



Modulare echtzeitfähige Simulation des Fahrzeug-Mehrkörpersystems

Dissertation

zur Erlangung der Würde eines
Doctor technicae (Dr. techn.)

Vorgelegt

**an der Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftsingenieurwesen
der Technischen Universität Graz**

von

Benjamin Esterl

1. Begutachter: Univ.-Prof.i.R. Dr.techn. Wolfgang Hirschberg, TU Graz
2. Begutachter: Prof. Dr.rer.nat. Bernd Simeon, TU Kaiserslautern

Graz, im November 2011

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

.....

(Unterschrift)

Kurzfassung

Fahrzeugkomponentenmodelle für verschiedene Domänen der dynamischen Simulation werden häufig in unterschiedlichen Modellierungswerkzeugen entwickelt. Für Verbundanwendungen wie Integrations-HiLs müssen die Teilmodelle untereinander und mit Reglerfunktionsmodellen bzw. dem realen Steuergerät verbunden werden. Dafür werden geeignete Kopplungsverfahren benötigt.

Die vorliegende Arbeit stellt verschiedene Ansätze zur Einbindung von mechanischen Komponentenmodellen aus multiphysikalischen und Mehrkörpersystem-Werkzeugen in einer signalbasierten Entwicklungsumgebung vor. Unter Verwendung zentraler Schnittstellen in Form von starren Gelenken werden echtzeitfähige semi-implizite Einschrittverfahren zur dezentralen numerischen Integration von gewöhnlichen Differentialgleichungen und differentialalgebraischen Gleichungen eingesetzt. Der Fokus liegt dabei auf der möglichst genauen und stabilen, aber zugleich performanten Kopplung von Simulationsmodellen unter Beibehaltung der modularen Modellstruktur.

Numerische Simulationsergebnisse zeigen die Realisierbarkeit der vorgestellten Ansätze und Methoden für die Einbindung einer Radaufhängung und eines Lenksystems, modelliert in einem multiphysikalischen Werkzeug, in einem echtzeitfähigem Gesamtfahrzeugmodell basierend auf MATLAB/Simulink.

Abstract

Vehicle component models for several domains of the dynamic simulation are frequently developed within different modelling tools. For composite applications as Integration HiLs the submodels have to be combined among each other, with controller models and the real control unit respectively. Therefore suitable coupling techniques are required.

This thesis depicts different approaches for the embedding of mechanical component models from multiphysical and multibody system tools in a signal based development environment. Using rigid joints as central interfaces, real-time capable semi-implicit one-step methods for the peripheral numerical integration of ordinary differential and differential-algebraic equations are employed. The focus is on the coupling of models as accurate and stable as possible, but also with good performance, maintaining the modular model structure.

Numerical simulation results show the feasibility of the presented approaches and methods for the embedding of a suspension and a steering system, modelled in a multiphysical tool, in a real-time capable full vehicle model based on MATLAB/Simulink.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit ist parallel zu meiner beruflichen Tätigkeit bei der TESIS DYNAware GmbH, München, als externer Doktorand am Institut für Fahrzeugtechnik der Technischen Universität Graz entstanden.

Mein herzlicher Dank gilt Univ.-Prof.i.R. Dr.techn. Wolfgang Hirschberg, der mir die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht und als Betreuer immer mit Rat und Tat zur Seite gestanden hat. Für die Unterstützung bei mathematischen Fragestellungen und die Übernahme des Zweitgutachtens bedanke ich mich herzlich bei Prof. Dr.rer.nat. Bernd Simeon von der TU Kaiserslautern.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Georg Rill von der Hochschule Regensburg, der großes Interesse an dem Fortgang dieser Arbeit gezeigt und mich über den gesamten Zeitraum hinweg mit wertvollen Anregungen begleitet hat.

Ein ganz persönliches Dankeschön sage ich Dr.-Ing. Torsten Butz für das äußerst gründliche Korrekturlesen und die fortwährende Unterstützung in unserer gemeinsamen Zeit bei der TESIS. Dadurch wurde der Grundstein zur Durchführung und zum Gelingen dieser Arbeit gelegt.

Darüber hinaus möchte ich Dr.-Ing. Cornelius Chucholowski, Geschäftsführer der TESIS DYNAware, meinen Dank aussprechen, der es mir durch flexible Arbeitsbedingungen und seine interessierte Begleitung dieser Arbeit möglich gemacht hat, neben meiner beruflichen Tätigkeit von München aus ein Doktoratsstudium an der Technischen Universität Graz durchführen zu können.

Für die Bereitstellung der Software MapleSim und der damit einhergehenden Hilfestellung zu Implementierungsdetails möchte ich den Mitarbeitern der Firma Maplesoft, Waterloo Maple Inc., allen voran Dr. Chad Schmitke (Ph.D.), danken.

Dank sage ich auch meinen Kollegen bei der TESIS für das angenehme Arbeitsumfeld und die gute Zusammenarbeit sowie den Institutskollegen, die mich während meines mehrmonatigen Aufenthalts in Graz äußerst freundlich und zuvorkommend aufgenommen haben.

Zuletzt möchte ich mich noch von ganzem Herzen bei meiner Familie und meinen Freunden bedanken, die mir in dieser entbehrrungsreichen Zeit durchgehend zur Seite gestanden und viel Verständnis und Geduld aufgebracht haben.

Graz, im November 2011

Benjamin Esterl

Formelzeichen und Indizes

Lateinische Formelzeichen

a	Vektor der Hilfsbeschleunigungen
\hat{a}	Vektor der erweiterten Hilfsbeschleunigungen abhängig von λ
\tilde{a}	Vektor von Zustandsgrößen auf Beschleunigungsniveau
b_P	Vektor der in die Kopplungssysteme in den Schnittstellen projizierten zwangsfreien (verallgemeinerten) Beschleunigungen
c	Skalare Federkonstante
c_l	Skalare Lenksäulensteifigkeit
d	Skalarer Dämpfungskoeffizient
d_l	Skalare Lenksäulendämpfung
f	Vektorielle rechte Seite einer ODE
\tilde{f}	Vektorielle stabilisierte rechte Seite einer ODE
g	Vektor der Zwangsbedingungen
g^i	Vektor der modellinternen Zwangsbedingungen
h	Konstante Integrationsschrittweite
l	Anzahl der Körper eines Mehrkörpersystems
m	Skalare Masse
n_c	Anzahl der kinematischen Bindungen in einer Komponente
n_g	Anzahl der Nebenbedingungen für die Kopplung von Komponenten
n_y	Anzahl der Systemzustände
p	Vektor der Positionen und Rotationen
r	Vektor der Positionen
t	Zeit
u_z	Zahnstangenverschiebung
v	Vektor der translatorischen Geschwindigkeiten
δv	Vektor der virtuellen translatorischen Geschwindigkeiten
\dot{v}^R	Vektor der translatorischen Restbeschleunigungen
x	Vektor der Systemzustände
y	Vektor der (verallgemeinerten) Koordinaten
y_P	Vektor der in die Kopplungssysteme in den Schnittstellen projizierten (verallgemeinerten) Koordinaten
δy	Vektor der virtuellen (verallgemeinerten) Koordinaten
\tilde{y}	Numerische Lösung eines MKS in der Drift Off Theorie
z	Vektor der (verallgemeinerten) Geschwindigkeiten
z_P	Vektor der in die Kopplungssysteme in den Schnittstellen projizierten (verallgemeinerten) Geschwindigkeiten
δz	Vektor der virtuellen (verallgemeinerten) Geschwindigkeiten
Δz	Radhub
A	Rotationsmatrix
C	Matrix der translatorischen und rotatorischen Federkonstanten
D	Matrix der translatorischen und rotatorischen Dämpfungskonstanten

E	Um Nulleinträge erweiterte Einheitsmatrix
\mathcal{D}	Matrix rotatorischer Richtungsvektoren
\mathcal{F}	Implizite Funktion zur Darstellung einer DAE
F^e	Vektor der eingepprägten Kräfte
F^z	Vektor der Zwangskräfte
\mathcal{F}^e	Vektor der projizierten eingepprägten Kräfte
G	Jacobi-Matrix der Zwangsbedingungen
G^i	Jacobi-Matrix der modellinternen Zwangsbedingungen
G_P	Teilmatrix der Jacobi-Matrix der Zwangsbedingungen
I	Einheitsmatrix
J	Jacobi-Matrix der verallgemeinerten Kräfte und Momente
K	Kinematikmatrix
M	Massenmatrix
M_J	Stabilisierungsterme der Massenmatrix M
\tilde{M}	Um Stabilisierungsterme M_J erweiterte Massenmatrix M
\widetilde{M}	Um Stabilisierungsterme Λ aus Zwangsbedingungen erweiterte Massenmatrix \tilde{M}
\mathcal{M}	Von den Lagenebenenbedingungen g aufgespannte Mannigfaltigkeit
M^e	Vektor der eingepprägten Momente
M^z	Vektor der Zwangsmomente
P	Projektionsmatrix
Q	Vektor der verallgemeinerten Kräfte und Momente
Q^e	Vektor der eingepprägten Anteile der verallgemeinerten Kräfte und Momente
Q^m	Vektor der verallgemeinerten Massenkräfte und -momente
Q^v	Vektor der verallgemeinerten Kräfte und Momente ohne Berücksichtigung interner Zwangskräfte und -momente
ΔQ	Prädiktoranteil des Vektors der verallgemeinerten Kräfte und Momente
R	Vektor der Reaktionskräfte und -momente
S	Vektor der Feder- und Dämpferkräfte und -momente
T	Funktion der kinetischen Energie
\mathcal{T}	Matrix translatorischer Richtungsvektoren
U	Funktion der potentiellen Energie
V	Kinematikmatrix
W_P	Mit Projektionsmatrix P transformierte Inverse der Massenmatrix M
\tilde{W}_P	Mit Projektionsmatrix P transformierte Inverse der um Stabilisierungsterme M_J erweiterten Massenmatrix M
W_V	Mit inverser Kinematikmatrix V transformierte Inverse der Massenmatrix M

Griechische Formelzeichen

α	Kardanwinkel für Drehung um die x-Achse
α_{bg}	Baumgarte-Parameter für die Anbindung der Geschwindigkeitsnebenbedingungen

α_m	Verfahrensparameter des Generalized- α -Verfahrens
α_f	Verfahrensparameter des Generalized- α -Verfahrens
α_s	Sturzwinkel des Rades
β	Kardanwinkel für Drehung um die y-Achse
β_{bg}	Baumgarte-Parameter für die Anbindung der Lagenebenbedingungen
$\beta_{g\alpha}$	Verfahrensparameter des Generalized- α -Verfahrens
β_s	Schwimmwinkel des Fahrzeugs
$\tilde{\beta}_{g\alpha}$	Zusammengefasste Verfahrensparameter des Generalized- α -Verfahrens
γ	Kardanwinkel für Drehung um die z-Achse
$\gamma_{g\alpha}$	Verfahrensparameter des Generalized- α -Verfahrens
$\tilde{\gamma}_{g\alpha}$	Zusammengefasste Verfahrensparameter des Generalized- α -Verfahrens
γ_v	Vorspurwinkel des Rades
ε_1	Konstante Störung
$\varepsilon_2, \varepsilon_3$	Integrationskonstanten
λ	Vektor der Lagrange-Multiplikatoren
λ^i	Vektor der modellinternen Lagrange-Multiplikatoren
λ_P	Vektor der in die Kopplungssysteme in den Schnittstellen projizierten Lagrange-Multiplikatoren
$\delta\lambda$	Vektor der virtuellen Lagrange-Multiplikatoren
μ_P	Vektor der in die Kopplungssysteme in den Schnittstellen projizierten (verallgemeinerten) Beschleunigungen, resultierend aus Stabilisierungstermen
ξ	Skalar
φ	Skalarer relativer Drehwinkel
ω	Vektor der rotatorischen Geschwindigkeiten
$\tilde{\omega}$	Schiefsymmetrischer Tensor der rotatorischen Geschwindigkeiten
$\delta\omega$	Vektor der virtuellen rotatorischen Geschwindigkeiten
$\dot{\omega}^R$	Vektor der rotatorischen Restbeschleunigungen
Θ	Trägheitstensor
Λ	Stabilisierungsterme der Massenmatrix M
Ψ	Vektorwertiges Funktional

Indizes

i	Zähler für die Körper eines Mehrkörpersystem
j	Zähler für die Komponenten des Basisfahrzeugs
k	Zähler für die Iterationsschritte
n	Zähler für die Simulationsschritte
0	Inertialsystem
B	Fahrzeugkörperfestes Koordinatensystem
F	Fahrzeugkörper
H	Hinterachse
K	Körperfestes Koordinatensystem
KG	Kugelgelenk
L	Lenksystem
LS	Linke Seite

P	Beliebiger Punkt
R	Radkörper
RS	Rechte Seite
S	Schnittstelle des modularisierten Basisfahrzeugs
SG	Scharniergelenk
StG	Starres Gelenk
V	Vorderachse

Erläuterungen zu Indizes

Die Orientierung von Körpern eines Mehrkörpersystems wird wie folgt angegeben: A_{0i} beschreibt die Orientierung des i -ten Körpers gegenüber dem Inertialsystem 0.

Absolute Zustandsgrößen von Körpern eines Mehrkörpersystems werden folgendermaßen angegeben: $v_{0i,K}$ beschreibt die translatorische Geschwindigkeit des i -ten Körpers bezüglich des Inertialsystems 0, angegeben in Koordinaten des körperfesten Bezugssystems K .

Die Matrix von Richtungsvektoren, als partielle Ableitung von absoluten Geschwindigkeiten von Körpern eines Mehrkörpersystems nach den verallgemeinerten Geschwindigkeiten, wird wie folgt angegeben: $\mathcal{T}_{iz_j,B}$ beschreibt die Matrix der translatorischen Richtungsvektoren des i -ten Körpers bezüglich der verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_j der j -ten Komponente, angegeben in Koordinaten des fahrzeugfesten Bezugssystems B .

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
2. Fahrzeugdynamiksimulation	3
2.1. Grundlagen	3
2.1.1. Anwendungsbereiche	3
2.1.2. Simulationswerkzeuge	4
2.2. Interdisziplinäre echtzeitfähige Simulation	8
2.2.1. Anwendungen	8
2.2.2. Kosimulation von Modellen	8
2.2.3. Herausforderungen	10
3. Grundlagen der Mehrkörperdynamik	12
3.1. Definition von Mehrkörpersystemen	12
3.2. Koordinatenwahl	14
3.2.1. Absolutkoordinaten	14
3.2.2. Relativkoordinaten	15
3.3. Aufstellen der Bewegungsgleichungen	16
3.3.1. Prinzip von Hamilton	16
3.3.2. Prinzipien von Jourdain und D'Alembert	18
3.3.3. Automatisiertes Vorgehen	20
3.4. Differential-algebraische Gleichungen	21
3.4.1. Deskriptorform	21
3.4.2. Indexdefinition	22
3.4.3. Systeme mit reduziertem Index	23
3.4.4. Systeme mit Index 3	25
3.4.5. Existenz und Eindeutigkeit	26
4. Einbindung von Basisfahrzeugkomponenten	27
4.1. Basisfahrzeugmodell	27
4.1.1. Aufbau	27
4.1.2. Kinematik- und Bewegungsgleichungen	28
4.2. Modularisierung und Schnittstellen	30
4.2.1. Natürliche Schnittstellen	30
4.2.2. Zentrale Schnittstellen	32
4.3. Strukturangepasste Kopplungstechnik	33
4.3.1. Richtungsvektoren	34
4.3.2. Projektionen	35
4.3.3. Einsetzbarkeit	38
4.4. Generische Kopplungstechniken	39
4.4.1. Starre Verbindungen	39
4.4.2. Aufprägen von Bewegungen	40

4.4.3. Feder-/Dämpferelement	43
4.4.4. Algebraische Nebenbedingungen	44
5. Echtzeitfähige Simulation modularisierter Fahrzeugdynamikmodelle	52
5.1. Echtzeitfähige Integration von ODEs	52
5.1.1. Anforderungen an die Integrationsverfahren	52
5.1.2. Verfügbare Integrationsroutinen	53
5.1.3. Echtzeitfähige Integrationsroutinen	54
5.2. Echtzeitfähige Integration von DAEs	58
5.2.1. Integrationsroutinen für DAEs vom Index 1	59
5.2.2. Integrationsroutinen für DAEs vom Index 3	68
5.2.3. Verwendbarkeit von Modellierungstools	73
5.3. Simulationsstrategien	75
5.3.1. Zentrale Integration	75
5.3.2. Dezentrale Integration	77
5.3.3. Kombinierte zentrale und dezentrale Integration	80
5.3.4. Behandlung von Zeitverzügen	80
6. Numerische Simulationen	86
6.1. Virtueller Achsprüfstand	86
6.1.1. Kinematische Untersuchungen	87
6.1.2. Dynamische Untersuchungen	97
6.2. Gesamtfahrzeug	102
6.2.1. Doppelter Fahrspurwechsel	103
6.2.2. Einhaltung der Nebenbedingungen	107
6.3. Rechenaufwand	109
6.3.1. Vergleich generischer Kopplungstechniken	109
6.3.2. Stabilisierte Zwangskräfte und -momente	112
6.4. Fazit	112
7. Zusammenfassung und Ausblick	114
A. Fahrzeugdatensatz	116
A.1. Gesamtfahrzeugmasse und -trägheit	116
A.2. Doppelquerlenkerradaufhängung vorne	116
A.3. Zahnstangenlenkung	118
A.4. Doppelquerlenkerradaufhängung hinten	119
A.5. Reifen	120
Abbildungsverzeichnis	122
Tabellenverzeichnis	125
Literaturverzeichnis	126

1. Einführung

Eine wichtige Disziplin bei der Entwicklung von Kraftfahrzeugen ist die Fahrzeugdynamik, die sich mit der Untersuchung der Interaktionen zwischen Kräften, Momenten und Bewegungen befasst. Dieses Gebiet beinhaltet die Entwicklung grundlegender Komponenten wie Reifen, Bremssystem und Basisfahrzeug mit Fahrzeugkörper, Radaufhängungen und Lenksystem. Bei der Modellierung ist die gleichzeitige Berücksichtigung unterschiedlicher physikalischer Domänen wie Mechanik, Hydraulik und Elektronik hierbei oftmals unumgänglich. Zudem halten Regelsysteme Einzug ins Fahrzeug, welche zur Stabilisierung des Fahrzeugverhaltens in fahrdynamischen Grenzbereichen beitragen, Verbrauch und Leistung optimieren sowie den Fahrkomfort erhöhen.

Mit der zunehmenden Verkürzung von Entwicklungszyklen und dem Verlangen nach effizienten und kostengünstigen Methoden zur Entwicklung von fahrdynamisch relevanten Komponenten ist die virtuelle Unterstützung am Rechner mittlerweile unerlässlich geworden. Der Entwicklungsprozess kann mithilfe dynamischer Simulationsmodelle von der Konzeptphase bis hin zum Test von fertigen Prototypen und der Validierung am Prüfstand oder in Fahrversuchen durchgängig begleitet werden. Hierzu werden mathematische Modelle mit einer Diskretisierung im Zeitbereich und geeigneten numerischen Methoden zur Berechnung der Modellzustände verwendet [67, 1]. Die Steuergeräteentwicklung mit abschließenden Tests am Hardware in the Loop Prüfstand (HiL) erfordert eine signalbasierte Entwicklungsumgebung und zweckmäßige echtzeitfähige Verfahren zur Simulation des Streckenmodells. Dabei wird die Modellierung der mechanischen Fahrzeugkomponenten mittels Software zur Beschreibung der Mehrkörperdynamik oder allgemein zur interdisziplinären multiphysikalischen Simulation durchgeführt.

Gemäß der dezentralen Entwicklung von Komponentenmodellen arbeiten einzelne Entwicklungsteams oftmals mit unterschiedlichen Werkzeugen. Wie im realen Fahrzeug ist auch für die virtuelle Entwicklung eine ganzheitliche Betrachtung und Vernetzung der einzelnen Teilgebiete und -komponenten erforderlich. Für eine team- und somit oftmals softwareübergreifend durchgängige Simulation wird ein modularer Modellansatz für das Gesamtfahrzeug benötigt, der einen unkomplizierten Austausch und eine generische Einbindung von Komponentenmodellen aus verschiedenen Tools in ein Gesamtmodell ermöglicht.

Mit dem Functional Mock-Up Interface (FMI) steht ein Konzept für den Austausch und die parallele Simulation von Modellen aus unterschiedlichen Entwicklungsumgebungen bereit. Dabei wird unterschieden zwischen der klassischen Kosimulation mit Modellen in verschiedenen Simulationsumgebungen [54] und der Kosimulation von Modellen in einer gemeinsamen Umgebung [55]. Die Kombination von stark miteinander kinematisch verkoppelten Modellen wie mechanischen Komponenten für Radaufhängungen und Lenksystem erfordert jedoch zusätzlich eine geeignete Abbildung der kinematischen Bindungen zwischen den Teilmodellen und empfiehlt eine problemangepasste dezentrale numerische Integration der dynamischen Gleichungen. Hierzu sind in den kommerziellen Werkzeugen bislang keine allgemein und befriedigend anwendbaren Ansätze vorhanden. Erschwerend stehen diese Komponentenmo-

delle aus Gründen des Codeschutzes oftmals nur als Black Box Modelle oder in Form von schwer analysierbarem Programmcode zur Verfügung, ohne dabei entsprechende generische Schnittstellen für eine echtzeitfähige und modulare Kopplung bereitzustellen.

In dieser Arbeit werden verschiedene Techniken zur Einbindung von unabhängig voneinander modellierten, aber stark miteinander verkoppelten mechanischen Komponentenmodellen in ein Gesamtfahrzeugmodell entwickelt und präsentiert. Je nach Ansatz bzw. Topologie resultieren daraus gewöhnliche Differentialgleichungen (ODEs) oder differential-algebraische Gleichungen (DAEs) für die Beschreibung des Systemverhaltens, welche geeignet behandelt werden.

Die Arbeit untergliedert sich im Weiteren wie folgt:

Kapitel 2 beschreibt anhand von Anwendungsszenarien und gängigen Anforderungen den aktuellen Stand im Bereich der Fahrzeugdynamiksimulation. Darauf aufbauend werden die Ziele dieser Arbeit formuliert.

Die Grundlagen der Mehrkörperdynamik für starre Körper als Voraussetzung für ein virtuelles mechanisches Gesamtfahrzeugmodell werden in Kapitel 3 behandelt. Neben dem Aufstellen der Bewegungsgleichungen für Mehrkörpersysteme (MKS) zur Beschreibung des Fahrzeugverhaltens wird dabei auf die allgemeine Behandlung von DAEs eingegangen.

Kapitel 4 skizziert den grundlegenden Aufbau des Basisfahrzeugmodells im Simulationsframework DYNA4 [85]. Neben einer an die Bewegungsgleichungsstruktur des Basisfahrzeugs angepassten Technik zur Einbindung von Komponentenmodellen werden generische Ansätze zur kinematischen Kopplung über starre Gelenke präsentiert. Dies ermöglicht die Einbindung von Komponentenmodellen aus Multiphysik- und MKS-Modellierungsumgebungen über zentrale Schnittstellen unter Beibehaltung der modularen Modellstruktur. Ein Hauptaugenmerk liegt hierbei auf der Verwendung von algebraischen Nebenbedingungen.

In Kapitel 5 werden geeignete Anpassungen und Erweiterungen von grundlegenden semi-impliziten Verfahren zur numerischen Simulation von gekoppelten Komponentenmodellen erarbeitet. Neben der Behandlung von gewöhnlichen Differentialgleichungen werden verschiedene Ansätze für differential-algebraische Gleichungen präsentiert. In diesem Kontext werden Simulationsstrategien für eine dezentrale Integration sowie eine echtzeitfähige Behandlung von Zeitverzügen im modularen Gesamtmodell vorgestellt.

Numerische Simulationen in Kapitel 6 belegen am virtuellen Achsprüfsstand sowie für das Gesamtfahrzeug unter Einbindung von Komponentenmodellen aus MapleSim [51] in DYNA4 die Anwendbarkeit der vorgestellten Ansätze und geben Aufschluss über die Genauigkeit und Performanz im Vergleich zu einer monolithischen Modellierung des Fahrzeugs.

2. Fahrzeugdynamiksimulation

Die Fahrzeugdynamik beschreibt die zeitliche Interaktion zwischen den Kräften, Momenten und Bewegungen des Fahrzeugs und ermöglicht somit Aussagen über Handlungseigenschaften, die Fahrsicherheit und den Fahrkomfort. Darüber hinaus können die am Fahrzeug wirkenden dynamischen Kräfte und Momente für Festigkeitsanalysen dienen. Mittels der virtuellen Abbildung und Simulation eines Fahrzeugs am Computer ist es möglich, ohne aufwändige Erstellung realer Prototypen sowohl Voraussagen über das dynamische Verhalten zu treffen als auch verschiedenste Modellvarianten zu analysieren.

Im Folgenden wird auf grundlegende Anwendungen und Modellierungsmöglichkeiten mit verschiedenen problemangepassten Simulationswerkzeugen in der Fahrdynamik eingegangen. Daraus werden aktuelle Anforderungen an eine interdisziplinäre und softwareübergreifende Modellentwicklung abgeleitet. Ein modularer Modellaufbau für das Basisfahrzeug sowie eine geeignete numerische Behandlung von starken mechanischen Kopplungen stehen dabei im Vordergrund. Die Einbindung von mechanischen Komponenten für die Radaufhängungen und das Lenksystem, modelliert in multiphysikalischen oder MKS-Simulationswerkzeugen, in bereits existierende, auf Echtzeitfähigkeit hin zugeschnittene, signalbasierte Fahrzeugmodelle, bildet die wesentliche Aufgabenstellung dieser Arbeit.

2.1. Grundlagen

Die durchgängige Entwicklung eines Teil- oder Gesamtsystems des Fahrzeugs mit Hilfe von Simulationssoftware ist in der Fahrzeugentwicklung mittlerweile fest etabliert. Je nach Aufgabenstellung stehen hierfür unterschiedliche Modellierungsansätze und Simulationswerkzeuge zur Verfügung, auf die im Folgenden eingegangen wird.

2.1.1. Anwendungsbereiche

Einen klassischen Anwendungsbereich in der Fahrzeugdynamiksimulation stellt die Entwicklung von Steuergeräten z. B. zur Regelung der Stabilität und des Komforts des Gesamtfahrzeugs dar. Abbildung 2.1 zeigt in Form eines sogenannten V-Zyklus die dabei zu durchlaufenden Entwicklungsschritte, vom softwarebasierten Systementwurf (Model-based Design) über Software-in-the-Loop (SiL) bis hin zur Verifikation von Prototypen am HiL-Prüfstand oder im Fahrversuch. Über alle Entwicklungsstufen hinweg werden Modelle adäquater Detailtiefe benötigt. Die grundlegenden Anforderungen und die zugehörige Modellbildung werden z. B. in [48] behandelt. Für die durchgängige Entwicklung eines Regelsystems wird zudem die virtuelle Abbildung der Umgebung einschließlich Gesamtfahrzeug, Fahrer [27], Straße [13] und Verkehr [20] im Sinne eines dynamischen Gesamtsystems benötigt.

Des Weiteren stellt die Entwicklung mechanischer und multiphysikalischer Fahrzeugkomponenten wie Fahrzeugkörper, Radaufhängungen und Lenksystem einen wichtigen Anwendungs-

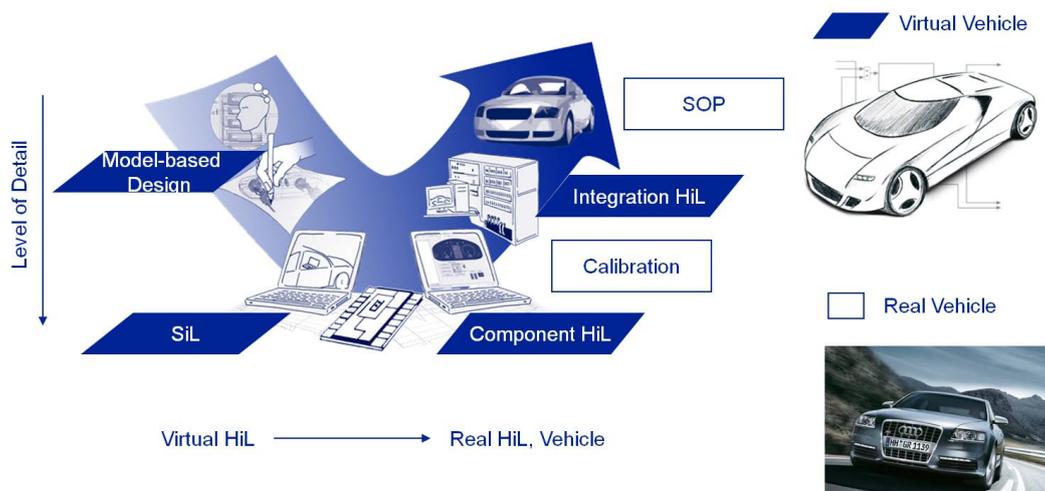


Abbildung 2.1.: V-Zyklus [30].

bereich dar. Hierbei reicht die Modellierungstiefe von einfachen kennfeldbasierten Modellen, welche in echtzeitkritischen Anwendungen zum Einsatz kommen, bis hin zu komplexen mehrdimensionalen Modellen für die detaillierte Auslegung des jeweiligen System- und des Gesamtfahrzeugverhaltens.

Je nach Anwendungsgebiet stehen zum einen die Performanz des Modells und zum anderen die Abbildungsgüte im Vordergrund. Für Offline-Analysen wie detaillierte Konzeptstudien und zur Validierung von Messdaten ist die echtzeitfähige Durchführbarkeit von Simulationen zweitrangig, entscheidend ist die angemessene Modelltiefe. Hingegen ist für den Test von realen Bauteilen für die Fahrdynamikregelung wie Systemen zur elektronischen Bremskraftverteilung und Antriebsschlupfregelung oder Antiblockiersystemen in einer virtuellen Umgebung die Einhaltung der Echtzeit eine grundlegende Voraussetzung. Oftmals gilt es einen Kompromiss zwischen der ausreichend realistischen Abbildung einer Komponente sowie einer Modellierung mit möglichst geringem Rechenzeitaufwand zu finden. Bei der Komponente Reifen bewähren sich beispielsweise im Rahmen der echtzeitfähigen Fahrzeugdynamiksimulation sehr häufig sogenannte semi-physikalischen Modelle, welche auf der Grundlage von Kennfeldern sowie einfachen analytischen Ansätzen das Verhalten der Kontaktkräfte und -momente eines Reifens beschreiben [58, 36].

2.1.2. Simulationswerkzeuge

Haben sich für Auslegung, Kalibrierung und Test von Fahrzeugregelsystemen signalbasierte Modellierungs- und Simulationswerkzeuge, z. B. basierend auf MATLAB/Simulink [96], als Standard etabliert, so sind im Bereich der komplexen mehrdimensionalen Modellierung von mechanischen und multiphysikalischen Fahrzeugkomponenten komponentenbasierte MKS-Werkzeuge sowie multiphysikalische Modellierungsplattformen vorherrschend (z. B. [61]).

Modellierungsansätze

In der Fahrdynamiksimulation existieren je nach Anwendung verschiedene Modellierungsansätze. Grundsätzlich kann zwischen einer kausalen, einer nicht kausalen sowie einer akausalen

Modellbildung unterschieden werden.

In der kausalen Modellierung dienen oftmals typische Steuergrößen für die Vorgabe von Fahrerwünschen wie Gas- und Bremspedalstellung oder Lenkradwinkel aber auch Störungen als Eingang in die Modelle. Daraus bestimmte Kräfte und Momente werden gemäß dem physikalischen Wirkungsprinzip als Ursache für die Dynamik des Modells benutzt, um Systemgrößen wie die Fahrzeuggeschwindigkeit oder die Fahrzeugquerbewegung als Ausgabe zu berechnen. Die Simulation kausaler Modelle, auch Vorwärtssimulation genannt, erlaubt eine dynamische Simulation der Fahrzeugkomponenten, die durch Bewegungsgleichungen in Form von ODEs oder im allgemeineren Fall von DAEs beschrieben werden.

Dem steht die nicht kausale Modellierung gegenüber, die nicht von einer geschlossenen Wirkungskette ausgeht. Die einzelnen Module besitzen keine fest definierten Ein- und Ausgänge. Als Schnittstellen zwischen den Komponenten dienen Fluss- und Potentialgrößen. Erst nach Erzeugung der Modellstruktur kann zur Bestimmung der Systemgleichungen in Form von ODEs oder DAEs die Kausalität festgelegt werden. Diese bidirektionale Art der Modellierung kommt bei multiphysikalischen Entwicklungswerkzeugen zum Einsatz.

Die akausale Modellierung betrachtet die Wirkungskette in umgekehrter kausaler Reihenfolge. In der Simulation werden physikalische Ergebnisgrößen wie die Fahrzeuggeschwindigkeit oder -beschleunigung als Eingang in das Modell und Größen wie Leistungen als Ausgang verwendet. Man spricht hierbei auch von einer Rückwärtssimulation. Diese Art der Simulation wird häufig für die Auslegung von Antriebsstrangkomponenten im Bereich der Fahrleistungs- und Verbrauchsberechnung verwendet (z. B. [46]). Da es sich jedoch nicht um eine dynamische Simulation im klassischen Sinn auf der Basis von Bewegungsgleichungen handelt, wird dieser Ansatz im Folgenden nicht mehr weiterverfolgt.

Echtzeitfähige Fahrdynamiksoftware

Echtzeitfähige Fahrdynamikprogramme beruhen für gewöhnlich auf signalbasierten Modellierungsumgebungen mit einem kausalen Modellierungsansatz. Ein Hauptanwendungsgebiet dieser Werkzeuge liegt in der Entwicklung von Steuergeräten vom Entwurf bis hin zum Test von realen Prototypen am HiL-Prüfstand. Zur Abbildung der virtuellen Umgebung werden echtzeitfähige Fahrzeugsimulationsmodelle benötigt.

Echtzeitanforderungen. Für die Echtzeitsimulation muss der zeitliche Aufwand für die Berechnung der Systemzustände in einem Simulationsschritt kleiner sein als die aktuelle Schrittweite des zur Berechnung von Systemzuständen verwendeten Integrationsverfahrens. Entsprechend werden echtzeitfähige Fahrzeugsimulationsmodelle für gewöhnlich mithilfe maßgeschneiderter Bewegungsgleichungen in Form von gewöhnlichen Differentialgleichungen mathematisch beschrieben. Numerische Lösungsverfahren mit variabler Schrittweitensteuerung oder einer fehlerabhängigen Anzahl von Iterationen kommen hierfür offensichtlich nicht in Betracht.

Explizite Verfahren mit einer Auswertung der Bewegungsgleichungen zum alten Simulationsschritt benötigen keine Iteration. Aufgrund unterschiedlichen dynamischen Verhaltens der verschiedenen Teilkomponenten eines Fahrzeugmodells ergeben sich häufig steife und somit schwierig integrierbare Systeme. Hierfür sind in der Regel implizite Methoden erforderlich.

Einen Kompromiss stellen linear-implizite Euler-Verfahren zur Beherrschung steifer Systeme dar [4]. Im Kontext eines echtzeitfähigen Fahrdynamiksimulationsprogramms liegt der Fokus in dieser Arbeit auf dem semi-impliziten Euler-Verfahren für ODEs [67] und einer Erweiterung für DAEs [70].

Software. Im Bereich der Fahrdynamiksimulation gibt es verschiedene kommerzielle Anbieter, die echtzeitfähige Simulationssoftware mit Modellen unterschiedlicher Detaillierungstiefe bereitstellen. Mit CarMaker [39], CarSim [52] und veDYNA [88] seien hier exemplarisch drei solche Programmpakete genannt. Neben Modellen zur Steuergeräteentwicklung für das Gesamtfahrzeug sowie für Motor- und Antriebsstrangkomponenten und Fahrerassistenzsysteme stehen oftmals Modellpakete für die Auslegung von modernen Antriebsstrangkonzepthen oder die Validierung von Radaufhängungen anhand von virtuellen Prüfstandssimulationen zur Verfügung. Darüber hinaus stellen diese Softwarepakete in der Regel zur Gesamtfahrzeugsimulation zusätzliche Modelle für Fahrer, Straße und Verkehrsumgebung bereit.

Daneben gewinnt in modernen Programmpaketen wie DYNA4 die durchgängige Prozessunterstützung zur Bedatung, Simulation und Analyse von Fahrzeugmodellen über den kompletten Entwicklungszyklus immer mehr an Bedeutung. Eine plattformunabhängige Bedienung von Simulationsmodellen ermöglicht die Steuerung, Bedatung und Erzeugung eines ausführbaren Programmcodes unabhängig von der für das Modell verwendeten Simulationsplattform; Offboard in einer signalbasierten Umgebung oder Onboard auf Echtzeitrechnern. Eine offene Systemarchitektur ermöglicht zudem die Anbindung an benutzerspezifische Entwicklungstools wie z. B. zur Testautomatisierung oder Messdatenaufbereitung. Von zunehmendem Interesse ist die Bereitstellung und Erweiterung automatisierter Simulations- und Bedatungsabläufe. Somit können komplette Modellkomponenten wie Motor, Antriebsstrang oder Radaufhängungen mittels Messdaten in einem Preprocessing-Schritt bedatet, automatisierte Testmanöver mit Parametervariationen durchgeführt und daraus resultierende Simulationsergebnisse in einem Postprocessing-Schritt automatisch aufbereitet werden [60].

Steht des Weiteren ein an die Fahrzeugstruktur angepasster modularer Modellaufbau zur Verfügung, so ist ein schneller und reproduzierbarer Austausch von Komponentenmodellen möglich. Dies schafft die Voraussetzung für eine prozesssichere Simulation einer großen Variantenvielfalt komplexer Steuergerätefunktionen [9] und ermöglicht die Erstellung von Gesamtfahrzeugkonfigurationen unterschiedlicher Detaillierungsstufen. Es kann je nach Anforderung z. B. ein reines Längsdynamikmodell für Fahrleistungs- und Verbrauchsberechnungen oder ein dreidimensionales MKS-Modell für Untersuchungen zur Quer- und Vertikaldynamik des Fahrzeugs zusammengestellt werden. Sofern der Code-Export für eine signalbasierte Entwicklungsumgebung wie Simulink unterstützt wird, ist es z. B. möglich, ein mit einem MKS-Werkzeug erstelltes Gesamtfahrzeugmodell einzubinden [86]. Zudem können z. B. auch Komponentenmodelle für das Energie- und Wärmemanagement des Fahrzeugs in Form einer Kosimulation über Simulink-Schnittstellen mit dem Fahrzeugmodell parallel mitsimuliert werden [87].

Die Umsetzung einer modularen Gesamtfahrzeugstruktur für schwach miteinander gekoppelte Komponentenmodelle wie Motor, Antriebsstrang, Reifen und Basisfahrzeug über eingepägte äußere oder innere Kräfte und Momente ist aus numerischer Sicht unkritisch. Eine Einschränkung besteht hingegen für die stark miteinander kinematisch gekoppelten Komponenten wie den Fahrzeugkörper, die Radaufhängungen und das Lenksystem. Diese werden in der Regel als Basisfahrzeugmodell in einem gemeinsamen Mehrkörpersystem mit Bewegungs-

gleichungen in Form von gewöhnlichen Differentialgleichungen mathematisch beschrieben. Daraus ergibt sich eine nicht-generische hierarchische Modellstruktur, die eine Unterteilung in einzelne Komponentenmodelle erschwert.

Abhilfe schafft oftmals ein breites Spektrum an vorkonfigurierten Radaufhängungen und Lenksystemen. Achsmodelle aus MKS-Werkzeugen können somit nicht direkt in ein externes Modell importiert werden, sondern deren Bedatung kann mithilfe von Importroutinen für bereits bestehende Achstypen übernommen werden. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit vorgefertigte Schnittstellen zur Einbindung von benutzerdefinierten Krafterelementen für Radaufhängungen, zur Aufbringung eines Lenkmoments oder von Lenkbewegungen zu verwenden. Zusätzlich kann eine Vielzahl von Achskonfigurationen in Form von Kennfeldern für die Radkörperkinematik, abhängig von Radhub und Lenkbewegung, eingebunden werden. Daneben können auch überlagerte elastokinematische Effekte kennfeldbasiert abgedeckt werden.

Multiphysikalische und MKS-Simulationssoftware

Es existieren eine Vielzahl von Simulationswerkzeugen wie ADAMS [56] und SIMPACK [83], die auf die Modellierung von Mehrkörpersystemen spezialisiert sind. Diese Werkzeuge bieten neben der Modellierung und Simulation von Modellen wie beispielsweise für Schienenfahrzeuge, für die Luft- und Raumfahrt sowie für die Antriebs- und Produktionstechnik, im Speziellen auch Modelle für das Gesamtfahrzeug sowie einzelne Fahrzeugkomponenten wie Motor, Antriebsstrang und Radaufhängungen an. Simulationswerkzeuge wie DYMOLA [15], MapleSim [51], SimScape [95] oder SimulationX [40] unterstützen mit vorgefertigten Bibliotheken zudem die Erstellung, Simulation und Analyse von multiphysikalischen Modellen. Vor allem dieser Ansatz ist von großem künftigen Interesse, da er eine Vernetzung verschiedener physikalischer Bereiche wie der Hydraulik, Pneumatik, Elektrik, Mechanik, Mehrkörperdynamik und Thermodynamik ermöglicht [5].

Für multiphysikalische Simulationswerkzeuge sind die Systemgleichungen zur Beschreibung der Dynamik in den einzelnen vorgefertigten physikalischen Modulen integriert. Die Modellierung erfolgt akausal mittels Verbinden der einzelner Module über Fluss- und Potentialgrößen. Folglich müssen die Gleichungen nicht wie bei signalbasierten Entwicklungswerkzeugen händisch aufgestellt und implementiert werden. Der Benutzer verbindet vielmehr in einer grafischen Oberfläche die jeweiligen Module miteinander zu einem Gesamtsystem. Häufig besteht zusätzlich auch die Möglichkeit, signalbasiert zu modellieren oder auf Programmcodeebene neue Module zu erstellen oder bereits bestehende zu erweitern.

Diese Simulationsumgebungen erzeugen im Allgemeinen differential-algebraische Gleichungen und stellen zur Lösung geeignete numerische Integrationsverfahren bereit. Angesichts des generischen Modellierungsansatzes sind die Rechenzeiten für solche Modelle in der Regel höher als für speziell auf die Fahrzeugstruktur zugeschnittene Modelle aus echtzeitfähigen Simulationsprogrammen. Durch Reduzierung der Komplexität und vereinfachende Annahmen in der Modellierung lassen sich jedoch häufig echtzeitfähige Modelle erzeugen. In [72, 98] werden für Radaufhängungen im Speziellen und in [41] für Mehrkörpersysteme im Allgemeinen entsprechende Techniken vorgestellt.

Für die multiphysikalischen Werkzeuge gibt es mit der Programmiersprache Modelica [53] darüber hinaus einen einheitlichen Sprachstandard für die objektorientierte bidirektionale

Modellierung. Dies ermöglicht den einfachen Austausch von Modellen zwischen den Simulationswerkzeugen.

2.2. Interdisziplinäre echtzeitfähige Simulation

Mit steigenden Anforderungen an die Fahrsicherheit und den Fahrkomfort nimmt auch die Komplexität von Fahrzeugkomponenten weiter zu. Dadurch gewinnt die interdisziplinäre Entwicklung von multiphysikalischen und MKS-Modellen in Verbindung mit Regelsystemen immer mehr an Bedeutung.

Im Folgenden werden anhand eines Anwendungsbeispiels die Vorzüge einer interdisziplinären und softwareübergreifenden Entwicklung aufgezeigt und auf den Begriff der Kosimulation von Modellen eingegangen. Abschließend werden die daraus erwachsenden Herausforderungen skizziert und konkrete Ziele für diese Arbeit formuliert.

2.2.1. Anwendungen

Für Anwendungen wie die Entwicklung einer Radaufhängung mit aktiver Lenkerkinematik [102] werden neben der eigentlichen Mechanik weitere hydraulische oder elektrische Komponenten zum aktiven Verstellen der Lenker benötigt. Dazu bietet sich die Modellierung in einer multiphysikalischen Entwicklungsumgebung an. Überdies ist für die Steuerung der aktiven Kinematik ein geeignetes Regelsystem erforderlich. Dessen Implementierung erfolgt häufig in Simulink.

Diese beiden Modelle können zunächst getrennt voneinander in unterschiedlichen Umgebungen modelliert werden. Für eine durchgängige Entwicklung auf dem Weg zum Gesamtfahrzeug ist jedoch deren Kombination in späteren Entwicklungsphasen notwendig. Durch die Einbindung des multiphysikalischen Komponentenmodells für die Radaufhängung in einem echtzeitfähigen Fahrdynamikprogramm zur Entwicklung des Steuergeräts lassen sich die Stärken beider Simulationswerkzeuge optimal kombinieren.

Dies erlaubt eine angemessene Modellierung des multiphysikalischen Modells zusammen mit einer Benutzung von Funktionalitäten für den Verbund aus Achs- und Reglermodell, die auf die Entwicklungsprozesse in der Fahrdynamiksimulation hin ausgelegt sind. Somit steht auch für interdisziplinäre Modelle eine durchgängige Prozessunterstützung von der Konzeptphase bis zum fertigen Prototypen zur Verfügung. Weitere Beispiele für solche interdisziplinäre Entwicklungsanforderungen sind z. B. semi-aktive Radaufhängungen [19] oder moderne Lenksysteme [10] mit elektromechanischer [101] oder elektrohydraulischer Lenkunterstützung [100].

2.2.2. Kosimulation von Modellen

Für die kombinierte Simulation von Modellen aus unterschiedlichen Simulationswerkzeugen gibt es grundsätzlich zwei Ansätze: Die Kosimulation auf Simulatorebene und die Kosimulation auf Modellebene.

Software und Standards

Für die parallele Ausführung von Modellen in unterschiedlichen Simulatoren werden spezielle Werkzeuge zur Synchronisation und Steuerung der Prozesse benötigt. Hierzu existieren entsprechende Schnittstellenstandards [54, 2] und kommerzielle Tools wie ICOS [62, 47] und TISC Suite [97].

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der Einbindung von Modellen aus multiphysikalischen und MKS-Werkzeugen in eine signalbasierte Entwicklungsumgebung und auf der verkoppelten Simulation als Gesamtmodell. Die Basis hierfür stellt der Export von generierten Bewegungsgleichungen in Form von C-Code dar. Das Functional Mockup Interface for Model Exchange [55] definiert hierzu allgemeine Schnittstellen für den einheitlichen Modellaustausch zwischen verschiedenen Entwicklungsplattformen und ermöglicht die gemeinsame numerische Integration von Modellen in einer Simulationsengine. Viele multiphysikalische und MKS-Tools unterstützen außerdem den Export von eigenen Routinen zusammen mit dem erzeugten C-Code. Somit ist eine problemangepasste Auswahl von numerischen Integrationsverfahren möglich und es muss nicht auf die von Simulink bereitgestellten Lösungsverfahren zurückgegriffen werden.

Signalbasierte Kopplung

Für die Kopplung unterschiedlicher Modellkomponenten kann generell zwischen drei verschiedenen Ebenen für die Modellbeschreibung unterschieden werden. Abbildung 2.2 zeigt diese exemplarisch für die modulare Simulation von MKS-Modellen, wie sie in dieser Arbeit untersucht wird. Diese Darstellung basiert auf den in [43] vorgestellten Beschreibungsebenen für mechatronische Systeme.

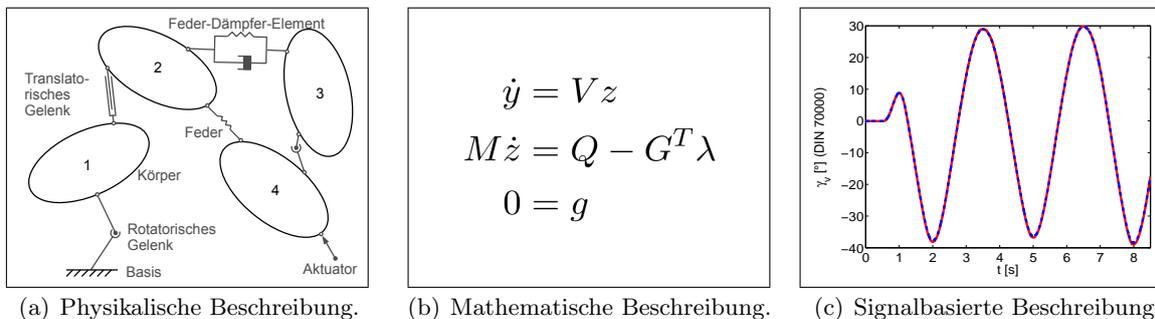


Abbildung 2.2.: Modellbeschreibungsebenen für die modulare Simulation von MKS-Modellen.

Sofern die Modellierung von Fahrzeugkomponenten in einer multiphysikalischen Umgebung durchgeführt wird, spricht man von einer Beschreibung der Modelle auf physikalischer Ebene (vgl. Abbildung 2.2(a)). Die Kopplung von Modellen erfolgt über physikalische Schnittstellen mittels Fluss- und Potentialgrößen. Die daraus abgeleitete mathematische Beschreibung führt im Falle mechanischer Modelle auf Bewegungsgleichungen, die das zeitliche Verhalten beschreiben (vgl. Abbildung 2.2(b)).

Die Bewegungsgleichungen für ein echtzeitfähiges Komponentenmodell werden hingegen direkt auf mathematischer Beschreibungsebene erzeugt. Die Simulation und der Signalaustausch mit weiteren Fahrzeugkomponenten erfolgt auf signalbasierter Ebene (vgl. Abbildung

2.2(c)). Infolge gegenseitiger Abhängigkeiten der einzelnen Modelle bedingt durch mechanischen Verkopplungen entstehen algebraische Schließbedingungen im System. Für eine schwache Kopplung können diese mithilfe erzwungener Zeitverzögerungen im System aufgelöst werden, ohne die Stabilität des Gesamtsystems entscheidend zu beeinflussen. Da Komponenten wie der Fahrzeugkörper, die Radaufhängungen und das Lenksystem in Anbetracht der kinematischen Bindungen (vgl. Abbildung 2.3) für gewöhnlich stark miteinander verknüpft sind, kann die Verwendung problemspezifischer Filtermethoden (z. B. [44]) zur Auflösung der algebraischen Schließbedingungen jedoch die Dynamik des Systems stark verändern und zu zusätzlichen Instabilitäten des Systems führen [18]. Alternativ können iterative Methoden zur Berech-

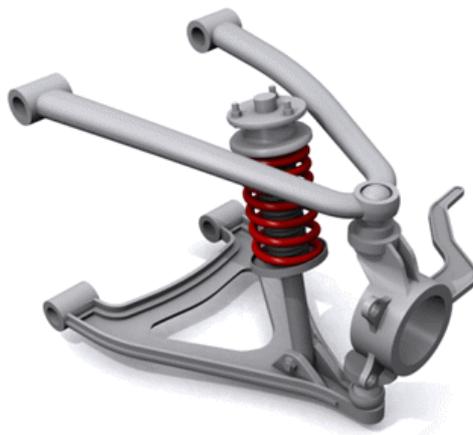


Abbildung 2.3.: Doppelquerlenkerradaufhängung [90].

nung konsistenter Signale in algebraischen Schleifen verwendet werden [43]. Aufgrund der Echtzeitanforderungen wird diese rechenaufwändige Vorgehensweise in dieser Arbeit nicht in Betracht gezogen.

2.2.3. Herausforderungen

Der Export von multiphysikalischen Modellen als C-Code eröffnet die Möglichkeit zur kombinierten Simulation von Fahrzeugkomponenten aus unterschiedlichen Entwicklungswerkzeugen in einer gemeinsamen Umgebung.

Modellstruktur

Das interaktive Arbeiten erfordert eine modulare Modellstruktur, die über die klassische Aufteilung eines Gesamtfahrzeugmodells in schwach gekoppelte Modellkomponenten wie Motor, Antriebsstrang, Reifen und Basisfahrzeug hinausgeht.

In dieser Arbeit wird das in einer signalbasierten Umgebung erstellte Modell für ein Basisfahrzeug aus softwaretechnischer Sicht in seine stark mechanisch miteinander verknüpften Teilkomponenten für Fahrzeugkörper, Radaufhängungen und Lenksystem weiter untergliedert. Dies stellt die Grundlage für den gezielten Austausch einzelner Teilkomponenten dar.

Kopplungstechniken und zentrale Schnittstellen

Für eine adäquate Abbildung der Kopplungen der modularen Modelle werden problemangepasste Techniken und zusätzliche Schnittstellen zwischen den einzelnen Komponenten benötigt, die als Kopplungssysteme dienen.

Verschiedene, teils automatisierbare Ansätze zur Einbindung von Komponentenmodellen werden im Rahmen dieser Arbeit aufgezeigt, die abhängig von den eingesetzten Modellierungswerkzeugen und darin bereitgestellten Informationen angewendet werden können. Daneben werden zentrale mechanische Schnittstellen in Form von zusätzlichen starren Gelenken vorteilhaft eingeführt.

Schnittstelleninformationen

Standards zur Kosimulation von Modellen aus unterschiedlichen Werkzeugen liefern einheitliche Schnittstellen für den Informationsaustausch und die numerische Integration von unabhängigen Systemen in einer gemeinsamen Simulationsengine. Generische Kopplungstechniken benötigen oftmals zusätzliche Informationen über die Bewegungsgleichungen der unabhängigen Modelle. Aus multiphysikalischen oder numerischen MKS-Werkzeugen exportierte Modelle stellen die Massenmatrix und die rechte Seite der Bewegungsgleichungen jedoch für gewöhnlich nicht explizit bereit.

Durch Analyse des exportierten C-Codes von Komponentenmodellen für unterschiedliche Kopplungstechniken werden in dieser Arbeit geeignete Informationen erarbeitet und als Modellausgänge bezogen auf die zentralen Schnittstellen bereitgestellt.

Dezentrale und echtzeitfähige numerische Integration

Im Rahmen einer durchgängigen interdisziplinären Entwicklung von komplexen geregelten Fahrzeugkomponenten unter Erhalt des modularen Modellansatzes liegt ein besonderes Augenmerk auf einer stabilen echtzeitfähigen numerischen Integration.

In dieser Arbeit werden abhängig von der gewählten Kopplungstechnik und basierend auf semi-impliziten Einschrittverfahren konstanter Schrittweite verschiedene zentrale und dezentrale Ansätze für die echtzeitfähige Integration von ODEs und DAEs präsentiert. Der dabei auftretende Verlust von Kopplungsinformationen und Zeitverzügen, bedingt durch den modularen Modellansatz, wird in geeigneter Form behandelt.

3. Grundlagen der Mehrkörperdynamik

Mehrkörpersysteme dienen der virtuellen Nachbildung und Analyse komplexer physikalischer Systeme am Computer. Anwendungsgebiete sind neben der klassischen Mechanik Ingenieursanwendungen wie die Robotik, die Luft- und Raumfahrttechnik, die Verfahrens- und Produktionstechnik sowie die Biomechanik. Die Fahrzeugtechnik stellt mit der Modellierung von Fahrzeugkörper, Radaufhängungen und Lenksystem sowie Antriebsstrang oder Motor einen der Hauptanwendungsbereiche dar. Die Mehrkörperdynamik beschreibt das zeitliche Verhalten von Mehrkörpersystemen. Die mathematische Beschreibung solcher Systeme basiert auf physikalischen Prinzipien. Mittels der Mehrkörpersimulation können komplexe reale Bewegungsabläufe sowie auch Systemparameter am virtuellen Modell optimiert und Vorhersagen über das Systemverhalten getroffen werden.

Dieses Kapitel gibt zunächst einen Überblick über die Definition von Mehrkörpersystemen und eine geeignete Koordinatenwahl. Daneben werden verschiedene physikalische Prinzipien zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen vorgestellt und die automatisierte Erstellung von Mehrkörpersystemen skizziert. Zum Abschluss wird die Behandlung von differentialalgebraischen Gleichungen diskutiert. Einen umfassenden Überblick über die Grundlagen der Mehrkörperdynamik geben z. B. [34, 74, 79] sowie [41, 71]. Zudem gibt [73] einen Einblick in die geschichtliche Entwicklung der Mehrkörperdynamik und in [75] werden aktuelle Forschungstrends behandelt.

3.1. Definition von Mehrkörpersystemen

Mehrkörpersysteme bestehen aus einzelnen voneinander unabhängigen massebehafteten Körpern, welche über masselose Elemente wie Gelenken, Lagern, Federn, Dämpfern oder Aktuatoren miteinander oder mit der Umgebung verbunden sind. Dazwischen können auch spezielle Kraftgesetze wie z. B. Reifenkräfte wirken. Die massebehafteten Körper können sowohl starr als auch deformierbar sein. In dieser Arbeit liegt der Fokus rein auf starren Körpern ohne Kontaktmechanik. Die Behandlung elastischer Körper wird z. B. in [80] beschrieben. Federn und Dämpfer können als nachgiebige Verbindungen verstanden werden und von linearer oder nichtlinearer Natur sein. Verbindungselemente wie Gelenke und Lager hingegen schränken die relativen Bewegungsmöglichkeiten zwischen den starren Körpern ein. Abbildung 3.1 zeigt ein solches MKS, bestehend aus vier Teilkörpern: Der Körper 1 ist über ein rotatorisches Gelenk an der Basis befestigt. Die Verbindung zwischen Körper 1 und 2 ist über ein translatorisches Gelenk und die Verbindung zwischen Körper 2 und 3 über ein Feder-Dämpfer-Element dargestellt. Der Körper 4 ist über eine Feder mit Körper 2 und ein rotatorisches Gelenk mit Körper 3 verbunden. Außerdem wirkt auf den Körper 4 eine Aktuatorkraft.

Die Einflüsse von Feder-Dämpfer-Elementen und Aktuatoren auf die einzelnen Körper können über Kraftgesetze beschrieben werden. Die Einschränkung der relativen Bewegung von Körpern über Gelenke und Lager wird mathematisch mittels algebraischer Nebenbedingun-

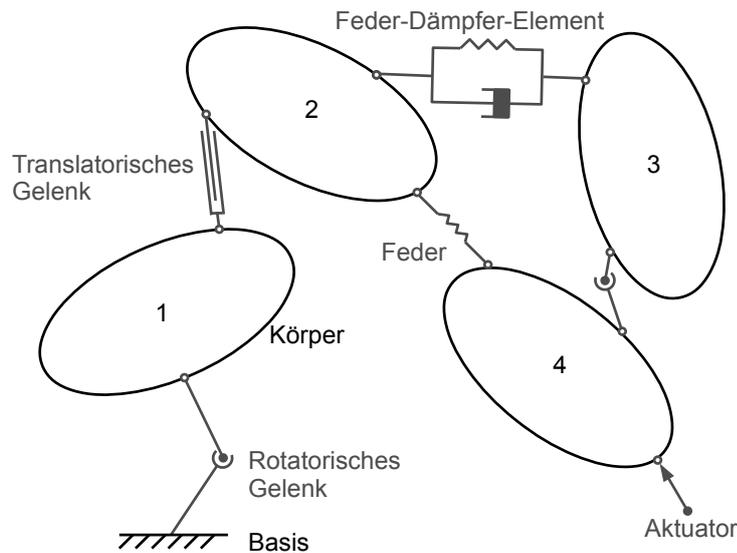


Abbildung 3.1.: Skizze eines Mehrkörpersystems mit starren Körpern und Verbindungselementen.

gen formuliert. Sofern die Zeit explizit in diese kinematischen Bindungen eingeht, spricht man von rheonomen, andernfalls von skleronomen algebraischen Nebenbedingungen. Des Weiteren unterscheidet man zwischen holonomen Nebenbedingungen, die rein von zeitabhängigen Lagekoordinaten $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ der Körper abhängen, und nicht holonomen Nebenbedingungen, in die zusätzlich Geschwindigkeiten eingehen. In dieser Arbeit kommen in Hinblick auf die mechanische Kopplung von Basisfahrzeugkomponenten rein skleronome holonome Nebenbedingungen der Form

$$0 = g(y) \quad \in \mathbb{R}^{n_g} \quad (3.1)$$

zum Einsatz. Man spricht hierbei auch von n_g algebraischen Nebenbedingungen auf Lagenniveau.

In Hinblick auf kinematische Bindungen unterscheidet man bei Mehrkörpersystemen grundlegend zwischen drei verschiedenen Strukturen: einer Kettenstruktur (vgl. Abbildung 3.2(a)), einer Baumstruktur (vgl. Abbildung 3.2(b)) sowie einer kinematischen Schleife (vgl. Abbildung 3.2(c)). Gesamtfahrzeugmodelle besitzen für gewöhnlich eine Kombination aus Baumstrukturen mit kinematischen Schleifen wie z. B. bei Radaufhängungen. Für eine Kettenstruktur oder eine Baumstruktur ist es für gewöhnlich möglich, für die Bewegungsgleichungen eine zustandsreduzierte Formulierung in Form gewöhnlicher Differentialgleichungen abzuleiten. Für kinematische Schleifen hingegen ist dies allgemein nicht möglich. Als Alternative können kinematische Schleifen in Teilketten oder -bäume aufgetrennt werden (vgl. Abbildung 3.2(d)). Für die aufgelösten Bindungen werden im Allgemeinen geeignete algebraische Zwangsbedingungen benötigt, die auf ein differential-algebraisches System führen. In der Fahrzeugtechnik hingegen ist es bei der Modellierung von Radaufhängungen oftmals zweckmäßig, kinematische Schleifen durch die Nachbildung elastischer Lenkerlager aufzulösen. Somit können differential-algebraische Gleichungen häufig umgangen werden.

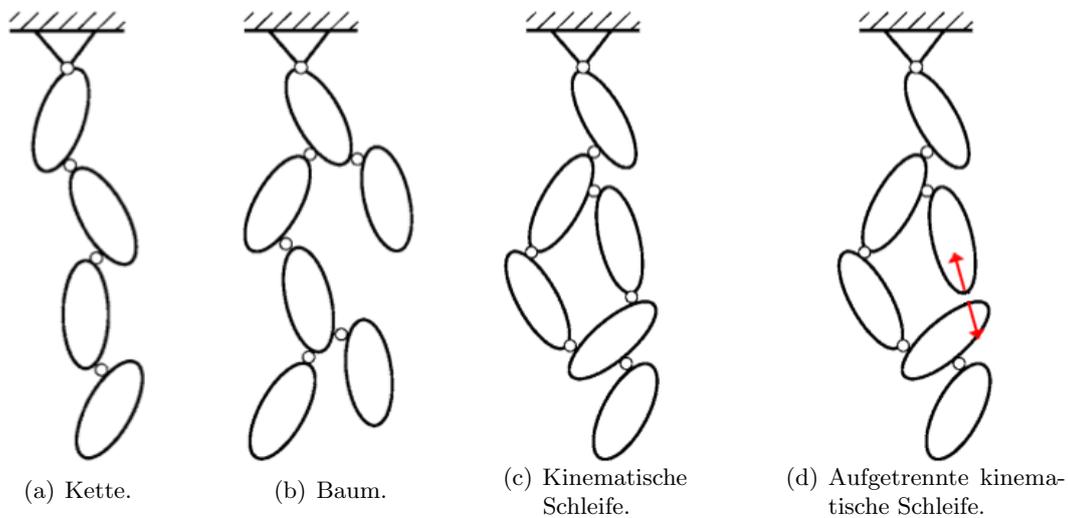


Abbildung 3.2.: Strukturen von Mehrkörpersystemen [76, 45].

3.2. Koordinatenwahl

Zur Beschreibung der Kinematik der einzelnen Körper eines Systems stehen in der Mehrkörperdynamik vorwiegend Absolut-, Relativ- oder natürliche Koordinaten zur Verfügung. Detaillierte Beschreibungen hierzu finden sich z. B. in [78, 41]. Im Folgenden werden mit den Absolut- und Relativkoordinaten die beiden gängigsten Formate vorgestellt.

3.2.1. Absolutkoordinaten

Bei der Verwendung von Absolutkoordinaten wird für jeden Körper in einem Referenzpunkt ein eigenes Koordinatensystem K_i betrachtet, dessen Lage bezüglich eines Inertialsystems 0 angegeben wird. Abbildung 3.3 zeigt exemplarisch das Inertialsystem 0 und die mitbewegten

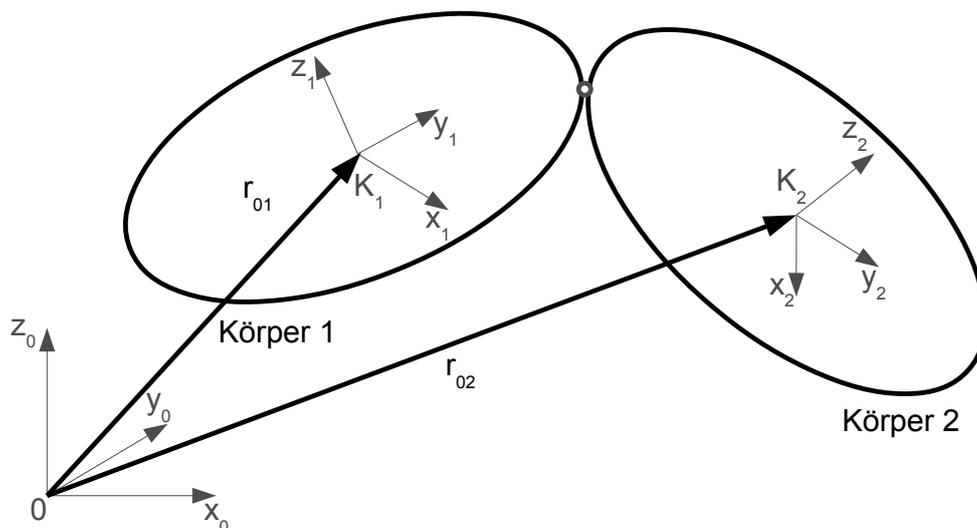


Abbildung 3.3.: Absolutkoordinaten.

Referenzsysteme K_1 und K_2 für zwei Körper, deren Lage bezüglich des Inertialsystems über den Ortsvektor

$$r_{0i,0} = \begin{pmatrix} r_{0i,0x} \\ r_{0i,0y} \\ r_{0i,0z} \end{pmatrix}$$

in Inertialkoordinaten beschrieben wird. Neben der Lage wird zusätzlich die Orientierung der Referenzsysteme gegenüber dem Inertialsystem angegeben. Hierfür können z. B. Kardanwinkel mit der Teildrehungsabfolge γ_i , β_i und α_i mit der zugehörigen Rotationsmatrix

$$A_{0i} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{A_{\gamma_i}} \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{pmatrix}}_{A_{\beta_i}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix}}_{A_{\alpha_i}} \quad (3.2)$$

verwendet werden. Der Gesamtvektor der absoluten Koordinaten eines Mehrkörpersystems mit l Körpern ergibt sich sodann zu

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{l-1} \\ y_l \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad y_i = \begin{pmatrix} r_{0i,0x} \\ r_{0i,0y} \\ r_{0i,0z} \\ \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} \quad i = 1, \dots, l.$$

Für die Darstellung mittels Absolutkoordinaten erhält man dünn besetzte Systemmatrizen mit Blockdiagonalstruktur.

3.2.2. Relativkoordinaten

Bei der Darstellung von Körpern über Relativkoordinaten wird die Lage eines Körpers relativ zu der eines benachbarten Körpers angegeben. Als Relativkoordinaten werden für gewöhnlich die Freiheitsgrade gewählt, welche das jeweilige Verbindungselement zwischen beiden Körpern zulässt. Für diese Wahl der Koordinaten sind Zwangsbedingungen per Definition bereits erfüllt. Man spricht hierbei auch von verallgemeinerten Koordinaten bzw. Geschwindigkeiten. Ein Beispiel mit zwei Körpern, die kinematisch miteinander verbunden sind, wird in Abbildung 3.4 gezeigt. Körper 1 ist frei beweglich und wird weiterhin in Absolutkoordinaten

$$y_1 = \begin{pmatrix} r_{01,0x} \\ r_{01,0y} \\ r_{01,0z} \\ \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix}$$

beschrieben. Das Drehgelenk zwischen Körper 1 und 2 hingegen lässt nur einen rotatorischen Freiheitsgrad φ_{12} offen. Mit der Relativkoordinate

$$y_2 = \varphi_{12}$$

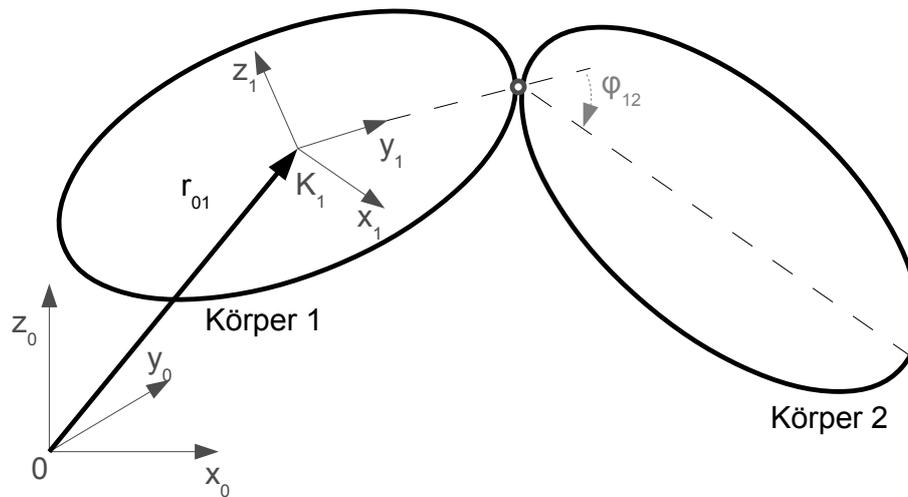


Abbildung 3.4.: Relativkoordinaten.

erhält man gegenüber Absolutkoordinaten eine deutlich reduzierte Darstellung. Diese Wahl von Relativkoordinaten ist besonders für Ketten- und Baumstrukturen geeignet. Da die kinematischen Bindungen direkt in die Koordinatenwahl einfließen, entfallen zusätzliche algebraische Nebenbedingungen. Daraus resultiert in der Regel ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem mit dicht besetzten Systemmatrizen.

3.3. Aufstellen der Bewegungsgleichungen

Zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen gibt es unterschiedliche physikalische Prinzipien. Die Struktur der Gleichungen hängt maßgeblich von der Wahl der zugrunde liegenden Koordinaten ab. Generell wird das Ziel verfolgt, das Aufstellen der Bewegungsgleichungen möglichst effizient automatisieren zu können und zugleich eine Struktur für die Bewegungsgleichungen zu erhalten, welche sich mit möglichst geringem Aufwand lösen lässt.

Im Folgenden werden mit dem deduktiven Prinzip von Hamilton und den induktiven Prinzipien von Jourdain und D'Alembert die gängigsten Techniken vorgestellt und kurz auf eine automatisierte Erstellung der Bewegungsgleichungen eingegangen.

3.3.1. Prinzip von Hamilton

Im Prinzip von Hamilton werden die Euler-Lagrange-Gleichungen mithilfe des Variationsprinzips nach Lagrange aus dem Energieerhaltungssatz für konservative Systeme deduktiv hergeleitet. Demzufolge werden zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen lediglich Informationen über die im System vorliegende Energie und die kinematischen Bindungen benötigt. Es wird das grobe Vorgehen zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen gezeigt. Für eine detailliertere Darstellung wird auf [80] verwiesen.

Für ein Mehrkörpersystem mit l Körpern nimmt nach dem Prinzip der kleinsten Wirkung

das Funktional

$$\int_{t_0}^{t_1} (T(y, \dot{y}) - U(y) - g(y)^T \lambda) dt \quad (3.3)$$

für die kinetische Energie $T(y, \dot{y})$ und die potentiellen Energie $U(y)$ mit Startzeitpunkt t_0 und Endzeitpunkt t_1 einen stationären Wert an. Hinsichtlich der Wahl von Absolutkoordinaten y erfüllen diese im Allgemeinen nicht automatisch die im System wirkenden kinematischen Bindungen. Entsprechend sind unter Verwendung des Vektors λ der Lagrange-Multiplikatoren zusätzlich skleronome holonome Nebenbedingungen (3.1) berücksichtigt. Mit virtuellen Bewegungen $\delta y \in \mathbb{R}^{n_y}$ sowie virtuellen Langrange-Multiplikatoren $\delta \lambda \in \mathbb{R}^{n_g}$ erhält man aus dem Variationsprinzip nach Lagrange mit dem Skalar $\xi \in \mathbb{R}$ das Funktional

$$\Psi(\xi) = \int_{t_0}^{t_1} (T(y + \xi \delta y, \dot{y} + \xi \delta \dot{y}) - U(y + \xi \delta y) - g(y + \xi \delta y)^T (\lambda + \xi \mu)) dt . \quad (3.4)$$

Es gilt $\delta y(t_0) = \delta y(t_1) = 0$ und $\delta \lambda(t_0) = \delta \lambda(t_1) = 0$.

Unter der Annahme, dass y eine Lösung von (3.3) ist, nimmt das Funktional folglich für $\xi = 0$ einen stationären Wert an, d.h.

$$\frac{d}{d\xi} \Psi(\xi) \Big|_{\xi=0} = 0 .$$

Demnach ergibt sich für (3.4) die Bedingung

$$0 = \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda^T \frac{\partial g}{\partial y} \right) \delta y dt - \int_{t_0}^{t_1} g(y) \delta \lambda dt . \quad (3.5)$$

Die Ausdrücke $(\partial T / \partial y - d / dt (\partial T / \partial \dot{y}) - \partial U / \partial y - \lambda^T \partial g / \partial y)$ und $g(y)$ müssen gemäß dem Fundamentallemma der Variationsrechnung zu jedem Zeitpunkt gleich Null sein, damit (3.5) für alle zulässigen Testelemente δy bzw. $\delta \lambda$ erfüllt ist. Daraus ergeben sich die Lagrange-Gleichungen erster Art

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda^T \frac{\partial g}{\partial y} \quad (3.6a)$$

$$0 = g^T(y) . \quad (3.6b)$$

Durch Verwendung von

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right)^T = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{y}^2} \ddot{y} + \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{y} \partial y} \dot{y}$$

erhält man für (3.6) die Darstellung

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{y}^2} \ddot{y} = - \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^T + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T - \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{y} \partial y} \dot{y} - \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)^T \lambda \quad (3.7a)$$

$$0 = g . \quad (3.7b)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die Argumente der verschiedenen Funktionen hier nicht explizit aufgeführt.

Mittels Einführung der Massenmatrix

$$M := \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{y}^2} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y},$$

des Vektors der Kräfte und Momente

$$Q(y, \dot{y}) := - \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^T + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T - \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{y} \partial y} \dot{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$$

und der Jacobi-Matrix der Zwangsbedingungen

$$G(y) := \frac{\partial g}{\partial y} \in \mathbb{R}^{n_g \times n_y} \quad (3.8)$$

lässt sich (3.7) kompakt in der Form

$$M(y) \ddot{y} = Q(y, \dot{y}) - G(y)^T \lambda \quad (3.9a)$$

$$0 = g(y) \quad (3.9b)$$

darstellen. Die Massenmatrix M beinhaltet die Massen und Trägheiten des Mehrkörpersystems und der Kraft- und Momentenvektor Q die Potential-, Kreisel- und Coriolisanteile. Die Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen beschreibt die Richtung, in der die durch die kinematischen Bindungen hervorgerufenen Zwangskräfte und -momente λ wirken. Verwendet man anstatt der absoluten Koordinaten verallgemeinerte Koordinaten, welche die im System vorliegenden kinematischen Bindungen per Definition erfüllen, so kann man analog die Lagrange-Gleichungen zweiter Art ohne algebraischen Nebenbedingungen herleiten.

Da die Energieausdrücke im Allgemeinen nicht körperweise, sondern nur im Gesamtsystem aufgestellt werden können, erweist sich das Verfahren als wenig rechnergerecht. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes können mit dem Prinzip von Hamilton zudem lediglich konservative Systeme beschrieben werden. Um aber die Modellbildung nicht darauf beschränken zu müssen, erweitert man den obigen Ansatz, indem man die Prinzipien der virtuellen Leistung und der virtuellen Arbeit einführt. Damit können auch dissipative Elemente wie Dämpfer oder Aktuatoren berücksichtigt werden.

3.3.2. Prinzipien von Jourdain und D'Alembert

Die Prinzipien von Jourdain und D'Alembert, auch bekannt als Prinzipien der virtuelle Leistung und der virtuellen Arbeit, stellen einen allgemeineren induktiven Zugang zu den Bewegungsgleichungen eines Mehrkörpersystems dar. Für diese Prinzipien können im Vergleich mit dem Prinzip von Hamilton aus Abschnitt 3.3.1 auch nicht konservative Kräfte und Momente berücksichtigt werden. Das konkrete Vorgehen wird anhand des Prinzips von Jourdain gezeigt. Weitere Hintergründe hierzu werden in [42] dargelegt.

Ausgehend von einer Beschreibung in Absolutkoordinaten wird die Dynamik der einzelnen Körper über den Impuls- und Drallsatz

$$m_i \dot{v}_{0i,0} = F_{i,0}^e + F_{i,0}^z \quad (3.10)$$

$$\Theta_i \dot{\omega}_{0i,K} + \omega_{0i,K} \times \Theta_i \omega_{0i,K} = M_{i,K}^e + M_{i,K}^z \quad (3.11)$$

beschrieben (z. B. [71]). Es bezeichnen m_i und Θ_i die Masse und den Trägheitstensor des i -ten Teilkörpers und $F_{i,0}^e$ und $M_{i,K}^e$ die eingepprägten Kräfte und Momente. In $F_{i,0}^z$ und $M_{i,K}^z$ sind die Zwangskräfte bzw. -momente enthalten, die infolge von kinematischen Bindungen zwischen den einzelnen Körpern wirken. Der Impulssatz (3.10) wird jeweils in Koordinaten des Inertialsystems 0 und der Drallsatz (3.11) bevorzugt im jeweiligen körperfesten Koordinatensystem K angegeben. Die Geschwindigkeitsvektoren $v_{0i,0}$ und $\omega_{0i,K}$ stellen, unter Berücksichtigung von Koordinatentransformationen für die Rotationen, die zeitlichen Ableitungen der Lagevektoren aus Abschnitt 3.2.1 dar.

Das Prinzip von Jourdain besagt, dass die Summe der durch die Zwangskräfte $F_{i,0}^z$ und Zwangsmomente $M_{i,K}^z$ hervorgerufenen virtuellen Leistungen für alle l Körper im System verschwindet. Dazu muss das Gleichungssystem

$$\sum_{i=1}^l (\delta v_{0i,0}^T F_{i,0}^z + \delta \omega_{0i,K}^T M_{i,K}^z) = 0 \quad (3.12)$$

für beliebige virtuelle Geschwindigkeiten $\delta v_{0i,0}^T$ und $\delta \omega_{0i,K}^T$ erfüllt sein. Angesichts der kinematischen Bindungen zwischen den Körpern liegen zusätzliche Bewegungseinschränkungen vor, so dass diese virtuellen Geschwindigkeiten nicht mehr beliebig gewählt werden können. Diese Problematik kann durch die Einführung verallgemeinerter Geschwindigkeiten z , welche die kinematischen Bindungen automatisch erfüllen, umgangen werden. Die virtuellen translatorischen und rotatorischen Geschwindigkeiten der einzelnen Körper können damit in Abhängigkeit von virtuellen verallgemeinerten Geschwindigkeiten δz mittels

$$\delta v_{0i,0} = \frac{\partial v_{0i,0}(y,z)}{\partial z} \delta z \quad (3.13)$$

$$\delta \omega_{0i,K} = \frac{\partial \omega_{0i,K}(y,z)}{\partial z} \delta z \quad (3.14)$$

beschrieben werden. Diese halten per Definition die kinematischen Bindungen ein und können somit beliebig gewählt werden. Entsprechend erhält man unter Berücksichtigung der nach den Zwangskräften $F_{i,0}^z$ und Zwangsmomenten $M_{i,K}^z$ aufgelösten Newton-Euler-Gleichungen (3.10), (3.11) für (3.12) die Gleichung

$$0 = \sum_{i=1}^l \left[\frac{\partial v_{0i,0}^T}{\partial z} \left(m_i \frac{\partial v_{0i,0}}{\partial z} \dot{z} + m_i \dot{v}_{0i,0}^R - F_{i,0}^e \right) + \frac{\partial \omega_{0i,K}^T}{\partial z} \left(\Theta_i \frac{\partial \omega_{0i,K}}{\partial z} \dot{z} + \Theta_i \dot{\omega}_{0i,K}^R + \omega_{0i,K} \times \Theta_i \omega_{0i,K} - M_{i,K}^e \right) \right] \delta z. \quad (3.15)$$

Aus der Forderung $\delta z \neq 0$ für beliebige virtuelle verallgemeinerte Geschwindigkeiten erhält man aus (3.15) für das Mehrkörpersystem die Bewegungsgleichungen

$$M(y) \dot{z} = Q(y, z) \quad (3.16)$$

in kompakter Form der Minimaldimension n_y . Dabei beschreiben

$$M := \sum_{i=1}^l \left(\frac{\partial v_{0i,0}^T}{\partial z} m_i \frac{\partial v_{0i,0}}{\partial z} + \frac{\partial \omega_{0i,K}^T}{\partial z} \Theta_i \frac{\partial \omega_{0i,K}}{\partial z} \right) \quad (3.17)$$

die symmetrisch positiv definite Massenmatrix und

$$Q := \sum_{i=1}^l \left[\frac{\partial v_{0i,0}^T}{\partial z} (F_{i,0}^e - m_i \dot{v}_{0i,0}^R) + \frac{\partial \omega_{0i,K}^T}{\partial z} (M_{i,K}^e - \Theta_i \dot{\omega}_{0i,K}^R - \omega_{0i,K} \times \Theta_i \omega_{0i,K}) \right]$$

den Vektor der verallgemeinerten Kräfte und Momente.

In die Bewegungsgleichungen gehen die zeitlichen Ableitungen

$$\dot{v}_{0i,0}(y, z) = \frac{\partial v_{0i,0}(y, z)}{\partial z} \dot{z} + \underbrace{\frac{\partial v_{0i,0}(y, z)}{\partial y} V(y) z}_{\dot{v}_{0i,0}^R(y, z)} \quad (3.18)$$

$$\dot{\omega}_{0i,K}(y, z) = \frac{\partial \omega_{0i,K}(y, z)}{\partial z} \dot{z} + \underbrace{\frac{\partial \omega_{0i,K}(y, z)}{\partial y} V(y) z}_{\dot{\omega}_{0i,K}^R(y, z)} \quad (3.19)$$

der translatorischen und rotatorischen Geschwindigkeiten mit ein. In den Vektoren $\dot{v}_{0i,B}^R$ und $\dot{\omega}_{0i,B}^R$ sind die Restbeschleunigungen zusammengefasst. Die Gleichungen (3.18) und (3.19) enthalten die von den verallgemeinerten Koordinaten y abhängige Kinematikmatrix V , welche die Beziehung

$$\dot{y} = V(y) z \quad (3.20)$$

zwischen der zeitlichen Ableitung der verallgemeinerten Koordinaten y und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten z darstellt. Je nach Problemstellung können diese Abhängigkeiten geeignet gewählt werden, um einfacher strukturierte Bewegungsgleichungen zu erhalten und ggf. kinematische Bindungen zu eliminieren. Die Beziehung (3.20) liefert die Lagegrößen in den für Fahrzeugdynamikanwendungen interessanten Ortskoordinaten. Die Funktionalmatrizen $\partial v_{0i,0}/\partial z$ und $\partial \omega_{0i,K}/\partial z$ in (3.13) und (3.14) stellen den Zusammenhang zwischen den kartesischen und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten her und werden als Richtungsvektoren des Systems bezeichnet. Sie enthalten Informationen über die kinematischen Bindungen im System und beschreiben die Projektionsterme für Massen-, Kraft- und Momenteneinflüsse in Richtung der gewählten Freiheitsgrade. Hierbei sind die verallgemeinerten Geschwindigkeiten so zu wählen, dass die Richtungsvektoren möglichst einfach auf analytische Art und Weise berechnet werden können.

Wählt man als verallgemeinerte Geschwindigkeiten die kartesischen Absolutgeschwindigkeiten des Systems, so können analog zu (3.9) die Zwangskräfte und -momente nicht eliminiert werden. Für die triviale Wahl $\dot{y} = z$ lässt sich das Prinzip von Jourdain auf das Prinzip von D'Alembert überführen. Das entsprechende Vorgehen für die Aufstellung der Bewegungsgleichungen wird z. B. in [82] gezeigt.

3.3.3. Automatisiertes Vorgehen

Viele moderne MKS-Werkzeuge wie RecurDyn [28], SimMechanics [94] oder SIMPACK verwenden zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen rekursive, auf offenen Kettenstrukturen basierende Algorithmen. Im Falle kinematischer Schleifen werden diese aufgeschnitten und die einzelnen offenen Teilstrukturen rekursiv über die einzelnen Teilkörper behandelt. Die hier vorgestellte Vorgehensweise beruht auf den Darstellungen in [71] und unterteilt sich in die folgenden drei wesentlichen Schritte:

1. Mithilfe einer Vorwärtsrekursion werden die Vektoren der Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung sowie der eingepägten Kräfte und Momente der einzelnen Körper berechnet.

2. Durch Rückwärtsrekursion werden die verallgemeinerten Massenmatrizen und die Vektoren der verallgemeinerten Kräfte und Momente berechnet.
3. Mithilfe einer weiteren Vorwärtsrekursion werden die Vektoren der verallgemeinerten Beschleunigungen der einzelnen Körper berechnet.

Durch die Wahl geeigneter verallgemeinerter Koordinaten oder Geschwindigkeiten können über die Prinzipien von D'Alembert oder Jourdain die Zwangskräfte und -momente eliminiert werden. Man erhält dann rekursive Bewegungsgleichungen in Form von gewöhnlichen Differentialgleichungen.

Abschließend werden zu dem mittels Rekursion erstellten reduzierten System noch zusätzliche algebraische Nebenbedingungen für die zuvor aufgeschnittenen kinematischen Schleifen hinzugefügt. Somit ergibt sich ein kompaktes differential-algebraisches Gleichungssystem. Dies stellt einen Kompromiss zwischen einer effizienten Herleitung und einer kostengünstigen Auswertung der Bewegungsgleichungen dar. Der Berechnungsaufwand für rekursive Verfahren steigt im Verhältnis zu der Anzahl l der Körper für solche Teilstrukturen mit Ordnung $O(l)$. Für herkömmliche Verfahren beträgt der Aufwand $O(l^3)$, so dass rekursive Verfahren in Anbetracht zusätzlicher Berechnungsschritte für die Rekursionen vor allem bei einer größeren Anzahl von Körpern von Vorteil sind. Eine Übersicht zu den Aufwänden für das Aufstellen und Lösen der Bewegungsgleichungen für die verschiedenen Ansätze liefert [71].

3.4. Differential-algebraische Gleichungen

Die Herleitung von Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen führt unter der Berücksichtigung kinematischer Schleifen im Allgemeinen zu einem differential-algebraischen System. Auf die gängige Darstellungsform sowie die im Rahmen der numerischen Integration benötigte Begrifflichkeiten wird im Folgenden eingegangen.

3.4.1. Deskriptorform

Im Rahmen dieser Arbeit werden kompakte Bewegungsgleichungssysteme in der Form (3.16) über zusätzliche algebraische Nebenbedingungen miteinander gekoppelt. Unter Berücksichtigung von (3.20) ergibt sich somit das System

$$\dot{y} = V(y)z \quad (3.21a)$$

$$M(y) \dot{z} = Q(y, z) - G(y)^T \lambda \quad (3.21b)$$

$$0 = g(y) \quad (3.21c)$$

erster Ordnung in Deskriptorform. Diese Form bietet eine transparente und modulare Darstellung der Bewegungsgleichungen. Demzufolge kann das MKS ohne großen Zusatzaufwand um zusätzliche Körper und Verbindungselemente erweitert werden, ohne die Struktur zu modifizieren. Dies ermöglicht eine einheitliche Darstellung für die Verkopplung unabhängiger ODE-Systeme mit verallgemeinerten Geschwindigkeiten über algebraische Nebenbedingungen sowie für Mehrkörpersysteme mit kinematischen Schleifen.

Für diesen allgemeinen Fall erweitert sich auch die Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen

(3.8) um die kinematischen Abhängigkeiten zu

$$G(y) := \frac{\partial g(y)}{\partial y} V(y) . \quad (3.22)$$

Für die triviale Wahl der verallgemeinerten Geschwindigkeiten als zeitliche Ableitungen der verallgemeinerten Koordinaten entspricht die Kinematikmatrix V einer Einheitsmatrix passender Dimension.

Sofern sich die Bewegungsgleichungen aufgrund der geschickten Wahl verallgemeinerter Koordinaten oder Geschwindigkeiten ohne algebraische Nebenbedingungen darstellen lassen, was anzustreben ist, können numerische Standardverfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen verwendet werden [32, 33].

Für den allgemeinen Fall von differential-algebraischen Gleichungen müssen bei der numerischen Integration die algebraischen Nebenbedingungen zusätzlich mit berücksichtigt werden. Hierbei spielt der Begriff des Index eine zentrale Rolle, der im Folgenden behandelt wird.

3.4.2. Indexdefinition

Der Index ist in gewisser Weise ein Maß dafür, inwieweit sich eine DAE von einer gewöhnlichen Differentialgleichung unterscheidet. Je höher der Index desto stärker ist der algebraische Anteil ausgeprägt. Abhängig von der Art der vorliegenden DAE gibt es verschiedene Indexdefinitionen, auf die z. B. in [33, 80] im Detail eingegangen wird. Im Falle linearer differential-algebraischer Gleichungen kann mit der Definition des Nilpotenzindex die Singularität eines differential-algebraischen Systems dargestellt werden. Allgemein anwendbar ist außerdem der Begriff des Störungsindex, der angibt, wie stark die Lösung von einer numerischen Störung beeinflusst wird. Gründe für die Störung eines differential-algebraischen Systems können z. B. Rundungsfehler, verursacht durch die eingeschränkte Darstellungsgenauigkeit des Computers oder die approximative numerische Lösung solcher Systeme mittels Diskretisierungsverfahren sein. Eine weitere Möglichkeit den Index einer DAE zu spezifizieren stellt der geometrische Index dar. Hierbei werden DAEs in Form von ODEs auf Mannigfaltigkeiten dargestellt [64, 63].

Die gängigste Definition stellt hingegen der Differentiationsindex dar. Ausgehend von der impliziten Darstellung

$$\mathcal{F}(\dot{y}, y, t) = 0 , \quad y \in \mathbb{R}^{n_y}, \quad \mathcal{F} : \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^{n_y} \quad (3.23)$$

für ein differential-algebraisches System wird die Anzahl der Differentiationsschritte betrachtet, die nötig ist, um das System in eine gewöhnliche Differentialgleichung zu überführen. Falls $\partial \mathcal{F} / \partial \dot{y}$ regulär ist, so liegt ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem mit Index 0 vor. Für den Fall dass $\partial \mathcal{F} / \partial \dot{y}$ singulär ist, beschreibt (3.23) ein differential-algebraisches System mit einem Index größer 0. Detailliertere Informationen zur Bestimmung des differentiellen Index liefert [29]. Differential-algebraische Systeme können je nach Aufgabenstellung und Anwendungsgebiet einen unterschiedlichen Index aufweisen. Für Mehrkörpersysteme besitzen diese im Allgemeinen Index 3.

3.4.3. Systeme mit reduziertem Index

Für die Lösung eines differential-algebraischen Systems der Form (3.21) können wegen der zusätzlichen algebraischen Nebenbedingungen auf Lageniveau für gewöhnlich keine numerischen Integrationsverfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen angewendet werden. Unter Zuhilfenahme der Indexreduktion ist es jedoch möglich, ein differential-algebraisches System in soweit zu modifizieren, dass es mit numerischen Integrationsverfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen behandelt werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit steht neben dem Index 3 Formalismus der Index 1 Formalismus im Fokus, weshalb im Folgenden die Formulierung für Index 2 nur kurz skizziert wird. Hierfür sowie für eine umfassende Betrachtung der numerischen Lösung indexreduzierter Systeme wird auf [11, 33] verwiesen. Ein speziell auf DAEs vom Index 1 zugeschnittenes Integrationsverfahren ist z. B. der Integrator DASSL [59].

Indexreduktion

Mittels Indexreduktion eines differential-algebraischen Systems lassen sich die Auswirkungen von Diskretisierungs- und Rundungsfehlern auf die Lösung des Systems verringern. Ausgehend von einem System der Form (3.21) vom Index 3 kann durch sukzessive Differentiation der Nebenbedingungen auf Geschwindigkeits- oder Beschleunigungsniveau der Index einer DAE reduziert werden.

Differenziert man (3.21c) einmal nach der Zeit, so erhält man die Nebenbedingungen

$$0 = G(y)z$$

auf Geschwindigkeitsniveau. Daraus resultiert die Index 2 Formulierung

$$\dot{y} = V(y)z \quad (3.24a)$$

$$M(y) \dot{z} = Q(y, z) - G(y)^T \lambda \quad (3.24b)$$

$$0 = G(y)z \quad (3.24c)$$

Entsprechend der Definition des Störungsindex ist die Lösung von (3.24) von der ersten Ableitung einer Störung beeinflusst. Im Vergleich zur Index 3 Formulierung (3.21) ist diese Darstellung somit zur numerischen Behandlung der Gleichungen des Mehrkörpersystems besser geeignet. Durch weitere Differentiation von (3.24c) erhält man das System

$$\dot{y} = V(y)z \quad (3.25a)$$

$$M(y) \dot{z} = Q(y, z) - G(y)^T \lambda \quad (3.25b)$$

$$0 = \dot{G}(y, z)z + G(y)\dot{z} \quad (3.25c)$$

vom Index 1 mit Nebenbedingungen auf Beschleunigungsniveau. Aufgrund des expliziten Auftretens von \dot{z} in (3.25c) kann diese Formulierung in ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem umgewandelt und ein Standardintegrationsverfahren angewendet werden.

Drift Off

Ausgehend von den analytisch hergeleiteten Beschleunigungsnebenbedingungen (3.25c) handelt man sich infolge der numerischen Integration mit einer begrenzten Genauigkeit der Rechnerarithmetik numerische Fehler ein. Die Nebenbedingungen werden demnach nur mehr in

differenzierter Form exakt eingehalten. Man erhält einen quadratischen Drift Off der numerischen Lösung \tilde{y} des Systems von der durch die Lagenebenbedingungen aufgespannten Mannigfaltigkeit $\mathcal{M} = \{y \mid g(y) = 0\}$ [81] (vgl. Abbildung 3.5). Analytisch lässt sich dieser

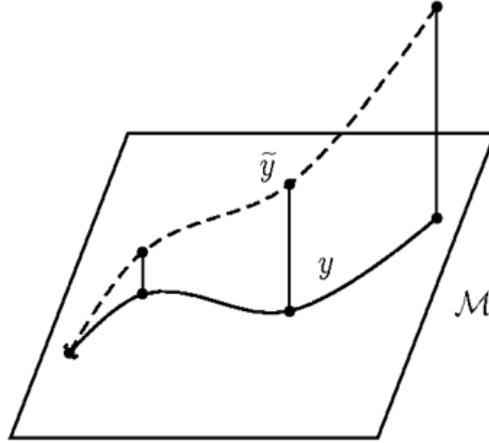


Abbildung 3.5.: Drift Off der numerischen Lösung \tilde{y} von der exakten Lösung y in der Mannigfaltigkeit \mathcal{M} .

Effekt für den Index 1 Formalismus über die Betrachtung der Beschleunigungsnebenbedingungen (3.25c) als Differentialgleichung

$$\ddot{g}(\tilde{y}(t)) = 0 \quad (3.26)$$

zweiter Ordnung plausibilisieren. Verursacht durch numerische Ungenauigkeiten erhält man im Gegensatz zu (3.26) eine von einer konstant angenommenen Störung ε_1 beeinflusste Differentialgleichung

$$\ddot{g}(\tilde{y}(t)) = \varepsilon_1$$

zweiter Ordnung. Durch zweifache Integration und Einsetzen der konstanten Anfangswerte ε_2 und ε_3 ergibt sich

$$\dot{g}(\tilde{y}(t)) = \varepsilon_1 (t - t_0) + \varepsilon_2 \quad (3.27)$$

$$g(\tilde{y}(t)) = \frac{1}{2} \varepsilon_1 (t - t_0)^2 + \varepsilon_2 (t - t_0) + \varepsilon_3 . \quad (3.28)$$

Für die Geschwindigkeitsnebenbedingungen (3.27) verhält sich dieser Drift Off linear und für die Lagenebenbedingungen (3.28) quadratisch in der Zeit. Dementsprechend erhält man für Simulationen über eine längere Zeitdauer eine zunehmend verfälschte Lösung.

Stabilisierung

Um trotz des Drift Offs auch für indexreduzierte Systeme sinnvolle numerische Lösungen mithilfe von Integrationsverfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen berechnen zu können, wurden verschiedene Stabilisierungsmethoden entwickelt. Eine detaillierte Beschreibung findet sich z. B. in [33]. Für Index 1 Systeme existieren verschiedene iterative Projektionsverfahren auf Lage- und Geschwindigkeitsniveau, wobei hier vor allem die sequentielle Lage- und Geschwindigkeitsprojektion zum Einsatz kommt. Im Kontext der echtzeitfähigen Simulation werden diese Verfahren z. B. in [12] vorgestellt und bezüglich ihres Aufwands und

ihrer Genauigkeit analysiert. Im Rahmen dieser Arbeit ist neben der Echtzeitfähigkeit der Verfahren auch ihre Einsetzbarkeit für gekoppelte Teilsysteme eines Fahrdynamikmodells von Bedeutung. Daher werden iterative Verfahren nicht in Betracht gezogen.

Die Stabilisierung nach Baumgarte [8] für Systeme vom Index 1 kommt mit geringem Zusatzaufwand und ohne Iterationen über die zu koppelnden Teilsysteme aus. Die zweimal differenzierten Nebenbedingungen

$$0 = \ddot{g}(y)$$

auf Beschleunigungsniveau werden um die Lagenebenbedingungen (3.21c) und die Geschwindigkeitsbedingungen (3.24c) ergänzt und über skalare Parameter $\alpha_{bg}, \beta_{bg} > 0$ angebunden. Damit erhält man für die Index 1 Formulierung die erweiterten Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} 0 &= \ddot{g}(y) + 2\alpha_{bg}\dot{g}(y) + \beta_{bg}g(y) \\ &= \dot{G}(y)z + G(y)\dot{z} + 2\alpha_{bg}G(y)z + \beta_{bg}g(y) . \end{aligned} \quad (3.29)$$

Neben den Beschleunigungsbedingungen haben somit auch die Nebenbedingungen auf Lage- und Geschwindigkeitsniveau Einfluss auf die numerische Lösung. Dabei ist zu beachten, dass zu klein gewählte Baumgarte-Parameter keine ausreichend stabilisierende Wirkung erzielen. Zu groß gewählte Parameter α_{bg} und β_{bg} führen hingegen zu einer zunehmenden Steifheit des Problems und wirken sich negativ auf die numerische Behandlung aus. Auf die nicht-triviale Wahl der Parameter α_{bg} und β_{bg} für verschiedene Fallbeispiele sowie in der Praxis wird z. B. in [6] und [22] eingegangen. Für eine theoretisch optimale Wahl der Baumgarte-Parameter mit einer Ankopplung an die Simulationsschrittweite h mit $\alpha_{bg} = 1/h$ und $\beta_{bg} = 1/h^2$ wird auf [11] verwiesen. Einen heuristischen Ansatz für die Wahl von α_{bg} und β_{bg} präsentieren [71] mit der Betrachtung des Einschwingverhaltens der Bindungsgleichungen (3.29) als einer Art Ein-Massen-Schwinger im Abgleich mit der Dynamik des modellierten Mehrkörpersystems.

Die Baumgarte-Stabilisierung kann durch einfache Erweiterung der Nebenbedingungen (3.29) ohne großen Zusatzaufwand implementiert werden. Somit ist keine Abänderung des eigentlichen Integrationsverfahrens notwendig. Für die Stabilisierung in jedem Integrationsschritt beläuft sich der Aufwand auf die Auswertung von $g(y)$ und $\dot{g}(y)$ sowie zwei zusätzliche Skalar-Vektor-Multiplikationen. Die Baumgarte-Stabilisierung verändert zwar die Dynamik des zugrunde liegenden Systems, liefert aber trotzdem in vielen Anwendungsfällen ausreichend genaue Ergebnisse [73]. Neben der klassischen Baumgarte-Stabilisierung existiert auch noch eine ähnlich performante erweiterte Baumgarte-Stabilisierung [7] in Kombination mit der Verwendung von Invarianten. Diese Methode wird auch als Koordinaten-Projektionsmethode bezeichnet.

3.4.4. Systeme mit Index 3

Neben der Integration von indexreduzierten Systemen mit Standardverfahren gibt es die Möglichkeit, differential-algebraische Systeme vom Index 3 direkt zu behandeln. Dies hat den Vorteil, dass keine Indexreduktion durchgeführt werden muss und demzufolge auch keine zusätzliche Stabilisierung zur Vermeidung des Drift Off benötigt wird. Allerdings erfordert die direkte Behandlung solcher Systeme numerische Integrationsverfahren, welche die zusätzlichen algebraischen Nebenbedingungen auf Lageniveau im Integrationsalgorithmus mitberücksichtigen. Diese arbeiten in der Regel iterativ, um geeignete Lagrange-Multiplikatoren λ

zu berechnen. Beispiele sind implizite Runge-Kutta-Verfahren wie RADAU5 mit Verfahrensordnung 5 und Mehrschrittverfahren für Backward Differential Formulas (BDF) mit variabler Ordnung [33].

Jüngere Entwicklungen auf der Basis des generalized- α Verfahrens mit variabler numerischer Dämpfung [14] ermöglichen zudem eine direkte Behandlung von Index 3 Systemen mit Verfahrensordnung 2 [3] und einer iterativen Berechnung der Systemzustände und Lagrange-Multiplikatoren λ .

Des Weiteren kann auch das semi-implizite Euler-Verfahren [67] mit Ordnung 1 für eine direkte Behandlung von Index 3 Systemen verwendet werden [70]. Dazu wird das teil-implizite Diskretisierungsschema zur Berechnung der neuen Positionen des Systems ausgenutzt, um eine Berechnungsvorschrift für die Lagrange-Multiplikatoren λ abzuleiten. Diese kann für nichtlineare Nebenbedingungen iterativ gelöst werden. Im Rahmen der echtzeitfähigen und modularen Einbindung von Basisfahrzeugkomponenten in ein Gesamtfahrzeugmodell wird darauf in Abschnitt 5.2.2 im Detail eingegangen.

3.4.5. Existenz und Eindeutigkeit

Für die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung des differential-algebraischen Systems (3.21) sowie für die indexreduzierten Systeme müssen verschiedene Kriterien erfüllt sein [82, 33].

Um redundante Nebenbedingungen zu vermeiden, muss die Jacobi-Matrix G (3.22) der algebraischen Nebenbedingungen auf Lageniveau vollen Rang besitzen. Darüber hinaus muss die Systemmatrix

$$\begin{pmatrix} M(y) & G(y)^T \\ G(y) & 0 \end{pmatrix}$$

invertierbar sein. Für eine in der Regel symmetrisch positiv definite Massenmatrix M und eine Jacobi-Matrix G der Zwangsbedingungen mit vollem Rang ist diese Bedingung erfüllt.

Die Lösung des differential-algebraischen Systems (3.21) hält neben den explizit vorliegenden Lagenebenbedingungen (3.21c) auch die versteckten Nebenbedingungen (3.24c) sowie (3.25c) auf Geschwindigkeits- und Beschleunigungsniveau ein. Die entsprechenden Forderungen

$$\begin{aligned} g(y_0) &= 0 \\ G(y_0)z_0 &= 0 \\ \begin{pmatrix} M(y_0) & G(y_0)^T \\ G(y_0) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{z}_0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} Q(y_0, z_0) \\ -\dot{G}(y_0)z_0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

garantierten konsistente Anfangswerte y_0, z_0 und λ_0 . Die Nebenbedingungen $g(y)$ müssen mindestens zweimal stetig differenzierbar sein, so dass das System auf Index 1 reduziert werden kann. Dazu wird eine hinreichende Glattheit der Vektoren y, z, \dot{z}, λ vorausgesetzt.

4. Einbindung von Basisfahrzeugkomponenten

In signalbasierten Fahrdynamikprogrammen für Echtzeitanwendungen wird die Beschreibung der Bewegungsgleichungen mittels gewöhnlicher Differentialgleichungen angestrebt. Dies garantiert eine performante Ausführung, führt jedoch zu einer nicht-generischen Modellstruktur, welche die Modularisierung des Systems und die Einbindung von Komponentenmodellen erschwert.

In diesem Kapitel wird die mathematische Beschreibung des Basisfahrzeugmodells anhand einer Software für echtzeitfähige Fahrdynamikanwendungen vorgestellt. Die Struktur des Modells wird analysiert und zentrale Schnittstellen für die Einbindung von Komponentenmodellen für Radaufhängungen und ein Lenksystem werden erarbeitet. Neben einer nicht-generischen Kopplungstechnik, vorgegeben durch die Bewegungsgleichungsstruktur des Basisfahrzeugmodells, werden in der Folge generische Ansätze präsentiert, die eine automatisierbare Einbindung von mechanischen Komponentenmodellen aus Multiphysik- und MKS-Werkzeugen in einer signalbasierten Umgebung ermöglichen.

4.1. Basisfahrzeugmodell

Das Basisfahrzeugmodell stellt den Kern des Gesamtfahrzeugmodells dar. Seine hierarchische und maßgeschneiderte MKS-Struktur erlaubt eine äußerst kompakte und performante Darstellung.

Im Folgenden werden am Beispiel der Fahrdynamiksoftware DYNA4 der Aufbau des Basisfahrzeugs sowie die mathematische Beschreibung über gewöhnliche Differentialgleichungen vorgestellt. Dies dient im weiteren Verlauf der Arbeit als Grundlage zur Einbindung von mechanischen Komponenten für Radaufhängungen und Lenksystem.

4.1.1. Aufbau

Das Basisfahrzeugmodell in DYNA4 ist als dreidimensionales Mehrkörpersystem mit Teilkomponenten für den Fahrzeugkörper, die Radaufhängungen und das Lenksystem (vgl. Abbildung 4.1) modelliert. Die Radaufhängungen mit bis zu jeweils 30 Freiheitsgraden sind relativ zum Fahrzeugkörper beschrieben und beinhalten neben Lenkern, Achsträgern und Kraftelementen auch die jeweiligen Radkörper, wobei die Radeigendrehung inklusive der zugehörigen Rotationsträgheit vorteilhaft davon entkoppelt betrachtet wird. Der Fahrzeugkörper mit sechs Freiheitsgraden ist zudem um weitere Körper für Motor und Hinterwagen sowie zusätzliche Beladungen erweiterbar. Diese zusätzlichen Körper bleiben der Übersichtlichkeit halber im Weiteren unberücksichtigt, können jedoch entsprechend der in den Abschnitten 4.3

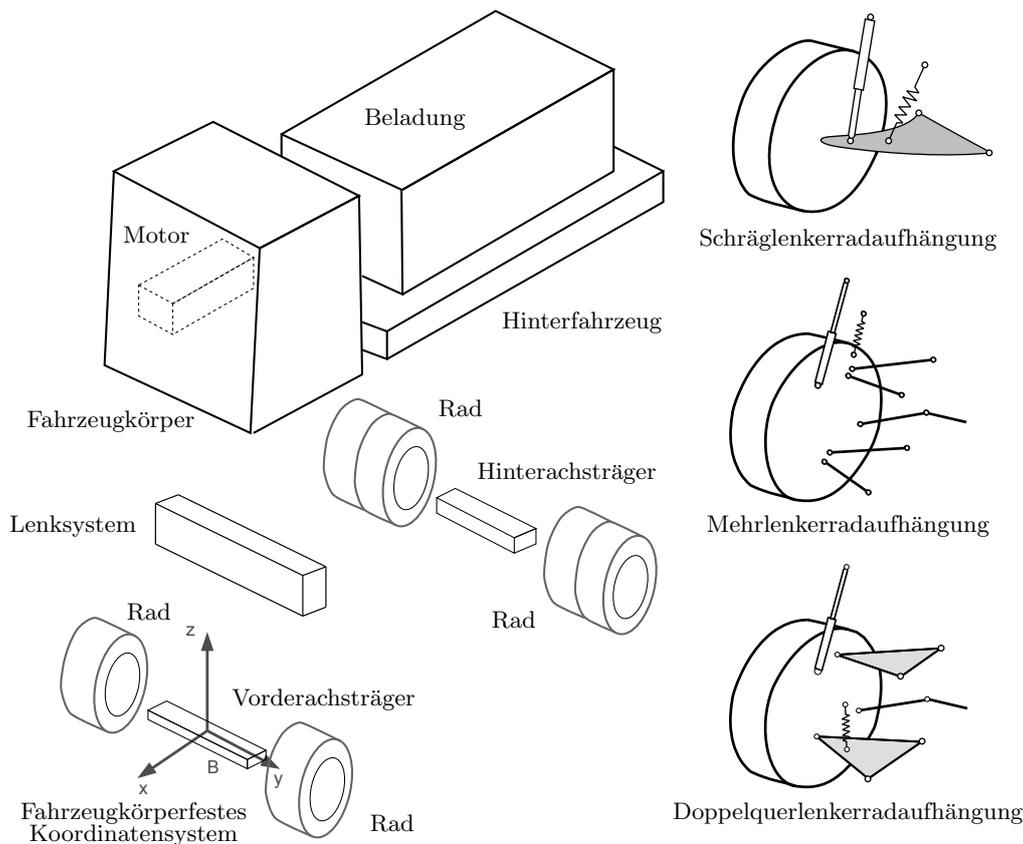


Abbildung 4.1.: Mehrkörpersystem für das Basisfahrzeug sowie geometrische Radaufhängungen in DYNA4 [67, 66].

und 4.4 vorgestellten Techniken jederzeit zusätzlich eingebunden werden. Die Räder und Reifen sowie der Antriebsstrang sind im topologischen Sinne nur schwach mit dem Basisfahrzeug gekoppelt, so dass diese unabhängig davon abgebildet werden können.

4.1.2. Kinematik- und Bewegungsgleichungen

Die räumliche Bewegung des Basisfahrzeugs wird mittels verallgemeinerter Koordinaten y und verallgemeinerter Geschwindigkeiten z beschrieben. Die verallgemeinerten Koordinaten y_F für den Fahrzeugkörper werden gemäß des fahrzeugtechnischen Interesses bezüglich des Inertialsystems angegeben, wobei für die Beschreibung der Rotationen auf die Darstellung über Kardanwinkel zurückgegriffen wird (vgl. Abschnitt 3.4.1). Die verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_F des Fahrzeugkörpers werden vorteilhaft in Bezug zum fahrzeugkörperfesten Koordinatensystem B beschrieben, so dass sich gemäß (3.20) zwischen der zeitlichen Ableitung der verallgemeinerten Koordinaten und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten des Fahrzeugkörpers die kinematische Abhängigkeit

$$V_{FF} := \begin{pmatrix} A_{0B} & 0 \\ 0 & K_B^{-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$$

ergibt. Das Koordinatensystem B wird abhängig vom statischen Reifenradius an der Vorderachse relativ zum Inertialsystem initialisiert. Die Matrix A_{0B} gemäß (3.2) beschreibt die Orientierung des fahrzeugkörperfesten Koordinatensystems gegenüber dem Inertialsystem und

dient der Transformation der translatorischen Anteile der verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_F des Fahrzeugkörpers vom fahrzeugfesten Koordinatensystem in das Inertialsystem. Die Matrix K_B bildet die kinematische Beziehung zwischen den verallgemeinerten Rotationsgeschwindigkeiten bezüglich des fahrzeugkörperfesten Koordinatensystems und der zeitlichen Ableitung der verallgemeinerten Rotationen ab, beschrieben über Kardanwinkel. Eine detaillierte Herleitung hierzu findet sich in [67]. Für die Radaufhängungen vorne und hinten und das Lenksystem werden die verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_V , z_H und z_L trivial als zeitliche Ableitungen der verallgemeinerten Koordinaten y_V , y_H und y_L gewählt, so dass sich für das Basisfahrzeugmodell die Kinematikgleichungen

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{y}_F \\ \dot{y}_V \\ \dot{y}_H \\ \dot{y}_L \end{pmatrix}}_{\dot{y}} = \underbrace{\begin{pmatrix} V_{FF} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix}}_V \underbrace{\begin{pmatrix} z_F \\ z_V \\ z_H \\ z_L \end{pmatrix}}_z \quad (4.1)$$

ergeben.

Die Bewegungsgleichungen

$$\underbrace{\begin{pmatrix} M_{FF} & M_{FV}^T & M_{FH}^T & M_{FL}^T \\ M_{FV} & M_{VV} & 0 & M_{VL}^T \\ M_{FH} & 0 & M_{HH} & 0 \\ M_{FL} & M_{VL} & 0 & M_{LL} \end{pmatrix}}_M \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{z}_F \\ \dot{z}_V \\ \dot{z}_H \\ \dot{z}_L \end{pmatrix}}_{\dot{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} Q_F \\ Q_V \\ Q_H \\ Q_L \end{pmatrix}}_Q \quad (4.2)$$

für das Basisfahrzeugmodell resultieren aus dem Prinzip von Jourdain, unter Verwendung geeigneter verallgemeinerter Geschwindigkeiten (vgl. Abschnitt 3.3.2). Die Nulleinträge in der Massenmatrix spiegeln voneinander entkoppelte Subkomponenten wie die Vorder- und Hinterachse des Fahrzeugs wieder. Der Vektor Q beinhaltet die verallgemeinerten Kräfte und Momente des Systems. Der Einfachheit halber werden die Argumente der jeweiligen Größen hier vernachlässigt.

Für die Kinematikgleichungen (4.1) ergibt sich zusammen mit den Bewegungsgleichungen (4.2) ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem der Form

$$\dot{y} = V(y)z \quad (4.3a)$$

$$M(y)\dot{z} = Q(y, z) . \quad (4.3b)$$

Unter Vermeidung kinematischer Schleifen entspricht dies der allgemeinen Form (3.21) für differential-algebraische Systeme mit dem Unterschied, dass durch geschickte Wahl verallgemeinerter Geschwindigkeiten z die Zwangskräfte und -momente eliminiert werden können. Demzufolge entfallen die algebraischen Nebenbedingungen (3.21c). Neben der zuvor erwähnten Wahl der verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_F für den Fahrzeugkörper sind die verallgemeinerten Geschwindigkeiten für die weiteren Fahrzeugkomponenten allgemein so zu wählen, dass hiermit die Hauptbewegungsrichtungen des Systems abgedeckt werden und eine möglichst eindeutige Beschreibung erreicht wird. Für Radaufhängungen z. B. handelt es sich hierbei um den Ein- und Ausfedervorgang der Radkörper [67].

4.2. Modularisierung und Schnittstellen

Für eine modularisierte Darstellung zur Einbindung von Komponentenmodellen bietet sich eine Betrachtung der natürlichen mechanischen Verbindungen des Basisfahrzeugmodells an. Darauf aufbauend werden zentrale Schnittstellen zwischen dem Fahrzeugkörper, den Radaufhängungen und dem Lenksystem definiert und die Verkopplung über zusätzliche starre Gelenke vorgestellt.

4.2.1. Natürliche Schnittstellen

Die Verbindungen zwischen mechanischen Teilmodellen werden im Allgemeinen durch Gelenke, Aktuatoren oder Kraftelemente beschrieben. Für ein Basisfahrzeugmodell stellen diese Elemente die natürlichen Schnittstellen zwischen den einzelnen Komponentenmodellen dar. Entsprechend lässt sich das Basisfahrzeugmodell abstrahiert in die Komponenten für Fahrzeugkörper, Radaufhängungen und Lenksystem unterteilen (vgl. Abbildung 4.2). Aus

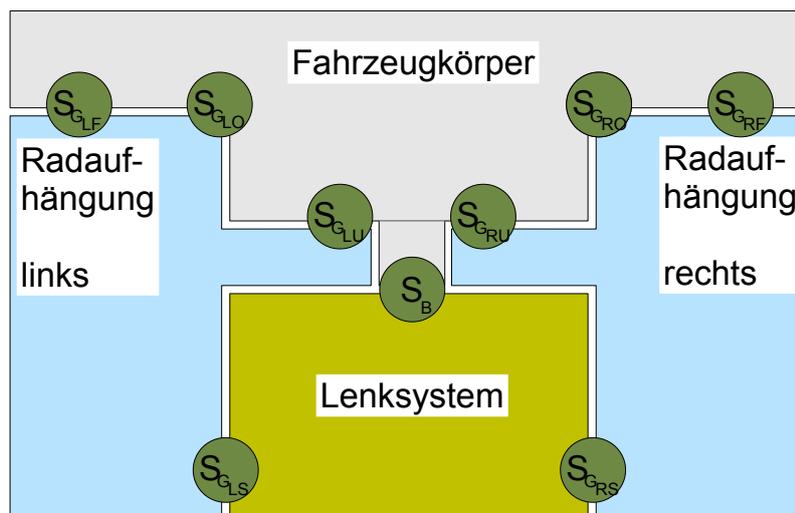


Abbildung 4.2.: Natürliche Schnittstellen des modularisierten Basisfahrzeugs für Doppelquerlenkeradaufhängung und Zahnstangenlenkung an der Vorderachse.

Gründen der Übersichtlichkeit ist hier nur die vordere Radaufhängung abgebildet. Deren beide Hälften können als eine Komponente mit gemeinsamen symmetrischen Freiheitsgraden betrachtet werden, die veranlasst durch die beiden Schnittstellen zum Lenksystem auf der linken und rechten Seite separat abgebildet sind. Die Hinterachse sowie weitere Radaufhängungen sind hier der Übersichtlichkeit halber schematisch nicht abgebildet, können aber analog eingebunden werden.

Beispielhaft sind in Abbildung 4.2 zudem die Schnittstellen zwischen den einzelnen Komponenten für eine Doppelquerlenkeradaufhängung (vgl. Abbildung 4.3(a)) zum Fahrzeugkörper und zum Lenksystem dargestellt. Der obere und untere Dreieckslenker der linken Seite der

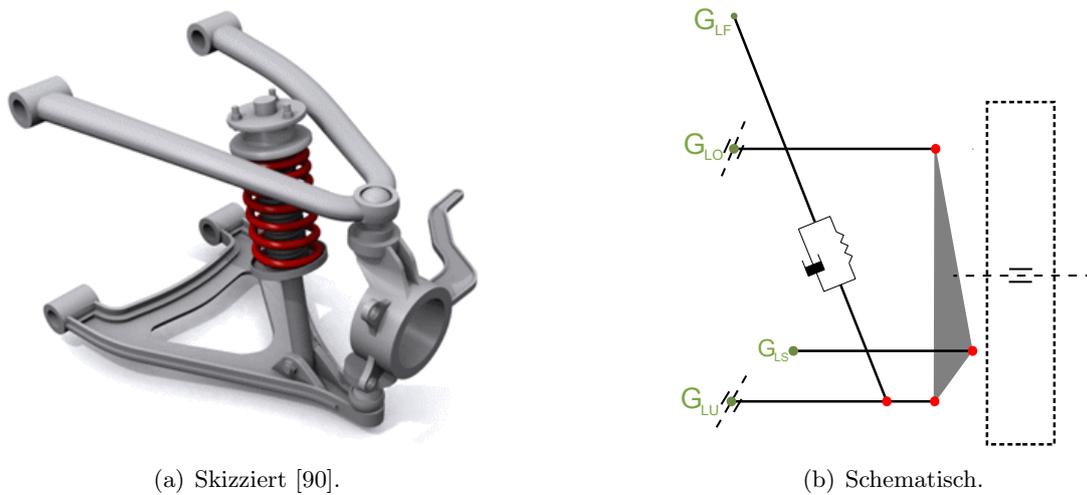


Abbildung 4.3.: Doppelquerlenkerradaufhängung.

Doppelquerlenkerradaufhängung mit jeweils zwei fahrzeugkörperseitigen Kugelgelenken lassen sich schematisch als einzelne Lenker mit je einem Scharniergelenk in den Punkten G_{LO} und G_{LU} als Verbindung zum Fahrzeugkörper abbilden (vgl. Abbildung 4.3(b)). Die Hauptfeder, vereinfachend mit dem Dämpferelement zusammengefasst, ist über ein Kugelgelenk im Punkt G_{LF} mit dem Fahrzeugkörper verbunden. Die Spurstange (Tie rod) der Radaufhängung ist über ein Kugel- oder Scharniergelenk G_{LS} mit der Zahnstange (Steering rack) des Lenksystems verbunden (vgl. Abbildung 4.4).

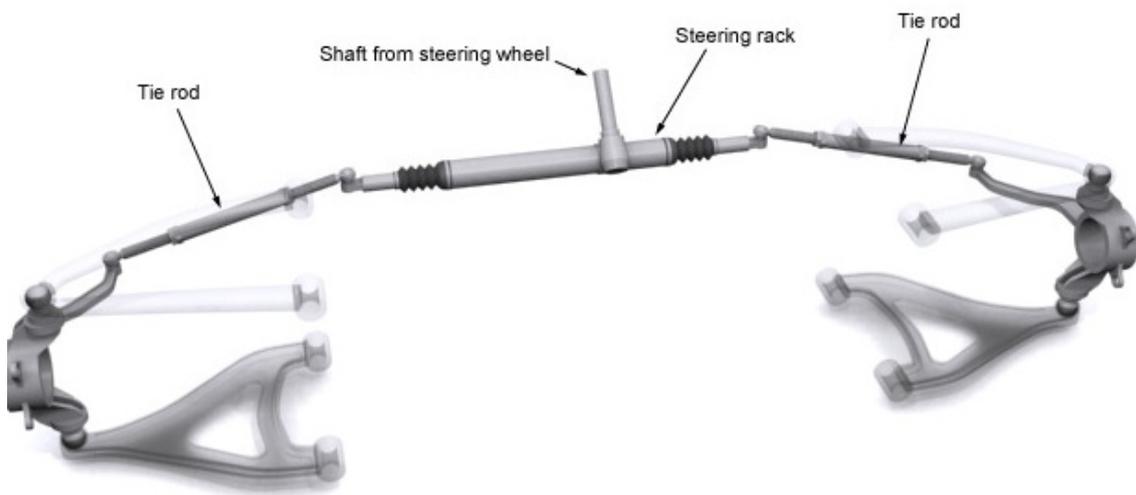


Abbildung 4.4.: Zahnstangenlenkung inklusive Anbindung an eine Radaufhängung [89].

Erweitert man dies analog auf die rechte Seite, dann ergeben sich für die abstrakte Darstellung des modularisierten Basisfahrzeugs mit einzelnen Komponenten für Fahrzeugkörper, Radaufhängungen und Lenksystem eine Vielzahl von Schnittstellen (vgl. Abbildung 4.2). Unabhängig von der Frage, ob die Gelenke direkt in den einzelnen Komponentenmodellen oder als zusätzliche explizite Kopplungselemente abgebildet werden, hat dies Folgen für die

Austauschbarkeit von Komponentenmodellen: Für eine modularisierte Abbildung der Komponenten des Basisfahrzeugs in unabhängigen Modellen muss, abhängig von der Art der verwendeten Radaufhängung, somit jeweils eine unterschiedliche Anzahl von Schnittstellen für die Verkopplung mit dem Fahrzeugkörper und dem Lenksystem bereitgestellt werden. Infolgedessen können für einen modularen Aufbau des Basisfahrzeugs nicht schnell und einfach unterschiedlichen Typen für Radaufhängungen und Lenksysteme ausgetauscht und eingebunden werden, ohne größere Anpassungen an den Schnittstellen vornehmen zu müssen. Darüber hinaus werden für die Gelenke in den Schnittstellen je nach Typ der Radaufhängung unterschiedliche Arten von Gelenken verwendet, so dass neben der Anzahl zudem die Art der Schnittstellen angepasst werden muss.

4.2.2. Zentrale Schnittstellen

Für eine generische Modellierung von Teilkomponenten bietet die Verwendung zentraler Schnittstellen erhebliche Vorteile [26]. Abbildung 4.5 zeigt exemplarisch das Vorgehen für das Modell der linken Hälfte einer Doppelquerlenkerachse. Hierbei werden mehrere Gelen-

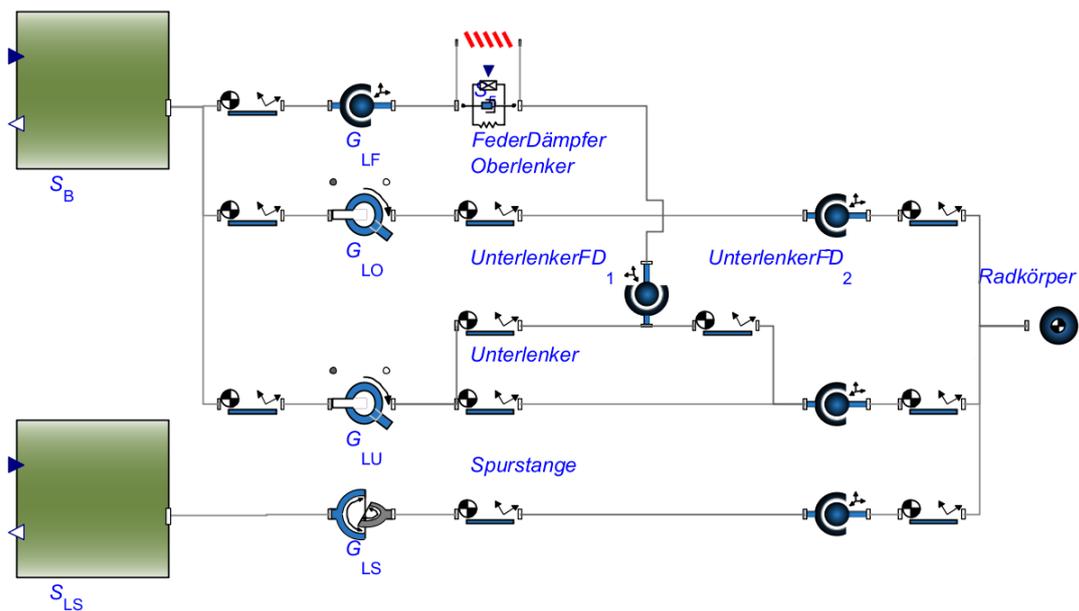


Abbildung 4.5.: Erweitertes MapleSim Modell der linken Hälfte einer Doppelquerlenkerachsaufhängung mit Schnittstellen S_B zum Fahrzeugkörper und S_{LS} zum Lenksystem.

ke, die eine Verbindung zu ein und derselben Komponente darstellen, über eine abstrakte zentrale Schnittstelle angebunden.

Für die Verbindung zum Fahrzeugkörper bietet sich das fahrzeugkörperfeste Bezugssystem als zentrale Schnittstelle an. Die einzelnen Verbindungen einer Radaufhängung mit dem Fahrzeugkörper werden an die zentrale Schnittstelle S_B angebunden. Gleichmaßen kann man bei der Verbindung zum Lenksystem vorgehen. Die ursprüngliche Modellierung der Radaufhängung relativ zu einem weltfesten Bezugssystem als Basis wird daher lediglich durch die signalbasierten Schnittstellen S_B zum Fahrzeugkörper und S_{LS} zum Lenksystem ersetzt (vgl. Abbildung 4.5 links).

Abstrakt betrachtet vereinfacht sich die Vielzahl der Schnittstellen aus Abbildung 4.2 folglich

zu wenigen zentralen und generischen Schnittstellen gemäß Abbildung 4.6. Der Signalfluss

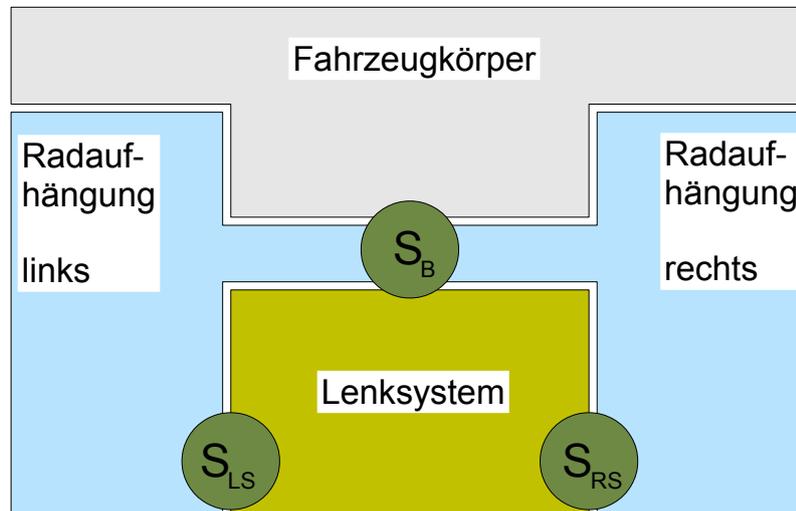


Abbildung 4.6.: Zentrale Schnittstellen des modularisierten Basisfahrzeugs.

zwischen den Komponenten wird reduziert und die Modellierung der Komponente so wenig wie möglich beeinflusst, da die Komponentenschnittstellen unabhängig von der Modellierung gültig sind. Eventuelle Nichtlinearitäten in den Gelenken verbleiben daher in den Komponentenmodellen und müssen nicht zusätzlich nachgebildet werden. Des Weiteren können die einzelnen Komponenten unabhängig von ihrem konkreten Aufbau in das Basisfahrzeug eingebunden werden. Dementsprechend kann z. B. die in Abbildung 4.5 gezeigte Doppelquerlenker-radaufhängung an der Vorderachse einfach und schnell durch eine Mehrlenkerradaufhängung ersetzt werden.

4.3. Strukturangepasste Kopplungstechnik

Die vorgestellte strukturangepasste Kopplung stellt eine Möglichkeit dar, auf der Grundlagen einer nicht-generischen Bewegungsgleichungsstruktur Komponentenmodelle für Radaufhängung und Lenksystem in das Basisfahrzeug einzubinden. Dieser Ansatz benötigt detaillierte Kenntnis über die einzubindenden Komponentenmodelle und ist im Allgemeinen nicht automatisierbar. Da die Struktur der Bewegungsgleichungen jedoch unverändert bleibt und keine zusätzlichen Kopplungselemente benötigt werden, ist diese Vorgehensweise äußerst performant.

Im Folgenden werden die im Rahmen dieser Technik benötigten Schnittstelleninformationen bezüglich der durch das zu Grunde liegende physikalische Prinzip vorgegebenen impliziten kinematischen Bindungen skizziert. Als Grundlage für die folgenden Darstellungen dient dabei das Basisfahrzeugmodell aus DYNA4 basierend auf dem Prinzip von Jourdain (vgl. Abschnitt 4.1).

4.3.1. Richtungsvektoren

Bei der Aufstellung der Bewegungsgleichungen über das Prinzip von Jourdain können durch die Wahl geeigneter verallgemeinerter Geschwindigkeiten die im System wirkenden Zwangskräfte und -momente eliminiert werden. Somit sind jedoch die kinematischen Bindungen zwischen den Teilkörpern nicht mehr explizit verfügbar und modifizierbar.

Die Information über die Bindungen ist in den partiellen Ableitungen

$$\mathcal{T}_{iz_j,B} = \frac{\partial v_{0i,B}}{\partial z_j} \in \mathbb{R}^{3 \times n_{z_j}} \quad (4.4)$$

und

$$\mathcal{D}_{iz_j,B} = \frac{\partial \omega_{0i,B}}{\partial z_j} \in \mathbb{R}^{3 \times n_{z_j}} \quad (4.5)$$

aus den Beziehungen (3.13) und (3.14) zwischen den absoluten translatorischen und rotatorischen Geschwindigkeiten $v_{0i,B}$ und $\omega_{0i,B}$ für einen Teilkörper i und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_j einer Komponente j enthalten. Sofern die verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_j skalar sind, spricht man von den Richtungsvektoren $\mathcal{T}_{iz_j,B}$ der Translation und $\mathcal{D}_{iz_j,B}$ der Rotation. Ist z_j ein Vektor, so wird für $\mathcal{T}_{iz_j,B}$ und $\mathcal{D}_{iz_j,B}$ im Weiteren von Matrizen von Richtungsvektoren gesprochen.

Hinsichtlich der Unterteilung des Basisfahrzeugs in einzelne, getrennt voneinander modellierbare Komponenten, müssen auch die Richtungsvektoren entsprechend der Wahl der Kopplungssysteme in den Schnittstellen S_B , S_{LS} und S_{RS} des Gesamtsystems unterteilt werden (vgl. Abbildung 4.6). Für die strukturangepasste Technik fallen die Kopplungssysteme per Definition zusammen und dienen lediglich dem Austausch von Kopplungsinformationen. Die eigentliche Kopplung ist hingegen über die geschickte Wahl verallgemeinerter Koordinaten bereits implizit in den Bewegungsgleichungen abgelegt.

Die absoluten Koordinaten des Kopplungssystems in der Schnittstelle S_B zwischen Radaufhängung oder Lenksystem und Fahrzeugkörper sind im fahrzeugkörperfesten Bezugssystem definiert und entsprechen damit unter der Voraussetzung starrer und ungesteuerter Anlenkpunkte den verallgemeinerten Koordinaten y_F des Fahrzeugkörpers. Demzufolge vereinfachen sich die Matrizen von Richtungsvektoren im Fahrzeugkörper zu Einheitsmatrizen passender Dimension.

Für die Verbindung von Lenksystem und Radaufhängung ist die Positionierung der Schnittstellen hingegen von der jeweiligen Konfiguration abhängig. Dies bedeutet im Allgemeinen, dass die Matrizen von Richtungsvektoren (4.4) und (4.5) aufgeteilt und in den beiden Komponenten jeweils relativ zum Kopplungssystem angegeben werden müssen. Exemplarisch sei dies für die Matrix des translatorischen Richtungsvektors

$$\mathcal{T}_{R_{LS}z_L,B} = \frac{\partial v_{0R_{LS},B}}{\partial z_L} \in \mathbb{R}^{3 \times n_{z_L}} \quad (4.6)$$

des linken Radkörpers R_{LS} an der Vorderachse in Bezug auf den Lenkfreiheitsgrad erläutert. In Entsprechung zu (3.13) ergibt sich (4.6) aus der partiellen Ableitung des translatorischen Geschwindigkeitsvektors $v_{0R_{LS},B}$ der Radkörpermitte nach der verallgemeinerten Geschwindigkeit z_L des Lenksystems.

Für eine Trennung von Lenksystem und Radaufhängung mithilfe des Kopplungssystems in der Schnittstelle S_{LS} zwischen der lenkungsseitigen Zahnstange und der achsseitigen Spurstange ergibt sich eine Unterteilung in die Matrix

$$\mathcal{T}_{R_{LS}S_{LS},B} = \frac{\partial v_{0R_{LS},B}}{\partial \begin{pmatrix} v_{0S_{LS},B} \\ \omega_{0S_{LS},B} \end{pmatrix}} \in \mathbb{R}^{3 \times 6} \quad (4.7)$$

für die linke vordere Radaufhängung und in die Matrix

$$\mathcal{T}_{S_{LS}z_L,B} = \frac{\partial \begin{pmatrix} v_{0S_{LS},B} \\ \omega_{0S_{LS},B} \end{pmatrix}}{\partial z_L} \in \mathbb{R}^{6 \times n_{zL}} \quad (4.8)$$

für das Lenksystem. Hierbei sind die Richtungsvektoren der einzelnen Geschwindigkeiten jeweils in einer Matrix zusammengefasst. Der Vektor $v_{0S_{LS},B}$ beschreibt die absolute translatorische Geschwindigkeit des Kopplungssystems in der Schnittstelle S_{LS} in Koordinaten des fahrzeugkörperfesten Bezugssystems B und $\omega_{0S_{LS},B}$ die entsprechende rotatorische Geschwindigkeit. Die zusammengesetzte Matrix (4.6)

$$\mathcal{T}_{R_{LS}z_L,B} = \mathcal{T}_{R_{LS}S_{LS},B} \mathcal{T}_{S_{LS}z_L,B} \quad (4.9)$$

unterteilt sich demgemäß in das Produkt der beiden partiellen Matrizen von Richtungsvektoren (4.7) und (4.8). Analog kann auch für die Matrix $\mathcal{D}_{R_{LS}z_L,B}$ der rotatorischen Richtungsvektoren im Kopplungssystem in der Schnittstelle S_{LS} sowie die Richtungsvektoren in den weiteren Kopplungssystemen vorgegangen werden.

Für die Berechnung der Richtungsvektoren gibt es abhängig von der Komplexität der zu modellierenden Radaufhängung verschiedene Möglichkeiten [67]. Im einfachsten Fall können diese analytisch hergeleitet werden. Für kinematische Schleifen ist eine exakte Berechnung jedoch für gewöhnlich nicht möglich (vgl. Abbildung 3.2). Alternativ können die Bindungsgleichungen auch numerisch gelöst werden. Dies setzt voraus, dass die Hauptbewegungsrichtungen wie für die Radaufhängung der Radhub des Radkörpers als verallgemeinerte Koordinaten bzw. Geschwindigkeiten gewählt werden. Dies liefert weniger genaue Ergebnisse, kann aber dafür auch auf komplexere Radaufhängungen angewendet werden.

4.3.2. Projektionen

Neben den Richtungsvektoren werden Informationen über die in der jeweiligen Komponente enthaltenen massebehafteten Teilkörper, die darauf wirkenden eingepprägten Kräfte und Momente sowie deren Kinematik benötigt. Die Richtungsvektoren dienen hierbei als Projektionsterme in Richtung der in den Komponenten verbleibenden Freiheitsgrade.

Kräfte und Momente

Angesichts des hierarchischen Aufbaus des Basisfahrzeugmodells sind die Teilkörper für die Radaufhängungen und das Lenksystem mit ihren Massenanteilen in der Dynamik des Fahrzeugkörpers enthalten. Durch die Wahl von Relativkoordinaten für Radaufhängung und Lenksystem leisten bis auf die Massenkräfte und -momente, infolge der Restbeschleunigungen der

einzelnen Teilkörper, die inneren Kräfte und Momente aus den Radaufhängungen wie etwa aus Hauptfeder oder Dämpfer und dem Lenksystem auf den Fahrzeugkörper keinen Beitrag zur Dynamik des Systems. Die an den Radkörpern eingepprägten Kräfte und Momente z. B. aus den Reifen und dem Antriebsstrang, wirken somit auf die beiden Hälften der Radaufhängungen sowie auf den Fahrzeugkörper.

Abbildung 4.7 gibt einen Überblick über die an den Schnittstellen der modularisierten Komponenten des Basisfahrzeugmodells benötigten Informationen. Aufgrund der kinematischen

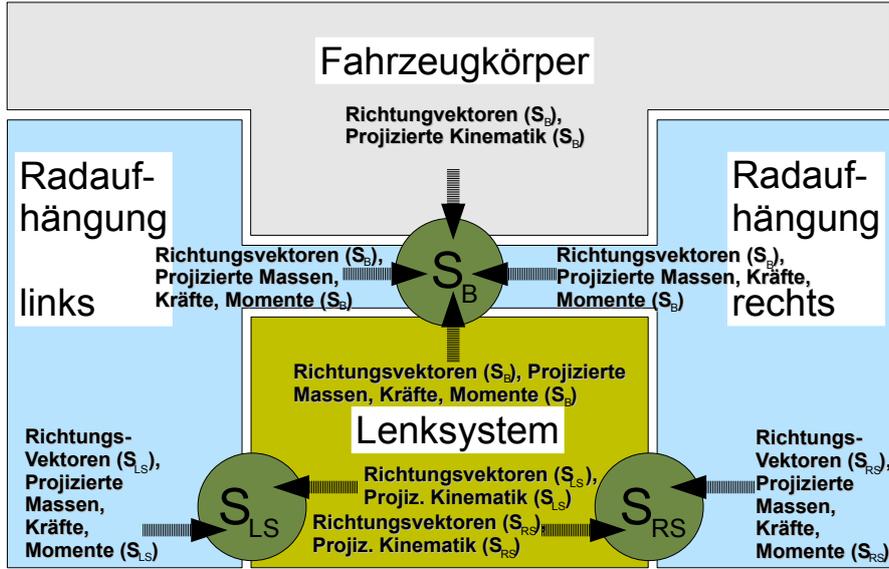


Abbildung 4.7.: Schnittstelleninformationen für strukturangepasste Kopplung bei modularisiertem Basisfahrzeug.

Bindungen zwischen den einzelnen Komponenten des Basisfahrzeugs hat beispielsweise eine Krafteinwirkung $F_{R_{LS},B}^e$ auf den linken Radkörper R_{LS} einen direkten Einfluss auf die verallgemeinerten Koordinaten y_L und Geschwindigkeiten z_L des Lenksystems. Dazu muss der entsprechende Vektor der projizierten Kräfte und Momente im Kopplungssystem in der Schnittstelle S_{LS} unter Berücksichtigung von (4.7) in der Form

$$(\mathcal{F}_{R_{LS},B}^e)_{S_{LS}} = \mathcal{T}_{R_{LS}S_{LS},B}^T F_{R_{LS},B}^e \in \mathbb{R}^{6 \times 1} \quad (4.10)$$

bereitgestellt werden. Im Gegenzug wird die zugehörige Matrix von Richtungsvektoren (4.8) bezüglich der Schnittstelle S_{LS} benötigt, so dass (4.10) gemäß

$$Q_{L_{R_{LS}}} = \mathcal{T}_{S_{LS}z_L,B}^T (\mathcal{F}_{R_{LS},B}^e)_{S_{LS}} \in \mathbb{R}^{n_{z_L} \times 1} \quad (4.11)$$

auf die Freiheitsgrade des Lenksystems projiziert werden kann. Der Vektor $Q_{L_{R_{LS}}}$ stellt somit den Anteil im Lenksystem dar, welcher aus den am linken Radkörper eingepprägten Kräften und Momenten folgt.

Dieses Vorgehen muss auf alle in den Teilkörpern der einzelnen Komponenten vorhandenen eingepprägten Kräfte und Momente sowie dort wirkende Massenkräfte und -momente angewandt werden. Dies betrifft z. B. die Radkörper und massebehafteten Lenker einer Radaufhängung bzw. die massebehaftete Zahnstange im Lenksystem, die jeweils Auswirkungen auf kinematisch angekoppelte Komponenten haben. Die komponentenübergreifenden Berechnungen aus (4.11) werden vorteilhaft in einer zentralen Routine durchgeführt (vgl. Abschnitt

5.3.1). Die einzelnen Komponenten stellen hierfür lediglich die Informationen bezüglich der Schnittstellen zur Verfügung.

Massen

Gleichermaßen müssen auch Informationen über die bezüglich der Systemfreiheitsgrade beschriebenen Massenwirkungen bereitgestellt werden. Zur Bestimmung der Massenanteile auf der Hauptdiagonalen der Massenmatrix M in (4.2) kann analog wie für die Kräfte und Momente vorgegangen werden. Zusätzlich müssen Massenkopplungen zwischen den Komponenten berücksichtigt werden. Es handelt sich dabei um Massen im System, die gleichzeitig Einfluss auf die Freiheitsgrade mehrerer Komponenten haben und als Nebendiagonaleinträge in der symmetrischen Massenmatrix M aus (4.2) auftreten.

Exemplarisch sei dies für die Massenkopplung von vorderer Radaufhängung V und Lenksystem L mit der Matrix M_{VL} gezeigt. Es wird angenommen, dass das Lenksystem eine massebehaftete Zahnstange mit Masse m_Z und Trägheitstensor Θ_Z und die vordere Radaufhängung massebehaftete Radkörper mit Massen $m_{R_{LS}}$ und $m_{R_{RS}}$ und Trägheitstensoren $\Theta_{R_{LS}}$ und $\Theta_{R_{RS}}$ beinhaltet. Aufgrund der kinematischen Verkopplung der lenkungsseitigen Zahnstange mit den achsseitigen Spurstangen haben diese Massen und Trägheiten sowohl Einfluss auf die Freiheitsgrade des Lenksystems als auch auf die Freiheitsgrade der Radaufhängung an der Vorderachse. Gemäß (3.17) ergibt sich

$$\begin{aligned} M_{VL} &= \mathcal{T}_{Zz_L,B}^T m_Z \mathcal{T}_{Zz_V,B} + \mathcal{D}_{Zz_L,B}^T \Theta_Z \mathcal{D}_{Zz_V,B} \\ &+ \underbrace{\mathcal{T}_{R_{LS}z_L,B}^T m_{R_{LS}} \mathcal{T}_{R_{LS}z_V,B}}_{(m_{R_{LS}})_{VL}} + \mathcal{D}_{R_{LS}z_L,B}^T \Theta_{R_{LS}} \mathcal{D}_{R_{LS}z_V,B} \\ &+ \mathcal{T}_{R_{RS}z_L,B}^T m_{R_{RS}} \mathcal{T}_{R_{RS}z_V,B} + \mathcal{D}_{R_{RS}z_L,B}^T \Theta_{R_{RS}} \mathcal{D}_{R_{RS}z_V,B} \in \mathbb{R}^{n_{z_L} \times n_{z_V}}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Hier gehen die Richtungsvektoren der massebehafteten Teilkörper bezüglich der Freiheitsgrade der beteiligten Komponenten mit ein. Der Vektor $\mathcal{T}_{R_{LS}z_V,B}$ beschreibt beispielsweise die Abhängigkeit der translatorischen Geschwindigkeit $v_{0R_{LS},B}$ der linken Radkörpermasse R_{LS} von den verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_V der vorderen Radaufhängung. Analog beschreibt Vektor $\mathcal{T}_{R_{LS}z_L,B}$ die Abhängigkeit von den verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_L des Lenksystems.

Angesichts der Unterteilung des Basisfahrzeugs in einzelne Komponenten betrifft die Matrix von translatorischen Richtungsvektoren $\mathcal{T}_{R_{LS}z_L,B}$ die vordere Radaufhängung sowie das Lenksystem und wird wie in (4.9) aufgeteilt. Dementsprechend lässt sich der Ausdruck $(m_{R_{LS}})_{VL}$ aus (4.12) durch Einsetzen von (4.9) darstellen als

$$(m_{R_{LS}})_{VL} = \mathcal{T}_{S_{LS}z_L,B}^T \underbrace{\mathcal{T}_{R_{LS}S_{LS},B}^T m_{R_{LS}} \mathcal{T}_{R_{LS}z_V,B}}_{(m_{R_{LS}})_V}, \quad (4.13)$$

aufgeteilt in einen lenkungsseitigen Anteil $\mathcal{T}_{S_{LS}z_L,B}^T$ und einen Anteil für die vordere Radaufhängung $(m_{R_{LS}})_V$. Aus diesem Grund ist der Anteil $\mathcal{T}_{S_{LS}z_L,B}^T$ aus (4.13) in den Richtungsvektoren bezüglich der Schnittstelle S_{LS} enthalten, die vom Lenksystem an die erwähnte zentrale Routine zum Aufstellen der Struktur der Bewegungsgleichungen übergeben werden. Der Anteil $(m_{R_{LS}})_V$ aus (4.13) ist in den projizierten Massen bezüglich der Schnittstelle S_{LS} berücksichtigt, die von der vorderen Radaufhängung an die zentrale Routine weitergegeben

werden. Analog kann für die restlichen translatorischen und rotatorischen Terme in (4.12) vorgegangen werden. Für weitere Massen wie massebehaftete Lenker in der Radaufhängung müssen diese Berechnungen zu deren Relativbewegungen passend erweitert werden.

Kinematik

In gleicher Weise wie für die Massen, Kräfte und Momente wird auch die Kinematik über die Richtungsvektoren den kinematisch verbundenen Teilkörpern aufgeprägt.

Die Übertragung der Kinematik des Lenkfreiheitsgrades vom Lenksystem an die beiden Hälften der Radaufhängung ist z. B. für eine Zahnstangenlenkung und eine kinematisch verbundene Radaufhängung ohne eigenen Lenkfreiheitsgrad erforderlich. Die Kinematik des Lenkfreiheitsgrades vom Lenksystem wird in die Schnittstellen S_{LS} und S_{RS} projiziert und an die beiden Seiten der vorderen Radaufhängung übergeben (vgl. Abbildung 4.7). Die Kinematik des Lenksystems wird dabei durch die verallgemeinerten Koordinaten y_L und die verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_L beschrieben. Die lenkungsseitige Projektion der kinematischen Größen in die Kopplungssysteme erfolgt mittels Multiplikation mit den entsprechenden Matrizen von Richtungsvektoren $\mathcal{T}_{S_{LS}z_L,B}$ und $\mathcal{T}_{S_{RS}z_L,B}$ gemäß (4.8). In der vorderen Radaufhängung gehen diese Informationen durch Projektion mit den Matrizen von Richtungsvektoren $\mathcal{T}_{R_{LS}S_{LS},B}$ und $\mathcal{T}_{R_{RS}S_{RS},B}$ in Entsprechung zu (4.7) in die Bewegungsrichtung des Radkörpers ein. Je nach Aufbau der Radaufhängung wirken sich die Lenkfreiheitsgrade auf weitere kinematisch mit dem Lenksystem in Verbindung stehende Teilkörper aus.

Ebenso gilt dies für die Freiheitsgrade des Fahrzeugkörpers. Aufgrund der relativen Darstellung der Komponenten für die Radaufhängungen und das Lenksystem gegenüber dem Fahrzeugkörper, werden die zugehörigen Kinematikinformationen zur Berechnung der Massenkräfte und -momente der in diesen Komponenten enthaltenen Teilkörper benötigt.

Anders als die Massen, Massenkräfte und -momente und eingepprägten Kräfte und Momente, die wegen der kinematischen Bindungen komponentenübergreifend wirken, werden die soeben beschriebenen kinematischen Informationen direkt von Komponente zu Komponente übergeben und nicht in einer zentralen Routine gesammelt. Damit wird ein Signalfluss ohne zusätzliche Zeitverzögerungen im modularisierten Basisfahrzeugmodell sichergestellt (vgl. Abschnitt 5.3.1).

4.3.3. Einsetzbarkeit

Die im Rahmen der strukturangepassten Kopplung benötigten Schnittstelleninformationen können von generischen Multiphysik- oder MKS-Werkzeugen in der Regel nicht automatisiert bereitgestellt werden. Symbolische Werkzeuge zur Erzeugung von Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen wie NEWEUL-M² [49, 37] hingegen können diese Informationen mittels Nachbearbeitung durch symbolische Manipulatoren wie MuPAD [92] liefern. Dazu benötigt der Benutzer jedoch Expertenwissen über das Modell, um die benötigten Richtungsvektoren, Massen, Massenkräfte und -momente und auf die jeweilige Komponente eingepprägten Kräfte und Momente bereitstellen zu können.

Gegenüber dem ursprünglichen monolithischen Modell aus Abschnitt 4.1 entsteht bei der strukturangepassten Kopplung lediglich durch die Aufteilung der Richtungsvektoren in den

Kopplungssystemen ein zusätzlicher Berechnungsaufwand in Form von Matrixmultiplikationen.

4.4. Generische Kopplungstechniken

Die Randbedingungen für die strukturangepasste Einbindung von Komponentenmodellen stellen für die automatisierbare Einbindung mittels multiphysikalischer oder MKS-Werkzeugen generierter Modelle im Allgemeinen zu große Einschränkungen dar. Für diese Anwendung bedarf es generischer Schnittstellen und entsprechender Kopplungstechniken, für welche die kinematischen Bindungen zwischen den einzelnen Komponenten explizit in geeigneten Schnittstellen modelliert werden können.

Die einzelnen Komponenten werden im folgenden Ansatz komplett unabhängig voneinander betrachtet. Gegenüber der strukturangepassten Technik unter Verwendung von Relativkoordinaten wird die Dynamik der Radaufhängungen und des Lenksystems nicht mehr im Fahrzeugkörper berücksichtigt und die Bewegungen der Komponenten im Raum werden getrennt voneinander dargestellt, um schließlich zu einem Ganzen zusammengefügt zu werden.

Im Folgenden wird auf die Einführung zusätzlicher starrer Verbindungen in den zentralen Schnittstellen zwischen den Komponentenmodellen eingegangen. Darauf aufbauend werden drei verschiedene Techniken für eine starre Verkopplung präsentiert:

- das Aufprägen von Bewegungen bei gleichzeitiger Berechnung von Reaktionskräften,
- die Kopplung über Feder-/Dämpferelemente,
- die Kopplung über zusätzliche algebraische Nebenbedingungen zwischen den einzelnen Komponenten.

Diese ermöglichen eine generische Einbindung von mechanischen Komponentenmodellen aus multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen in Simulationsmodelle, modelliert in einer signalbasierten Umgebung. Zur Verdeutlichung werden die daraus resultierenden Bewegungsgleichungen jeweils für ein vollständig modulares Fahrzeugmodell, das sich aus Komponenten für den Fahrzeugkörper, Radaufhängungen sowie Lenksystem zusammensetzt, dargestellt. Dabei ist auch die Verwendung verschiedener Kopplungstechniken innerhalb eines Gesamtmodells möglich.

4.4.1. Starre Verbindungen

Die Kopplung in den zentralen Schnittstellen wird in Form von starren Verbindungen modelliert. Dazu wird die relative Bewegung der Kopplungssysteme der jeweiligen Komponenten zueinander gesperrt. Abhängig von der verwendeten Kopplungstechnik können die Kopplungssysteme massebehaftet sein. Im Falle von explizit benötigten Massen kann auch von Kopplungskörpern gesprochen werden. Dieses Vorgehen ist vergleichbar mit der Duplikation von Körpern bei geschlossenen kinematischen Schleifen bei [103].

Für die Verkopplung von zwei Komponenten in den Systemen 1 und 2 in einer gemeinsamen

Schnittstelle ergibt sich formal die Forderung

$$\begin{pmatrix} r_{01,0_x} \\ r_{01,0_y} \\ r_{01,0_z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r_{02,0_x} \\ r_{02,0_y} \\ r_{02,0_z} \end{pmatrix} = 0$$

mit absoluten Positionsvektoren $r_{01,0}$ und $r_{02,0}$ für die Kopplungssysteme. Analog gilt dies auch für die Rotationen mit der Differenz der Kardanwinkel

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = 0.$$

Exemplarisch werden die Translationen und Rotationen für das System 1 im Vektor

$$p_{01,0} = \begin{pmatrix} r_{01,0_x} \\ r_{01,0_y} \\ r_{01,0_z} \\ \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

zusammengefasst.

Oftmals ist die Information über die Kardanwinkel von Systemen in multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen nicht direkt verfügbar, sondern nur die zugehörige Rotationsmatrix. Je nach Art der gewählten Verkopplung können daraus unter Berücksichtigung möglicher singulärer Lagen entweder Kardanwinkel berechnet oder wie im Falle von zusätzlichen algebraischen Nebenbedingungen direkt die Spalten der Rotationsmatrizen verwendet werden. Neben der Verwendung von Kardanwinkeln kommen prinzipiell auch andere Winkeldefinitionen wie Eulerwinkel in Betracht.

Sofern zwischen zwei Komponentenmodellen wie zwischen dem Lenksystem für eine Zahnstangenlenkung und einer Hälfte der Radaufhängung einer Doppelquerlenkerachse nur ein Schnittstellengelenk existiert, kann dieses prinzipiell auch direkt in Form eines Kugelgelenks modelliert werden. Gleichmaßen gilt dies für eine elastische Verbindung von Spur- und Zahnstange, die als Feder-/Dämpferelement abgebildet werden kann.

4.4.2. Aufprägen von Bewegungen

Eine starre Verbindung in einer zentralen Schnittstelle kann durch Aufprägen von Bewegungen realisiert werden. Dazu werden die Translationen und Rotationen des Kopplungssystems einer Komponente durch die Bewegung einer zweiten Komponente in der gemeinsamen Schnittstelle vorgegeben. Multiphysik- wie auch MKS-Werkzeuge stellen für diese Art der Verkopplung geeignete Aktuatoren und Sensoren zur Verfügung.

Vorgehensweise für das Basisfahrzeugmodell

Exemplarisch wird die Vorgehensweise für die Verkopplung des Fahrzeugkörpers mit dem Lenksystem in der Schnittstelle S_B erläutert (vgl. Abbildung 4.8). Der Fahrzeugkörper prägt

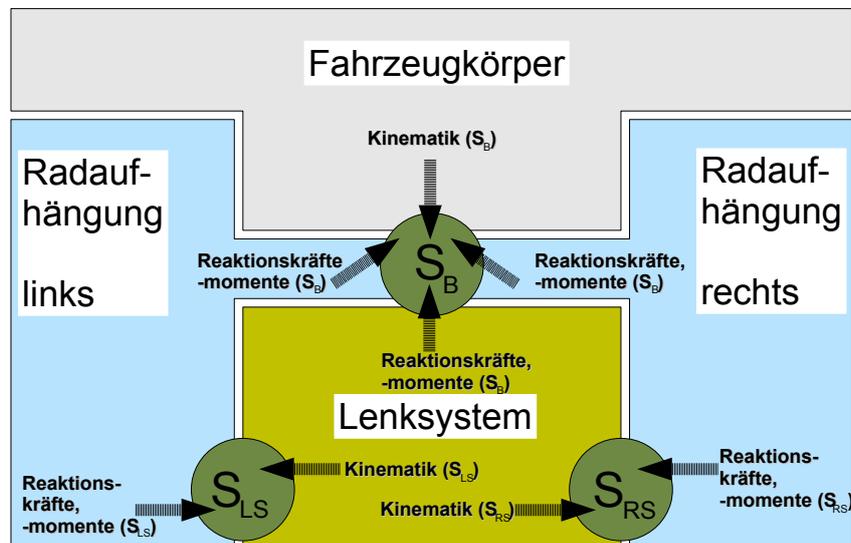


Abbildung 4.8.: Schnittstelleninformationen bei modularisiertem Basisfahrzeug unter Verwendung der Technik mit aufgeprägter Kinematik.

dem lenkungsseitigen Kopplungssystem der Schnittstelle S_B die Bewegung des fahrzeugkörperseitigen Kopplungssystems auf und erfährt im Gegenzug Reaktionskräfte und -momente. Zur Modellierung werden Sensoren für die translatorische und die rotatorische Kinematik im fahrzeugkörperseitigen Kopplungssystem der Schnittstelle S_B benötigt (vgl. Abbildung 4.9). Wie aus Abbildung 4.9(b) ersichtlich ist, werden diese Informationen im Kopplungssystem im Lenksystem mithilfe einer Kombination aus einem translatorischen und einem rotatorischen Aktuator gegenüber einem weltfesten Bezugssystem als Basis aufgeprägt. In

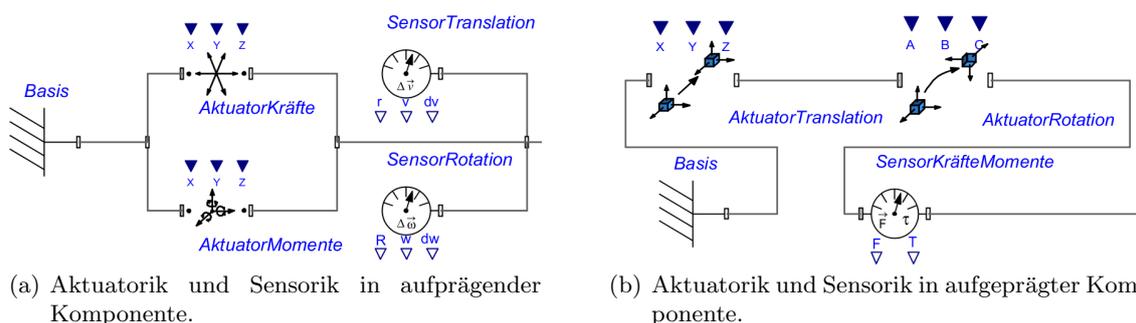


Abbildung 4.9.: Aktuatorik und Sensorik für das Aufprägen von Bewegungen in MapleSim.

der Gegenrichtung werden die entsprechenden Reaktionskräfte und -momente über einen Sensor ausgelesen und im Fahrzeugkörper über Aktuatoren für die Kräfte und Momente eingespeist (vgl. Abbildung 4.9(a)). Darüber hinaus werden für die numerische Integration zusätzlich die zeitlichen Ableitungen der Translationen und Rotationen auf Geschwindigkeits- und auf Beschleunigungsniveau benötigt.

Struktur der Bewegungsgleichungen des Basisfahrzeugmodells

Ausgehend von gewöhnlichen Differentialgleichungssystemen der Form (4.3b) für die Komponentenmodelle ergibt sich für ein modulares Basisfahrzeug mit Fahrzeugkörper, Radaufhängungen sowie Lenksystem das System von Bewegungsgleichungen

$$\underbrace{\begin{pmatrix} M_{FF} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{HH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{LL} \end{pmatrix}}_M \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{z}_F \\ \dot{z}_V \\ \dot{z}_H \\ \dot{z}_L \end{pmatrix}}_{\dot{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} Q_F + R_{VF,F} + R_{LF,F} \\ Q_V \\ Q_H \\ Q_L + R_{VL,L} \end{pmatrix}}_Q.$$

Der Kraft- und Momentenvektor $R_{VF,F}$ beinhaltet die Reaktion der vorderen Radaufhängung auf die aufgeprägte Kinematik des Fahrzeugkörpers und ist folglich abhängig von den verallgemeinerten Koordinaten y_V und Geschwindigkeiten z_V sowie der Position und Rotation des Kopplungssystems des Fahrzeugkörpers in der Schnittstelle S_B , zusammengefasst im Vektor $p_{0S_{BF},0}$ gemäß (4.14), und dessen zeitliche Ableitungen $\dot{p}_{0S_{BF},0}$ und $\ddot{p}_{0S_{BF},0}$. Der Vektor $R_{VF,F}$ ist in körperfesten Koordinaten des Kopplungssystems der aufprägenden Komponente beschrieben, das per Definition dem Kopplungssystem der aufgeprägten Komponente entspricht.

Gleichermaßen gehen in die Berechnung des Vektors $R_{LF,F}$ der Reaktionskräfte und -momente zwischen Lenksystem und Fahrzeugkörper die verallgemeinerten Koordinaten y_L und Geschwindigkeiten z_L des Lenksystems sowie der Vektor $p_{0S_{BF},0}$ des Kopplungssystems des Fahrzeugkörpers und die entsprechenden zeitlichen Ableitungen mit ein. Der Vektor $R_{VL,L}$ der Reaktionskräfte und -momente zwischen vorderer Radaufhängung und Lenksystem ist abhängig von den verallgemeinerten Koordinaten y_V und Geschwindigkeiten z_V der vorderen Radaufhängung sowie den Vektoren $p_{0S_{LSL},0}$ und $p_{0S_{RSL},0}$ für die lenkungsseitige Kinematik in den Kopplungssystemen der Schnittstellen S_{LS} und S_{RS} und deren zeitlichen Ableitungen.

Demnach werden der Vektor $p_{0S_{BF},0}$ und dessen zeitliche Ableitungen auch bei der Berechnung der Massenmatrizen M_{VV} , M_{HH} und M_{LL} und der eingepprägten Kräfte und Momente Q_V , Q_H und Q_L der vorderen und hinteren Radaufhängungen und des Lenksystems mitberücksichtigt. Da die Bewegung der Spurstangen auf der linken und rechten Seite der vorderen Radaufhängung von der Kinematik der Zahnstange aus dem Lenksystem abhängig sind, haben ebenso die Vektoren $p_{0S_{LSL},0}$ und $p_{0S_{RSL},0}$ der lenkungsseitigen Kinematik der Kopplungssysteme und deren zeitlichen Ableitungen Einfluss auf die Massenmatrix M_{VV} und die eingepprägten Kräfte und Momente Q_V der vorderen Radaufhängung.

Einsetzbarkeit

Diese Kopplung durch Aufprägen von Bewegungen hat den Vorteil, dass in einer signalbasierten Umgebung nur die Ein- und Ausgänge der modularen Komponenten über Signale miteinander verbunden werden müssen und keine weiteren expliziten Kopplungselemente in den Schnittstellen erforderlich sind. Die ursprüngliche Modellierung der Komponenten wird nicht beeinflusst und außer den über die Sensoren bereitgestellten Informationen werden keine weiteren Größen aus den zu koppelnden Systemen benötigt. Dadurch bleibt die Struktur der Bewegungsgleichungen in Form von gewöhnlichen Differentialgleichungen erhalten. Es

muss jedoch von vornherein festgelegt werden, welche Komponente in den Kopplungssystemen der gemeinsamen Schnittstelle Kinematik aufprägt und welche Komponente darauf reagiert.

Außerdem werden die Kopplungen zwischen den Komponenten getrennt voneinander in den einzelnen Schnittstellen berechnet. Somit ergibt sich für eine Mehrfachverkopplung von Komponenten teilweise ein zweifacher Zeitverzug. Deutlich wird dies anhand der Abbildung 4.8 für einen komplett modularen Aufbau des Basisfahrzeugs. In der vorderen Radaufhängung werden sowohl vom Fahrzeugkörper als auch vom Lenksystem Bewegungen aufgeprägt. Nach Aufprägen der Kinematik aus dem Lenksystem auf die linke Hälfte der Radaufhängung in der Schnittstelle S_{LS} werden die Reaktionskräfte und -momente infolge des modularen Aufbaus des Basisfahrzeugmodells und der sequentiellen Abarbeitungsreihenfolge einen Zeitschritt verspätet zurückgeliefert. Die verzögerten Reaktionskräfte und -momente gehen in die Berechnung der Reaktionskräfte und -momente zwischen Lenksystem und Fahrzeugkörper in der Schnittstelle S_B ein, die wiederum erst einen Zeitschritt später an den Fahrzeugkörper übergeben werden. Demzufolge werden die Reaktionskräfte und -momente aus dem Radkörper, die indirekt über das Lenksystem auf den Fahrzeugkörper wirken, im Endeffekt mit zwei Zeitschritten Verspätung übergeben. Die Reaktionskräfte und -momente aus der Radaufhängung, die über die Schnittstelle S_B direkt an den Fahrzeugkörper übergeben werden, haben hingegen nur einen Zeitschritt Verspätung. Dies führt zu einer Inkonsistenz in den Reaktionskräften und -momenten.

Zudem erhält man durch das mehrfache Aufprägen von Bewegungen in einer Komponente zunehmend komplexe und aufwändig auszuwertende Gleichungen. Das Aufprägen von Bewegungen eignet sich daher vor allem für einfache Kopplungen zwischen Komponentenmodellen, nicht aber für einen komplett modularen Aufbau des Basisfahrzeugs.

4.4.3. Feder-/Dämpferelement

Für die starre Verbindung von zwei Komponenten über ein elastisches Element werden lediglich Informationen über die Kinematik in den beiden Kopplungssystemen der Komponenten benötigt. Die in der gemeinsamen Schnittstelle wirkenden Kräfte und Momente werden sodann mittels passender Aktuatoren eingeprägt (vgl. Abbildung 4.9(a)). Da zur Einhaltung der starren Verbindung häufig eine steife Feder verwendet wird, wird zusätzlich ein dämpfendes Element benötigt, um entsprechende Oszillationen zu reduzieren.

Kraftgesetz

Für die Verkopplung zweier Komponenten in den Systemen 1 und 2 über ein masseloses Feder-/Dämpferelement ergibt sich der Vektor

$$\mathcal{S}_{12,0} = C(p_{01,0} - p_{02,0}) + D(\dot{p}_{01,0} - \dot{p}_{02,0}) \quad (4.15)$$

der Kopplungskräfte und -momente. Gemäß (4.14) gehen sowohl die absoluten translatorischen Positionen $r_{01,0}$ und $r_{02,0}$ und Geschwindigkeiten $v_{01,0}$ und $v_{02,0}$ der Kopplungssysteme in (4.15) ein als auch die zugehörigen Kardanwinkel $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2$ und γ_2 sowie deren zeitliche Ableitungen. Beziehung (4.15) ist vorteilhaft im Inertialsystem 0 beschrieben und wird unter Verwendung der Matrizen $C, D \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ der translatorischen und rotatorischen Feder- und Dämpfungskonstanten berechnet.

Struktur der Bewegungsgleichungen des Basisfahrzeugmodells

Beispielsweise ergibt sich für die Verkopplung von Fahrzeugkörper und vorderer Radaufhängung daraus der vom Feder-/Dämpferelement berechnete Vektor $\mathcal{S}_{FV,0}$ der Kopplungskräfte und -momente. Diese werden als $\mathcal{S}_{FV,F}$ und $\mathcal{S}_{FV,V}$ in das Bezugssystem der jeweiligen Komponente transformiert und in den voneinander unabhängigen Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} M_F \dot{z}_F &= Q_F - \mathcal{S}_{FV,F} \\ M_V \dot{z}_V &= Q_V + \mathcal{S}_{FV,V} \end{aligned}$$

für den Fahrzeugkörper und die vordere Radaufhängung berücksichtigt.

Für ein modulares Fahrzeugmodell mit unabhängigen Bewegungsgleichungen der Form (4.3b) für Fahrzeugkörper, Radaufhängungen sowie Lenksystem an der Vorderachse ergibt sich infolgedessen das System gewöhnlicher Differentialgleichungen

$$\underbrace{\begin{pmatrix} M_{FF} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{HH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{LL} \end{pmatrix}}_M \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{z}_F \\ \dot{z}_V \\ \dot{z}_H \\ \dot{z}_L \end{pmatrix}}_{\dot{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} Q_F - \mathcal{S}_{FV,F} - \mathcal{S}_{FH,F} - \mathcal{S}_{FL,F} \\ Q_V + \mathcal{S}_{FV,V} - \mathcal{S}_{VL,V} \\ Q_H + \mathcal{S}_{FH,H} \\ Q_L + \mathcal{S}_{FL,L} + \mathcal{S}_{VL,L} \end{pmatrix}}_Q. \quad (4.16)$$

Einsetzbarkeit

Diese Kopplung stellt vom Standpunkt der Modellbildung einen sehr performanten Ansatz dar, der den geringsten Umfang an zusätzlichen Informationen und die geringsten Erweiterungen an den ursprünglichen Modellen benötigt. Des Weiteren bleibt die Struktur der Bewegungsgleichungen in Form von gewöhnlichen Differentialgleichungen erhalten. Demnach ist diese Art der Kopplung von Komponenten in den Schnittstellen für Echtzeitanwendungen prinzipiell sehr gut geeignet.

Im Gegenzug können durch die Nachbildung einer starren Verbindung mithilfe visko-elastischer Elemente Ungenauigkeiten entstehen. Für die Nachbildung elastomerer Bushings ist diese Kopplung vielfach sogar realistischer. Bei der Verbindung von Komponenten über starre Gelenke hingegen sind für eine ausreichende Einhaltung der Nebenbedingungen in den Kopplungssystemen hohe Steifigkeiten erforderlich. Dies führt zu sehr steifen Differentialgleichungen, die mittels echtzeitfähiger Integrationsverfahren, wie sie in Kapitel 5 beschrieben werden, nur eingeschränkt behandelt werden können. In [77] wird die klassische Kraftkopplung mit der Verwendung von algebraischen Nebenbedingungen als idealen Gelenken unter numerischen Gesichtspunkten verglichen.

4.4.4. Algebraische Nebenbedingungen

Eine exakte Abbildung der starren Verkopplung von Teilmodellen in den zentralen Schnittstellen kann durch die Verwendung zusätzlicher algebraischer Nebenbedingungen erreicht werden. Die Verbindungen der einzelnen Komponenten in den Schnittstellen werden dabei durch explizite Lagenebenbedingungen der Form (3.1) in Form von Gelenken abgebildet.

Kopplungsarten

Neben der starren Verbindung der Kopplungssysteme in der zentralen Schnittstelle zweier Komponenten können durch algebraische Nebenbedingungen auch eine Vielzahl weiterer Gelenke dargestellt werden, welche die relative Bewegung der Kopplungssysteme zueinander einschränken (z. B. [22, 25]). Beispielsweise liegt bei der Verkopplung des Lenksystems mit jeweils einer Hälfte einer Radaufhängung für gewöhnlich nur ein Gelenk vor. Statt zusätzlich zu diesem Gelenk eine weitere starre Verbindung einzuführen, kann die Schnittstelle auch direkt als kinematische Bindung z. B. in Form eines Kugelgelenks modelliert werden.

Auf der Grundlage einer bezüglich der Koordinaten der Kopplungssysteme aufgeteilten Darstellung der Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen werden im Folgenden die im Rahmen der Fahrzeugmodellierung wichtigsten Gelenke kurz vorgestellt: beginnend mit der einfachsten Implementierung, dem Kugelgelenk, bis hin zum starren Gelenk mit drei zusätzlichen rotatorischen Nebenbedingungen.

Aufteilung der Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen. Die Absolutkoordinaten $p_{0j,0}$ der Form (4.14) der Kopplungssysteme sind abhängig von den verallgemeinerten Koordinaten y_j der jeweiligen Komponenten und stellen die zentralen Zugangspunkte zu den unabhängigen Komponenten dar. Fasst man die für ein gekoppeltes Gesamtsystem relevanten Vektoren der Form $p_{0j,0}$ in dem Vektor p zusammen, so kann die Jacobi-Matrix G (3.22) der Lagenebenbedingungen diesbezüglich aufgeteilt werden in

$$G = \frac{\partial g}{\partial y} V = \underbrace{\frac{\partial g}{\partial p}}_{G_P} \underbrace{\frac{\partial p}{\partial y}}_P V \quad (4.17)$$

mit einem Teil G_P , der nur von den explizit gegebenen algebraischen Nebenbedingungen in den Schnittstellen abhängt, und einem Teil P , der sich aus der Kinematik der einzelnen Komponenten ergibt und eine Projektion in Richtung der absoluten Koordinaten der Kopplungssysteme darstellt.

Dies ermöglicht eine entkoppelte Betrachtung der für die Verknüpfung von Komponentenmodellen verwendeten kinematischen Bindungen von der oftmals nur als Black Box vorhandenen internen Kinematik der Teilmodelle. Unter Berücksichtigung entsprechender Berechnungsalgorithmen für differential-algebraische Systeme wird in Abschnitt 5.2 darauf eingegangen.

Kugelgelenk. Das Kugelgelenk besitzt drei rotatorische Freiheitsgrade (vgl. Abbildung 4.10). Die relative translatorische Bewegung zwischen zwei zu koppelnden Systemen 1 und 2 mit den Positionsvektoren $r_{01,0}$ und $r_{02,0}$ in Inertialkoordinaten wird über die algebraischen Nebenbedingungen

$$g_{KG} = \begin{pmatrix} r_{01,0_x} - r_{02,0_x} \\ r_{01,0_y} - r_{02,0_y} \\ r_{01,0_z} - r_{02,0_z} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

gesperrt. Somit ergibt sich zufolge der Aufteilung in (4.17) die konstante Matrix

$$G_{P_{KG}} = \frac{\partial g_{KG}}{\partial \begin{pmatrix} p_{01,0} \\ p_{02,0} \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} I & 0 & -I & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 12} \quad (4.19)$$

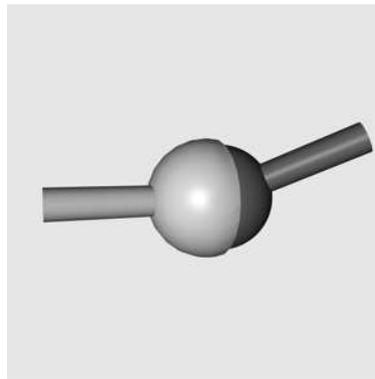


Abbildung 4.10.: Kugelgelenk.

der algebraischen Nebenbedingungen bezüglich der Vektoren $p_{01,0}$ und $p_{02,0}$ mit $I, 0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

Scharniergelenk. Das Kugelgelenk lässt sich unter Zuhilfenahme zusätzlicher Nebenbedingungen für die relativen Rotationen zwischen zwei Systemen auf ein Scharniergelenk erweitern (vgl. Abbildung 4.11). Die relative Bewegung zweier Koordinatenachsen wird mittels

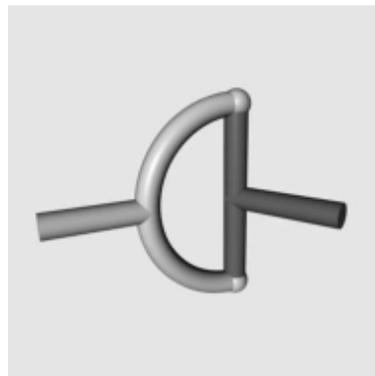


Abbildung 4.11.: Scharniergelenk.

der skalaren Orthogonalitätsbedingung

$$(A_{01_z})^T A_{02_x} = 0$$

in den zu koppelnden Systemen eingeschränkt. Diese Art von Nebenbedingungen lässt sich über die Beziehung von Winkeln nicht eindeutig festlegen, so dass hierfür auf die Rotationsmatrizen der einzelnen Systeme zurückgegriffen werden muss. Exemplarisch werden die z -Achse A_{01_z} von System 1 und die x -Achse A_{02_x} von System 2 verwendet.

Die algebraischen Nebenbedingungen

$$g_{SG} = \begin{pmatrix} r_{01,0_x} - r_{02,0_x} \\ r_{01,0_y} - r_{02,0_y} \\ r_{01,0_z} - r_{02,0_z} \\ (A_{01_z})^T A_{02_x} \\ (A_{01_z})^T A_{02_y} \end{pmatrix}$$

stellen zusammen mit den translatorischen Nebenbedingungen (4.18) und unter Berücksichtigung einer weiteren Orthogonalitätsbedingung ein Scharniergelenk mit einem verbleibenden Rotationsfreiheitsgrad um die z-Achse in System 1 dar.

Starres Gelenk. Durch Hinzunahme einer weiteren Orthogonalitätsbedingung lässt sich ein starres Gelenk in der Form

$$g_{\text{StG}} = \begin{pmatrix} r_{01,0_x} - r_{02,0_x} \\ r_{01,0_y} - r_{02,0_y} \\ r_{01,0_z} - r_{02,0_z} \\ (A_{01_z})^T A_{02_x} \\ (A_{01_z})^T A_{02_y} \\ (A_{01_x})^T A_{02_y} \end{pmatrix}$$

abbilden. Angesichts der in den Orthogonalitätsbedingungen verwendeten Skalarprodukte ergibt sich daher die nicht-konstante Matrix

$$G_{P_{\text{StG}}} = (G_{P_{\text{StG}1}} | G_{P_{\text{StG}2}}) \in \mathbb{R}^{6 \times 24} \quad (4.20)$$

mit

$$G_{P_{\text{StG}1}} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (A_{02_x})^T \\ 0 & 0 & 0 & (A_{02_y})^T \\ 0 & (A_{02_y})^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 12} \quad (4.21)$$

und

$$G_{P_{\text{StG}2}} = \begin{pmatrix} -I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (A_{01_z})^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (A_{01_z})^T & 0 \\ 0 & 0 & (A_{01_x})^T & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 12} \quad (4.22)$$

bezüglich der Position $r_{01,0}$ und der Spalten der Rotationsmatrix A_{01} von System 1 sowie der Position $r_{02,0}$ und der Spalten der Rotationsmatrix A_{02} von System 2 mit Einheitsmatrizen $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

Aufgrund der Tatsache, dass neben den translatorischen auch die rotatorischen Bewegungsrichtungen gesperrt sind, kann bei Verfügbarkeit auf die Differenz von Kardanwinkel als Nebenbedingungen für die rotatorischen Freiheitsgrade übergegangen werden. Man erhält somit die Beziehung

$$g_{\text{StG}} = p_{01,0} - p_{02,0} \quad (4.23)$$

und eine konstante Matrix

$$G_{P_{\text{StG}}} = (I \quad -I) \in \mathbb{R}^{6 \times 12} \quad (4.24)$$

bezüglich der Vektoren $p_{01,0}$ und $p_{02,0}$ mit Einheitsmatrizen $I \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$. Sofern keine Kardanwinkel in den Kopplungssystemen verfügbar sind, muss auf die nichtlineare Variante (4.20) mit Rotationsmatrizen zurückgegriffen werden. Dies kann bei exportierten Komponentenmodellen aus multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen durchaus der Fall sein, da diese in der Regel in den Kinematikensensoren die Rotationsmatrizen entsprechender Systeme bereitstellen und nicht notwendigerweise eine entsprechende Winkeldarstellung.

Allgemeine Vorgehensweise für das Basisfahrzeugmodell

Durch die Berücksichtigung zusätzlicher algebraischer Nebenbedingungen zur Verkopplung der Komponentenmodelle erhält man, wie bereits erwähnt, ein differential-algebraisches System vom Index 3 der Form (3.21). Abbildung 4.12 skizziert den Signalfluss an den Schnittstellen für ein vollständig modularisiertes Basisfahrzeug. Die Bestimmung aller in den Schnittstel-

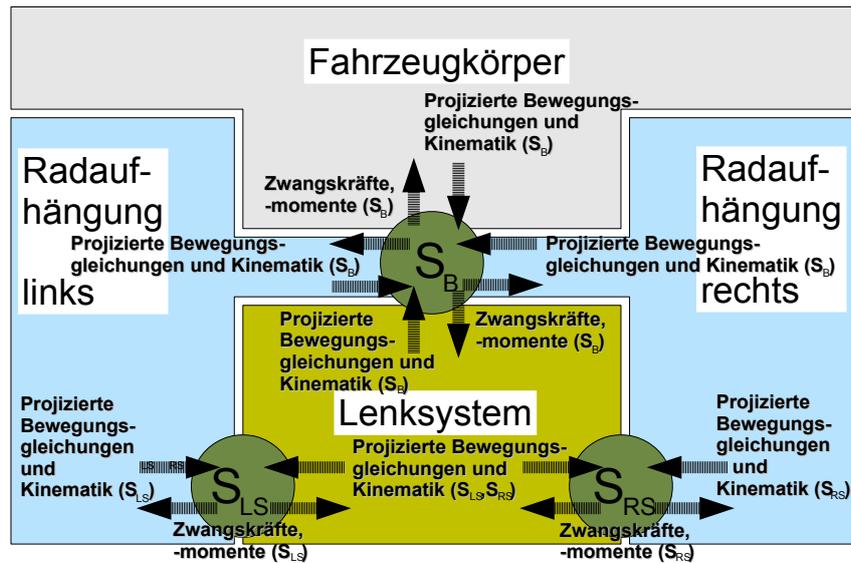


Abbildung 4.12.: Schnittstelleninformationen bei modularisiertem Basisfahrzeug unter Verwendung zusätzlicher algebraischer Nebenbedingungen.

len wirkenden Zwangskräfte und -momente kann unabhängig von der Art ihrer Berechnung entkoppelt von den Komponentenmodellen durchgeführt und separat an die einzelnen Komponenten zurückgeliefert werden. Auf geeignete echtzeitfähige und modulare Berechnungsansätze wird in Abschnitt 5.2 im Detail eingegangen.

Für die Bestimmung der zwischen den einzelnen Komponenten wirkenden Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$ werden neben der Kinematik in den Kopplungssystemen zusätzliche Informationen über die Bewegungsgleichungen benötigt. Die Bewegungsgleichungen der einzelnen Komponenten werden durch die verallgemeinerten Koordinaten y und Geschwindigkeiten z der einzelnen Komponenten beschrieben. Die Verkopplung der Komponentenmodelle findet hingegen über die jeweiligen Schnittstellen statt. Da die Freiheitsgrade einer Komponente im allgemeinen Fall nicht notwendigerweise in den Kopplungssystemen der Schnittstellen liegen, müssen die Informationen über die Bewegungsgleichungen sowie die verallgemeinerten Koordinaten und Geschwindigkeiten zunächst in die Kopplungssysteme projiziert werden.

Für diese Art der Kopplung sind im entsprechenden Komponentenmodell zusätzliche Sensoren zum Auslesen der in den Schnittstellen benötigten Kinematikinformationen sowie Aktuatoren zum Einprägen der Zwangskräfte und -momente erforderlich (vgl. Abbildung 4.9(a)).

Struktur der Bewegungsgleichungen des Basisfahrzeugmodells

Fasst man für das vollständig modulare Basisfahrzeugmodell aus Abbildung 4.12 alle zusätzlich in den zentralen Schnittstellen S_B , S_{LS} und S_{RS} verwendeten Nebenbedingungen in einem Vektor g zusammen, so erhält man ein System

$$\underbrace{\begin{pmatrix} M_{FF} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{HH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{LL} \end{pmatrix}}_M \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{z}_F \\ \dot{z}_V \\ \dot{z}_H \\ \dot{z}_L \end{pmatrix}}_z = \underbrace{\begin{pmatrix} Q_F \\ Q_V \\ Q_H \\ Q_L \end{pmatrix}}_Q - G^T \lambda \quad (4.25a)$$

$$0 = \underbrace{\begin{pmatrix} g_{FVB} \\ g_{FHB} \\ g_{FLB} \\ g_{VLS} \\ g_{VRS} \end{pmatrix}}_g \quad (4.25b)$$

differential-algebraischer Gleichungen. Ausgehend von starren Verbindungen der Form (4.23) beschreiben die Nebenbedingungen g_{FVB} , g_{FHB} und g_{FLB} die Bindungen zwischen Fahrzeugkörper und Radaufhängungen bzw. Lenksystem in der Schnittstelle S_B . Die Nebenbedingungen g_{VLS} und g_{VRS} stellen die Bindung zwischen den beiden Hälften der vorderen Radaufhängung und dem Lenksystem in den Schnittstellen S_{LS} und S_{RS} dar. Wie in Kapitel 3 skizziert, werden diese Nebenbedingungen mithilfe des Vektors λ der Lagrange-Multiplikatoren über die Jacobi-Matrix (3.22) der Nebenbedingungen an die Bewegungsgleichungen angebunden. Hierbei geht auch die Kinematikmatrix V aus den kinematischen Beziehungen

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{y}_F \\ \dot{y}_V \\ \dot{y}_H \\ \dot{y}_L \end{pmatrix}}_y = \underbrace{\begin{pmatrix} V_{FF} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{HH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{LL} \end{pmatrix}}_V \underbrace{\begin{pmatrix} z_F \\ z_V \\ z_H \\ z_L \end{pmatrix}}_z \quad (4.26)$$

eines Komponentenmodells mit ein. Zusammen mit (4.25) erhält man folglich ein System in Deskriptorform vom Index 3 gemäß (3.21).

Der Vektor g hängt hierbei von den translatorischen und rotatorischen Größen $p_{S_{BF}}$, $p_{S_{BV}}$, $p_{S_{BH}}$, $p_{S_{BL}}$ der Kopplungssysteme der einzelnen Komponenten in der Schnittstelle S_B sowie von den zugehörigen Größen $p_{S_{LSL}}$ und $p_{S_{LSV}}$ in der Schnittstelle S_{LS} und $p_{S_{RSL}}$ und $p_{S_{RSV}}$ in der Schnittstelle S_{RS} ab. Diese Größen sind wiederum nichtlineare Funktionen der Freiheitsgrade der jeweiligen Komponente, so dass auch die Nebenbedingungen als nichtlinear bezüglich der verallgemeinerten Koordinaten y des Gesamtsystems betrachtet werden können. Dies erfordert im Allgemeinen eine iterative Berechnung der Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$ basierend auf den Lagenebenbedingungen.

Einsetzbarkeit

Anders als beim einseitigen Aufprägen von Bewegungen sind bei der Verwendung von algebraischen Nebenbedingungen die Bindungen zwischen den Komponenten nicht in den einzelnen Modellen enthalten. In den Schnittstellen werden abhängig von der Kinematik der

Kopplungssysteme der jeweiligen Komponente Zwangskräfte und -momente berechnet. Da die Nebenbedingungen explizit vorliegen, können diese auch zentral berücksichtigt werden. Insbesondere ist bei Mehrfachverkopplungen eine konsistente Berechnung aller Zwangskräfte und -momente unabhängig von der Implementierung der einzelnen Komponenten möglich. Durch Auslagern der Berechnung der Zwangskräfte und -momente erhält man einen generischen Ansatz, bei dem die grundsätzliche Struktur der Bewegungsgleichungen der zu koppelnden Komponenten erhalten bleibt und lediglich um Terme für die Zwangskräfte und -momente erweitert wird. Im Detail wird darauf im Rahmen der numerischen Integration des modularen Systems in Abschnitt 5.2 und die Betrachtung einer passenden Simulationsstrategie in Abschnitt 5.3 eingegangen.

Im Unterschied zur Verwendung von Feder-/Dämpferelementen werden für diese Technik jedoch zusätzliche Informationen über die Massenmatrix und die rechte Seite der Bewegungsgleichungen benötigt. Diese Informationen stehen für mittels multiphysikalischer oder MKS-Werkzeugen generierte Komponentenmodelle nicht standardmäßig zur Verfügung, können aber häufig durch geeignete Analyse und Methodik aus dem exportierten Programmcode eines Komponentenmodells gewonnen werden. Somit können starre Verbindungen exakt modelliert werden und sind unabhängig von Steifigkeits- und Dämpfungsparametern.

Je nach Aufbau des Komponentenmodells und den enthaltenen Freiheitsgraden hat die in das jeweilige Kopplungssystem der Schnittstelle projizierte Massenmatrix einer Komponente nicht notwendigerweise vollen Rang. Als Voraussetzung für eine sinnvolle und stabile Verkopplung der einzelnen Modelle werden daher in den Kopplungssystemen der Schnittstellen zusätzliche Massen benötigt. Die in der Schnittstelle S_B benötigten Massen können von der eigentlichen Fahrzeugkörpermasse abgezogen werden, so dass die Masse des gesamten Fahrzeugs unverändert bleibt. Dasselbe gilt unter Berücksichtigung des Steinerschen Satzes auch für die Trägheiten. Die in den Schnittstellen S_{LS} und S_{RS} benötigten Massen können z. B. für eine Zahnstangenlenkung von der Zahnstangenmasse abgezogen werden.

Sofern die partiellen Ableitungen, die für die Projektion dieser Größen in die einzelnen Schnittstellen benötigt werden, zur Verfügung stehen, stellt diese Kopplung über zusätzliche algebraische Nebenbedingungen eine konsistente und generische Grundlage für den Aufbau eines modularen Gesamtmodells dar.

Explizite Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen der Schnittstellen

Alternativ bietet sich die Möglichkeit an, falls nicht bereits als solche gewählt, zusätzliche Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen der Schnittstellen der zu verkopplenden Komponenten zu berücksichtigen. Bei der Modellierung von Mehrkörperdynamikmodellen unter Verwendung von multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen können die verallgemeinerten Koordinaten des Systems häufig explizit gewählt werden. Sofern die in die Bindungsgleichungen g eingehenden Positionen und Rotationen der Kopplungssysteme, zusammengefasst im Vektor p , in den Schnittstellen explizit als Freiheitsgrade in den Bewegungsgleichungen vorliegen, erhält man für ein starres oder auch ein Kugelgelenk lineare Nebenbedingungen (4.23) und (4.18) sowie konstante Matrizen (4.24) und (4.19). Die Rotationen sind hierbei in Form von Kardanwinkeln beschrieben. Exemplarisch lässt sich der Vektor y_V der verallgemeinerten

Koordinaten der vorderen Radaufhängung aufteilen in

$$y_V = \begin{pmatrix} p_{0S_{BV},0} \\ p_{0S_{LSV},0} \\ p_{0S_{RSV},0} \\ y_{V_{Rest}} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

mit expliziten Freiheitsgraden für die Beschreibung der Kopplungssysteme in den Schnittstellen S_B , S_{LS} und S_{RS} . Der Vektor $y_{V_{Rest}}$ beinhaltet die übrigen bereits bestehenden verallgemeinerten Koordinaten des Fahrzeugkörpers. Dadurch können teilweise redundante Beschreibungen der Systemgrößen entstehen, die über zusätzliche in den Komponenten enthaltene algebraische Nebenbedingungen in Verbindung zueinander stehen.

Die nichtlinearen Beziehungen, die aus einer Vielzahl unterschiedlicher Gelenke resultieren, werden folglich in die einzelnen Komponentenmodelle verlagert. Diese Eigenschaft wird in Abschnitt 5.2 genutzt, um explizite nicht-iterative Berechnungsformeln für die Zwangskräfte und -momente auf der Basis linearer Lagenebenbedingungen (4.25b) abzuleiten. Durch die direkte Berücksichtigung von Freiheitsgraden in den Kopplungssystemen vereinfachen sich die für die Verkopplung benötigten Informationen auf in den Kopplungssystemen vorhandene Größen (vgl. Abbildung 4.13). Demzufolge entfallen die für gewöhnlich schwer zugänglichen

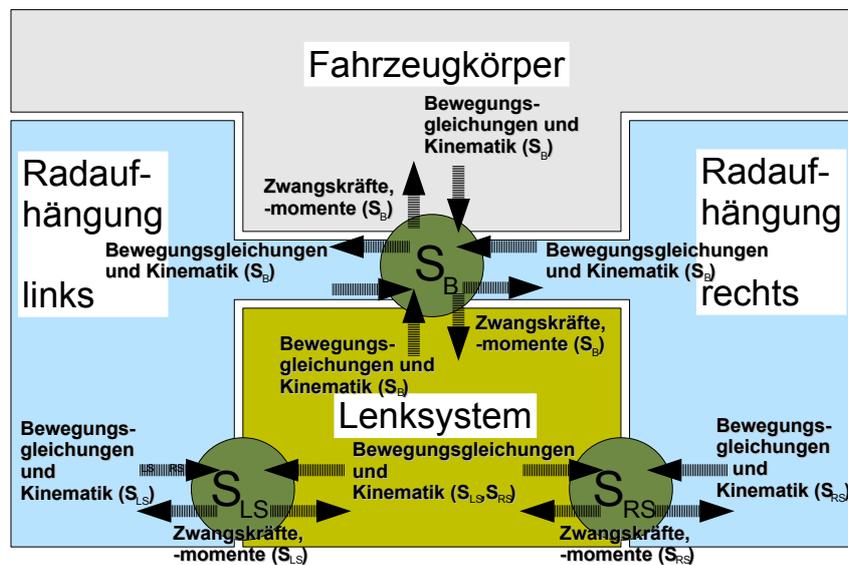


Abbildung 4.13.: Schnittstelleninformationen bei modularisiertem Basisfahrzeug unter Verwendung zusätzlicher algebraischer Nebenbedingungen mit expliziten Freiheitsgraden in den Kopplungssystemen der Schnittstellen.

Informationen für die Matrix P aus (4.17). In Anbetracht der zusätzlichen Freiheitsgrade erhöht sich jedoch der Berechnungsaufwand in den einzelnen Komponenten.

5. Echtzeitfähige Simulation modularisierter Fahrzeugdynamikmodelle

Die echtzeitfähige Simulation des mit Teilmodellen aus unterschiedlichen Modellierungstools zusammengesetzten Gesamtfahrzeugmodells erfordert entsprechende numerische Techniken. Neben der Definition generischer Schnittstellen und Kopplungsansätze werden insbesondere problemangepasste Verfahren zur Integration der resultierenden dynamischen Gleichungen benötigt. Geeignete Algorithmen zur stabilen und performanten Simulation des stark gekoppelten, modularen Modells werden in diesem Kapitel behandelt.

Zunächst werden geeignete Methoden für die numerische Integration von als C-Code exportierten Modellen, basierend auf gewöhnlichen Differentialgleichungen, diskutiert. Des Weiteren werden verschiedene echtzeitfähige Ansätze zur Behandlung differential-algebraischer Systeme präsentiert. Der Fokus liegt hierbei auf dem Erhalt der modularen Modellstruktur durch eine entkoppelte Berechnung der zwischen den einzelnen Komponenten wirkenden Zwangskräfte und -momente. Abschließend werden auf der Grundlage der verschiedenen Kopplungstechniken unterschiedliche Strategien für die Ablaufreihenfolge zentral und dezentral integrierter Komponentenmodelle vorgestellt. Dabei wird auf die für Echtzeitfähigkeit relevanten Aspekte eingegangen und es werden sowohl zentrale als auch dezentrale Strategien analysiert.

5.1. Echtzeitfähige Integration von ODEs

Die Bewegungsgleichungen der in multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen erzeugten Komponentenmodelle werden für den Export als C-Code in der Regel als gewöhnliche Differentialgleichungen oder differential-algebraische Gleichungen vom Index 1 bereitgestellt. Sofern zur Verkopplung mehrerer Teilmodelle keine zusätzlichen algebraischen Nebenbedingungen verwendet werden, bleibt diese Struktur für das Gesamtmodell unverändert.

Ausgehend von diesen Prämissen werden im Folgenden geeignete Verfahren zur Integration von ODEs im Rahmen der Simulation in Simulink und problemangepasste Routinen auf der Grundlage des semi-impliziten Euler-Verfahrens analysiert.

5.1.1. Anforderungen an die Integrationsverfahren

Um die von Simulink bereitgestellten Integrationsroutinen nutzen zu können, werden die als differential-algebraische Gleichungen vom Index 1 (3.25) exportierten Bewegungsgleichungen für ein Modell oftmals in der Form

$$\begin{pmatrix} M(y) & G^i(y)^T \\ G^i(y) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{z} \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q^v(y, z) \\ -\dot{G}^i(y, z)z - 2\alpha_{bg}G^i(y)z - \beta_{bg}g^i(y) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

bereitgestellt. Hierbei werden zur Bestimmung der modellinternen Lagrange-Multiplikatoren λ^i zusätzlich die Nebenbedingungen g^i und $G^i z$ auf Lage- und Geschwindigkeitsniveau für die Baumgarte-Stabilisierung (3.29) berücksichtigt. Für eine einheitliche Darstellung zur weiteren Verwendung in dieser Arbeit, wird das Bewegungsgleichungssystem (5.1) in ein kompaktes gewöhnliches Differentialgleichungssystem

$$\dot{y} = V(y)z \quad (5.2a)$$

$$M(y)\dot{z} = \underbrace{Q^v(y, z) - G^i(y)^T \lambda^i}_{Q(y, z)} \quad (5.2b)$$

erster Ordnung mit

$$\lambda^i = (G^i(y)M(y)^{-1}G^i(y)^T)^{-1} \left(G^i(y)M(y)^{-1}Q^v(y, z) + \dot{G}^i(y, z)z + 2\alpha_{bg}G^i(y)z + \beta_{bg}g^i(y) \right)$$

und zusätzlichen Kinematikgleichungen (5.2a) überführt. Die rechte Seite der Bewegungsgleichungen (5.2b) setzt sich aus den verallgemeinerten Kräften und Momenten Q^v sowie den im System wirkenden modellinternen Zwangskräften und -momenten $G^{iT} \lambda^i$ zusammen.

Mit der Darstellung (5.2) kann für die Teilmodelle jeweils von einem unabhängigen System gewöhnlicher Differentialgleichungen ausgegangen werden. Bei Verwendung der strukturanangepassten Kopplungstechnik aus Abschnitt 4.3, dem Aufprägen von Bewegungen oder der Kopplung mittels Feder-/Dämpferelementen aus Abschnitt 4.4 bleibt diese Struktur auch für das modular aufgebaute Gesamtsystem erhalten.

Zur numerischen Berechnung der Systemzustände wird ein Kompromiss aus einer echtzeitfähigen und zugleich für steife Probleme geeigneten Integrationsroutine für gewöhnliche Differentialgleichungen benötigt. Hierfür eignen sich vor allem nicht-iterative Ansätze für Verfahren niedriger Ordnung, welche zusätzliche Informationen über die rechte Seite der Bewegungsgleichungen in Form der Jacobi-Matrix der partiellen Ableitungen nach den Systemzuständen benötigen. Diese Integrationsroutinen arbeiten zumeist auf der expliziten Darstellung

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)), x_0 = x(t_0) \in \mathbb{R}^{2n_y} \quad (5.3)$$

einer gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung mit Zustandsvektor x . Durch Multiplikation der Bewegungsgleichungen (5.2b) mit der inversen Massenmatrix M^{-1} kann (5.2) als

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} V(y) & 0 \\ 0 & M(y)^{-1} \end{pmatrix}}_{f(x)} \begin{pmatrix} z \\ Q(y, z) \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

in der Form (5.3) dargestellt werden. Der Übersichtlichkeit halber wird hier wieder auf die Angabe der expliziten Abhängigkeit von der Zeit t verzichtet.

5.1.2. Verfügbare Integrationsroutinen

Für die numerische Integration von Simulink-Modellen und S-Funktionen können standardmäßig Routinen aus Simulink oder mit den exportierten Modellen mitgelieferte Verfahren verwendet werden.

Exportierte Routinen

Multiphysikalische Modellierungswerkzeuge wie MapleSim oder SimulationX bieten beim Export von C-Code vereinzelt die Möglichkeit problemspezifische Integrationsroutinen zu verwenden. Hierbei stehen dem Benutzer Verfahren mit unterschiedlicher Genauigkeit, Stabilität und Performanz zur Verfügung, die je nach Modell und Anforderung passend gewählt werden können. Falls die bereitgestellten Routinen echtzeitfähig und zugleich für die Integration steifer Systeme geeignet sind, können diese im hier vorgestellten Kontext verwendet werden.

Routinen in Simulink

Sofern die zur Modellierung des Teilmodells verwendete Entwicklungsumgebung keine eigenen Routinen für die numerische Integration zum Export bereitstellt, beschränkt sich die praktische Anwendung auf Integrationsverfahren aus Simulink.

Aufgrund der Echtzeitanforderung einer möglichst geringen nicht-iterativen Anzahl an Auswertungen kommen hierfür lediglich Verfahren niedriger Ordnung mit konstanter Schrittweite wie das explizite Euler-Verfahren `ode1`, das explizite Heun-Verfahren `ode2` oder die Routine `ode14x`, beruhend auf einer Kombination aus dem Newton-Verfahren und einer Extrapolation bis zu Ordnung 4, in Frage. Da steife gewöhnliche Differentialgleichungen zu behandeln sind, scheidet die direkte Verwendung der expliziten Verfahren wie `ode1` und `ode2` aus und es bleibt für eine in Echtzeit realisierbare und stabile numerische Integration lediglich die Verwendung der Routine `ode14x` mit entsprechenden restriktiven Einstellungen bezüglich der Extrapolationsordnung und der Anzahl der erlaubten Newton-Iterationen. Dabei kann der Benutzer für die Berechnungsart der zur impliziten numerischen Integration benötigten Jacobi-Matrix des zu Grunde liegenden Differentialgleichungssystems (5.3) zwischen einer numerischen und einer analytischen Berechnung wählen. Letzteres unter der Voraussetzung, dass eine analytische Beschreibung möglich ist.

5.1.3. Echtzeitfähige Integrationsroutinen

Sofern aus Gründen der Performanz und Stabilität der zu berechnenden Lösungen keine der zuvor erwähnten Integrationsroutinen für die Fahrzeugdynamiksimulation geeignet ist, können auch angepasste Routinen eingebunden oder modifizierte rechte Seiten für bereits vorhandene Routinen bereitgestellt werden. Sofern die Modelle mittels C-Code eingebunden sind, ist dazu eine Analyse der dynamischen Gleichungen notwendig. Insofern empfiehlt es sich, bereits bei der Modellbildung an die echtzeitfähige Integrierbarkeit zu denken.

Semi-implizites Euler-Verfahren

Für das Bewegungsgleichungssystem (5.2) lassen sich die Systemzustände mit dem expliziten Euler-Verfahren

$$\begin{aligned}y_{n+1} &= y_n + hV_n z_n \\z_{n+1} &= z_n + hM_n^{-1}Q_n\end{aligned}$$

mit Konvergenz- und Konsistenzordnung 1 und einer konstanten Simulationsschrittweite h äußerst performant berechnen. Für die Berechnung der verallgemeinerten Koordinaten y und Geschwindigkeiten z zum neuen Zeitschritt t_{n+1} wird lediglich eine Auswertung der Systemmatrizen und -vektoren zum alten Zeitschritt t_n benötigt. Infolge des unterschiedlichen dynamischen Verhaltens der einzelnen Teilsysteme muss jedoch im Allgemeinen von einem steifen System ausgegangen werden, für das explizite Integratoren im Allgemeinen versagen. Folglich sind implizite Ansätze für die Berechnung einer stabilen numerischen Lösung erforderlich [16, 33], welche für nichtlineare Bewegungsgleichungen nur iterativ gelöst werden können. Dies kollidiert jedoch mit den Echtzeitanforderungen aus Abschnitt 2.1.2.

Für implizite Ansätze werden die Massenmatrix M und die rechte Seite Q der Bewegungsgleichungen mit Zuständen zum neuen Zeitschritt t_{n+1} in der Form

$$y_{n+1} = y_n + hV_{n+1}z_{n+1} \quad (5.5a)$$

$$z_{n+1} = z_n + hM_{n+1}^{-1}Q_{n+1} \quad (5.5b)$$

ausgewertet. Eine Alternative stellt eine Approximation von $Q_{n+1} = Q(y_{n+1}, z_{n+1})$ unter Zuhilfenahme einer Taylorentwicklung erster Ordnung

$$Q(y_{n+1}, z_{n+1}) \approx Q(y_n, z_n) + \left. \frac{\partial Q}{\partial y} \right|_{(y_n, z_n)} (y_{n+1} - y_n) + \left. \frac{\partial Q}{\partial z} \right|_{(y_n, z_n)} (z_{n+1} - z_n) \quad (5.6)$$

der rechten Seite mit den Zuständen y_n und z_n aus dem alten Simulationsschritt n dar. Der Übersichtlichkeit halber werden die einzelnen Argumente der verwendeten Größen nicht explizit angegeben. Generell spricht man hierbei von einer linear-impliziten Auswertung.

Beim semi-impliziten Euler-Verfahren hingegen wird die rechte Seite der Bewegungsgleichungen um den Prädiktor $(y_{\bar{n}}, z_{\bar{n}})$ gemäß

$$y_{\bar{n}} = y_n + hz_n \quad (5.7a)$$

$$z_{\bar{n}} = z_n \quad (5.7b)$$

linearisiert. Unter Verwendung der impliziten Berechnung (5.5a) von y_{n+1} mit V_n aus dem alten Zeitschritt ergibt sich für die Diskretisierung der Bewegungsgleichungen (5.2b) die Vorschrift

$$\underbrace{\left(\underbrace{M_n - h^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)_{\bar{n}} V_n - h \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)_{\bar{n}}}_{M_{J_{\bar{n}}}} \right)}_{\tilde{M}_{\bar{n}}} (z_{n+1} - z_n) = hQ_{\bar{n}} \quad (5.8)$$

mit zusätzlichen Termen für die Massenmatrix M , zusammengefasst in der Matrix M_J . Die Massenmatrix M sowie die Kinematikmatrix V ändern sich in einem Simulationsschritt nur geringfügig, so dass wie im expliziten Verfahren die Auswertungen M_n und V_n mit Zuständen aus dem alten Zeitschritt t_n verwendet werden. Fasst man die erweiterte Massenmatrix in $\tilde{M}_{\bar{n}}$ zusammen und löst nach den neuen Geschwindigkeitszuständen z_{n+1} auf, so erhält man mit einer impliziten Berechnung der Koordinaten y_{n+1} das semi-implizite Euler-Verfahren [65]

$$y_{n+1} = y_n + hV_n z_{n+1} \quad (5.9a)$$

$$z_{n+1} = z_n + h\tilde{M}_{\bar{n}}^{-1}Q_{\bar{n}}. \quad (5.9b)$$

Die Stabilisierungsterme in \tilde{M}_n sowie der Vektor Q_n werden hierbei mit dem Prädiktor (5.7) ausgewertet. Für die Berechnung der neuen Zustände y_{n+1} und z_{n+1} mit dem semi-impliziten Euler-Verfahren sind demzufolge keine Iterationen nötig. Zudem werden neben der einmaligen Auswertung der rechten Seite Q pro Simulationsschritt zusätzlich nur gezielte symbolische Auswertungen der Matrizen $\partial Q/\partial y$ und $\partial Q/\partial z$ als Anteile der Jacobi-Matrix J benötigt. Im Allgemeinen ist die Berechnung der vollständigen Jacobi-Matrix der rechten Seite der Bewegungsgleichungen relativ teuer. Speziell für das Fahrzeugsystem können jedoch die entscheidenden steifen Anteile identifiziert und gezielt mit Stabilisierungstermen versehen werden. Die Berechnung einer optimierten Jacobi-Matrix sowie eine Auswertung der rechten Seite mit dem Prädiktor (5.7) für die Lagekoordinaten werden in [65] skizziert. Das beschriebene Verfahren ist echtzeitfähig und liefert bei Simulationsschrittweiten im Bereich von 10^{-3} s ausreichend stabile Lösungen für Fahrzeugdynamikanwendungen [67].

Bestimmung der Jacobi-Matrix

Für linear-implizite Integrationsmethoden ist die Kenntnis der Jacobi-Matrix J mit den partiellen Ableitungen der rechten Seite des gewöhnlichen Differentialgleichungssystems nach den Systemzuständen erforderlich. Diese Information wird von multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen standardmäßig jedoch nicht bereitgestellt.

Vollbesetzte Jacobi-Matrix. Durch spezifische Analyse des exportierten Codes für ein Modellierungswerkezeug lässt sich für die rechte Seite sowie die Systemzustände oftmals ein Automatismus ableiten, um mithilfe von numerischer oder symbolischer Differentiation die Jacobi-Matrix bestimmen zu können. Für die symbolische Erzeugung der vollbesetzten Jacobi-Matrix

$$J = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial y} z & V \\ \frac{\partial(M^{-1}Q)}{\partial y} & \frac{\partial(M^{-1}Q)}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

werden in dieser Arbeit die MATLAB Symbolic Math Toolbox [91] und TOMLAB [99] verwendet.

Die Auswertung der symbolisch berechneten Jacobi-Matrix ist verhältnismäßig aufwändig. Es gibt performantere Strategien, die diese Berechnung nicht in jedem Zeitschritt verwenden. Diese Vorgehensweise ist jedoch für Echtzeitanwendungen nicht von Vorteil, da die maximal benötigte Zeit pro Integrationsschritt der beschränkende Faktor ist. Sofern die rechte Seite nicht explizit in symbolischer Form vorliegt, besteht des Weiteren die Möglichkeit die Jacobi-Matrix numerisch zur Laufzeit zu berechnen. Dabei sind jedoch Auslöschungseffekte bei kleineren Schrittweiten sowie allgemein eine geringere Genauigkeit gegenüber der symbolischen Differentiation zu erwarten.

Alternativ kann die Jacobi-Matrix auch zur Laufzeit mithilfe von automatischer Differentiation berechnet werden. Letztere ist ein Ableger der symbolischen Differentiation und für gewöhnlich performanter. Die rechte Seite f wird in elementare Operationen zerlegt und mittels der Kettenregel werden die exakten elementaren Ableitungen miteinander verknüpft. Software wie ADOL-C [31] setzt dabei direkt auf C-Code auf und berechnet zu definierten Systemzuständen die aktuellen Werte der Jacobi-Matrix. Die Bestimmung der vollständigen Jacobi-Matrix ist im Allgemeinen jedoch sehr aufwändig und daher für Echtzeitanwendungen in der Regel ungeeignet.

Optimierte Jacobi-Matrix. In MapleSim ist es möglich, die Bewegungsgleichungen des multiphysikalischen Modells mit der Berechnungsengine Maple [50] zu analysieren, die Jacobi-Matrizen symbolisch zu erzeugen und in den exportierten C-Code zu integrieren. Darüber hinaus kann die volle Jacobi-Matrix z. B. auch durch eine Taylorentwicklung approximiert und auf Performanz hin optimiert mit einer geringeren Anzahl von Auswertungen exportiert werden.

In [12] werden im Kontext linear-impliziter Euler-Verfahren verschiedene optimierte Varianten der Jacobi-Matrix wie

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\partial(M^{-1}Q)}{\partial y} & \frac{\partial(M^{-1}Q)}{\partial z} \end{pmatrix},$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\partial(M^{-1}Q)}{\partial y} & 0 \end{pmatrix}$$

oder

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial(M^{-1}Q)}{\partial z} \end{pmatrix},$$

anhand linearer Testprobleme auf ihre Performanz und Stabilität untersucht.

In [68] wird eine Möglichkeit aufgezeigt wie sich für Anwendungen in der Fahrzeugdynamik mit wenig zusätzlichem Aufwand auf der Grundlage des semi-impliziten Euler-Verfahrens (5.9) eine optimierte Jacobi-Matrix der Form

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M^{-1}(h \frac{\partial Q}{\partial y} V + \frac{\partial Q}{\partial z}) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

berechnen lässt, die das Stabilitätsgebiet erheblich vergrößert. Somit sind stabile Simulationen für steife dynamische Systeme mit Schrittweiten im Bereich von 10^{-3} s möglich. Hierbei werden für eine Aufteilung

$$Q = Q^e + Q^m$$

des Vektors Q in eingeprägte Kräfte und Momente Q^e und Massenkräfte und -momente Q^m gezielt nur die Hauptanteile der eingepprägten Kraft- und Momenteneinflüsse Q^e berücksichtigt. Für eine Radaufhängung sind als Hauptanteile die Feder- und Dämpferkennungen zu berücksichtigen sowie Einflüsse aus den Reifen; für ein Lenksystem sind die Steifigkeit und Dämpfung in der Lenksäule wesentlich. Die Massenkräfte und -momente Q^m ändern sich bezüglich der Systemzustände nur relativ langsam, so dass deren partiellen Ableitungen vernachlässigt werden können. Gleichermäßen gilt dies auch für die Massenmatrix M und die Kinematikmatrix V , die in der rechten Seite von (5.4) enthalten sind. Diese können demnach als konstant gegenüber den Systemzuständen angenommen werden.

Sofern wie im Falle von Radaufhängungen und Lenksystem die Haupteinflussgrößen einer Komponente bekannt sind, kann in Maple eine optimierte und äußerst performant zu berechnende Jacobi-Matrix erzeugt und als C-Code exportiert werden. Hierzu werden zusätzliche Informationen über die interne Kinematik der jeweiligen Komponente benötigt, welche mittels Maple automatisiert aus dem zugehörigen MapleSim Modell ausgelesen werden können.

In Kapitel 6 werden anhand von Simulationsergebnissen für unterschiedliche Schrittweiten die Genauigkeit und Stabilität für in Simulink eingebundene Modelle aus MapleSim mit einer optimierten Jacobi-Matrix untersucht.

Implementierung des Integrators in Simulink

Für den Fall, dass die Jacobi-Matrix in voller oder optimierter Form im exportierten Code direkt vorliegt oder daraus bestimmt werden kann, lässt sich unter Verwendung expliziter Einschrittverfahren aus Simulink ein linear-implizites Verfahren mit konstanter Schrittweite konstruieren. Exemplarisch wird dies für das linear-implizite Euler-Verfahren skizziert.

Gemäß dem Diskretisierungsschema des linear-impliziten Euler-Verfahrens

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{h} = f(x) + J(x_{n+1} - x_n)$$

ergibt sich als erweiterte rechte Seite des gewöhnlichen Differentialgleichungssystem

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{h} = \underbrace{(I - hJ)^{-1} f(x)}_{\tilde{f}(x)} .$$

Verwendet man diese modifizierte rechte Seite \tilde{f} für die Integration mit dem expliziten Euler-Verfahren in Simulink, so erhält man hiermit indirekt ein linear-implizites Euler-Verfahren.

Implementierung des Integrators in S-Funktionen

Unabhängig davon können spezielle für die echtzeitfähige numerische Integration von Fahrdynamikmodellen geeignete Routinen wie das zuvor vorgestellte semi-implizite Euler-Verfahren direkt in den exportierten C-Code implementiert werden. Dazu wird die ursprünglich in der S-Funktion enthaltene Schnittstelle zum Integrator in Simulink entfernt und der C-Code um den Algorithmus (5.9) erweitert. Ist der exportierte C-Code in soweit analysierbar, dass sich die Massenmatrix M und der Vektor der verallgemeinerten Kräfte und Momente Q explizit darstellen lassen, so können gezielt nur partielle Ableitungen für den Kraft- und Momentenvektor Q nach den Systemzuständen y und z berechnet werden. Dies ist z. B. für den mittels MapleSim erstellten C-Code möglich.

Vergleicht man dies mit der voll besetzten Jacobi-Matrix (5.10) so erhält man unter Berücksichtigung der Taylorentwicklung (5.6) und der Auswertung mit dem Prädiktor (5.7) für den Kraft- und Momentenvektor Q eine reduzierte Jacobi-Matrix (5.11).

5.2. Echtzeitfähige Integration von DAEs

Durch Kopplung von Teilmodellen, welche in exportierter Form jeweils durch ein kompaktes gewöhnliches Differentialgleichungssystem (5.2) beschrieben werden, ergibt sich unter Zuhilfenahme algebraischer Nebenbedingungen das differential-algebraische System (3.21) in Deskriptorform vom Index 3. Dessen Dynamik muss mittels eines geeigneten Integrationsverfahrens für DAEs numerisch gelöst werden. Für die Verkopplung wird im Folgenden von starren Gelenken ausgegangen. Diese lassen sich aber bei Bedarf leicht durch andere in Abschnitt 4.4.4 vorgestellte Gelenke austauschen.

Eine Verwendung von Integrationsroutinen aus Simulink entfällt, da diese nicht für Index 3 Systeme ausgelegt sind und für Index 1 Systeme nur auf einzelnen S-Funktionen agieren können, nicht aber auf einem Gesamtsystem, bestehend aus mehreren Teilmodellen.

Anhand eines vollständig modularisierten Basisfahrzeugmodells, mit einzelnen Komponentenmodellen für den Fahrzeugkörper, die vorderen und hinteren Radaufhängungen und das Lenksystem werden im Folgenden beispielhaft verschiedene Integrationstechniken auf der Grundlage der in den Abschnitten 3.4.3 und 3.4.4 vorgestellten Index 1 und Index 3 Formalismen diskutiert. Das Hauptaugenmerk liegt hierbei auf echtzeitfähigen Verfahren, welche eine stabile numerische Lösung für ein differential-algebraisches System mit steifen Differentialgleichungen berechnen und dabei die Modularität des Gesamtsystems bewahren. Dementsprechend ist eine angepasste numerische Integration der gewöhnlichen Differentialgleichungen der Teilmodelle sowie eine entkoppelte Berechnung der zwischen den einzelnen Modellen wirkenden Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$ nötig.

5.2.1. Integrationsroutinen für DAEs vom Index 1

Reduziert man, wie in Abschnitt 3.4.3 gezeigt, den Index des differential-algebraischen Systems (3.21) auf 1, so ist es möglich, die Berechnung des Vektors λ der Lagrange-Multiplikatoren entkoppelt von den Bewegungsgleichungen (4.25) der einzelnen Teilmodelle zu berechnen. Die verbleibenden gewöhnlichen Differentialgleichungen können so mit einem geeigneten numerischen Integrationsverfahren behandelt werden (z. B. [4]).

Im Folgenden werden anhand des echtzeitfähigen semi-impliziten Euler-Verfahrens (5.9) exemplarisch die für eine entkoppelte Berechnung des Vektors λ notwendigen Schritte aufgezeigt. Die hierzu benötigten Informationen werden aufgeteilt nach Größen, welche die einzelnen Komponentenmodelle liefern müssen, und nach Größen, welche sich rein auf die Art der kinematischen Bindung beziehen und demzufolge direkt in der zentralen Berechnungsroutine für λ verbleiben können. Diese Aufteilung gilt analog für die in Abschnitt 5.2.2 vorgestellten Verfahren für Index 3 Systeme.

Explizite Berechnungsvorschrift für λ

Für ein differential-algebraisches System vom Index 1 liegen die Nebenbedingungen auf Beschleunigungsniveau in der Form

$$0 = \dot{G}(y)z + G(y)\dot{z}$$

vor. Der aufgrund der Indexreduktion entstehende Drift Off wird durch Berücksichtigung der Nebenbedingungen auf Lage- und auf Geschwindigkeitsniveau mit zusätzlichen Baumgarte-Parametern gemäß (3.29) stabilisiert. Infolge der wenigen zusätzlichen und nicht-iterativen Auswertungen ist die Baumgarte-Stabilisierung am besten für Echtzeitanforderungen geeignet (z. B. [24]). Ausgehend von (4.26) und (4.25) ergeben sich für das Gesamtsystem die dynamischen Gleichungen

$$\dot{y} = V(y)z \tag{5.12a}$$

$$M(y) \dot{z} = Q(y, z) - G(y)^T \lambda \tag{5.12b}$$

$$0 = \dot{G}(y, z)z + G(y)\dot{z} + 2\alpha_{bg}G(y)z + \beta_{bg}G(y)y . \tag{5.12c}$$

als Gesamtsystem für das Basisfahrzeug.

Setzt man die Bewegungsgleichungen (5.12b) nach \dot{z} aufgelöst in die algebraischen Nebenbedingungen (5.12c) ein, so erhält man für den Vektor λ der Lagrange-Multiplikatoren

$$\lambda = (GM^{-1}G^T)^{-1} (GM^{-1}Q + \dot{G}z + 2\alpha_{bg}Gz + \beta_{bg}g) \quad (5.13)$$

mit $G = \partial g / \partial y$. Der Übersichtlichkeit halber wird hier auf die Argumente der einzelnen Größen verzichtet.

Demgemäß kann λ unabhängig von den einzelnen Teilmodellen in einer eigenständigen zentralen Routine berechnet werden. Infolge der Reduktion auf Index 1 ist jedoch die Wahl geeigneter Baumgarte-Parameter α_{bg} und β_{bg} notwendig.

Berechnung der Zwangskräfte und -momente

Entsprechend (5.12) wird der Vektor $G^T\lambda$ der Zwangskräfte und -momente auf die durch die verallgemeinerten Koordinaten und Geschwindigkeiten vorgegebenen Freiheitsgrade in den einzelnen Komponenten aufgebracht. Nach (4.17) lässt sich der Vektor

$$G^T\lambda = P^T \underbrace{G_P^T\lambda}_{\lambda_P} \quad (5.14)$$

in einen Vektor λ_P der auf die Kopplungssysteme wirkenden Zwangskräfte und -momente und seine Projektion P^T in die verallgemeinerten Koordinaten und Geschwindigkeiten der einzelnen Komponenten aufteilen. Somit kann der Vektor λ_P von der zentralen Routine zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente bereitgestellt und anhand der Matrix P auf die einzelnen Komponenten verteilt werden. Die Matrix P muss folglich nicht explizit in der zentralen Routine zur Berechnung des Vektors λ vorliegen, sondern kann von den einzelnen Komponenten direkt bereitgestellt werden.

Benötigte Informationen aus den Teilmodellen

Für die entkoppelte Berechnung von λ mithilfe von (5.13) werden von den einzelnen Komponentenmodellen Informationen zu den Bewegungsgleichungen (4.25) sowie den Kinematikgleichungen (4.26) benötigt. Im Detail handelt es sich hierbei um die Massenmatrix M , den Vektor Q der verallgemeinerten Kräfte und Momente sowie die verallgemeinerten Koordinaten y und Geschwindigkeiten z für das jeweilige Teilmodell. Im Fall des modularisierten Basisfahrzeugmodells sind die Teilmodelle, wie erwähnt, der Fahrzeugkörper, die vorderen und hinteren Radaufhängungen sowie das Lenksystem.

Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen. In Entsprechung zu den Nebenbedingungen (4.25b) für das modularisierte Basisfahrzeugmodell lässt sich die Jacobi-Matrix G bezüglich

des Vektors der Kopplungssysteme in den Schnittstellen

$$p = \begin{pmatrix} p_{0S_{BF},0} \\ p_{0S_{BV},0} \\ p_{0S_{LSV},0} \\ p_{0S_{RSV},0} \\ p_{0S_{BH},0} \\ p_{0S_{BL},0} \\ p_{0S_{LSL},0} \\ p_{0S_{RSL},0} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

gemäß (4.17) in die Matrizen

$$G_P = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_{FVB}}{\partial p_{0S_{BF},0}} & \frac{\partial g_{FVB}}{\partial p_{0S_{BV},0}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_{FHB}}{\partial p_{0S_{BF},0}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{FHB}}{\partial p_{0S_{BH},0}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_{FLB}}{\partial p_{0S_{BF},0}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{FLB}}{\partial p_{0S_{BL},0}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial g_{VLLS}}{\partial p_{0S_{LSV},0}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{VLLS}}{\partial p_{0S_{LSL},0}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{VLRs}}{\partial p_{0S_{RSV},0}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_{VLRs}}{\partial p_{0S_{RSL},0}} \end{pmatrix}$$

und

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{0S_{BF},0}}{\partial y_F} V_{FF} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V} V_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V} V_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V} V_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial p_{0S_{BH},0}}{\partial y_H} V_{HH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L} V_{LL} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L} V_{LL} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L} V_{LL} \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

aufteilen.

Bei Verwendung von Kardanwinkeln für die absoluten Koordinaten in den Kopplungssystemen, vgl. (4.14), erhält man für die Verkopplung der einzelnen Komponenten über starre Gelenke aus (4.23) den Anteil

$$G_P = \begin{pmatrix} I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & -I \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

mit Einheitsmatrizen $I \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$.

Stehen in den Kopplungssystemen keine Kardanwinkel zur Verfügung, so muss auf die jeweiligen Rotationsmatrizen zurückgegriffen werden und der Vektor der absoluten Koordinaten

für das Kopplungssystem i kann als

$$p_{0i,0} = \begin{pmatrix} r_{0i,0} \\ A_{0i} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{12 \times 1}.$$

dargestellt werden. Demzufolge ergibt sich die Aufteilung

$$G_P = \begin{pmatrix} G_{P_{FV_{BF}}} & G_{P_{FV_{BV}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{P_{FH_{BF}}} & 0 & 0 & 0 & G_{P_{FH_{BH}}} & 0 & 0 & 0 \\ G_{P_{FL_{BF}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{P_{FL_{BL}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{P_{VL_{LSV}}} & 0 & 0 & 0 & G_{P_{VL_{LSL}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{P_{VL_{RSV}}} & 0 & 0 & 0 & G_{P_{VL_{RSL}}} \end{pmatrix}$$

mit dem ersten Eintrag einer jeden Zeile von der Form (4.21) und dem zweiten Eintrag von der Form (4.22).

Systemmatrix $GM^{-1}G^T$. Gemäß der Aufteilung der Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen lässt sich die Systemmatrix

$$GM^{-1}G^T = G_P \underbrace{PM^{-1}P^T}_{W_P} G_P^T \quad (5.18)$$

unterteilen in einen Teil W_P , der aus den einzelnen Komponenten geliefert wird, und die Matrix G_P , deren Zusammensetzung abhängig von der Art der Gelenke ist und unabhängig von den Teilmodellen in der zentralen Routine zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente abgelegt werden kann.

In W_P sind die in die Koordinaten der Kopplungssysteme projizierten inversen Massenmatrixanteile der miteinander verkoppelten Komponenten enthalten. Die Matrix

$$W_P = \begin{pmatrix} W_{P_{FF}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{P_{VV}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{P_{HH}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{P_{LL}} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

zerfällt in vier Teilmatrizen für den Fahrzeugkörper

$$W_{P_{FF}} = \frac{\partial p_{0S_{BF},0}}{\partial y_F} W_{V_{FF}} \frac{\partial p_{0S_{BF},0}}{\partial y_F}^T, \quad (5.20)$$

die Vorderachse

$$W_{P_{VV}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V}^T & \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V}^T & \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V}^T \\ \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V}^T & \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V}^T & \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V}^T \\ \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V}^T & \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V}^T & \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V} W_{V_{VV}} \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V}^T \end{pmatrix}, \quad (5.21)$$

die Hinterachse

$$W_{PHH} = \frac{\partial p_{0S_{BH},0}}{\partial y_H} W_{V_{HH}} \frac{\partial p_{0S_{BH},0}}{\partial y_H}^T \quad (5.22)$$

und das Lenksystem

$$W_{PLL} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L}^T & \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L}^T & \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L}^T \\ \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L}^T & \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L}^T & \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L}^T \\ \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L}^T & \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L}^T & \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L} W_{V_{LL}} \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L}^T \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

mit Matrizen

$$\begin{aligned} W_{V_{FF}} &= V_{FF} M_{FF}^{-1} V_{FF}^T \\ W_{V_{VV}} &= V_{VV} M_{VV}^{-1} V_{VV}^T \\ W_{V_{HH}} &= V_{HH} M_{HH}^{-1} V_{HH}^T \\ W_{V_{LL}} &= V_{LL} M_{LL}^{-1} V_{LL}^T . \end{aligned}$$

Die Teilmatrizen $W_{P_{FF}}$ und $W_{P_{HH}}$ haben Dimension 6×6 bei Verwendung von Kardanwinkeln oder Dimension 12×12 bei Verwendung von Rotationsmatrizen. Die Teilmatrizen $W_{P_{VV}}$ und $W_{P_{LL}}$ mit jeweils drei Kopplungssystemen haben Dimension 18×18 bzw. 36×36 . Für die Kopplung sind folglich nicht die kompletten inversen Massenmatrizen mit Dimensionen abhängig von der Anzahl der Systemfreiheitsgrade erforderlich, sondern lediglich deren Teilmatrizen.

Projizierte verallgemeinerte Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Koordinaten. Zur Berechnung von λ wird gemäß (5.13) ferner der Vektor

$$GM^{-1}Q = G_P \underbrace{PM^{-1}Q}_{b_P} \quad (5.24)$$

benötigt.

Der Vektor

$$b_P = \begin{pmatrix} b_{PF} \\ b_{PV} \\ b_{PH} \\ b_{PL} \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

entspricht dabei den in die Kopplungssysteme projizierten zwangsfreien verallgemeinerten Beschleunigungen der einzelnen Komponenten mit

$$b_{PF} = \frac{\partial p_{0S_{BF},0}}{\partial y_F} V_{FF} M_{FF}^{-1} Q_F \quad (5.26)$$

für den Fahrzeugkörper,

$$b_{PV} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V} V_{VV} M_{VV}^{-1} Q_V \\ \frac{\partial p_{0S_{LV},0}}{\partial y_V} V_{VV} M_{VV}^{-1} Q_V \\ \frac{\partial p_{0S_{RV},0}}{\partial y_V} V_{VV} M_{VV}^{-1} Q_V \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

für die Vorderachse,

$$b_{P_H} = \frac{\partial p_{0S_{BH},0}}{\partial y_H} V_{HH} M_{HH}^{-1} Q_H \quad (5.28)$$

für die Hinterachse und

$$b_{P_L} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L} V_{LL} M_{LL}^{-1} Q_L \\ \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L} V_{LL} M_{LL}^{-1} Q_L \\ \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L} V_{LL} M_{LL}^{-1} Q_L \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

für das Lenksystem.

Zur Stabilisierung der Index 1 Formulierung werden zusätzlich die Nebenbedingungen auf Lage- und Geschwindigkeitsniveau berücksichtigt. Analog zur Vorgehensweise in (5.24) lässt sich der Vektor Gz der Geschwindigkeitsnebenbedingungen darstellen als

$$Gz = G_P \underbrace{Pz}_{z_P} .$$

Der Vektor

$$z_P = \begin{pmatrix} z_{P_F} \\ z_{P_V} \\ z_{P_H} \\ z_{P_L} \end{pmatrix}$$

entspricht analog zu (5.25) den in die Kopplungssysteme projizierten Geschwindigkeiten mit

$$z_{P_F} = \frac{\partial p_{0S_{BF},0}}{\partial y_F} V_{FF} z_F \quad (5.30)$$

für den Fahrzeugkörper,

$$z_{P_V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{0S_{BV},0}}{\partial y_V} V_{VV} z_V \\ \frac{\partial p_{0S_{LSV},0}}{\partial y_V} V_{VV} z_V \\ \frac{\partial p_{0S_{RSV},0}}{\partial y_V} V_{VV} z_V \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

für die Vorderachse,

$$z_{P_H} = \frac{\partial p_{0S_{BH},0}}{\partial y_H} V_{HH} z_H \quad (5.32)$$

für die Hinterachse und

$$z_{P_L} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{0S_{BL},0}}{\partial y_L} V_{LL} z_L \\ \frac{\partial p_{0S_{LSL},0}}{\partial y_L} V_{LL} z_L \\ \frac{\partial p_{0S_{RSL},0}}{\partial y_L} V_{LL} z_L \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

für das Lenksystem.

Der Vektor g der Lagenebenbedingungen ist abhängig von den absoluten Lagekoordinaten (5.15) in den Kopplungssystemen der Schnittstellen, die im Vektor

$$y_P = \begin{pmatrix} y_{P_F} \\ y_{P_V} \\ y_{P_H} \\ y_{P_L} \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

zusammengefasst sind. Dieser setzt sich aus den Vektoren

$$y_{P_F} = p_{0S_{BF},0} \quad (5.35)$$

für den Fahrzeugkörper,

$$y_{P_V} = \begin{pmatrix} p_{0S_{BV},0} \\ p_{0S_{LSV},0} \\ p_{0S_{RSV},0} \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

für die Vorderachse,

$$y_{P_H} = p_{0S_{BH},0} \quad (5.37)$$

für die Hinterachse und

$$y_{P_L} = \begin{pmatrix} p_{0S_{BL},0} \\ p_{0S_{LSL},0} \\ p_{0S_{RSL},0} \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

für das Lenksystem zusammen.

Die Vektoren (5.35), (5.36), (5.37) und (5.38) sind abhängig von den verallgemeinerten Koordinaten y_F , y_V , y_H und y_L der zugehörigen Komponenten und können für gewöhnlich über Sensoren in den Kopplungssystemen direkt ausgegeben werden. Das Gleiche gilt für die Geschwindigkeiten (5.30), (5.31), (5.32) und (5.33). Die Beschleunigungen (5.26), (5.27), (5.28) und (5.29) hingegen werden frei von den in den zentralen Schnittstellen zwischen den Komponenten wirkenden Zwängen berechnet, so dass hierfür keine Sensoren verwendet werden können, sondern die Informationen explizit über die jeweilige Massenmatrix M_{jj} , den Vektor der verallgemeinerten Kräfte und Momente Q_j sowie die partiellen Ableitungen $\partial p_{0i,0}/\partial y_j$ für das i -te Kopplungssystem und die j -te Komponente bereitgestellt werden müssen.

Bei Verwendung von Kardanwinkeln haben die Vektoren y_{P_F} , y_{P_H} , z_{P_F} , z_{P_H} , b_{P_F} und b_{P_H} die Dimension 6×1 und die Vektoren y_{P_V} , y_{P_L} , z_{P_V} , z_{P_L} , b_{P_V} und b_{P_L} die Dimension 18×1 . Bei Verwendung von Rotationsmatrizen vergrößern sich die Dimensionen auf 12×1 bzw. 36×1 .

Zeitliche Ableitung der Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen. Das Produkt $\dot{G}z$ aus der zeitlichen Ableitung der Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten z zerfällt gemäß der Aufteilung (4.17) in

$$\dot{G}z = \frac{d(G_P P)}{dt} z = \left(\frac{dG_P}{dt} P + G_P \frac{dP}{dt} \right) z .$$

Der Ausdruck dG_P/dt ist abhängig von der Art der kinematischen Bindung und lässt sich vorab analytisch berechnen. Sofern in die in Abschnitt 4.4.4 beschriebenen algebraischen Nebenbedingungen Rotationsmatrizen A_{0j} eingehen, werden zeitliche Ableitungen der Form

$$\dot{A}_{0j} = \tilde{\omega}_{0j,0} A_{0j}$$

mit dem schiefsymmetrischen Tensor

$$\tilde{\omega}_{0j,0} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{0j,0z} & \omega_{0j,0y} \\ \omega_{0j,0z} & 0 & -\omega_{0j,0x} \\ -\omega_{0j,0y} & \omega_{0j,0x} & 0 \end{pmatrix}$$

des Vektors $\omega_{0j,0}$ der Winkelgeschwindigkeiten des j -ten Kopplungssystems bezüglich des Inertialsystems benötigt. Diese Winkelgeschwindigkeiten können für gewöhnlich von entsprechenden Sensoren in den Teilmodellen bereitgestellt werden.

Die zeitliche Ableitung dP/dt zerfällt weiter in

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)}{dt} V + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dV}{dt}$$

mit

$$\frac{d\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)}{dt} = \frac{\partial\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)}{\partial y} \frac{dy}{dt} = \frac{\partial\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)}{\partial y} Vz \quad (5.39)$$

und

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} = \frac{\partial V}{\partial y} Vz . \quad (5.40)$$

Demnach erlaubt der Index 1 Formalismus zwar eine explizite und damit entkoppelte Berechnung der Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$, benötigt dafür aber im allgemeinen Fall mit nichtlinearen Nebenbedingungen zusätzliche spezialisierte Informationen über die einzelnen zu verkoppelnden Komponenten wie die in der Projektionsmatrix (5.16) gesammelten partiellen Ableitungen $\partial p/\partial y$. Diese lassen sich abhängig vom verwendeten multiphysikalischen oder MKS-Werkzeug auch in symbolischer Form bereitstellen. Die partiellen Ableitungen $\partial(\partial p/\partial y)/\partial y$ und $\partial V/\partial y$ aus (5.39) und (5.40) hingegen können im Allgemeinen nur mit hohem Aufwand bestimmt werden, geschweige denn von multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen in Form von C-Code erzeugt werden. Somit ist die Verwendung des Index 1 Ansatzes für nichtlineare Nebenbedingungen in der Regel nicht praktikabel.

Explizite Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen der Schnittstellen

Multiphysikalische oder MKS-Werkzeuge lassen jedoch oftmals eine benutzerdefinierte Wahl verallgemeinerter Koordinaten zu, so dass die absoluten Koordinaten (5.15) der Kopplungssysteme in den Schnittstellen zwischen den einzelnen Komponenten explizit als Freiheitsgrade in den einzelnen Systemen vorliegen. Dies führt zu linearen Nebenbedingungen und einer konstanten Jacobi-Matrix G (vgl. Abschnitt 4.4.4). Die aufwändige Bestimmung der Matrizen P und \dot{G} sowie der zugehörigen Ableitungen wird demnach hinfällig.

Vereinfachte explizite Berechnung von λ . Falls die in den verallgemeinerten Koordinaten y_F , y_V , y_H und y_L der Teilmodelle ausgedrückten Freiheitsgrade den Kopplungssystemen in den Schnittstellen zugeordnet werden (vgl. (4.27) für die vordere Radaufhängung), so vereinfacht sich Matrix (5.16) zu

$$P = \begin{pmatrix} E_{FB} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{VB} & 0 & 0 \\ 0 & E_{VLS} & 0 & 0 \\ 0 & E_{VRS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{HB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{LB} \\ 0 & 0 & 0 & E_{LLS} \\ 0 & 0 & 0 & E_{LRS} \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

mit Teilmatrizen

$$E_{FB} = (I \ 0) \quad (5.42)$$

für den Fahrzeugkörper,

$$E_{VB} = (I \ 0 \ 0 \ 0) \quad (5.43a)$$

$$E_{VLS} = (0 \ I \ 0 \ 0) \quad (5.43b)$$

$$E_{VRS} = (0 \ 0 \ I \ 0) \quad (5.43c)$$

für die Vorderachse,

$$E_{HB} = (I \ 0) \quad (5.44)$$

für die Hinterachse und

$$E_{LB} = (I \ 0 \ 0 \ 0) \quad (5.45a)$$

$$E_{LLS} = (0 \ I \ 0 \ 0) \quad (5.45b)$$

$$E_{LRS} = (0 \ 0 \ I \ 0) \quad (5.45c)$$

für das Lenksystem. Hierbei werden triviale verallgemeinerter Geschwindigkeiten z_j mit

$$\dot{y}_j = z_j$$

für die einzelnen Komponenten angenommen, wie sie normalerweise für aus MapleSim exportierte Modelle auftreten. Die Kinematikmatrix V_{jj} der j -ten Komponente vereinfacht sich damit zur Einheitsmatrix passender Dimension.

In diesem Fall werden die Rotationsbewegungen der Kopplungssysteme über Kardanwinkel beschrieben, so dass sich die Teilmatrix G_P aus (4.17) zu (5.17) vereinfacht. Demzufolge ist die Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen in (5.13) konstant und ihre zeitliche Ableitung \dot{G} verschwindet. Die in (5.42), (5.43), (5.44) und (5.45) verwendeten Einheitsmatrizen I haben somit Dimension 6×6 . Die Berechnungsformel (5.13) für den Vektor λ der Lagrange-Multiplikatoren vereinfacht sich damit zu

$$\lambda = (GM^{-1}G^T)^{-1} \frac{\partial g}{\partial y} (VM^{-1}Q + 2\alpha_{bg}Vz + \beta_{bg}y) . \quad (5.46)$$

Dabei wird die Darstellung $g = (\partial g / \partial y) y$ für lineare Lagenebenbedingungen verwendet und die Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen gemäß (3.22) aufgeteilt.

Benötigte Informationen aus den Teilmodellen. Entsprechend der stark vereinfachten Matrix (5.41) reduzieren sich folglich auch die aus den einzelnen Komponenten benötigten inversen Massenmatrizen (5.20), (5.21), (5.22) und (5.23), die zwangsfreien verallgemeinerten Beschleunigungen (5.26), (5.27), (5.28) und (5.29), die verallgemeinerten Geschwindigkeiten (5.30), (5.31), (5.32) und (5.33), und die verallgemeinerten Koordinaten (5.35), (5.36), (5.37) und (5.38), die nicht mehr zusätzlich in die Kopplungssysteme projiziert werden müssen. Zudem vereinfacht sich die Projektion des Vektors λ_P der bezüglich der Kopplungssysteme berechneten Zwangskräfte und -momente aus (5.14).

Basierend auf dem Index 1 Formalismus mit Nebenbedingungen auf Beschleunigungsniveau führt die Berücksichtigung expliziter Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen dementsprechend auf einen allgemein anwendbaren Ansatz. Ohne die explizite Berücksichtigung von Freiheitsgraden ist der Index 1 Formalismus jedoch nur bedingt einsetzbar.

5.2.2. Integrationsroutinen für DAEs vom Index 3

Ansätze zur Lösung von differential-algebraischen Systemen vom Index 1 benötigen für eine echtzeitfähige Stabilisierung des Drift Off eine problemangepasste Wahl der Baumgarte-Parameter. Durch eine direkten Behandlung von Systemen mit Index 3 kann diese Problematik umgangen werden. Gängige Integrationsverfahren für Index 3 Systeme behandeln die Bewegungsgleichungen zentral und berechnen die Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$ iterativ auf Lageniveau (vgl. Abschnitt 3.4.4). Im Kontext dieser Arbeit werden jedoch echtzeitfähige Integrationsansätze benötigt, die eine Verkopplung von unabhängigen Teilmodellen mit einer dezentralen numerischen Integration der Systemzustände in den einzelnen Komponenten ermöglichen, ohne dabei die modulare Struktur des Basisfahrzeugmodells zu beeinträchtigen. Dazu wird auf semi-impliziten Einschrittverfahren aufgesetzt, die eine echtzeitfähige und stabile Integration von ODEs erlauben und auf DAEs geeignet erweitert werden können.

Erweitertes semi-implizites Euler-Verfahren

Die spezielle Struktur des semi-impliziten Euler-Verfahrens (5.9) mit der impliziten Berechnung (5.9a) der Koordinaten y_{n+1} aus den Geschwindigkeiten z_{n+1} zum neuen Zeitschritt t_{n+1} liefert mit (5.9b) und Erweiterung um die Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$ die Darstellung

$$y_{n+1}(\lambda_n) = y_n + hV_n \left(z_n + h\tilde{M}_n^{-1} (Q_n - G_n^T \lambda_n) \right) . \quad (5.47)$$

Diese ist abhängig vom Vektor λ_n der Lagrange-Multiplikatoren zum Zeitschritt t_n [70]. Verwendet man die neuen Zustände (5.47) für die diskretisierten Nebenbedingungen auf Lageniveau so erhält man

$$0 = g(y_{n+1}(\lambda_n)) = g(\lambda_n) . \quad (5.48)$$

Iterative Berechnung der Zwangskräfte und -momente. Im allgemeinen Fall muss von einer nichtlinearen Abhängigkeit der Nebenbedingungen (5.48) vom Vektor λ der Lagrange-Multiplikatoren ausgegangen werden. Mittels Newton-Iteration

$$\left. \frac{\partial g}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_n^k} (\lambda_n^{k+1} - \lambda_n^k) = -g(\lambda_n^k) \quad k = 0, 1, \dots \quad (5.49)$$

kann λ_n aus (5.48) bestimmt werden. Als Startwert für die Iteration kann der im vorhergehenden Integrationsschritt berechnete Wert λ_{n-1} verwendet werden. Zur Bestimmung der $(k+1)$ -ten Iterierten von λ_n^{k+1} wird die Funktionalmatrix

$$\left. \frac{\partial g}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_n^k} = \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_{y(\lambda_n^k)} \left. \frac{\partial y}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_n^k}$$

benötigt. Diese zerfällt in die partiellen Ableitungen $\partial g / \partial y$ der Nebenbedingungen g nach den verallgemeinerten Koordinaten y des Gesamtsystems und in einen Teil $\partial y / \partial \lambda$, der die Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten y vom Vektor λ der Lagrange-Multiplikatoren beschreibt.

Die Matrix $\partial g / \partial y$ hängt von den kinematischen Bindungen in den einzelnen Teilmodellen ab und lässt sich bezüglich der in den Kopplungssystemen verwendeten Koordinaten (5.15)

analog zu (4.17) weiter zerlegen in

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (5.50)$$

Für die Matrix $\partial y/\partial \lambda$ ergibt sich unter Verwendung von (5.47) und Berücksichtigung von (4.17) die Beziehung

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = -h^2 V \tilde{M}^{-1} P^T G_P^T.$$

Die Funktionalmatrix $\partial g/\partial \lambda$ setzt sich somit aus den Teilmatrizen

$$\frac{\partial g}{\partial \lambda} = -h^2 \underbrace{\frac{\partial g}{\partial p}}_{G_P} \underbrace{\frac{\partial p}{\partial y}}_P V \tilde{M}^{-1} P^T G_P^T$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\tilde{W}_P}$

zusammen. Die diskretisierte Darstellung mit Indizes n wird hier der Einfachheit halber vernachlässigt. Analog zu der in Abschnitt 5.2.1 für den Index 1 Formalismus beschriebenen Vorgehensweise werden auch hier wiederum die Teilmatrizen G_P und P benötigt. Analog zu (5.18) lässt sich die Funktionalmatrix $\partial g/\partial \lambda$ unterteilen in einen Teil \tilde{W}_P , der nur Informationen aus den einzelnen Teilmodellen enthält, und einen Teil G_P , der allein durch die Art der kinematischen Bindungen zwischen den zu koppelnden Teilmodellen bestimmt wird (vgl. Abschnitt 4.4.4). Die Matrix \tilde{W}_P stellt wie in (5.19) die in die Kopplungssysteme projizierten Massenanteile der einzelnen Komponenten in den Schnittstellen dar. Mit dem semi-impliziten Euler-Verfahren als Grundlage gehen jedoch gemäß (5.8) zusätzliche implizite Stabilisierungsterme, zusammengefasst in der Matrix M_J , in die Massenmatrix \tilde{M} mit ein.

Darüber hinaus werden für die Iteration in (5.49) nur die Nebenbedingungen $g(\lambda_n^k)$ benötigt, die von den absoluten Koordinaten der Kopplungssysteme abhängen. Dazu müssen in jedem Iterationsschritt die Vektoren (5.35), (5.36), (5.37) und (5.38) mit den basierend auf λ_n^k berechneten verallgemeinerten Koordinaten y_F , y_V , y_H und y_L der einzelnen Komponentenmodelle des Basisfahrzeugs bereitgestellt werden. Wie für den Index 1 Formalismus in Abschnitt 5.2.1 gezeigt, können die berechneten Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$ entsprechend (5.14) aufgeteilt und in der Form von $G_P^T \lambda$ an die einzelnen Komponentenmodelle zurückgeliefert werden.

Für nichtlineare Nebenbedingungen wird λ über einen Iterationsschritt berechnet. Dies beeinträchtigt die Echtzeitfähigkeit und den modularen Aufbau des Basisfahrzeugs, da die Iterationen nicht ausschließlich mit Informationen aus der entkoppelten Berechnung der Zwangskräfte und -momente auskommen, sondern zusätzlich in jedem Iterationsschritt dezentral berechnete Zustände der einzelnen Komponenten benötigen.

Nicht-iterative Berechnung der Zwangskräfte und -momente. Das skizzierte Verfahren für Index 3 ist für die signalbasierte Simulation in Simulink in dieser Form kaum brauchbar. Ist nur ein einziger Iterationsschritt ausreichend, um die für Fahrzeugdynamikanwendungen benötigte Genauigkeit und Stabilität zu erzielen so lässt sich auch für den allgemeinen Index 3 Formalismus auf der Grundlage des semi-impliziten Euler-Verfahrens eine entkoppelte, modulare und echtzeitfähige Berechnung der Zwangskräfte und -momente in der Form

$$\left. \frac{\partial g}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_n} (\lambda_{n+1} - \lambda_n) = -g(\lambda_n) \quad (5.51)$$

realisieren.

Im Gegensatz zum allgemeinen Vorgehen für den Index 1 Formalismus ohne explizite Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen (vgl. Abschnitt 5.2.1) werden neben den Bestandteilen der Projektionsmatrix P für den hier vorgestellten Index 3 Formalismus keine weiteren schwer zugänglichen Informationen wie zur Berechnung der zeitlichen Ableitung \dot{G} der Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen benötigt. Die Umsetzbarkeit dieses Ansatzes mit nur einem Iterationsschritt wird anhand von Praxisbeispielen in Kapitel 6 gezeigt.

Explizite Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen der Schnittstellen. Analog zu Abschnitt 5.2.1 vereinfacht sich das Integrationsschema auch für den Index 3 Fall, sofern die Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen der Schnittstellen als verallgemeinerte Koordinaten der Komponenten verwendet werden. Die Matrix $\partial p/\partial y$ aus (5.50) reduziert sich somit auf (5.41). Für die Verwendung starrer Gelenke der Form (4.23) mit der Teilmatrix der partiellen Ableitungen (4.24) und mit Kardanwinkeln als rotatorischen Koordinaten in den Kopplungssystemen gemäß (4.14) ist (5.50) konstant. Die diskretisierten Nebenbedingungen (5.48) können dementsprechend in der Form

$$0 = \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_n \left(y_n + hV_n z_n + h^2 V_n \tilde{M}_n^{-1} (Q_n - G_n^T \lambda_n) \right) \quad (5.52)$$

in linearer Abhängigkeit von λ_n dargestellt werden. Nach λ_n aufgelöst erhält man für (5.52) die explizite Berechnungsformel

$$\lambda_n = \left(G_n \tilde{M}_n^{-1} G_n^T \right)^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_n \left(\frac{1}{h^2} y_n + \frac{1}{h} V_n z_n + V_n \tilde{M}_n^{-1} Q_n \right). \quad (5.53)$$

Die Berücksichtigung expliziter Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen ermöglicht somit eine entkoppelte Berechnung der Zwangskräfte und -momente von den eigentlichen Bewegungsgleichungen in den einzelnen Komponentenmodellen, ohne dass in jedem Integrations-schritt eine Iteration über die einzelnen Komponentenmodelle durchgeführt werden muss. Zudem werden die nicht standardmäßig in den Komponentenmodellen verfügbaren partiellen Ableitungen $\partial p/\partial y$ der Koordinaten in den Kopplungssystemen nach den Freiheitsgraden der Komponente hinfällig. Aufgrund zusätzlicher Systemfreiheitsgrade erhöht sich im Gegenzug aber die Dimension der unabhängigen Bewegungsgleichungssysteme der einzelnen Komponenten.

Für in den Systemzuständen lineare Nebenbedingungen entspricht (5.53) somit der expliziten Berechnungsformel (5.46) für die Index 1 Formulierung aus Abschnitt 5.2.1 mit Baumgarte-Parametern $\alpha_{bg} = 1/(2h)$ und $\beta_{bg} = 1/h^2$.

Generalized- α -Verfahren

Das ursprünglich für die Lösung von ODEs entworfene Generalized- α -Verfahren [14] mit Verfahrensordnung 2 hat sich mittlerweile auch in der Mehrkörperdynamik zur Behandlung differential-algebraischer Systeme etabliert [3]. Es handelt sich hierbei um ein A-stabiles Verfahren mit konstanter Schrittweite h .

Grundlagen. Das Generalized- α -Verfahren für gewöhnliche Differentialgleichungssysteme erster Ordnung der Form (4.3) basiert auf den Newmark-Formeln [57]

$$y_{n+1} = y_n + h z_n + h^2 \left(\frac{1}{2} - \beta_{g\alpha} \right) a_n + h^2 \beta_{g\alpha} a_{n+1} \quad (5.54a)$$

$$z_{n+1} = z_n + h (1 - \gamma_{g\alpha}) a_n + h \gamma_{g\alpha} a_{n+1} . \quad (5.54b)$$

Anstelle der ursprünglichen Beschleunigungen \dot{z}_n und \dot{z}_{n+1} werden darin die Hilfsbeschleunigungen a_n und a_{n+1} verwendet. Diese werden mithilfe von

$$\begin{aligned} a_0 &= \dot{z}_0 \\ (1 - \alpha_m) a_{n+1} + \alpha_m a_n &= (1 - \alpha_f) \dot{z}_{n+1} + \alpha_f \dot{z}_n \end{aligned} \quad (5.55)$$

aus einer Kombination der Berechnungsvorschriften des HHT- α -Verfahrens [35] und des Bossak-Newmark-Verfahrens [104] berechnet. Die Kinematikmatrix V ist hierbei aus Konsistenzgründen zu der im Folgenden angeführten Literatur zunächst noch nicht berücksichtigt.

Das Generalized- α -Verfahren erlaubt eine Variation der numerischen Dämpfung hochfrequenter Anteile der Lösung mittels des Spektralradius ρ_∞ unter Berücksichtigung einer minimierten Dämpfung für niederfrequente Anteile. Der Spektralradius geht in die Verfahrensparameter α_m , α_f , $\beta_{g\alpha}$ und $\gamma_{g\alpha}$ über die in [14] vorgeschlagene Beziehung

$$\begin{aligned} \alpha_m &= \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1} \\ \alpha_f &= \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1} \\ \gamma_{g\alpha} &= \frac{1}{2} + \alpha_f - \alpha_m \\ \beta_{g\alpha} &= \frac{1}{4} \left(\gamma_{g\alpha} + \frac{1}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

ein. Für ein stabiles Verfahren muss $\rho_\infty \in [0, 1[$ gelten. Für $\rho_\infty \rightarrow 1$ erhält man ein ungedämpftes Verfahren, das sich der Trapezregel annähert; für $\rho_\infty = 0$ werden die hochfrequenten Anteile asymptotisch ausgelöscht. Diese Variation der numerischen Dämpfung ist mit dem semi-impliziten Euler-Verfahren nicht möglich.

Abhängig davon, ob \dot{z}_{n+1} mit (4.3b), basierend auf den Zuständen y und z zum neuen Zeitschritt t_{n+1} oder zum alten Zeitschritt t_n berechnet wird, handelt es sich um ein implizites oder ein explizites Verfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen.

Ausgehend von einer impliziten Berechnung stellt [3] für Deskriptorsysteme vom Index 3 der Form (3.21) einen iterativen Algorithmus für das Generalized- α -Verfahren mit Ordnung 2 in den Systemzuständen und den Lagrange-Multiplikatoren λ vor.

Semi-impliziter Ansatz. Die im Rahmen dieser Arbeit im Vordergrund stehende echtzeitfähige und modulare Behandlung differential-algebraischer Systeme erfordert jedoch eine dezentrale numerische Integration der einzelnen Komponenten verbunden mit einer expliziten Berechnung des Vektors λ .

Analog zum Vorgehen für das semi-implizite Euler-Verfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen aus Abschnitt 5.1.3 ist auch für das Generalized- α -Verfahren eine semi-implizite Berechnung von \dot{z}_{n+1} anwendbar. Dazu wird der Vektor Q der verallgemeinerten

Kräfte und Momente unter Zuhilfenahme der Taylorentwicklung

$$\begin{aligned} Q(y_{n+1}, z_{n+1}) &\approx Q(y_{\bar{n}}, z_{\bar{n}}) + \frac{\partial Q}{\partial y} \Big|_{(y_{\bar{n}}, z_{\bar{n}})} (y_{n+1} - y_{\bar{n}}) + \frac{\partial Q}{\partial z} \Big|_{(y_{\bar{n}}, z_{\bar{n}})} (z_{n+1} - z_{\bar{n}}) \\ &= Q(y_{\bar{n}}, z_{\bar{n}}) + \tilde{\beta}_{g\alpha} \frac{\partial Q}{\partial y} \Big|_{(y_{\bar{n}}, z_{\bar{n}})} \dot{z}_{n+1} + \tilde{\gamma}_{g\alpha} \frac{\partial Q}{\partial z} \Big|_{(y_{\bar{n}}, z_{\bar{n}})} \dot{z}_{n+1} \end{aligned} \quad (5.56)$$

um einen Prädiktor

$$y_{\bar{n}} = y_n + h z_n + h^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta_{g\alpha} \right) - \beta_{g\alpha} \frac{\alpha_m}{1 - \alpha_m} \right) a_n + h^2 \beta_{g\alpha} \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_m} \dot{z}_n \quad (5.57a)$$

$$z_{\bar{n}} = z_n + h \left((1 - \gamma_{g\alpha}) - \gamma_{g\alpha} \frac{\alpha_m}{1 - \alpha_m} \right) a_n + h \gamma_{g\alpha} \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_m} \dot{z}_n \quad (5.57b)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_{g\alpha} &= h^2 \beta_{g\alpha} \frac{1 - \alpha_f}{1 - \alpha_m} \\ \tilde{\gamma}_{g\alpha} &= h \gamma_{g\alpha} \frac{1 - \alpha_f}{1 - \alpha_m} \end{aligned}$$

linearisiert [45]. Für die impliziten Zustände y_{n+1} und z_{n+1} in (5.56) werden als Näherung die Berechnungsschemas (5.54) verwendet. Der Prädiktor (5.57) ergibt sich durch Auswertung von (5.54) unter Vernachlässigung des impliziten Anteils für \dot{z}_{n+1} in (5.55) und entspricht dem Vorgehen aus [3] für eine nach einem Schritt abgebrochene Newton-Iteration.

Unter Berücksichtigung der inversen Kinematikmatrix V lässt sich die diskretisierte implizite Auswertung

$$M_{n+1} \dot{z}_{n+1} = Q_{n+1}$$

der Bewegungsgleichungen passend umformen in eine semi-implizite Auswertung der Form

$$\underbrace{\left(\underbrace{M_n - \tilde{\beta}_{g\alpha} \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)_{\bar{n}} V_n - \tilde{\gamma}_{g\alpha} \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)_{\bar{n}}}_{M_{J_{\bar{n}}}} \right)}_{\tilde{M}_{\bar{n}}} \dot{z}_{n+1} = Q_{\bar{n}} \quad (5.58)$$

mit einer analog zu (5.8) mit zusätzlichen Stabilisierungstermen erweiterten Massenmatrix $\tilde{M}_{\bar{n}}$, die aus der Linearisierung (5.56) um den Prädiktor (5.57) resultieren. Die Matrizen M und V ändern sich in einem Simulationsschritt nur geringfügig, so dass hier wie im expliziten Verfahren eine Auswertung M_n und V_n mit Zuständen aus dem alten Zeitschritt t_n verwendet werden kann. Unter Berücksichtigung von (5.55) können anschließend aus den um die Matrix V erweiterten Berechnungsvorschriften (5.54) die neuen Zustände

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + V_n \left(h z_n + h^2 \left(\frac{1}{2} - \beta_{g\alpha} \right) a_n + h^2 \beta_{g\alpha} a_{n+1} \right) \\ z_{n+1} &= z_n + h (1 - \gamma_{g\alpha}) a_n + h \gamma_{g\alpha} a_{n+1} \end{aligned}$$

berechnet werden.

Für ein Deskriptorsystem vom Index 3 der Form (3.21) lassen sich dementsprechend, wie bereits zuvor für das semi-implizite Euler-Verfahren gezeigt, die verallgemeinerten Koordinaten y abhängig vom Vektor λ der Lagrange-Multiplikatoren in der Form

$$y_{n+1}(\lambda_n) = y_n + V_n \left(h z_n + \frac{h^2 \beta_{g\alpha} \alpha_f}{1 - \alpha_m} \dot{z}_n + \hat{a}_n(\lambda_n) \right)$$

mit

$$\hat{a}_n(\lambda_n) = \left(h^2 \left(\frac{1}{2} - \beta_{g\alpha} \right) - \frac{h^2 \beta_{g\alpha} \alpha_m}{1 - \alpha_m} \right) a_n + \tilde{\beta}_{g\alpha} \tilde{M}_n^{-1} (Q_n - G_n^T \lambda_n)$$

darstellen und in die diskretisierten algebraischen Nebenbedingungen (5.48) einsetzen. Abhängig von der Wahl der absoluten Koordinaten p in den Kopplungssystemen ergeben sich daraus analoge Berechnungsvorschriften wie für das semi-implizite Euler-Verfahren für DAEs vom Index 3: Es gelten (5.49) für eine iterative Lösung der nichtlinearen Nebenbedingungen und (5.51) für die nach einer Iteration abgebrochene Variante mit der Funktionalmatrix

$$\frac{\partial g}{\partial \lambda} = -\tilde{\beta}_{g\alpha} G \tilde{M}^{-1} G^T .$$

Die explizite Berechnungsvorschrift (5.53) für lineare Nebenbedingungen erweitert sich für das semi-implizite Generalized- α -Verfahren zu

$$\lambda_n = (G_n \tilde{M}_n^{-1} G_n^T)^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_n \left(\tilde{a}_n + V_n \tilde{M}_n^{-1} Q_n \right) \quad (5.59)$$

mit

$$\tilde{a}_n = \frac{1}{\tilde{\beta}_{g\alpha}} y_n + V_n \left(\frac{h}{\tilde{\beta}_{g\alpha}} z_n + \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_f} \dot{z}_n + \frac{\frac{1}{2}(1 - \alpha_m) - \beta_{g\alpha}}{(1 - \alpha_f)\beta_{g\alpha}} a_n \right) .$$

Für ein Deskriptorsystem der Form (3.21) setzt sich die Jacobi-Matrix G der Nebenbedingungen in (5.59) analog wie in (5.53) zusammen.

In [45] wird für diesen semi-impliziten Ansatz gemäß dem Konvergenzbeweis in [3] von einer theoretischen Verfahrensordnung 2 ausgegangen. Praktische Beispiele für die Kopplung einer vorderen Radaufhängung mit einem Lenksystem zeigen jedoch, dass die numerisch aus den Simulationsergebnissen bestimmte Verfahrensordnung auf 1 sinkt. Zudem wird hierbei in verschiedenen Fallbeispielen näher auf die Rolle der variablen numerischen Dämpfung eingegangen.

5.2.3. Verwendbarkeit von Modellierungstools

Die in den Abschnitten 5.2.1 und 5.2.2 beschriebenen Methoden für eine entkoppelte Berechnung des Vektors λ der Lagrange-Multiplikatoren benötigen unterschiedliche Informationen von den einzelnen Teilmodellen. Diese Informationen können mit mehr oder weniger Aufwand zur Verfügung gestellt werden, abhängig davon, welche multiphysikalischen oder MKS-Werkzeuge zur Modellierung der jeweiligen Komponente verwendet werden.

MapleSim

Informationen über die Kinematik sowie Kräfte und Momente in einem bestimmten Punkt des Modells lassen sich mithilfe von Sensoren berechnen und ausgeben. Kinematische Abhängigkeiten bezüglich der verallgemeinerten Koordinaten eines Modells der Form (5.16) und (5.34) sind hingegen häufig nicht standardmäßig verfügbar. Für in MapleSim erzeugte Modelle gibt es jedoch über den Berechnungskern Maple zusätzlich die Option der expliziten Analyse und symbolischen Nachbearbeitung der Bewegungsgleichungen von Simulationsmodellen. Dies eröffnet die Möglichkeit, sich solche Informationen zusätzlich in Form von C-Code generieren zu lassen. Da dies bislang noch nicht automatisiert beim Export für ein Komponentenmodell unterstützt wird, werden im Rahmen dieser Arbeit entsprechende Routinen geschrieben, die den erzeugten C-Code analysieren und dorthingehend erweitern.

Das Gleiche gilt für die Bereitstellung von Informationen über das Bewegungsgleichungssystem des Komponentenmodells. Durch eingehende Analyse des aus MapleSim generierten C-Codes können hier die symbolischen Berechnungen für die Massenmatrix M_{jj} und den Vektor $M_{jj}^{-1}Q_j$ der zwangsfreien verallgemeinerten Beschleunigungen der j-ten Komponente extrahiert und deren Werte in jedem Simulationsschritt als Ausgänge aus den Komponentenmodellen bezogen auf die Kopplungssysteme der Schnittstellen bereitgestellt werden.

Andere Modellierungswerkzeuge

Im Rahmen dieser Arbeit wurden auch mit der multiphysikalischen Entwicklungsumgebung SimulationX entwickelte Komponentenmodelle untersucht. Die Bewegungsgleichungen für mechanische Systeme liegen dabei in der expliziten Form (5.3) vor, so dass die inverse Massenmatrix nicht direkt verfügbar ist, sondern nur als Matrix-Vektor-Produkt $M_{jj}^{-1}Q_j$ zur Verfügung steht. Es besteht die Möglichkeit, über sogenannte Stimuli für die verallgemeinerten Kräfte und Momente Q_j die Inverse der Massenmatrix zu bestimmen. In [11] wird z. B. für das MKS-Simulationstool SIMPACK beschrieben, wie entsprechende Informationen hinsichtlich der Bewegungsgleichungen in Residuenform mittels des Verfahrens von Eichberger [21] bereitgestellt werden können. Dies erfordert jedoch zusätzliche Eingänge in das Komponentenmodell, um die Stimuli aufbringen zu können. Zudem wird dadurch in jedem Simulationsschritt zusätzlicher Berechnungsaufwand generiert. Dies hat negative Auswirkungen auf eine echtzeitfähige numerische Integration.

In [45] wird die Einbindung von MKS-Modellen untersucht, die mit den Matlab Toolboxen Simscape und SimMechanics erzeugt und als C-Code in Form einer S-Funktion in das Fahrzeugmodell eingebunden werden. Der C-Code wird dabei mit Hilfe des Matlab Real Time Workshop [93] erzeugt. Hierfür ist es jedoch derzeit nicht möglich, automatisiert detailliertere Informationen über das mechanische Modell aus dem Quellcode zu erhalten, da die Berechnung der Massenmatrix M und der rechten Seite Q in dem Benutzer nicht zugänglichen Funktionen berechnet werden.

Fazit

Mit der benutzerdefinierten Wahl verallgemeinerter Koordinaten, dem Export kinematischer Abhängigkeiten des Modells als optimiertem C-Code sowie einer für die vorgestellten Kopplungstechniken geeigneten Struktur der exportierten Bewegungsgleichungen bietet MapleSim

interessante Möglichkeiten zur Untersuchung unterschiedlicher Techniken für die Einbindung von MKS-Komponenten in ein signalbasiertes Basisfahrzeugmodell. Die in Kapitel 6 präsentierten Ergebnisse für generische Kopplungstechniken basieren daher auf mit MapleSim erzeugten Komponentenmodellen.

5.3. Simulationsstrategien

Zur Festlegung auf eine geeignete Ausführungsreihenfolge in einem Simulationsschritt wird von einem modularisierten Basisfahrzeug mit Komponentenmodellen für den Fahrzeugkörper, die vorderen und hinteren Radaufhängungen und das Lenksystem ausgegangen. Basierend auf diesem Modell können einzelne oder auch mehrere Komponenten durch Teilmodelle aus multiphysikalischen oder MKS-Modellierungsumgebungen ersetzt werden. Abhängig davon ob die eingebundenen Komponenten ihre Systemzustände eigenständig berechnen oder die Zustandsgrößen zusammen mit dem Rest des Basisfahrzeugmodells numerisch integriert werden, unterscheidet man zwischen einer dezentralen und einer zentralen numerischen Integration.

Ziel ist es, für alle in den Abschnitten 4.3 und 4.4 vorgestellten Techniken zur Einbindung von Komponentenmodellen in das Basisfahrzeugmodell eine konsistente Abarbeitungsreihenfolge für die einzelnen Modellteile zu erhalten. Damit kann größtmögliche Flexibilität bei der Kombination unterschiedlicher Kopplungstechniken in einem Modell sowie zentral und dezentral integrierten Komponenten erreicht werden. Hierbei ist der Signalfluss der einzelnen Komponenten untereinander von Interesse. Im Kontext einer signalbasierten Simulation werden zudem Möglichkeiten vorgestellt aus Zeitverzügen entstehende Instabilitäten geeignet zu behandeln.

5.3.1. Zentrale Integration

Von einer zentralen Integration wird gesprochen, wenn die einzelnen Komponenten des Basisfahrzeugmodells nur Informationen über ihre Bewegungsgleichungen bereitstellen, die Berechnung der einzelnen Systemzustände jedoch in einer übergreifenden Routine durchgeführt wird. Dies ist im Allgemeinen nur bei einer strukturangepassten Einbindung von Komponentenmodellen der Fall. Für die übrigen generischen Techniken werden Komponentenmodelle aus Multiphysik- oder MKS-Werkzeugen verwendet. Diese berechnen die Systemzustände in der Regel dezentral.

Die Integrationsreihenfolge der einzelnen Komponentenmodelle bestimmt sich aus der Vorgabe der Kinematik für die strukturangepasste Kopplungstechnik aus Abschnitt 4.3. Der Fahrzeugkörper prägt hierbei seine Bewegung in der Schnittstelle S_B den Radaufhängungen sowie dem Lenksystem auf (vgl. Abbildung 4.7). Des Weiteren prägt auch das Lenksystem seine Bewegung in den Schnittstellen S_{LS} und S_{RS} der vorderen Radaufhängung auf. Abbildung 5.1 verdeutlicht die Ausführungsreihenfolge und den Signalfluss zwischen den einzelnen Komponentenmodellen. Zunächst wird das Modell für den Fahrzeugkörper und im Anschluss das Modell für das Lenksystem sowie für die Radaufhängungen gerechnet, um somit sukzessive die kinematischen Informationen ohne Zeitverzug direkt übergeben zu können. Das Gesamtsystem der Bewegungsgleichungen wird in einer zentralen Routine aufgestellt und numerisch integriert.

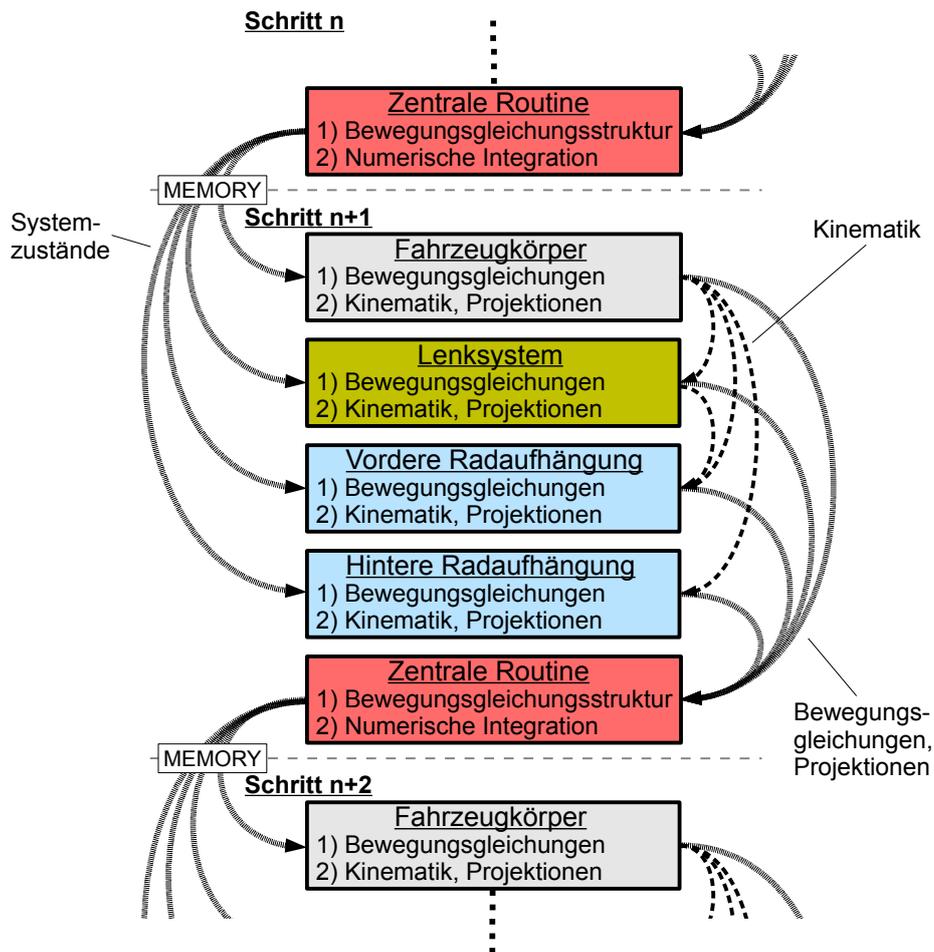


Abbildung 5.1.: Zentrale Integration des modularisierten Basisfahrzeugmodells bei strukturangepasster Einbindung von Komponentenmodellen.

Die infolge der aufgeprägten Bewegungen erzeugten Reaktionskräfte und -momente werden an Stelle der jeweiligen Teilmodelle direkt an die zentrale Routine übergeben. Dadurch können die Kräfte und Momente konsistent und ohne Zeitverzug im selben Zeitschritt berücksichtigt werden. Jede Komponente stellt auf der Basis der darin enthaltenen Teilkörper ihre eigenen Bewegungsgleichungen in Form der Massenmatrix und des Kraft- und Momentenvektors zur Verfügung und übergibt diese an die zentrale Routine. Ferner werden aufgrund der kinematischen Bindungen zwischen den Komponenten in die jeweiligen Kopplungssysteme projizierte Informationen benötigt. Dies umfasst Richtungsvektoren sowie in den Teilkörpern der Komponenten vorhandene Massen, Massenkräfte und -momente und eingeprägte Kräfte und Momente, die komponentenübergreifende Auswirkungen haben (vgl. Abschnitt 4.3). Damit können auch die als Nebendiagonaleinträge in der globalen Massenmatrix in (4.2) auftretenden Massenkopplungen in der zentralen Routine berechnet werden. In Anbetracht der zentralen Aufstellung der Bewegungsgleichungen müssen diese nur einmal pro Simulationsschritt bestimmt werden.

Im Anschluss daran wird eine zentrale numerische Integration der Zustände der einzelnen

Teilmodelle durchgeführt, sofern die eingebundenen Komponentenmodelle rein als symbolische Bewegungsgleichungen vorliegen und keine eigenständige Integration besitzen. Da das Gesamtsystem der Bewegungsgleichungen unmittelbar vor der zentralen numerischen Integration aufgestellt wird, entsteht gegenüber einer monolithischen Modellierung der einzelnen Komponenten in einem Gesamtmodell kein zusätzlicher Zeitverzug.

Die neu berechneten Zustände der verallgemeinerten Koordinaten und Geschwindigkeiten werden in der Gegenrichtung im folgenden Simulationsschritt an die einzelnen Komponenten zurückgeliefert (vgl. Abbildung 5.1). Über das Positionieren von Memory Blöcken zwischen dem Ausgang der zentralen Integrationsroutine und den Eingängen der einzelnen Komponenten in Simulink wird entsprechend die Ablaufreihenfolge vorgegeben.

5.3.2. Dezentrale Integration

Die aus multiphysikalischen oder MKS-Modellierungstools nach Simulink exportierten Komponentenmodelle besitzen für gewöhnlich eine eigenständige numerische Integration der jeweiligen Systemzustände, die nach dem Berechnen der für die Bewegungsgleichungen relevanten Größen und vor der Belegung der Signalausgänge der Komponentenmodelle durchgeführt wird. Für das modular aufgebaute Basisfahrzeugmodell führt dies zu einer dezentralen Integration. Die dezentral berechneten Systemzustände müssen nicht über Signale von Simulationsschritt zu Simulationsschritt ausgetauscht werden, sondern können jeweils in den Komponenten zwischengespeichert werden. Dementsprechend werden hierfür im Folgenden keine expliziten Signale zwischen den Komponenten abgebildet.

Prinzipiell wäre es auch denkbar, die numerische Integration in den Teilmodellen abzuschalten und nur die Informationen über die Bewegungsgleichungen für die einzelnen Komponenten bereitzustellen, um die jeweiligen Zustände zentral aufzuintegrieren. Der Mehrwert ist jedoch gering, da gegenüber einer zentralen Integration für die strukturanangepasste Einbindung von Komponentenmodellen bei den generischen Ansätzen die entsprechenden Reaktionskräfte nicht sogleich in der zentralen Routine berücksichtigt werden können. Der Grund dafür liegt darin, dass die exportierten Komponentenmodelle aus Multiphysik- oder MKS-Werkzeugen als Black Boxes verstanden werden können. Die internen Berechnungen sind dementsprechend nicht im Detail bekannt und können somit auch nicht in die zentrale Routine ausgelagert werden, wie dies bei der strukturanangepassten Technik der Fall ist. Folglich sind trotz zentraler Integration weiterhin Zeitverzüge im Gesamtmodell vorhanden.

Generische Einbindung mittels Aufprägen von Bewegungen

Für die Kopplungstechnik des Aufprägens von Bewegungen aus Abschnitt 4.4.2 ergibt sich eine Ausführungsreihenfolge entsprechend der strukturanangepassten Einbindung von Komponentenmodellen in Abbildung 5.1. Multiphysikalische oder MKS-Werkzeuge stellen für diese Technik entsprechende Blöcke für Aktuatoren und Sensoren in ihren Modulbibliotheken zur Verfügung (vgl. Abschnitt 4.4.2). In der einen Richtung werden Bewegungen in den Schnittstellen aufprägen und in der Gegenrichtung die daraus resultierenden Reaktionskräfte und -momente im nächsten Simulationsschritt zurückgeliefert. Abbildung 5.2 zeigt den Ablauf und Signalfluss für eine dezentrale numerische Integration inklusive der für die Komponentenmodelle skizzierten internen Berechnungsschritte. Im Vergleich zur zentralen Integration der Systemzustände entsteht hierbei ein zusätzlicher Zeitverzug: Die für die Verkopplung

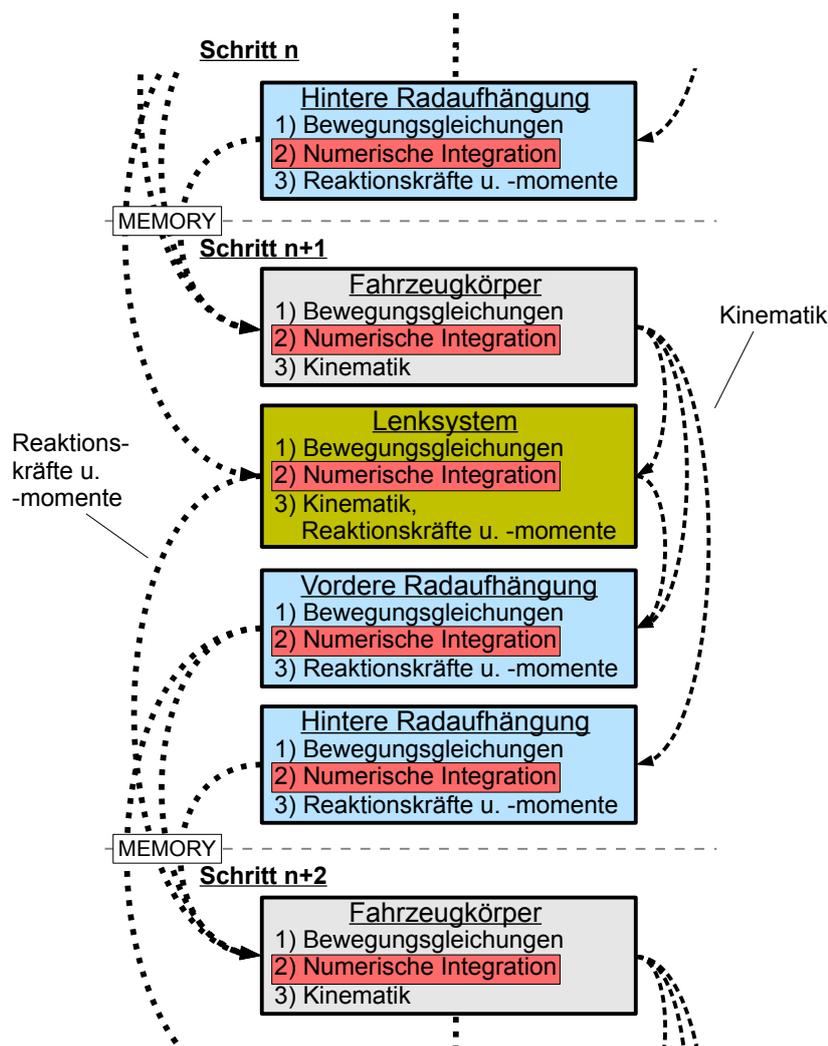


Abbildung 5.2.: Dezentrale Integration des modularisierten Basisfahrzeugmodells und Verkopplung der Komponentenmodelle mittels Aufträgen von Bewegungen.

der Komponenten benötigten Kräfte und Momente müssen in den einzelnen Teilmodellen verarbeitet werden und können im Unterschied zur strukturangepassten Einbindung erst im nächsten Simulationsschritt an die folgende Komponente übergeben werden. Dort gehen diese sodann in die numerische Integration der neuen Zustände mit ein.

Generische Einbindung mittels algebraischer Nebenbedingungen

Sofern die Verkopplung der einzelnen Komponenten des Basisfahrzeugmodells über algebraische Nebenbedingungen in den Schnittstellen bewerkstelligt wird, können die daraus resultierenden Zwangskräfte und -momente getrennt von den Bewegungsgleichungen der einzelnen Komponentenmodelle berechnet werden. Aus Konsistenzgründen wird diese Berechnung im Anschluss an die Integration der Bewegungsgleichungen für alle Komponenten durchgeführt.

Abbildung 5.3 zeigt die entsprechende Ausführungsreihenfolge und den dazugehörigen Signalfluss. Die zentrale Routine zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente erhält Informatio-

Generische Einbindung mittels Feder-/Dämpferelementen

Für die Verkopplung über Feder-/Dämpferelemente erhält man eine Integrationsreihenfolge analog zur Verwendung algebraischer Nebenbedingungen. An Stelle von Zwangskräften und -momenten werden entsprechende Feder-/Dämpferkräfte und -momente basierend auf der Kinematik der Kopplungssysteme in den Schnittstellen der einzelnen Komponenten berechnet. Zusätzliche Informationen über die Bewegungsgleichungen der Teilmodelle werden hingegen nicht benötigt.

Die Kopplung über Feder-/Dämpferelemente hat den Vorteil, dass die benötigten Informationen durch den Einbau entsprechender Kinematikensensoren standardmäßig in den exportierten Komponentenmodellen verfügbar sind. Dementgegen steht jedoch das Problem, dass diese Kopplungstechnik für eine genaue Abbildung von idealen kinematischen Bindungen zu sehr steifen Differentialgleichungen führen kann.

5.3.3. Kombinierte zentrale und dezentrale Integration

Die kombinierte zentrale und dezentrale Integration wird beispielhaft anhand der generischen Einbindung von Komponentenmodellen für eine vordere Radaufhängung und ein Lenksystem aus einem Multiphysik- oder MKS-Tool über algebraische Nebenbedingungen skizziert. Die generisch eingebundenen Komponentenmodelle werden dezentral integriert. Das verbleibende Basisfahrzeugmodell, bestehend aus Fahrzeugkörper und hinterer Radaufhängung, berechnet seine Zustände unter der Verwendung einer strukturangepassten Einbindung zentral.

Abbildung 5.4 zeigt exemplarisch den veränderten Signalfluss gegenüber der rein zentralen Integration aus Abbildung 5.1 und der dezentralen Integration aus Abbildung 5.3. Zwischen den zentral integrierten Komponenten werden weiterhin direkt Informationen ausgetauscht, welche die verkoppelte Kinematik der beiden Modelle betreffen. Die generisch eingebundenen Teilmodelle stehen weder in einer direkten Verbindung zueinander noch zu den zentral integrierten Komponenten. Die Kopplung erfolgt über die zentrale Berechnung von Zwangskräften und -momenten. Um einen konsistenten Signalfluss zu erhalten, muss die Routine zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente nach der zentralen Routine für die Integration der Bewegungsgleichungen von Fahrzeugkörper und hinterer Radaufhängung ausgeführt werden.

5.3.4. Behandlung von Zeitverzügen

Für die strukturangepasste Einbindung von Komponentenmodellen gemäß Abschnitt 4.3 mit zentraler numerischer Integration der Systemzustände ergeben sich gegenüber einer monolithischen Implementierung des Basisfahrzeugmodells keine zusätzlichen Zeitverzüge. Für die generische Einbindung von Komponentenmodellen aus Abschnitt 4.4 mit dezentraler numerischer Integration erhält man durch die modulare Simulation in einer signalbasierten Entwicklungsumgebung wie Simulink jedoch algebraische Schleifen. Zur Behandlung solcher Schleifen gibt es unterschiedliche Techniken, die von einer iterativen Vorgehensweise über die Verwendung von Filtern bis hin zur Einbindung von künstlichen Zeitverzügen reichen [43, 44]. Da iterative Methoden im Rahmen der Echtzeitfähigkeit ausscheiden und die Verwendung von Filtern die Dynamik des Systems verändert [18], wird in dieser Arbeit auf die

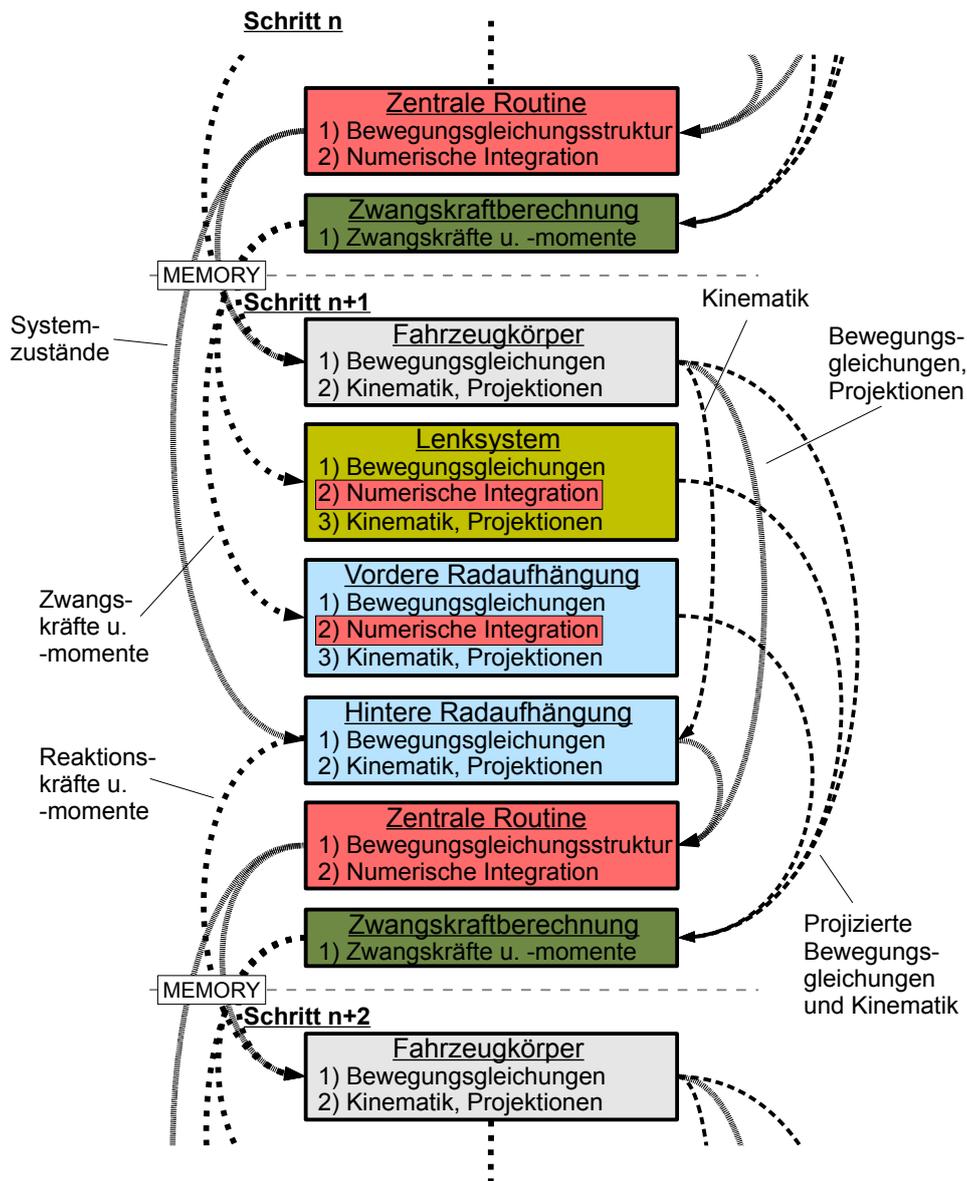


Abbildung 5.4.: Kombinierte zentrale und dezentrale Integration des modularisierten Basisfahrzeugmodells.

Verwendung von Memory Blöcken zur Verzögerung einzelner Signale von algebraischen Schleifen zurückgegriffen. Dadurch sind jedoch gegenüber einer monolithischen Modellierung und Lösung zusätzliche Instabilitäten für das modularisierte Basisfahrzeugmodell zu erwarten.

Die bei der generischen Einbindung zurückgeführten und damit verzögerten Signale stellen unabhängig von der verwendeten Technik immer Reaktions- bzw. Kopplungskräfte und -momente dar (vgl. Abbildungen 5.2 und 5.3). Bei der Verwendung von in den Abschnitten 5.1 und 5.2 vorgestellten semi-impliziten Integrationsverfahren liegt die Idee nahe, für diese verzögerten Kräfte und Momente entsprechende Jacobi-Anteile zu berechnen, die analog zu (5.8) als zusätzlicher Stabilisierungsanteil der Form M_J für die Massenmatrix M des Gesamtsystems verwendet werden.

Generische Einbindung mittels Aufprägen von Bewegungen

Verkoppelt man die einzelnen Komponenten durch Aufprägen von Bewegungen so sind die symbolischen Berechnungen der Reaktionskräfte und -momente aus dem C-Code der einzelnen Komponentenmodelle für gewöhnlich nur schwer erhältlich (vgl. Abschnitt 4.4.2). Außerdem handelt es sich hierbei im Allgemeinen um Berechnungen, die für die gleichzeitige Verkopplung mehrerer Komponenten noch zusätzlich an Komplexität gewinnen. Demnach ist die Bestimmung der partiellen Ableitungen nach den Systemzuständen äußerst aufwändig und für eine echtzeitfähige Simulation kaum mehr sinnvoll durchführbar.

Diese Kopplungstechnik ist somit für einfache Kombinationen zweier nicht-steifer Komponenten geeignet und zudem sehr performant, nicht jedoch für Verkopplungen mehrerer steifer Systeme.

Generische Einbindung mittels Feder-/Dämpferelementen

Verwendet man Feder-/Dämpferelemente, um die starren Bindungen zwischen den Komponenten nachzubilden, so erhält man dafür Kräfte und Momente der Form (4.15). Daraus lassen sich geeignete Jacobi-Anteile

$$\frac{\partial \mathcal{S}_{FV,0}}{\partial y_F} = C \frac{\partial p_{0S_{BF},0}}{\partial y_F} \quad (5.60)$$

und

$$\frac{\partial \mathcal{S}_{FV,0}}{\partial z_F} = D \frac{\partial \dot{p}_{0S_{BF},0}}{\partial z_F} \quad (5.61)$$

bestimmen. Exemplarisch wird die Berechnung in (5.60) und (5.61) für den Kraft- und Momentenvektor im Kopplungssystem der Schnittstelle zwischen dem Fahrzeugkörper und der Vorderachse gezeigt, die nach den verallgemeinerten Koordinaten y_F und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten z_F des Fahrzeugkörpers abgeleitet werden. Gemäß der Struktur der Jacobi-Matrix in (5.8) des semi-impliziten Euler-Verfahrens können die Anteile (5.60) und (5.61) als zusätzliche Massenanteile von M_{FF} in (4.16) berücksichtigt werden. Analog kann auch für die restlichen Basisfahrzeugkomponenten vorgegangen werden.

Die Verkopplung mehrerer Komponenten über Feder-/Dämpferelemente ist leicht realisierbar und lässt überdies auch die Berechnung zusätzlicher Stabilisierungsanteile für die Kopplungskräfte und -momente zu. Dies führt bei der Abbildung ideal starrer Kopplungen und bei höheren Genauigkeitsanforderungen zu sehr steifen Systemen, welche sich mit echtzeitfähigen Routinen oftmals nicht mehr zuverlässig stabil berechnen lassen.

Generische Einbindung mittels algebraischer Nebenbedingungen

Verwendet man für die Verkopplung der Basisfahrzeugkomponenten algebraische Nebenbedingungen so sind die Formalismen zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente explizit bekannt (vgl. Abschnitt 5.2).

Jacobi-Anteile aus Zwangskräften und -momenten. Darauf aufbauend werden im Folgenden im Rahmen der dezentralen Integration weitere Jacobi-Matrixanteile bestimmt. Aus der Berechnungsformel (5.46) des Vektors λ der Lagrange-Multiplikatoren für den Index 1 Formalismus ohne Berücksichtigung der Baumgarte-Stabilisierung ergeben sich gemäß [23] die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = (GM^{-1}G^T)^{-1} GM^{-1} \frac{\partial Q}{\partial y}, \quad (5.62)$$

und

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = (GM^{-1}G^T)^{-1} GM^{-1} \frac{\partial Q}{\partial z}. \quad (5.63)$$

Diese können für ein semi-implizites Integrationsschema wie das semi-implizite Euler-Verfahren (5.9) in den Bewegungsgleichungen

$$\underbrace{\left(\tilde{M} + G^T \underbrace{\left(h^2 \frac{\partial \lambda}{\partial y} V + h \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right)}_{\Lambda} \right)}_{\tilde{M}} \dot{z} = Q - G^T \lambda \quad (5.64)$$

als zusätzliche Stabilisierungsanteile für die Massenmatrix \tilde{M} , basierend auf den Zwangskräften und -momenten $G^T \lambda$, berücksichtigt werden. Dies entspricht einer Erweiterung der Jacobi-Matrix (5.11) zu

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M^{-1} \left(h \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - G^T \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right) V + \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - G^T \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right) \right) \end{pmatrix}.$$

Nach [84] hat die Wahl der Jacobi-Matrix keinen Einfluss auf die Konvergenz von linear-impliziten Verfahren. Demzufolge kann für die Berechnung der zusätzlichen Jacobi-Anteile (5.62) und (5.63) vereinfachend angenommen werden, dass sich die Massenmatrix M und die in G enthaltene Kinematikmatrix V gegenüber den verallgemeinerten Koordinaten y und Geschwindigkeiten z nur sehr langsam ändern und ihre partielle Ableitungen unberücksichtigt bleiben können.

Aus den expliziten Berechnungsformeln (5.62) und (5.63) lässt sich erkennen, dass die Matrizen $\partial \lambda / \partial y$ und $\partial \lambda / \partial z$ gegenüber der Massenmatrix \tilde{M} keine reine Diagonalstruktur besitzen. Zusätzliche Einträge auf den Nebendiagonalen führen somit zu Querabhängigkeiten zwischen den dezentral integrierten Komponenten des Basisfahrzeugs, so dass sich die erweiterte Massenmatrix \tilde{M} in (5.64) nicht mehr in unabhängige Teilmatrizen für die einzelnen Komponenten aufteilen lässt. Formt man (5.64) um in

$$\tilde{M} \dot{z} = Q - G^T \lambda - \Lambda \dot{z}, \quad (5.65)$$

so können die in $\Lambda \dot{z}$ zusammengefassten Stabilisierungsterme als zusätzliche Zwangskräfte und -momente betrachtet werden. Das Gleichungssystem (5.65) kann demnach wieder auf die einzelnen Komponenten des Basisfahrzeugmodells aufgeteilt und dezentral gelöst werden.

Unter Berücksichtigung von (5.62) und (5.63) lässt sich die Matrix Λ darstellen als

$$\Lambda = G^T \left(G \tilde{M}^{-1} G^T \right)^{-1} G \tilde{M}^{-1} \left(h^2 \frac{\partial Q}{\partial y} V + h \frac{\partial Q}{\partial z} \right). \quad (5.66)$$

Der zusätzliche Berechnungsaufwand für (5.66) hält sich hierbei in Grenzen, da die Systemmatrix $GM^{-1}G^T$ ohnehin für die explizite Berechnung (5.46) von λ aufgestellt werden muss und die partiellen Ableitungen $\partial Q/\partial y$ und $\partial Q/\partial z$ den Anteilen der Jacobi-Matrix der verallgemeinerten Kräfte und Momente aus den einzelnen Komponentenmodellen entsprechen. Analog zu den in Abschnitt 5.2.1 beschriebenen Signalen kann das Produkt $\Lambda \dot{z}$ unter Berücksichtigung von (4.17) zerlegt werden in

$$\Lambda \dot{z} = G^T \left(G \tilde{M}^{-1} G^T \right)^{-1} G_P \underbrace{P \tilde{M}^{-1} \left(h^2 \frac{\partial Q}{\partial y} V + h \frac{\partial Q}{\partial z} \right)}_{\mu_P} \dot{z} .$$

Der Beschleunigungsvektor μ_P lässt sich entsprechend der Zeilen der Projektionsmatrix (5.16) auf die Kopplungssysteme der einzelnen Komponentenmodelle aufteilen. Demgemäß muss jedes Teilmodell für jedes seiner Kopplungssysteme nur einen Vektor mit Dimension 6×1 im Falle einer Darstellung über Kardanwinkel und mit Dimension 12×1 im Falle von Rotationsmatrizen bereitstellen.

Sofern keine expliziten Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen vorliegen, muss zur Bestimmung der partiellen Ableitungen (5.62) und (5.63) jedoch auf die Berechnungsformel (5.13) für den Index 1 Formalismus bzw. auf (5.49) oder (5.51) für den Index 3 Formalismus zurückgegriffen werden. Hierfür lassen sich nur durch erheblichen Zusatzaufwand oder weitere vereinfachende Annahmen die zugehörigen partiellen Ableitungen für die Matrix (5.66) bereitstellen.

Prädiktor für den Vektor Q der verallgemeinerten Kräfte und Momente. Im Falle von expliziten Freiheitsgraden in den Kopplungssystemen liefert (5.46) für den Index 1 Formalismus die diskretisierte Berechnungsvorschrift für das semi-implizite Euler-Verfahren

$$\lambda_n = \left(G_n \tilde{M}_n^{-1} G_n^T \right)^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_n \left(V_n \tilde{M}_n^{-1} Q_n + 2\alpha_{bg} V_n z_n + \beta_{bg} y_n \right)$$

für den Vektor der Lagrange-Multiplikatoren.

Der Vergleich mit der Ausführungsreihenfolge in Abbildung 5.3 zeigt, dass jeweils die rechten Seiten der einzelnen modularen Komponenten, zusammengefasst im Vektor Q der verallgemeinerten Kräfte und Momente, mit einem Zeitschritt Verzögerung in die zentrale Berechnung von λ eingehen. Die verallgemeinerten Koordinaten y und Geschwindigkeiten z gehen jedoch im aktuellen Schritt ein.

Exemplarisch wird dies an der Berechnung von λ zum Zeitschritt t_n erläutert: Die dezentrale numerische Integration zur Berechnung von y_n und z_n im Schritt n wird nach dem Aufstellen der Bewegungsgleichungen zur Bestimmung von \tilde{M}_{n-1} und Q_{n-1} durchgeführt. Diese Größen finden in die Berechnung

$$\lambda_n = \left(G_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} G_n^T \right)^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_n \left(V_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} Q_{n-1} + 2\alpha_{bg} V_n z_n + \beta_{bg} y_n \right) \quad (5.67)$$

Eingang, welche wiederum im neuen Zeitschritt t_{n+1} zur Bestimmung von \tilde{M}_n und Q_n verwendet wird. Daraus werden in den einzelnen Komponenten in einer dezentralen numerischen Integration die neuen Systemzustände y_{n+1} und z_{n+1} berechnet.

Abhilfe schafft die Verwendung der linearisierten Form

$$Q_n \approx Q_{n-1} + \underbrace{\left(h^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)_{n-1} V_{n-1} + h \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)_{n-1} \right)}_{\Delta Q_{n-1}} \dot{z}_n \quad (5.68)$$

als Prädiktor für den veralteten Vektor Q_{n-1} zur Berechnung von λ_n in (5.67). Hierfür können die zum Zeitschritt t_n aktuell berechneten Beschleunigungen \dot{z}_n verwendet werden. Diese Vorgehensweise gleicht der zur Herleitung semi-impliziter Verfahren (vgl. Abschnitt 5.1.3). Dabei stehen die partiellen Ableitungen von Q nach den verallgemeinerten Koordinaten y und Geschwindigkeiten z in Form der Matrix M_J eines Teilmodells bereits zur Verfügung, siehe z. B. (5.8) oder (5.58). Demzufolge kann mithilfe von

$$\lambda_n = \left(G_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} G_n^T \right)^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_n \left(V_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} (Q_{n-1} + \Delta Q_{n-1}) + 2\alpha_{bg} V_n z_n + \beta_{bg} y_n \right) \quad (5.69)$$

eine genauere Berechnung von λ erzielt werden. Analog tritt dieser Zeitverzug bei der Berechnung von λ auch für die Massenmatrix \tilde{M} auf. Da eine Vorausschau hierfür jedoch deutlich teurer wäre und diese sich nur geringfügig gegenüber den Systemzuständen ändert, wird hier auf die Berechnung eines Prädiktors verzichtet.

Durch Multiplikation mit G_n^T erhält man aus (5.69) die auf das Gesamtsystem wirkenden Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$. Aus der Aufteilung

$$\begin{aligned} G_n^T \lambda_n &= G_n^T \left(G_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} G_n^T \right)^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_n \left(V_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} Q_{n-1} + 2\alpha_{bg} V_n z_n + \beta_{bg} y_n \right) \\ &+ \underbrace{G_n^T \left(G_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} G_n^T \right)^{-1} G_n \tilde{M}_{n-1}^{-1} \left(h^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)_{n-1} V_{n-1} + h \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)_{n-1} \right)}_{\Lambda_n} \dot{z}_n \end{aligned} \quad (5.70)$$

gemäß (5.68) lässt sich unter Berücksichtigung von (3.22) und (5.66) erkennen, dass der aus dem Prädiktor resultierende Anteil von (5.70) genau dem Produkt von $\Lambda \dot{z}$ und den Jacobi-Matrix-Anteilen der Zwangskräfte und -momente $G^T \lambda$ entspricht.

Diese Analogie lässt sich auch für den Index 1 Formalismus in (5.13) oder den Index 3 Formalismus in (5.49) bzw. (5.51) ohne explizite Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen nutzen. Die in Kapitel 6 präsentierten Ergebnisse zeigen einen entscheidenden stabilisierenden Effekt für das steife Gesamtsystem, ohne dass dafür aufwändig die Jacobi-Anteile $\partial \lambda / \partial y$ und $\partial \lambda / \partial z$ berechnet werden müssen.

6. Numerische Simulationen

Die in den Kapiteln 4 und 5 vorgestellten Techniken zur mechanischen Kopplung und numerischen Integration unabhängig voneinander entwickelter Teilmodelle stellen die Grundlage für einen modularen Aufbau und einen toolübergreifenden Austausch von Simulationsmodellen dar.

Im Folgenden wird anhand von numerischen Simulationsergebnissen die Anwendbarkeit dieser Techniken auf Simulationsmodelle für einen virtuellen Achsprüfstand sowie ein Gesamtfahrzeug gezeigt und hinsichtlich Genauigkeit, Stabilität und Performanz bewertet. Das dabei verwendete Gesamtfahrzeugmodell ist Bestandteil der Fahrzeugdynamiksoftware DYNA4. Zur Validierung der Komponentenmodelle sowie der benutzten Kopplungstechniken werden Ausprägungen mit unterschiedlicher Modularität benutzt. Als Referenz dient die monolithische Implementierung des Fahrzeugmodells in DYNA4. Die Bewegungsgleichungen sind dabei als ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen mit impliziten Bindungen dargestellt, welche exakt modelliert sind. Für den modularen Aufbau werden für die Vorderachse und das Lenksystem unabhängige Komponentenmodelle aus MapleSim eingebunden. Die Vorderachse zerfällt dabei in jeweils ein Modell für die linke und die rechte Hälfte. Dadurch erhöhen sich der Grad der Modularität und die Anforderungen an die Kopplungstechniken hinsichtlich Genauigkeit und Stabilität. Dies dient zur Veranschaulichung der Leistungsfähigkeit der unterschiedlichen Techniken.

Die strukturangepasste Einbindung von Komponentenmodellen aus Abschnitt 4.3 liefert bei entsprechender zentraler numerischer Integration und zentraler Verarbeitung der Bewegungsgleichungen dieselben Ergebnisse wie das monolithische DYNA4 Modell (vgl. Abschnitt 5.3.1). Diese Technik wird im Folgenden nicht im Detail untersucht, jedoch für die Verkopplung von Fahrzeugkörper und Hinterachse im Gesamtfahrzeugmodell verwendet.

Für die numerische Integration der Modelle wird, sofern nicht anders erwähnt, standardmäßig das semi-implizite Euler-Verfahren mit einer Simulationsschrittweite von $h = 10^{-3}$ s unter Berücksichtigung einer optimierten Jacobi-Matrix verwendet (vgl. Abschnitt 5.1.3).

6.1. Virtueller Achsprüfstand

Zur Validierung der einzubindenden Modelle sowie der dafür verwendeten Kopplungstechniken werden Simulationen für einen virtuellen Achsprüfstand durchgeführt und mit der monolithischen Modellierung für eine kinematische Doppelquerlenkerradaufhängung ohne Lagerelastizitäten und eine Zahnstangenlenkung abgeglichen. Eine Übersicht über die Parametrierung dieser Modelle ist in den Abschnitten A.2 und A.3 dargestellt. Die Kinematik des monolithischen Modells aus DYNA4 entspricht der analytischen Berechnung aus [66] und ist entsprechend als Referenz für die nachfolgenden Vergleiche geeignet.

Für die folgende Betrachtung wird der Fahrzeugkörper fixiert und das Verhalten der modularen Modelle für Vorderachse und Lenksystem mit unterschiedlichen Kopplungstechniken verglichen. Der Einfluss der im DYNA4 Fahrzeugmodell enthaltenen Komponenten für Fahrzeugkörper und Hinterachse kann somit am virtuellen Prüfstand vernachlässigt werden. Unter der Vorgabe von Radhub und Zahnstangenbewegung werden zunächst die in MapleSim modellierten Komponentenmodelle für das Lenksystem und die Radaufhängung anhand von Kinematikkurven und Zeitverläufen analysiert. Ferner werden durch Vorgabe von Lenkradwinkel und wechselseitigen Raderhebungen zusätzliche dynamische Einflüsse in die Betrachtung miteinbezogen und die Genauigkeit und Stabilität verschiedener Kopplungstechniken für den modularen Ansatz untersucht.

6.1.1. Kinematische Untersuchungen

Im Folgenden wird das modulare Modell unter Verwendung von verschiedenen Kopplungsansätzen aus Abschnitt 4.4 mit dem monolithischen Fahrzeugmodell aus DYNA4 verglichen. Um die grundlegenden Unterschiede bei der Modellierung in verschiedenen Werkzeugen zu analysieren, wird zu Vergleichszwecken zusätzlich ein monolithisches Modell aus MapleSim für Achse und Lenksystem mit berücksichtigt. Hierbei sind die Bindungen zwischen dem Lenksystem und den beiden Hälften der Achse in einem gemeinsamen Modell integriert und müssen nicht explizit nachgebildet werden. Dementsprechend können etwaige Abweichungen zum Referenzmodell unabhängig von den Kopplungstechniken betrachtet werden.

Je nach Testfall werden der Radhub oder die Zahnstangenbewegung für die verwendeten Modelle über einen Sinusverlauf aufgeprägt (vgl. Abbildung 6.1). Die Vorgabe für den Radhub

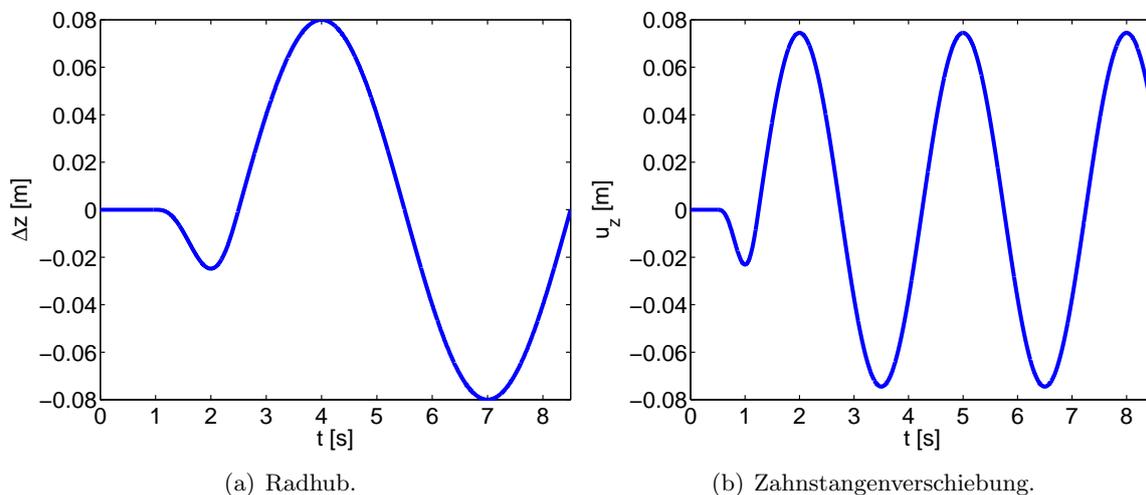


Abbildung 6.1.: Sinusförmige Vorgaben des Radhubs und der Zahnstangenverschiebung.

hat eine Frequenz von 0.1667 Hz bei einer Amplitude von 0.08 m (vgl. Abbildung 6.1(a)). Für den maximalen Radhub befindet man sich somit bereits im Druckanschlag der verwendeten Radaufhängung. Die Zahnstangenverschiebung mit einer Frequenz von 0.3333 Hz besitzt eine Amplitude von 0.0745 m (vgl. Abbildung 6.1(b)). Eine Zahnstangenbewegung von 0.0745 m entspricht bei der hier gewählten Lenkübersetzung einem Lenkradwinkel von 480 Grad (vgl. Abschnitt A). Um einen stetigen Verlauf für die Beschleunigung sowie einen glatten Verlauf für die Geschwindigkeit und die Position zu erreichen, wird das Radhubsignal abhängig von

der Frequenz ab $t = 1.0$ s über eine Dauer von 1.5 s und das Zahnstangensignal ab $t = 0.5$ s über eine Dauer von 0.75 s durch ein Polynom vierten Grades bestimmt. Danach beginnt der eigentliche sinusförmige Verlauf.

Validierung der Modellkomponenten aus MapleSim

Anhand der Testfälle für gleichseitiges Einfedern und Lenken durch Vorgabe einer Zahnstangenbewegung lassen sich die grundlegenden Eigenschaften der Radaufhängung analysieren.

Gleichseitiges Einfedern. Bei gleichzeitigem Einfedern durch Vorgabe des Radhubs treten bei fixierter Zahnstange keine wechselseitigen Einflüsse der rechten und linken Seite der Radaufhängung auf. Abbildung 6.2 zeigt die Bewegung des linken Radkörpers in x- und

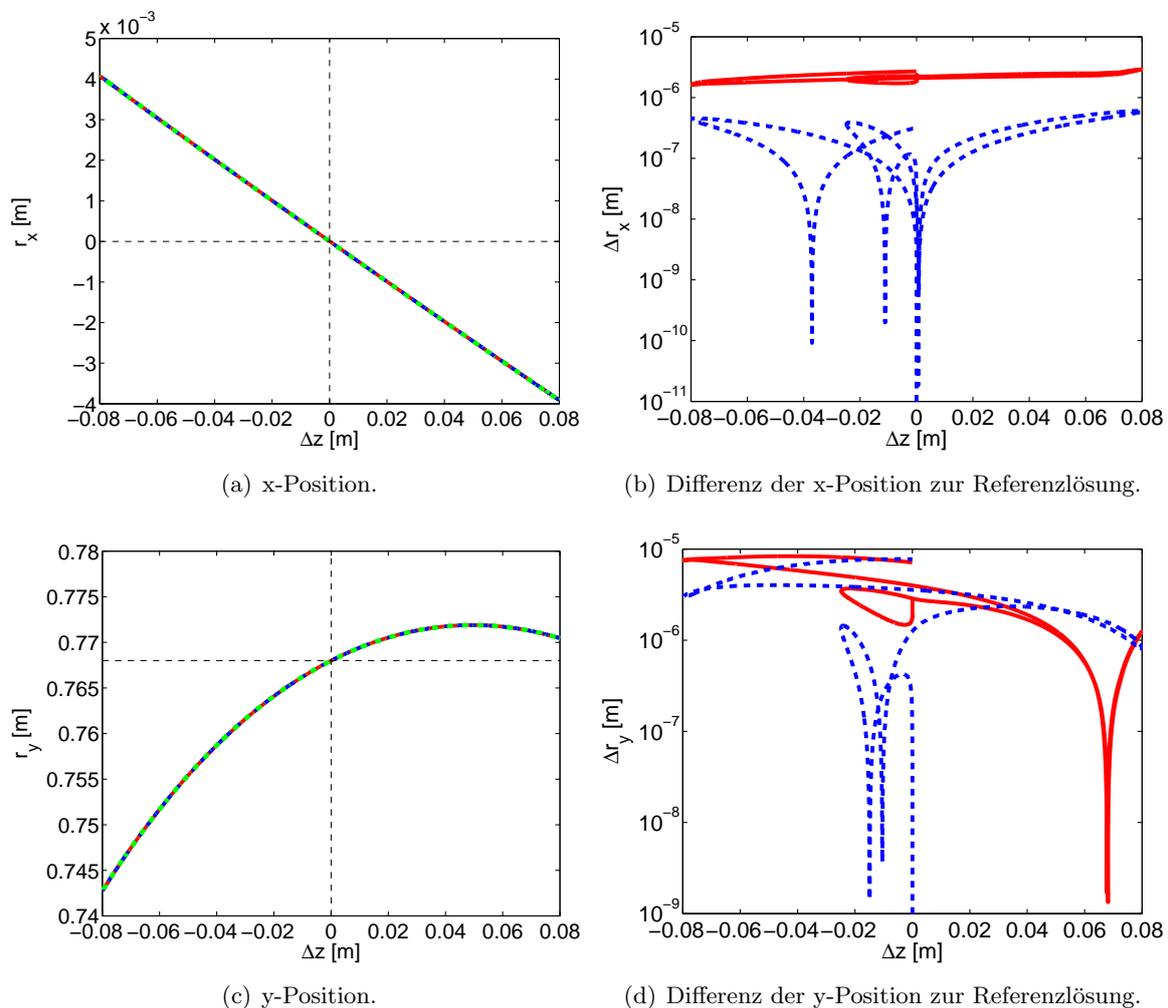


Abbildung 6.2.: x- und y-Position des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung über dem Radhub bei gleichzeitigem Einfedern für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

y-Richtung für den vollständig modularen Modellaufbau über dem Radhub. Die einzelnen

Komponenten sind über algebraische Nebenbedingungen untereinander sowie mit dem Modell für den Fahrzeugkörper aus DYNA4 verkoppelt. Zur Berechnung von Zwangskräften und -momenten wird der Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden in den Kopplungssystemen verwendet (vgl. Abschnitt 5.2.2). Darüber hinaus sind Ergebnisse für das monolithische Modell von Lenksystem und Vorderachse aus MapleSim dargestellt. Die Verschiebung der Radkörperpositionen in Abbildung 6.2(a) und 6.2(c) zeigt sowohl für den modularen als auch den monolithischen Aufbau eine nahezu deckungsgleiche Übereinstimmung mit der Referenzlösung bis hinein in den Grenzbereich des vorgegebenen Radhubs bei 0.08 m. Für das monolithische Modell aus MapleSim ergeben sich in der x-Position Unterschiede kleiner 10^{-6} m und für die y-Position kleiner 10^{-5} m (vgl. Abbildungen 6.2(b) und 6.2(d)). Für das modulare Modell erhält man geringfügig schlechtere Abweichungen mit kleiner 10^{-5} m.

Abbildung 6.3 zeigt den Verlauf der Kräfte, die sich in der Hauptfeder und im Dämpfer

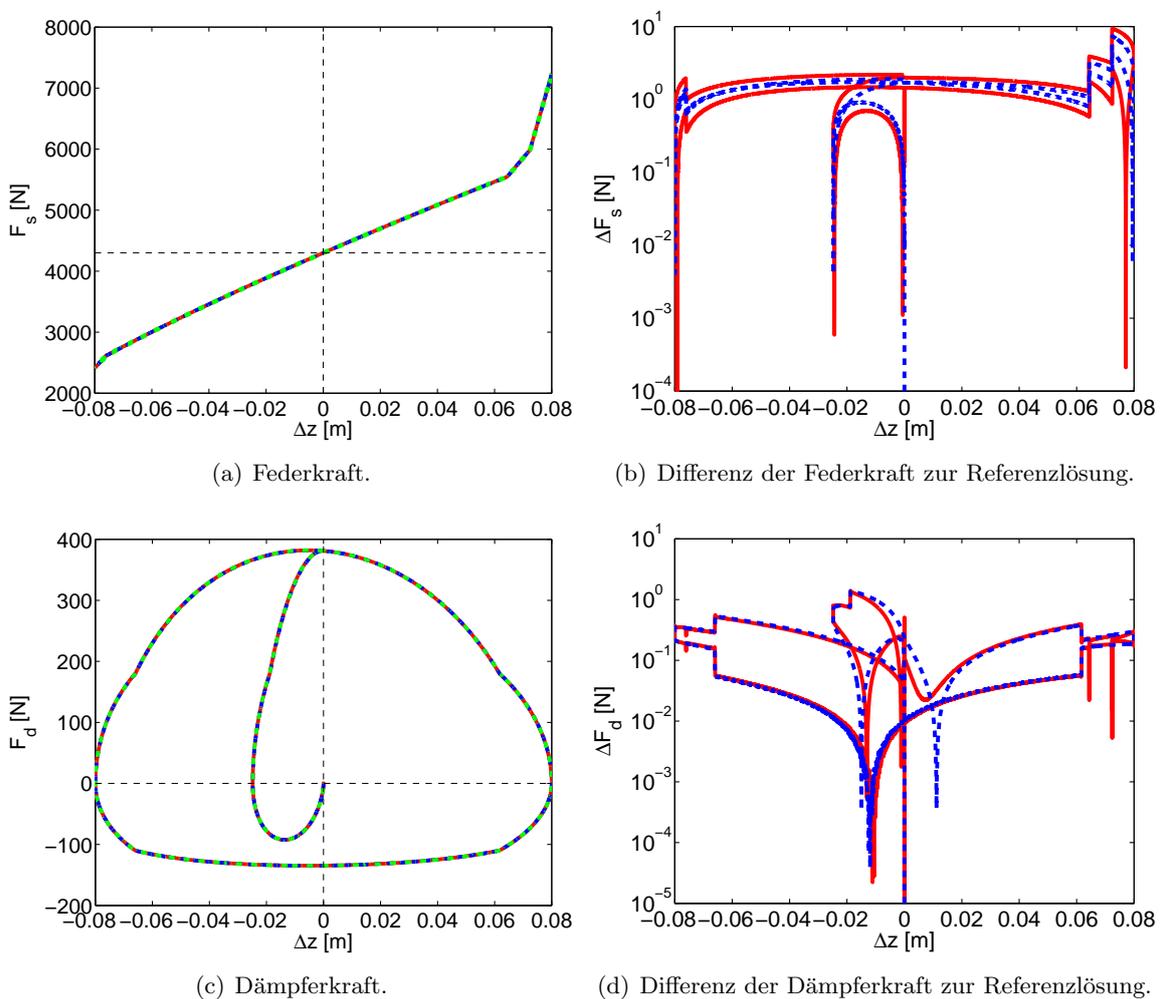


Abbildung 6.3.: Feder- und Dämpferkraft am linken Radkörper und Abweichungen zur Referenzlösung über dem Radhub bei gleichzeitigem Einfedern für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

einstellen. Bei absoluten Werten in der Größenordnung von 10^3 N bis 10^4 N (vgl. Abbildung 6.3(a)) ergeben sich für die Federkraft Unterschiede im Bereich von 10^{-1} N bis 10^0 N (vgl.

Abbildung 6.3(d)). Einzig im Bereich des Druckanschlages der Feder erhöht sich bei höheren Steifigkeiten der Unterschied auf 10^1 N. Bei einer Federsteifigkeit von 22000 N/m im linearen Bereich ergibt sich eine Abweichung von ca. 10^{-5} m bis 10^{-4} m für die Federauslenkung im Vergleich zu der Referenzlösung. Bei näherer Betrachtung der Dämpferkräfte in Abbildung 6.3(c) zeigt sich des Weiteren eine sehr gute Vergleichbarkeit des Geschwindigkeitsverlaufes der Radaufhängung beim Einfedern mit maximalen Abweichungen von kleiner 10^0 N (vgl. Abbildung 6.3(d)). Bei einem gemittelten Dämpfungskoeffizienten mit ca. 1600 N/(m/s) ergibt sich eine entsprechende Geschwindigkeitsdifferenz mit Werten kleiner 10^{-3} m/s zur Referenzlösung.

Lenken. Beim Lenken durch Vorgabe einer Zahnstangenbewegung stehen vor allem die rotatorischen Bewegungen des Radkörpers im Vordergrund. In Abbildung 6.4 werden der Sturz-

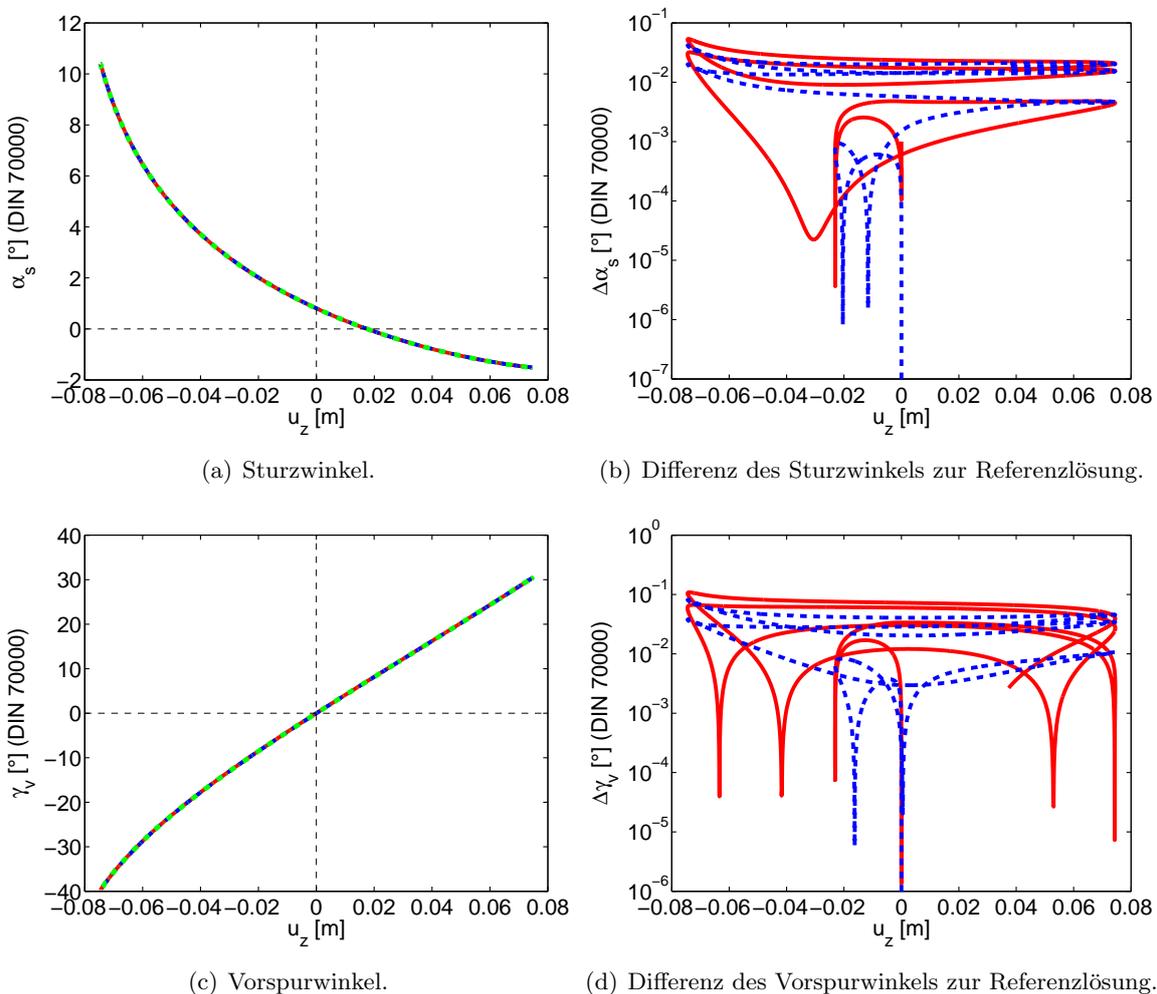


Abbildung 6.4.: Sturz- und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung über vorgegebener Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

und der Vorspurwinkel des linken Radkörpers, angegeben gemäß DIN 70000 [17], über dem Zahnstangenweg dargestellt. Für diesen Versuch wird der Radkörper in vertikaler Richtung

fixiert. Für die in Abbildung A.1 dargestellte Doppelquerlenkerachse greifen die Spurstangen in Fahrzeuginnenrichtung hinter der Radmitte an. Eine positive Verschiebung der Zahnstange in Fahrzeugquerrichtung bewirkt einen positiven Vorspurwinkel (vgl. Abbildung 6.4(c)). Abhängig von der Lage der Spreizachse ergibt sich aus der Zahnstangenverschiebung ein entsprechender Sturzwinkel (vgl. Abbildung 6.4(a)). Betrachtet man die Differenzen der Modelle aus MapleSim gegenüber der Referenzlösung, so ergeben sich für absolute Werte in der Größenordnung von 10^1 Grad im Lenkansschlag geringe Abweichungen von 10^{-1} Grad bis 10^{-2} Grad (vgl. Abbildungen 6.4(b) und 6.4(d)).

In Abbildung 6.5 sind die zugehörigen Feder- und Dämpferkräfte dargestellt. Abhängig von

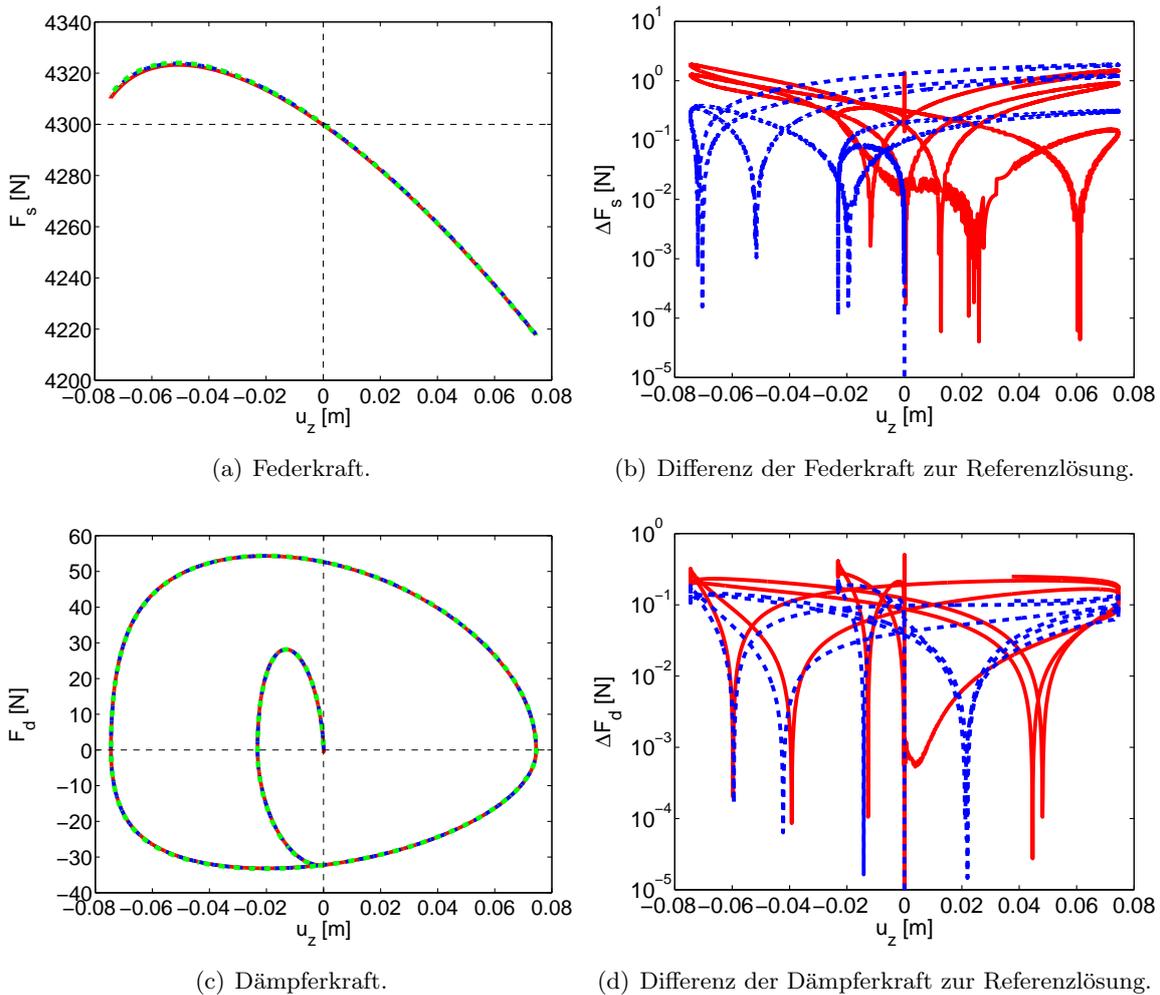


Abbildung 6.5.: Feder- und Dämpferkraft am linken Radkörper und Abweichungen zur Referenzlösung über vorgegebener Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

der Lage der Spreizachse bei vertikal fixiertem Radkörper resultieren diese aus einer Hubbewegung von Feder und Dämpfer beim Lenken. Bei einer Vorspannung der Feder mit einer Belastung von 4300 N ergibt sich durch die Lenkbewegung des Radkörpers eine Variation der Federkraft im Bereich von ca. 100 N (vgl. Abbildung 6.5(a)). Bei einer Lenkfrequenz von 0.3333 Hz stellt sich zudem eine Dämpferkraft im Bereich von -30 N bis 50 N ein (vgl. Abbil-

dung 6.5(c)). Ähnlich zum Verlauf beim gleichseitigen Einfedern ergeben sich für die Feder- und Dämpferkraft beim Lenken maximale Abweichungen im Bereich von 10^0 N bzw. 10^{-1} N gegenüber der Referenzlösung (vgl. Abbildungen 6.5(b) und 6.5(d)). Für die kinematischen Untersuchungen haben diese Kräfte keinen Einfluss auf die Bewegungen der Radaufhängung. Eine ausreichend genaue Übereinstimmung mit der Referenzlösung ist jedoch Grundvoraussetzung für eine sinnvolle Vergleichbarkeit unter dynamischen Randbedingungen.

Einhaltung der Nebenbedingungen. Je nach Formalismus zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente erhält man eine unterschiedlich genaue Einhaltung der Nebenbedingungen. Abbildung 6.6 zeigt die Defekte in den Lage- und Geschwindigkeitsnebenbedingungen der

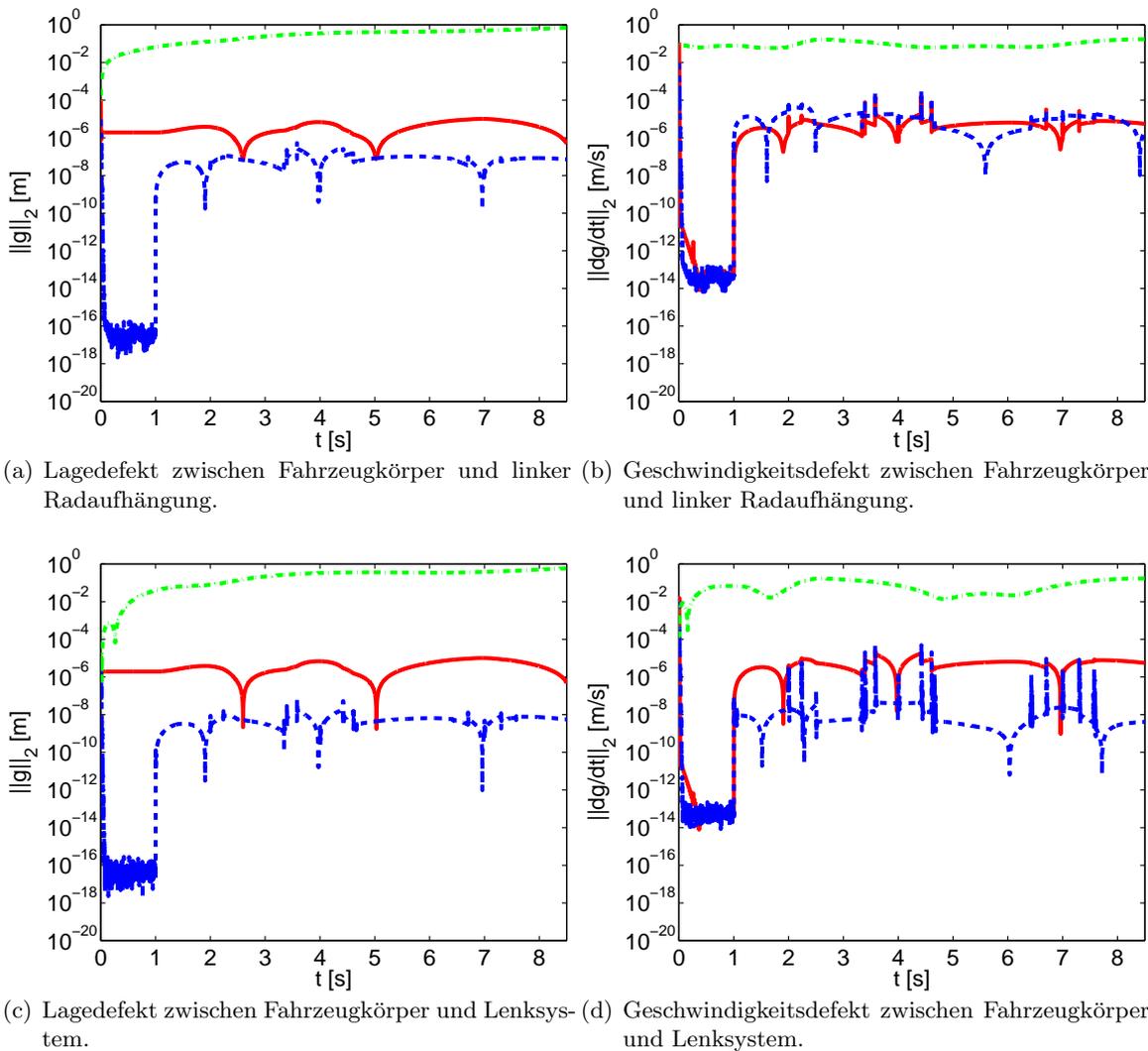


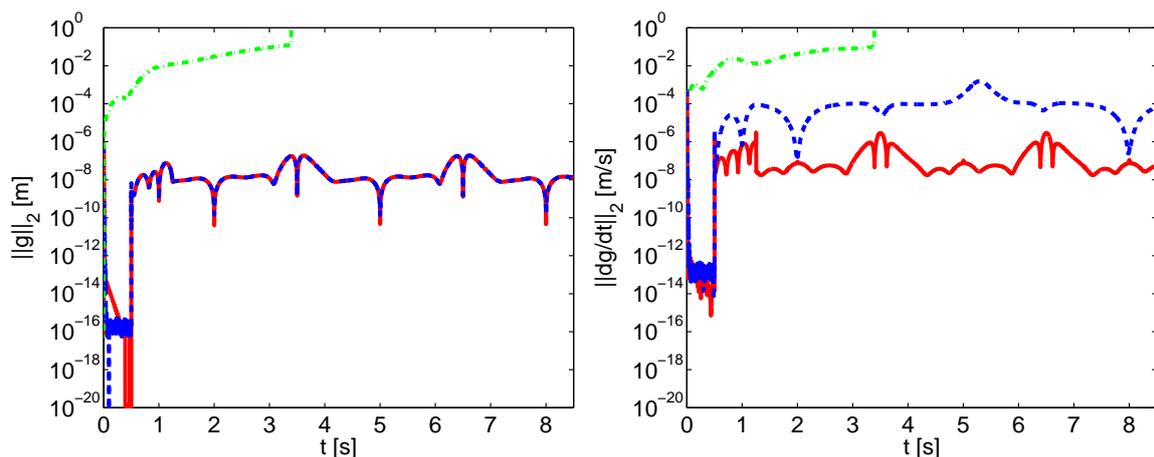
Abbildung 6.6.: Euklidische Norm der Defekte in den Nebenbedingungen bei gleichzeitigem Einfedern für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie den Index 1 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden ohne Baumgarte-Stabilisierung (---).

Kopplungssysteme bei gleichzeitigem Einfedern, dargestellt in der euklidischen Norm über der Zeit. Neben dem Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden sind Ergebnisse

für den Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade und den Index 1 Formalismus ohne Baumgarte-Stabilisierung dargestellt. Der Einfachheit halber werden nur translatorische Defekte betrachtet. Die rotatorischen Defekte fallen für die hier vorgestellten Ergebnisse jeweils geringer aus.

Für die Verkopplung von Radaufhängung sowie Lenksystem mit dem Fahrzeugkörper werden die Bindungen bei Berücksichtigung expliziter Freiheitsgrade bis auf eine Größenordnung von 10^{-6} m genau eingehalten (vgl. Abbildungen 6.6(a) und 6.6(c)). Für den Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade mit nichtlinearen Nebenbedingungen wird sogar eine Genauigkeit von 10^{-8} m erreicht. Auf Geschwindigkeitsniveau zeigt sich mit Defekten im Bereich von 10^{-6} m/s eine vergleichbare Genauigkeit (vgl. Abbildungen 6.6(b) und 6.6(d)). Für den Index 1 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden ohne Baumgarte-Stabilisierung hingegen driften die Kopplungssysteme über zunehmende Simulationsdauer quadratisch in der Lage und linear in der Geschwindigkeit auseinander.

Bei Vorgabe einer Zahnstangenverschiebung ergibt sich für die Kopplung zwischen Radaufhängung und Lenksystem eine ähnlich genaue Einhaltung der Nebenbedingungen (vgl. Abbildung 6.7). Auf Lageniveau erfüllen die beiden Index 3 Formalismen die Nebenbedingungen



(a) Lagedefekt zwischen linker Radaufhängung und (b) Geschwindigkeitsdefekt zwischen linker Radaufhängung und Lenksystem.

Abbildung 6.7.: Euklidische Norm der Defekte in den Nebenbedingungen bei Vorgabe der Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie den Index 1 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden ohne Baumgarte-Stabilisierung (- - -).

bis auf eine Größenordnung von 10^{-8} m genau (vgl. Abbildung 6.7(a)). In den Geschwindigkeiten hingegen schneidet der Formalismus mit Berücksichtigung expliziter Freiheitsgrade mit einer Genauigkeit von 10^{-8} m bis 10^{-6} m besser ab als der Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade (vgl. Abbildung 6.7(b)). Für den unstabilisierten Index 1 Fall führt der Drift Off in den Nebenbedingungen sogar zu einem unkontrollierten Ansteigen der Defekte und zum Abbruch der Simulation.

Die Unterschiede zwischen den monolithischen Modellen in MapleSim und DYNA4 können auf die verschiedenen Modellierungsansätze sowie einen Fehler bei der Verwendung des Index 1 Formalismus mit Baumgarte-Stabilisierung zur Berechnung der internen Bindungen in MapleSim zurückgeführt werden. Im Vergleich dazu erhöhen sich diese Abweichungen

für den vollständig modularen Modellaufbau und die Verkopplung über algebraische Nebenbedingungen nur geringfügig. Die zusätzlichen Abweichungen im Bereich von 10^{-4} m bis 10^{-5} m für translatorische Größen und 10^{-1} Grad für rotatorische Größen sind jedoch aufgrund der Größenordnung der gezeigten Defekte in den Nebenbedingungen vorwiegend auf die Modularisierung und die damit verbundenen Zeitverzögerungen zurückzuführen (vgl. Abschnitt 5.3.4).

Kopplung mittels Feder-/Dämpferelementen

Neben der Verwendung von algebraischen Nebenbedingungen können prinzipiell auch Feder-/Dämpferelemente zur Kopplung von Komponentenmodellen eingesetzt werden.

Genauigkeit. Abbildung 6.8 zeigt x-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers

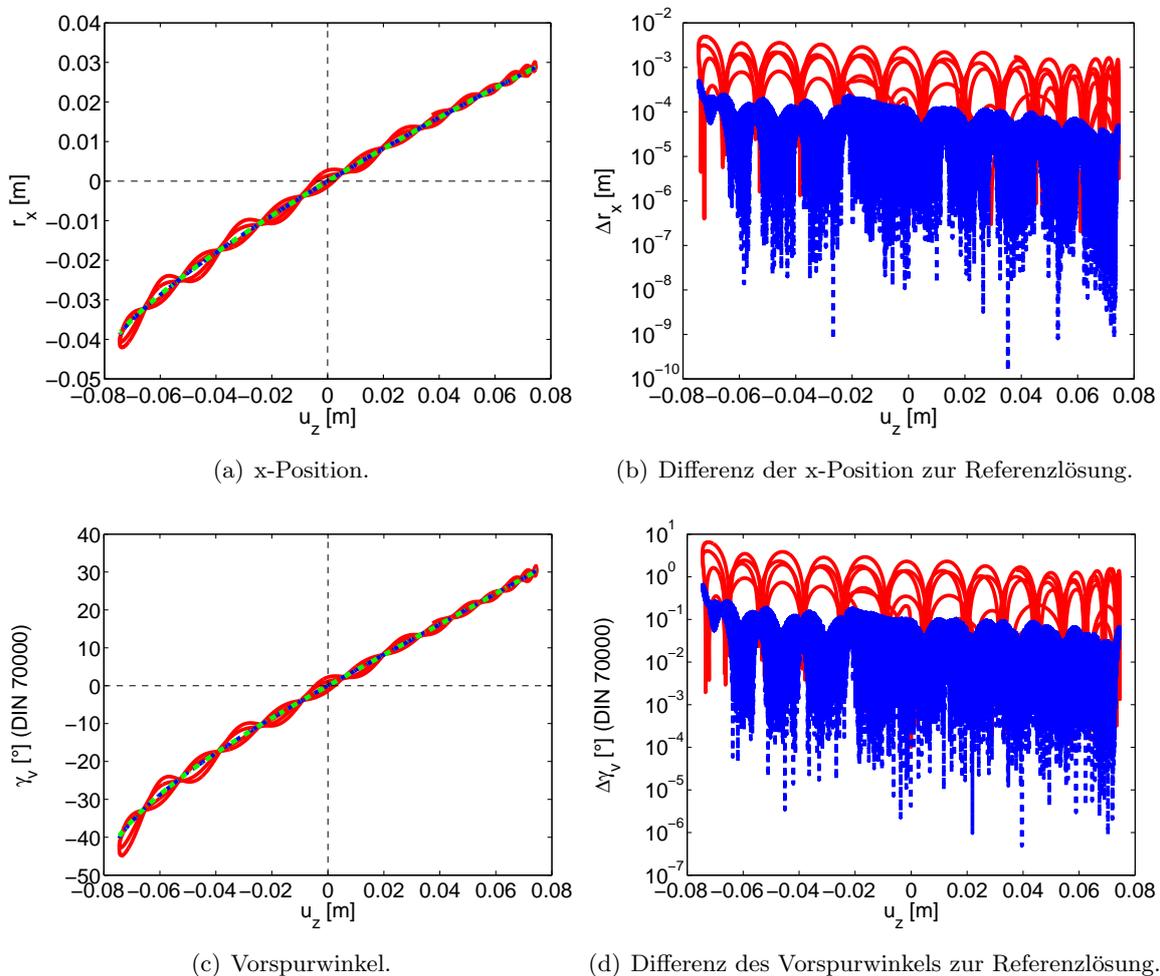


Abbildung 6.8.: x-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung über vorgegebener Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Feder-/Dämpferelemente mit Schrittweite $h = 10^{-3}$ s und Parametern C_1 und D_1 (—), mit Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_2 und D_2 (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

über einer vorgegebenen Zahnstangenverschiebung für unterschiedlich gewählte Schrittweiten und Steifigkeits- und Dämpfungsparameter. Die Grundsteifigkeit beträgt $c = 10^6$ N/m bzw. Nm/rad, für die Dämpfung wird der Wert $d = 10^2$ N/(m/s) bzw. Nm/(rad/s) verwendet. Diese Werte wurden unter Berücksichtigung einer möglichst genauen Kopplung bei noch stabiler Ausführung der Simulation heuristisch für unterschiedliche Schrittweiten bestimmt. Für die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen C_1 und D_1 sowie C_2 und D_2 gemäß Abschnitt 4.4.3 werden nur die Hauptdiagonaleinträge mit den Werten von c und d belegt. Somit sind die Kopplungen in den einzelnen Schnittstellen des modularen Basisfahrzeugmodells sowie die Sperrung der relativen Bewegungen in den jeweiligen Kopplungen voneinander unabhängig.

Bei einer Schrittweite von 10^{-3} s lässt sich das vollständig modulare Modell nur für reduzierte Steifigkeits- und Dämpfungswerte von $1/10c$ und $1/10d$ in der Kopplung von Achse und Lenksystem stabil integrieren. Entsprechend werden die Einträge in den Matrizen C_1 und D_1 modifiziert. Für die Verbindungen zum Fahrzeugkörper können die ursprünglichen Steifigkeits- und Dämpfungsparameter beibehalten werden. Aufgrund der für eine starre Kopplung verhältnismäßig geringen Steifigkeiten erhält man demzufolge relativ große Abweichungen in der Größenordnung von 10^{-3} m bis 10^{-2} m und 10^0 Grad bis 10^1 Grad von der Referenzlösung (vgl. Abbildungen 6.8(b) und 6.8(d)). Verringert man die Schrittweite auf $h = 10^{-4}$ s so können auch für die Verbindung zwischen Lenksystem und Radaufhängungen die Ausgangswerte c und d verwendet werden. Die Abweichungen gegenüber der Referenzlösung reduzieren sich entsprechend auf Werte kleiner 10^{-4} m bzw. kleiner 10^{-1} Grad.

Abbildung 6.9 zeigt die Defekte in den Kopplungssystemen zwischen Lenksystem und Radaufhängung für die beiden Varianten bei Schrittweite $h = 10^{-3}$ s bzw. $h = 10^{-4}$ s. Die Defekte

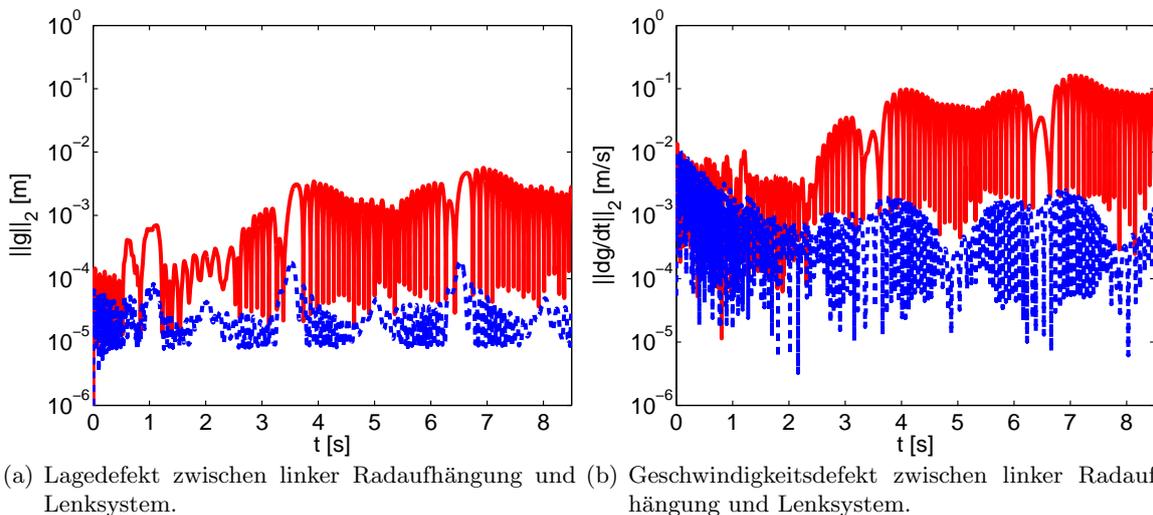


Abbildung 6.9.: Euklidische Norm der Defekte bei Vorgabe der Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Feder-/Dämpferelementen mit Schrittweite $h = 10^{-3}$ s und Parametern C_1 und D_1 (—) sowie Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_2 und D_2 (---).

für die weniger steife Variante pendeln sich auf Positionsebene bei 10^{-3} m bis 10^{-2} m und auf Geschwindigkeitsebene bei 10^{-1} m/s ein (vgl. Abbildungen 6.9(a) und 6.9(b)). Für eine steifere Parameterwahl mit reduzierter Schrittweite ergeben sich für die Positionen Defekte im Bereich von 10^{-5} m bis 10^{-4} m und für die Geschwindigkeiten im Bereich von 10^{-4} m/s

bis 10^{-3} m/s. Entsprechend können die Abweichungen des modularen Ansatzes für Schrittweite $h = 10^{-3}$ s gegenüber der Referenzlösung in den Abbildungen 6.8(b) und 6.8(d) auf die gezeigten Defekte zurückgeführt werden. Für die steifere Variante liegen diese ungefähr in der gleichen Größenordnung wie bei der Verwendung algebraischer Nebenbedingungen in den Kopplungssystemen. Jedoch wird hierfür eine um den Faktor 10 kleinere Schrittweite benötigt. Zudem zeigen die Ergebnisse, dass bei Verwendung von Feder-/Dämpferelementen Oszillationen in Kauf genommen werden müssen.

Berücksichtigung zusätzlicher Jacobi-Anteile. Für die Feder-/Dämpferelemente lassen sich aus den Kopplungskräften und -momenten zusätzliche Anteile für die Jacobi-Matrix des semi-impliziten Euler-Verfahrens ableiten (vgl. Abschnitt 5.3.4). Abbildung 6.10 zeigt einen Ausschnitt des zeitlichen Verlaufs der x-Position und des Vorspurwinkels des linken Radkörpers über eine Simulationsdauer von 0.1 s. Bei Verwendung der zusätzlichen Jacobi-Matrixanteile

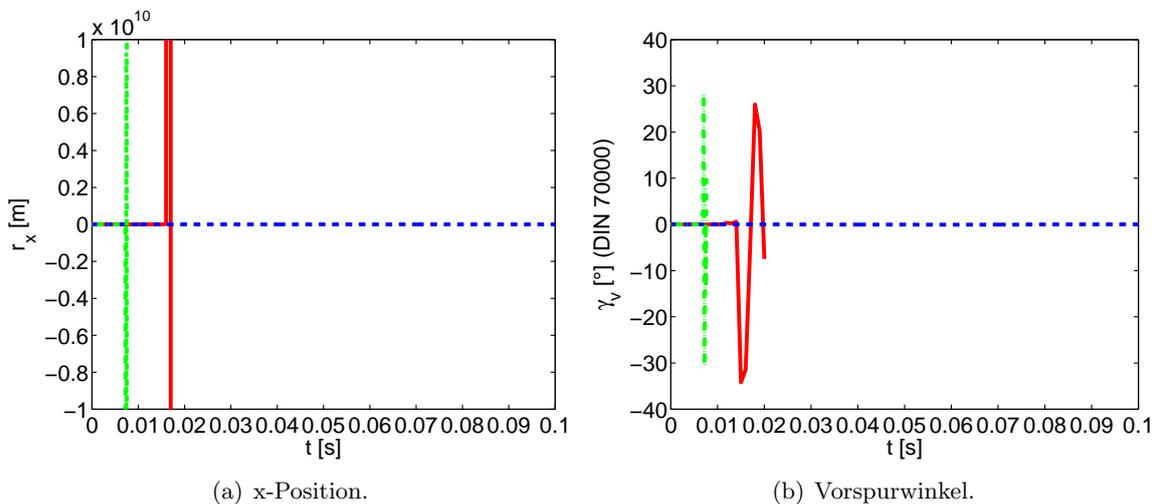


Abbildung 6.10.: x-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers bei Vorgabe der Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit stabilisierter Verkopplung über Feder-/Dämpferelemente mit Schrittweite $h = 10^{-3}$ s und Parametern C_1 und D_1 (—), mit Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_2 und D_2 (---) sowie mit Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_3 und D_3 (-.-).

aus den Kopplungskräften und -momenten ergibt sich ein instabiles Verhalten bei einer Schrittweite von 10^{-3} s und Parametern C_1 und D_1 (vgl. Abbildungen 6.10(a) und 6.10(b)).

Aufgrund der dezentralen numerischen Integration der einzelnen Komponenten, können diese Anteile nicht wie in (5.8) direkt in der Massenmatrix des Gesamtsystems berücksichtigt werden, sondern müssen über die Beschleunigungen der einzelnen Komponenten als zusätzliche Kopplungskräfte und -momente verarbeitet werden. Bedingt durch die Modularisierung gehen diese Beschleunigungssignale zeitverzögert in die Berechnung ein und führen somit zu den beobachteten Instabilitäten. Auch die Berücksichtigung eines Prädiktors für die Beschleunigungen bringt für diesen Testfall keine weitere Verbesserung.

Für die Parameterwahl C_2 und D_2 mit einer reduzierten Schrittweite $h = 10^{-4}$ s verläuft die Simulation mit zusätzlichen Anteilen für die Jacobi-Matrix stabil. Bei gleicher Schrittweite mit einer geringfügigen Erhöhung der Steifigkeiten und Dämpfungen mit $C_3 = 2C_2$ und $D_3 = 2D_2$ erhält man jedoch wiederum eine Instabilität. Dementsprechend kann mittels der

Berücksichtigung zusätzlicher Stabilisierungsterme tendenziell nicht notwendigerweise eine Erhöhung der Abbildungsgenauigkeit erreicht werden.

Diese auf heuristischen Abschätzungen basierenden Ergebnisse zeigen für die Verkopplung von Teilmodellen über Feder-/Dämpferelemente die generelle Neigung zur Instabilität. Diese Kopplung ist demzufolge zur Abbildung eines modularen Modellaufbaus für die numerisch kritische Verbindung von Lenksystem und Radaufhängung ungeeignet bzw. kann keine ausreichend genauen Ergebnisse bei für eine Echtzeitsimulation akzeptablen Schrittweiten liefern.

6.1.2. Dynamische Untersuchungen

Um ein möglichst breites Spektrum der Achsdynamik abzudecken, werden im Folgenden wechselseitiges Einfedern und Lenken miteinander kombiniert. Dies wird über eine vertikale Verschiebung der Reifen auf der linken und rechten Seite im Kontaktpunkt sowie die Vorgabe eines Lenkradwinkels erreicht (vgl. Abbildung 6.11). Hierbei werden die gleichen Frequenzen

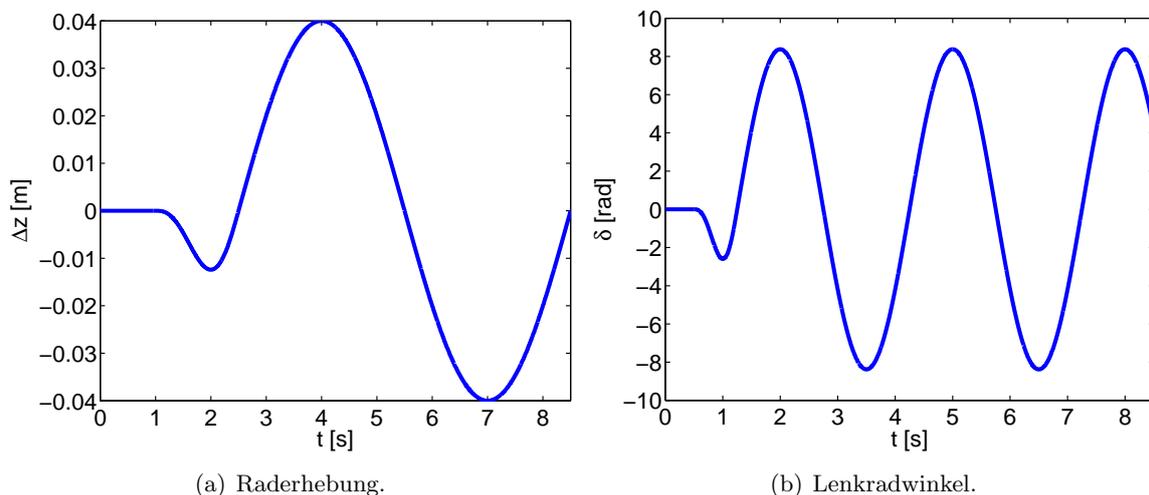


Abbildung 6.11.: Sinusförmige Vorgaben der Raderhebung und des Lenkradwinkels.

wie auch bereits bei den Vorgaben für die kinematischen Untersuchungen verwendet (vgl. Abbildung 6.1). Beim wechselseitigen Einfedern werden gegenüber dem gleichseitigen Einfedern die Amplituden halbiert (vgl. Abbildung 6.11(a)) und die Raderhebung für die rechte Seite um 180 Grad phasenverschoben vorgegeben. Somit werden die Bewegungen der Freiheitsgrade nicht mehr aufgeprägt, sondern interne wie externe Kraft- und Momenteneinflüsse auf Radaufhängung und Lenksystem berücksichtigt. Aus der Reifenbewegung resultieren entsprechende Kräfte und Momente auf den Radkörper, die in der Radmitte wirken. Neben der Berücksichtigung der Dynamik von Reifen und Lenksäule hat aufgrund der wechselseitigen Anregung auch der Stabilisator Einfluss auf die Bewegung der Radaufhängungen. Der vorgegebene Lenkradwinkelverlauf hat eine Amplitude von 480 Grad bzw. 8.3776 rad (vgl. Abbildung 6.11(b)).

Im Folgenden werden die Techniken zur Verkopplung von Komponentenmodellen über algebraische Nebenbedingungen sowie durch das Aufprägen von Bewegungen betrachtet. Das monolithische Modell für Achse und Lenksystem aus MapleSim wird im Weiteren nicht mehr in den Vergleich mit einbezogen, da der Fokus auf der Genauigkeit und Stabilität der ver-

wendeten Kopplungstechniken liegt. Zur übersichtlicheren Darstellung wird der Verlauf der relevanten Zustandsgrößen im Weiteren über der Zeit dargestellt.

Kopplung mittels algebraischer Nebenbedingungen

Für den vollständig modularen Modellansatz werden Achse und Lenksystem beispielhaft über algebraische Nebenbedingungen unter Berücksichtigung des Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden verkoppelt. Für den Index 3 Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade erhält man qualitativ vergleichbare Ergebnisse.

Genauigkeit. In Abbildung 6.12 werden der Radhub sowie der Vorspurwinkel des linken Radkörpers analysiert. Dadurch werden die Genauigkeits- und Stabilitätsunterschiede des

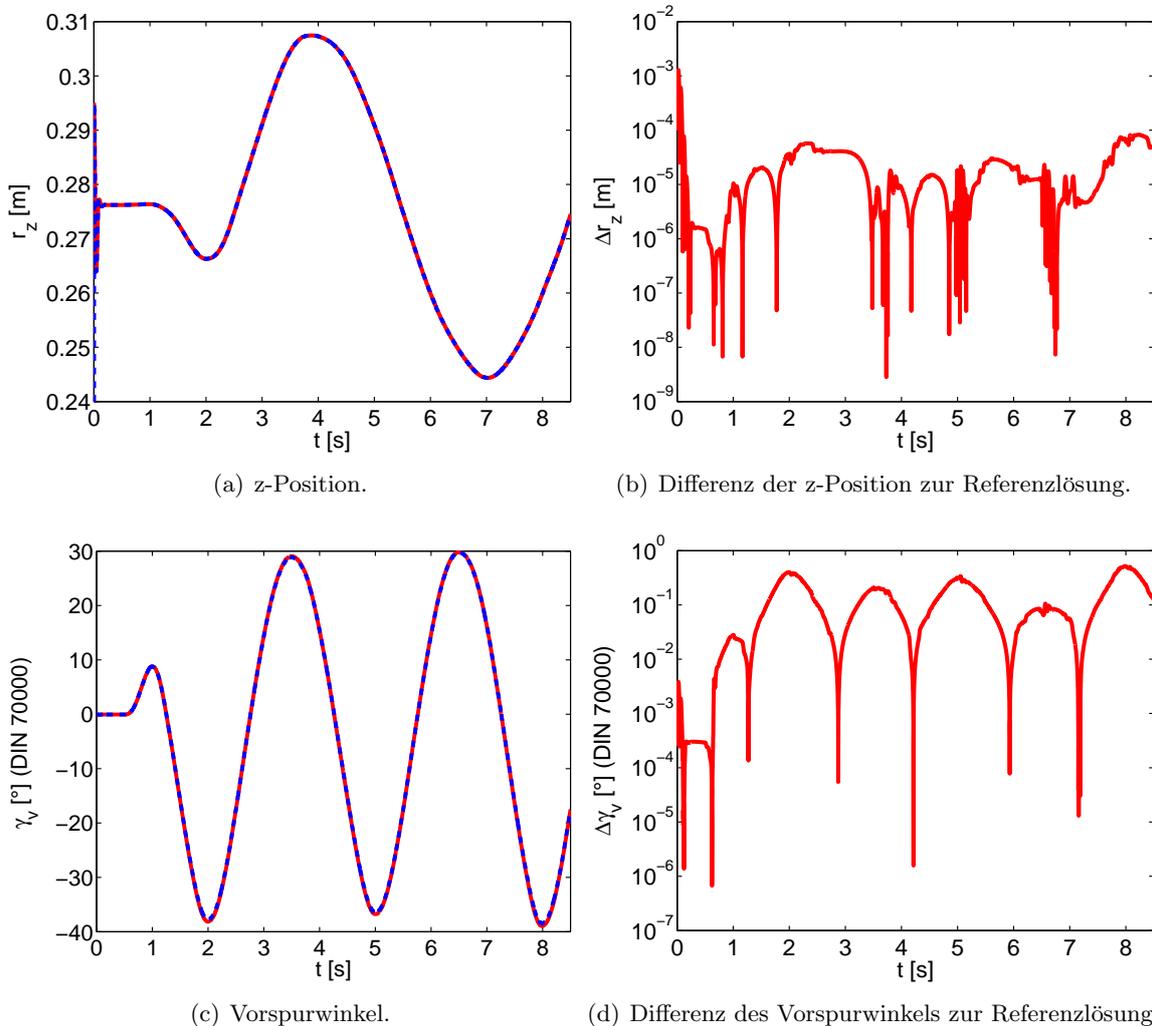


Abbildung 6.12.: z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—) und das monolithische DYN4 Modell als Referenz (---).

modularen Modells gegenüber der Referenzlösung bei zusätzlichen dynamischen Einflüssen verdeutlicht. Der Verlauf des Radhubs in Abbildung 6.12(a) spiegelt die Vorgabe der Raderhebung wider. Für den modularen Ansatz zeigt sich bei wechselseitigem Einfedern und gleichzeitigem Lenken eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Referenzmodell (vgl. Abbildung 6.12(b)). Ähnlich wie für die kinematischen Testfälle liegen die Abweichungen in einer Größenordnung von ca. 10^{-5} m. Für den Vorspurwinkel in Abbildung 6.12(c) ergibt sich bei negativer Lenkübersetzung und Darstellung nach DIN 70000 bei positivem Lenkradwinkel ein negativer Wert. Die Abweichungen kleiner 10^0 Grad (vgl. Abbildung 6.12(d)) unterscheiden sich folglich nur geringfügig von den vorangegangenen kinematischen Betrachtungen.

Eine weitere wichtige Größe bei der Analyse von Radaufhängungen stellt die Radlast dar (vgl. Abbildung 6.13). Aufgrund der Raderhebung als auch bedingt durch den zusätzlichen Hub

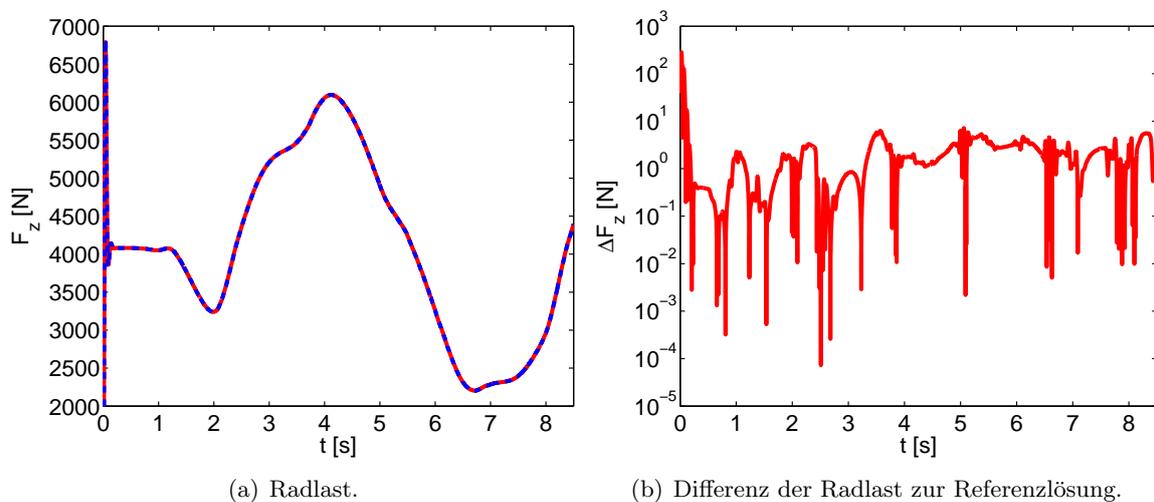


Abbildung 6.13.: Radlast am linken Radkörper und Abweichung zur Referenzlösung bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (---).

in der Hauptfeder der Radaufhängung beim Lenken ergibt sich eine entsprechende Radlast. Deren Verlauf ist in Abbildung 6.13(a) dargestellt. Dabei lässt sich der sinusförmige Verlauf der Reifenanregung ablesen, mit zusätzlichen lokalen Schwankungen gemäß der Frequenz der Lenkbewegung. Die Analyse der Feder- und Dämpferkraft zeigt auch für den dynamischen Lastfall eine geringe Abweichung der Radlast des modularen Modells gegenüber der Referenzlösung in der Größenordnung von 10^0 N (vgl. Abbildung 6.13(b)).

Prädiktor zur Bestimmung der Zwangskräfte und -momente. Bei der dynamischen Beanspruchung des modularen Modells zeigt sich der stabilisierende Effekt der Verwendung eines Prädiktors für den Vektor Q der rechten Seite des jeweiligen Bewegungsgleichungssystems einer Komponente zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente (vgl. Abschnitt 5.3.4). Abbildung 6.14 stellt für unterschiedliche Schrittweiten den zeitlichen Verlauf der z-Position sowie des Vorspurwinkels des linken Radkörpers für die erste Sekunde der Simulation dar. Bei Berechnung der Zwangskräfte und -momente mittels des Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden zeigt sich unter Verwendung des Prädiktors das bekannte stabile Verhalten. Ohne Prädiktor hingegen wird die Simulation sogar für eine Schrittweite von $h = 10^{-4}$ s

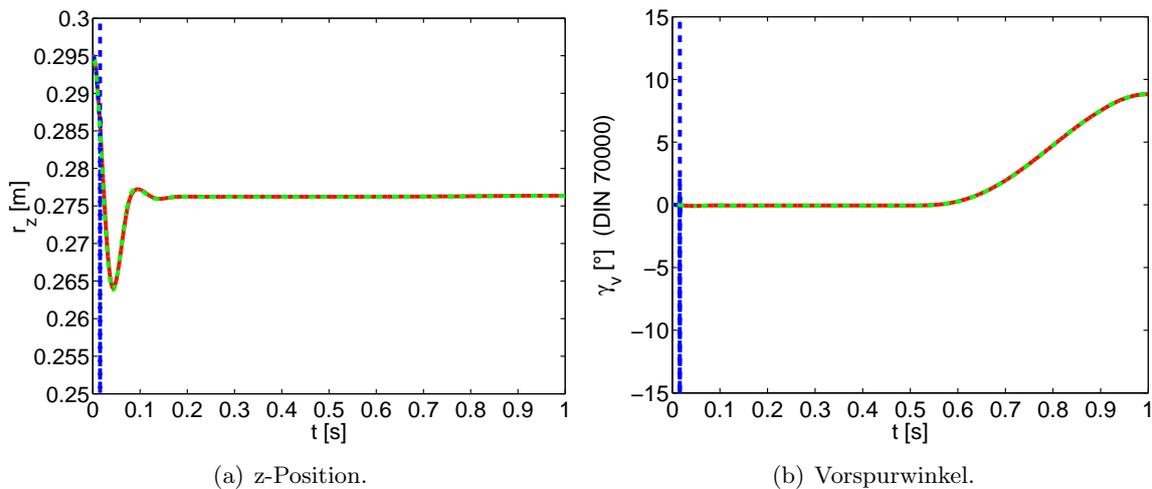


Abbildung 6.14.: z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden und Stabilisierung der Zwangskräfte und -momente für die Schrittweiten $h = 10^{-3}$ s (—) und $h = 10^{-4}$ s (---) sowie ohne Stabilisierung für die Schrittweite $h = 10^{-5}$ s (-.-).

nach wenigen Zeitschritten instabil (vgl. Abbildungen 6.14(a) und 6.14(b)). Erst bei weiterer Reduktion der Schrittweite auf $h = 10^{-5}$ s ergibt sich auch ohne Stabilisierung der Berechnung der Zwangskräfte und -momente ein stabiles Verhalten. Dies belegt die Notwendigkeit, zusätzliche Informationen zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente zu berücksichtigen, um im Rahmen einer echtzeitfähigen Simulation mit ausreichend großen Schrittweiten ein stabiles Systemverhalten zu erhalten.

Vergleichbare Ergebnisse erhält man für die Verkopplung der modularen Modellkomponenten mittels algebraischer Nebenbedingungen bei Verwendung des Index 3 Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade. Der Übersichtlichkeit halber werden diese nicht explizit aufgeführt.

Kopplung mittels Aufprägen von Bewegungen

Des Weiteren können einer Komponente Bewegungen in einem gemeinsamen Kopplungssystem aufgeprägt werden (vgl. Abschnitt 4.4.2).

Genauigkeit. Diese Technik wird im Folgenden mit der Kopplung über algebraische Nebenbedingungen und der Referenzlösung verglichen. Aufgrund modellierungstechnischer Einschränkungen kann dafür in dieser Arbeit keine variable Kennung für Hauptfeder und Dämpfer sowie kein Stabilisator angegeben werden. Entsprechend wird eine modifizierte Bedatung mit konstanter Federsteifigkeit und -dämpfung ohne Anschlagsteifigkeiten verwendet. Dies entspricht keiner realistischen Bedatung, ist aber in diesem Fall zur Beurteilung der Genauigkeit und der Stabilität der Kopplungstechnik nicht ausschlaggebend.

Im zeitlichen Verlauf der z-Position und des Vorspurwinkels des linken Radkörpers zeigen sich nur geringfügige Unterschiede für die Kopplungstechniken, basierend auf dem Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden und dem Aufprägen von Bewegungen (vgl.

Abbildung 6.15). Bei den Abweichungen des Vorspurwinkels (vgl. Abbildung 6.15(d)) er-

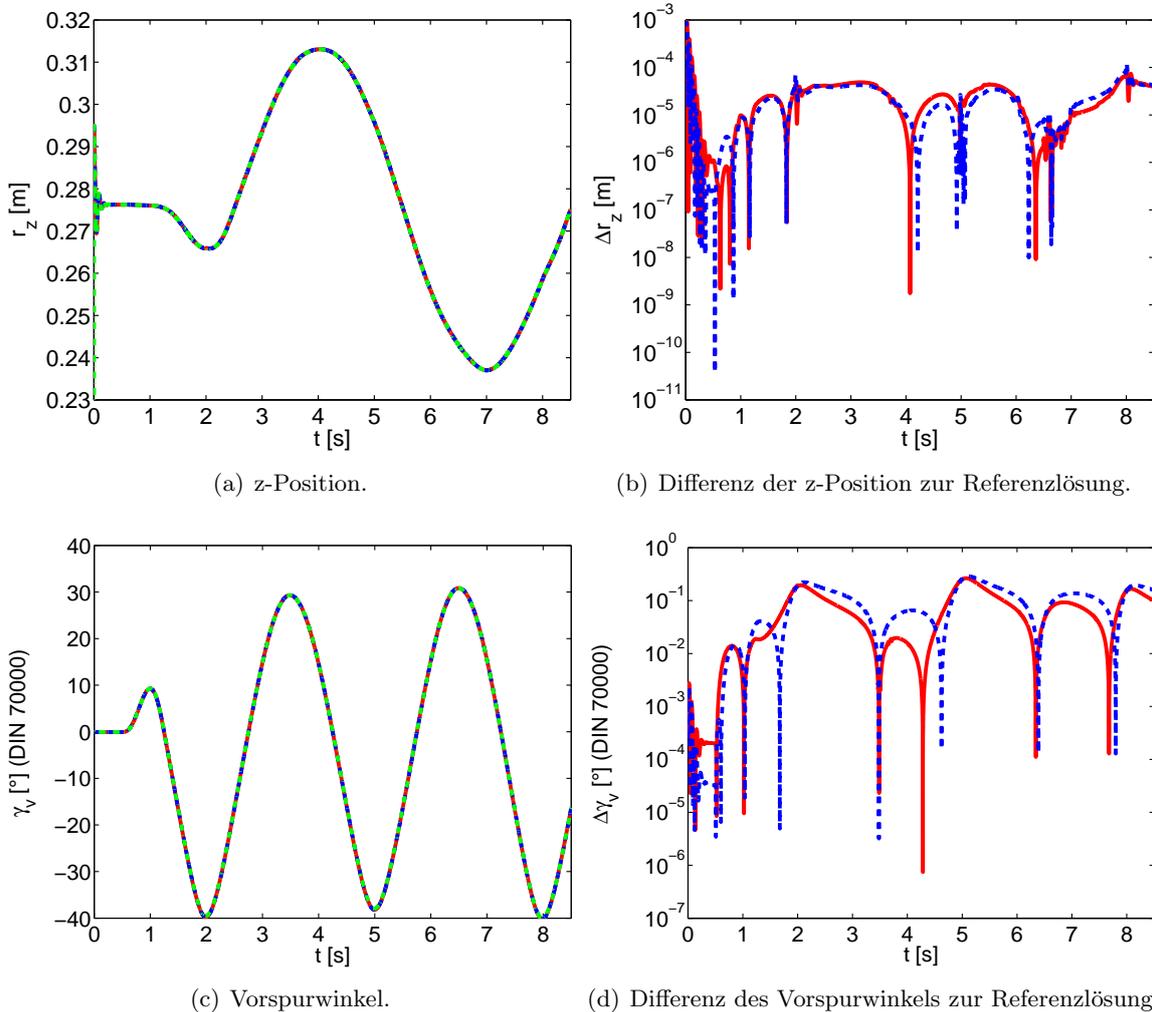


Abbildung 6.15.: z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—) und mit Aufprägen von Bewegungen (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

zielt die Kopplung über algebraische Nebenbedingungen tendenziell genauere Ergebnisse als das Aufprägen von Bewegungen. Der Zustandsverlauf wird dabei maßgeblich von der Abbildungsqualität der Kopplung zwischen Zahnstange und Spurstange beeinflusst. Für die z-Position erhält man vergleichbare Unterschiede (vgl. Abbildung 6.15(b)). Die Ergebnisse in Abbildung 6.15 beruhen auf einem Modell mit einer modifizierten Dämpfung der Lenksäule von $d_l = 100 \text{ Nm}/(\text{rad/s})$ gegenüber der ursprünglichen Bedatung $d_l = 1 \text{ Nm}/(\text{rad/s})$ (vgl. Abschnitt A.3). Diese Anpassung ist erforderlich, damit die Verkopplung von Achse und Lenksystem mittels Aufprägen von Bewegungen stabil simuliert werden kann.

Experimentelle Stabilitätsuntersuchung. Dies zeigt sich bei Betrachtung der z-Position und des Vorspurwinkels für unterschiedliche Schrittweiten für $d_l = 1 \text{ Nm}/(\text{rad/s})$ (vgl. Abbildung 6.16). Unabhängig von der gewählten Schrittweite schwingt sich zu Beginn des Lenk-

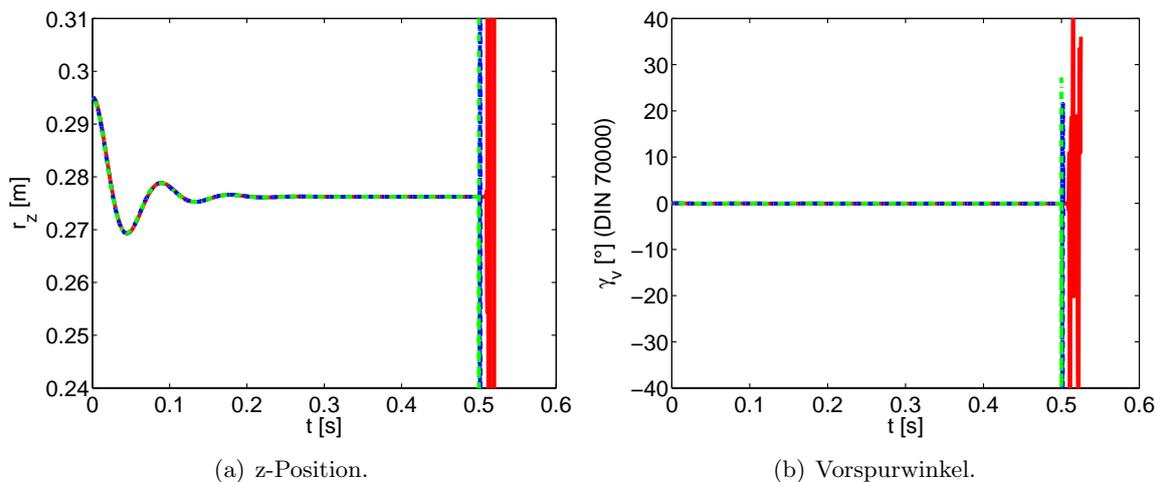


Abbildung 6.16.: z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Aufprägen von Bewegungen für $d_l = 1 \text{ Nm}/(\text{rad}/\text{s})$ mit Schrittweiten $h = 10^{-3} \text{ s}$ (—), $h = 10^{-4} \text{ s}$ (---) und $h = 10^{-5} \text{ s}$ (-.-).

vorgangs bei $t = 0,5 \text{ s}$ das System auf und führt zu unkontrollierten Oszillationen in der z-Position und dem Vorspurwinkel des Radkörpers (vgl. Abbildungen 6.16(a) und 6.16(b)).

Bedingt durch hohe Steifigkeiten bei gleichzeitig kleinen Massen ist das Aufprägen von Bewegungen zwischen Lenksystem und Vorderachse aus numerischer Sicht kritisch. Aufgrund zusätzlicher Zeitverzögerungen kann dies zu instabilen Ergebnissen führen, die sich nur durch angepasste Modellparametrierung stabilisieren lassen. Angesichts einer Modifikation der Fahrzeugparametrierung zur Behandlung numerischer Effekte ist dieser Ansatz wenig praktikabel.

Des Weiteren sind zusätzliche Stabilisierungsanteile aus den Reaktionskräften und -momenten, wie sie für die übrigen generischen Kopplungstechniken bestimmt werden können, für diese Art der Verkopplung nur schwer erhältlich (vgl. Abschnitt 5.3.4).

6.2. Gesamtfahrzeug

Die Praktikabilität des modularen Ansatzes für ein Gesamtfahrzeugmodell (vgl. Abbildung 4.6) wird im Folgenden anhand eines doppelten Fahrspurwechsel gezeigt. In MapleSim erstellte MKS-Modelle für die Vorderachse und das Lenksystem werden dazu in das DYNA4 Basisfahrzeugmodell eingebunden und über algebraische Nebenbedingungen mittels des Index 3 Formalismus mit und ohne explizite Freiheitsgrade angekoppelt. Die Hinterachse wird dabei als eigenständige Komponente aus DYNA4 über die strukturangepasste Technik eingebunden und die Bewegungsgleichungen werden zentral mit dem frei beweglichen Fahrzeugkörper integriert. Die Dynamik der Teilmodelle aus MapleSim hingegen wird dezentral integriert (vgl. Abschnitt 5.3.3). Dieser modulare Ansatz wird mit der Referenzlösung für das monolithische Fahrzeugmodell aus DYNA4 verglichen.

Für die Bedatung der aus fahrdynamischer Sicht relevanten Fahrzeugkomponenten wird ein reales Mittelklassefahrzeug [66] zugrundegelegt (vgl. Abbildung 6.17). Die detaillierte Parametrierung ist aus Anhang A ersichtlich. Die Federraten für die Radaufhängungen sind

entsprechend der Vorgehensweise in [69] abgeschätzt.

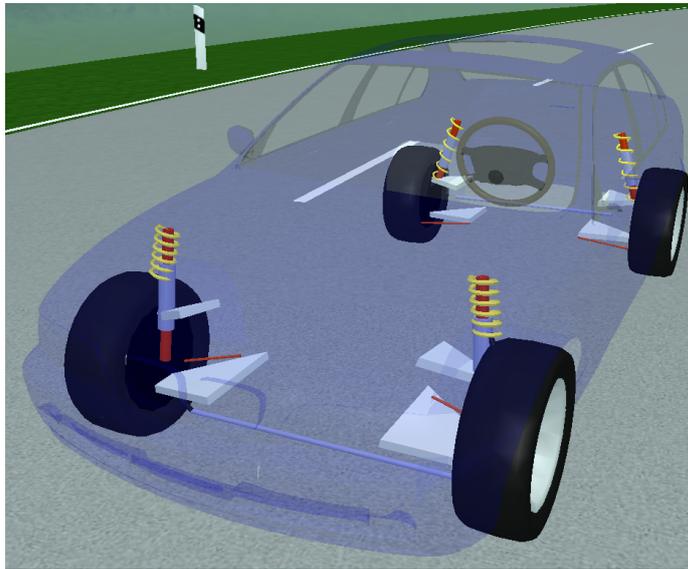


Abbildung 6.17.: Mittelklassefahrzeug.

Die übrigen Kopplungstechniken über Feder-/Dämpferelemente oder mittels Aufprägen von Bewegungen weisen bereits bei reduzierter Komplexität am Achsprüfstand Stabilitätsprobleme auf und werden dementsprechend für die Gesamtfahrzeugsimulation nicht berücksichtigt.

6.2.1. Doppelter Fahrspurwechsel

Der doppelte Fahrspurwechsel stellt ein closed-loop Fahrmanöver zur Analyse der querdynamischen Fahreigenschaften des Gesamtfahrzeugs dar. Abbildung 6.18(a) zeigt den Verlauf der

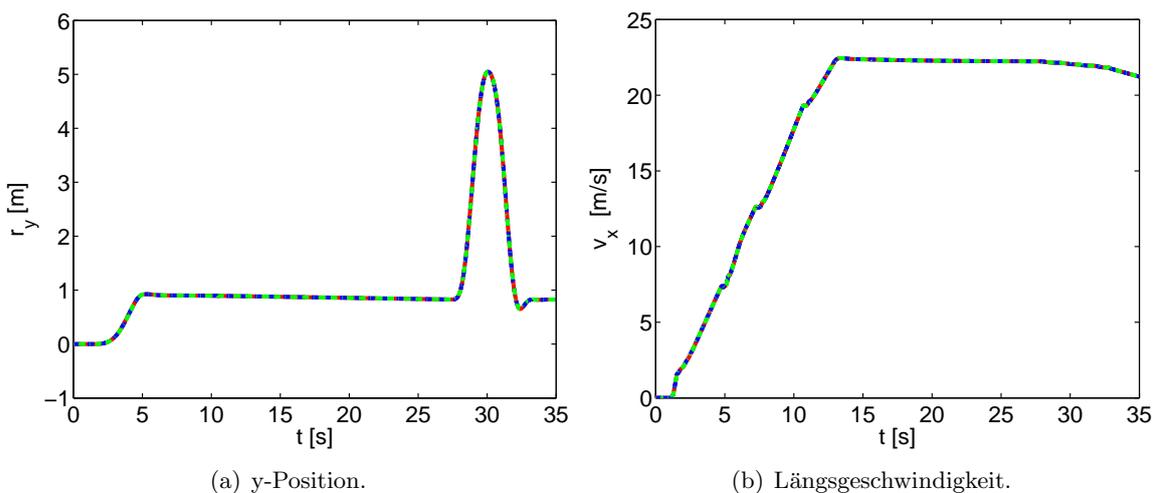


Abbildung 6.18.: y-Position und Längsgeschwindigkeit des Fahrzeugs bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

Querabweichung des Fahrzeugs über der Zeit. Hierbei wird durch Wechseln der Fahrspur und Zurückkehren in die Ausgangsspur ein Überholmanöver simuliert. Die für die Spurwechsel definierten Abmessungen der Fahrspuren sowie die eingeregelterte Geschwindigkeit von 80 km/h bzw. 22.22 m/s während des Spurwechsels (vgl. Abbildung 6.18(b)) richten sich nach ISO 3888 [38]. Für die Einhaltung der vorgegebenen Geschwindigkeit und des Sollpfades werden ein Geschwindigkeitsregler bzw. ein nichtlinearer Positionsregler verwendet.

Abbildung 6.19 zeigt den Verlauf der z-Positionen des Fahrzeugkörpers und des linken Radkörpers über der Zeit. Von der Einfederphase bis $t \approx 1.5$ s, über die Beschleunigungsphase

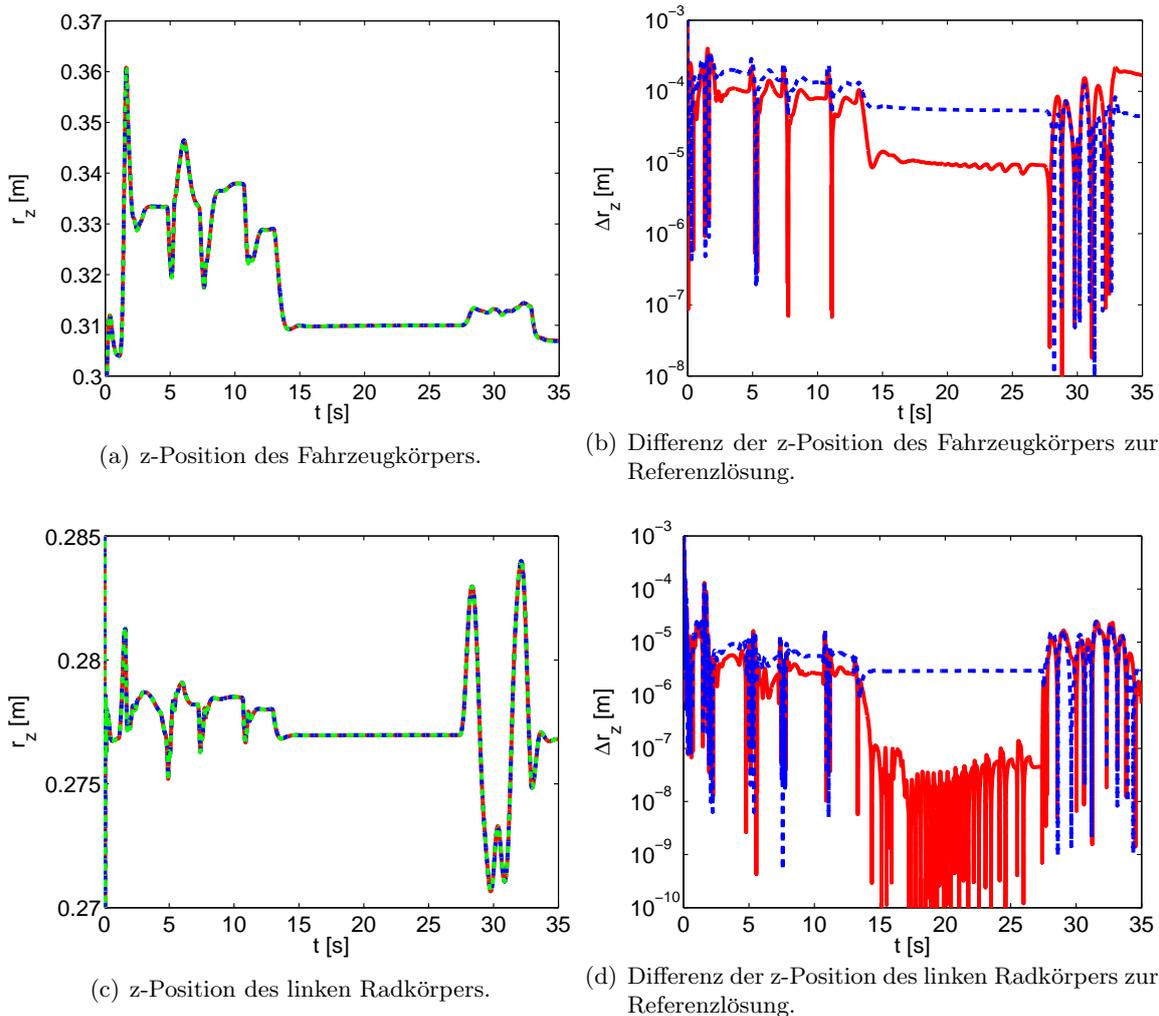


Abbildung 6.19.: z-Positionen des Fahrzeugkörpers und des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-.).

und damit verbundenem Ausfedern des Fahrzeugkörpers bis $t \approx 13$ s und nachfolgender Konstantfahrt bis hin zum doppelten Fahrspurwechsel ab $t \approx 28$ s lassen sich alle fahrdynamisch relevanten Teilmanöver erkennen (vgl. Abbildungen 6.19(a) und 6.19(c)). Die vertikalen Positionen für Fahrzeug- und Radkörper werden hierbei bis auf eine Abweichung von 10^{-4} m bzw. 10^{-5} m genau eingehalten (vgl. Abbildungen 6.19(b) und 6.19(d)). Der Index 3 Forma-

lismus mit expliziten Freiheitsgraden zeigt dabei tendenziell eine etwas geringere Abweichung gegenüber dem Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade.

Betrachtet man weitere aus fahrdynamischer Sicht relevante Größen wie die Querbeschleunigung und die Gierrate des Fahrzeugs (vgl. Abbildung 6.20), so zeigt sich auch hier eine sehr

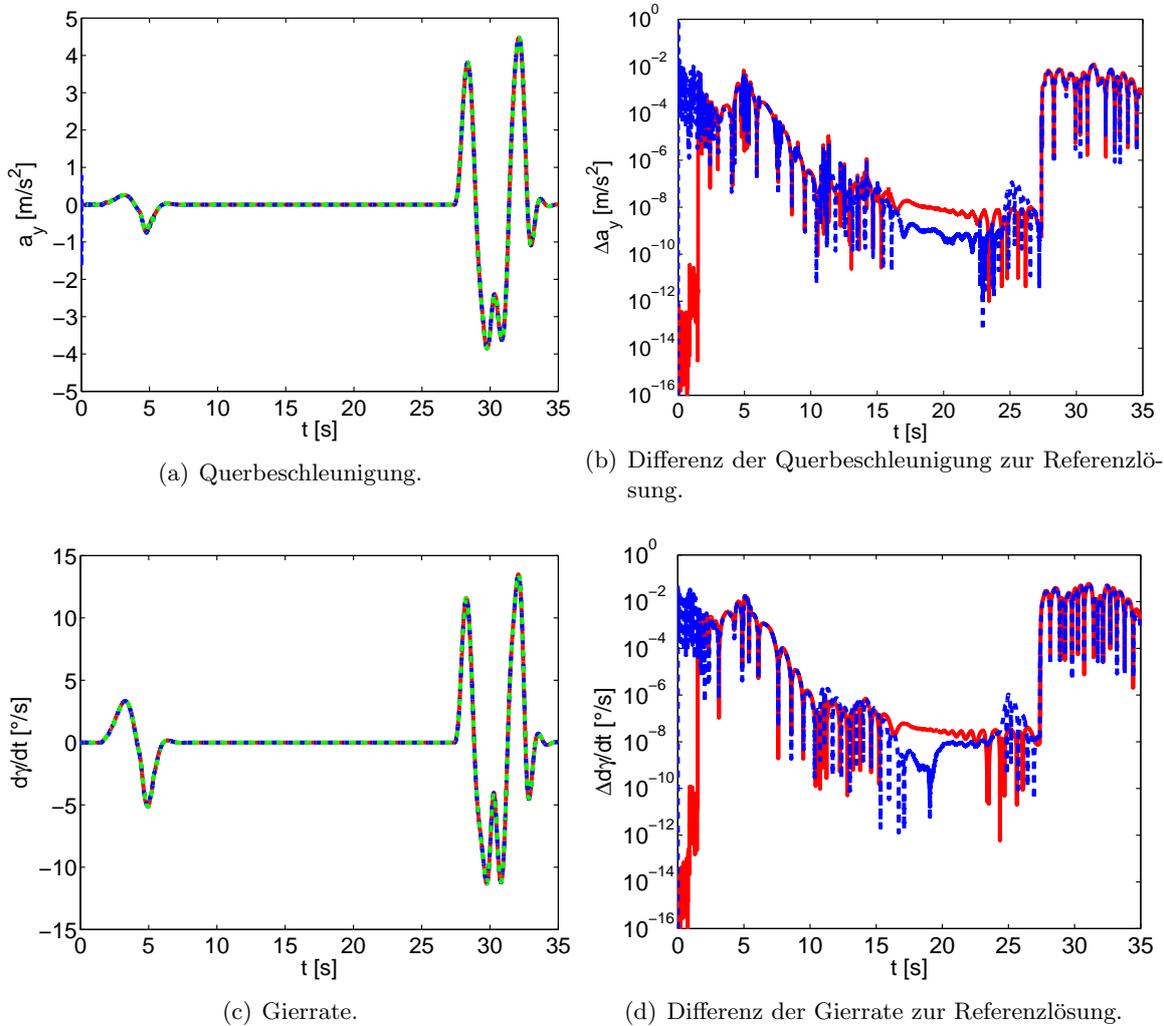


Abbildung 6.20.: Querbeschleunigung und Gierrate des Fahrzeugs und Abweichungen zur Referenzlösung bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

gute Übereinstimmung der modularen Modellansätze mit der Referenzlösung. Abgesehen vom Einlenken auf die Fahrspur zu Beginn des Fahrmanövers treten während der Beschleunigungsphase und der nachfolgenden Konstantfahrt keine querdynamischen Effekte auf (vgl. Abbildungen 6.20(a) und 6.20(c)). Entsprechend gering fallen die Abweichungen von der Referenzlösung aus. Jedoch auch im querdynamisch anspruchsvollen Bereich während der Spurwechsel ergibt sich noch eine akzeptable Abweichung von 10^{-3} m/s² bis 10^{-2} m/s² für die Querbeschleunigung (vgl. Abbildung 6.20(b)). Auf Geschwindigkeitsniveau erhält man für die Gierrate Abweichungen von maximal 10^{-2} Grad/s (vgl. Abbildung 6.20(d)).

Abbildung 6.21 zeigt den zeitlichen Verlauf von Wank- und Schwimmwinkel des Fahrzeugs. Ähnlich wie für Quereschleunigung und Gierrate zeigt sich auch hier eine gute Überein-

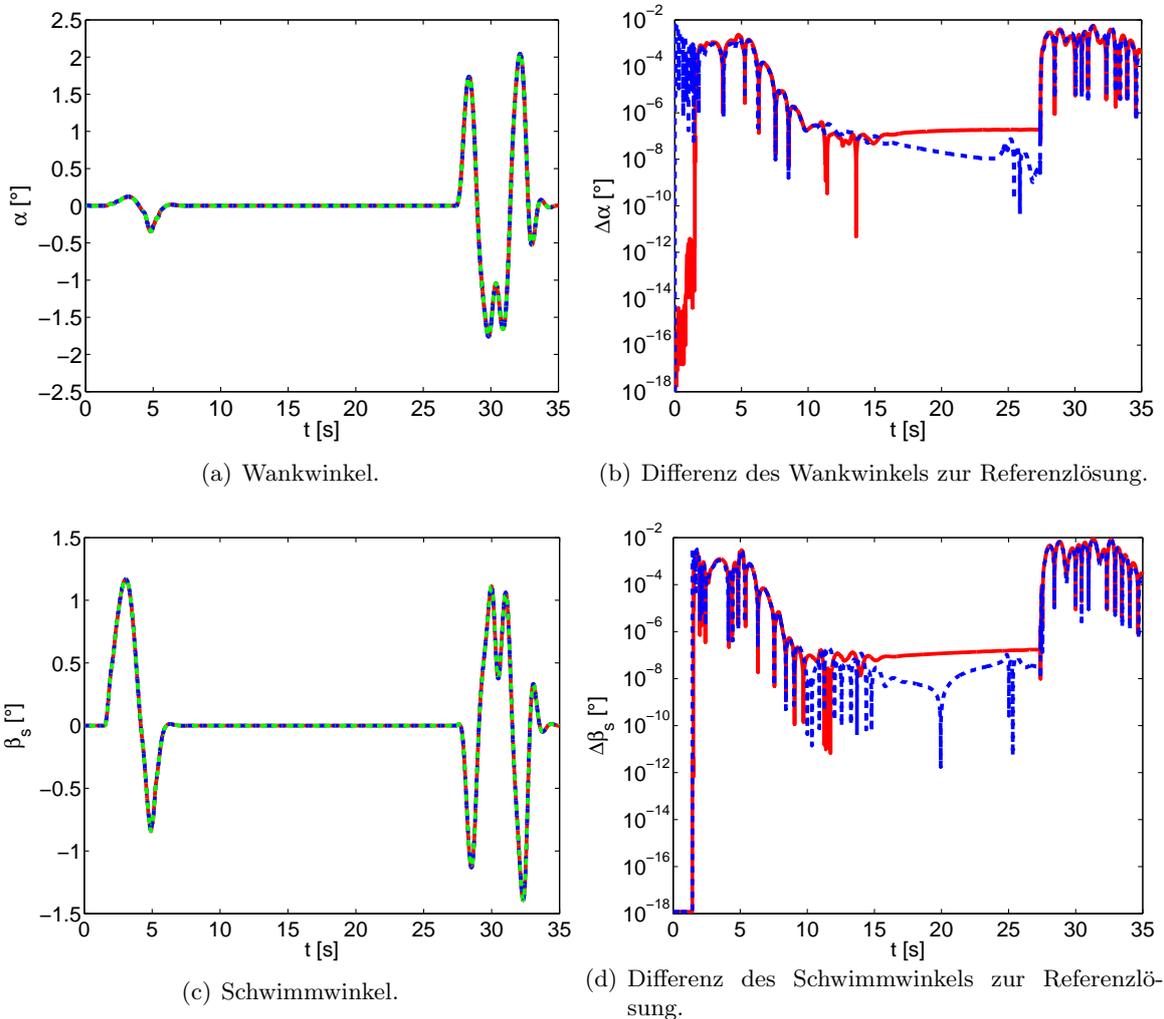


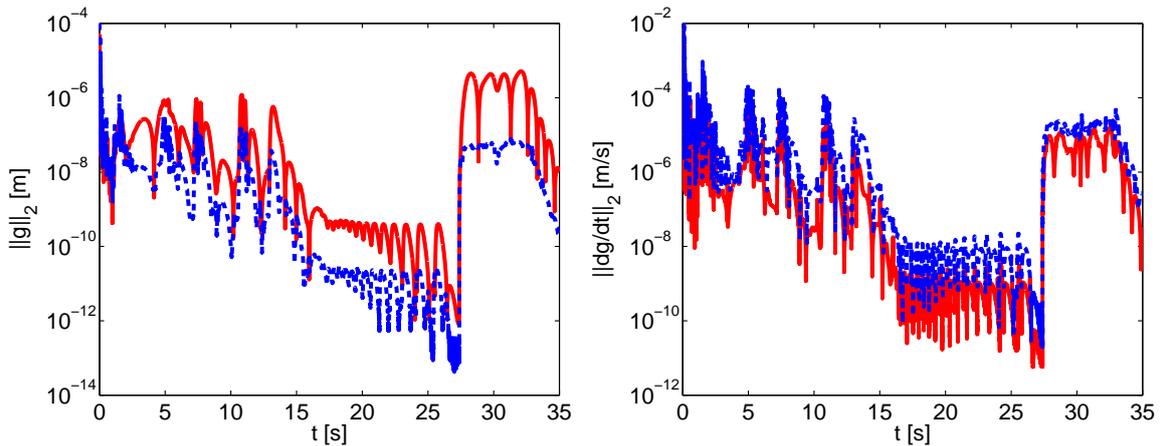
Abbildung 6.21.: Wank- und Schwimmwinkel des Fahrzeugs und Abweichungen zur Referenzlösung bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).

stimmung gegenüber der Referenzlösung (vgl. Abbildungen 6.21(a) und 6.21(c)). Während der Konstantfahrt verringern sich die Abweichungen für den Index 3 Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade sogar auf Werte im Bereich von 10^{-7} Grad. Während der beiden Spurwechsel treten lediglich Abweichungen mit Werten kleiner gleich 10^{-2} Grad auf (vgl. Abbildungen 6.21(b) und 6.21(d)).

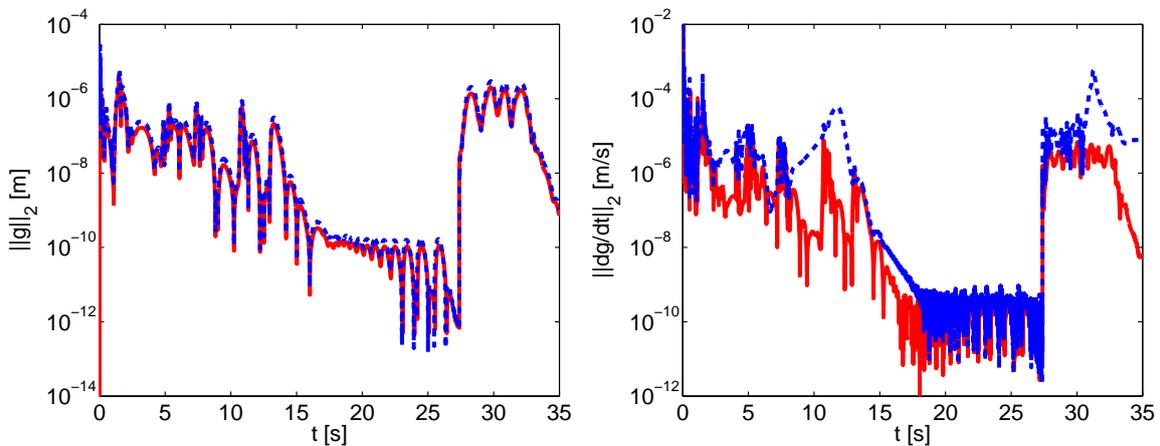
Der modulare Modellansatz liefert daher im Vergleich zur Referenzlösung neben den geringen Abweichungen in den kinematischen und dynamischen Testfällen am Prüfstand auch für die Gesamtfahrzeugsimulation eine gute Übereinstimmung für die fahrdynamisch relevanten Bereiche.

6.2.2. Einhaltung der Nebenbedingungen

Für die Defekte auf Lageniveau zeigt sich für die Verkopplung der Radaufhängung mit dem Fahrzeugkörper für den Index 3 Formalismus ohne explizite Freiheitsgrade eine geringfügig genauere Einhaltung gegenüber dem Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (vgl. Abbildung 6.22(a)). Bei der Verkopplung von Radaufhängung und Lenksystem hingegen (vgl.



(a) Lagedefekt zwischen Fahrzeugkörper und linker Radaufhängung. (b) Geschwindigkeitsdefekt zwischen Fahrzeugkörper und linker Radaufhängung.



(c) Lagedefekt zwischen linker Radaufhängung und Lenksystem. (d) Geschwindigkeitsdefekt zwischen linker Radaufhängung und Lenksystem.

Abbildung 6.22.: Euklidische Norm der Defekte in den Nebenbedingungen bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---).

Abbildung 6.22(c)) ergibt sich ein nahezu identisches Verhalten. Bei den Geschwindigkeiten hat der Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden leichte Vorteile (vgl. Abbildungen 6.22(b) und 6.22(d)). Im Allgemeinen ergeben sich für die Nebenbedingungen sowohl auf Lage- als auch auf Geschwindigkeitsniveau Defekte geringerer Dimension als sie für die zuvor vorgestellten Abweichungen der modularen Ansätze von der monolithischen Referenz entstehen (vgl. Abbildungen 6.19, 6.20 und 6.21).

Für den doppelten Fahrspurwechsel zeigt sich die Stabilität der Kopplungen bei ausreichender

Genauigkeit über eine längere Simulationsdauer. Durch die direkte Berücksichtigung von Lagenebenbedingungen werden Drift Off Effekte vermieden. Sogar für den Index 3 Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade mit nichtlinearen Nebenbedingungen und einem Abbruch der Iteration zur Berechnung der Zwangskräfte und -momente nach dem ersten Schritt zeigt sich ein stabiles und ausreichend genaues Verhalten.

Der Vollständigkeit halber werden in Abbildung 6.23 ausgewählte Kopplungskräfte zwischen den beiden Seiten der Vorderachse und dem Fahrzeugkörper in vertikaler Richtung sowie der Vorderachse und dem Lenksystem in lateraler Richtung angegeben. Die vertikale Zwangs-

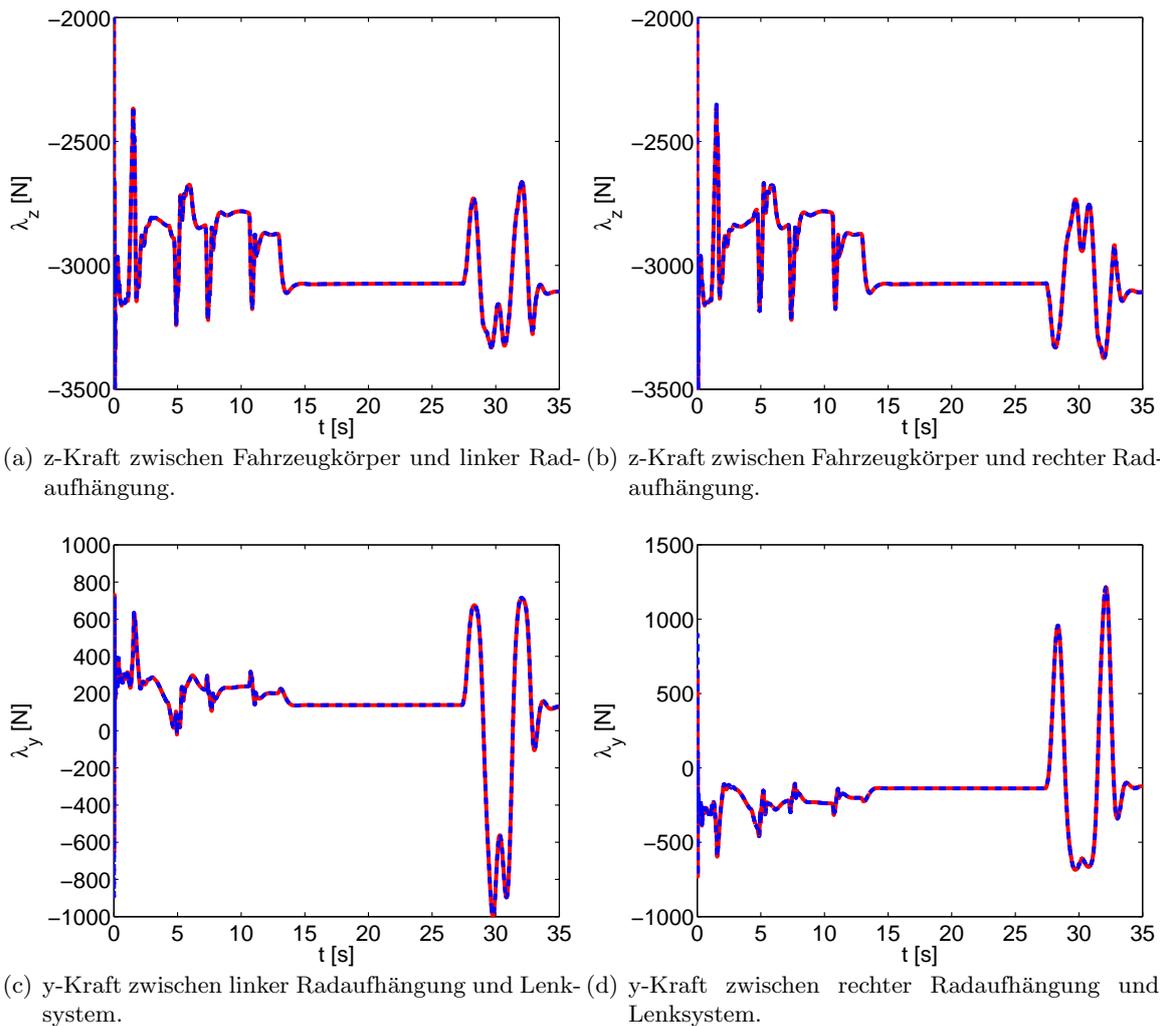


Abbildung 6.23.: Zwangskräfte in den Kopplungssystemen bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---).

kraft beschreibt die Abstützung des Fahrzeugkörpers an den Achshälften und verläuft bis auf querdynamische Effekte für die linke und die rechte Seite symmetrisch (vgl. Abbildungen 6.23(a) und 6.23(b)). Die Kopplungskräfte zwischen den Spurstangen und der Zahnstange in Fahrzeugquerrichtung auf der linken und der rechten Seite zeigen entsprechend der Lenkbe-
wegung ein asymmetrisches Verhalten (vgl. Abbildungen 6.23(c) und 6.23(d)).

6.3. Rechenaufwand

Gegenüber der Verwendung eines monolithischen Modells aus MapleSim ergeben sich für einen modularen Aufbau des Basisfahrzeugs mit Komponenten für die Vorderachse und das Lenksystem geringfügig größere Abweichungen gegenüber der Referenzlösung aus DYNA4. Zudem erhöht sich aufgrund des modularen Ansatzes und der daraus resultierenden redundanten Abbildung von Bewegungsmöglichkeiten die Anzahl der Zustände im Gesamtsystem.

6.3.1. Vergleich generischer Kopplungstechniken

Für das vollständig modulare Fahrzeugmodell ist die Ausführungsgeschwindigkeit der Simulation stark von der verwendeten Kopplungstechnik sowie dem Grad der Modularisierung abhängig. Tabelle 6.1 gibt einen Überblick über die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Modellansätze und generischen Kopplungstechniken für ein Basisfahrzeugmodell mit hohem Modularisierungsgrad mit Kopplungen zwischen Lenksystem, linker und rechter Seite der Vorderachse sowie dem Fahrzeugkörper. Als Referenz für eine Beurteilung der Berechnungsaufwände dient das modularisierte Modell aus Abschnitt 6.2 mit einzelnen Komponenten ohne zusätzliche Kopplungsinformationen. Die Hinterachse wird für die Laufzeitbetrachtung vernachlässigt. Die Anzahl n_y der Systemzustände, n_c der kinematischen Bindungen und n_f der Freiheitsgrade ist für die modularen Modelle aufgeteilt auf die einzelnen Komponenten für den Fahrzeugkörper, das Lenksystem und die beiden Hälften der Vorderachse. Zudem werden für die modularen Modelle die prozentualen Aufwände zur Berechnung der Kopplungsgrößen angegeben. Diese Tabelle kann nur einen groben Überblick geben, da die Aufwände je nach Grad der Modularität und je nach Anzahl der Systemzustände und der kinematischen Bindungen variieren. Zur Abschätzung der Rechenaufwände wurden die Durchschnittswerte für mehrere Simulationsläufe in Simulink für die einzelnen Modellierungsansätze erfasst.

Der Rechenaufwand für das monolithische Modell beträgt ca. 80% gegenüber dem modularen Ansatz ohne Bereitstellung von Kopplungsinformationen und Berechnung von Kopplungskräften und -momenten. Der Mehraufwand für das modulare Modell ist auf eine erhöhte Gesamtzahl von Systemzuständen, Bindungen und Freiheitsgraden zurückzuführen. Durch die Modularisierung ergeben sich für jede einzelne Komponente drei translatorische und drei rotatorische Freiheitsgrade für die Beschreibung der absoluten Position und Orientierung im Raum. Für das monolithische Modell werden hingegen nur einmalig sechs Freiheitsgrade benötigt. Die restlichen drei verbleibenden Freiheitsgrade in Tabelle 6.1 beschreiben den Radhub links und rechts sowie einen Lenkfreiheitsgrad.

Die Kopplung mittels Aufprägen von Bewegungen benötigt in etwa den gleichen Aufwand wie das modularisierte Modell mit Kopplung über Feder-/Dämpferelemente. Gegenüber dem modularisierten Modell ohne Kopplung ergibt sich nur ein geringer Mehraufwand von ca. 10%. Dabei entfallen etwa jeweils 10% des Rechenaufwands auf die Berechnung der Kopplungsgrößen. Demgegenüber besitzen die Kopplungstechniken mit zusätzlichen algebraischen Nebenbedingungen einen deutlich höheren Rechenbedarf. Der Index 3 Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade benötigt ca. 150% mehr Rechenzeit der Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden in etwa 170%. Ca. 60% bzw. 40% der insgesamt benötigten Rechenzeit entfallen dabei auf die Berechnung von Kopplungsgrößen. Bei Berücksichtigung expliziter Freiheitsgrade wird weniger Aufwand zur Berechnung der Kopplungsinformationen benötigt, der Aufwand gegenüber dem Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade ist jedoch aufgrund

Tabelle 6.1.: Anzahl der Systemzustände n_y , Bindungen n_c und Freiheitsgrade n_f sowie zusätzlicher Rechenaufwand gegenüber einem modularen Modell ohne Kopplungen und Aufwand für die Berechnung von Kopplungsgrößen für unterschiedliche Ansätze bei hohem Modularisierungsgrad.

Ansätze	n_y	n_c	n_f	Gesamtaufwand relativ zu modularem Modell ohne Kopplungen [%]	Kopplungsaufwand relativ zu Gesamtaufwand[%]
Monolithisches Modell	21	12	9	~ 80	0
Modulares Modell ohne Kopplungen	6+7+2·17	0+0+2·3	6+7+2·14	100	0
Aufprägen von Bewegungen	6+4+2·10	0+3+2·9	6+1+2·1	~ 110	~10
Feder-/Dämpferelemente	6+7+2·17	0+0+2·3	6+7+2·14	~ 110	~10
Index 3 ohne explizite Freiheitsgrade	6+7+2·17	0+0+2·3	6+7+2·14	~ 250	~60
Index 3 mit expliziten Freiheitsgraden	6+19+2·20	0+12+2·6	6+7+2·14	~ 270	~40

der größeren Anzahl an Systemzuständen und Bindungen für die einzelnen Komponenten höher. Für den Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade liegt der Hauptaufwand in den zusätzlichen Matrixmultiplikationen zur Projektion der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Informationen aus den Bewegungsgleichungen in die Kopplungssysteme der Schnittstellen.

Die für die Verkopplung benötigten Informationen hängen von der Dimension n_g der Nebenbedingungen mit Ordnung $\mathcal{O}(n_g^3)$, von den Dimensionen der Systemzustände n_y und den kinematischen Bindungen n_c in den einzelnen Komponentenmodellen hingegen nur mit $\mathcal{O}((n_y + n_c)^2)$ ab. Für die Lösung der Bewegungsgleichungen zur Berechnung der Systemzustände mit einer LR-Zerlegung wird jedoch ein Aufwand der Ordnung $\mathcal{O}(n_y + n_c)^3$ benötigt. Zudem ist die Dimension der Nebenbedingungen in den Kopplungssystemen unabhängig von der Anzahl der Systemfreiheitsgrade und Bindungen eines Modells. Somit reduziert sich bei zunehmender Komplexität der Komponentenmodelle entsprechend der Zusatzaufwand für die Kopplung über algebraische Nebenbedingungen.

Der Aufwand für den Index 3 Formalismus ohne zusätzliche Freiheitsgrade ist in der Tabelle 6.1 für eine rotatorische Verkopplung über Winkel angegeben. Bei der Verwendung von Rotationsmatrizen steigt die Dimension der benötigten Schnittstelleninformationen von sechs auf zwölf an. Dadurch erhöht sich der Aufwand zusätzlich.

Betrachtet man Lenksystem und Vorderachse als Verbund in MapleSim modelliert und in

das Basisfahrzeugmodell in DYNA4 eingebunden, so ergibt sich ein geringerer Modularisierungsgrad und damit deutlich reduzierter zusätzlicher Rechenaufwand (vgl. Tabelle 6.2). Es wird lediglich eine starre Verbindung zwischen dem Fahrzeugkörper und dem Komponentenmodell mit Lenkung und Achse benötigt. Der Zusatzaufwand für die Verkopplung über

Tabelle 6.2.: Anzahl der Systemzustände n_y , Bindungen n_c und Freiheitsgrade n_f sowie zusätzlicher Rechenaufwand gegenüber einem modularen Modell ohne Kopplungen und Aufwand für die Berechnung von Kopplungsgrößen für unterschiedliche Ansätze bei niedrigem Modularisierungsgrad.

Ansätze	n_y	n_c	n_f	Gesamtaufwand relativ zu modularem Modell ohne Kopplungen [%]	Kopplungsaufwand relativ zu Gesamtaufwand[%]
Monolithisches Modell	21	12	9	~ 85	0
Modulares Modell ohne Kopplungen	6+21	0+12	6+9	100	0
Aufprägen von Bewegungen	6+15	0+12	6+3	~ 105	~5
Feder-/Dämpferelemente	6+21	0+12	6+9	~ 105	~5
Index 3 ohne explizite Freiheitsgrade	6+21	0+12	6+9	~ 130	~25
Index 3 mit expliziten Freiheitsgraden	6+21	0+12	6+9	~ 130	~25

Feder-/Dämpferelemente sowie mittels Aufprägen von Bewegungen liegt bei etwa 5%. Für die Abbildung der Kopplung über algebraische Nebenbedingungen beträgt der Zusatzaufwand für die Index 3 Formalismen ca. 30%. Der modulare Modellansatz besitzt sechs Freiheitsgrade für den Fahrzeugkörper und weitere neun Freiheitsgrade für das Komponentenmodell von Lenksystem und Vorderachse. Von diesen neun Freiheitsgraden entfallen sechs auf die Beschreibung der absoluten Bewegungen im Raum. Genau diese können für die Verkopplung über algebraische Nebenbedingungen verwendet werden, so dass kein zusätzlicher Aufwand für explizite Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen der Schnittstelle anfällt. Entsprechend erhält man für die beiden Formalismen mittels algebraischer Nebenbedingungen einen identischen Rechenaufwand, sofern die rotatorische Kopplung über Winkeldarstellungen und nicht über Rotationsmatrizen ausgetragen wird.

In den Tabellen 6.1 und 6.2 ist die strukturangepasste Einbindung von Komponentenmodellen aus Abschnitt 4.3 nicht mit aufgeführt. Für diese Kopplung erhält man bei zentraler Integration der Systemzustände eine exakte Übereinstimmung mit dem monolithischen Modell in DYNA4 (vgl. Abschnitt 5.3.1). Die Bereitstellung entsprechender Schnittstelleninformatio-

nen bedarf jedoch detaillierten Wissens über die Modellstruktur der einzelnen Komponenten und einer symbolischen Nachbehandlung der erzeugten Bewegungsgleichungen der Teilmodelle (vgl. Abschnitt 4.3). Eine automatisierbare Umsetzung ist somit nur bedingt möglich.

6.3.2. Stabilisierte Zwangskräfte und -momente

Für die Kopplung über algebraische Nebenbedingungen wird zur Stabilisierung der Berechnung der Zwangskräfte und -momente ein Prädiktor für den Vektor Q der verallgemeinerten Kräfte und Momente der einzelnen Komponentenmodelle benötigt (vgl. Abschnitt 5.3.4). Dadurch muss der Vektor b_P , vgl. (5.25), mit dem Prädiktor von Q aktualisiert und ein Gleichungssystem der Dimension $(n_y + n_c) \times (n_y + n_c)$ gelöst werden. Gegenüber der LR-Zerlegung der Massenmatrix M mit einem Berechnungsaufwand der Ordnung $\mathcal{O}(n_y + n_c)^3$ fällt der Aufwand zur Lösung des linearen Gleichungssystems mit Ordnung $\mathcal{O}(n_y + n_c)^2$ nicht ins Gewicht.

Als Voraussetzung dafür muss die Jacobi-Matrix für ein semi-implizites Verfahren zur Verfügung stehen. Die in Abschnitt 5.1.3 skizzierte optimierte Berechnung einer Jacobi-Matrix beschränkt sich auf wenige zusätzliche Operationen, welche vom Rechenaufwand her vernachlässigbar sind. Verwendet man anstatt der optimierten Jacobi-Matrix für die einzelnen Komponentenmodelle eine vollbesetzte Jacobi-Matrix mit symbolischer Berechnung der partiellen Ableitungen, so erhöht sich der Rechenaufwand um ein Vielfaches. Für Anwendungen in der Fahrzeugdynamik sorgt bei einer Schrittweite $h = 10^{-3}$ s die optimierte Jacobi-Matrix jedoch bereits für eine ausreichende Stabilisierung [65].

6.4. Fazit

Die Kopplungen mittels Feder-/Dämpferelementen wie mittels Aufprägen von Bewegungen sind sehr performant, können jedoch für das Modell mit hohem Modularisierungsgrad für eine Schrittweite von 10^{-3} s keine stabile oder ausreichend genaue Lösung garantieren. Dementgegen verursachen die Kopplungen über algebraische Nebenbedingungen bei gleicher Schrittweite einen Mehraufwand, ermöglichen dafür jedoch für eine Schrittweite im Bereich von 10^{-3} s eine stabile und ausreichend genaue Simulation des modularen Modells. Bei Verwendung von Feder-/Dämpferelementen wird eine vergleichbar genaue und gleichzeitig stabile Lösung für das modulare Modell am virtuellen Achsprüfstand erst für eine Schrittweite von 10^{-4} s erreicht; dadurch steigt der Berechnungsaufwand um den Faktor 10 an (vgl. Abschnitt 6.1.1). Für die Verkopplung von Lenksystem und Radaufhängung mittels Aufprägen von Bewegungen kann unabhängig von der Schrittweite nur durch Erhöhung der Lenksäulendämpfung eine stabile Simulation erreicht werden (vgl. Abschnitt 6.1.2).

Somit fällt für eine modulare und gleichzeitig stabile Simulation unabhängig von der verwendeten Kopplungstechnik ein erhöhter Rechenaufwand an. Die Kopplung der Teilmodelle über algebraische Nebenbedingungen stellt unter Berücksichtigung der benötigten Schrittweiten sogar für ein Basisfahrzeugmodell mit hohem Modularisierungsgrad noch die performantere Alternative dar. Abhängig von den verfügbaren Informationen über die Komponentenmodelle kann zudem zwischen den Index 3 Formalismen mit und ohne explizite Freiheitsgrade in den Kopplungssystemen gewählt werden.

Die Höhe des Zusatzaufwands für den modularen Aufbau des Basisfahrzeugmodells hängt stark vom Grad der Modularität ab. Zur Verdeutlichung der Stabilitäts- und Genauigkeitsanforderungen wird für die numerischen Simulationen in den Abschnitten 6.1 und 6.2 sowie die Aufwandsabschätzungen in Abschnitt 6.3.1 ein Modell mit hohem Modularisierungsgrad verwendet. Sofern aus modelltechnischer Sicht die Einbindung von Achse und Lenksystem auch als Verbund in einem einzigen Komponentenmodell sinnvoll ist, wird lediglich noch die Kopplung zum Fahrzeugkörper über eine zentrale Schnittstelle benötigt. Vor allem für die Verwendung von algebraischen Nebenbedingungen verringert sich dadurch der Aufwand zur Berechnung von Kopplungsgrößen um ein Vielfaches. Zudem kann dadurch die kritische explizite Kopplung von Achse und Lenksystem mit Zeitverzug umgangen werden, so dass auch mittels Aufprägen von Bewegungen eine stabile Simulation möglich ist. Ist jedoch eine Aufteilung in einzelne Komponenten für Lenksystem und Achse nötig, so stellt die Kopplung über algebraische Nebenbedingungen die Methode der Wahl dar.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Interdisziplinäre Anwendungen und die dezentrale Entwicklung von Teilmodellen für die Simulation der Fahrzeugdynamik erfordern zunehmend adäquate Ansätze zur kinematischen Kopplung von Komponentenmodellen aus multiphysikalischen oder MKS-Werkzeugen. Als Voraussetzung für eine einheitliche Einbindung in Gesamtfahrzeugmodelle aus signalbasierten Simulationsumgebungen werden dabei zentrale mechanische Schnittstellen zwischen den Modellen benötigt.

Diese Arbeit präsentiert durch die Einführung zusätzlicher starrer Gelenke zwischen den Komponentenmodellen geeignete Schnittstellen. Die ursprüngliche Modellierung wird somit nicht beeinträchtigt und eine einfache Austauschbarkeit unterschiedlicher Konfigurationen von Komponentenmodellen ermöglicht. Basierend auf den definierten Schnittstellen und einer zweckmäßigen Modularisierung des Gesamtfahrzeugmodells werden verschiedene Ansätze zur Kopplung von Teilmodellen aus unterschiedlichen Modellierungstools vorgestellt. Diese Ansätze unterscheiden sich bezüglich der für die Kopplung benötigten Informationen über die Komponenten, der Genauigkeit in der Abbildung der kinematischen Kopplungen und ihrer Performanz.

Der strukturangepasste Ansatz zielt darauf ab, in festgelegten Schnittstellen Informationen für maßgeschneiderte Bewegungsgleichungen von Fahrzeugmodellen bereitzustellen. Aufgrund impliziter kinematischer Bindungen zwischen den Komponentenmodellen erfordert dies detailliertes Systemverständnis und spezielle Werkzeuge zur symbolischen Nachbehandlung von Bewegungsgleichungen, führt jedoch auf eine genauere und performantere Kopplung. Des Weiteren werden generische Kopplungstechniken untersucht. Neben der kinematischen Kopplung über das Aufprägen von Bewegungen und der Verwendung steifer Feder-/Dämpferelemente liegt das Hauptaugenmerk auf der Berücksichtigung zusätzlicher algebraischer Nebenbedingungen auf Lageniveau.

Die im Allgemeinen nichtlinear von den Zuständen der zu koppelnden Komponenten abhängigen Nebenbedingungen werden mit einem auf die modulare Systemstruktur angepassten echtzeitfähigen semi-impliziten Euler-Verfahren für DAEs vom Index 3 behandelt. Die Berechnung der auftretenden Zwangskräfte und -momente lässt sich dabei von den Systemgleichungen entkoppelt ohne Iteration über die modularen Komponenten in einer zentralen Routine in der signalbasierten Simulationsumgebung durchführen. Aufgrund der nichtlinearen Abhängigkeiten benötigt dieser Ansatz zusätzliche Informationen über die internen kinematischen Bindungen in den Modellen. Angesichts der zentralen Berücksichtigung ermöglicht die Verwendung algebraischer Nebenbedingungen im Gegensatz zum Aufprägen von Bewegungen eine stabilere Abbildung der Kopplungen bei gleichzeitiger Einbindung mehrerer Komponentenmodelle. Darüber hinaus ist eine genauere Darstellung von starren Verbindungen zwischen den Komponenten als bei der Verwendung von mehr oder weniger steifen Feder-/Dämpferelementen möglich.

Diese Arbeit stellt einen neuen Ansatz vor, welcher mittels expliziter Freiheitsgrade in den zentralen Schnittstellen auf lineare Nebenbedingungen führt und etwaige nichtlineare Neben-

bedingungen in die einzelnen Komponentenmodelle verlagert. Dies erfordert abhängig vom jeweiligen Modell zusätzliche Systemfreiheitsgrade, reduziert aber im Gegenzug die Fülle der zwischen den Teilmodellen auszutauschenden Informationen auf rein kopplungssystemspezifische Größen.

Für die verschiedenen Techniken werden zentrale und dezentrale Integrationsansätze ohne Iteration aufgezeigt. Die eingebundenen Komponentemodelle berechnen ihr Systemzustände dabei eigenständig und können somit z. B. auch auf verschiedene Prozessoren verteilt werden. In diesem Kontext werden echtzeitfähige Stabilisierungsansätze erarbeitet, welche aus den Kopplungskräften und -momenten zusätzliche Informationen über die für die Anwendung semi-impliziter Integrationsverfahren erforderliche Jacobi-Matrix ableiten. Zudem sorgt eine Vorausschau auf die rechte Seite der Bewegungsgleichungen der modularen Systeme für eine stabilere Berechnung der Zwangskräfte und -momente bei DAEs. Folglich lassen sich so die aus dem modularen Modellaufbau erwachsenden Zeitverzögerungen beim Signalaustausch zwischen den einzelnen Komponentenmodellen geeignet behandeln.

Die entwickelten Kopplungstechniken und numerischen Lösungsverfahren werden durch Integration von in MapleSim entwickelten Teilmodellen für Radaufhängung und Lenksystem in das Gesamtfahrzeugmodell von DYNA4 erprobt. Die eingebundenen Komponentemodelle für eine Doppelquerlenkerachse und eine Zahnstangenlenkung werden am virtuellen Achsprüfstand gegen eine monolithische Referenzlösung validiert und hinsichtlich der Einhaltung der erforderlichen Genauigkeiten für die unterschiedlichen modularen Ansätze untersucht. Numerische Simulationen für einen doppelten Fahrspurwechsel bestätigen zudem für das Gesamtfahrzeug die Tauglichkeit und Stabilität der modularen Modellierung im Vergleich mit einem monolithischem Modellansatz.

Im Allgemeinen erfordert die modularisierte Darstellung einen erhöhten Rechenaufwand, der stark vom Modularisierungsgrad des Gesamtsystems abhängt. Für stark modularisierte Modelle erhöht sich für die Kopplung mittels Aufprägen von Bewegungen oder mittels Feder-/Dämpferelementen der Rechenaufwand nur geringfügig, dafür ist jedoch eine stabile Simulation häufig nur durch Reduktion der Schrittweite oder Modifikation der Fahrzeugparametrierung möglich. Bei der Verwendung algebraischer Nebenbedingungen fällt der Mehraufwand höher aus, demgegenüber lässt sich auch für Schrittweiten im Bereich von 10^{-3} s eine stabile Simulation ermöglichen.

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf mechanischen Modellen mit kinematischen Bindungen. Durch die Verwendung multiphysikalischer Entwicklungsplattformen sind diese Modelle auch auf interdisziplinäre Anwendungen erweiterbar. Damit lässt sich z. B. eine Radaufhängung mit aktiver Lenkerkinematik oder ein Lenksystem mit elektrohydraulischer Lenkunterstützung in einem multiphysikalischen Modellierungswerkzeug entwickeln und mittels der vorgestellten Ansätze in einer signalbasierten Simulationsumgebung einbinden. Des Weiteren können beispielsweise für Radaufhängungen neben reinen kinematischen Verbindungen auch visko-elastische Elemente wie Bushings berücksichtigt werden.

Voraussetzung für die Verwendbarkeit der entwickelten Integrationsverfahren sind erweiterte Informationen über die Systemgleichungen, die in dieser Arbeit durch Analyse des aus Multiphysik- oder MKS-Tools exportierten Programmcodes und manuelle Erweiterungen gewonnen werden. Für einen kommerziellen Einsatz müssen diese Informationen automatisiert bereitgestellt werden. Die in dieser Arbeit vorgestellten zentralen Schnittstellen und die dazugehörigen Techniken zur Einbindung von Komponentenmodellen legen den methodischen Grundstein dafür.

A. Fahrzeugdatensatz

Zur Durchführung der numerischen Simulationen wird ein Datensatz für ein reales Mittelklassefahrzeug verwendet [66].

A.1. Gesamtfahrzeugmasse und -trägheit

Tabelle A.1 listet Masse, Trägheitstensor und Lage des Schwerpunktes für das Gesamtfahrzeug inklusive Anteilen für die Achsen mit Radkörpern auf. Der Trägheitstensor des Gesamtfahrzeugs sowie die Lage des Schwerpunktes werden bezüglich dem fahrzeugkörperfesten Koordinatensystem B in der Vorderachsmittle angegeben (vgl. Abbildung 4.1).

Tabelle A.1.: Masse, Trägheit und Schwerpunkt des Gesamtfahrzeugs.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Masse des Gesamtfahrzeugs [kg]	1350
Trägheitstensor des Gesamtfahrzeugs [kg·m ²]	$\begin{pmatrix} 450 & 0 & 0 \\ 0 & 2200 & 0 \\ 0 & 0 & 2300 \end{pmatrix}$
Position des Schwerpunkts [m]	[-1.1000 0.0000 0.2500]

A.2. Doppelquerlenkerradaufhängung vorne

Die kinematische Doppelquerlenkerradaufhängung an der Vorderachse ist symmetrisch bedacht. Tabelle A.2 beinhaltet Masse und Trägheiten sowie Vorspur- und Nachlaufwinkel für die initiale Radorientierung nach DIN 70000 [17]. Die Trägheitstensoren der Radkörper sowie

Tabelle A.2.: Masse, Trägheiten und initialen Orientierungen der vorderen Doppelquerlenkerradaufhängung.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Radkörpermasse [kg]	40
Trägheitstensor des Radkörpers [kg·m ²]	$\begin{pmatrix} 1.1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1.1 \end{pmatrix}$
Rotationsträgheit des Rades [kg·m ²]	0.9
Vorspurwinkel [°] (DIN 70000)	0.0000
Sturzwinkel [°] (DIN 70000)	0.8000

die Rotationsträgheiten der Räder um die Raddrehachse werden bezüglich dem jeweiligen radkörperfesten Bezugssystem mit Ursprung im Punkt WC angegeben.

Tabelle A.3 zeigt die Konstruktionspunkte der Radaufhängung für die linke Seite.

Tabelle A.3.: Konstruktionslagen der vorderen Doppelquerlenkerradaufhängung.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Konstruktionslage WC (Radmitte) [m]	[0.0000 0.7680 0.0000]
Konstruktionslage O ₁ (Lenker/Fahrzeug hinten unten) [m]	[-0.2510 0.3200 -0.0800]
Konstruktionslage O ₂ (Lenker/Fahrzeug vorne unten) [m]	[0.1480 0.3200 -0.0940]
Konstruktionslage N ₁ (Lenker/Radkörper unten) [m]	[0.0130 0.7370 -0.1450]
Konstruktionslage V ₁ (Lenker/Fahrzeug hinten oben) [m]	[-0.1050 0.4350 0.1960]
Konstruktionslage V ₂ (Lenker/Fahrzeug vorne oben) [m]	[0.1220 0.4350 0.2300]
Konstruktionslage U ₁ (Lenker/Radkörper oben) [m]	[-0.0250 0.6800 0.1620]
Konstruktionslage P (Spurstange/Zahnstange) [m]	[-0.1500 0.3800 -0.0380]
Konstruktionslage Q (Spurstange/Radkörper) [m]	[-0.1370 0.6900 -0.0880]
Konstruktionslage G (Hauptfeder/Fahrzeug oben) [m]	[-0.0240 0.5740 0.4610]
Konstruktionslage F (Hauptfeder/Radkörper unten) [m]	[-0.0170 0.6160 0.3230]
Konstruktionslage E (Dämpfer/Fahrzeug oben) [m]	[-0.0240 0.5740 0.4610]
Konstruktionslage D (Dämpfer/Radkörper unten) [m]	[0.0000 0.6165 -0.0020]
Konstruktionslage S (Stabilisator/Radkörper) [m]	[-0.0625 0.5650 -0.2360]

In Abbildung A.1 wird die Geometrie der vorderen Doppelquerlenkerradaufhängung anhand der in Tabelle A.3 angegebenen Konstruktionspunkte dargestellt. Die Angaben beziehen sich

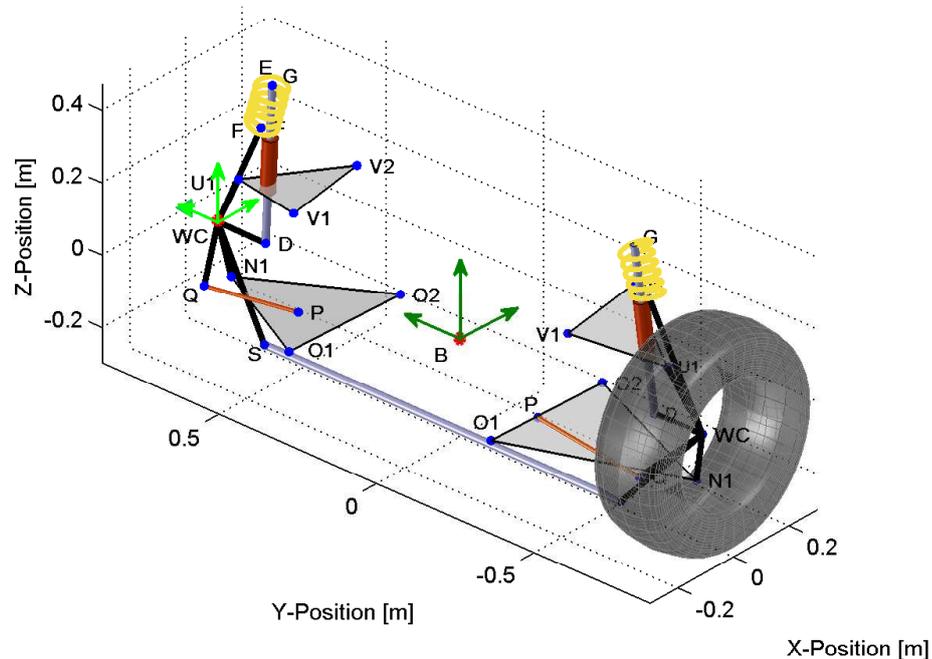


Abbildung A.1.: Vordere Doppelquerlenkerradaufhängung mit Geometriepunkten [85].

auf das fahrzeugkörperfeste Koordinatensystem B in der Vorderachsmittte. Für die rechte Seite der symmetrischen Radaufhängung werden die an der x - z -Ebene des fahrzeugkörperfesten

Koordinatensystems gespiegelten Werte verwendet.

Tabelle A.4 zeigt die Kennungen für Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator der vorderen Radaufhängung. Die Federrate ist entsprechend der Vorgehensweise in [69] abgeschätzt. Die Federvorspannung beträgt 4300 N. Ein positiver Federweg beschreibt einen eingefederten Zustand und eine positive Dämpfergeschwindigkeit einen Ausfedervorgang.

Tabelle A.4.: Kennungen für Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator der vorderen Doppelquerlenkerradaufhängung.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Federkennung (Federweg [m] Federkraft [N])	$\begin{pmatrix} -0.0900 & 1733.33 \\ -0.0833 & 2320.00 \\ -0.0767 & 2613.33 \\ 0.0567 & 5546.67 \\ 0.0633 & 5986.67 \\ 0.0700 & 7306.67 \end{pmatrix}$
Dämpferkennung (Dämpfergeschwindigkeit [m/s] Dämpferkraft [N])	$\begin{pmatrix} -1.5700 & -3500.0 \\ -1.0500 & -2790.0 \\ -0.5240 & -1480.0 \\ -0.3930 & -1290.0 \\ -0.2620 & -1110.0 \\ -0.1310 & -670.0 \\ -0.0520 & -180.0 \\ 0.0000 & 0.0 \\ 0.0520 & 110.0 \\ 0.2620 & 230.0 \\ 0.3930 & 270.0 \\ 0.5240 & 330.0 \\ 1.0500 & 580.0 \\ 1.5700 & 700.0 \end{pmatrix}$
Wankstabilisatorsteifigkeit [N/m]	24000

Die Konstruktionslagen für die Kraftelemente sind in Tabelle A.3 angegeben. Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator stützen sich direkt am Radkörper ab.

A.3. Zahnstangenlenkung

Tabelle A.5 listet für die Zahnstangenlenkung Steifigkeit und Dämpfung der Lenksäule sowie die Übersetzung im Lenkgetriebe auf. Die Lenkgetriebeübersetzung ist mit einem negativen Wert angegeben, um aufgrund der Achskonstruktion für einen positiven Lenkradwinkel einen negativen Vorspurwinkel gemäß DIN 70000 am linken Radkörper zu erhalten. Die Geometrie der Zahnstange ist über die Verbindungspunkte zur Spurstange in der Radaufhängung definiert (vgl. Tabelle A.3). Das Lenkgetriebe sitzt mittig zwischen diesen beiden Punkten.

Tabelle A.5.: Bedatung der Zahnstangenlenkung.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Lenksäulensteifigkeit [Nm/rad]	150
Lenksäulendämpfung [Nm/(rad/s)]	1
Lenkgetriebeübersetzung [m/rad]	-0.008892782445260

A.4. Doppelquerlenkerradaufhängung hinten

Die kinematische Doppelquerlenkerradaufhängung an der Hinterachse ist symmetrisch bedatet. Tabelle A.6 beinhaltet Masse und Trägheiten sowie Vorspur- und Nachlaufwinkel für die initiale Radorientierung nach DIN 70000 auf. Die Trägheitstensoren der Radkörper sowie

Tabelle A.6.: Masse, Trägheiten und initialen Orientierungen der hinteren Doppelquerlenkerradaufhängung.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Radkörpermasse [kg]	40
Trägheitstensor des Radkörpers [kg·m ²]	$\begin{pmatrix} 1.1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1.1 \end{pmatrix}$
Rotationsträgheit des Rades [kg·m ²]	0.9
Vorspurwinkel [°] (DIN 70000)	0.2500
Sturzwinkel [°] (DIN 70000)	-0.5000

die Rotationsträgheiten der Räder um die Raddrehachse werden bezüglich dem jeweiligen radkörperfesten Bezugssystem mit Ursprung im Punkt WC angegeben.

Tabelle A.7 zeigt die Konstruktionspunkte der linken Seite der Doppelquerlenkerradaufhängung. Die Konstruktionspunkte werden bezüglich der Hinterachsmittle angegeben, welche um

Tabelle A.7.: Konstruktionslagen der hinteren Doppelquerlenkerradaufhängung.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Konstruktionslage WC (Radmitte) [m]	[0.0000 0.7675 0.0000]
Konstruktionslage O ₁ (Lenker/Fahrzeug hinten unten) [m]	[-0.1570 0.3200 -0.1250]
Konstruktionslage O ₂ (Lenker/Fahrzeug vorne unten) [m]	[0.1570 0.3200 -0.1250]
Konstruktionslage N ₁ (Lenker/Radkörper unten) [m]	[0.0000 0.6545 -0.1365]
Konstruktionslage V ₁ (Lenker/Fahrzeug hinten oben) [m]	[-0.1570 0.4140 0.0960]
Konstruktionslage V ₂ (Lenker/Fahrzeug vorne oben) [m]	[0.1570 0.4140 0.0960]
Konstruktionslage U ₁ (Lenker/Radkörper oben) [m]	[0.0000 0.6325 0.1190]
Konstruktionslage P (Spurstange/Zahnstange) [m]	[0.1570 0.3200 -0.1250]
Konstruktionslage Q (Spurstange/Radkörper) [m]	[0.1570 0.6545 -0.1365]
Konstruktionslage G (Hauptfeder/Fahrzeug oben) [m]	[0.0000 0.4760 0.4550]
Konstruktionslage F (Hauptfeder/Radkörper unten) [m]	[0.0000 0.5885 0.1010]
Konstruktionslage E (Dämpfer/Fahrzeug oben) [m]	[0.0000 0.4760 0.4550]
Konstruktionslage D (Dämpfer/Radkörper unten) [m]	[0.0000 0.5885 0.1010]
Konstruktionslage S (Stabilisator/Radkörper) [m]	[0.0000 0.4700 0.0000]

einen Radstand von 2.7000 m in negativer x-Richtung bezüglich dem fahrzeugkörperfesten

Koordinatensystem B in der Vorderachsmittle verschoben ist.

Tabelle A.8 stellt die Kennungen für Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator der hinteren Radaufhängung dar. Die Federrate ist entsprechend der Vorgehensweise in [69] abgeschätzt. Die Federvorspannung beträgt 3200 N. Ein positiver Federweg beschreibt einen eingefederten Zustand und eine positive Dämpfergeschwindigkeit einen Ausfedervorgang.

Tabelle A.8.: Kennungen für Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator der hinteren Doppelquerlenkerradaufhängung.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Federkennung (Federweg [m] Federkraft [N])	$\begin{pmatrix} -0.0900 & -66.67 \\ -0.0833 & 680.00 \\ -0.0767 & 1053.33 \\ 0.0567 & 4786.67 \\ 0.0633 & 5346.67 \\ 0.0700 & 7026.67 \end{pmatrix}$
Dämpferkennung (Dämpfergeschwindigkeit [m/s] Dämpferkraft [N])	$\begin{pmatrix} -1.5700 & -2780.0 \\ -1.0500 & -2170.0 \\ -0.5240 & -1340.0 \\ -0.3930 & -1200.0 \\ -0.2620 & -1060.0 \\ -0.1310 & -590.0 \\ -0.0520 & -150.0 \\ 0.0000 & 0.0 \\ 0.0520 & 110.0 \\ 0.2620 & 250.0 \\ 0.5240 & 350.0 \\ 1.0500 & 660.0 \\ 1.5700 & 900.0 \end{pmatrix}$
Wankstabilisatorsteifigkeit [N/m]	12000

Die Konstruktionslagen für die Kraftelemente sind in Tabelle A.7 angegeben. Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator stützen sich direkt am Radkörper ab.

A.5. Reifen

Die Bedatung der Reifen an der Vorder- und der Hinterachse ist identisch gewählt. In der Tabelle A.9 sind die geometrischen Daten abgelegt.

Tabelle A.9.: Reifenabmessungen.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Statischer Reifenradius [m]	0.295
Felgenradius [m]	0.200
Reifenbreite [m]	0.185

Die aus dynamischer Sicht wichtigsten Kenngrößen für das verwendete Reifenmodell sind in

Tabelle A.10 angegeben.

Tabelle A.10.: Dynamische Kenngrößen des Reifens.

Bezeichnungen und Einheiten	Werte
Längssteifigkeit [N/m]	180000
Quersteifigkeit [N/m]	160000
Vertikalsteifigkeit [N/m]	220000
Drehsteifigkeit [Nm/rad]	1500
Dämpfung in Längsrichtung [N/(m/s)]	200
Dämpfung in Querrichtung [N/(m/s)]	180
Dämpfung in vertikaler Richtung [N/(m/s)]	220
Rotatorische Dämpfung [Nm/(rad/s)]	1.2

Abbildungsverzeichnis

2.1. V-Zyklus [30].	4
2.2. Modellbeschreibungsebenen für die modulare Simulation von MKS-Modellen.	9
2.3. Doppelquerlenkerradaufhängung.	10
3.1. Skizze eines Mehrkörpersystems mit starren Körpern und Verbindungselementen.	13
3.2. Strukturen von Mehrkörpersystemen [76, 45].	14
3.3. Absolutkoordinaten.	14
3.4. Relativkoordinaten.	16
3.5. Drift Off der numerischen Lösung \tilde{y} von der exakten Lösung y in der Mannigfaltigkeit \mathcal{M}	24
4.1. Mehrkörpersystem für das Basisfahrzeug sowie geometrische Radaufhängungen in DYNA4 [67, 66].	28
4.2. Natürliche Schnittstellen des modularisierten Basisfahrzeugs für Doppelquerlenkerradaufhängung und Zahnstangenlenkung an der Vorderachse.	30
4.3. Doppelquerlenkerradaufhängung.	31
4.4. Zahnstangenlenkung inklusive Anbindung an eine Radaufhängung [89].	31
4.5. Erweitertes MapleSim Modell der linken Hälfte einer Doppelquerlenkerradaufhängung mit Schnittstellen S_B zum Fahrzeugkörper und S_{LS} zum Lenksystem.	32
4.6. Zentrale Schnittstellen des modularisierten Basisfahrzeugs.	33
4.7. Schnittstelleninformationen für strukturangepasste Kopplung bei modularisiertem Basisfahrzeug.	36
4.8. Schnittstelleninformationen bei modularisiertem Basisfahrzeug unter Verwendung der Technik mit aufgeprägter Kinematik.	41
4.9. Aktuatorik und Sensorik für das Aufprägen von Bewegungen in MapleSim.	41
4.10. Kugelgelenk.	46
4.11. Scharniergelenk.	46
4.12. Schnittstelleninformationen bei modularisiertem Basisfahrzeug unter Verwendung zusätzlicher algebraischer Nebenbedingungen.	48
4.13. Schnittstelleninformationen bei modularisiertem Basisfahrzeug unter Verwendung zusätzlicher algebraischer Nebenbedingungen mit expliziten Freiheitsgraden in den Kopplungssystemen der Schnittstellen.	51
5.1. Zentrale Integration des modularisierten Basisfahrzeugmodells bei strukturangepasster Einbindung von Komponentenmodellen.	76
5.2. Dezentrale Integration des modularisierten Basisfahrzeugmodells und Verkopplung der Komponentenmodelle mittels Aufprägen von Bewegungen.	78
5.3. Dezentrale Integration des modularisierten Basisfahrzeugmodells bei Verkopplung der Komponentenmodelle mittels algebraischer Nebenbedingungen.	79

5.4. Kombinierte zentrale und dezentrale Integration des modularisierten Basisfahrzeugmodells.	81
6.1. Sinusförmige Vorgaben des Radhubs und der Zahnstangenverschiebung. . . .	87
6.2. x- und y-Position des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung über dem Radhub bei gleichzeitigem Einfedern für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	88
6.3. Feder- und Dämpferkraft am linken Radkörper und Abweichungen zur Referenzlösung über dem Radhub bei gleichzeitigem Einfedern für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	89
6.4. Sturz- und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung über vorgegebener Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	90
6.5. Feder- und Dämpferkraft am linken Radkörper und Abweichungen zur Referenzlösung über vorgegebener Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—), das monolithische Modell aus MapleSim (---) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	91
6.6. Euklidische Norm der Defekte in den Nebenbedingungen bei gleichzeitigem Einfedern für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie den Index 1 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden ohne Baumgarte-Stabilisierung (-.-).	92
6.7. Euklidische Norm der Defekte in den Nebenbedingungen bei Vorgabe der Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie den Index 1 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden ohne Baumgarte-Stabilisierung (-.-).	93
6.8. x-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung über vorgegebener Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Feder-/Dämpferelemente mit Schrittweite $h = 10^{-3}$ s und Parametern C_1 und D_1 (—), mit Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_2 und D_2 (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	94
6.9. Euklidische Norm der Defekte bei Vorgabe der Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit Feder-/Dämpferelementen mit Schrittweite $h = 10^{-3}$ s und Parametern C_1 und D_1 (—) sowie Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_2 und D_2 (---).	95
6.10. x-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers bei Vorgabe der Zahnstangenverschiebung für das modulare Modell mit stabilisierter Verkopplung über Feder-/Dämpferelemente mit Schrittweite $h = 10^{-3}$ s und Parametern C_1 und D_1 (—), mit Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_2 und D_2 (---) sowie mit Schrittweite $h = 10^{-4}$ s und Parametern C_3 und D_3 (-.-).	96
6.11. Sinusförmige Vorgaben der Raderhebung und des Lenkradwinkels.	97

6.12. z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (---).	98
6.13. Radlast am linken Radkörper und Abweichung zur Referenzlösung bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—) und das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (---).	99
6.14. z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden und Stabilisierung der Zwangskräfte und -momente für die Schrittweiten $h = 10^{-3}$ s (—) und $h = 10^{-4}$ s (---) sowie ohne Stabilisierung für die Schrittweite $h = 10^{-5}$ s (-.-).	100
6.15. z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit expliziten Freiheitsgraden (—) und mit Aufprägen von Bewegungen (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	101
6.16. z-Position und Vorspurwinkel des linken Radkörpers bei wechselseitigem Einfedern und Lenken für das modulare Modell mit Aufprägen von Bewegungen für $d_l = 1$ Nm/(rad/s) mit Schrittweiten $h = 10^{-3}$ s (—), $h = 10^{-4}$ s (---) und $h = 10^{-5}$ s (-.-).	102
6.17. Mittelklassefahrzeug.	103
6.18. y-Position und Längsgeschwindigkeit des Fahrzeugs bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	103
6.19. z-Positionen des Fahrzeugkörpers und des linken Radkörpers und Abweichungen zur Referenzlösung bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	104
6.20. Querbeschleunigung und Gierrate des Fahrzeugs und Abweichungen zur Referenzlösung bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	105
6.21. Wank- und Schwimmwinkel des Fahrzeugs und Abweichungen zur Referenzlösung bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---) sowie das monolithische DYNA4 Modell als Referenz (-.-).	106
6.22. Euklidische Norm der Defekte in den Nebenbedingungen bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---).	107
6.23. Zwangskräfte in den Kopplungssystemen bei doppeltem Fahrspurwechsel für das modulare Modell mit Index 3 Formalismus mit (—) und ohne explizite Freiheitsgrade (---).	108
A.1. Vordere Doppelquerlenkerradaufhängung mit Geometriepunkten [85].	117

Tabellenverzeichnis

6.1. Anzahl der Systemzustände n_y , Bindungen n_c und Freiheitsgrade n_f sowie zusätzlicher Rechenaufwand gegenüber einem modularen Modell ohne Kopplungen und Aufwand für die Berechnung von Kopplungsgrößen für unterschiedliche Ansätze bei hohem Modularisierungsgrad.	110
6.2. Anzahl der Systemzustände n_y , Bindungen n_c und Freiheitsgrade n_f sowie zusätzlicher Rechenaufwand gegenüber einem modularen Modell ohne Kopplungen und Aufwand für die Berechnung von Kopplungsgrößen für unterschiedliche Ansätze bei niedrigem Modularisierungsgrad.	111
A.1. Masse, Trägheit und Schwerpunkt des Gesamtfahrzeugs.	116
A.2. Masse, Trägheiten und initialen Orientierungen der vorderen Doppelquerlenkerradaufhängung.	116
A.3. Konstruktionslagen der vorderen Doppelquerlenkerradaufhängung.	117
A.4. Kennungen für Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator der vorderen Doppelquerlenkerradaufhängung.	118
A.5. Bedatung der Zahnstangenlenkung.	119
A.6. Masse, Trägheiten und initialen Orientierungen der hinteren Doppelquerlenkerradaufhängung.	119
A.7. Konstruktionslagen der hinteren Doppelquerlenkerradaufhängung.	119
A.8. Kennungen für Hauptfeder, Dämpfer und Wankstabilisator der hinteren Doppelquerlenkerradaufhängung.	120
A.9. Reifenabmessungen.	120
A.10. Dynamische Kenngrößen des Reifens.	121

Literaturverzeichnis

- [1] M. Arnold, B. Burgermeister, C. Führer, G. Hippmann und G. Rill. „Numerical methods in vehicle system dynamics: state of the art and current developments“. In: *Vehicle System Dynamics* 49 (2011), S. 1159–1207.
- [2] M. Arnold, T. Blochwitz, C. Clauß, T. Neidhold, T. Schierz und S. Wolf. „FMI-for-CoSimulation“. In: Hrsg. von 1st Conference on Multiphysics Simulation Advanced Methods for Industrial Engineering. 2010.
- [3] M. Arnold und O. Brüls. „Convergence of the generalized- α scheme for constrained mechanical systems“. In: *Multibody System Dynamics* 18 (2007), S. 185–202.
- [4] M. Arnold, B. Burgermeister und A. Eichberger. „Linearly implicit time integration methods in real-time applications: DAEs and stiff ODEs“. In: *Multibody System Dynamics* 17 (2007), S. 99–117.
- [5] M. Arnold und A. Heckmann. „From multibody dynamics to multidisciplinary application“. In: *Multibody Dynamics. Computational Methods and Applications* 4 (2007), S. 273–294.
- [6] U. M. Ascher, H. Chin, L. R. Petzold und S. Reich. „Stabilization of constrained mechanical systems with DAEs and invariant manifolds“. In: *Journal of Mechanics of Structures and Machines* 23 (1995), S. 135–158.
- [7] U. M. Ascher, H. Chin und S. Reich. „Stabilization of DAEs and invariant manifolds“. In: *Numerische Mathematik* 67 (1994), S. 131–149.
- [8] J. Baumgarte. „Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems“. In: *Computational Methods in Applied Mechanics* 1 (1972), S. 1–16.
- [9] S. Bewersdorff und J. Pfau. „Beherrschung der Variantenvielfalt durch prozesssichere Simulation“. In: *ATZ* 10 (2011), S. 1–4.
- [10] D. Brunnschweiler. „Moderne Lenksysteme“. In: *ATZ* 2 (2005), S. 104–109.
- [11] B. Burgermeister. „Echtzeitfähige Zeitintegration von differentiell-algebraischen Systemen in der Mehrkörperdynamik“. Diplomarbeit. Zentrum Mathematik, Technische Universität München, 2003.
- [12] B. Burgermeister, M. Arnold und B. Esterl. „DAE time integration for real-time applications in multi-body dynamics“. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 86 (2006), S. 759–771.
- [13] T. Butz, M. Ehmann und T.-M. Wolter. „A realistic road model for real-time vehicle dynamics simulation“. In: *Society of Automotive Engineers* 2004-01-1068 (2004).
- [14] J. Chung und G. M. Hulbert. „A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: The generalized- α method“. In: *ASME Journal of Applied Mechanics* 60 (1993), S. 371–375.
- [15] DASSAULT SYSTEMES: *DYMOLA*. 2011. URL: <http://www.3ds.com/products/catia/portfolio/dymola>.
- [16] E. Deuffhard und F. Bornemann. *Numerische Mathematik II*. Berlin, München: de Gruyter, 2002.
- [17] Deutsches Institut für Normung: *DIN 70000 Straßenfahrzeuge - Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten*. Berlin, 1994.

- [18] V. B. Dmitriev-Zdorov, N. I. Merezin, V. P. Popov und R. A. Dougal. „Stability of real-time modular simulation of analog systems“. In: *The 7th Workshop on Computers in Power Electronics* (2000), S. 263–267.
- [19] N. Docquier, A. Poncelet, M. Delannoy und P. Fisette. „Multiphysics modelling of multibody systems: application to car semi-active suspensions“. In: *Vehicle System Dynamics* 48 (2010), S. 1439–1460.
- [20] M. Ehmann. „Verkehrssimulation zum Test von Fahrerassistenzsystemen mit Umfeldsensorik“. In: *AEP Automotive Engineering Partners* 7-8 (2005), S. 32–35.
- [21] A. Eichberger. *Simulation von Mehrkörpersystemen auf parallelen Rechnerarchitekturen*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 332. Düsseldorf, 1993.
- [22] B. Esterl. „Echtzeitfähige Fahrzeug-Anhänger-Kopplung mit Algorithmen für differential-algebraische Systeme“. Diplomarbeit. Zentrum Mathematik, Technische Universität München, 2004.
- [23] B. Esterl. „Modular real-time simulation of the vehicle multi-body system“. In: Hrsg. von 1st Conference on Multiphysics Simulation Advanced Methods for Industrial Engineering. Bonn, 2010.
- [24] B. Esterl, T. Butz, B. Simeon und B. Burgermeister. „Real-time capable vehicle-trailer coupling by algorithms for differential-algebraic equations“. In: *Vehicle System Dynamics* 45 (2007), S. 819–834.
- [25] B. Esterl, H. Gehrke, T. Butz und C. Chucholowski. „Real-time simulation of vehicle-trailer structures with complex coupling devices“. In: Hrsg. von 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference. Lissabon, 2009.
- [26] B. Esterl und T. Keßler. „Kinematic coupling methods for the modular real-time simulation of the vehicle multi-body system“. In: *Multibody Dynamics, ECCOMAS Thematic Conference* (2011).
- [27] R. Fischer, T. Butz, M. Ehmann und M. Irmscher. „Fahrermodellierung für Fahrdynamik und Verbrauchsberechnungen“. In: *2. Berliner Fachtagung Fahrermodellierung in Wissenschaft und Wirtschaft* (2008).
- [28] FunctionBay GmbH: *RecurDyn*. 2011. URL: <http://www.recurdyn.de/>.
- [29] C. W. Gear und L. R. Petzold. „ODE methods for the solution of differential/algebraic equations“. In: *SIAM Journal on Numerical Analysis* 21 (1984), S. 716–728.
- [30] TESIS DYNAware GmbH. „V-Zyklus“. 2011.
- [31] A. Griewank, D. Juedes und J. Utke. „A package for the automatic differentiation of algorithms written in C/ C++“. In: *ACM Transactions on Mathematical Software* 22 (1996), S. 131–167.
- [32] E. Hairer, S. Nørsett und G. Wanner. *Solving ordinary differential equations I: Non-stiff problems*. 2nd. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993. ISBN: 3540566708.
- [33] E. Hairer und G. Wanner. *Solving ordinary differential equations II: Stiff and differential-algebraic problems*. 2nd. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004.
- [34] E. J. Haug. *Computer aided kinematics and dynamics of mechanical systems*. Boston: Allyn und Bacon, 1989.
- [35] H. M. Hilber, T. J. R. Hughes und R. L. Taylor. „Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics“. In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 5 (1977), S. 283–292.
- [36] W. Hirschberg, G. Rill und H. Weinfurtner. „Tire model TMeasy“. In: *Vehicle System Dynamics* 45 (2007), S. 101–119.

- [37] Institut für Technische und Numerische Mechanik, Universität Stuttgart: *Neweul-M² - Software Paket für die dynamische Analyse von Mehrkörpersystemen in Matlab*. 2011. URL: <http://www.itm.uni-stuttgart.de/research/neweul/>.
- [38] International Organization for Standardization: *Passenger cars - Test track for a severe lane-change manoeuvre - Part 1: Double lane-change*. Genf, 1999.
- [39] IPG Automotive GmbH: *CarMaker Reference Manual*. Karlsruhe, 2006.
- [40] ITI GmbH: *SimulationX Help*. Dresden, 2010.
- [41] J. García de Jalón und E. Bayo. *Kinematic and dynamic simulation of multibody systems: The real time challenge*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.
- [42] R. T. Kane und D. A. Levinson. „Formulation of equations of motion for complex spacecraft“. In: *Journal of Guidance and Control* 3 (1980), S. 99–112.
- [43] R. Kübler und W. Schiehlen. „Modular simulation in multibody system dynamics“. In: *Multibody System Dynamics* 4 (2000), S. 107–127.
- [44] R. Kübler und W. Schiehlen. „Two methods of simulator coupling“. In: *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 6 (2000), S. 93–113.
- [45] T. Keßler. „Echtzeitfähige kinematische Kopplung modularer Simulationsmodelle mithilfe des generalized- α -Verfahrens“. Diplomarbeit. Zentrum Mathematik, TU München, 2011.
- [46] G. Kelz. „Modulare Modellbildung und Simulation von hybriden Antriebssträngen“. Dissertation. TU Graz, 2010.
- [47] Kompetenzzentrum - Das virtuelle Fahrzeug (ViF): *ICOS*. 2011. URL: <http://vif.tugraz.at/products/icos/>.
- [48] W. Kortüm und P. Lugner. *Systemdynamik und Regelung von Fahrzeugen*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993.
- [49] T. Kurz, P. Eberhard, C. Henninger und W. Schiehlen. „From Neweul to Neweul-M2: symbolical equations of motion for multibody system analysis and synthesis“. In: *Multibody System Dynamics* 24 (2010), S. 25–41.
- [50] Maplesoft, Waterloo Maple Inc.: *Maple 15 User Manual*. Waterloo, 2011.
- [51] Maplesoft, Waterloo Maple Inc.: *MapleSim 5 User's Guide*. Waterloo, 2011.
- [52] Mechanical Simulation Corporation: *CarSim Reference Manual*. Ann Arbor, 2006.
- [53] Modelica Association: *Modelica*. 2011. URL: <https://www.modelica.org/>.
- [54] MODELISAR: *Functional mock-up interface for co-simulation*. MODELISAR consortium. 2010-2011. URL: http://www.modelisar.com/specifications/FMI_for_CoSimulation_v1.0.pdf.
- [55] MODELISAR: *Functional mock-up interface for model exchange*. MODELISAR consortium. 2010-2011. URL: http://www.modelisar.com/specifications/FMI_for_ModelExchange_v1.0.pdf.
- [56] MSC.Software Corporation: *Adams*. 2011. URL: <http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/Adams.aspx>.
- [57] N. M. Newmark. „A method of computation for structural dynamics“. In: *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 85 (1959), S. 67–94.
- [58] H. B. Pacejka. *Tyre and vehicle dynamics*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002.
- [59] L. R. Petzold. *A description of DASSL: A differential/algebraic system solver*. Techn. Ber. SAND-82-8637. Livermore: Sandia National Laboratories, 1982.
- [60] O. Philipp, T. Butz, M. Ehmann und S. Diehl. „Effizienter Einsatz von Fahrzeug-Simulationsmodellen in der Komponenten- und Regelsystementwicklung“. In: *Simulation und Test in der Funktions- und Softwareentwicklung für die Automobilelektronik III*. Hrsg. von T.-M. Wolter C. Gühmann. expert Verlag, 2010, S. 52–64.

- [61] K. Popp und W. Schiehlen. *Ground vehicle dynamics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- [62] W. Puntigam. „Programmunabhängige Co-Simulations- Plattform zur instationären Kopplung von Teilmodellen für ein effizientes Energiemanagement des Gesamtfahrzeugs am Beispiel des thermischen Managements“. Dissertation. Lehrstuhl für Verbrennungskraftmaschinen, TU Graz, 2007.
- [63] S. Reich. „Beitrag zur Theorie der Algebroidifferentialgleichungen“. Dissertation. TU Dresden, 1990.
- [64] W. C. Rheinboldt. „Differential-algebraic systems as differential equations on manifolds“. In: *Mathematics of Computation* 43 (1984), S. 473–482.
- [65] G. Rill. „A modified implicit Euler algorithm for solving vehicle dynamic equations“. In: *Multibody System Dynamics* 15 (2006), S. 1–24.
- [66] G. Rill. *Road vehicle dynamics - Fundamentals and modeling*. 1st. Boca Raton: CRC Press/Taylor & Francis Group, 2011.
- [67] G. Rill. *Simulation von Kraftfahrzeugen*. Braunschweig: Vieweg, 1994.
- [68] G. Rill. „Smoothing discontinuities in the Jacobian matrix by global derivatives“. In: *Non-smooth Problems in Vehicle Systems Dynamics*. Hrsg. von P.G. Thomsen und H.True. Springer Berlin Heidelberg, 2010, S. 253–261. ISBN: 978-3-642-01356-0.
- [69] G. Rill. *Vehicle Dynamics*. Skript zur Vorlesung. Fachhochschule Regensburg, 2007.
- [70] G. Rill und C. Chucholowski. „Real-time simulation of large vehicle systems“. In: *Multibody Dynamics, ECCOMAS Thematic Conference* (2007).
- [71] G. Rill und T. Schaeffer. *Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2010.
- [72] W. Rulka und A. Eichberger. „Prozesssichere Modellreduzierung: Der Schlüssel zur Echtzeit und effizienten MKS-Simulation in der Fahrzeugdynamik“. In: *MKSSimulation in der Automobilindustrie, Magna Steyr Marketing Communications* (2002).
- [73] W. Schiehlen. „Multibody system dynamics: Roots and perspectives“. In: *Multibody System Dynamics* 1 (1997), S. 149–188.
- [74] W. Schiehlen. *Multibody systems handbook*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1990.
- [75] W. Schiehlen. „Research trends in multibody system dynamics“. In: *Multibody System Dynamics* 18 (2007), S. 3–13.
- [76] W. Schiehlen, N. Guse und R. Seifried. „Multibody dynamics in computational mechanics and engineering applications“. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195 (2006), S. 5509–5522.
- [77] W. Schiehlen, A. Rückgauer und T. Schirle. „Force coupling versus differential algebraic description of constrained multibody systems“. In: *Multibody System Dynamics* 4 (2000), S. 317–340.
- [78] R. von Schwerin. *Multibody system simulation: numerical methods, algorithms, and software*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1999.
- [79] A. Shabana. *Dynamics of multibody systems*. Cambridge University Press, 1998.
- [80] B. Simeon. „Computational flexible multibody dynamics. A differential-algebraic approach“. Wird erscheinen in: *Forum Differential-Algebraic Equations*, Springer.
- [81] B. Simeon. „Numerische Integration mechanischer Mehrkörpersysteme: Projizierende Deskriptorformen, Algorithmen und Rechenprogramme“. Dissertation. Mathematisches Institut, Technische Universität München, 1994.
- [82] B. Simeon. *Numerische Simulation in der Mehrkörperdynamik*. Skript zur Vorlesung. Zentrum Mathematik, Technische Universität München, 2003.
- [83] SIMPACK AG: *SIMPACK*. 2011. URL: <http://www.simpack.com/>.

- [84] T. Steihaug und A. Wolfbrandt. „An attempt to avoid exact Jacobian and nonlinear equations in the numerical solution of stiff differential equations“. In: *Mathematics of Computation* 33 (1979), S. 521–534.
- [85] TESIS DYNAware GmbH: *DYNA4 User Manual*. München, 2011.
- [86] TESIS DYNAware GmbH: *Integration eines MKS-Fahrzeugmodells in der Simulationsumgebung DYNA4*. 2011. URL: <http://tesis-dynaware.com/infocenter/presse/pressemitteilungen/dyna4-simulationsumgebung-ermoeslicht-virtuelle-testfahrten-mit-mks-modellen.html>.
- [87] TESIS DYNAware GmbH: *Integrierte Analyse des Energie- und Wärmemanagements im Fahrzeug*. 2011. URL: <http://tesis-dynaware.com/infocenter/presse/pressemitteilungen/integrierte-analyse-des-energie-und-waermemanagements-im-fahrzeug.html>.
- [88] TESIS DYNAware GmbH: *veDYNA User Manual*. München, 2011.
- [89] The Car Bibles: *The Steering Bible*. 2011. URL: http://www.carbibles.com/steering_bible.html.
- [90] The Car Bibles: *The Suspension Bible*. 2011. URL: http://www.carbibles.com/suspension_bible.html.
- [91] The MathWorks, Inc.: *MATLAB User's Guide*. Natick, 2011.
- [92] The MathWorks, Inc.: *MuPAD*. 2011. URL: <http://www.mathworks.de/discovery/mupad.html>.
- [93] The MathWorks, Inc.: *Real-Time Workshop User's Guide*. Natick, 2011.
- [94] The MathWorks, Inc.: *SimMechanics User's Guide*. Natick, 2011.
- [95] The MathWorks, Inc.: *Simscape User's Guide*. Natick, 2011.
- [96] The MathWorks, Inc.: *Simulink User's Guide*. Natick, 2011.
- [97] TLK-Thermo GmbH: *TISC*. 2011. URL: http://www.tlk-thermo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=51%3Atisc&catid=34%3Asoftware-products&Itemid=61&lang=de.
- [98] J. Tobolář. „Reduktion von Fahrzeugmodellen zur Echtzeitsimulation“. Dissertation. Fakultät für Maschinenbau, Tschechische Technische Universität Prag, 2004.
- [99] Tomlab Optimization: *TOMLAB User's Guide - The TOMLAB Manual*. Västerås, 2009.
- [100] Service VW. *Die elektro-hydraulische Servolenkung. Konstruktion und Funktion*. Techn. Ber. Wolfsburg: Selbststudienprogramm 259, Volkswagen AG, 2001.
- [101] Service VW. *Die elektro-mechanische Servolenkung. Konstruktion und Funktion*. Techn. Ber. Wolfsburg: Selbststudienprogramm 225, Volkswagen AG, 2000.
- [102] M. Wiesenthal und H. Krimmel. „Aktive Hinterachskinematik AKC® - ein Beitrag zu Fahrdynamik, Sicherheit und Komfort“. In: *17. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik 2008* (2008).
- [103] J. Wittenburg. *Dynamics of multibody systems*. 2nd. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
- [104] W. L. Wood, M. Bossak und O. C. Zienkiewicz. „An alpha modification of Newmark's method“. In: *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 15 (1981), S. 1562–1566.