$$= 40616{,}4 : 3345 = 12^0{,}14242152 \text{ Reaum.},$$

also sehr nahe $= 12\frac{1}{7}^0$ Grad Reaumur.

Es stand daher die mittlere Temperatur bei der ganzen Messung unter der Normaltemperatur um

$$13^0 - 12^0{,}14242152 = 0^0{,}85757848 = \text{nahe } \tfrac{6}{7} \text{ R.} = 0^0{,}86 \text{ R.}$$

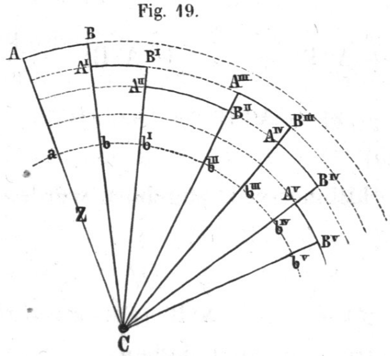
Diese $0^0{,}86$ R. geben nach Borda, — welcher die Ausdehnung des Eisens von 0^0 bis 80^0 R. zu 0,001158 angibt und das auf 1^0 R. 0,0000144475 beträgt, — auf die Länge von 40121 P. F. (B) einen Abzug $= 0{,}0000144475 \times 0{,}86 \times 40121$ P. F. $= 0{,}498497407$ P. F. macht: so dass also die Länge der Basis für die Normaltemperatur von 13^0 R. und einen 1019 Par. F. über dem Meer liegenden Horizont

$$= 40121{,}295 - 0{,}498 \text{ Par. Fuss},$$
$$= 40120{,}797 \text{ Par. Fuss ist.} \qquad \text{(C.)}$$

§. 33.

Entwickelung der Formel für die Bestimmung der mittleren Basishöhe über dem Meer, von Bohnenberger.

Fig. 19.



$$AB : ab = AC : Ca = r : z,$$

$$\text{daher } ab = \frac{AB}{r} z$$

$$b\,b' = \frac{A'B'}{r'} z$$

$$b'b'' = \frac{A''B''}{r''} z$$

$$b^{IV} b^{V} = \frac{A^{V}B^{V}}{r^{V}} z$$

$$\text{Bogen } a\,b^{V} = \left(\frac{AB}{r} + \frac{A'B'}{r'} + \frac{A''B''}{r''} + \ldots + \frac{A^{V}B^{V}}{r^{V}}\right) z$$

$$\text{Es ist aber } \frac{z}{r} = 1 - \frac{r - z}{r}$$

$$\frac{z}{r'} = 1 - \frac{r' - z}{r'}$$

$$\frac{z}{r''} = 1 - \frac{r'' - z}{r''}$$

$$\vdots$$

$$\frac{z}{r^{V}} = 1 - \frac{r^{V} z}{r^{V}}$$

Da aber $z = 19665295$ Par. Fuss = dem Radius der ersten Perpendikel-Curve und r wohl nicht über 19765295 Par. Fuss werden kann; auch der Unterschied der äussersten Halbmesser nicht über 1000 Fuss betragen wird, so darf man statt $\frac{r' z}{r'}$, $\frac{r'' z}{r''}$ u. s. w. setzen $\frac{r' - z}{r}$, $\frac{r'' - z}{r}$ u. s. w.

denn es ist $\frac{10000}{19765295} - \frac{10000}{19766295} < \frac{10000000}{(19765295)^2} < 0{,}000000025858$, welches für $AB = 20$ Fuss ausmacht, weniger als 0,00000051716 Fuss und für 10000 AB weniger als 0,0051716 Fuss

also auf eine Basis von 200000 Fuss weniger als 0,0051716 Fuss,

20000	„	„	„ 0,00051716	„
40000	„	„	„ 0,00103432	„
60000	„	„	„ 0,00155148	„
100000	„	„	„ 0,0025858	„
50000	„	„	„ 0,0012929	„

Man wird also haben:

$$\left.\begin{array}{l} ab + bb' + b'b'' + \ldots \\ \text{Das ist Bogen } ab^{v} \end{array}\right\} = AB + A'B' + A''B'' + \ldots + A^{v}B^{v} - \frac{1}{r}$$

$$[AB\,(r - z) + A'B'\,(r' - z) + A''B''\,(r'' - z) + A'''B'''\,(r''' - z) \ldots\ldots + A^{v}B^{v}\,(r^{v} - z)]$$

Demnach wird der Bogen, welcher dem Halbmesser z' zugehört, werden

$$= AB + A'B' + A''B'' + \ldots\ldots A^{v}B^{v}$$

wenn man z' so bestimmt, dass

$$AB\,(r - z') + A'B'\,(r' - z') + A''B''\,(r'' - z') + \ldots + A^{v}B^{v}\,(r^{v} - z') = 0$$

Ist der kleinste Halbmesser $= \varrho$, so wird man auch haben

$$AB\,[r - \varrho - (z' - \varrho)] + A'B'\,[r' - \varrho - (z' - \varrho)] + A''B''\,[r'' - \varrho - (z' - \varrho)] + \ldots + A^{v}B^{v}\,[r^{v} - \varrho - (z' - \varrho)] = 0$$

oder $AB\,(r - \varrho) + A'B'\,(r' - \varrho) + A''B''\,(r'' - \varrho) + \ldots + A^{v}B^{v}\,(r^{v} - \varrho) \ldots$

$$= (AB + A'B' + A''B'' + \ldots + A^{v}B^{v})\,(z' - \varrho),$$

also

$$\text{I. } z' = \varrho + \frac{AB\,(r - \varrho) + A'B'\,(r' - \varrho) + A''B''\,(r'' - \varrho) + \ldots + A^{v}B^{v}\,(r^{v} - \varrho)}{AB + A'B' + A''B'' + \ldots + A^{v}B^{v}}$$

oder

$$z' = \varrho + \frac{\Sigma AB \,.\, h}{\Sigma AB}$$

Sind AB, A'B', A''B'' u. s. f. einander gleich, und ihre Anzahl = n, so wird

$$z' = \varrho + \frac{r - \varrho + r' - \varrho + r'' - \varrho + \ldots + r^{v} - \varrho}{n} = \varrho + \frac{h + h' + h'' + \ldots}{n}$$

wenn $r - \varrho = h$
$r' - \varrho = h'$ etc.

$$\text{II.} = \varrho + \frac{r + r' + r'' + \ldots + r^{v} + \ldots + r^{(n)}}{n}$$

Anmerk. Nach diesen Formeln hat Prof. v. Bohnenberger die mittlere Höhe der Basis über dem Meer zu 1019 Par. Fuss bestimmt, und es liegt dieser Zahl die barometrische Bestimmung der Solitude zu 1540 Par. Fuss zu Grunde; nach der neuern trigonometrischen Bestimmung zu 1528 Par. Fuss ist aber statt 1019 nur 1007 Par. Fuss als mittlere Basishöhe anzunehmen, da Formel I. 1005 und „ II. 1010 folglich beide Formeln im Mittel 1007.5 Par. Fuss geben.

§. 34.

Reduction der Basis auf den Meereshorizont.

Fig. 20.

Der Anschluss der württembergischen Triangulirung an die Haupttriangulirung von Bayern, welche im Meereshorizont ausgeführt worden war, erforderte wegen der Controle auch die Reduction unserer Basis in denselben Horizont.

Zu dieser Reduction gab der Krümmungshalbmesser r' (§. 59) = CD Fig. 20 = 19665295 Par. Fuss, die Grundzahl; dann setzt man die (bei C, §. 32) bestimmte Basis = a = 40120,797 Par. F. und AC = R = r' + 1019 = 19666314 Par. F., so wie DE die auf den Meereshorizont reducirte Basis = z; so ist:

$$AC : AB = CD : DE$$
$$R : a = r' : z$$
$$\text{und } z = \frac{a\,r'}{R}$$

Log. a =	4,6033695,04
Log. r' =	7,2937005
	11.8970700,04
Log. R =	7,2937229,08
Log. z =	4,6033470,96 z = 40118,718 Par. Fuss.