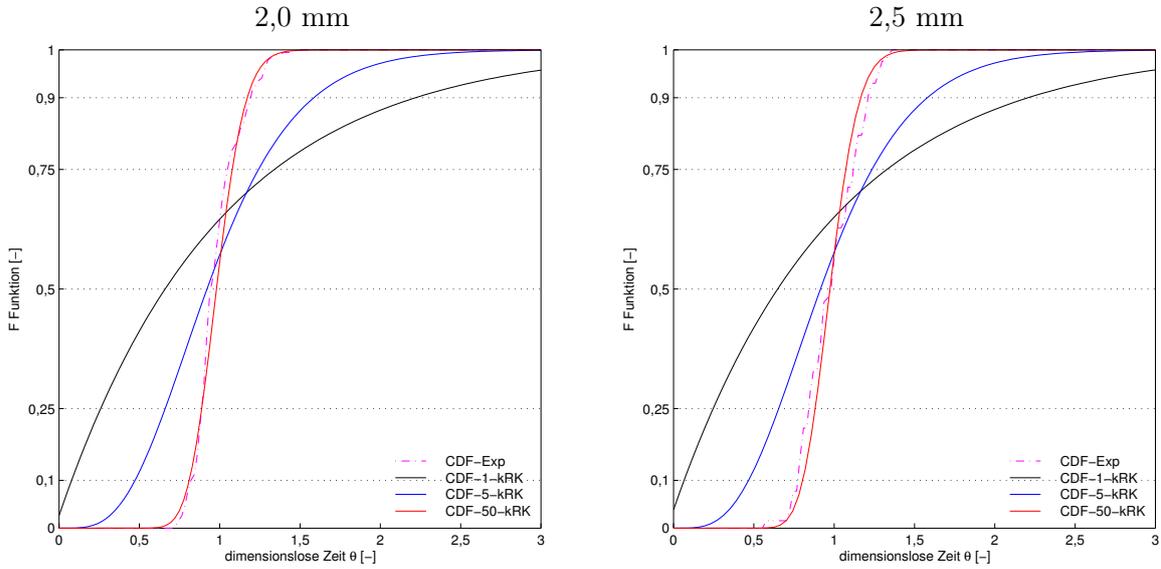


Abbildung B.2: Axiale Rückvermischung unter  $50 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

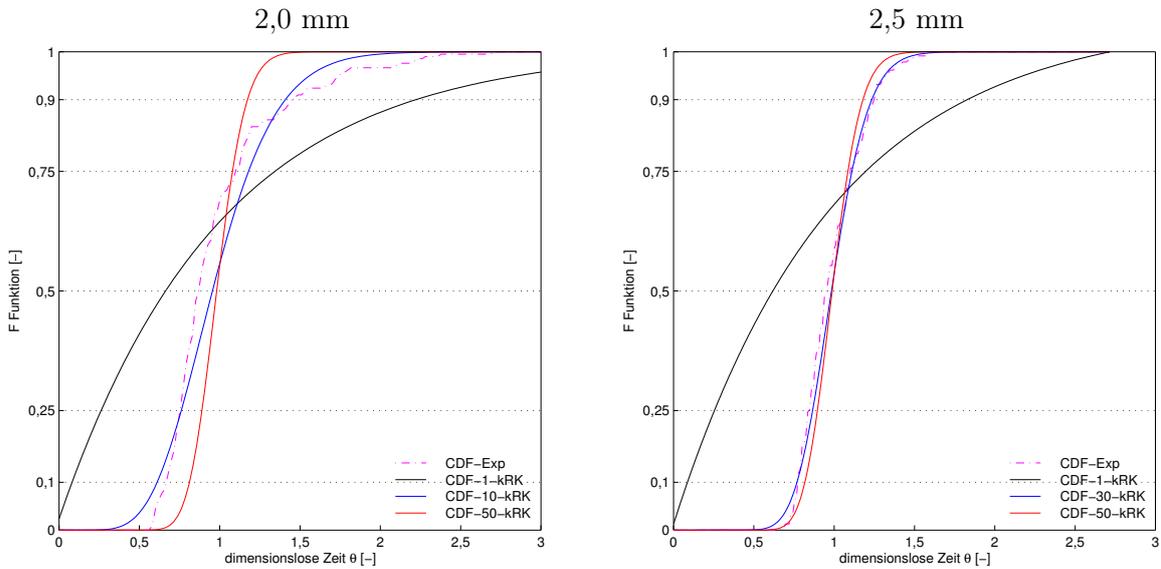


Abbildung B.3: Axiale Rückvermischung unter  $100 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

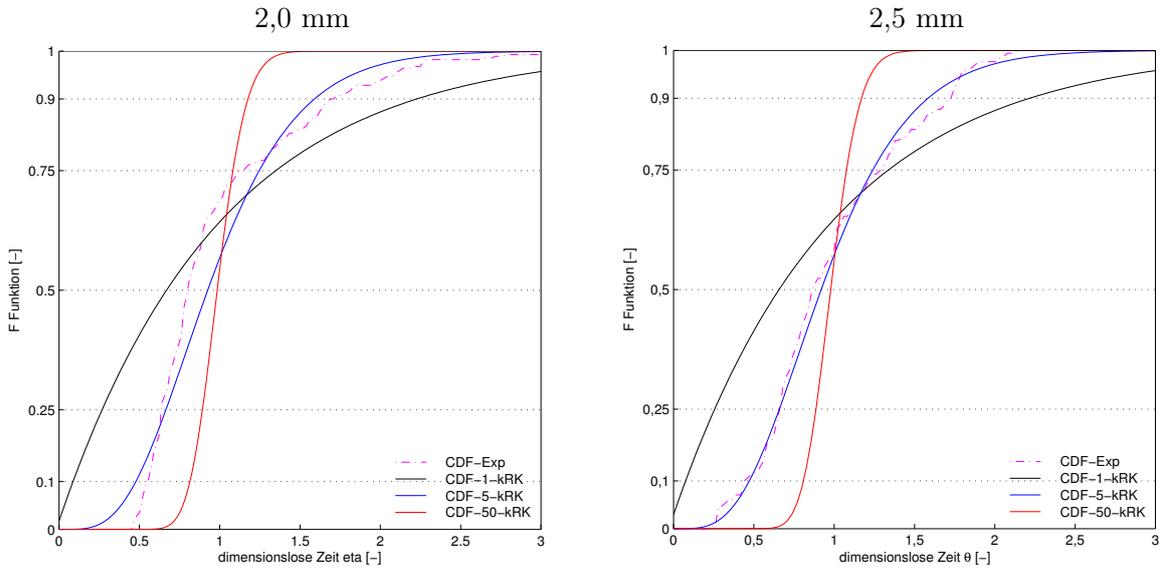


Abbildung B.4: Axiale Rückvermischung unter  $150 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

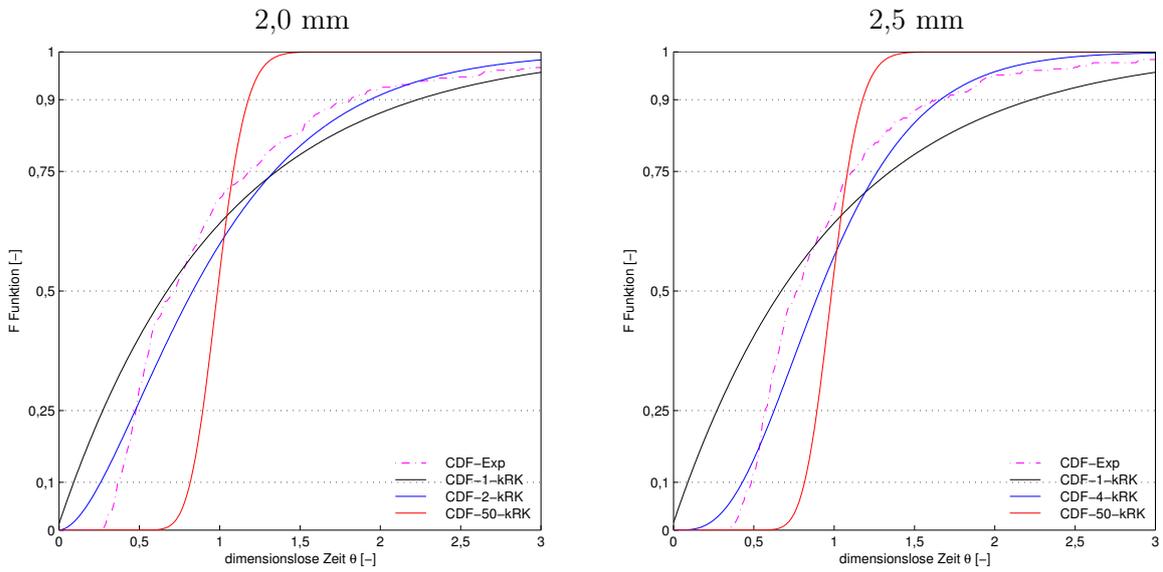


Abbildung B.5: Axiale Rückvermischung unter  $200 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

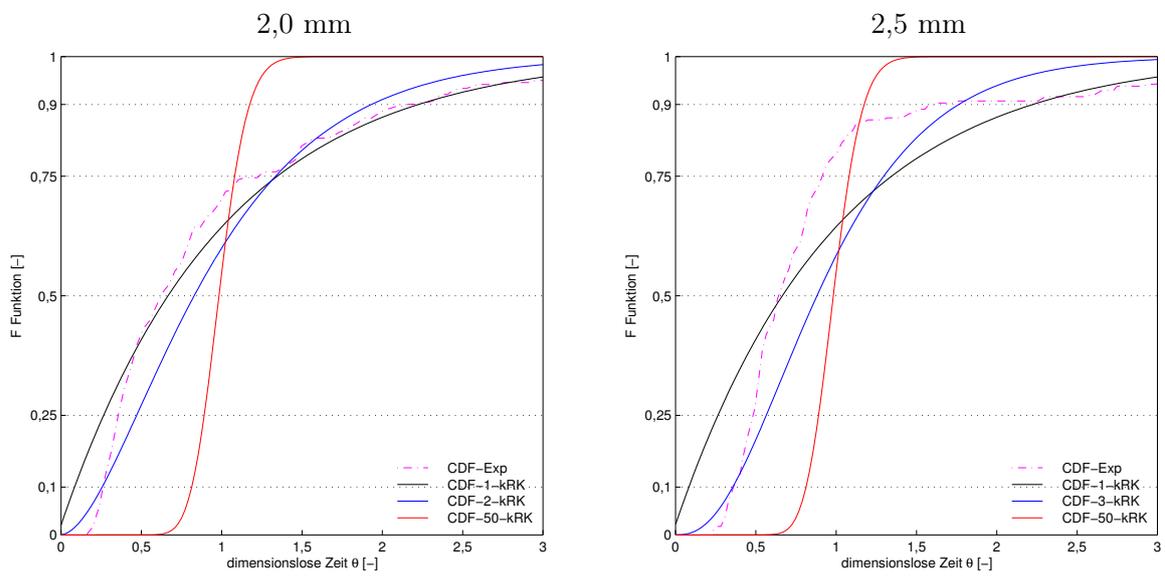


Abbildung B.6: Axiale Rückvermischung unter  $250 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie vs. Kaskade von  $N$  kontinuierlichen Rührkesseln (kRK).

### B.2.1 Gegenüberstellung der Experiment-Wiederholungen in der statorlosen Geometrie

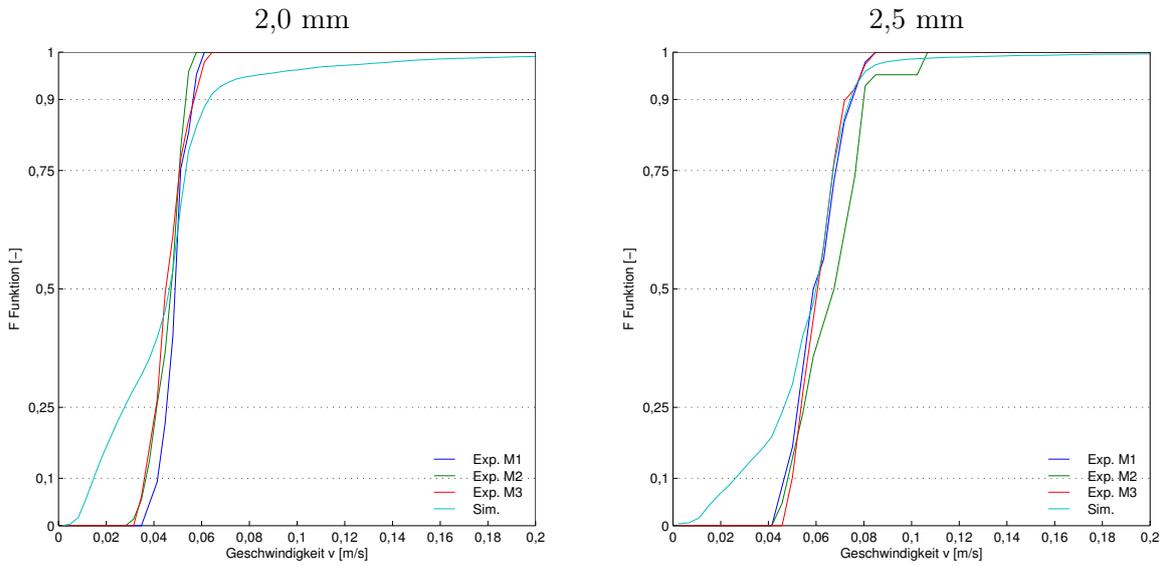


Abbildung B.7: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in  $[m/s]$  für  $50 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie.

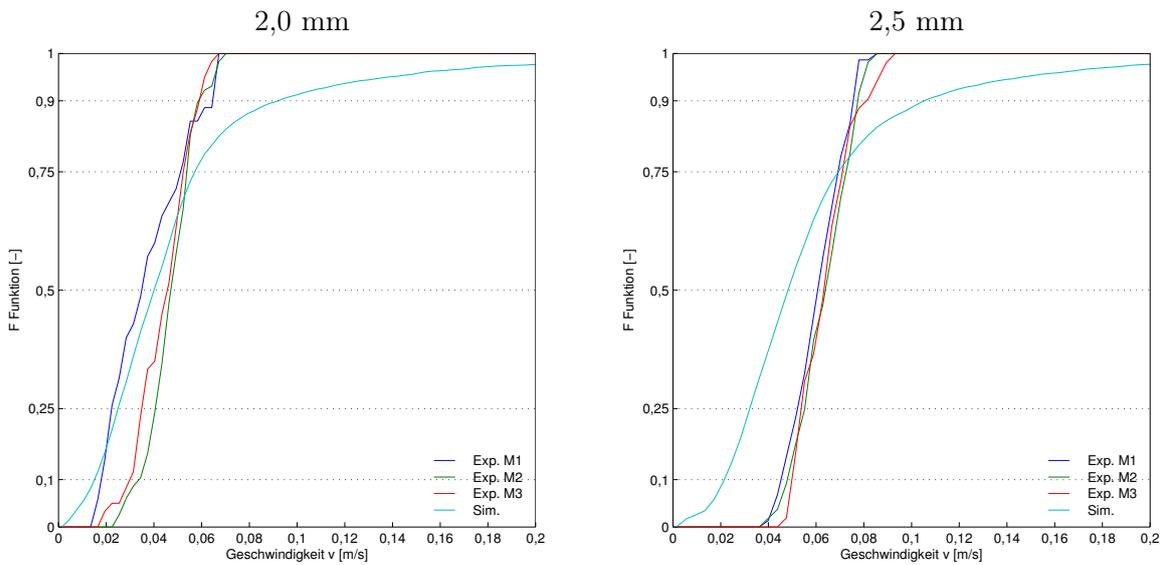


Abbildung B.8: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in  $[m/s]$  für  $100 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie.

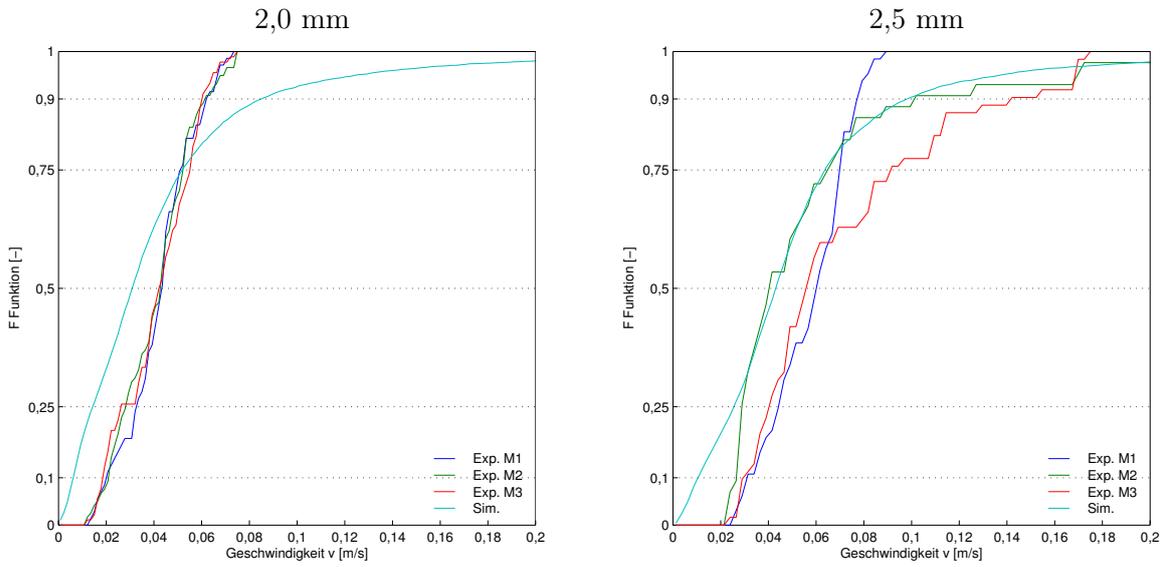


Abbildung B.9: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $150 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie.

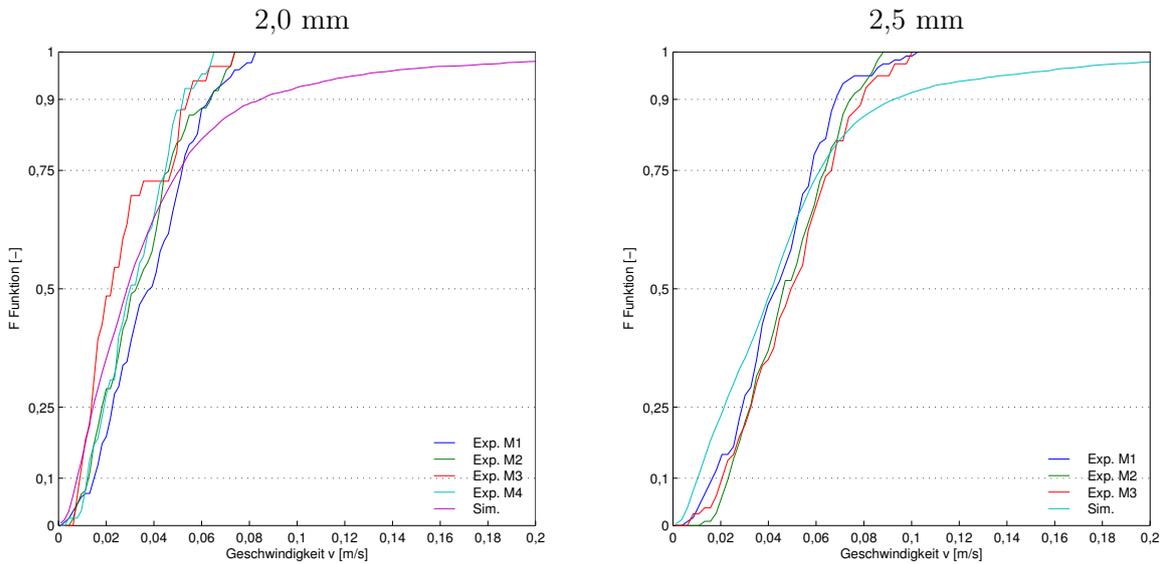


Abbildung B.10: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $200 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie.

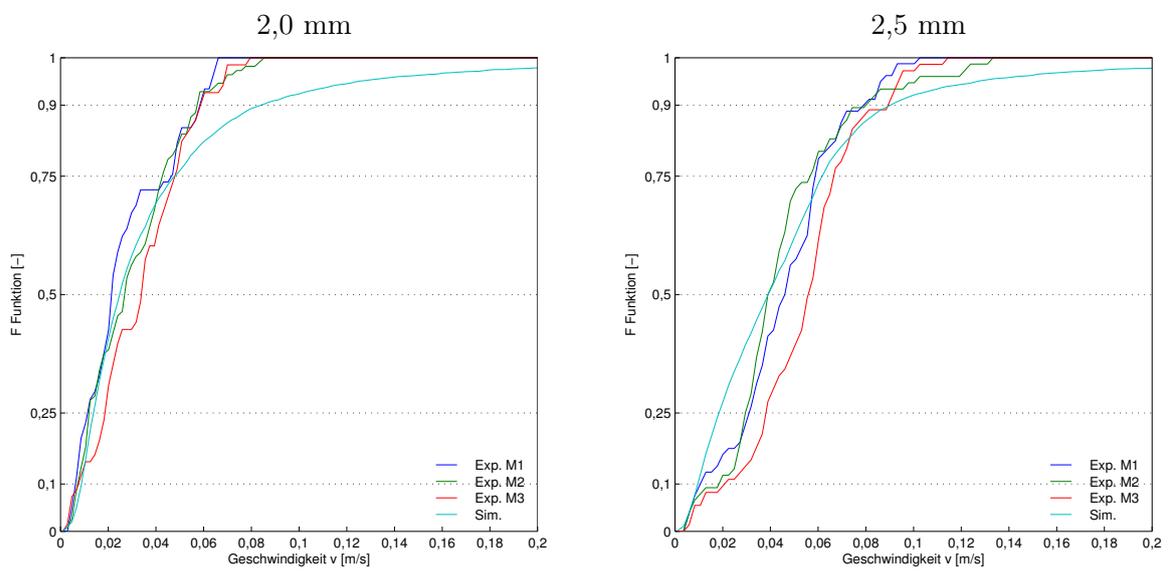


Abbildung B.11: Summenverteilung  $F$  der Sedimentationsgeschwindigkeit  $v$  in [m/s] für  $250 \frac{1}{min}$  in der statorlosen Geometrie.

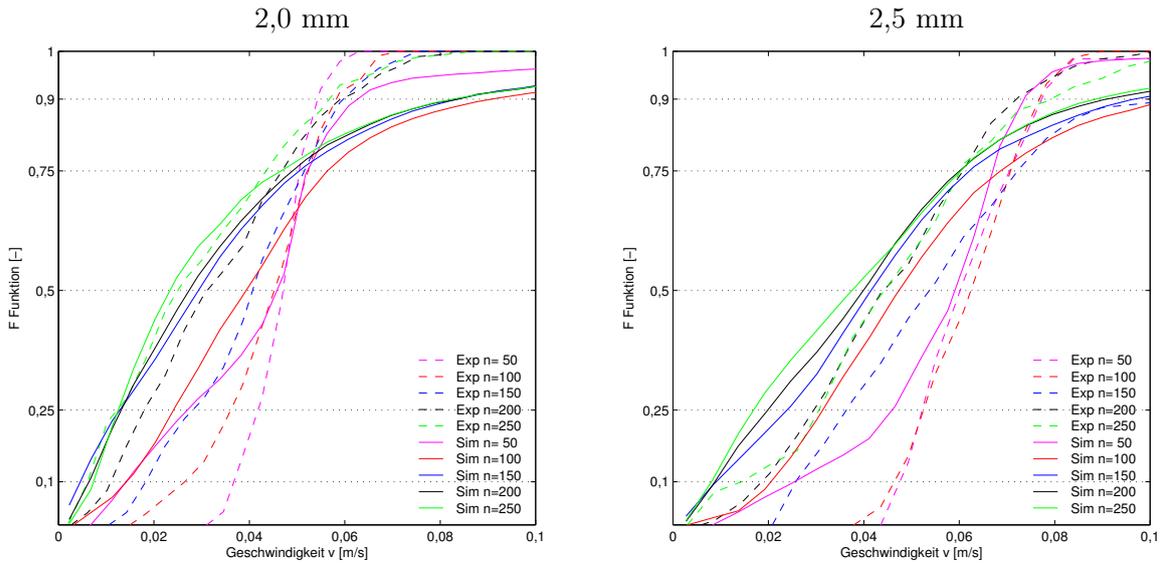


Abbildung B.12: Summenverteilung der Sedimentationsgeschwindigkeiten in [m/s] in der statorlosen Geometrie.

### B.3 Particle Tracks aus der Simulation der Einzeltropfenbewegung in der statorlosen Geometrie

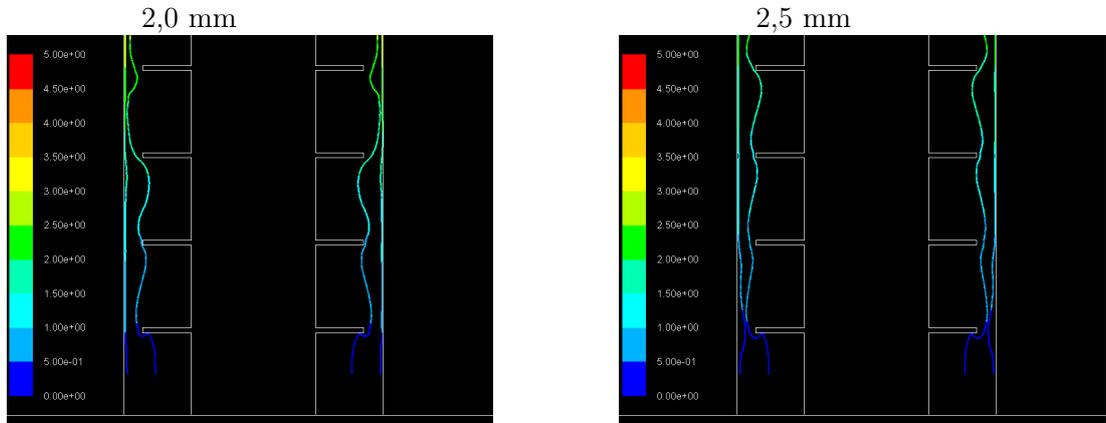


Abbildung B.13: Particle Tracks für  $50 \frac{1}{min}$  in statorlosen Geometrie.

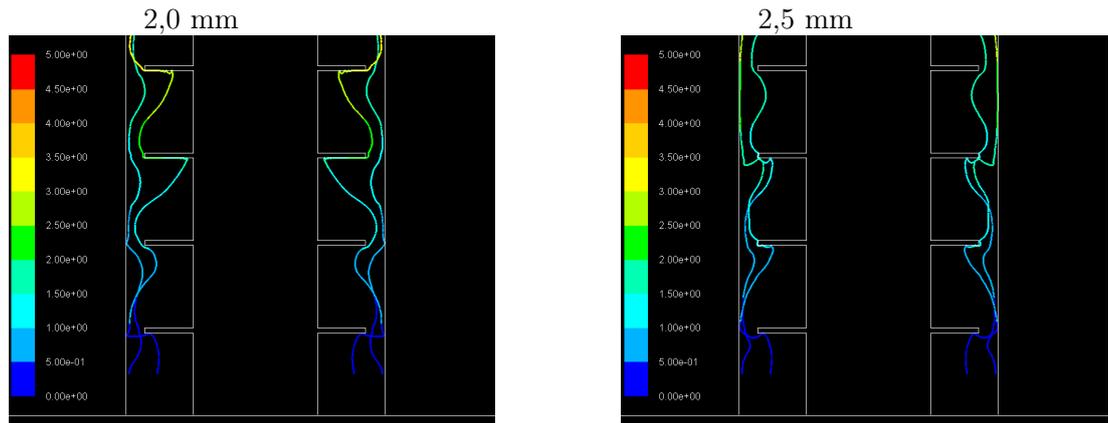


Abbildung B.14: Particle Tracks für  $100 \frac{1}{min}$  in statorlosen Geometrie.

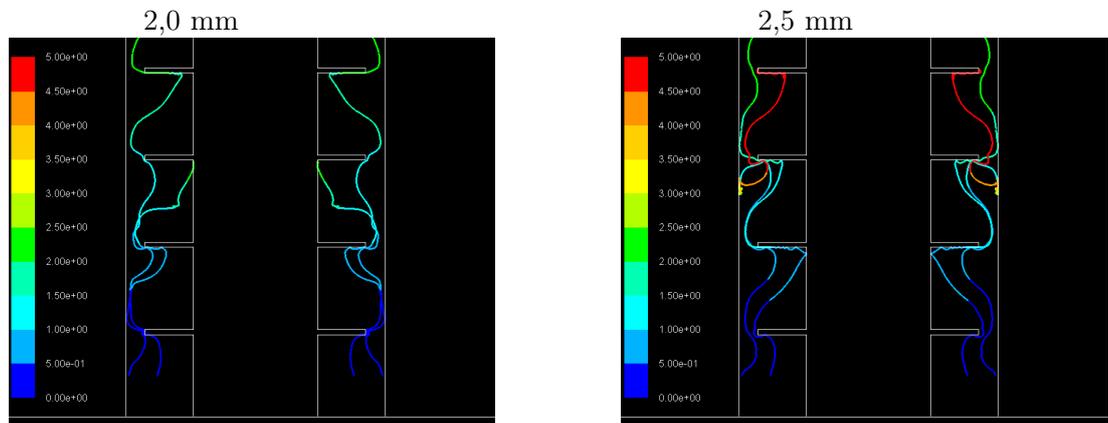


Abbildung B.15: Particle Tracks für  $150 \frac{1}{min}$  in statorlosen Geometrie.

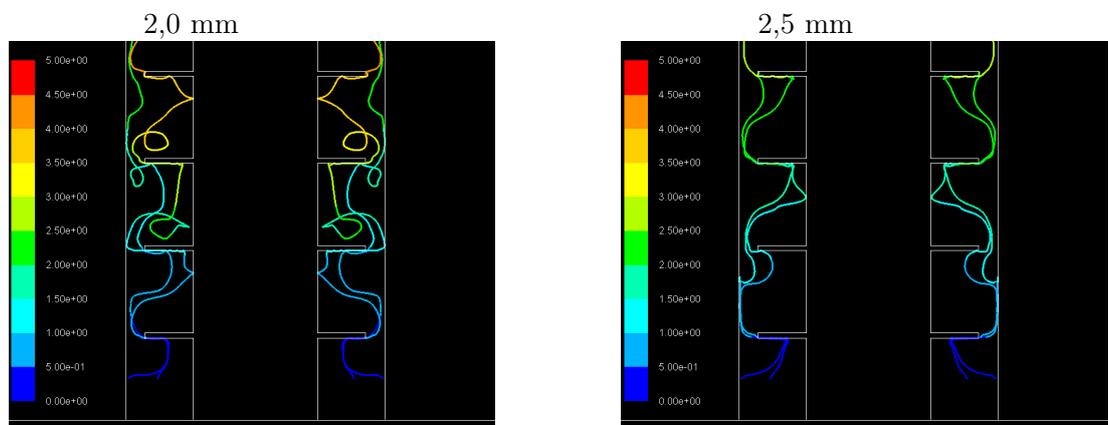


Abbildung B.16: Particle Tracks für  $200 \frac{1}{min}$  in statorlosen Geometrie.

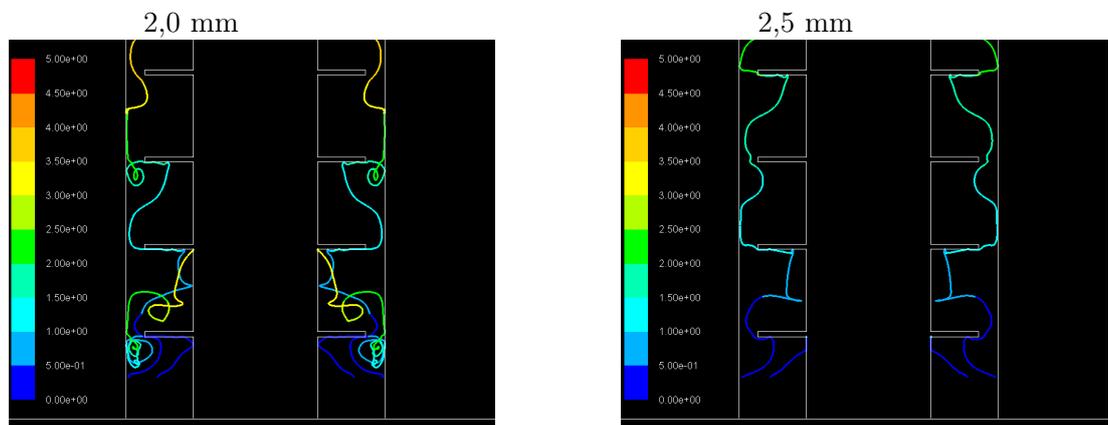


Abbildung B.17: Particle Tracks für  $250 \frac{1}{min}$  in statorlosen Geometrie.