

IV. Der Sicherheitsgrad bei ruhender Belastung

Legt man die Spannungsdehnungslinie des Zugversuches (Abb. 1) und zwar die Gleichgewichtslinie zu Grunde, so hat man bei ruhender Last drei Möglichkeiten zur Beurteilung des Sicherheitsgrades, die wir kurz als *Spannungsmaßstab*, *Dehnungsmaßstab* und *Energiemaßstab* bezeichnen wollen.

Bisher war es stets üblich, als Maß der Anstrengung die Spannungen $\sigma = P : F$ des einachsigen Spannungszustandes beim üblichen Zugversuch zu Grunde zu legen und sie mit den wirklichen Zug- und Druckspannungen mittig beanspruchter Stäbe eines Fachwerks oder mit den Randspannungen eines gebogenen Trägers zu vergleichen (*Spannungsmaßstab*). Da aber mit jedem Spannungszustand zwangsläufig ein Formänderungszustand verbunden ist, so kann man mit dem gleichen Rechte von den Dehnungen an Stelle der Spannungen ausgehen, also in der Spannungsdehnungslinie der Abb. 1 von den Abszissen an Stelle der Ordinaten (*Dehnungsmaßstab*). Das vollkommenste Bild bietet aber der Vergleich der Energiemengen oder der Ladungen der Raumeinheit des betrachteten Körpers, und zwar der Ladungsgrenze auf Grund des Zugversuches, also der von der Spannungsdehnungslinie begrenzten Fläche (siehe Gleichung 12) einerseits mit der errechneten Größe A , andererseits dem sogenannten elastischen Potential für die wirklichen Lasten und Spannungen (*Energiemaßstab*).

1. *Der Vergleich der Spannungen* ist in Übersicht I zusammengestellt, und zwar für die P -Grenze, die Streckgrenze und die Festigkeit. Da wir die ruhende Last (ohne Stoßzuschlag) betrachten, wurden die für Hochbauten maßgebenden Werte $\sigma_{zul} = 1200 \text{ kg/qcm}$ bei St. 37, 1560 kg/qcm bei St. 48 und 1800 bei St. Si zugrunde gelegt. Für den Sicherheitsgrad ist die Streckgrenze maßgebend, also $\nu_2 = \sigma_s : \sigma_{zul}$, das sich zwischen 2,0 und 2,3 bewegt. Hierbei sei auf die Unstimmigkeit hingewiesen, die darin besteht, daß bei St. 37 $\sigma_s = 2400 \text{ kg/qcm}$ einen Mittelwert darstellt, dagegen bei St. 48 und St. Si $\sigma_s = 3120$ bzw. 3600 kg/qcm Mindestwerte. Für den wiederholt beobachteten Mindestwert $\sigma_s = 1950 \text{ kg/qcm}$ bei St. 37 wird $\nu_2 = 1950 : 1200 = 1,63$, der bei St. 48 und St. Si tatsächlich auf 1,8 erhöht worden ist.

Übersicht I

	St. 37		St. 48		St. Si	
	min	max	min	max	min	max
$\nu_1 = \frac{\sigma_P}{\sigma_{zul}} =$	$\frac{1900}{1200} = 1,58$	$\frac{2160}{1200} = 1,80$	$\frac{2800}{1560} = 1,80$	$\frac{3240}{1560} = 2,08$	$\frac{3240}{1800} = 1,80$	$\frac{3690}{1800} = 2,05$
$\nu_2 = \frac{\sigma_s}{\sigma_{zul}} =$	$\frac{2400}{1200} = 2,0$	$\frac{2700}{1200} = 2,25$	$\frac{3120}{1560} = 2,0$	$\frac{3600}{1560} = 2,31$	$\frac{3600}{1800} = 2,0$	$\frac{4200}{1800} = 2,33$
$\nu_3 = \frac{\sigma_B}{\sigma_{zul}} =$	$\frac{3700}{1200} = 3,08$	$\frac{4300}{1200} = 3,59$	$\frac{4800}{1560} = 3,08$	$\frac{5800}{1560} = 3,72$	$\frac{5000}{1800} = 2,78$	$\frac{6000}{1800} = 3,33$
$\sigma_s : \sigma_B =$	0,65	0,63	0,65	0,60	0,72	0,67

Die Sicherheit gegen Überschreitung der P -Grenze $\nu_1 = \sigma_P : \sigma_{zul}$ hat nur die Bedeutung, daß bei der Festlegung der amtlich zulässigen Beanspruchungen, z. B. $\sigma_{zul} = 1200 \text{ kg/qcm}$, erwogen werden muß, welche Zuschläge in Wirklichkeit noch hinzukommen, die durch das übliche Rechnungsverfahren nicht erfaßt werden, und um wieviel bei ihrem Hinzutreten σ_P überschritten wird. Bei unseren Hochbauten sind dieses die Zusatzkräfte durch Wind, die der Nebenspannungen infolge

außermittiger Ausschlüsse und der Nebeneinflüsse, wie Ungenauigkeiten des Querschnittes, der Ausführung und der unsicheren Erfassung der Lasten und Stoßzuschläge. Die Erhöhung von $\nu_1 = 1,58$ (oder 1,25 unter Annahme von $\sigma_S = 1950$ und $\sigma_P = 1525$ kg/qcm) bei St. 37 auf min. $\nu_1 = 1,8$ bei St. 48 und St. Si ist daher eine Verbesserung.

Die Sicherheit gegen Überschreitung der Bruchspannung σ_B , also ν_3 wird heute nicht mehr als maßgebend angesehen. Dagegen wird besonderer Wert darauf gelegt, daß das in Übersicht I hinzugefügte Verhältnis $\sigma_S : \sigma_B \leq 0,7$ ist, damit sich der Verfestigungsbruch einwandfrei vollziehen kann und der Trennungsbruch vermieden wird.

Um einen klareren Aufbau zu erhalten, ist künftig anzustreben, an Stelle von min σ_S sowie min σ_B und max σ_B bestimmte Mittelwerte vorzuschreiben mit zulässigen Abweichungen nach oben und unten, also z. B.

$$\begin{array}{ll} \text{für St. 37: } \sigma_S = 24 \pm 3 & \sigma_B = 40 \pm 3 \text{ in kg/qmm} \\ \text{„ St. 48: } \sigma_S = 33 \pm 3 & \sigma_B = 53 \pm 5 \text{ „ kg/qmm} \\ \text{„ St. Si: } \sigma_S = 39 \pm 3 & \sigma_B = 55 \pm 5 \text{ „ kg/qmm} \end{array}$$

Dann wäre auch max σ_S festgelegt. Das Verhältnis der Streckgrenzen würde sich nach diesem Vorschlag ergeben zu $24 : 33 : 39 = 1 : 1,37 : 1,62$ (anstatt wie jetzt $1 : 1,3 : 1,5$), so daß bei Beibehaltung der heutigen Werte für $\sigma_{zul} = 1200, 1520, 1800$ kg/qcm eine erhöhte Sicherheit für St. 48 und Si-Stahl erreicht würde.

Der Vergleich der Spannungen wird künftig als einfachster Maßstab für die amtlichen Bestimmungen beibehalten werden müssen, obwohl er deshalb nur als roher Anhalt zu bezeichnen ist, weil das Proportionalitätsgesetz (siehe Abb. 1) nicht bis zur Streckgrenze gilt und das Verhältnis ($\sigma : \sigma_S$) den wahren Spannungs-Dehnungsverlauf nicht richtig beschreibt. Neuerdings wird die Berechtigung des Spannungsmaßstabes vor allem für statisch unbestimmte Grundformen und für das Kontinuum bestritten¹ (siehe auch unter VI, 3), nicht aber für statisch bestimmte Systeme. Sein Hauptmangel ist meines Erachtens der rohe Vergleich eines allgemeinen wirklichen Spannungszustandes mit dem einachsigen Zustand des Zugversuches. In der Nähe des Auflagers eines Blechträgers z. B. wirken außer den Biegungsspannungen σ_x besonders bei kurzer Spannweite erhebliche lokale Pressungen σ_y im lotrechten Sinn und Schubspannungen τ , die beide hier bei dem Spannungsmaßstab unberücksichtigt bleiben.

2. Der Vergleich der Dehnungen (Dehnungsmaßstab) war bisher nicht üblich, wird aber künftig wegen der bleibenden Dehnungen besonders bei statisch unbestimmten Grundformen Bedeutung gewinnen.

In Übersicht II sind die federnden Dehnungen ε und die bleibenden Dehnungen η für die P-Grenze und Streckgrenze von St. 37 und St. Si zusammengestellt (vgl. auch

Übersicht II

		σ kg/qcm	ε	η	$\eta : \varepsilon$
St. 37	P-Grenze	1900	$9,1 \cdot 10^{-4}$	$0,3 \cdot 10^{-4}$	0,033
	Streckgrenze . . .	2400	$11,4 \cdot 10^{-4}$	$6,6 \cdot 10^{-4}$	0,58
St. Si	P-Grenze	3200	$15,5 \cdot 10^{-4}$	$0,3 \cdot 10^{-4}$	0,02
	Streckgrenze . . .	3600	$17,2 \cdot 10^{-4}$	$6,6 \cdot 10^{-4}$	0,40

¹ Siehe die in Fußnote ¹ auf S. 223 zitierte Arbeit von GRÜNING.

die Gleichung 3 bis 9). Da man für eine gegebene Spannung σ jeweils rasch $\epsilon = \sigma : E$ finden kann, so würde es ausreichen, für unsere verschiedenen Baustähle das Verhältnis ($\eta : \epsilon$) bei verschiedenen Laststufen zu kennen, also $\eta : \epsilon = f(\sigma)$. Für St. 37 bzw. St. Si ist, soweit die jetzigen Versuche reichen, ($\eta : \epsilon$) an der P -Grenze zu 1/30 bzw. 1/50, an der Streckgrenze aber zu 5/10 bis 6/10 bzw. zu 4/10 anzunehmen.

Übersicht III

	in kg/qcm	zul.	P-Grenze	Streck- grenze	Bruch- spannung	$A_P : A_{zul}$	$A_S : A_{zul}$	$A_B : A_S$
St. 37	$\sigma =$ $A =$	1200 0,34	1900 0,86	2400 2,81	4000 675	2,5	8,3	510
St. Si	$\sigma =$ $A =$	1800 0,78	3200 2,43	3600 5,16	5600 925	3,1	6,6	178

3. Der Vergleich der bezogenen Formänderungsarbeit (Energiemaßstab) ist grundlegend für alle wissenschaftlichen Betrachtungen (siehe Gleichung 12). In Übersicht III wurde z. B. für St. 37 der Wert berechnet

$$A_{zul} = \frac{1}{2} \sigma_{zul} \cdot \epsilon_{zul} = 0,34 \text{ kg/qcm} \text{ und } A_P = \frac{1}{2} \sigma_P \cdot \epsilon_P = 0,86 \text{ kg/qcm} \quad (14)$$

Ferner wurden die Werte $A_S = 2,81 \text{ kg/qcm}$ und $A_B = 675 \text{ kg/qcm}$ durch Planimetrieren der von der Spannungsdehnungslinie und der Dehnungsachse eingeschlossenen Fläche gefunden. Das Verhältnis $A_P : A_{zul} = 2,5$ kann auch einfacher unmittelbar durch $(\sigma_P^2 : \sigma_{zul}^2)$ berechnet werden. Für den Sicherheitsgrad ist auch hier die Streckgrenze maßgebend, also für St. 37 bzw. St. 48

$$v_2 = A_S : A_{zul} = 8,3 \text{ bzw. } 6,6 \dots \dots \dots (15)$$

In der letzten Spalte ist noch das Verhältnis von ($A_B : A_S$) angegeben, das die Steigerung der Formänderungsfähigkeit im Verfestigungsbereich gegenüber dem Zustand an der Streckgrenze kennzeichnet.

Ein wesentlicher Vorteil dieses Verfahrens mit Hilfe des Energiemaßstabes besteht darin, daß für jeden Spannungszustand, für den die Normalspannungen $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ und die Schubspannungen $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ bekannt sind oder zu schätzen sind, das sogenannte *elastische Potential* nach der Elastizitätslehre zu

$$A = \frac{1}{2E} \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{1}{mE} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) + \frac{1}{2G} \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \dots \dots \dots (16)$$

berechnet werden kann. Dieser Wert stellt die Ladung der Raumeinheit im Bauwerk unter der vorliegenden Belastung dar und tritt an Stelle von A_{zul} in Gleichung (15), so daß

$$v = A_S : A \dots \dots \dots (17)$$

wird. Wirkt z. B. neben $\sigma_x = \sigma_{zul}$, noch $\sigma_y = 0,2 \sigma_x$ und $\tau_{xy} = 0,8 \sigma_x$, so errechnet sich für $m = \frac{10}{3}$ aus Gleichung (16)

$$A = 0,584 \frac{\sigma_x^2}{E} = 1,17 A_{zul},$$

weil nach Gleichung (14) $A_{zul} = \frac{1}{2} \sigma_x \cdot \epsilon_x = \frac{1}{2} \frac{\sigma_x^2}{E}$ ist. Dann wird der Sicherheitsgrad $v = 8,3 : 1,17 = 7,1$.

Wird dagegen wie bei der Verdrehung $\sigma_x = -\sigma_y$, so ergibt sich nach Gleichung (16)

$$A = \frac{1}{2E} \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \frac{6}{10} \sigma_x \sigma_y \right) = 2,6 \cdot \frac{\sigma_x^2}{2E}$$

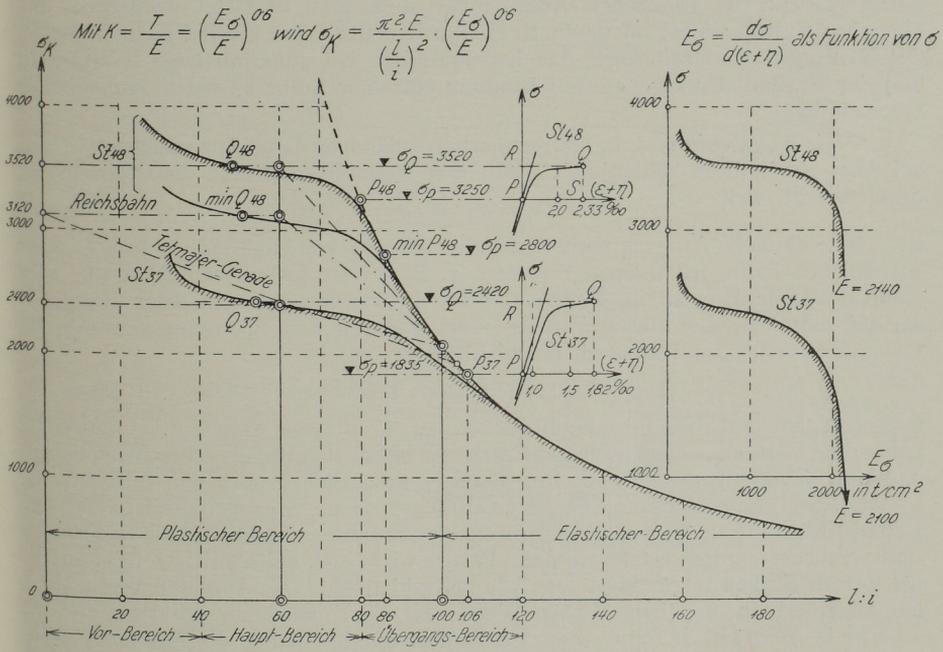
so daß der Sicherheitsgrad auf

$$\nu = 8,3 : 2,6 = 3,2$$

herabsinkt. Damit ergibt sich der Übergang zu den neueren Untersuchungen der Plastizitätslehre von GIRTLEK, v. MISES und SCHLEICHER, bei denen es sich hauptsächlich um die Formulierung der Bedingung für das Fließen, der sogenannten Plastizitätsbedingung handelt.¹

V. Der Sicherheitsgrad beim Knicken

1. Die σ_K - λ -Linie. Ist P_K die Knicklast eines gedrückten Stabes von der Länge l , F der Querschnitt und i der Trägertshalbmesser, so ist die sogenannte Knick-



spannung $\sigma_K = P_K : F$ und der Schlankheitsgrad $\lambda = l : i$. Im Proportionalitäts- oder elastischen Bereich (siehe Abb. 1) gilt dann für mittigen Kraftangriff bekanntlich die EULER-Gleichung:

$$P_K = \frac{\pi^2 E J}{l^2} \text{ oder } \sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \dots \dots \dots (18)$$

und im plastischen Bereich (siehe Abb. 1) nach Engesser und von Karman die

¹ W. GEHLER, Kapitel Festigkeitslehre im Taschenbuch f. Bauingenieure. 5. Aufl., Verlag von Julius Springer, Berlin, S. 250.