

Masterarbeit

Regelungstechnische Nachbildung der Kinematik des menschlichen Oberkörpers für ausgewählte Fahrmanöver

Thomas Steidl

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik
Technische Universität Graz



Begutachter:
Betreuer: Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Horn Martin

Graz, am 10 04 2012

Abstract

This master thesis deals with a reactive human body model. The upper part of the human body is modelled by a simplified multi-link kinematic chain.

The primary aim of the master thesis is to track the end point (endeffector) of a chain of up to four units, by using a demand trajectory in cartesian coordinates. Any angle constraints must be taken into account. The second major task is about handling the reactivity and movement of the chain while injecting an unknown external disturbance (used in form of an acceleration). In this case, parameters such as reaction time and maximum control forces play significant roles.

For the tasks mentioned above two types of modelings are needed: The dynamic model (section 5.1), which contains all the forces and geometry, and the kinematic model (section 5.2), which uses no forces, just the pure geometry. The former one is designed for simulating the chain motion on one hand and generating the actuating variable (via inverse dynamic model) on the other. With the help of the kinematic model, angles can be transformed to cartesian coordinates and vice versa. Regardless of what variables are used for the trajectory set points, the simulation needs angles and angular velocities.

The control of the chain is done via a stabilizing state feedback (chapter 7). The controller continuously compares the current with the demand angles as well as the current angular velocities with the demand ones. If an error occurs, it puts out a corrective angular acceleration. This output together with the current angular positions and angular velocities of the chain links is put into the inverse dynamic model. Its output variables - the joint moments - are subsequently converted into muscle strength of various muscle models (chapter 9). Any model uncertainties between model and real human model is minimized by a robust control approach (chapter 8).

In section "Simulationsergebnisse" (section 12) we will finally compare torso and neck angle curves of probands that are exposed to an unknown external disturbance with those produced by the exact dynamic model. Besides using the exact dynamic n-body model in Matlab-Simulink, the controller should work together with models designed in other programs (Adams, Ls-Dyna, Madymo).

Kurzfassung

Diese Masterarbeit behandelt das Thema eines reaktiven Menschmodells. Der menschliche Oberkörper wird dabei durch eine mehrgliedrige kinematische Kette vereinfacht dargestellt.

Das erste Hauptziel der Arbeit ist, die jeweiligen Endpunkte (Endeffektoren) einer Kette mit bis zu vier Gliedern, einer vorgegebenen Trajektorie in kartesischen Koordinaten nachzuführen. Eventuelle Winkelbeschränkungen werden dabei berücksichtigt. Die zweite große Aufgabe beschäftigt sich mit der Reaktionsfähigkeit bzw. Bewegung der Kette während einer unbekanntem angreifenden äußeren Störung (in Form einer Beschleunigung). Hier spielen Parameter wie Reaktionszeit sowie maximale Stellkräfte eine bedeutende Rolle.

Für die oben genannten Aufgabenstellungen werden zwei Arten der Modellbildung benötigt: das dynamische Modell (Abschnitt 5.1), welches alle Kräfte sowie Geometrie enthält, und das kinematische Modell (Abschnitt 5.2), welches keine Kräfte, nur die reine Geometrie beschreibt. Ersteres wird für die Simulation der Körperbewegungen sowie für die Gelenkmomenterzeugung (über inverses dynamisches Modell) verwendet. Mit Hilfe des kinematischen Modells bzw. inversen kinematischen Modells, ist es möglich Winkel in kartesische Koordinaten und wieder zurück zu transformieren. Egal welche Größen als Trajektorienvorgabe verwendet werden, die Simulation benötigt Winkel und Winkelgeschwindigkeiten.

Die Regelung der Kette (Kapitel 7) geschieht über eine stabilisierende Zustandsrückführung. Der Regler vergleicht ständig Ist- mit Sollwinkeln sowie Ist- mit Sollgeschwindigkeiten und gibt bei Fehlern eine Korrektur-Winkelbeschleunigung aus. Diese Korrekturbeschleunigung wird zusammen mit den aktuellen Winkelpositionen und Winkelgeschwindigkeiten der Kettengelenke in das inverse dynamische Modell geführt. Dessen Ausgangsgrößen - die Gelenksstellmomente - lassen sich in weiterer Folge in Muskelkräfte diverser Muskelmodellierungen umwandeln (Kapitel 9). Eventuelle Modellunsicherheiten zwischen exakt modelliertem und realem Modell, minimiert zusätzlich ein robuster Regler (Kapitel 8).

Im Simulationskapitel (Kapitel 12) vergleicht man schließlich Hals- und Beckenwinkelverläufe von Testpersonen, die einer unerwarteten äußeren Störung ausgesetzt sind, mit denen des erstellten dynamischen Modells. Neben dem bereits erwähnten exakten dynamischen System (Mehrkörpersystem (MKS)) in Matlab-Simulink, soll der Regler auch mit Modellen anderer Programme zusammenarbeiten (Adams, Ls-Dyna, Madymo).

Statutory Declaration

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ort

Datum

Unterschrift

Danksagung

Diese Masterarbeit wurde im Jahr 2011/12 am Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik an der Technischen Universität Graz durchgeführt. Zu Beginn darf ich mich bei meinem Betreuer Herrn Prof. Martin Horn für die fachliche und äußerst freundliche Unterstützung bedanken. Weiters gebührt mein Dank Herrn Dipl.-Ing. Michael Stolz und Herrn Dipl.-Ing. Martin Benedikt, die mir bei Fragen hilfreich zur Seite standen. Dadurch fiel mir der Einstieg in mein Thema der Masterarbeit leichter und ich konnte mich schneller in der Materie der Regelungstechnik und Robotik zurechtfinden. Weiters durfte ich durch enge Zusammenarbeit mit dem virtuellen Fahrzeug (ViF), besonders mit Dipl.-Ing. Adrian Prügler und Dr. Philipp Huber, neue Erfahrungen im Bereich Fahrzeugversuche, Fahrzeugsicherheit und Ganzkörpersimulationen gewinnen. Meine Brüder Andreas und Matthias sowie meine Eltern Josef und Friederike halfen mir lebenswerterweise gern bei Angelegenheiten, die außerhalb des technischen Bereiches angesiedelt waren.

Graz, am 10.04.2012

Thomas Steidl

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	2
2.1	Koordinatensysteme	2
2.2	Mehrkörpersystem	2
2.3	Teilkörper	3
2.4	Topologie	5
2.5	Bindungen (Zwangsbedingungen)	5
2.6	Kräfte	6
3	Kinematik	7
3.1	Direkte Kinematik	7
3.1.1	Homogene Transformation	8
3.1.2	DH Konvention	8
3.2	Inverse Kinematik	11
4	Dynamik	12
4.1	Lagrange Formalismus 2.Art	14
5	Modellbildung	18
5.1	Dynamisches Modell	18
5.2	Kinematisches Modell	26
5.2.1	Direktes kinematisches Modell	27
5.2.2	Inverses kinematisches Problem	28
6	Flachheitsbasierte Analyse	33
6.1	Flachheit	33
6.2	Exakte Linearisierung	34
6.3	Eigenschaften der Flachheit für nichtlineare Systeme	38
6.4	Definition Flachheit für nichtlineare Systeme	39
6.5	Überprüfung einer zweigliedrigen kinetischen Kette auf Flachheit	40
7	Flachheitsbasierte Steuerung und Regelung	43
7.1	Flachheitsbasierte Regelung einer zweigliedrigen Kette	45
7.2	Stabilitätsüberprüfung mit Stellgrößenbeschränkung	48

8	Robuste Regelung	54
8.1	Robuste Stabilität	55
8.2	Internal Model Control	57
8.3	Modellfehler	63
9	Muskelanbindung	67
9.1	Muskelaufbau	67
9.2	Muskelmechanik	68
9.3	Muskelmodellierung	70
9.3.1	Direkte Muskelverbindung	70
9.3.2	Muskelverbindung über virtuelle Ebenen	71
9.3.3	Muskelverbindung über Ösen	72
9.4	Berechnung der Muskelkräfte	72
10	Menschliches Verhalten und Reaktionsvermögen	75
10.1	Reaktionszeit und Reflexe	75
10.1.1	Modellierung der Reaktionszeit	77
10.1.2	Anpassung der dynamischen Reglerparameter	78
11	Realisierung der Winkelbeschränkungen	80
12	Simulationsergebnisse	81
12.1	Trajektorienvorgabe	81
12.2	Überprüfung der Robustheit	83
12.3	Simulation des menschlichen Oberkörpers	87
12.3.1	Simulationsausgangslage	87
12.3.2	Simulationsprozess - Bremsmanöver	89
12.3.3	Modifizierter Simulationsansatz - Bremsmanöver	104
12.3.4	Simulationsprozess - Kurvenfahrt	107
12.3.5	Interpretation der Ergebnisse	111
13	Zusammenfassung und Ausblick	115
	List of Symbols	116
	Anhang	121
	Literaturverzeichnis	129

Abbildungsverzeichnis

2.1	Ortsfestes und körperfestes Koordinatensystem: Die Lage \vec{r}_1 des Massepunktes m_i definiert den Ursprung eines körperfesten Koordinatensystems, innerhalb eines ortsfesten Rechtskoordinatensystems.	3
2.2	Teilkörper mit Schwerpunkt m_{SP} bestehend aus endlich vielen Massepunkten m_i	4
2.3	Schub- und Drehgelenk zwischen zwei starren Körpern.	4
2.4	Links: serielle Kette; Rechts: parallele Kette.	5
2.5	v.l.n.r. Translation, Translation und Rotation und reine Rotation eines starren Körpers unter äußerer Krafteinwirkung.	6
3.1	Veranschaulichung der direkten und inversen Kinematik eines mechanischen Modells mit mehreren i Gelenken und beobachtetem Punkt P (X_p, Y_p, Z_p).	7
3.2	Zwei benachbarte körperfeste Koordinatensysteme KS_{i-1} und KS_i	9
4.1	Erstes Axiom - Linienflüchtigkeit.	13
4.2	Zweites Axiom - Kräfteparallelogramm.	13
4.3	Drittes Axiom - Gleichgewicht.	13
4.4	Viertes Axiom - Wechselwirkungsgesetz.	13
5.1	Zweigliedrige offene Kette, welche an ein körperfestes Koordinatensystem gebunden ist.	19
5.2	Vektoren zu den Massepunkten m_i über einen Bezugspunkt m_b	20
5.3	Körper SKG_i bestehend aus den zylindrischen starren Körpern und zusätzlich angebrachten Gelenkmassen mg_i	22
5.4	Serielle kinematische Kette mit angreifenden Kräften an den Massepunkten und Gelenkradien (erzeugen Stellmomente).	24
5.5	Ausgangslage des kinematischen Modells einer zweigliedrigen kinematischen Kette.	27
5.6	Soll- und Ist-Lage des Endeffektors mit Abweichungsfehler Δ	30
5.7	CLIK Algorithmus zur Erzeugung von Vorgabegelenkwinkel anhand der Vorgabeposition und -lage des Endeffektors.	32
6.1	Exakte Eingangs-, Ausgangslinearisierung eines nichtlinearen dynamischen Systems.	36
6.2	Blockschaltbild von inversem dyn. System und dyn. System. Durch Vorgabe von θ_d wird eine Stellgröße \mathbf{u} erzeugt, die zu dem Ist-Zustand θ führt.	42

6.3	Erweitertes Blockschaltbild von 5.7 mit eingebautem inversen Modell, das nun die Stellgrößen für das nichtlineare dynamische Modell liefert.	42
7.1	Flachheitsbasierte Steuerung durch Vorgabe von Sollwerten \mathbf{y}_d des flachen Ausgangs \mathbf{y}	43
7.2	Schematische Darstellung: Vorgabe einer Trajektorie in flachen Koordinaten y_d (entsprechen den Regelgrößen w_d) und der tatsächliche (hier) nichtlineare Verlauf der Systemzustände x_d	44
7.3	Endgültiges Blockschaltbild mit Trajektorienvorgabe x_d , Trajektorienplanung durch das inverse kinematische Modell, linearer Regler mit Fehlerminimierung $\theta - \theta_d$, inverses dynamisches Modell und anschließender nichtlinearer Regelstrecke.	48
7.4	Exakt linearisiertes Modell mit asymptotischem Folgeregler.	49
7.5	Detaillierteres Schaltbild des exakt linearisierten Modells 7.4 mit asymptotischem Zustandsregler.	49
7.6	Doppelintegrierer mit Stellgrößenbeschränkung.	50
7.7	Trajektorienverlauf der Zustände θ und $\dot{\theta}$ mit Beispielwerten: $K_p = 5$, $K_d = 1$	51
7.8	Maximalwerte für die Reglerparameter K_p und K_d bei vorgegebenen Größen aus. (7.22)	52
7.9	Darstellung eines Sinussignales mit Frequenz f_s , das mit 6-facher Frequenz $f_d = 6 \cdot f_s$ zeitlich abgetastet wird.	53
8.1	Blockschaltbild des Standardregelkreises.	55
8.2	Blockschaltbild des erweiterten Regelkreises mit zusätzlichem Vorfilter V.	55
8.3	Angabe des Robustheitsmaßes anhand einer Beispielübertragungsfunktion G_s im Standardregelkreis.	56
8.4	Darstellung der klassischen IMC-Struktur.	57
8.5	Darstellung der klassischen IMC-Struktur für das Modell der kinematischen Kette.	58
8.6	Modifizierte IMC-Struktur.	59
8.7	Anfangs- und Endzustand eines Pendels von realer Strecke P und Modell G. Oben ohne Beschränkung, unten mit Beschränkung.	60
8.8	Kompakte Darstellung der modifizierten IMC-Struktur 8.6.	61
8.9	Kompakte Darstellung der modifizierten IMC-Struktur 8.6 unter Verwendung von Übertragungsfunktionen.	62
8.10	Darstellung des Unsicherheitsfaktors Γ im geregelten (flachheitsbasiert und robust) System. Die Beschleunigung $\ddot{\theta}_p$ des realen Systems setzt sich aus Vorgabe \mathbf{v}_p und Unsicherheitsfaktor Γ zusammen.	64
8.11	Additive und multiplikative Modellfehler.	65
8.12	Amplituden- und Frequenzgang von $\Gamma \rightarrow \theta_p$	65
9.1	Grober Aufbau eines Skelettmuskels (entnommen aus [52]).	68
9.2	Grobe Darstellung der Oberarmmuskulatur.	68
9.3	Kniegelenk mit größtem Sesambein - der Kniescheibe (längerer Hebelarm).	68

9.4	Feinere Darstellung des Aufbaus eines Skelettmuskels und dessen kleinste Einheit - der Sarkomere (entnommen aus [44]).	69
9.5	Darstellung einer Modellierung mit direkter Muskelverbindung bei einer 2-gliedrigen Kette.	70
9.6	Modellierung der Muskeln mit Hilfe von virtuellen Ebenen (fixe Abstände). . .	71
9.7	Modellierung der Muskeln mit frei beweglichen Umlenkpunkten (Ösen). . . .	72
9.8	Darstellung eines singulären Falles. Direkte Muskelverbindung bei 180° Winkeldifferenz zw. 2 starren Körpern.	74
9.9	Blockschaltbild des endgültigen Koppelplans aus Abb. 7.3 mit zusätzlicher Umrechnung der Gelenkmomente \mathbf{u} auf Muskelkräfte \mathbf{F}	74
10.1	Darstellung des ZNS mit Gehirn und Rückenmark (entnommen aus [52]). . .	76
10.2	Vestibulärorgan im Labyrinth des Innenohres (entnommen aus [44]).	77
10.3	Blockschaltbild des gesamten Systems mit verzögertem Informationsfluss der äußeren Störung durch das Totzeitglied.	78
12.1	Darstellung der Sollvorgabewinkel und die daraus resultierenden Winkelverläufe bei fixer [x,y] Vorgabe.	82
12.2	Istwinkelverlauf bei Vorgabe des Sollwinkelverlaufes.	82
12.3	Darstellung der Winkelverläufe der realen (+ 4 Kilo) und modellierten Strecke (Referenzmodell) mit Massenwerten [2,9; 2,2; 2; 2].	84
12.4	Darstellung der Winkelverläufe der realen (- 1 Kilo) und modellierten Strecke (Referenzmodell) mit Massenwerten [2,9; 2,2; 2; 2].	84
12.5	Korrekturbeschleunigungen \mathbf{v} für reale Strecke [2,9; 2,2; 2; 2]+[4; 4; 4; 4] (in kg) und Modell.	85
12.6	Korrekturbeschleunigungen \mathbf{v} für reale Strecke [2,9; 2,2; 2; 2]-[1; 1; 1; 1] (in kg) und Modell.	85
12.7	Gelenkmomente \mathbf{u} für reale Strecke [2,9; 2,2; 2; 2]-[1; 1; 1; 1] (in kg) und Modell.	86
12.8	Gelenkmomente \mathbf{u} für reale Strecke [2,9; 2,2; 2; 2]+[4; 4; 4; 4] (in kg) und Modell.	86
12.9	Mögliche Kräfteeinwirkungen auf den menschlichen Oberkörper.	87
12.10	Ausgangslage des menschlichen Oberkörpers mit Hals und Kopf für Bremsmanöver.	88
12.11	Ausgangslage des menschlichen Oberkörpers mit Hals und Kopf für Kurvenfahrt.	89
12.12	Technische Nachstellung des Reaktionsablaufes eines Fahrzeuginsassen bei einer äußeren Störung. Untere Abbildung, v.l.n.r: Zustand Ruhe; Zustand Störung; Zustand Reaktion/Kraftgenerierung;	90
12.13	Gemessener Beschleunigungsverlauf des Probanden <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Eins</i> . . .	91
12.14	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Eins</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	92
12.15	Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Eins</i> , Frontmanöver).	92

12.16	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Eins</i> , Frontmanöver).	93
12.17	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	94
12.18	Muskelkräfte der zwei Muskelnbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	94
12.19	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	95
12.20	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Drei</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	96
12.21	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	97
12.22	Muskelkräfte der zwei Muskelnbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	97
12.23	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	98
12.24	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Drei</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	99
12.25	Muskelkräfte der zwei Muskelnbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Drei</i> , Frontmanöver).	99
12.26	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Drei</i> , Frontmanöver).	100
12.27	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Eins</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	101
12.28	Muskelkräfte der zwei Muskelnbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Eins</i> , Frontmanöver).	101
12.29	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Eins</i> , Frontmanöver).	102
12.30	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Vier</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	103
12.31	Muskelkräfte der zwei Muskelnbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband <i>Vier</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	103
12.32	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Vier</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	104
12.33	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells mit modifiziertem Ansatz.	105
12.34	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells mit ursprünglichem Ansatz.	105
12.35	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver, mod. Ansatz).	106
12.36	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver, ursprüngl. Ansatz).	106
12.37	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Drei</i> (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	108

12.38	Muskelkräfte der zwei Muskelnbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Drei</i> , Seitenmanöver).	108
12.39	Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Drei</i> , Seitenmanöver).	109
12.40	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Eins</i> (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	109
12.41	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	110
12.42	Gemessene Winkelgrößen des Probanden <i>Vier</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.	111
12.43	Links: Ausgangslage; Mitte: Beide Segmente erfahren die gleiche relative Auslenkung; Rechts: geringere Halsauslenkung gegenüber dem Torso.	112

Tabellenverzeichnis

5.1	Wahl der DH - Parameter	27
7.1	Übersicht über verschiedene Arten von Zustandsrückführungen und Zustandstransformationen zur exakten Linearisierung (Tabelle entnommen aus [41]).	45
11.1	Parameterwahl der Reglerzustände „ K_{High} “ und „ K_{Low} “ pro Gelenk j	80
12.1	Modellparameter der viergliedrigen Kette.	81
12.2	Wahl der Parameter des asymptotischen Zustandsreglers (pro Gelenk).	83
12.3	Wahl der Parameter des robusten PID Reglers (pro Gelenk).	83
12.4	Modellparameter der zweigliedrigen Kette (Oberkörper und Hals/Kopf).	89
12.5	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Eins</i> , Frontmanöver).	91
12.6	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	93
12.7	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Drei</i> , Frontmanöver).	95
12.8	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	96
12.9	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Drei</i> , Frontmanöver).	98
12.10	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Eins</i> , Frontmanöver).	100
12.11	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Vier</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Frontmanöver).	102
12.12	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Seitenmanöver, mod. Ansatz).	107
12.13	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Seitenmanöver, ursprüngl. Ansatz).	107
12.14	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Eins</i> , Durchlauf <i>Drei</i> , Seitenmanöver).	107
12.15	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Zwei</i> , Durchlauf <i>Eins</i> , Seitenmanöver).	110
12.16	Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Drei</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Seitenmanöver).	110

12.17 Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband <i>Vier</i> , Durchlauf <i>Zwei</i> , Seitenmanöver).	111
---	-----

1 Einleitung

In der Autobranche spielt die Sicherheit eine wichtige Rolle. Um diese zu gewährleisten, sind eine Reihe von Tests nötig, um Gefahren möglichst gut abzuschätzen und ihnen entgegenwirken zu können. In klassischen Crash-Tests werden Dummies verwendet, um deren Bewegungen bei Bremsvorgängen zu analysieren. Der große Nachteil dieser Methode ist die fehlende Reaktionskraft der Dummies aufgrund nicht vorhandener Muskulatur. Diese Tatsache kann beim plötzlichen Abbremsen *höherer* Geschwindigkeiten vernachlässigt werden. Hier spielt es keine Rolle ob ein passiver Dummy, oder ein Mensch mit zeitverzögerter Reaktionsfähigkeit und begrenzter Muskelkraft im Wagen sitzt. Unter solchen Bedingungen verhält sich der Mensch ähnlich passiv wie ein Dummy. Bremsst man allerdings beim Fahren mit *geringerer* Geschwindigkeit (z.B. 10 km/h) abrupt ab, weicht das Verhalten eines Dummies gegenüber dem eines Menschen stark ab. Dummies können zwar anhand mechanischer Vorrichtungen eingestellt werden (z.B. Position Kopf, Wirbelsäule; Steifigkeit), doch folgen sie im Grunde einfach der auf sie wirkenden Kraft, während ein Mensch ihr gegenzusteuern versucht. Genau dieser Bereich soll anhand einer Computersimulation eines realistischen, reaktiven Modells eines vorerst menschlichen Oberkörpers mit Hals/Kopf Segment abgedeckt werden. Eine PC-Simulation ist weiters deutlich kostengünstiger als reale Aufprallversuche (Crashtests). Bei Vor-Aufprallversuchen (Pre-Crashtests) erleidet das Vehikel i.A. zwar keinen Schaden, die Anschaffungskosten eines Dummies mit zusätzlicher Sensorikausstattung belaufen sich aber im Durchschnitt auf 100.000 Dollar [39].

Das erstellte Simulationsmodell soll in der Lage sein, das in Versuchen ermittelte kinematische 2D Verhalten des Oberkörpers eines Probanden bei Bremsvorgängen oder Kurvenfahrten nachzubilden. Es sollte außerdem fähig sein, bei vorgegebenem Startpunkt, einen beliebigen Endpunkt, trotz auftretender Störgrößen (z.B. in Form externer Beschleunigungen) realitätsgetreu zu erreichen.

2 Grundlagen

Die folgenden Unterkapitel erläutern wichtige Definitionen, Rechenvorschriften und Zusammenhänge der klassischen Mechanik, Robotik und Regelungstechnik.

2.1 Koordinatensysteme

Um die Lage eines Punktes zu beschreiben, benötigt man ein Referenzkoordinatensystem. Dieses ist für mechanische Aufgabenstellungen in der Regel ein Rechtskoordinatensystem. In speziellen Aufgabenstellungen werden statt kartesischen auch polare / sphärische Koordinaten verwendet. Der Ursprung eines **ortsfesten Koordinatensystems (Inertialsystem)** ist definitionsgemäß unbeweglich und an einem Punkt verankert. Im Unterschied dazu, ist der Ursprung eines **körperfesten Koordinatensystems** an einen beweglichen Körper gebunden (Abb. 2.1). Wenn sich dessen Ursprung ändert, ändern sich auch alle Punkte, die mit ihm verknüpft worden sind. Wird ein fahrendes Auto beispielsweise durch ein körperfestes Koordinatensystem beschrieben, verändert sich dessen Ursprung aus der Sicht eines fixen, ortsfesten Koordinatensystems, wie z.B. der Erde. In dieser Arbeit werden ausschließlich Rechtskoordinatensysteme mit kartesischen Koordinaten (3D: x,y,z; 2D x,y) verwendet.

2.2 Mehrkörpersystem

Ein Mehrkörpersystem (MKS) besteht, wie der Name sagt, aus mehreren Teilkörpern. Ein MKS kann als Zusammenstellung von endlich vielen Massenpunkten m_i , mit unterschiedlichen Bindungen zueinander, aufgefasst werden (siehe Abb. 2.2). Der Vektor zum Schwerpunkt m_{sp} , dessen Masse sich aus der Summe der Massepunkte m_i ($= M$) zusammensetzt, errechnet sich mit

$$\begin{aligned}\vec{r}_{sp} \cdot M &= \sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{r}_i \\ \vec{r}_{sp} &= \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{r}_i \quad .\end{aligned}\tag{2.1}$$

Die dadurch gebildeten Gesamtelemente (Teilkörper) sind untereinander mit passiven oder aktiven Gelenken mit jeweils null bis drei möglichen Freiheitsgraden verknüpft. Bewegungen

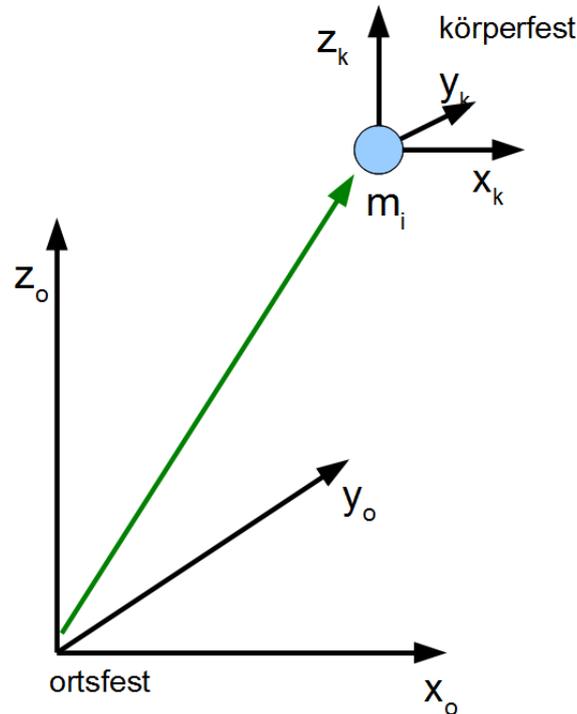


Abbildung 2.1: Ortsfestes und körperfestes Koordinatensystem: Die Lage \vec{r}_1 des Massepunktes m_i definiert den Ursprung eines körperfesten Koordinatensystems, innerhalb eines ortsfesten Rechtskoordinatensystems.

ergeben sich durch innere sowie äußere Kräfte. Ein Mehrkörpersystem stellt eine Idealisierung eines realen mechanischen Systems dar. Hier gilt, die Modellierung so genau wie möglich durch Standardelemente zu entwerfen. Die Devise nach Bremer, Pfeifer [3] lautet:

So einfach wie möglich, so komplex wie nötig.

2.3 Teilkörper

Ein **starrer Körper** ist massebehaftet (nicht zu verwechseln mit einer masselosen starren Bindung zwischen zwei Massepunkten in einem Massepunktsystem) und nicht dehnbar. Im dreidimensionalen Raum gibt es drei Möglichkeiten den Körper zu orientieren (drei Rotationen um die Achsen) und drei Möglichkeiten der Lageveränderungen (drei Translationen entlang der Achsen). Demnach entspricht der Freiheitsgrad eines starren Körpers im Raum auch der Zahl sechs. Im zweidimensionalen Raum stehen nur zwei Translationen und eine Rotation zur Verfügung. Gibt es Bewegungseinschränkungen durch andere Komponenten, verringert sich dieser Grad entsprechend. Eine reine Punktmasse besitzt nur die Fähigkeit einer Translation,

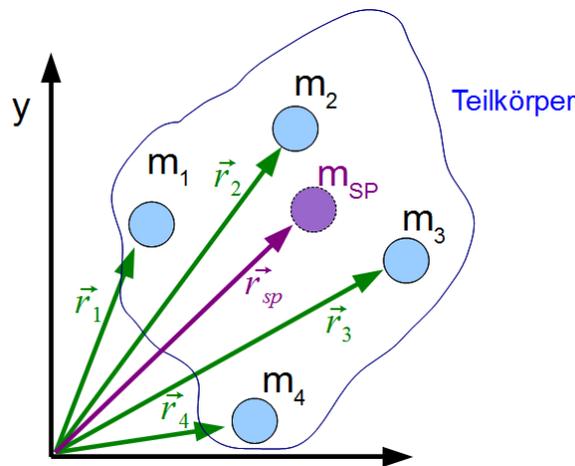


Abbildung 2.2: Teilkörper mit Schwerpunkt m_{SP} bestehend aus endlich vielen Massepunkten m_i .

wobei die Trägheit¹ nur von der Größe der Masse abhängig ist. Bei einem starren Körper ist durch die zusätzliche Möglichkeit der Rotation das Trägheitsmoment zu berücksichtigen. Diese physikalische Größe (siehe Kapitel 4) beschreibt den Widerstand bezüglich einer Drehbewegungsänderung und ist sowohl von der Masseverteilung als auch von der Wahl der Drehachse abhängig.

Als Koppellemente zwischen starren Körpern dienen **Gelenke**. Sie sind selbst masselos und haben je nach Art verschiedene Freiheitsgrade im Raum. Schubgelenke sind für Translationen und Drehgelenke für Rotationen verantwortlich. Ein Schubgelenk mit Freiheitsgrad Null entspricht einer (masselosen) starren Bindung. Um einem starren Körper doch dehnbare

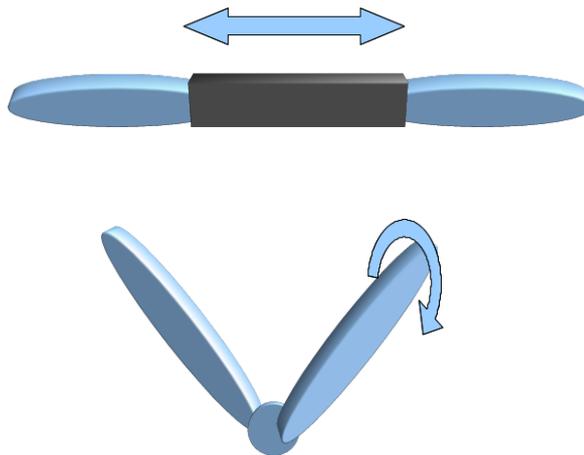


Abbildung 2.3: Schub- und Drehgelenk zwischen zwei starren Körpern.

¹ Eigenschaft eines Körpers, im aktuellen Bewegungs-, Ruhezustand zu verharren

Eigenschaften aufzuprägen, baut man zusätzlich elastische, masselose Körper ein. Als Beispiel sind hier Ring- oder Längsfedern zu nennen.

Die Bewegung starrer Elemente wird mit Hilfe der Starrkörpermechanik (Differentialgleichungssysteme, ODE², DAE³) beschrieben. Bei deformierbaren Komponenten sind zusätzliche Gesetze aus der Kontinuumsmechanik (partiellen Differentialgleichungen, PDE⁴) zu berücksichtigen [28].

Masselose Dämpfungen aller Art sind in Mehrkörpersystemen ebenfalls nötig um das System ohne äußere Energiezufuhr zur Ruhe kommen zu lassen.

2.4 Topologie

Je nach Zusammenstellung der Teilkörper kann man von **seriellen** (offenen), **parallelen** (geschlossenen) oder **hybriden kinematischen Ketten** sprechen (Abb. 2.4). Erstere Konstellation wird auch Baumstruktur genannt. Für sie sind die Bewegungsgleichungen im Allgemeinen mit den auftretenden gewöhnlichen nichtlinearen Differentialgleichungen (ODE) leicht ermittelbar. Im Gegensatz dazu muss man bei geschlossenen Schleifen die sogenannten Schließbedingungen berücksichtigen, da nicht mehr alle Körper in der Schleife voneinander unabhängige Bewegungen durchführen können. Dadurch entstehen differential-algebraische Differentialgleichungen (DAE), welche komplizierter zu lösen sind. Das Anfangsglied einer

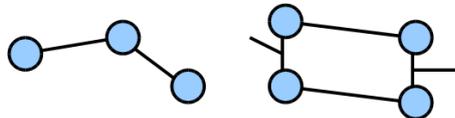


Abbildung 2.4: Links: serielle Kette; Rechts: parallele Kette.

kinematischen Kette wird **Basis**, das Ende **Endeffektor** genannt. Die Basis muss sich nicht unbedingt im Ursprung eines gewählten Koordinatensystems befinden.

2.5 Bindungen (Zwangsbedingungen)

Massepunkte bzw. Körper können auf zwei Arten gekoppelt werden [22]. Die **kinematische Bindung** beschreibt einen geometrischen, starren Zusammenhang zweier Punkte. Eine Bewegung dieser ist nicht mehr unabhängig voneinander möglich. Ein Beispiel hierfür wäre ein physikalisches Pendel mit starrer Verbindungsstange. Diese Art der Bindungen

² engl. Ordinary Differential Equation; gewöhnliche Differentialgleichung

³ engl. Differential Algebraic Equations: Gewöhnliche Differentialgleichung gekoppelt mit algebraischen Gleichungen (Nebenbedingungen, Zwangsbedingungen)

⁴ engl. Partial Differential Equation: Differentialgleichung mit partiellen Ableitungen (Ableitung einer Funktion mit mehreren Argumenten nach einer dieser Argumente)

bzw. Bewegungseinschränkungen vermindert die Anzahl der Freiheitsgrade der Massepunkte. **Physikalische Bindungen** basieren auf einem physikalischen Zusammenhang, wie zum Beispiel auf dem Gravitations- oder Federgesetz. Aus Bindungen entstehen Zwangskräfte und -momente, welche die gewünschten Beschränkungen aufrechterhalten. Zusätzlich kann in **holonome** und **nicht-holonome** Zwangsbedingungen (ZB) eingeteilt werden [21]. Erstere können in der Form

$$f(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, t) = 0 \quad , \quad (2.2)$$

welche nur Ortskoordinaten der Massepunkte und die Zeit enthält, dargestellt werden. Letztere können nicht in Form (2.2) ausgedrückt werden und entsprechen im Allgemeinen Ungleichungen oder enthalten zusätzlich Geschwindigkeitsabhängigkeiten. Zum Beispiel ist die Bewegungsfreiheit einer Kugel auf einer konstanten, ebenen Plattform in vertikaler Richtung durch eine holonome ZB (z.B. $y = 0$) eingeschränkt. Betrachtet man ein Rouletterad von oben (2D), so darf sich die Kugel überall innerhalb des Kreises, aber nicht außerhalb bewegen. Sie gehorcht einer nicht-holonomen Bedingung (z.B. $x^2 + y^2 < R^2$). Sind die gefundenen Zwangsbedingungen explizit zeitabhängig, nennt man sie **rheonom**, sonst **skleronom**.

2.6 Kräfte

Um Bewegungen in einem System hervorzurufen, sind Kräfte nötig. Je nachdem ob diese innerhalb oder außerhalb des definierten Systems wirken, unterscheidet man zwischen inneren und äußeren Kräften. **Innere Kräfte** sind Bindungskräfte der Massepunkte, welche durch Freischneiden in Teilsysteme⁵ sichtbar werden. **Äußere Kräfte** können **eingeprägte Kräfte** wie die Gewichtskraft oder **Reaktionskräfte** wie **Zwangs-** oder **Führungskräfte** sein. Greift eine Kraft direkt im Schwerpunkt eines massebehafteten Körpers an, erfährt dieser eine **Translation**, sonst eine **Rotation und Translation**. Bei einer antiparallelen Krafteinwirkung zweier gleichgroßer Kraftvektoren mit gleichem Abstand vom Schwerpunkt aus, erfährt der Körper eine reine **Rotation**.

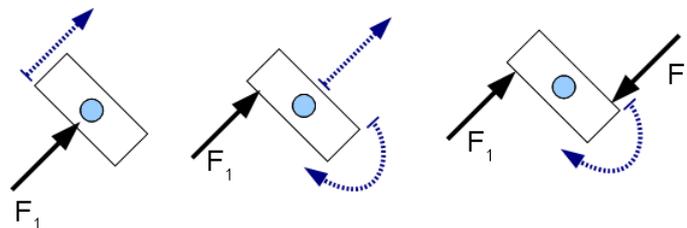


Abbildung 2.5: v.l.n.r. Translation, Translation und Rotation und reine Rotation eines starren Körpers unter äußerer Krafteinwirkung.

⁵ voneinander entkoppelte und getrennt betrachtete Körper

3 Kinematik

Die Kinematik¹ ist ein Teilgebiet der Mechanik. Sie befasst sich mit der mathematischen Beschreibung von Bewegungen von Punkten im Raum ohne die Ursache/Wirkung - die Kräfte - zu berücksichtigen. Die **Geometrie der Bewegung** steht im Vordergrund. Die Kenngrößen sind Weg (und Ableitungen davon) und Zeit. Dabei unterscheidet man zwischen direkter Kinematik (Vorwärtstransformation) und inverser Kinematik (Rückwärtstransformation). Von

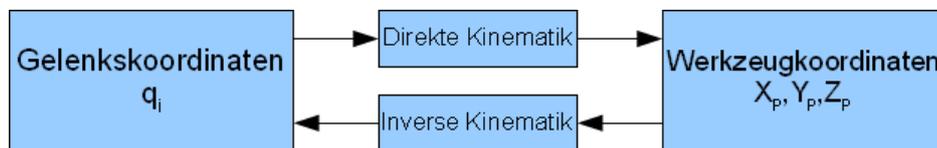


Abbildung 3.1: Veranschaulichung der direkten und inversen Kinematik eines mechanischen Modells mit mehreren i Gelenken und beobachtetem Punkt P (X_p, Y_p, Z_p).

einem vorliegenden mechanischen Modell gelangen darin enthaltene Punkte durch Bewegung der vorhandenen Gelenke zu eindeutigen Lagen. Die mathematische Beschreibung hierzu nennt man **direkte Kinematik**, den umgekehrten Weg **inverse Kinematik**.

3.1 Direkte Kinematik

Gegeben ist ein Vektor $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^m$, dessen Elemente q_i entweder eine Rotations- oder Translationsvariable darstellen. Ein Vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ beschreibt über das glatte Vektorfeld $\mathbf{f}(\mathbf{q})$ die Orientierung oder Lage eines Körpers. Folgende Transformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (3.1)$$

ist immer eindeutig, wobei unterschiedliche Gelenksstellungen zu ein und derselben Position führen können. Das Gleichungssystem (3.1) gibt die Orientierung (Winkel α, β, γ um Achsen x, y, z) und Position (i.A. kartes. Koordinaten x, y, z) des Endeffektors (Endglied der Kette) durch den Vektor \mathbf{x} an. Neben Methoden der **Lie Algebra**, der **Screw Theorie** (Twist Koordinaten) [29] findet man die **Denavit-Hartenberg** (DH) Konvention (homogene Koordinaten) als Beschreibung der direkten Kinematik bei Robotersystemen am häufigsten vor [55]. Für die Verwendung der DH Konvention ist vorher noch der Begriff der homogenen Transformation zu klären.

¹ griech.: kinema = Bewegung

3.1.1 Homogene Transformation

Im euklidischen Raum können Vektoren durch Translation / Rotation verschoben / gedreht werden. Für Koordinatensysteme mit bis zu drei Dimensionen erreicht man Orientierungsänderungen eines Vektors $\vec{r} = [r_x \ r_y \ r_z]^T$ durch dessen Multiplikation mit 3x3 Rotationsmatrizen um die drei Achsen x, y, z der Form

$$Rotation(\vec{r}) = [Rot_x(\vec{r}), Rot_y(\vec{r}), Rot_z(\vec{r})] = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\vec{n}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\vec{o}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\vec{a}}$

und Translationen durch Addition eines 3x1 Translationsvektors $\vec{\Delta}$

$$Translation(\vec{r}) = [r_x + \Delta_x, r_y + \Delta_y, r_z + \Delta_z]^T = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \vec{p} \quad . \quad (3.3)$$

Dabei kennzeichnet \vec{p} die neue Position des Endpunktes vom Vektor \vec{r} , die orthogonalen Einheitsvektoren \vec{n} , \vec{o} , \vec{a} die Ausrichtung des Vektors. Um die Translation ebenfalls mit einer Matrixoperation durchführen zu können, wird um eine Dimension erweitert. Somit ergibt sich im dreidimensionalen Raum eine 4x4 Matrix \mathbf{T} , welche als homogene Darstellung bezeichnet wird.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Im Bereich der Robotik beschreibt man die Lage der starren Körper durch Vektoren. Gelenke verursachen Einschränkungen der Bewegungsfreiheit. Singularitäten treten immer im Fall von drei Rotationen (Eulerwinkel, Kardanwinkel) bei gewissen Gelenkstellungen auf. Auch bei zwei seriellen Schraubengelenken gibt es unendlich viele mögliche Stellungen dieser beiden Kopplungen mit derselben Endausrichtung. In diesen Fällen sind die homogenen Transformationsmatrizen nicht mehr invertierbar. Ein einzelnes Kettenglied bestehend aus Gelenk und starrem Körper wird im weiteren Verlauf „Sektion“ genannt, mehrgliedrige Sektionen - „Objekt“.

3.1.2 DH Konvention

Die Denavit Hartenberg Konvention tauchte 1955 zum ersten Mal schriftlich auf [10] und beschreibt mit nur vier Parameter θ_i , d_i , a_i und α_i (DH-Parameter) die **relative, geometrische Lage** zweier benachbarter Gelenksachsen (Sektionen) i-1 und i serieller kinematischer Ketten. Die Gelenke dürfen dabei nur einen Freiheitsgrad haben. Insofern müssen z.B. Kugelgelenke durch mehrere Einzelgelenke ausgedrückt werden. Jede Gelenksachse bildet für sich ein eigenes

körperfestes, orthonormales Koordinatensystem, wobei die z -Achse durch das Gelenk gelegt wird. Entscheidend für die **Wahl der x - und y -Achse** im dreidimensionalen Raum ist die Anordnung der Gelenksachsen. So gilt es im ersten Schritt die Wahl der Achsen abhängig von folgenden Punkten zu machen [55]:

- (a) 2 benachbarte Gelenksachsen (z_{i-1} , z_i) schneiden sich
- (b) 2 benachbarte Gelenksachsen (z_{i-1} , z_i) schneiden sich nicht und sind orthogonal zueinander
- (c) 2 benachbarte Gelenksachsen (z_{i-1} , z_i) sind echt parallel

Für Fall (a) wählt man die x_i Achse senkrecht zu beiden z -Achsen (Kreuzprodukt) im Schnittpunkt beider z -Achsen (Ursprung KS_i der neuen Sektion). Für Fall (b) (Abb. 3.2) wird die gemeinsame Normale beider z -Achsen ermittelt und x_i in Richtung zur z_i Achse gewählt. Der Ursprung KS_i ergibt sich mit dem Schnittpunkt x_i auf z_i . Für das Modell dieser Arbeit trifft Fall (c) zu und die x_i -Achse kann entlang der gemeinsamen Normalen von z_{i-1} und z_i gewählt werden (hier: entlang des starren Körpers). Im Gegensatz zu Fall (b) kann der Ursprung KS_i entlang der z_i Achse gewählt werden. Die y_i Achse ergibt sich orthogonal zu x_i und z_i - ist jedoch bei Betrachtung von nur zwei Dimensionen nicht nötig.

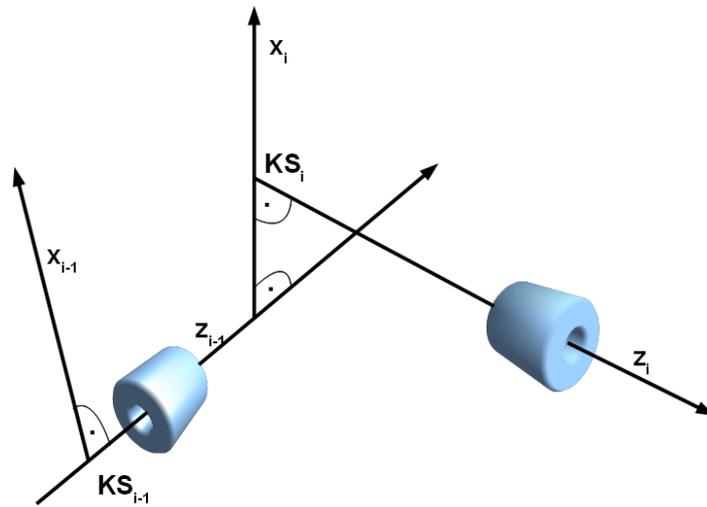


Abbildung 3.2: Zwei benachbarte körperfeste Koordinatensysteme KS_{i-1} und KS_i .

Weiters wird nun die eigentliche Beziehung zweier benachbarter Sektionen durch die DH Parameter mathematisch formuliert.

Gelenkwinkel θ_i : Winkel um Gelenksachse z_{i-1} , welcher sich zwischen der x_i und x_{i-1} Achse ergibt

Hebelverschiebung bzw. Gelenksabstand d_i : kürzeste Distanz zwischen x_i und x_{i-1} entlang der z_{i-1} -Achse

Hebeldrehung α_i : Winkel um Achse x_i , welcher sich zwischen der z_i und z_{i-1} Achse ergibt

Hebellänge bzw. Armlänge a_i : kürzeste Distanz zwischen z_i und z_{i-1} entlang der x_i -Achse

Für diese Prozedur sind also höchstens zwei Translationen sowie zwei Rotationen nötig. Man gelangt nun ausgehend von einer festgelegten Basissektion KS_0 (körperfestes oder ortsfestes Koordinatensystem) über die dazwischenliegenden Sektionen KS_i (körperfeste Koordinatensysteme) iterativ zur Lage des gewählten Endgliedes KS_n . Die Rechenoperationen werden mit Hilfe von Multiplikationen homogener Transformationsmatrizen durchgeführt.

Folglich erhält man für den Übergang einer Sektion $i-1$ zur Benachbarten i eine Transformationsmatrix der Form:

$$\mathbf{T}_{i-1,i} = \mathbf{Rot}(z_{i-1}, \theta_i) \cdot \mathbf{Trans}(0, 0, d_i) \cdot \mathbf{Trans}(a_i, 0, 0) \cdot \mathbf{Rot}(x_i, \alpha_i) \quad , \quad (3.5)$$

wobei hier **Rot** eine Rotation um die z_{i-1} bzw. x_i Achse um den Winkel θ_i bzw. α_i beschreibt. **Trans** hingegen entspricht einer Verschiebung der Längen d_i bzw. a_i entlang der z_{i-1} bzw. x_i Achse.

Die Teilmatrizen lauten

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{n-1,n} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_n) & -\sin(\theta_n) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_n) & \cos(\theta_n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_n \\ 0 & \cos(\alpha_n) & -\sin(\alpha_n) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_n) & \cos(\alpha_n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_n) & -\cos(\alpha_n)\sin(\theta_n) & \sin(\alpha_n)\sin(\theta_n) & a_n\cos(\theta_n) \\ \sin(\theta_n) & \cos(\alpha_n)\cos(\theta_n) & -\sin(\alpha_n)\cos(\theta_n) & a_n\sin(\theta_n) \\ 0 & \sin(\alpha_n) & \cos(\alpha_n) & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad . \quad (3.6) \end{aligned}$$

Die gesamte homogene Transformationsmatrix hat die Form (3.4)

$$\mathbf{T}_{\text{Basis},n} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

und ist immer invertierbar (da nur zwei Rotationen, zwei Translationen).

Liegt die Basis nicht im Ursprung eines Weltkoordinatensystems (ortsfest), muss dies durch eine weitere Transformation berücksichtigt werden.

$$\mathbf{T}_{\text{Welt},n} = \mathbf{T}_{\text{Welt},\text{Basis}} \cdot \mathbf{T}_{\text{Basis},1} \cdot \mathbf{T}_{1,2} \cdot \dots \cdot \mathbf{T}_{n-1,n} \quad (3.7)$$

3.2 Inverse Kinematik

Im Unterschied zur direkten Kinematik (siehe (3.1)) ist der umgekehrt Weg, die inverse Kinematik (IK)

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}) \quad , \quad (3.8)$$

schwieriger zu bestimmen. Im Allgemeinen entsteht ein nichtlineares Gleichungssystem für dessen Lösung es kein allgemein gültiges Verfahren gibt. Oft stößt man auf unzulässige Ergebnisse (Singularitäten, angestrebte Lage außerhalb des erlaubten Bewegungsbereiches des Modells), die es zu berücksichtigen gilt. Grundsätzlich kann man die IK **analytisch** und/oder **numerisch** lösen. Eine geschlossene Lösung (analytisch) ist, falls vorhanden, einer offenen (numerisch) meistens vorzuziehen. Es gibt keine Rundungsfehler, die Rechenzeit und Anzahl der Rechenoperationen bleibt konstant und eine Lösung ist, wenn zuvor gefunden, garantiert. Zudem müssen die arithmetischen Berechnungsvorschriften für ein bestimmtes kinematisches Modell nur einmal gefunden werden. Die Generierung dieser Gleichungen kann sich jedoch schon für eine kleine Anzahl von Körpern als sehr rechen- und speicherintensiv gestalten. Entscheidet man sich für eine analytische Methode, kann je nach kinematischer Struktur ein geometrischer oder algebraischer Weg eingeschlagen werden. Die dafür benötigte Gleichungsstruktur sieht folgendermaßen aus:

$$\mathbf{T}_{0,1} \cdot \mathbf{T}_{1,2} \cdot \mathbf{T}_{2,3} \cdot \dots \cdot \mathbf{T}_{n-1,n} = \mathbf{T}_{0,n} = \mathbf{R} \quad . \quad (3.9)$$

\mathbf{R} enthält die gewünschte Position und Orientierung des Endgliedes (Bsp. in Kapitel 5.2.1). Beim algebraischen Verfahren gilt es nun brauchbare Gleichungen aus dieser Form zu extrahieren und die Gelenkwinkel der Reihe nach zu bestimmen. Bei der geometrischen Methode versucht man anhand bestimmter geometrischer Beziehungen der Systemstruktur (z.B. Sinus-, Cosinus Beziehungen) ebenfalls eine geschlossene Lösung zu erhalten [55]. Numerische Rechenmethoden versuchen durch endlich viele Schritte iterativ einen gewünschten Endpunkt zu erreichen. Dabei muss ständig überprüft werden, ob eine inverse Lösung zum aktuellen Zeitpunkt existiert (Problem bei auftretenden temporären singulären Stellungen).

Das inverse kinematische Modell soll in weiterer Folge für eine Trajektorienplanung (Abschnitt 5.2.2) verwendet werden.

4 Dynamik

Um in einem mathematischen Modell Bewegung hervorrufen zu können, muss auch die Ursache/Wirkung - die **Kraft** oder **Moment** - im Modell enthalten sein. Die Dynamik, ein weiteres Teilgebiet der Mechanik, beschäftigt sich mit diesem Zusammenhang. Sie kann weiters in **Statik** (Kraft bei ruhenden Körpern, Kräftegleichgewicht) und **Kinetik** (Kraft bei sich bewegenden Körpern) unterteilt werden. Die Kenngrößen sind Weg (und Ableitungen davon), Zeit, Masse und Kraft.

In der Statik gelten vier verschiedene Axiome¹. Folgende Sätze sind dem Buch [9] entnommen worden:

- 1. Axiom (Linienflüchtigkeit der Kräfte):** Die Wirkung einer Kraft auf einen starren Körper bleibt unverändert, wenn man sie entlang ihrer Wirkungslinie verschiebt.
- 2. Axiom (Kräfteparallelogramm):** Die Wirkung zweier Kräfte F_1 und F_2 , die an einem gemeinsamen Punkt angreifen, ist gleich einer Kraft F_R , die sich als Diagonale eines mit den Seiten F_1 und F_2 gebildeten Parallelogramms ergibt.
- 3. Axiom (Gleichgewicht):** Zwei Kräfte sind im Gleichgewicht (und heben damit ihre Wirkung auf den starren Körper auf), wenn sie auf der gleichen Wirkungslinie liegen, den gleichen Betrag haben und entgegengesetzt gerichtet sind.
- 4. Axiom (Wechselwirkungsgesetz):** Wird von einem Körper auf einen zweiten Körper eine Kraft ausgeübt, so reagiert dieser mit einer gleich großen, auf gleicher Wirkungslinie liegenden, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft (Newton²: actio = reactio).

In der Kinetik kommt zusätzlich zu den in der Statik geltenden Regeln noch das 2. Newtonsche Gesetz (= dynamisches Grundgesetz) hinzu [9].

Wirkt eine Kraft \vec{F} auf einen Körper ein, so erfährt dieser eine Bewegung (Geschwindigkeit \vec{v}), die der Richtung dieser Kraft proportional ist.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} \quad (4.1)$$

Wie aus oberer Gleichung ersichtlich, setzt sich der Impuls \vec{p} aus dem Produkt von Masse m und Geschwindigkeit \vec{v} zusammen. Die zeitliche Ableitung davon entspricht der Kraft

¹ Satz, welcher auf einer Theorie aufgebaut ist und es keines Beweises bedarf

² Isaac Newton (1643 - 1727)

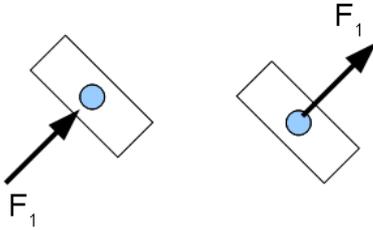


Abbildung 4.1: Erstes Axiom - Lini-enflüchtigkeit.

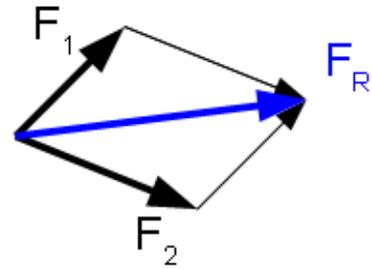


Abbildung 4.2: Zweites Axiom - Kräfteparallelogramm.

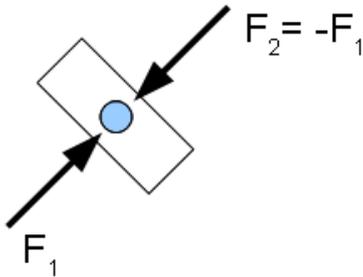


Abbildung 4.3: Drittes Axiom - Gleichgewicht.

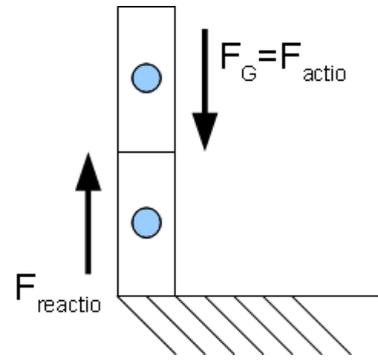


Abbildung 4.4: Viertes Axiom - Wechselwirkungsgesetz.

\vec{F} . Für zeitlich unveränderliche Massen kann (4.1) mit $\vec{F} = (m \cdot \vec{a})$ angegeben werden. \vec{a} entspricht der Beschleunigung.

Die Integration des dynamischen Grundgesetzes über einen Weg \vec{s} führt zu

$$\int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = m \cdot \int_{s_1}^{s_2} \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{s} = m \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{d\vec{s}}{dt} \cdot d\vec{v} = m \cdot \int_{v_1}^{v_2} \vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{m}{2} \cdot (\vec{v}_2^2 - \vec{v}_1^2) \quad . \quad (4.2)$$

Der Term

$$T = \frac{m}{2} \cdot \vec{v}^2 \quad (4.3)$$

drückt die Bewegungsenergie - die kinetische Energie T - einer konstanten Masse m aus.

Definiert man

$$\vec{F}_T = -m \cdot \vec{a} \quad , \quad (4.4)$$

so kann das zweite newtonsche Gesetz durch die dynamische (da m in Bewegung) Gleichgewichtsbedingung

$$\vec{F} + \vec{F}_T = 0 \quad (4.5)$$

ausgedrückt werden [22]. \vec{F}_T stellt hier die d'Alembertsche³ Trägheitskraft (laut Newton keine Kraft, da keine Gegenkraft auftritt) dar. Sie spielt im Folgekapitel 4.1 nochmals eine Rolle.

Aufgaben im Bereich der **Kinetik** lassen sich sowohl synthetisch, als auch analytisch lösen. Die **synthetische Methode** nach Newton - Euler, behilft sich des Drall⁴- und Impulssatzes⁵ (4.1). Durch sogenanntes Freischneiden einzelner Teilkörper werden die Bewegungsgleichungen nach Elimination der Schnittkräfte und -momente, Schritt für Schritt aufgestellt. Formalismen der **analytischen Methode** nutzen die Gleichungen des gesamten Systems und verwenden die kinetische und potentielle Energie. Zu diesem Thema ist der Lagrange Formalismus (2.Art) zu nennen. Hierbei wird zuerst ein System aus Massepunkten mit Hilfe von Ortsvektoren beschrieben. Anschließend werden Zwangsbedingungen festgelegt und davon abhängig ein Satz von generalisierten (unabhängigen) Koordinaten gebildet. Nach Aufstellen der kinetischen und potentiellen Energie der Teilsysteme wird in die Lagrange Gleichung eingesetzt und die Bewegungsgleichungen bestimmt.

4.1 Lagrange Formalismus 2.Art

Grundsätzlich erhält man bei Beschreibungen von mechanischen Systemen Gleichungen, welche alle vorhandenen Kräfte (eingepreßte Kräfte wie Gewicht- oder äußere Antriebskräfte, Zwangskräfte durch Bewegungseinschränkungen, Widerstandskräfte durch Reibung) enthalten. Wenn die genaue Größe einer Zwangskraft (siehe Kapitel 2.5) für die Aufgabe als unwichtig erscheint, ist es vorteilhaft diese unnötigen Komponenten aus der Bewegungsgleichung zu eliminieren. Genau diese Idee beschreibt Lagrange⁶ in seiner Fassung des Prinzips von d'Alembert. Die Urfassung von d'Alembert überträgt nur das **Prinzip der virtuellen Arbeit** der Statik auf die Kinetik [22].

Jeder Massepunkt sei durch einen Ortsvektor eindeutig festgelegt. Weiters sei die virtuelle (im Prinzip nicht auftretende) Arbeit eines Massepunktes definiert mit

$$\delta W = \vec{F} \cdot \delta \vec{r} \quad (4.6)$$

$$\delta W = \vec{M} \cdot \delta \vec{\varphi} \quad , \quad (4.7)$$

mit der virtuellen Verschiebung $\delta \vec{r}$ und der tangential zur Bahnrichtung wirkenden Kraft \vec{F} . Sie kann auch durch die virtuelle Verdrehung $\delta \vec{\varphi}$ und Moment \vec{M} ausgedrückt werden.

³ Jean-Baptiste le Rond d'Alembert (1717-1783)

⁴ Drehung eines Körpers aufgrund angreifender Momente

⁵ Translation des Schwerpunktes eines Körpers aufgrund angreifender Kräfte

⁶ Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

Das Prinzip der virtuellen Arbeit entspricht dem Gleichgewichtsgesetz der Statik (dort gibt es keine Verschiebungen, deshalb: virtuell). Die virtuelle Arbeit der Kräfte / Momente in Form von virtuellen Verschiebungen / Verdrehungen sei mit

$$\delta W = \sum \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i + \sum \vec{M}_i \cdot \delta \vec{\varphi}_i \quad (4.8)$$

und die virtuelle Arbeit der d'Alembertschen Trägheitskraft (4.4) mit

$$\delta W_T = \sum -(m_i \cdot \vec{a}_i) \cdot \delta \vec{r}_i + \sum -(J_i \cdot \vec{\alpha}) \cdot \delta \vec{\varphi}_i \quad (4.9)$$

angegeben. Nun besagt das Prinzip, dass ein mechanisches System im Gleichgewicht ist, wenn es sich in einer Gleichgewichtslage befindet und die Summe der virtuellen Arbeiten bei einer virtuellen Verrückung $\delta \vec{r}$, Verdrehung $\delta \vec{\varphi}$ Null ergibt [22].

$$\delta W + \delta W_T = 0 \quad (4.10)$$

Man betrachtet weiters den rein translatorischen Anteil von (4.8) und (4.9). Die Kraft \vec{F}_i setzt sich aus Zwangskraft $F_{i,z}$, Widerstandskraft $F_{i,w}$ (z.B. Reibungskräfte, die durch Bewegung entstehen) und eingeprägte Kraft $F_{i,e}$ zusammen (Kapitel 2.6). Zusammen mit der d'Alembertschen Trägheitskraft gilt für Gl. (4.10)

$$\sum (\vec{F}_{i,e} + \vec{F}_{i,z} + \vec{F}_{i,w} - m \cdot \vec{a}) \cdot \delta \vec{r}_i = 0 \quad . \quad (4.11)$$

Zwangskräfte, welche den Massepunkt an der Fortbewegung in eine bestimmte Richtung hindern, stehen normal zur Bewegungsbahn des Massepunktes und damit normal zu den virtuellen Verrückungen $\delta \vec{r}$. Das Skalarprodukt ergibt somit Null - Zwangskräfte leisten keine virtuelle Arbeit.

$$\vec{F}_z \cdot \delta \vec{r} = 0 \quad (4.12)$$

Anhand dieser Überlegung ergibt sich die Gleichung

$$\sum (\vec{F}_{i,e} + \vec{F}_{i,w} - m \cdot \vec{a}) \cdot \delta \vec{r}_j = 0 \quad . \quad (4.13)$$

Im oberen Ausdruck (4.13) treten keine (senkrechten) Zwangskräfte mehr auf. Lagrange führt weiter generalisierte Koordinaten⁷ q_i für die virtuellen Verschiebungen und Verdrehungen ein. Diese Koordinaten sind im Falle von holonomen Zwangsbedingungen unabhängig voneinander. Die Anzahl der **generalisierten Koordinaten** ergeben sich mit

$$n = \sum \text{Achsen} \cdot \sum \text{Massen} - \sum \text{Zwangsbedingungen} \quad . \quad (4.14)$$

Die grundsätzliche Vorgangsweise des Lagrange Formalismus ist im Folgenden aufgelistet (Zusammenfassung entnommen aus [23]). Die Herleitung hierfür ist in diverser Literatur nachzulesen (z.B. [22],[9]).

⁷ Minimaler Satz an Koordinaten um ein mechanisches System zu beschreiben

Ausgehend von einem körperfesten oder ortsfesten Koordinatensystem bildet man im ersten Schritt Vektoren zu den N Massepunkten im körperfesten bzw. ortsfesten System. Diese werden in den bereits erwähnten generalisierten Koordinaten ausgedrückt.

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1, \dots, q_n, t) \quad i = 1, \dots, N \quad (4.15)$$

Diese Vektoren leitet man nach der Zeit ab

$$\dot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{r}}_i(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t) \quad i = 1, \dots, N \quad (4.16)$$

und setzt sie in die Formel der kinetischen Energie (4.3)

$$T = \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{2} \cdot \dot{\vec{r}}_i^2 = T(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t) \quad (4.17)$$

ein.

Daraus bildet man nun die Ableitungen

$$\frac{\partial T}{\partial q_j} = h_j(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t) \quad j = 1, \dots, n \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} = f_j(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t) \quad j = 1, \dots, n \quad (4.19)$$

Für den nächsten Schritt leitet man die Vektoren zu den N Massepunkten nach den generalisierten Koordinaten q_j ab:

$$\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} = \frac{\partial \vec{r}_i(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t)}{\partial q_j} \quad i = 1, \dots, N \quad j = 1, \dots, n \quad (4.20)$$

Eine virtuelle Verschiebung darf wie ein Differential behandelt werden [9]:

$$\frac{\delta r_i}{\delta q_j} = \frac{\partial r_i}{\partial q_j} \quad (4.21)$$

Demnach kann die virtuelle Arbeit δW (4.8) umgeformt werden in

$$\delta W = \sum \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i = \sum \vec{F}_j \cdot \underbrace{\delta \vec{r}_i}_{\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \cdot \delta q_j} = \sum \underbrace{\vec{F}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}}_{Q_j} \cdot \delta q_j = \sum Q_j \cdot \delta q_j \quad (4.22)$$

Man bezeichnet Q mit generalisierter Kraft.

$$Q_j = \left(\sum_{i=1}^N \vec{F}_i^* \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \right) \quad (4.23)$$

Die Vektoren \vec{F}_i^* beschreiben die vektorielle Summe aller auf den i-ten Massenpunkt einwirkenden äußeren Kräfte.

Man erhält durch Einsetzen in die nachstehende Lagrange Gleichung 2. Art gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j \quad . \quad (4.24)$$

Im folgenden Kapitel 4 festigt ein Beispiel das Verständnis des Rechenweges.

5 Modellbildung

Der Oberkörper eines Menschen lässt sich vereinfacht durch mehrere serielle Ketten, bestehend aus einer variablen Anzahl von starren Körpern mit dazwischenliegenden Gelenken, darstellen. Zur Erinnerung - das fest verankerte Gelenk einer Kette bezeichnet man als Basis (z.B. Schulter, Hüfte), das freie Endglied als Endeffektor (z.B. Hand, Kopf). Schlussendlich müssen alle seriellen Ketten in Beziehung zueinander gebracht werden (Wirbelsäule, Arme). Für diese Arbeit sind zwei Arten der Modellbildung nötig - ein kinematisches Modell für die Trajektorienplanung (ohne Berücksichtigung der Kraft), sowie ein dynamisches Modell für die physikalische, zeitliche Bewegungsbeschreibung (mit Kräfteeinfluss).

5.1 Dynamisches Modell

Mit Hilfe des Lagrange Formalismus 2. Art (Abschnitt 4.1, [14]) lässt sich ein i.A. nichtlineares Zustandsraummodell entwerfen. Um die grundlegende Idee dieser Beschreibungsmethode besser zu verstehen, wird hier als Beispiel nur eine serielle kinematische Kette mit nur zwei starren Körpern bzw. Gelenken beschrieben (Doppelpendel). Weitere Glieder können nach Belieben hinzugefügt werden. Der Schwerpunkt eines starren Körpers befindet sich in dessen Mitte und ändert sich nicht. Den Ursprung des körperfesten Koordinatensystems legt man der Einfachheit halber in den Ursprung des ortsfesten!

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Fast jedes mechanische System ist gewissen Bewegungseinschränkungen unterworfen - den in Kapitel 2.5 erwähnten Zwangsbedingungen. Für den vorliegenden Fall existieren nur holonome Zwangsbedingungen (fixe Abstände der Gelenke zu den Masseschwerpunkten), womit die generalisierter Koordinaten unabhängig voneinander vorgebar sind.

Pro Massepunkt findet sich eine Bewegungseinschränkung, womit die Anzahl der Zwangsbedingungen der Anzahl der starren Körper im System entspricht.

$$ZB_1 = |r_1 - r_0| = \frac{l_1}{2} \quad (5.2)$$

$$ZB_2 = |r_2 - 2 \cdot (r_1 - r_0)| = \frac{l_2}{2} \quad (5.3)$$

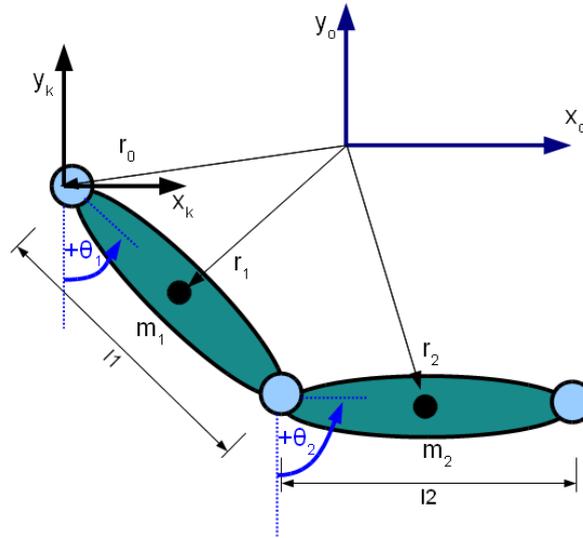


Abbildung 5.1: Zweigliedrige offene Kette, welche an ein körperfestes Koordinatensystem gebunden ist.

Die willkürlich, aber sinnvoll gewählten generalisierten Koordinaten ergeben sich mit

$$q_1 = \theta_1, \quad q_2 = \theta_2 \quad . \quad (5.4)$$

Für weitere Berechnungen sind die Vektoren zu den Massen sowie deren Ableitungen nötig. Ausgehend von einem ortsfesten kartesischen Koordinatensystem (5.1) erhält man

$$\begin{bmatrix} \vec{r}_1 \\ \vec{r}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sin(q_1(t)) l_1 \\ -\frac{1}{2} \cos(q_1(t)) l_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sin(q_1(t)) l_1 + \frac{1}{2} \sin(q_2(t)) l_2 \\ -\cos(q_1(t)) l_1 - \frac{1}{2} \cos(q_2(t)) l_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad . \quad (5.5)$$

Die kinetische Energie lautet nach Gleichung (4.3) allgemein für N Massepunkte $T = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^N m_i \cdot v_i^2$. Wählt man nun einen Bezugspunkt m_b im Inneren des starren Körpers mit Ortsvektor \vec{r}_b , so können die Vektoren \vec{r}_i und deren Geschwindigkeiten \vec{v}_i der übrigen Massepunkte m_i folglich angeschrieben werden:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_b + \vec{r}_{bi} \quad (5.6)$$

$$\vec{v}_i = \vec{v}_b + \vec{v}_{bi} \quad . \quad (5.7)$$

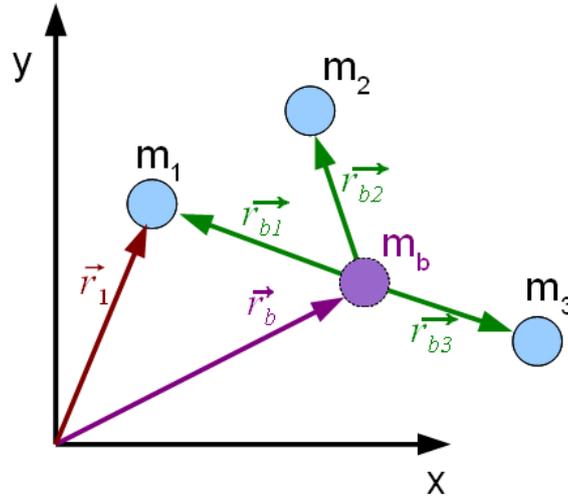


Abbildung 5.2: Vektoren zu den Massepunkten m_i über einen Bezugspunkt m_b .

Die Geschwindigkeit von (5.7) in die Formel für die kinetische Energie eingesetzt, ergibt

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^N m_i \cdot v_b^2 + \sum_{i=1}^N m_i \cdot v_b \cdot v_{bi} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^N m_i \cdot v_{bi}^2 \quad . \quad (5.8)$$

Der erste Term beschreibt die kinetische Energie des Bezugspunktes m_b (Translation), der dritte Term die kinetische Energie der Massen relativ zum Bezugspunkt (Rotation) und der mittlere Term einen Mischanteil. Der „störende“ Mittelterm soll nun eliminiert werden. Dies geschieht ganz einfach durch Setzen des Bezugspunktes an die Stelle des Schwerpunktes des Körpers, was im Folgenden kurz erläutert wird.

Betrachtet man im Mischterm den Ausdruck $\sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{v}_{bi}$ bzw. $\sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{r}_{bi}$, erkennt man, dass es sich bei letzterer Formel um den rechten Teil der Schwerpunktsgleichung (2.1)

$$\vec{r}_{sp} \cdot M = \sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{r}_{bi} \quad (5.9)$$

handelt. \vec{r}_{sp} beschreibt hier den Vektor vom Bezugspunkt zum Schwerpunkt des Systems. Wenn man nun den Bezugspunkt genau im Schwerpunkt platziert, ergibt dies $\vec{r}_{sp} = 0$. Damit ist auch die rechte Seite von Gl. 2.1 gleich Null und somit auch $\sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{v}_{bi}$.

Bei den erwähnten Körpern handelt es sich um starre Körper mit gleichbleibender homogener Masseverteilung. Der Schwerpunkt verändert im körperfesten Koordinatensystem (eines Teilkörpers) somit nicht seine Lage. Mit der Wahl der Bezugspunkte in den Schwerpunkten der starren Körper kann deren kinetische Energie in eine Translations- und Rotationsenergie

(Rotation um einen Winkel φ um eine Drehachse) aufgeteilt werden.

$$T = \underbrace{\sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{2} \cdot \dot{\vec{r}}_i^2 \right)}_{\text{Translationsenergie}} + \underbrace{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} \cdot J_i \cdot \dot{\varphi}_i^2 \right)}_{\text{Rotationsenergie}} \quad N = 2, \text{ Anzahl der Massepunkte } m \quad (5.10)$$

Falls der Schwerpunkt genau in der Mitte liegt, was hier der Fall ist, kann das Trägheitsmoment (eines Zylinders mit Radius r_{Zyl}) mit

$$J_i = \frac{1}{4} \cdot m_i \cdot r_{Zyl}^2 + \frac{1}{12} \cdot m_i \cdot l_i^2 \quad (5.11)$$

(Drehachse im Schwerpunkt) angenommen werden. T erschließt sich mit

$$\begin{aligned} T &= 1/8 (\dot{q}_1(t))^2 m_1 (l_1)^2 + 1/2 J_1 (\dot{q}_1(t))^2 + \frac{1}{2} m_2 \cos(q_1(t)) \dot{q}_1(t) l_1 \cos(q_2(t)) \dot{q}_2(t) l_2 \\ &+ \frac{1}{2} m_2 (\dot{q}_1(t))^2 (l_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 \sin(q_1(t)) \dot{q}_1(t) l_1 \sin(q_2(t)) \dot{q}_2(t) l_2 \\ &+ \frac{1}{8} (\dot{q}_2(t))^2 m_2 (l_2)^2 + \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_2(t))^2 \quad . \end{aligned} \quad (5.12)$$

Bei homogener Masseverteilung eines Körpers, lässt sich das Trägheitsmoment J_i generell über

$$J_i = \int_0^{m_i} r_i^2 \cdot dm \quad (5.13)$$

berechnen. Dieses kann bei Körpern mit inhomogener Masseverteilung nicht über den normalen analytischen Weg gewonnen werden. Hier bedarf es einer numerischen Ermittlung des Massenträgheitsmomentes. Möglich ist auch eine Addition verschiedener Trägheitsmomente verschiedener zusammengesetzter Körper. Folgende Berechnung zeigt, wie sich J_i bei einer zusätzlichen Masse an den Gelenksachsen der offenen Kette verändert.

Man betrachte den i-ten Gesamtkörper SKG_i , bestehend aus starrem Körper (Zylinder) und zusätzlicher Punktmasse mg_i am Ende des starren Körpers (Gelenk). Wieder wird die Rotationsachse im neuen Schwerpunkt von SKG_i benötigt, um den Mittelterm von (5.8) zu beseitigen. Dieser Punkt liegt natürlich nicht mehr genau in der Mitte des starren Körpers. Die Gesamtmasse von SKG_i ergibt sich trivialerweise mit $M_{ges,i} = m_i + mg_i$. Die kinetische Energie für die neuen Körper SKG_i lautet nun

$$T = \underbrace{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left((m_i + mg_i) \cdot \dot{\vec{r}}_{SP,i}^2 \right)}_{\text{Translationsenergie}} + \underbrace{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} \cdot J_{SP,i} \cdot \dot{\varphi}_i^2 \right)}_{\text{Rotationsenergie}} \quad . \quad (5.14)$$

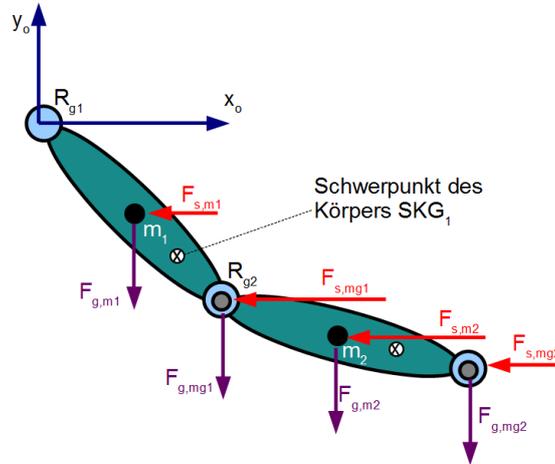


Abbildung 5.3: Körper SKG_i bestehend aus den zylindrischen starren Körpern und zusätzlich angebrachten Gelenksmassen mg_i .

Hierbei beschreibt der Vektor $\vec{r}_{SP,i}$ den Ortsvektor zum gemeinsamen Schwerpunkt des Körpers, sowie $J_{SP,i}$ das Trägheitsmoment im gemeinsamen Schwerpunkt.

Der gemeinsame Schwerpunkt verschiebt sich innerhalb des starren Körpers i von $\frac{l_i}{2}$ auf

$$l_{SP,i} = \frac{m_i \cdot \frac{l_i}{2} + mg_i \cdot l_i}{\underbrace{m_i + mg_i}_{\substack{\text{Gesamtmasse} \\ \text{eines} \\ \text{Teilobjektes}}}} \quad . \quad (5.15)$$

Der Ortsvektor dazu verändert sich zu

$$\begin{bmatrix} \vec{r}_1 \\ \vec{r}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(q_1(t)) \cdot l_{SP,1} \\ -\cos(q_1(t)) \cdot l_{SP,1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sin(q_1(t)) \cdot l_1 + \sin(q_1(t)) \cdot l_{SP,2} \\ -\cos(q_1(t)) \cdot l_1 - \cos(q_1(t)) \cdot l_{SP,2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad . \quad (5.16)$$

Während sich der Translationsanteil in (5.14) recht einfach ermitteln lässt, bedarf es bei der Berechnung des Trägheitsmomentes einiger Überlegung. Um SKG_i nun im gemeinsamen Schwerpunkt rotieren zu lassen, errechnet man sich zuerst das Trägheitsmoment für die Schwerpunktsachse des starren Körpers (Zylinder ohne Punktmasse) aus und verschiebt diese Achse dann zur parallelen Achse durch den gemeinsamen Schwerpunkt. Dafür ist der Satz von Steiner nötig.

Wird eine Drehachse vom Schwerpunkt parallel verschoben, lautet generell das neue Trägheitsmoment dort

$$J_{SP,neu} = J_{SP} + J_{Steiner} \quad . \quad (5.17)$$

$J_{Steiner}$ berücksichtigt hierbei den Abstand von der Schwerpunktsdrehachse zur neuen parallelen Drehachse.

$$J_{Steiner} = m \cdot \left(\underbrace{\Delta l}_{\substack{\text{Abstand} \\ \text{zur} \\ \text{Drehachse}}} \right)^2 \quad (5.18)$$

Angewandt auf den Körper SKG_i lässt sich mit diesem steinerschen Satz das Gesamtträgheitsmoment

$$J_{SP,i} = J_{ZYL,i} + J_{Gelenk,i} \quad (5.19)$$

herleiten.

Dabei ist $J_{ZYL,i}$ das Trägheitsmoment des starren Körpers (Zylinder) durch die Rotationsachse des gemeinsamen Schwerpunktes

$$J_{ZYL,i} = \underbrace{J_{SP-ZYL,i}}_{\substack{\text{Trägheitsmoment} \\ \text{durch Schwerpunkt} \\ \text{des Zylinders}}} + \underbrace{m_i \cdot \left(l_{SP,i} - \frac{l_i}{2} \right)^2}_{\substack{\text{Steineranteil} \\ \text{Zylinder}}} \quad (5.20)$$

und $J_{Gelenk,i}$ das Trägheitsmoment der Punktmasse m_i bzgl. der neuen Rotationsachse.

$$J_{Gelenk,i} = m_i \cdot (l_i - l_{SP,i}) \quad (5.21)$$

Im weiteren Verlauf wird das Modell jedoch ohne diese zusätzlichen Gelenksmassen betrachtet.

Die generalisierten Kräfte Q_j wirken auf die / entlang der generalisierten Koordinaten q_i .

$$Q_j = \left(\sum_{i=1}^N \vec{F}_i^* \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \right) \quad \begin{array}{l} j = 1,2 \quad \text{Anzahl der generalisierten Koordinaten } q \\ N = 2 \quad \text{Anzahl der Massepunkte } m \end{array} \quad (5.22)$$

\vec{F}_i^* erschließt sich aus den Stellkräften $\vec{F}_{M,Gi+,-}$, Gravitationskräften $\vec{F}_{g,mi}$, horizontalen Störkräften $\vec{F}_{s,mi}$ sowie Reibungskräften $\vec{F}_{t,mi}$ und $\vec{F}_{v,mi}$ (mit Parametern $K_{t,i}$, $K_{v,i}$). All diese Kräfte, außer den äußeren Stellkräften (antiparallele Stellkräfte $\vec{F}_{M,Gi+,-} \rightarrow$ Stellmoment), setzen direkt in den Massepunkten m_i (Schwerpunkte der starren Körper) an (\vec{r}_i). $\vec{F}_{M,Gi+,-}$ wirken auf die Gelenke ($\vec{r}_{Gi+,-}$).

Die Stellkräfte

$$\begin{bmatrix} \vec{F}_{M,G1+,-} \\ \vec{F}_{M,G2+,-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \pm F_{m1} \cos(q_1(t)) \\ \pm F_{m1} \sin(q_1(t)) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \pm F_{m2} \cos(q_2(t)) \\ \pm F_{m2} \sin(q_2(t)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

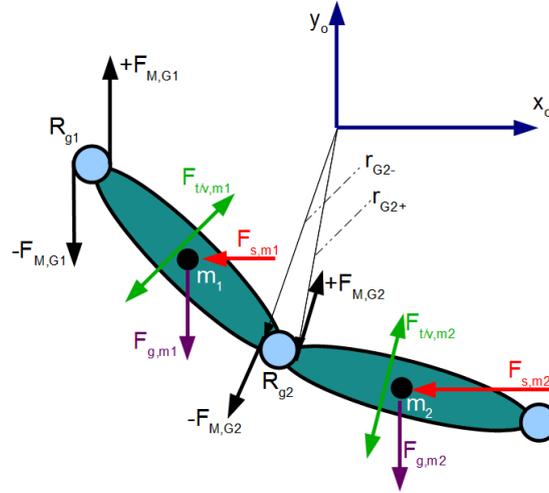


Abbildung 5.4: Serielle kinematische Kette mit angreifenden Kräften an den Massepunkten und Gelenksradien (erzeugen Stellmomente).

greifen jeweils antiparallel an den Punkten

$$\begin{bmatrix} \vec{r}_{G1+,-} \\ \vec{r}_{G2+,-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \pm R_{g1} \sin(q_1(t)) \\ \mp R_{g1} \cos(q_1(t)) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sin(q_1(t)) l_1 \pm R_{g2} \sin(q_2(t)) \\ -\cos(q_1(t)) l_1 \mp R_{g2} \cos(q_2(t)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

an und erzeugen somit Momente um die Gelenksmittelpunkte.

Die trockenen Reibungskräfte

$$\begin{bmatrix} \vec{F}_{t,m1} \\ \vec{F}_{t,m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos(q_1(t)) K_{t1} \operatorname{sgn}(\dot{q}_1(t)) \\ -\sin(q_1(t)) K_{t1} \operatorname{sgn}(\dot{q}_1(t)) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -\cos(q_2(t)) K_{t2} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2(t)) \\ -\sin(q_2(t)) K_{t2} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2(t)) \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (5.25)$$

die viskosen Reibungskräfte

$$\begin{bmatrix} \vec{F}_{v,m1} \\ \vec{F}_{v,m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos(q_1(t)) K_{v1} \dot{q}_1(t) \\ -\sin(q_1(t)) K_{v1} \dot{q}_1(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -\cos(q_2(t)) K_{v2} \dot{q}_2(t) \\ -\sin(q_2(t)) K_{v2} \dot{q}_2(t) \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

die Gravitationskräfte sowie äußere Störkräfte

$$\begin{bmatrix} \vec{F}_{g,m1} \\ \vec{F}_{g,m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -m_1 g \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ -m_2 g \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \vec{F}_{s,m1} \\ \vec{F}_{s,m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{s1} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} F_{s2} \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

wirken, wie erwähnt, direkt auf den jeweiligen Massepunkt (5.5).

Alle vorhandenen Kräfte werden mit den zugehörigen Vektoren in (5.22) eingesetzt und führen bzgl. θ_1 und θ_2 zu der gesamten generalisierten Kraft $Q_{1,2(gesamt)}$ (hier: nur Momente):

$$\begin{aligned} Q_1 = & \frac{1}{2} l_1 (F_{s1} + 2 F_{s2} - 2 \cos(q_2(t)) K_{t2} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2(t)) - 2 \cos(q_2(t)) K_{v2} \dot{q}_2(t)) \cos(q_1(t)) \\ & - \frac{1}{2} (2 \sin(q_2(t)) K_{t2} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2(t)) + 2 \sin(q_2(t)) K_{v2} \dot{q}_2(t) + g(m_1 + 2 m_2)) l_1 \sin(q_1(t)) \\ & - \frac{1}{2} l_1 K_{t1} \operatorname{sgn}(\dot{q}_1(t)) - \frac{1}{2} l_1 K_{v1} \dot{q}_1(t) + \underbrace{2 R_{g1} F_{m1}}_{\text{Stellmoment: } M_{F,q1}}, \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} Q_2 = & \frac{1}{2} \cos(q_2(t)) l_2 F_{s2} - \frac{1}{2} \sin(q_2(t)) l_2 m_2 g - \frac{1}{2} l_2 K_{t2} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2(t)) \\ & - \frac{1}{2} l_2 K_{v2} \dot{q}_2(t) + \underbrace{2 R_{g2} F_{m2}}_{\text{Stellmoment: } M_{F,q2}}. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Um zu den Differentialgleichungen des Systems zu gelangen, setzt man die Terme in den Lagrange-Gleichungsformalismus (4.24) ein:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j \quad j = 2 \quad \text{Anzahl der generalisierten Koordinaten } q. \quad (5.30)$$

Die Lagrangefunktion liefert j gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung, wobei für die Beschreibung der Bewegungen eine minimale Anzahl an Gleichungen verwendet wird.

$$\Phi_L(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad (5.31)$$

Die linke Seite der Gleichung wird nun weiters aufgeteilt. Dazu definiert man die Massenmatrix \mathbf{M} mit

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial(\Phi_L(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}))}{\partial(\ddot{\boldsymbol{\theta}})}. \quad (5.32)$$

Sie enthält nur mehr die Größen $\boldsymbol{\theta}$.

Um Terme, in denen kein $\ddot{\theta}$ vorhanden ist, nicht zu verlieren, führt man den Vektor

$$\mathbf{b}(\theta, \dot{\theta}) = \Phi_L(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) - \mathbf{M}(\theta) \cdot \ddot{\theta} \quad (5.33)$$

ein. Der Rest der linken Seite ist nun dort inkludiert.

Die Stellkräfte $\vec{F}_{M,Gi}$ bzw. Stellmomente $\vec{M}_{F,qj}$ ($= 2 \cdot R_{gi} \cdot F_{mi}$) der rechten Seite der Gleichung (5.31) verschiebt man in den Vektor \mathbf{u}

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} M_F, q_1 \\ M_F, q_2 \end{bmatrix}, \quad (5.34)$$

wodurch ein Restvektor $\bar{\mathbf{Q}}$ der bereits ermittelten generalisierten Kräfte übrig bleibt.

$$\mathbf{Q}(\theta, \dot{\theta}) = -\bar{\mathbf{Q}}(\theta, \dot{\theta}) + \mathbf{u} \quad (5.35)$$

Die gesamte Gleichung in dieser Aufteilung nochmals angeschrieben lautet

$$\mathbf{M}(\theta) \cdot \ddot{\theta} + \mathbf{b}(\theta, \dot{\theta}) + \bar{\mathbf{Q}}(\theta, \dot{\theta}) = \mathbf{u} \quad , \quad (5.36)$$

wobei \mathbf{M} die Massenmatrix darstellt

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} m_1 l_1^2 + J_1 + (l_1)^2 m_2 & \frac{1}{2} l_1 m_2 \cos(q_1(t) - q_2(t)) l_2 \\ \frac{1}{2} l_1 m_2 \cos(q_1(t) - q_2(t)) l_2 & \frac{1}{4} m_2 l_2^2 + J_2 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

und der Vektor \mathbf{b} die verallgemeinerten Kreisel- und Zentrifugalkräfte enthält.

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} m_2 l_1 (\dot{q}_2(t))^2 l_2 \sin(q_1(t) - q_2(t)) \\ -\frac{1}{2} m_2 l_2 (\dot{q}_1(t))^2 l_1 \sin(q_1(t) - q_2(t)) \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Damit ist die Dynamik vollständig beschrieben. Die Gelenke können nun durch die obige Einführung der Stellkräfte $\vec{F}_{M,Gi}$ (5.23) (enthalten im Vektor \mathbf{u}) gezielt gesteuert werden. Für dieses Vorhaben fehlt jedoch noch das Wissen für die Berechnung geeigneter Werte für die Stellgröße, um bestimmte Winkelstellungen zu erreichen. Im Allgemeinen möchte man keine Winkelstellungen vorgeben, sondern kartesische Koordinaten, welche der Endeffektor ansteuern soll. Wie bekommt man diese Winkelgrößen? Folgende Kapitel behandeln diese Problematiken.

5.2 Kinematisches Modell

In diesem Abschnitt wird zuerst die direkte Kinematik an einem Beispiel erläutert. Darauf aufbauend wendet man sich dem inversen kinematischen Problem zu. Im Gegensatz zum vorher erstellten dynamischen System werden dort keine Kräfte berücksichtigt. Lediglich die Geometrie der einzelnen Körper steht im Vordergrund. Eine Beschreibungsmöglichkeit besteht durch die Denavit-Hartenberg Parameter (DH-Parameter).

5.2.1 Direktes kinematisches Modell

Eine kinematische Beschreibung einer zweigliedrigen ($n = 2$) seriellen kinematischen Kette im \mathbb{R}^2 durch die DH-Parameter führt zu einer angenehmen Vereinfachung. Die Parameter Hebelverschiebung d_i ($i = 1, \dots, 2$) und Hebeldrehung α_i können Null gesetzt werden. Damit sind nur mehr eine Rotation um das Drehgelenk durch den Winkel θ_i und eine Translation der Hebellänge a_i nötig, um zu einer homogenen Transformationsmatrix (3.5) zu gelangen.

Mit folgenden Werten

a	α	d	θ
l_1	0°	0	θ_1
l_2	0°	0	θ_2

Tabelle 5.1: Wahl der DH - Parameter

führt Gleichung (3.6) somit zu

$$\mathbf{T}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & l_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & l_i \sin(\theta_i) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.39)$$

Als Ausgangslage (alle $\theta_i = 0$) wird folgende gewählt:

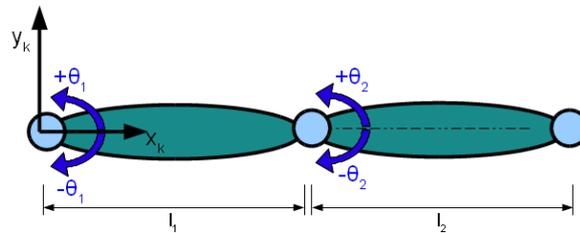


Abbildung 5.5: Ausgangslage des kinematischen Modells einer zweigliedrigen kinematischen Kette.

Hierbei entspricht $\pm\theta_1$ einer Winkelabweichung von der Lage der x-Achse. Alle weiteren $\theta_2 - \theta_n$ beschreiben eine Abweichung der unmittelbar vorhergehenden Gelenksausrichtung. Pro Beschreibung zweier benachbarter Gelenke (von insgesamt n Gelenken) ist nur eine Transformationsmatrix nötig. Für eine Transformation des Basiskoordinatensystems (hier als quasi ortsfest angenommen, da $\vec{r}_k = [0 \ 0]^T$) in das Endeffektorkoordinatensystem einer hier zweigliedrigen seriellen Kette, multipliziert man die berechneten Matrizen $T_{i-1,i}$ und erhält $T_{0,n}$. Diese Gesamtmatrix enthält den Abstand vom Ursprung des Basiskoordinatensystems KS_0 zum Ursprung von KS_2 in x- und y-Richtung, sowie die Orientierung γ des Endeffektors

(hier Verbindung des Ursprungs $KS_1 \rightarrow KS_2$). Anhand dieser Informationen kann man nun bestimmte Positionen (x/y) sowie Ausrichtung γ des Endgliedes vorgeben.

$$T_{0,2} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & px \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & py \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = R \quad (5.40)$$

Daraus extrahiert man entsprechende Gleichungen.

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$$

$$\begin{bmatrix} px \\ py \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos(\theta_1) \\ l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_1) \\ \theta_1 + \theta_2 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Eine bestimmte Drehwinkelvorgabe jedes Gelenkes der Kette führt zu einer eindeutigen Position x,y und Orientierung γ .

5.2.2 Inverses kinematisches Problem

Möchte man der kinematischen Kette eine gewünschte Bewegung aufprägen, sind Gelenkwinkelvorgaben hier ungeeignet. Vielmehr strebt man eine bestimmte Position bzw. Orientierung des Endeffektors und keine bestimmte Winkelgröße an. Eine Umrechnung von kartesischen Koordinaten auf Winkel ist nötig (siehe Kapitel 5.2.2). Folglich muss eine inverse Funktion für dieses Problem gefunden werden - das inverse kinematische Modell.

Solange nicht mehr als drei Gelenke vorhanden sind, findet sich mit analytischen Methoden sehr schnell eine befriedigende Lösung [55]:

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}) \quad . \quad (5.42)$$

Ein Beispiel mit drei Gelenkwinkeln: Das Gleichungssystem (5.41) wird um einen weiteren Winkel und weitere Länge erweitert.

$$\begin{bmatrix} px \\ py \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos(\theta_1) \\ l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_1) \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix} \begin{cases} \text{Gl. I} \\ \text{Gl. II} \\ \text{Gl. III} \end{cases} \quad (5.43)$$

Gleichung III vom Gleichungssystem (5.43) wird in I und II eingesetzt:

$$px - l_3 \underbrace{\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)}_{\gamma} = l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos(\theta_1) \quad (5.44)$$

$$\underbrace{px - l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)}_{:=w1} = l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos(\theta_1) \quad (5.44)$$

$$py - l_3 \underbrace{\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)}_{\gamma} = l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_1) \quad (5.45)$$

$$\underbrace{py - l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)}_{:=w2} = l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_1) \quad (5.45)$$

Für die Gleichungen

$$w_1 = l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos(\theta_1) \quad , \quad (5.46)$$

$$w_2 = l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_1) \quad (5.47)$$

können nach einer kurzen Berechnungsroutine weitere Abkürzungen festgelegt werden:

$$h_1 = l_2 \cos(\theta_2) + l_1 \quad , \quad (5.48)$$

$$h_2 = l_2 \sin(\theta_2) \quad , \quad (5.49)$$

$$h_3 = \frac{(px^2 + py^2 - l_2^2 - l_1^2)}{(2 \cdot l_1 \cdot l_2)} \quad , \quad (5.50)$$

die nun zu den gewünschten Winkeln führen:

$$\theta_2 = \text{atan}_2(\pm\sqrt{1 - h_3^2}, h_3) \quad , \quad (5.51)$$

$$\theta_1 = \text{atan}_2(py \cdot h_1 - px \cdot h_2, px \cdot h_1 + py \cdot h_2) \quad , \quad (5.52)$$

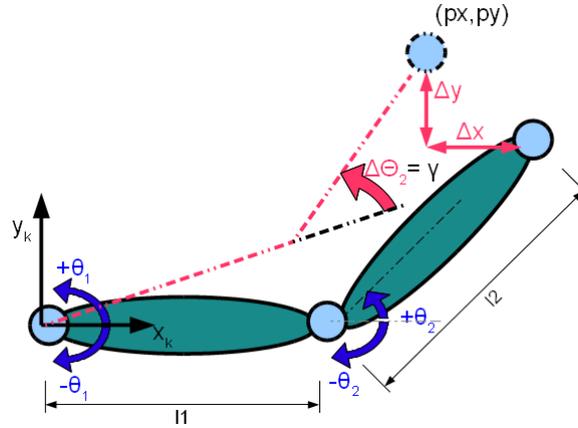
$$\theta_3 = \gamma - \theta_1 - \theta_2 \quad . \quad (5.53)$$

Eine detaillierte Herleitung ist in [55] zu finden.

Bei vier und mehr Gelenken erschwert sich die Berechnung der inversen Lösung erheblich. Ein numerisches Verfahren wird benötigt! Eine effiziente Methode dafür ist der **CLIK** (closed-loop inverse-kinematics) Algorithmus ([54], [47]). Der grundlegende Gedanke dabei ist, den Fehler, welchen Soll- und Ist-Position-, bzw. Soll- und Ist-Orientierung erzeugen, iterativ zu minimieren. Dabei macht man sich folgenden linearen Zusammenhang der Gelenkwinkelgeschwindigkeiten $\dot{\theta}$ und kartesischen Raumkoordinatengeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{x}}$ über die Jacobimatrix zunutze.

Ausgehend vom Gleichungssystem $\mathbf{x} = \mathbf{f}(\theta)$ erhält man durch einmalige Ableitung

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\frac{\mathbf{f}(\theta)}{d\theta}}_{\mathbf{J}_A} \cdot \dot{\theta} \quad (5.54)$$


 Abbildung 5.6: Soll- und Ist-Lage des Endeffektors mit Abweichungsfehler Δ .

Den Ausdruck \mathbf{J}_A nennt man analytische Jacobimatrix. Ist sie regulär, lässt sich $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ folgendermaßen anschreiben:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}_A^{-1} \cdot \dot{\mathbf{x}} \quad . \quad (5.55)$$

Für redundante Systeme (Anzahl Gelenkwinkel θ_i ungleich vorgebbaren Lageparametern x, y, γ) ist \mathbf{J}_A nicht mehr quadratisch und kann in der vorliegenden Form nicht mehr invertiert werden. Dafür verwendet man die Pseudoinverse. Sind weniger Gelenke als Vorgabeparameter vorhanden wählt man die Linksinverse:

$$\mathbf{J}_- = (\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J})^{-1} \cdot \mathbf{J}^T \quad , \quad (5.56)$$

für den interessanteren und häufigeren Fall mit mehr Gelenken die Rechtsinverse:

$$\mathbf{J}_+ = \mathbf{J}^T \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^T)^{-1} \quad . \quad (5.57)$$

Der Ausdruck (5.55) verändert sich zu

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}_+ \cdot \dot{\mathbf{x}} \quad . \quad (5.58)$$

Um singuläre Fälle auszuschließen, sollte man die Zielpositionen, die zu singulären Punkten führen, nicht verwenden (z.B. in 2D: Gelenkette ist waagrecht ausgestreckt (Abb. 5.5)). Leider entstehen schon in einer kleinen Umgebung eines singulären Punktes große Gelenkgeschwindigkeiten. Dafür modifiziert man die Pseudoinverse in Gl. (5.59) ein wenig [8].

$$\mathbf{J}_+ = \mathbf{J}^T \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^T + \lambda^2 \cdot \mathbf{E})^{-1} \quad (5.59)$$

λ^2 wird für diese Arbeit nach einigen Tests auf 0.001 festgelegt. Damit ergibt sich zwar eine minimale Abweichung vom Zielpunkt, ein singulärer Punkt kann jedoch ohne Bedenken durchquert und direkt angesteuert werden. Eine alternative Möglichkeit wäre, die originale Pseudoinverse beizubehalten, bei singulären Stellungen aber die Richtung der aktuellen Gelenkwinkelgeschwindigkeiten stark reduziert fortzusetzen (IF-Abfrage). Dadurch ergeben sich keine Abweichungen der Zielposition, singuläre Lagen lassen sich durchqueren, jedoch nicht direkt ansteuern.

Als iterativer Lösungsalgorithmus für das vorliegende inverse kinematische Problem eignet sich nach [47] Folgender gut:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}_+ \cdot (\mathbf{K} \cdot \mathbf{e} + \dot{\mathbf{x}}_d) \quad . \quad (5.60)$$

Vergleicht man Gleichung (5.58) mit (5.60), erkennt man, dass $\dot{\mathbf{x}}$ mit einem Ausdruck bestehend aus einer Vorgabegeschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}_d$ und einen Fehlerterm $\mathbf{K} \cdot \mathbf{e} = \mathbf{K} \cdot (\mathbf{x}_d - \mathbf{x})$ ersetzt worden ist. \mathbf{K} ist hier eine positiv definite Matrix. Ihre Eigenwerte beeinflussen die Dynamik des Fehlers \mathbf{e} . Die Position \mathbf{x}_d und Positionsgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}_d$ sind die gewünschten Vorgaben des Trajektorienverlaufes.

Setzt man $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ nach diesem Ansatz in die Gl. (5.54) ein, erhält man

$$\begin{aligned} (\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) + K \cdot (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{e} &= \mathbf{0} \quad . \end{aligned} \quad (5.61)$$

Wenn \mathbf{K} positiv definit ist, ergibt dies ein stabiles LZI System mit abklingendem Fehler \mathbf{e} .

In dieser Arbeit werden üblicherweise keine sich stetig ändernden Trajektorienverläufe vorgegeben, sondern fixe Zielpunkte. Diese bleiben meistens über einen längeren Zeitraum gleich. Insofern nähme $\dot{\mathbf{x}}_d$ bei solch un stetigen Wertsprüngen von \mathbf{x} einen unendlich schmalen, unendlich hohen Peak an, um dann gleich darauf wieder auf Null zurückzufallen. Aus diesem Grund wird diese Variable gleich Null gesetzt.

Um Missverständnissen vorzubeugen sei nochmal erwähnt, dass es sich beim rot eingerahmten Bereich des Koppelplans in Abb. 5.7 um ein internes unabhängiges System handelt. Der Vektor \mathbf{x} beschreibt nicht die derzeitige Position des dynamischen Systems, sondern die des kinematischen. Dieser Block erzeugt also nur Winkelgrößen, welche dann in weiterer Folge vom dynamischen System angestrebt werden sollen. Üblicherweise stehen die Zielwinkel deshalb schon vor dem tatsächlichen Erreichen durch das dynamische System fest. Der Integrator enthält eine Sättigung, wodurch die Winkelbeschränkungen exakt eingehalten werden. Durch eine zusätzliche Sättigung der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d$ (im Koppelplan in Abb. 5.7 nicht eingezeichnet), erzeugt man eine größere / kleinere Steigung beim Anstreben der Zielwinkel. Sanftere Steigungsverläufe produzieren bei der Winkelvorgabe üblicherweise auch kleinere Stellgrößen, da das dynamische Modell langsameren Verläufen besser folgen kann und keine allzu großen Fehler \mathbf{e} entstehen.

Der CLIK Algorithmus versucht den Fehler \mathbf{e} ausgehend von einer aktuellen Position \mathbf{x} immer auf dem kürzesten Weg zu minimieren. Somit ist es möglich, dass ein Punkt durch

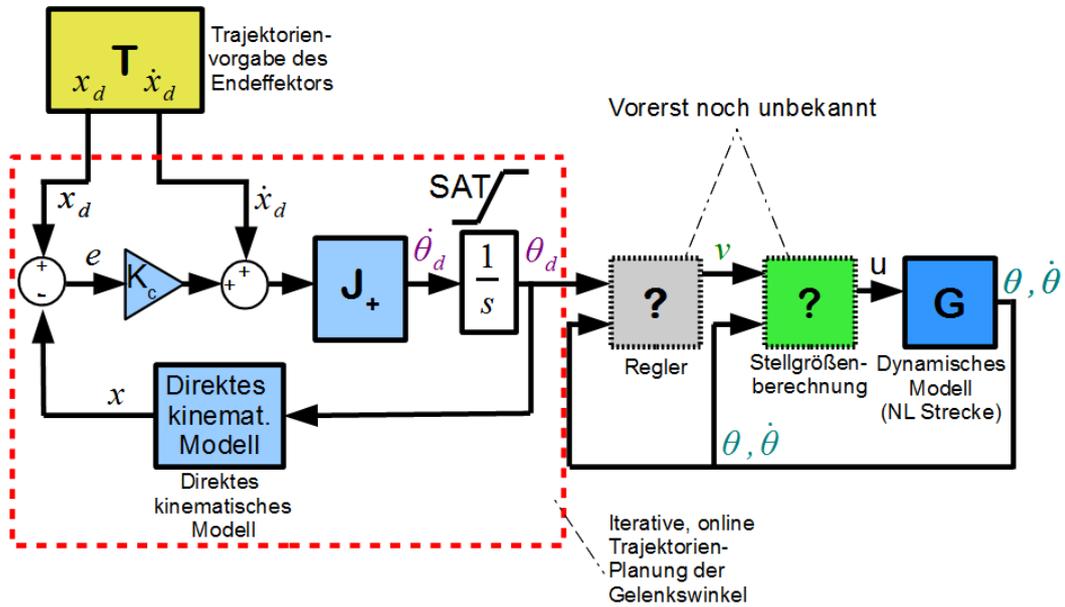


Abbildung 5.7: CLIK Algorithmus zur Erzeugung von Vorgabegelenkwinkel anhand der Vorgabeposition und -lage des Endeffektors.

Beschränkungen in eine Richtung nicht erreicht werden kann, wohl aber auf einem anderen Weg. Eine eingebaute Routine (in Abb. 5.7 ebenfalls nicht enthalten) ändert temporär die Zielvorgabe x_d entsprechend, falls ein Punkt durch andere Gelenksstellungen trotzdem ansteuerbar ist.

Das folgende Kapitel beschreibt, wie das dynamische System anhand dieser Vorgabewinkel optimal gesteuert/geregelt werden kann.

6 Flachheitsbasierte Analyse

Gesucht ist eine für die Aufgabenstellung passende und mit vertretbarem Aufwand praktisch einsetzbare Möglichkeit, ein nichtlineares dynamisches System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (6.1)$$

mit Zustand $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ und mehreren Eingängen $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ gezielt zu beeinflussen. Die Aufgabenstellung kann auf ein Trajektorienfolgeproblem zurückgeführt werden. Für diese Art von Zielstellung eignen sich flache Systeme besonders gut, da für die Dynamik des Trajektoreinfolgefählers ein lineares Verhalten im Zusammenhang mit dem nichtlinearen dynamischen Modell erreicht werden kann. Was bedeutet Flachheit und wie ist ein flaches System definiert?

6.1 Flachheit

Der Begriff Flachheit kommt aus der Mathematik - genauer - aus der kommutativen Algebra¹. In der Differentialalgebra² wurde er von Fliess, Lévine, Martin und Rouchon 1992 erstmals definiert [17]. Die Differentialalgebra selbst wurde 1950 von Ritt ins Leben gerufen [40]. Neben der Differentialgeometrie³ ist sie erst seit kurzem in der Systemtheorie und Regelungstechnik durch Fliess (1986 [16]) vertreten. Rein intuitiv lässt der Begriff Flachheit auf eine gewisse „Simplizität“ einer betrachteten (komplexen) Struktur schließen. Diese Vermutung ist auch weitgehend richtig. Im Bereich der Softwareentwicklung enthalten flache Strukturen beispielsweise nur elementare Datentypen⁴, in der Unternehmensführung besitzen flache Organisationsstrukturen wenig bis keine ranghöheren Ebenen. Rothfuss erklärt diese Thematik in [42] folgendermaßen:

Eine „flache“ Struktur vereinfacht das Verständnis der funktionalen Zusammenhänge und erleichtert die Steuerung eines Systems.

Die Flachheit für nichtlineare Systeme steht im engen Zusammenhang mit der exakten Linearisierung ([25],[48]), welche im nächsten Kapitel genauer erläutert wird.

¹ Teilgebiet der Algebra; Befasst sich mit Lösungsmengen von Gleichungssystemen bei denen das Kommutativgesetz gilt; Begriffe: kommutative Ringe (z.B. Polynomringe) , Ideale, Modul

² Teilgebiet der Algebra; Befasst sich mit Lösungen von Systemen (gewöhnlicher oder partieller) Differentialgleichungen, basierend auf Grundsätze der klassischen Algebra

³ Teilgebiet der Mathematik; Fasst Analysis und Geometrie zusammen

⁴ Datentypen, die nicht aus anderen zusammengesetzt sind (Integer, Char, Boolean,...)

6.2 Exakte Linearisierung

Die Grundidee ist, durch nichtlineare Zustandstransformationen $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{z}$ und nichtlinearer Zustandsrückführungen ein spezielles lineares Ersatzsystem zu erhalten (Integrator-kette). Dabei unterscheidet man zwischen (statischer) **exakter Eingangs-Ausgangslinearisierung** und (statischer) **exakter Eingangs-Zustandslinearisierung** [25]. Das äquivalente lineare System kann dann mit allen möglichen Werkzeugen der linearen Regelungstechnik behandelt werden.

Man geht von einem nichtlinearen System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \\ y &= c(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{6.2}$$

mit dem Zustand $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, einem affinen Eingang $u \in \mathbb{R}$ und Ausgang $y \in \mathbb{R}$ aus (folgende Theorie ist auch auf allgemeine nichtlineare Systeme anwendbar). $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ und $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ sind glatte Vektorfelder, $c(\mathbf{x})$ eine glatte Funktion.

Nun leitet man den Ausgang von System (6.2) so lange ab, bis der Eingang u explizit auftaucht. Die erste Ableitung lautet:

$$\dot{y} = \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x})}_{L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x})} + \underbrace{\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x})}_{L_{\mathbf{g}} c(\mathbf{x}) \neq 0 \text{ od. } = 0} u \quad .\tag{6.3}$$

Dabei entsprechen die Ausdrücke $\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x})$ und $\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x})$ der **Lie Ableitung** (siehe [49]) der glatten Funktion $c(\mathbf{x})$ entlang dem glatten Vektorfeld $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ bzw. $\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

$$\dot{y} = L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{g}} c(\mathbf{x})u\tag{6.4}$$

Weitere Ableitungen können demnach folgenderweise ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned}
 y &= c(\mathbf{x}) \\
 \dot{y} &= L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x}) + \underbrace{L_{\mathbf{g}} c(\mathbf{x})}_{=0} u \\
 \ddot{y} &= \frac{L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) u = L_{\mathbf{f}}(L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x})) + L_{\mathbf{g}}(L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x})) u \\
 &= L_{\mathbf{f}}^2 c(\mathbf{x}) + \underbrace{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}} c(\mathbf{x})}_{=0} u \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 y^{(r-1)} &= L_{\mathbf{f}}^{r-1} c(\mathbf{x}) + \underbrace{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{r-2} c(\mathbf{x})}_{=0} u \\
 y^{(r)} &= L_{\mathbf{f}}^r c(\mathbf{x}) + \underbrace{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{r-1} c(\mathbf{x})}_{\neq 0} u
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Für Systeme der Art (6.2) nennt man den Wert r_i den **relativen Grad**. Für Mehrgrößensysteme (mit $\mathbf{u} \in R^m$) gilt: Der **Differenzegrad** d_i , $i = 1, \dots, m$ ist die d_i -te Ableitung der i -ten Ausgangsgröße y_i , bis irgendein u_i explizit auftritt ([46], [56]). Erst wenn zusätzlich noch die Entkoppelungsmatrix

$$\mathbf{D}(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1^{(d_1)}}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial y_1^{(d_1)}}{\partial u_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m^{(d_m)}}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial y_m^{(d_m)}}{\partial u_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{g}_1} L_{\mathbf{f}}^{d_1-1} c_1(x) & \dots & L_{\mathbf{g}_m} L_{\mathbf{f}}^{d_1-1} c_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{\mathbf{g}_1} L_{\mathbf{f}}^{d_p-1} c_p(x) & \dots & L_{\mathbf{g}_m} L_{\mathbf{f}}^{d_p-1} c_p(x) \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

regulär ist, kann von einem relativen Grad r_i gesprochen werden [25]. Alle vorangehenden Ausdrücke $L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^k c(\mathbf{x})$, $k = 1, \dots, r_i - 2$ müssen Null sein.

Zurück zu System (6.2)! Durch Umformen der letzten Zeile erhält man:

$$u = \frac{1}{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{r-1} c(\mathbf{x})} (-L_{\mathbf{f}}^r c(\mathbf{x}) + y^{(r)}) \quad . \tag{6.7}$$

Für $y^{(r)}$ kann ein neuer Eingang v definiert werden. Mit dieser Wahl lässt sich nun das gesamte nichtlineare System samt Kompensation durch eine Integratorkette gleichsetzen (siehe Abb. 6.1). Der Wert r beschreibt offensichtlich den Polüberschuss der Übertragungsfunktion des linearisierten Systems $v \rightarrow y$.

Ist $r < n$, so kann nicht das gesamte nichtlineare System als Integratorkette mit neuen Zuständen \mathbf{z} ausgedrückt werden - es verbleibt eine **interne Dynamik** - das System Sys_2 in

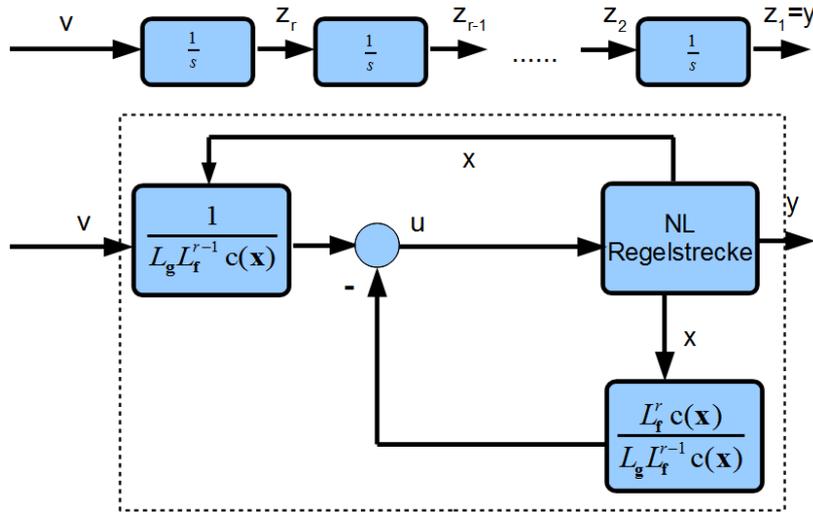


Abbildung 6.1: Exakte Eingangs-, Ausgangslinearisierung eines nichtlinearen dynamischen Systems.

Gl. (6.10). Ein System der Form (6.5) mit einer hier zusätzlichen internen Dynamik ist in die Byrnes-Isidori Normalform transformierbar:

$$\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_r \\ z_{r+1} \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\mathbf{x}) \\ L_f c(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r-1} c(\mathbf{x}) \\ \phi_{r+1}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \phi_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (6.8)$$

Man möchte $\phi(\mathbf{x})$ in Gl. (6.10) nun so wählen, dass $\boldsymbol{\eta}$ unabhängig von u ist (zur späteren Überprüfung der Stabilität). Im obigen Fall ($r < n$) lassen sich immer $\phi_k(\mathbf{x})$, $k = r+1, \dots, n$ übrige Funktionen finden, bei welchen $L_g \phi_k(\mathbf{x}) = 0$ gilt [33]. Die Funktion $\phi(\mathbf{x})$ muss umkehrbar (bijektiv) ($\mathbf{x} = \phi^{-1}(\mathbf{z})$) und beliebig oft differenzierbar sein. Funktionen mit diesen Eigenschaften nennt man **Diffeomorphismus**.

$$Sys_1 = \begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_r = L_{\mathbf{f}}^r c(\phi^{-1}(\mathbf{z})) + L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{r-1} c(\phi^{-1}(\mathbf{z})) u = b(\mathbf{z}) + a(\mathbf{z}) u \end{cases} \quad (6.9)$$

$$Sys_2 = \begin{cases} \dot{z}_{r+1} = L_{\mathbf{f}}^r \phi_{r+1}(\phi^{-1}(\mathbf{z})) + \underbrace{L_{\mathbf{g}} \phi_{r+1}(\phi^{-1}(\mathbf{z}))}_{=0} u = w_{r+1}(\mathbf{z}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{z}_n = L_{\mathbf{f}}^r \phi_n(\phi^{-1}(\mathbf{z})) + \underbrace{L_{\mathbf{g}} \phi_n(\phi^{-1}(\mathbf{z}))}_{=0} u = w_n(\mathbf{z}) \end{cases} \quad (6.10)$$

$$y = z_1 \quad (6.11)$$

Das System Sys_2 ist über den Ausgang y nicht beobachtbar und muss deshalb unter einer gewissen Beschaltung u stabil sein. Der Stabilitätsnachweis kann aufwendig sein. Dafür wird ein Hilfskonzept - die **Nulldynamik** - herangezogen. Zu diesem Zweck wird ein autonomes System der internen Dynamik Sys_2 , mit den Eingängen ξ und u , gefordert:

$$\dot{\eta} = f(\xi, u, \eta) \rightarrow f(\mathbf{0}, \eta) \quad (6.12)$$

Dazu setzt man den Ausgang $y (=z_1)$ und seine Ableitungen \dot{y} bis $y^{(r)}$ ($=z_r$) Null (d.h. alle Zustände $\xi_i = 0$) und bekommt aus Gleichung (6.7) damit ein neues u_0 . Diese Stellgröße auf das System geschaltet, ergibt die sogenannte Ausgangsnulldynamik (Ausgang $y = 0$). Ist die betrachtete Nulldynamik (6.12) asymptotisch stabil (asymptotisch (exponentiell) phasenminimal), so ist auch die interne Dynamik asymptotisch stabil.

Die Überführung von einem nichtlinearen System in ein lineares System, durch eine Zustandsrückführung und -transformation nennt man Äquivalenzrelation [18].

Ist der relative Grad $r < n$ so spricht man von der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung, bei $r = n$ von der exakten Zustandslinearisierung (keine Nulldynamik). Im letzteren Fall sind alle Zustände beobachtbar und können in die Brunovsky Normalform gebracht werden:

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (6.13)$$

\mathbf{z} wird in diesem Zusammenhang in der Literatur auch als Brunovsky Zustand bezeichnet.

6.3 Eigenschaften der Flachheit für nichtlineare Systeme

Flachheit charakterisiert ein gesamtes (nicht)lineares System inklusive all seiner Eigenschaften und ist nicht von speziellen Zuständen im System abhängig. Man spricht deshalb von einer **Systemeigenschaft**.

Dabei wird nicht der Systemdynamik eine flache bzw. einfache Verhaltensweise zugesprochen, die Eigenschaft bezieht sich viel mehr auf einen **bestimmt gewählten Systemausgang y** , durch dessen Hilfe die **Steuerung und Regelung** des Systems i.A. immens **vereinfacht** wird. Dieser Systemausgang y entspricht transformierten Koordinaten, welche mit den Zuständen x und Eingängen u eines nichtlinearen Systems in nichtlinearem Zusammenhang stehen. Diese „flachen“ Koordinaten beschreiben das flache System in linearen Räumen, wie es bei linearen Systemen der Fall ist [42].

Wie im Folgenden gezeigt wird, ist die (differentielle) Flachheit eng mit der **Steuerbarkeit** verknüpft. Für *lineare* Systeme existieren notwendige⁵ und hinreichende⁶ Beweise für die Steuerbarkeit oder Beobachtbarkeit [2] und sind in der Literatur auch ausführlich dokumentiert.

Für nichtlineare Systeme ist der Nachweis hierfür i.A. bedeutend schwieriger zu erbringen und erfordert meist die Verwendung höherer Mathematik, als sie für lineare Systeme von Nöten wäre. Ob ein System flach ist, muss, wie andere Systemeigenschaften auch, vorerst bewiesen werden. Dafür gibt es zum Stand der Masterarbeit noch kein allgemein gültiges Konzept. Trotzdem ist es meist einfacher einen flachen Ausgang zu finden, als die Steuerbarkeit eines nichtlinearen System nachzuweisen.

Laut Wey (1997) treffen zum aktuellen Stand der Herausgabe des Dokumentes [56] folgende Eigenschaften im Zusammenhang flacher Systeme mit Sicherheit zu (Ergebnisse aus Fliess 1995 [18]):

1. Systeme, welche mittels statischer oder dynamischer Zustandsrückführung (und ggf. einer Zustandstransformation) exakt linearisiert werden können, sind immer flach,
2. Systeme ohne endliche Nulldynamik, für die der relative Grad r der Systemdimension n entspricht, sind flach,
3. jedes flache System kann mit einer dynamischen Zustandsrückführung linearisiert werden,
4. jedes flache System ist steuer-/erreichbar (für lineare Systeme gilt auch der Umkehrschluß).

Weiters ergeben Eigenschaft 1 und 3 den Schluss flach \leftrightarrow exakt linearisierbar. Ein nichtlineares System, für welches Flachheit nachgewiesen werden kann, bietet also ebenfalls eine

⁵ notwendige Bedingung: zwingend erfüllte Bedingung damit eine Aussage wahr ist

⁶ hinreichende Bedingung: austauschbare Bedingung damit eine Aussage wahr ist

hinreichende Bedingung für die Steuerbarkeit. Somit lässt sich die Kalman'schen Steuerbarkeit [30] von lineare auf nichtlineare Systeme auf elegante Art erweitern. Viele nichtlineare Systeme besitzen flachen Charakter - ein wesentlicher Vorteil beim Entwurf asymptotischer Folgeregelungen oder inverser Dynamiken.

6.4 Definition Flachheit für nichtlineare Systeme

Wie im vorigen Abschnitt erwähnt, zeigt sich die besondere Eigenschaft flacher Systeme in der Beschreibung der Systemvariablen (Zustände und Eingänge) durch einen fiktiven Ausgang \mathbf{y} , ohne eine Integration durchführen zu müssen [56]. Folgende Definition wurde von Rothfuß (1997) aus [41] übernommen und enthält eine gekürzte, vereinfachte Fassung von der ursprünglichen Definition durch Fliess in [17].

Definition 1 Gegeben ist ein nichtlineares System der Ordnung n

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \quad \text{Rang}\left(\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}\right) = m \quad . \quad (6.14)$$

Dieses System nennt man ein (differentiell⁷) flaches System, wenn man m unabhängige, fiktive Ausgangsgrößen y_i , $i=1, \dots, m$ finden kann, damit folgende Punkte gewährleistet sind:

- (i) Die flachen Ausgänge y_i , $i=1, \dots, m$ lassen sich als Funktion von den Systemzuständen x_i , $i=1, \dots, n$ und Systemeingängen u_i , sowie dessen Ableitungen $u_i^{(k)}$, $i=1, \dots, m$, $k=1, \dots, \alpha_i$ darstellen.

$$\mathbf{y} = \phi_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(k)}) \quad (6.15)$$

- (ii) Die Systemzustände x_i , $i=1, \dots, n$ und Systemeingänge u_i , $i=1, \dots, m$ können als Funktion von in (i) erstellten fiktiven Ausgängen y_i und dessen Ableitungen $y_i^{(k)}$, $i=1, \dots, \beta$ dargestellt werden.

$$\mathbf{x} = \phi_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(k)}) \quad (6.16)$$

$$\mathbf{u} = \phi_{\mathbf{u}}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(k+1)}) \quad (6.17)$$

Wenn man das nichtlineare System (6.14) und die Beschreibung der Zustände \mathbf{x} (6.16) betrachtet, sieht man, weshalb \mathbf{u} von einer weiteren Ableitung von $y_i^{(k)}$ (also $y_i^{(k+1)}$) abhängig ist - für \mathbf{u} ist eine weitere Ableitung des Zustandsvektors \mathbf{x} nötig!

- (iii) Die Komponenten der fiktiven Ausgänge y_i sind differentiell unabhängig. Das bedeutet, es existieren keine homogenen Differentialgleichungen der Form

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(k)}) = \mathbf{0} \quad . \quad (6.18)$$

⁷ mit \mathbf{y} und dessen **Ableitungen** $\mathbf{y}^{(k)}$ lassen sich Systemvariablen \mathbf{x} und dessen Ableitungen \mathbf{x}^k darstellen

Wenn alle diese Forderungen zutreffen, dann bekommt der fiktive Ausgang den Namen „**Flacher Ausgang**“. Ist Bedingung (ii) erfüllt, kann Bedingung (iii) auch durch

$$\dim(\mathbf{y}) = \dim(\mathbf{u}) = p \quad (6.19)$$

ersetzt werden. Wenn beide Komponenten die gleiche Dimension besitzen, sind die Elemente des fiktiven Ausganges differentiell unabhängig. Weiters sei noch erwähnt, dass die Wahl des flachen Ausganges nicht eindeutig ist. Sie ist davon abhängig, welche Systemgrößen man regeln möchte. Meisten beschreiben sie einfache physikalische Zusammenhänge eines Systems und können insofern oft leicht ermittelt werden. Diese Idee wird am Beispiel einer zweigliedrigen kinematischen Kette veranschaulicht.

6.5 Überprüfung einer zweigliedrigen kinetischen Kette auf Flachheit

Gegeben ist erneut das dynamische Modell in Abb. 5.1 mit unabhängigen Eingangsgrößen \mathbf{u} (Gl. (5.36)):

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \bar{\mathbf{Q}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{u} \quad . \quad (6.20)$$

Die Matrix \mathbf{M} stellt die Massenmatrix dar. Der Vektor \mathbf{b} beinhaltet die verallgemeinerten Kreisel- und Zentrifugalkräfte, der Vektor \mathbf{u} die zugehörigen Stellmomente der Gelenke und der Vektor $\bar{\mathbf{Q}}$ den Rest der verallgemeinerten Momente. Als flachen Ausgänge werden die Gelenkwinkel θ_1 und θ_2 gewählt. Die Wahl des flachen Ausganges ist nicht eindeutig und kann theoretisch auch durch andere Systemzustände (und Kombinationen davon) ausgedrückt werden. Alle flachen Ausgänge und deren Ableitungen lassen sich durch die Zustände und Eingänge des Modells beschreiben. Für die gewünschte Darstellung von $\dot{\mathbf{y}} = \dot{\boldsymbol{\theta}}$ ist es nötig das System mit der Inversen der Massenmatrix \mathbf{M} zu multiplizieren.

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \underbrace{\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^{-1} \cdot (-\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) - \bar{\mathbf{Q}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{u})}_{:=\phi_{\text{dyn}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{U})} \quad (6.21)$$

Die einzelnen $\ddot{\theta}_i$ können nun auch Stellmomente von anderen Gelenken enthalten (Matrix \mathbf{U}). Der flache Ausgang \mathbf{y} und seine Ableitungen lauten:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \ddot{\mathbf{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \phi_{\text{dyn}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{U}) \end{bmatrix} \quad . \quad (6.22)$$

Mit Gl. (6.22) ist die Forderung (i) erfüllt.

Die Zustände und Eingänge lassen sich ebenfalls mit Hilfe der flachen Ausgänge beschreiben (ii):

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \end{bmatrix} . \quad (6.23)$$

Aus der Struktur (6.20) können die Eingänge \mathbf{u} direkt berechnet werden:

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \bar{\mathbf{Q}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) . \quad (6.24)$$

Die Gleichung (6.24) entspricht dem inversen dynamischen System, Gleichung (6.21) dem dynamischen. Es existieren exakt so viele flache Ausgänge $\theta_i = y_i$ wie Eingänge u_i (Stellmomente) (iii). Der relative Grad r entspricht der Systemordnung n weshalb ebenfalls sofort auf die Eigenschaft Flachheit geschlossen werden kann (siehe Kapitel 6).

Mit dieser Betrachtung hat man durch die Bedingung (ii) mit Gl. (6.24) ein inverses dynamisches Modell zu (6.21) erschaffen. Die Vorgabe von \mathbf{y} ($=\boldsymbol{\theta}_d$), $\dot{\mathbf{y}}$ ($=\dot{\boldsymbol{\theta}}_d$) und $\ddot{\mathbf{y}}$ ($=\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d$) erzeugt für jedes Gelenk genau ein Stellmoment, wodurch all diese Größen im dynamischen System (6.21) exakt angestrebt werden.

Solange $\dot{\mathbf{y}} \neq \mathbf{0}$ und $\ddot{\mathbf{y}} \neq \mathbf{0}$ gilt, wird die Stellgröße \mathbf{u} so erzeugt, dass sich die Zustände nach den zuvor berechneten Vorgaben bewegen können. Der Fall $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$, $\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$, $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ ist für das Halten einer Position und das Eliminieren der dort angreifenden Kräfte, wie z.B. der Gravitationskraft, verantwortlich. Unterschiedliche Zustände benötigen i.A. unterschiedliche Stellgrößenvorgaben. Befindet sich der Anfangszustand $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{0})$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{0})$, $\ddot{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{0})$ nicht in dem Anfangszustand der Vorgabetrajektorie $\mathbf{y}(\mathbf{0})$, $\dot{\mathbf{y}}(\mathbf{0})$, $\ddot{\mathbf{y}}(\mathbf{0})$, resultiert dies in einer unerwünschten Bewegung.

Zur Veranschaulichung setzt man die Stellgröße \mathbf{u} (6.24) mit den Vorgabewerten \mathbf{y} , $\dot{\mathbf{y}}$, $\ddot{\mathbf{y}}$ in das dynamische Modell (6.21) ein.

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^{-1} \cdot (-\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) - \bar{\mathbf{Q}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{M}(\mathbf{y}) \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{b}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) + \bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}})) \quad (6.25)$$

Entsprechen die gerade aktuellen Zustände $\boldsymbol{\theta}$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$, $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ den vorgegeben \mathbf{y} , $\dot{\mathbf{y}}$, $\ddot{\mathbf{y}}$ vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \ddot{\mathbf{y}} \quad (6.26)$$

und man erhält daraus $\boldsymbol{\theta}$ durch zweimalige Integration.

Im anderen Fall hat man es mit Ist-Soll-Zustandsdifferenzen zu tun. Diese treten neben falschen Berechnungen auch im Falle von nicht miteinkalkulierten Störungen, Modellfehlern oder Stellgrößenbeschränkungen auf.

Mit dieser Kenntnis ersetzt man nun den Block „Stellgrößenberechnung“ in Abb. 5.7 mit dem inversen dynamischen Modell.

Das gesamte Blockschaltbild kann in Abb. 6.3 eingesehen werden.

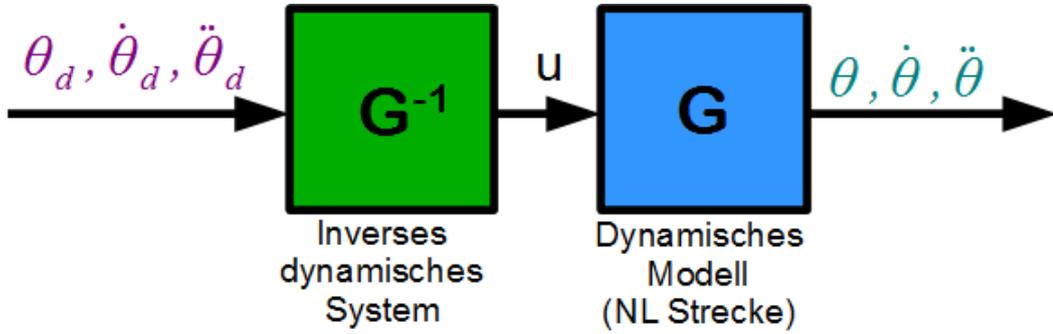


Abbildung 6.2: Blockschaltbild von inversem dyn. System und dyn. System. Durch Vorgabe von θ_d wird eine Stellgröße u erzeugt, die zu dem Ist-Zustand θ führt.

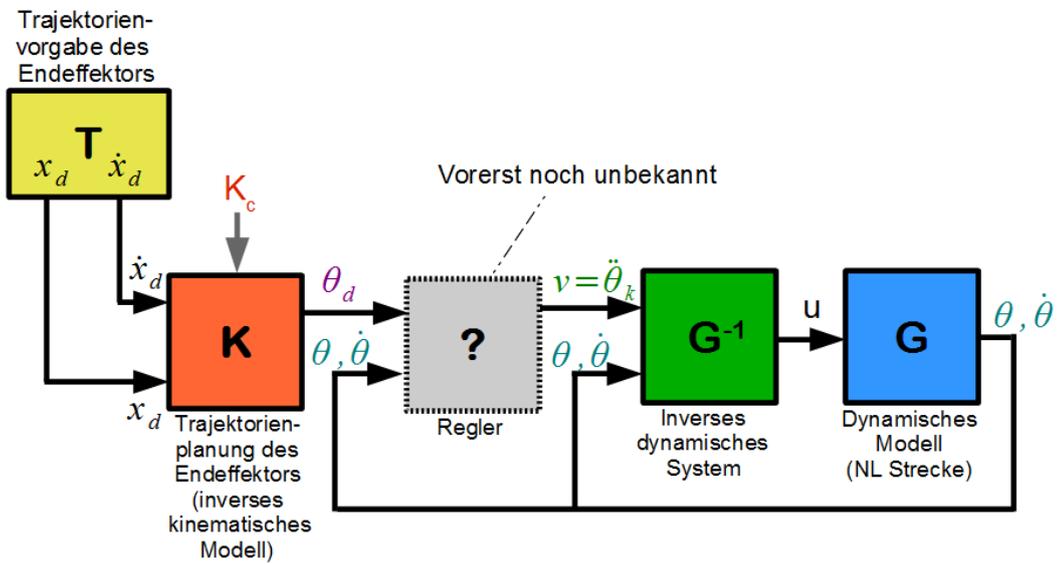


Abbildung 6.3: Erweitertes Blockschaltbild von 5.7 mit eingebautem inversen Modell, das nun die Stellgrößen für das nichtlineare dynamische Modell liefert.

7 Flachheitsbasierte Steuerung und Regelung

Angenommen, das System aus Gl. (6.2) hat den relativen Grad $r = n$. Die Aufgabe besteht nun darin, dessen definierte Regelgrößen \mathbf{w} einer gewählten, hinreichend oft differenzierbaren Solltrajektorie \mathbf{w}_d nachzuführen. Dabei kann \mathbf{w} in einem nichtlinearen Zusammenhang mit den Zustandsgrößen \mathbf{x} des Systems stehen - $\mathbf{w} = \phi_{\mathbf{w}\mathbf{x}}(\mathbf{x})$. Bezüglich des flachen Ausgangs \mathbf{y} besteht weiters eine Beziehung $\mathbf{y} = \phi_{\mathbf{y}\mathbf{w}}(\mathbf{w})$. I. A. entsprechen die Vorgabegrößen \mathbf{w}_d den Sollwerten des flachen Ausgangs \mathbf{y}_d , wie im vorigen Abschnitt in Abb. 6.2 zu sehen war.

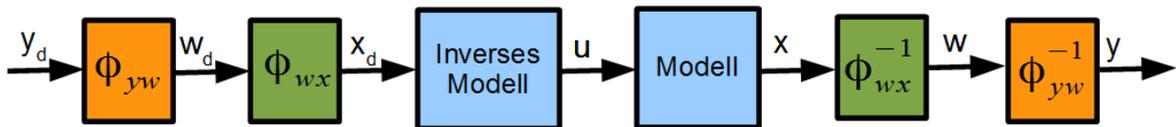


Abbildung 7.1: Flachheitsbasierte Steuerung durch Vorgabe von Sollwerten \mathbf{y}_d des flachen Ausgangs \mathbf{y} .

Einen entsprechenden Trajektorienverlauf für den Fall $w_d = y_d$ zeigt Abb. 7.2.

Gibt es keine Störungen und ist das mathematische Modell hinreichend genau beschrieben, reicht es, einen Soll-Trajektorienverlauf vorzugeben (Exakte Feedforwardlinearisierung). Dafür kann die Formel (6.17) verwendet werden, wobei die flachen Ausgänge \mathbf{y} durch Vorgabewerte \mathbf{y}_d ersetzt werden.

$$\mathbf{u}_d = (\mathbf{y}_d, \dot{\mathbf{y}}_d, \ddot{\mathbf{y}}_d, \dots) \quad (7.1)$$

Wie im vorigen Kapitel erwähnt, muss die Solltrajektorie \mathbf{y}_d auch zusätzlich noch konsistent mit den Anfangswerten des Systems (6.16) sein:

$$\mathbf{x}(0) \stackrel{!}{=} \mathbf{f}(\mathbf{y}_d(0), \dot{\mathbf{y}}_d(0), \ddot{\mathbf{y}}_d(0), \dots) \quad , \quad (7.2)$$

sonst differieren $\mathbf{y}(t)$ und $\mathbf{y}_d(t)$ um $|\mathbf{y}(0) - \mathbf{y}_d(0)|$. Im anderen Fall muss die Steuerung durch eine Regelung ersetzt werden. Die flachheitsbasierte Regelung des Trajektorienfolgefehlers kann z.B. auf einer **linearisierenden Zustandsrückführung** basieren.

Für diesen Schritt werden nun in der Funktion (7.1) Komponenten des flachen Ausgangs durch neue Zustände \mathbf{z} und neuen Eingänge \mathbf{v} ersetzt. Alle neuen Variablen enthalten rückgekoppelte Systemgrößen (\mathbf{x}, \mathbf{u}) . Je nach verwendeter Zustandsrückführung sind andere Zustandstransformationen \mathbf{z} und andere neu gewählte Eingänge \mathbf{v} nötig.

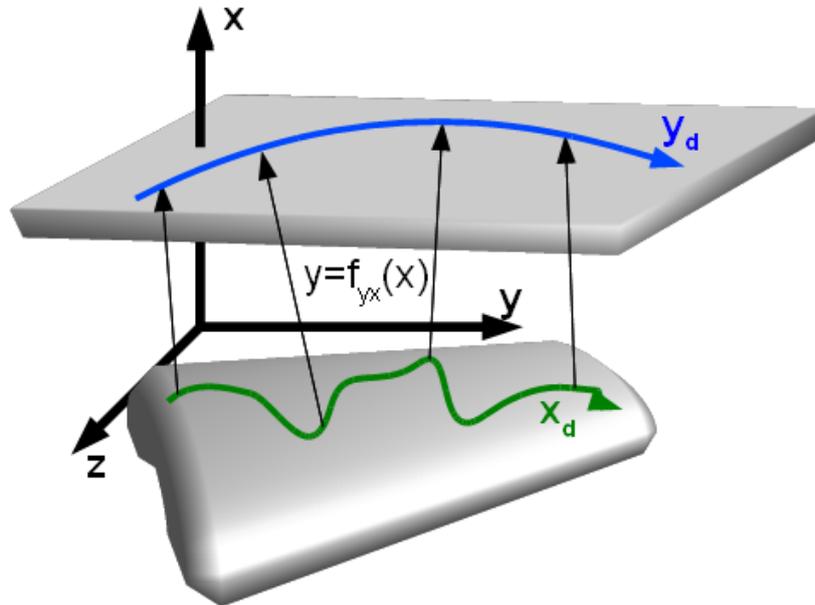


Abbildung 7.2: Schematische Darstellung: Vorgabe einer Trajektorie in flachen Koordinaten y_d (entsprechen den Regelgrößen w_d) und der tatsächliche (hier) nichtlineare Verlauf der Systemzustände x_d .

Eine **dynamische Rückführung** transformiert das nichtlineare System üblicherweise in eine Integratorkette, wie es auch bei der (statischen) exakten Zustandslinearisierung der Fall ist. Bei der Anwendung einer flachheitsbasierten dynamischen Rückführung auf ein flaches System ist die Rückführung keine Funktion der Zustandsgrößen \mathbf{x} , sondern des fiktiven, flachen Ausgangs \mathbf{y} und dessen Ableitungen $\mathbf{y}^{(k)}$. Natürlich kann der flache Ausgang genau den Zustandsgrößen entsprechen, muss aber nicht der Fall sein. Zu den dynamischen Rückführungen zählen auch endogene und quasi-statische Rückführungen. Bei diesen beiden Methoden kommt es zu einer gezielten Erweiterung der Anzahl der Integratoren zwischen Eingang und Ausgang (Erweiterung $n+n'$, wobei $n' = \text{Grad der Erweiterung}$). Damit können dann charakteristische Größen wie Nulldynamik oder relativer Grad r verändert werden.

Die erwähnte **endogene Zustandsrückführung** verwendet nur Zustandsvariablen \mathbf{y} , welche allein durch Differentiation oder mittels algebraischer Umformung von Eingangs- und Zustandsgrößen (\mathbf{x} , \mathbf{u}) berechnet werden können. Sie stehen weiters in engem Zusammenhang mit der Eigenschaft Flachheit und differentieller Äquivalenz (Definition in [19]; entspricht der Erweiterung der dynamischen Äquivalenz: [45]).

Unter speziellen Umständen (spezielle Form der Systeme) sind auch **statische** und quasi-statische Rückführungen gebräuchlich. Beide zuletzt genannten Möglichkeiten verändern die Dimension der ursprünglichen Zustände \mathbf{x} durch die Zustandstransformation nicht. Die **quasi-statische Rückführung** enthält im Gegensatz zur statischen mehrere Ableitungen des neuen Einganges \mathbf{v} . Dabei werden alle „höheren“ Ableitungen ($\mathbf{y}^{(k)}$, $k > n$) des flachen

Typ der Äquivalenz	Zustandsrückführung	Zustandstransformation
dynamisch	$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, \mathbf{v})$ $\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, \mathbf{v})$	$\mathbf{z} = \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ $\dim(\mathbf{z}) = \dim(\boldsymbol{\xi}) + \dim(\mathbf{x})$
endogen	$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(z, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, \ddot{\mathbf{v}}, \dots, \mathbf{v}^{(\delta)})$ $\mathbf{v} = \tilde{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(\delta)})$	$\mathbf{x} = \boldsymbol{\alpha}(z, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, \ddot{\mathbf{v}}, \dots, \mathbf{v}^{(\gamma)})$ $\mathbf{z} = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(\gamma)})$ $\dim(\mathbf{z}) \geq \dim(\mathbf{x})$
quasi-statisch	$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(z, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, \ddot{\mathbf{v}}, \dots, \mathbf{v}^{(\delta)})$ $\mathbf{v} = \tilde{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(\delta)})$	$\mathbf{x} = \boldsymbol{\alpha}(z)$ $\mathbf{z} = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x})$ $\dim(\mathbf{x}) = \dim(\mathbf{z})$
statisch	$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ $\mathbf{v} = \tilde{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{z}, \mathbf{u})$	$\mathbf{x} = \boldsymbol{\phi}(\mathbf{z})$ $\mathbf{z} = \tilde{\boldsymbol{\phi}}(\mathbf{x})$ $\dim(\mathbf{x}) = \dim(\mathbf{z})$

(7.3)

Tabelle 7.1: Übersicht über verschiedene Arten von Zustandsrückführungen und Zustandstransformationen zur exakten Linearisierung (Tabelle entnommen aus [41]).

Ausgangs als neue Eingänge ($\dot{\mathbf{v}}, \ddot{\mathbf{v}}, \dots$) genutzt. Damit bleibt $\dim(\mathbf{z}) = \dim(\mathbf{x})!$

Für diese Arbeit ist nur eine statische Rückführung nötig. Lässt sich ein System in eine lineare, oder nichtlineare Regelungsnormform (siehe [41]) überführen, ist es strukturell flach. Dann kann eine statische Zustandsrückführung angewandt werden.

7.1 Flachheitsbasierte Regelung einer zweigliedrigen Kette

Basierend auf dem vorigen Abschnitt soll das Trajektorienfolgeproblem für eine zweigliedrige kinematische Kette mit den Zuständen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_1 &= [\boldsymbol{\theta}_1 \quad \boldsymbol{\theta}_2]^T \\
 \mathbf{x}_2 &= [\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}_2]^T
 \end{aligned}
 \tag{7.4}$$

gelöst werden. Durch einen Vorgabe-Sollwinkel $\boldsymbol{\theta}_d$ soll das nichtlinear dynamische System über den Eingang - dem Stellmoment

$$\mathbf{u} = [M_1 \quad M_2]^T
 \tag{7.5}$$

an den Gelenken - zu dem Ist-Winkel $\boldsymbol{\theta}$ gelangen. Dabei sind auch $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d$ und $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d$ zu berücksichtigen. Für diesen Schritt führt man neue Zustände \mathbf{z} und einen neuen Eingang \mathbf{v} ein. Als neue Zustände \mathbf{z} dienen alle nötigen $\mathbf{y}^{(k)}$, $i = 0, 1$ mit

$$\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1 \quad \mathbf{z}_2]^T = [\mathbf{y} \quad \dot{\mathbf{y}}]^T = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2]^T = [\boldsymbol{\theta} \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}]^T .
 \tag{7.6}$$

Wie aus Abschnitt 6.5 ersichtlich, entspricht die Anzahl der Zustände \mathbf{x} der Anzahl der neuen Zustände \mathbf{z} . Als neuer Eingang \mathbf{v} wird die höchste Ableitung $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ verwendet [41]. Durch diese Transformation wird das nichtlineare Modell in zwei (Anzahl der Eingänge u_i , $i=1,2$) Integratorketten der Länge κ_i , $i=1, \dots, 2$ zerlegt. Die Summe der Länge der Integratorketten lautet

$$\sum_1^{m=2} \kappa_i = (2 + 2) = 4 = n_{\text{gesamt}} \quad (7.7)$$

Wäre die Summe in Gl. (7.7) $\neq n$, dann würde eine quasi-statische oder dynamische Rückführung Abhilfe schaffen. Anhand obiger Überlegungen wird eine statische Zustandsrückführung \mathbf{u} mit

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \quad (7.8)$$

gewählt.

Die höchste Ableitung des Zustandes $\mathbf{x} = \dot{\boldsymbol{\theta}}$ im ursprünglichen \mathbf{u} (7.1) ersetzt man mit \mathbf{v} .

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}) \\ \mathbf{u} &= \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (7.9)$$

Im vorliegenden Fall lautet \mathbf{u} nach Gl. (6.24)

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \mathbf{v} + b(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \bar{\mathbf{Q}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad , \quad (7.10)$$

wobei $\boldsymbol{\theta}$ und $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ die Istwerte darstellen.

Wieder in die ursprüngliche Modellgleichung (6.21) eingesetzt, kürzen sich erneut die Terme $b(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})$ und $\bar{\mathbf{Q}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})$ wodurch sich folgende Vereinfachung ergibt:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{v} \quad . \quad (7.11)$$

Wie soll nun die Korrekturbeschleunigung \mathbf{v} gewählt werden? Für das CLIK-Verfahren im Kapitel (5.2.2) wurde $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{e} + \dot{\mathbf{x}}_d$ angesetzt. Auch hier ist diese Überlegung für den neuen Eingang \mathbf{v} brauchbar (siehe [41], Seite 41):

$$\mathbf{v} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{korrektur}} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d - \mathbf{K}_d(\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_d) - \mathbf{K}_p(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_d) \quad (7.12)$$

oder anders ausgedrückt

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_p \mathbf{e} \\ \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} &= \mathbf{0} \quad , \end{aligned} \quad (7.13)$$

mit dem Fehler $\mathbf{e} = (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_d)$, der Korrekturbeschleunigung \mathbf{v} , dem Ist- und Sollwinkel $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\theta}_d \in \mathbb{R}^2$ sowie den Gewichtungparametern $\mathbf{K}_d, \mathbf{K}_p \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Wieder müssen \mathbf{K}_d und \mathbf{K}_p positiv

definite Matrizen sein. Durch eine Eigenwertvorgabe gelangt man zu einer asymptotisch stabilen Dynamik des Trajektorienfolgefehlers.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{K}_p & -\mathbf{K}_d \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_e} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix}, \quad (7.14)$$

$$\text{mit } \begin{matrix} (k) \\ \mathbf{e} \end{matrix}(\mathbf{0}) = \begin{matrix} (k) \\ \boldsymbol{\theta} \end{matrix}(\mathbf{0}) - \begin{matrix} (k) \\ \boldsymbol{\theta}_d \end{matrix}(\mathbf{0}), \mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{p,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{p,2} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{d,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{d,2} \end{bmatrix}.$$

Als Eigenwerte für \mathbf{A}_e dienen $\lambda_i = -10$, $i = 1, \dots, 4$ für $\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}$. Daraus folgt mit

$$\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A}_e) \stackrel{!}{=} \sum_1^4 (s - \lambda_i) \quad (7.15)$$

ein $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 100 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 100 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 20 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 20 \end{bmatrix}. \quad (7.16)$$

Durch die Existenz des Reglers sind in weiterer Folge keine vollständig korrekten Trajektorienvorgaben mit $\boldsymbol{\theta}_d, \dot{\boldsymbol{\theta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d$ mehr nötig. Es ist auch möglich nur fixe Winkel $\boldsymbol{\theta}_d$ bzw. fixe Punkte \mathbf{x}_d vorzugeben und $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d$ Null zu setzen.

Der Weg zu einem gegebenen Endpunkt wird allein durch den Reglerausgang \mathbf{v} (entspricht einer Korrekturbeschleunigung $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{korrektur}}$) online generiert. Je nach Größe der Werte \mathbf{K}_p und \mathbf{K}_d erfolgt eine langsamere / schnellere Minimierung des Fehlers $\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}$ und damit eine langsamere / schnellere Bewegung. Es sei noch erwähnt, dass sich die Fehler $\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}$ über die relativen Winkel $\boldsymbol{\theta}_{kin}$ (Winkel in Abhängigkeit der vorhergehenden Gelenksstellungen gemessen) aus dem kinematische Modell in Abb. 5.6 errechnen. \mathbf{v} wird zusammen mit den Winkeln des dynamischen Modells $\boldsymbol{\theta}_{dyn}$ (Winkel zum Lot hin gemessen, siehe Abb. 5.1) in das inverse dynamische Modell (7.10) geschickt. Korrekterweise wäre eine Umwandlung von $\mathbf{v} (\hat{=} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{kin})$ auf eine Beschleunigung $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{dyn}$ des dynamischen Systems von Nöten. Dies benötigt aber Informationen über Beschleunigungen der anderen Gelenke, welche eventuell nicht zur Verfügung stehen und möglicherweise nur ungenau berechnet werden können. Simulationstests haben gezeigt, dass bei Verzicht auf diese Umwandlung neben minimal erhöhtem Überschwingen beim Ansteuern der Sollpunkte keine größeren Probleme auftreten.

Das endgültige Blockschaltbild ist in Abbildung 7.3 zu sehen.

In ähnlichen Aufgabenstellungen entwirft man üblicherweise zuerst offline eine Solltrajektorie in flachen Koordinaten $\mathbf{y}^{(k)}, k = 0, \dots$ - hier in $\boldsymbol{\theta}_d, \dot{\boldsymbol{\theta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d$. Die Kernaufgabe dieser Masterarbeit ist, gewisse Winkelstellungen zu erreichen und diese zu halten. Jegliche Auslenkungen aus

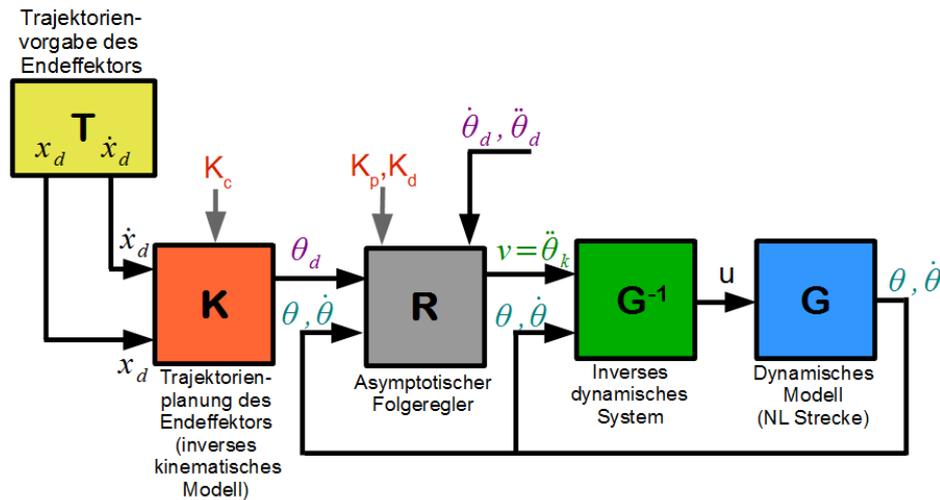


Abbildung 7.3: Endgültiges Blockschaltbild mit Trajektorienvorgabe x_d , Trajektorienplanung durch das inverse kinematische Modell, linearer Regler mit Fehlerminimierung $\theta - \theta_d$, inverses dynamisches Modell und anschließender nichtlinearer Regelstrecke.

dieser Lage muss mit einer Gegenreaktion (**online** generierter Trajektorie) berichtigt werden. Genaue Werte von $\dot{\theta}, \ddot{\theta}$ spielen eine untergeordnete Rolle. Somit wird als Vorgabe nur θ_d genutzt und $\dot{\theta}_d, \ddot{\theta}_d$ weist man, wie weiter oben erwähnt, Null zu. Ein Fehler $\dot{e} = (\dot{\theta} - \underbrace{\dot{\theta}_d}_0) \neq 0$ führt durch $\mathbf{K}_d > \mathbf{0}$ zu einem bremsenden Verhalten in der Bewegung. Der Regler bestraft jegliche Geschwindigkeit $|\dot{\theta}| > 0$. Vergrößert man \mathbf{K}_p beschleunigt dies die Bewegung zum Zielpunkt.

Durch diese Herangehensweise lässt sich später auch der Muskel entspannen ($\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$ klein) oder anspannen ($\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$ groß).

7.2 Stabilitätsüberprüfung mit Stellgrößenbeschränkung

Gibt man eine Trajektorie vor, so muss bei einer Regelung, im Gegensatz zu einer Steuerung, nicht auf die korrekten Anfangszustände geachtet werden. Wie sieht es weiters mit der Stabilität des linearisierten Systems mit zusätzlicher Stellgrößenbeschränkung aus?

Die Stellgröße soll im vorliegenden Fall die Beschleunigung \mathbf{v} sein. Wird auch die Kraft (bzw. das Moment) \mathbf{u} (hier: Momente an den Gelenken) zusätzlich limitiert, sind die Stabilitätsgrenzen bedeutend schwieriger anzugeben. Eine harte Stellgrößenbeschränkung $|\mathbf{u}_{\max}|$ hat für diese Masterarbeit auch wenig Sinn. Es soll möglich sein, ein und dasselbe Kettenmodell für ein und dasselbe Körperteil, jedoch mit unterschiedlicher Geometrie und Masse einsetzen zu können (z.B. Arm eines Kindes und Erwachsenen). Dabei möchte man die Dynamik der Bewegung i.A.

beibehalten. Hat man die Dynamik über die Korrekturbeschleunigung \mathbf{v} für eine bestimmte Extremität eingestellt und begrenzt, muss nichts weiteres mehr unternommen werden. Die dazu nötige Kraft bzw. das dazu benötigte Moment ergibt sich automatisch durch das inverse Modell. Ist die Begrenzung über das Moment \mathbf{u} vorgenommen worden, bedarf \mathbf{u}_{\max} einer Nachjustierung.

Natürlich sind im Zuge der Zusammensetzung der kinematischen Ketten zu einem menschlichen Modell auch dynamische Unterschiede der einzelnen Gliedmaßen und Körper zu berücksichtigen.

Man geht nun vom linearisierten Modell in Abb. 7.4 aus.

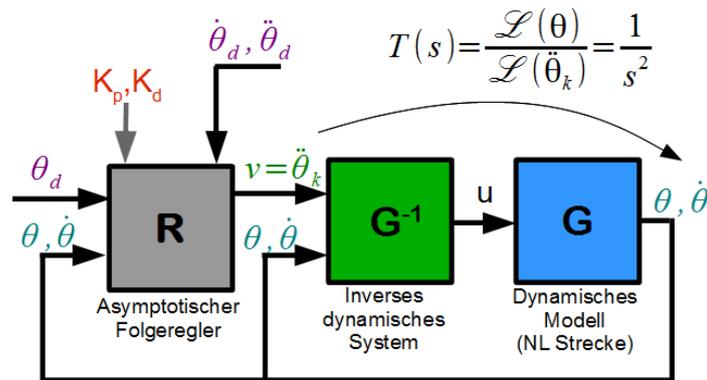


Abbildung 7.4: Exakt linearisiertes Modell mit asymptotischem Folgeregler.

Ein präziseres Schaltbild bietet Abb. 7.5, wobei der asymptotische Zustandsregler R in eine Vorsteuerung V und Zustandsrückkopplung R_G aufgeteilt worden ist.

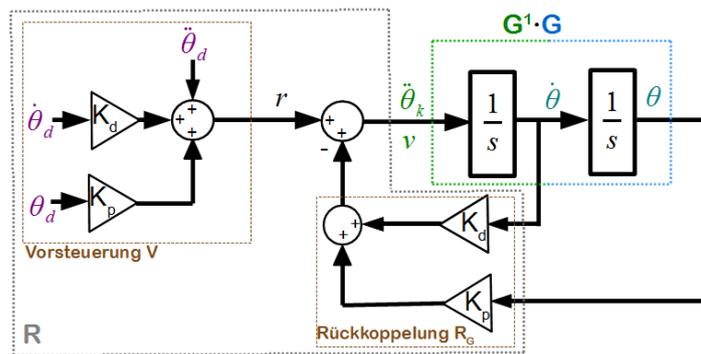


Abbildung 7.5: Detaillierteres Schaltbild des exakt linearisierten Modells 7.4 mit asymptotischem Zustandsregler.

Der Einfachheit halber soll ab nun nur ein System mit einem Gelenk betrachtet werden ($\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ sind keine Vektoren mehr). Das Zustandsraummodell mit Stellgrößenbeschränkung \tilde{v}_{\max} für

das abgebildete System 7.6 mit nur zwei Zuständen $\theta, \dot{\theta}$ lautet:

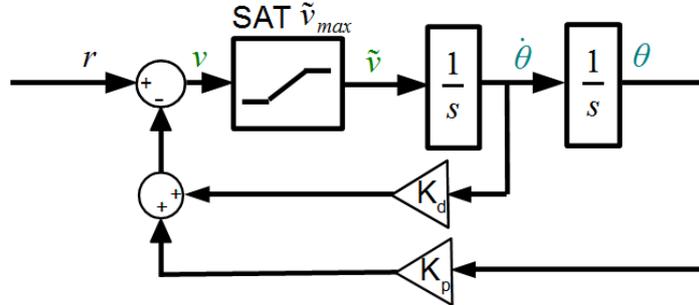


Abbildung 7.6: Doppelintegrierer mit Stellgrößenbeschränkung.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \tilde{v} \quad , \quad (7.17)$$

wobei die modifizierte Stellgröße \tilde{v} nun eine nichtlineare Kennlinie besitzt (bei Annahme $r = 0$):

$$\tilde{v} = \underbrace{\text{sat}(-K_p \cdot \theta - K_d \cdot \dot{\theta})}_{-\text{sat}(K_p \cdot \theta + K_d \cdot \dot{\theta})} = -\text{sat}(v) \begin{cases} -\tilde{v}_{\max} & \text{für } v \geq \tilde{v}_{\max} \\ v & \text{für } -\tilde{v}_{\max} < v < \tilde{v}_{\max} \\ +\tilde{v}_{\max} & \text{für } v \leq -\tilde{v}_{\max} \end{cases} \quad (7.18)$$

Im linearen Fall ergibt (7.17)

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad . \quad (7.19)$$

Sind die Werte θ und $\dot{\theta}$ positiv, nimmt \tilde{v} negative Werte an und umgekehrt. Für den Fall von unterschiedlichen Vorzeichen beider Zustände erhält man eine Schaltgerade \tilde{k} über

$$\begin{aligned} K_p \cdot \theta + K_d \cdot \dot{\theta} &= 0 \\ \dot{\theta} &= \frac{-K_p}{K_d} \cdot \theta \end{aligned} \quad (7.20)$$

Die Trajektorie mag im ersten und dritten Quadranten größere „Ausbuchtungen“ besitzen, wird im zweiten und vierten Quadranten aber ständig zur Schaltgerade \tilde{k} hingezogen und geht so langsam aber sicher gegen den Ursprung.

Möchte man unter gewissen Bedingungen niemals in Sättigung geraten, kann dies leicht errechnet werden. Für die Reglergleichung (7.12)

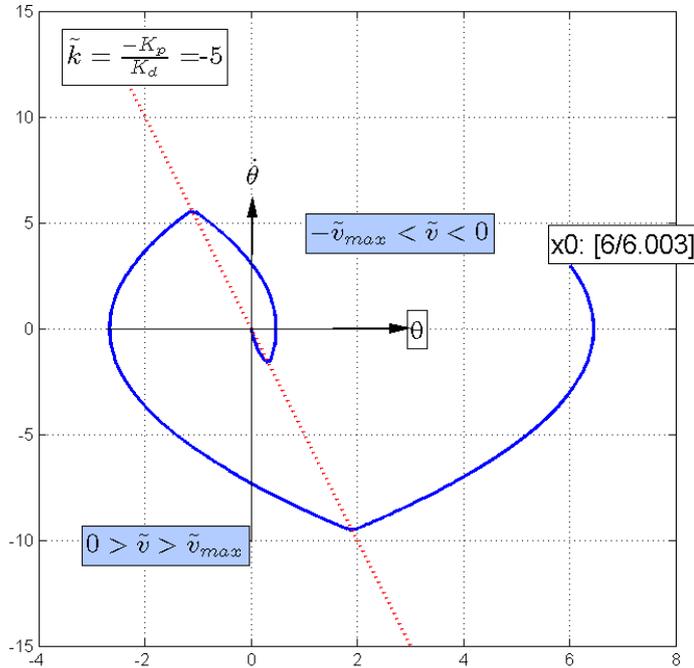


Abbildung 7.7: Trajektorienverlauf der Zustände θ und $\dot{\theta}$ mit Beispielwerten: $K_p = 5$, $K_d = 1$.

$$v = \ddot{\theta}_d - K_d \underbrace{(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d)}_{\dot{e}} - K_p \underbrace{(\theta - \theta_d)}_e \quad (7.21)$$

werden maximale Abweichungen von Ist- und Sollwinkel e sowie Ist- und Sollgeschwindigkeit \dot{e} festgelegt:

$$\begin{aligned} e &= \pm\pi [\text{rad}] = \pm 180 [^\circ] \\ \dot{e} &= \pm 20 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right] \\ \ddot{\theta}_d &= \mathbf{0} \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \right] . \end{aligned} \quad (7.22)$$

Anfängliche Winkeldifferenzen $< |180^\circ|$ (relativ zum vorigen Segment gemessen) treffen für die meisten Trajektorienvorgaben zu. Um sich die Schwankungen der Gelenksgeschwindigkeiten besser vorstellen zu können, folgen einige Beispiele.

Viele alltägliche Armbewegungen des Menschen, wie z.B. das Abbiegen des Ellbogens beim

Essen, werden mit ungefähr $1 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$ durchgeführt [32], Handlungen, die ein Erreichen eines Punktes als Ziel haben, mit $3 - 6 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$ ([51], [34]). Laut Aydin Tözeren beträgt die maximale Rotationsgeschwindigkeit des Handgelenks bei Tennisspielern durchschnittlich $40 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$ [53], bei einem Sprung eines Volleyballspielers ist am Fußgelenk um die $15 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$ (bei $150 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \right]$) gemessen worden. Das Hüftgelenk eines Fußballspielers erreicht bei Schüssen bis zu $8 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$ (bei $400 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \right]$).

Führt man gerade eine Gelenkbewegung in eine Richtung aus und muss plötzlich die Gegenrichtung ansteuern, wird klar, dass größere Werte für \dot{e} entstehen können, der Bereich $\pm 20 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$ jedoch mehr als ausreichend Spielraum dafür gibt. Mit diesem Wissen soll nun eine Beschleunigung von $v_{max} = 400 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \right]$ nicht überschritten werden.

Daraus erhält man folgende Werte für K_p und K_d

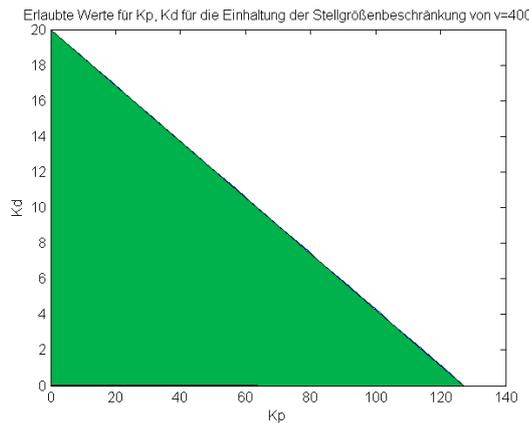


Abbildung 7.8: Maximalwerte für die Reglerparameter K_p und K_d bei vorgegebenen Größen aus. (7.22)

Entsprechend der Wahl der Parameter K_p , K_d ändert sich auch die Bewegung im System. I.A. ist für mechanische Systeme ein quasikontinuierlich arbeitender Regler ausreichend. Wird trotzdem diskretisiert sollte eine Abtastzeit von

$$T_d \leq \frac{1}{|\omega_{\max}|} \quad (7.23)$$

eingehalten werden, um Antialiasingeffekte auszuschließen. ω_{\max} entspricht hier dem größten Eigenwert des Systems. Im Falle von $K_p = 100$ und $K_d = 20$ (Eigenwerte bei $[-10, -10]$) muss ein $T_d \leq 0.1$ bzw. zur Sicherheit ein $T_d \leq 0.01$ gewählt werden. Ein T_d aus Gl. (7.23) tastet ein Sinussignal sechs Mal in einer Periode ab (siehe Abb. 7.9).

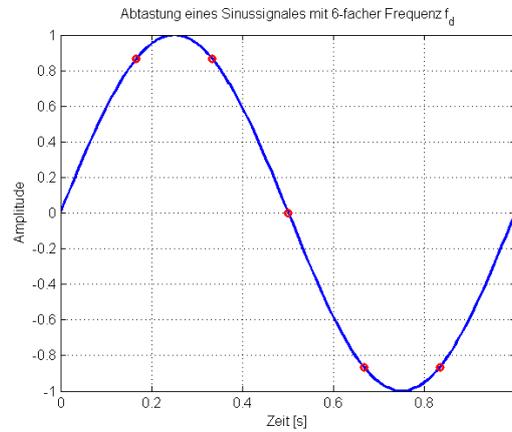


Abbildung 7.9: Darstellung eines Sinussignales mit Frequenz f_s , das mit 6-facher Frequenz $f_d = 6 \cdot f_s$ zeitlich abgetastet wird.

Wenn man die schnellste Bewegung durch

$$\omega_p = 2\pi f_p = \frac{2\pi}{T_p} \quad (7.24)$$

definiert und man die Abtastzeit

$$T_d \stackrel{!}{=} \frac{T_p}{6} \quad (7.25)$$

wählt, ergibt sich nun obere Formel (7.23) mit

$$\omega_p = \frac{2\pi}{6T_d} \rightarrow T_d \approx \frac{1}{\omega_p} \quad (7.26)$$

8 Robuste Regelung

Die vorgestellte flachheitsbasierte Regelung bzw. die Regelung unter Verwendung des inversen dynamischen Systems ist i.A. meist einfach zu realisieren. Ein wesentlicher Punkt ist dabei zu beachten: das modellierte System (G) der realen Strecke (P) ist, wie der Name schon sagt, nur ein Modell. Dieses kann sehr gut bis schlecht mit dem realen Verhalten übereinstimmen, jedoch nie hundertprozentig genau. Somit kann das inverse dynamische Modell (6.24) (G^{-1}) ebenfalls nicht exakt dem inversen realen System (P^{-1}) entsprechen. Kleinere Modellfehler bereiten meist keine Probleme und können gut mit dem eingestellten asymptotischen Zustandsregler eliminiert werden. Für gewisse Systeme ist es bei der reinen Modellerstellung unmöglich diese so exakt wie möglich beschreiben zu können, wenn man sich das Beispiel eines Krans mit unterschiedlicher Lastenbelegung vor Augen führt. Eine robustere Regelung wird benötigt!

Der Begriff „**Robustheit**“ bedeutet, dass das Systemverhalten **trotz Modellunsicherheiten** unter angegebenen Bedingungen **stabil** bleibt. Ein statischer Regler¹ der dies bewerkstelligt, heißt robuster Regler. Betrachtet man erneut das in Kapitel 7 vorgestellte Regelungssystem einer kinematischen Kette, so erzeugt eine Abweichung von Ist- und Sollwinkel sowie Ist- und Sollwinkelgeschwindigkeit eine Korrekturbeschleunigung \mathbf{v} . Diese wird bei Erreichen der Sollwinkelvorgaben bei exakter Übereinstimmung von ($P^{-1} = G^{-1}$) zu Null.

Treten z.B. kleinere **Massedifferenzen** zwischen G und P auf ($P^{-1} \neq G^{-1}$), verbleibt ein **Regelfehler** \mathbf{e} mit einem Wert $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$. Man könnte dieses Problem im Falle einer sprungförmigen Vorgabegröße $\boldsymbol{\theta}_d$ durch einen zusätzlichen Integrator im Regelkreis beheben. Dadurch kann es aber zu einem unerwünschten dynamischen Verhalten bei z.B. länger anhaltenden externen Störgrößen führen. Erreicht ein Gelenk wegen einer solchen Störung den Zielpunkt nicht, wird die Kraft durch den Integrator ständig erhöht (trotz Anti-Windup Maßnahme sind meist große Werte für Integratorausgang nötig). Fällt die Störung plötzlich weg, sind, durch überhöhte Werte des Integratorausganges, störende Einpendelvorgänge um die Sollposition zu erwarten. Man müsste hier zusätzliche Beschränkungen für den Integratorausgang definieren (mittels Anti-Windup-Maßnahmen). In Anlehnung an das menschliche Verhalten steht die maximale Kraft nach kurzer Zeit fest und steigt nicht kontinuierlich innerhalb mehrerer Sekunden. Eine Möglichkeit zur Problemlösung hierzu wäre, die Verstärkung K_i des Integrators zu vergrößern (und zusätzlich den Integratorausgang zu beschränken), wodurch jedoch das Ansteuern des Sollpunktes generell zu Überschwingungen führt. Ein kleiner Wert für K_i resultiert in einer sehr langsamen Ansteuerung des Ziels im Falle einer Störung.

Einen anderen, besseren Weg beschreibt das Regelungsverfahren **Internal Model Control** (IMC). Bei diesem Verfahren wird das modellierte dynamische Modell G im Regelalgorithmus

¹ Reglerparameter ändern sich nicht

miteinbezogen. Somit ist der bereits vorgestellte flachheitsbasierte Regelansatz mit inversem Modell G^{-1} ebenfalls ein IMC-Modellierungsverfahren.

8.1 Robuste Stabilität

Viele Stabilitätskriterien drücken nicht nur aus, ob ein Regelkreis stabil ist, sondern unter welchen Bedingungen dies nicht mehr der Fall ist. Der „Abstand“ zu diesen Bedingungen beschreiben die Robustheit des Regelkreises [36]. Beispielsweise kann man bei einem linearen zeitinvarianten System anhand des **Nyquist Kriteriums** die Größe des Phasenrandes ϕ_r des offenen Kreises² $L(s)$ feststellen. ϕ_r drückt den Abstand zum kritischen Punkt³ bei -1 des offenen Kreises in der komplexen Ebene⁴ aus. Eine Phasenverschiebung von -180° im offenen Kreis führt zu einer Mitkopplung im geschlossenen Kreis und damit zu instabilem Verhalten, wenn die Amplitude bei dortigen Frequenzen ungedämpft ist [24]. Wenn ϕ_r ausreichend groß ist, kann man von einer ausreichend robusten Stabilität sprechen. Abbildung 8.3 zeigt das Nyquistdiagramm einer Beispielstrecke

$$G_s = \frac{2 \cdot K_p}{s^2 + K_d s + K_p} = \frac{200}{s^2 + 20s + 100} \tag{8.1}$$

des Standardregelkreises mit dem Regler R und der Strecke G_s (8.1).

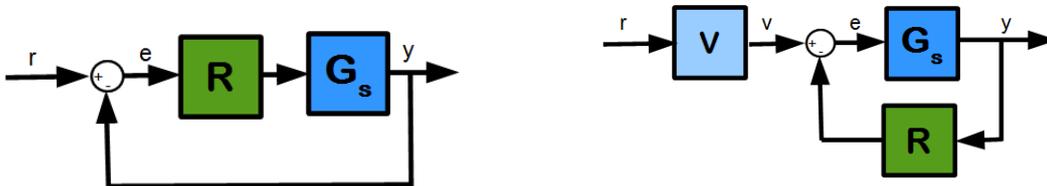


Abbildung 8.1: Blockschaltbild des Standardregelkreises.

Abbildung 8.2: Blockschaltbild des erweiterten Regelkreises mit zusätzlichem Vorfilter V.

Für das vorliegende nichtlineare System einer kinematischen Kette mit dem inversen Modell aus Abb. 6.2 kann auf diese Art und Weise leider keine Abschätzung getroffen werden. Die Modellfehler ändern die Übertragung insofern, dass sie im Frequenzbereich nicht mehr durch eine lineare Übertragungsfunktion der Form $G_{mod}(s)$ darstellbar ist. Durch die exakte Linearisierung mit Kontrollrückkopplung entsteht zwar eine Übertragungsfunktion der Form

$$\frac{\mathcal{L}\{\theta_p\}}{\mathcal{L}\{\theta_d\}} = G^{-1} \cdot G = \frac{1}{1} \tag{8.2}$$

² verwendete Struktur: Standardregelkreis!

³ Amplitudenverstärkung = 0 [dB] und Phasenverschiebung = -180°

⁴ x-Achse: Realteil{L(s)} , y-Achse: Imaginärteil{L(s)}

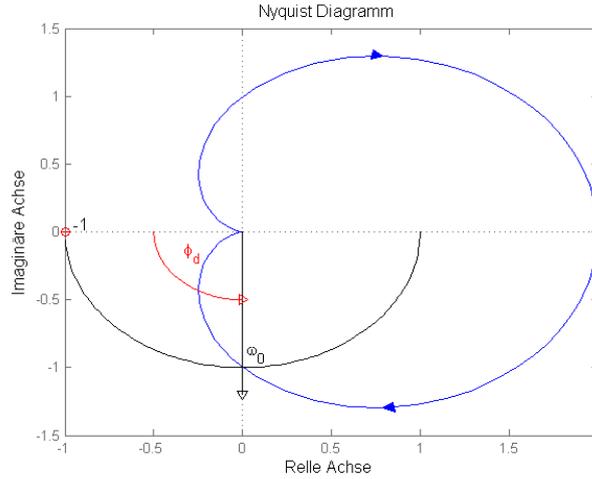


Abbildung 8.3: Angabe des Robustheitsmaßes anhand einer Beispielübertragungsfunktion G_s im Standardregelkreis.

mit durchgehender 180° Phasenreserve, eine Multiplikation

$$G^{-1} \cdot P \quad (8.3)$$

führt jedoch zu nichtlinearem Übertragungsverhalten. P ist hier das System mit den Modellfehlern ($P \neq G$), θ_d entspricht dem Sollwinkel, θ_p dem Istwinkel der realen Strecke P .

Eine weitere Abschätzung der Wirkung von Modellfehler auf das Führungsübertragungsverhalten lässt sich über die **Empfindlichkeitsfunktion S** treffen. Ausgehend von einer Führungsübertragungsfunktion

$$T = \frac{R \cdot G_s}{1 + R \cdot G_s} = \frac{L}{1 + L} \quad (8.4)$$

eines hier beispielsweise verwendeten Standardregelkreises, differenziert man T nach der Strecke G_s

$$\frac{dT}{dG_s} = \frac{R \cdot (1 + R \cdot G_s) - (R \cdot G_s) \cdot R}{(1 + R \cdot G_s)^2} = \frac{R}{(1 + R \cdot G_s)^2} \quad (8.5)$$

Unter der Beziehung

$$\frac{d \log(x)}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow d \log(x) = \frac{dx}{x} \quad (8.6)$$

kann Gleichung (8.5) auch im Log-Bereich dargestellt werden.

$$\frac{d \log(T)}{d \log(G_s)} = \frac{\frac{dT}{T}}{\frac{dG_s}{G_s}} = \frac{dT}{dG_s} \cdot \frac{G_s}{T} = \frac{1}{1 + R \cdot G_s} = \frac{1}{1 + L} := S \quad (8.7)$$

Die Empfindlichkeitsfunktion S entspricht dem Anteil, der durch Rückkopplung erzeugt wird

$$T = L \cdot S = \frac{L}{1 + L} \quad (8.8)$$

und hat für den erweiterten Regelkreis (Abb. 8.2) dieselbe Form.

Zeigt S im Bodediagramm für gewisse Frequenzen ω eine ausreichend große Dämpfung (z.B. -20 [dB]), so fallen Modellfehler bzgl. der Führungsübertragung T für dieses ω weniger ins Gewicht.

8.2 Internal Model Control

Die grundlegende Idee hinter diesem Verfahren ist das Vergleichen der Ausgänge von exaktem und realem Modell. Treten größere Differenzen auf, so hat eine unbekannte Störung stattgefunden oder die Modellparameter sind nicht ausreichend exakt gewählt worden. Folgendes Schaltbild in Abb. 8.4 zeigt die Struktur des klassischen IMC-Designs. P stellt das reale System (i.A. bereits stabilisiert) und G das Modell des realen Systems dar. G_c entspricht dem Regler und F einem optionalen Filter F (z.B. Tiefpass zur Gewährleistung der physikalischen Realisierbarkeit des Reglers oder Störunterdrückung hochfrequenter Signale). Hat man es mit Nichtlinearitäten in der realen Strecke zu tun, kann das Eingangs-, Ausgangsverhalten von P nicht durch die Laplacetransformierte $P(s)$ dargestellt werden. y_p und y_m sind Ausgänge der realen und modellierten Strecke, y_d ist die aufgeschaltete Führungsgröße.

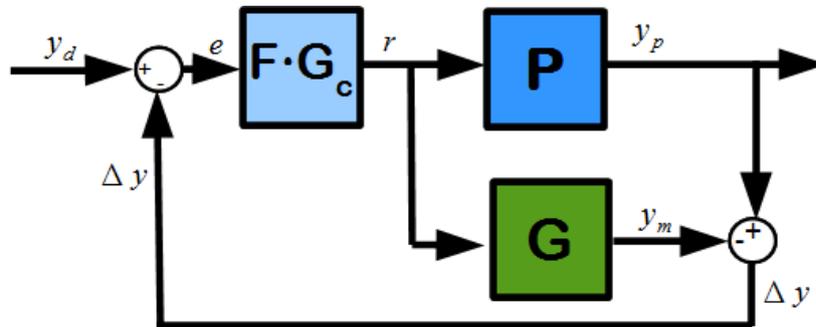


Abbildung 8.4: Darstellung der klassischen IMC-Struktur.

Es ist ersichtlich, dass der Eingang y_d dem Ausgang y_m entspricht, falls $G_c = G^{-1}$ (mit $F = 1$). Mit dieser Wahl lautet der Reglerausgang r

$$\begin{aligned} r &= G_C \cdot (y_d - \Delta y) = G_C \cdot (y_d - (P \cdot r - G \cdot r)) = G_C \cdot (y_d + G \cdot r - P \cdot r) \\ r &= \frac{G_C}{1 + G_C \cdot (P - G)} \cdot y_d \end{aligned} \quad (8.9)$$

und damit die Übertragung $y_d(s) \rightarrow y_p(s)$:

$$y_p = P \cdot r = \frac{P \cdot G_C}{1 + (P - G) \cdot G_C} \cdot y_d \quad (8.10)$$

Entspricht $P = G$ und $G_C = G^{-1}$ dann folgt die Ausgangsgröße y_p der Führungsgröße y_d

$$y_p = \frac{P \cdot G_C}{1 + (P - G) \cdot G_C} \cdot y_d = \frac{G \cdot G^{-1}}{1 + (G - G) \cdot G^{-1}} \cdot y_d = y_d \quad (8.11)$$

Auch im Fehlerfall $P \neq G$ und $G_C = G^{-1}$ kann theoretisch $y_p = y_d$ gewonnen werden.

$$y_p = \frac{P \cdot G^{-1}}{1 + P \cdot G^{-1} - \underbrace{G \cdot G^{-1}}_1} \cdot y_d = \frac{P \cdot G^{-1}}{1 + P \cdot G^{-1} - 1} \cdot y_d = y_d \quad (8.12)$$

Bis es aber zu diesem Endwert $y_p = y_d$ kommt, kann es zu erheblichen Überschwingungen der Ausgangsgrößen bzgl. der Sollgrößen kommen, was natürlich unerwünscht ist. Bei nicht berücksichtigten Nichtlinearitäten in der realen Strecke kann dieser Vorgang verstärkt auftreten. Hier kann man mit einem Tiefpassfilter F etwas nachhelfen, da sich Modellabweichungen meist im höherfrequenten Bereich bemerkbar machen.

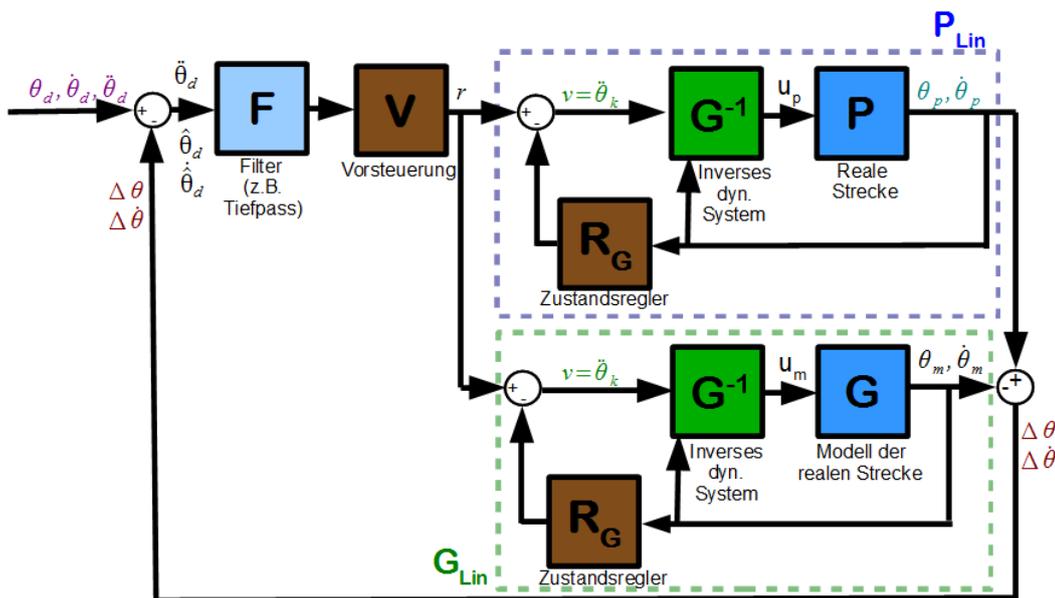


Abbildung 8.5: Darstellung der klassischen IMC-Struktur für das Modell der kinematischen Kette.

Abbildung 8.5 zeigt die klassische IMC-Struktur bezogen auf das System der kinematischen Kette.

Dabei ist der asymptotische Zustandsregler R aus Abb. 7.3 in eine Vorsteuerung V und Zustandsrückkopplung R_G (siehe Abb. 7.5) umgewandelt worden. P_{Lin} und G_{Lin} sind die Übertragungsfunktionen der linearisierten, stabilisierten Modelle.

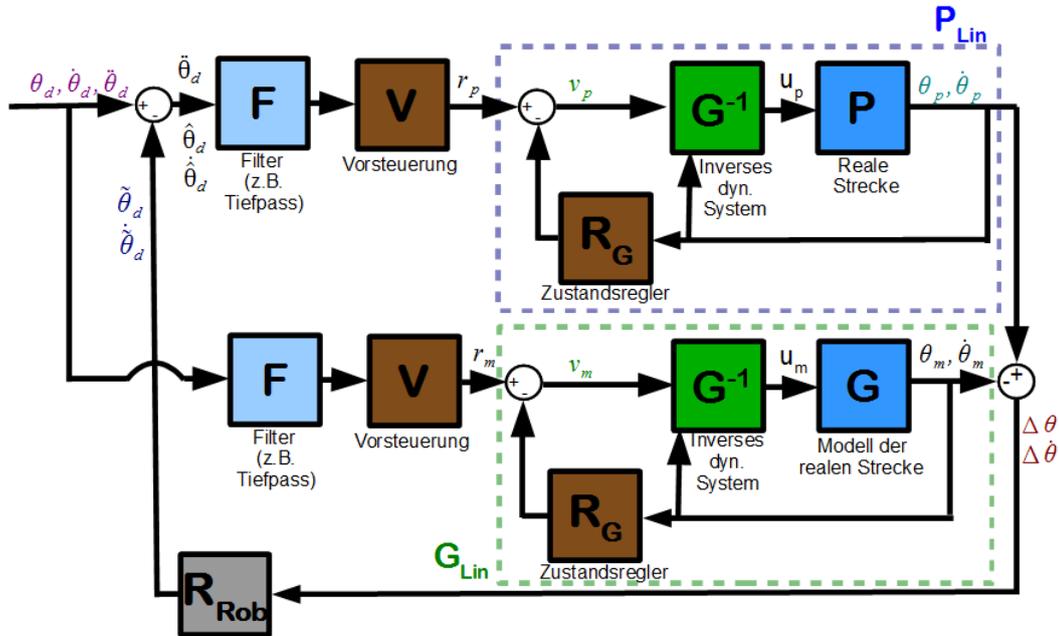


Abbildung 8.6: Modifizierte IMC-Struktur.

Diese Struktur aus Abb. 8.5 wird aus folgenden Gründen leicht verändert (siehe Abb. 8.6) :

- Weichen die Ausgangsgrößen $\theta, \dot{\theta}$ von realer Strecke P und Modell G ab ($\Delta(\theta) \neq 0, \Delta(\dot{\theta}) \neq 0$), so werden die Führungsgrößen $\theta_d, \dot{\theta}_d$ verändert. Die neue Vorgabe $\hat{\theta}_d, \hat{\dot{\theta}}_d$ resultiert in einer Änderung des aktuellen dynamischen Verlaufes bei realer Strecke *und* beim Modell. Der Fehler Δ muss nicht unbedingt zu Null werden, da für beide Übertragungsglieder dieselbe Stellgröße \mathbf{r} verwendet wird und die stationären Endzustände beider Strecken unterschiedlich sein können. In optimalen Fällen pendelt er sich aber auf einen Fixwert ein und die Abweichungen von Istzuständen $\theta_p, \dot{\theta}_p$ der realen Strecke und Sollzuständen $\theta_d, \dot{\theta}_d$ konvergieren gegen Null. Diese Einpendelprozedur ist je nach Stärkegrad der Modellunsicherheit verschieden. Es ist sehr wahrscheinlich, dass durch die dynamischen Bewegungen *beider* Strecken sehr schnell Aufschaukelprozesse entstehen und damit Instabilitäten verstärkt werden. Diese Probleme steigen mit der Komplexität des Systems und mit der Größe der Werte für \mathbf{K}_p und \mathbf{K}_d .
- durch Hinzufügen eines Tiefpassfilters F würde das dynamische Verhalten des gesamten Regelkreises auch beim Idealfall $P = G$ betroffen sein.
- Die Gelenke beider Strecken ändern sich so lange (gleiche Stellgröße \mathbf{r}), bis der Ausgang der realen Strecke θ_p der Vorgabe θ_d entspricht (Ausgang θ_m muss nicht mit θ_d übereinstimmen). Bei diesem Einschwingprozess kann es bei Gelenkwinkelbeschränkungen

einer Strecke zu Problemen führen, und eine Abweichung $\neq 0$ bleibt bestehen. (siehe Abb. 8.7)

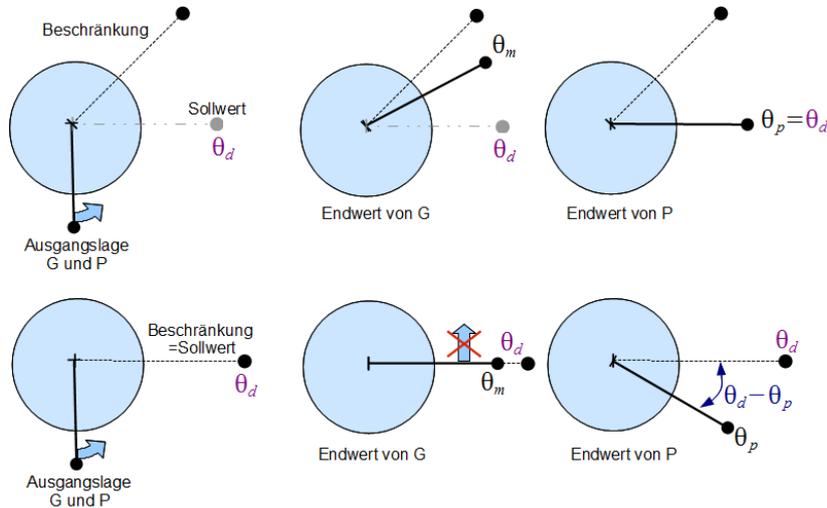


Abbildung 8.7: Anfangs- und Endzustand eines Pendels von realer Strecke P und Modell G. Oben ohne Beschränkung, unten mit Beschränkung.

Die Struktur verändert sich dahingehend, dass nun das Modell G_{Lin} vom Regelfehler verschont bleibt und sich auf einen Sollwert einschwingen kann.

Weiters wird ein PID Regler

$$R_{Rob} = \underbrace{\bar{K}_p \cdot \Delta\theta + \bar{K}_i \cdot \int \Delta\theta \cdot dt}_{\tilde{\theta}_d} + \underbrace{\bar{K}_d \cdot \Delta\dot{\theta}}_{\dot{\tilde{\theta}}_d} \quad (8.13)$$

mit den Ausgängen $\tilde{\theta}_d$ und $\dot{\tilde{\theta}}_d$ hinzugefügt. Da das mathematische Modell keinen unbekanntem Störungen unterworfen ist, sowie G exakt mit der Inversen von G^{-1} übereinstimmt, erreicht θ_m sicherlich den Sollwert θ_d . Diese Ausgangsgröße dient nun als neue Referenzgröße für einen zweiten Regelkreis. Weichen die Zustände θ_m und θ_p ab, muss der PID Regler dafür sorgen, dass dieser Fehler verschwindet. Der Regelkreis in kompakter Form ist in Abb. (8.8) zu sehen.

Die erste ursprüngliche Referenzgröße θ_d entspricht im stationären Zustand zwar der Größe θ_m , unterscheidet sich jedoch im zeitlichen Verlauf dorthin. θ_d darf also nicht mit θ_m ersetzt werden und umgekehrt. Sind beide Größen nahezu identisch (z.B. bei Positionsansteuerungen mit relativ langsamer Geschwindigkeit) unterscheiden sich die Größen spätestens bei einem unerwarteten Hindernis, auf das ein starrer Körper trifft, oder bei externen Störungen. In dieser Arbeit wird die Vorgabegeschwindigkeit $\dot{\theta}_d$ zwecks Steuerung des Bremsverhaltens Null gesetzt, im Gegensatz zur Größe $\dot{\theta}_m$, welche die aktuelle Geschwindigkeit des Modells liefert.

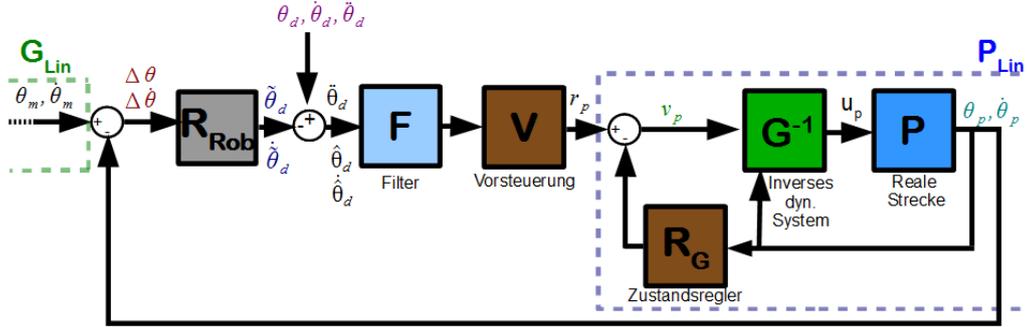


Abbildung 8.8: Kompakte Darstellung der modifizierten IMC-Struktur 8.6.

Für reine Positionsansteuerungen könnte man θ_d entfernen. Der PID Regler wird versuchen den Zustand θ_p dem gewünschten Zustand θ_m nachzuführen. Für das vorliegende Regelproblem sollte das Verhalten bei exakter Übereinstimmung von G und P identisch sein. Dies ist durch Fehlen der ersten Referenzgröße θ_d nicht mehr gegeben, da die Übertragungsfunktion $\theta_d \rightarrow \theta_p$ eine andere als $\theta_d \rightarrow \theta_m$ ist.

Die Stellgrößen des PID Reglers sind Winkel und Winkelgeschwindigkeiten. Der Korrekturwinkel $\hat{\theta}_d$ wird so lange vergrößert/verkleinert, bis ein ausreichend großes Moment vom inversen dynamischen Modell erzeugt worden ist, sodass θ_p äquivalent zu θ_d ist. Bewegt sich $\hat{\theta}_p$ zu schnell, wird $\hat{\theta}_d$ sofort verkleinert und umgekehrt.

Der Vorfilter V verstärkt im weiteren Verlauf Proportionalanteile ($\hat{\theta}_d$) mit K_p , Differenzialanteilen ($\dot{\hat{\theta}}_d$) mit K_d . Welche Möglichkeit bietet sich nun an, die Reglerparameter von R_{rob} zu wählen? Zwecks dieser Frage betrachtet man nochmals die Korrekturbeschleunigung v_p , welche Positionsfehler minimieren soll:

$$v_p = \ddot{\theta}_d - K_d(\dot{\theta}_p - \dot{\hat{\theta}}_d) - K_p(\theta_p - \hat{\theta}_d) \quad . \quad (8.14)$$

Setzt man die Beziehungen

$$\hat{\theta}_d = \theta_d - \tilde{\theta}_d \quad (8.15)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_d = \dot{\theta}_d - \dot{\tilde{\theta}}_d \quad (8.16)$$

ein, bekommt man

$$v_p = \ddot{\theta}_d - K_d(\dot{\theta}_p - (\dot{\theta}_d - \dot{\tilde{\theta}}_d)) - K_p(\theta_p - (\theta_d - \tilde{\theta}_d)) \quad (8.17)$$

und umgeformt ($\tilde{\theta}_d, \dot{\tilde{\theta}}_d$ mit Termen des robusten Reglers R_{rob} (8.13) ersetzt) schließlich

$$v_p = \underbrace{-K_d \dot{\theta}_p - K_p \theta_p}_{\hat{k}} \underbrace{-K_d \bar{K}_d \Delta \dot{\theta} - K_p \bar{K}_p \Delta \theta - K_p \bar{K}_i \cdot \int \Delta \theta \cdot dt}_{\hat{r}_d} + \underbrace{\ddot{\theta}_d + K_d \dot{\theta}_d + K_p \theta_d}_{r_d} \quad . \quad (8.18)$$

Daraus kann der Koppelplan aus Abb. 8.8 zum Folgenden in Abb. 8.9 umgeformt werden (Vorsteuerung und PID Regler enthalten nun den Vorfilter V):

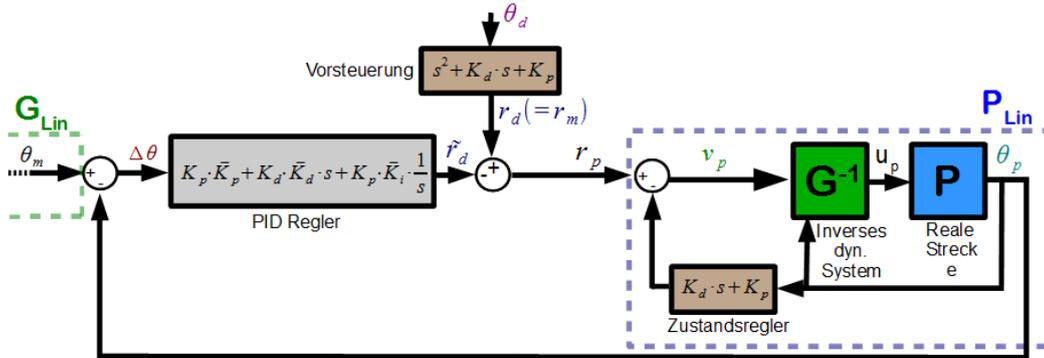


Abbildung 8.9: Kompakte Darstellung der modifizierten IMC-Struktur 8.6 unter Verwendung von Übertragungsfunktionen.

Im nächsten Schritt fasst man Gleichung (8.18) zu zwei Teilausdrücken zusammen, wobei aus Kosmetikgründen die Größe $\ddot{\theta}_m (=0)$ hinzugefügt wird.

$$\mathbf{v}_p = \underbrace{\ddot{\theta}_d - \mathbf{K}_d(\dot{\theta}_p - \dot{\theta}_d) - \mathbf{K}_p(\theta_p - \theta_d)}_{\mathbf{v}_1} - \underbrace{\mathbf{K}_d \bar{\mathbf{K}}_d \Delta \dot{\theta} - \mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_p \Delta \theta - \mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_i \cdot \int \Delta \theta \cdot dt + \ddot{\theta}_m}_{\mathbf{v}_2} \quad (8.19)$$

Für \mathbf{v}_1 (siehe Gl. (7.13)) wurden bereits die nötigen Parameter \mathbf{K}_p und \mathbf{K}_d gewählt um den Fehler $\mathbf{e} = (\theta_p - \theta_d)$ gegen Null gehen zu lassen. Dasselbe Prinzip lässt sich nun auf \mathbf{v}_2 anwenden.

$$\mathbf{v}_2 = -\mathbf{K}_d \bar{\mathbf{K}}_d \Delta \dot{\theta} - \mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_p \Delta \theta - \mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_i \cdot \int \Delta \theta \cdot dt + \ddot{\theta}_m \quad (8.20)$$

Wie in Abb. 8.9 ersichtlich, arbeitet man mit dem neuen Fehler

$$\Delta \theta = \theta_p - \theta_m \quad (8.21)$$

Interpretiert man \mathbf{v}_2 wieder als eine Korrekturbeschleunigung, welche den Fehler $\Delta \theta$ (8.21) eliminiert, kann aus

$$\underbrace{\mathbf{v}_2 - \ddot{\theta}_m}_{\Delta \ddot{\theta}} = -\mathbf{K}_d \bar{\mathbf{K}}_d \Delta \dot{\theta} - \mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_p \Delta \theta - \mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_i \cdot \int \Delta \theta \cdot dt \quad (8.22)$$

das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta} \\ \Delta \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{E} \\ -\mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_p & -\mathbf{K}_d \bar{\mathbf{K}}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} - \mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_i \cdot \underbrace{\int \Delta \theta \cdot dt}_{\beta} \quad (8.23)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta} \\ \Delta \ddot{\theta} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{E} & 0 \\ -\mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_p & -\mathbf{K}_d \bar{\mathbf{K}}_d & -\mathbf{K}_p \bar{\mathbf{K}}_i \\ \mathbf{E} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \dot{\theta} \\ \beta \end{bmatrix} \quad (8.24)$$

aufgestellt werden.

Daraus lässt sich ganz einfach durch Vorgabe von Eigenwerten eine entsprechende Dynamik des Fehlers $\Delta \theta$ erzeugen. Die Korrektur jenes Fehlers sollte auf alle Fälle schneller von statten gehen, als die des Fehlers $\mathbf{e} = (\theta_p - \theta_d)$. In dieser Arbeit soll das menschliche Reaktionsverhalten möglichst genau dargestellt werden. Dafür stellt man gewisse Parameter exakt ein. Die Abweichung zwischen θ_p und θ_m muss deshalb für ein gewünschtes Reaktionsverhalten möglichst klein bleiben. Im Gegensatz dazu ist es erlaubt, wenn Ist- und Sollpositionen weiter auseinander liegen.

Übertragungsfunktionen von den Eingängen θ_m und θ_d zum Ausgang θ_p vom Koppelplan in Abb. 8.9 sind pro Gelenk weiters aufgeführt:

$$\frac{\mathcal{L}\{\theta_p\}}{\mathcal{L}\{\theta_d\}} = \frac{s^3 + K_d s^2 + K_p s}{s^3 + (\bar{K}_d K_d + K_d) s^2 + (\bar{K}_p K_p + K_p) s + K_p \bar{K}_i} \quad (8.25)$$

$$\frac{\mathcal{L}\{\theta_p\}}{\mathcal{L}\{\theta_m\}} = \frac{(\bar{K}_d K_d) s^2 + (\bar{K}_p K_p) s + K_p \bar{K}_i}{s^3 + (\bar{K}_d K_d + K_d) s^2 + (\bar{K}_p K_p + K_p) s + K_p \bar{K}_i} \quad (8.26)$$

Durch den zusätzlichen Regler geht die Übertragung $\theta_d \rightarrow \theta_p$ im stationären Fall ($t \rightarrow \infty, s \rightarrow 0$) gegen Null, während die Übertragung $\theta_m \rightarrow \theta_p$ durch den Integratoranteil dominiert und zu 1 wird. $\Delta \theta$ schrumpft gegen Null.

8.3 Modellfehler

Bevor nun der PID Regler eingestellt werden kann, muss noch eine geeignete Beschreibung des Modellfehlers gesucht und im besten Fall ein lineares System als betrachtete unsichere Strecke erzeugt werden.

Dazu möchte man wissen, wie nun $\ddot{\theta}_p$ bei einer gewünschten Vorgabe $\ddot{\theta}_d$ genau aussieht. Das mathematische Modell lautet nach (5.36)

$$\mathbf{M}(\theta_p) \ddot{\theta}_p + \mathbf{b}(\theta_p, \dot{\theta}_p) + \bar{\mathbf{Q}}(\theta_p, \dot{\theta}_p) = \mathbf{u} \quad (8.27)$$

Betrachtet man obige Gleichung nun als Beschreibung der *realen* Strecke, so lautet das mathematische Modell mit den geschätzten Parametern

$$\hat{M}(\theta_p)\ddot{\theta}_p + \hat{b}(\theta_p, \dot{\theta}_p) + \hat{Q}(\theta_p, \dot{\theta}_p) = \hat{u} \quad , \quad (8.28)$$

und folglich die geschätzte Stellgröße \hat{u} mit dem Reglereingang \mathbf{v}_p nach (7.10)

$$\hat{u} = \hat{M}(\theta_p) \cdot \mathbf{v}_p + \hat{b}(\theta_p, \dot{\theta}_p) + \hat{Q}(\theta_p, \dot{\theta}_p) \quad . \quad (8.29)$$

\hat{u} als Stellgröße in die reale Strecke eingesetzt, ergibt

$$\hat{M}(\theta_p)\mathbf{v}_p + \underbrace{\hat{b}(\theta_p, \dot{\theta}_p) + \hat{Q}(\theta_p, \dot{\theta}_p)}_{\hat{N}} = M(\theta_p)\ddot{\theta}_p + \underbrace{b(\theta_p, \dot{\theta}_p) + \bar{Q}(\theta_p, \dot{\theta}_p)}_N \quad . \quad (8.30)$$

Umgeformt erhält man für die Ausgangsgröße

$$\ddot{\theta}_p = \mathbf{v}_p + \underbrace{(M^{-1}\hat{M} - E)\mathbf{v}_p + M^{-1}(\hat{N} - N)}_{\Gamma = \Delta\ddot{\theta}_p} \quad . \quad (8.31)$$

Γ stellt den **Modellunsicherheitsfaktor** dar ([15], [43]).

Das bedeutet, dass sich die Beschleunigung $\ddot{\theta}_p$ des realen Systems aus der vorgegebenen Korrekturbeschleunigung \mathbf{v}_p und dem Unsicherheitsfaktor Γ zusammensetzt. Abb. 8.10 zeigt diese Erkenntnis nochmals grafisch.

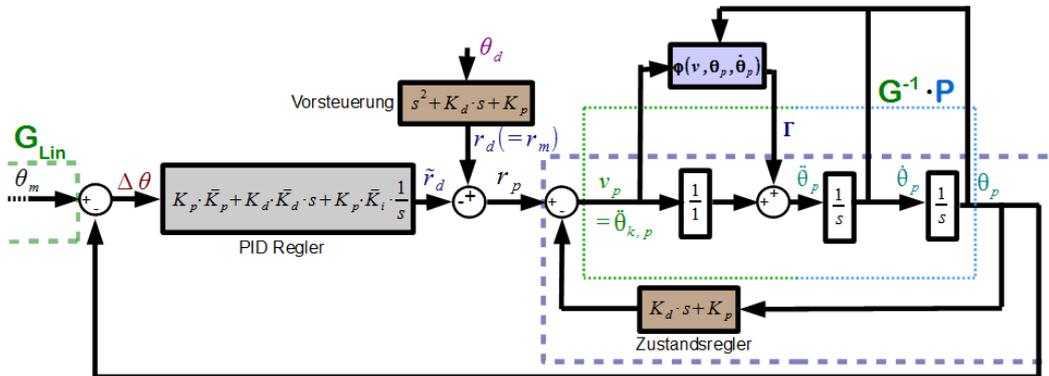


Abbildung 8.10: Darstellung des Unsicherheitsfaktors Γ im geregelten (flachheitsbasiert und robust) System. Die Beschleunigung $\ddot{\theta}_p$ des realen Systems setzt sich aus Vorgabe \mathbf{v}_p und Unsicherheitsfaktor Γ zusammen.

Der Modellfehler ergibt sich also additiv und multiplikativ zum Übertragungssystem.

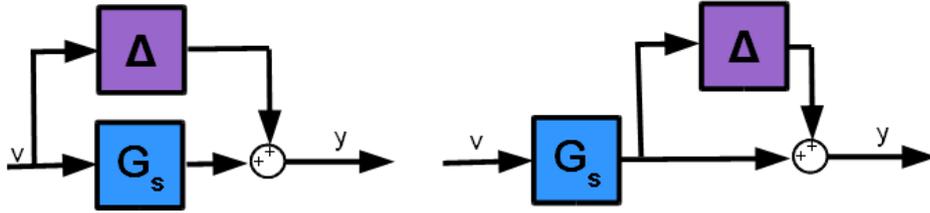
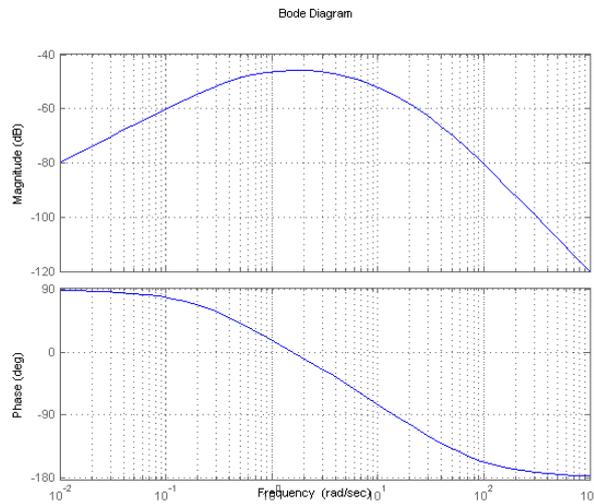


Abbildung 8.11: Additive und multiplikative Modellfehler.

Anhand dieser Darstellung lässt sich auch die Übertragungsfunktion $\Gamma \rightarrow \theta_p$ pro Gelenk aufstellen.

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{L}\{\theta_p\}}{\mathcal{L}\{\Gamma\}} &= \frac{\frac{1}{s^2 + K_d s + K_p}}{1 + \frac{1}{s^2 + K_d s + K_p} \cdot \frac{\bar{K}_p K_p s + \bar{K}_d K_d s^2 + \bar{K}_i K_p}{s}} = \\ &= \frac{s}{s^3 + (\bar{K}_d K_d + K_d) s^2 + (\bar{K}_p K_p + K_p) s + K_p \bar{K}_i} \end{aligned} \quad (8.32)$$

Sind die Reglerparameter \bar{K}_p , \bar{K}_d und \bar{K}_i des zweiten robusten Reglers R_{rob} beispielsweise alle eins und wählt man $K_p = 100$ und $K_d = 20$ (laut Vorgabe (7.16)), so führt dies zu folgendem Amplituden- und Frequenzgang (Abb. 8.12).


 Abbildung 8.12: Amplituden- und Frequenzgang von $\Gamma \rightarrow \theta_p$.

Alle Frequenzen werden ausreichend unterdrückt. Man betrachtet nun nochmals Γ in Gl. (8.31). Geht man von einer größeren Massenmatrix \mathbf{M} als geschätzt ($\hat{\mathbf{M}}$) aus, sieht man, dass der Term $(\mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{M}} - \mathbf{E})$ negativ wird und damit von der bestehenden Korrekturbeschleunigung \mathbf{v}_p ein gewisser Betrag abgezogen wird. Damit erhält man insgesamt eine kleinere

Systembeschleunigung $\ddot{\theta}_p$, womit sich die Gefahr eines Aufschaukelprozesses verkleinert. Insofern ist es besser, die geschätzten Massen des Systems etwas kleiner als errechnet anzusetzen. Für eine reale Strecke mit jeweils zusätzlich plus 1 Kilo an jedem Gelenk (bzgl. des mathematischen Modells) wird weniger Kraft generiert und sie verhält sich dadurch träger. Für eine reale Strecke mit minus 1 Kilo Differenz wird mehr Kraft als benötigt generiert, was zu stärkeren Schwingungen führt.

9 Muskelanbindung

Muskeln sind Organe¹, die neben Bindegewebe, Nerven und Blutgefäßen hauptsächlich aus Muskelgewebe² bestehen [52]. Die Anatomie³ des Menschen ist relativ gut erforscht. So weiß man heute über die Lage der einzelnen Skelettmuskeln relativ gut Bescheid. Bezüglich deren komplexe Funktion und Zusammenspiel mit anderen Muskeln, bedarf es jedoch noch einiger Forschung. Im Folgenden werden nur **Skelettmuskeln** (quergestreifte Muskeln) betrachtet. Das Adjektiv „quergestreift“ bezieht sich auf die kontraktile Einheiten (Sarkomere; siehe Kap. 9.2), die einem gestreiften Band gleichen.

9.1 Muskelaufbau

Grundsätzlich beginnt ein Muskel in einem **Ursprung** eines starren Körpers (fixer Haftpunkt, Origio) und endet im beweglichen Haftpunkt eines anderen starren Körpers - dem **Ansatz** (Insertio) (siehe Abb. 9.2). Diese Begriffe lassen sich nicht immer strikt trennen. So bezeichnet man bei Gliedmaßen den Ursprung i.A. als rumpfnäheren (proximalen), den Ansatz als rumpfferneren (distalen) Kontaktpunkt. Der **Muskelbauch** (Venter, Gaster) dazwischen ist von einem festen Bindegewebe, der **Muskelfaszie** (Fascia), umhüllt [52]. Durch Zusammenziehen des Muskels kann auf dem entsprechenden Gelenk ein Drehmoment ausgeübt werden.

Sogenannte Hilfseinrichtungen des Muskels sind

- **Sehnen**, bestehend aus straffem Bindegewebe, die den Ursprung direkt an den Knochen anheften;
- **Sehnenscheiden**, welche die Sehnen umhüllen und somit schützen. Sie gewährleisten eine reibungsärmere Kraftübertragung von Muskelursprung und Sehne;
- **Schleimbeutel**, die für ausreichend Schmierung an Knochenvorsprüngen sorgen;
- **Sesambeine**, bezeichnend für kleinere Knochen, direkt eingearbeitet in den Sehnen. Diese Bausteine sind überall dort zu finden, wo die Sehnen direkt am Knochen gleiten. Sie vergrößern den Abstand zum Hauptknochen (starrem Körper) und lenken die Sehne um, wodurch vom Muskel-Sehnen-Komplex auf das Gelenk ein größeres Drehmoment

¹ „Organe sind Teile des Körpers, die aus verschiedenen Geweben bestehen und eine funktionelle Einheit bilden, [...]“ [52]

² „Gewebe sind Zellverbände aus annähernd gleichartig differenzierten Zellen und der von ihnen abgegebenen und sie verbindenden Interzellulärsubstanz, [...]“ [52]

³ „Anatomie = Lehre vom Bau des Körpers“ [35]

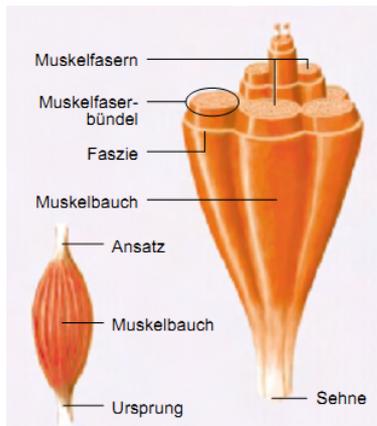


Abbildung 9.1: Grober Aufbau eines Skelettmuskels (entnommen aus [52]).

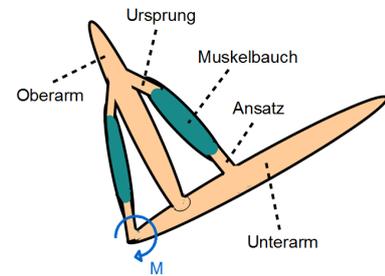


Abbildung 9.2: Grobe Darstellung der Oberarmmuskulatur.

bei geringerer Kraft ausgeübt werden kann. Das größte Sesambein - die Kniescheibe - ist in unterer Abbildung 9.3 zu sehen.

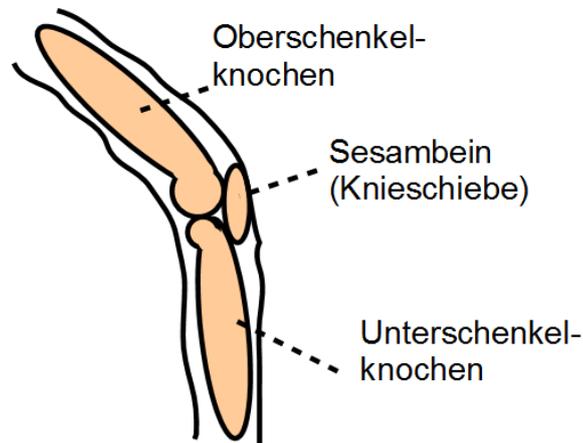


Abbildung 9.3: Kniegelenk mit größtem Sesambein - der Kniescheibe (längerer Hebelarm).

9.2 Muskelmechanik

Die Bewegung eines Gelenks geschieht durch unwillkürliche abwechselnde Kontraktion (Zusammenziehen) und Relaxion (Entspannung) von Muskeln. Dabei gibt es, abhängig von der Bewegungsrichtung des Gelenks, einen **Agonisten** (kontrahierender Muskel) und einen **Antagonisten** (Gegenspieler). Bewegt man seinen Unterarm nach oben, fungiert der Bizeps als Agonist (er kontrahiert), während sich der Trizeps (Antagonist) auf der Gegenseite entspannt.

Steuert man beim umgekehrten Fall den Unterarm nach unten, tauschen beide Muskeln ihre Rolle und damit auch ihre Bezeichnung (Agonist \Leftrightarrow Antagonist). Für eine Gelenkbewegung sind also mindestens zwei gegensätzlich arbeitende Muskeln nötig, meist wirken aber mehrere Muskeln zusammen (Synergisten).

Der Kontraktionsmechanismus kommt durch **Muskelzuckungen** (10-100 Hz) zustande, ausgelöst über Nervenimpulse [11]. Dabei werden die kleinsten Einheiten des Muskels - die kettenförmig angeordneten Sarkomere - durch ausgelöste Aktionspotentiale (AP) (~ 100 mV) verkürzt [44]. Da die Sarkomere entweder angespannt sind oder nicht (Alles-oder-Nichts-Prinzip) muss der Körper unter anderem entscheiden, wieviel solcher Zellen angeregt werden sollen. Ausgeführte Bewegungen sind i.A. jedoch nicht ruckartiger Natur. Bei einer Impulsfrequenz von 50 - 150 Hz, kommt es zu einer Dauerkontraktion (Tetanus) durch Überlappende Einzelzuckungen [52]. Die Muskelkraft ist somit von der Höhe der Impulsfrequenz, sowie von der Anzahl der aktivierten Muskelfasern in einem Muskelkomplex abhängig.

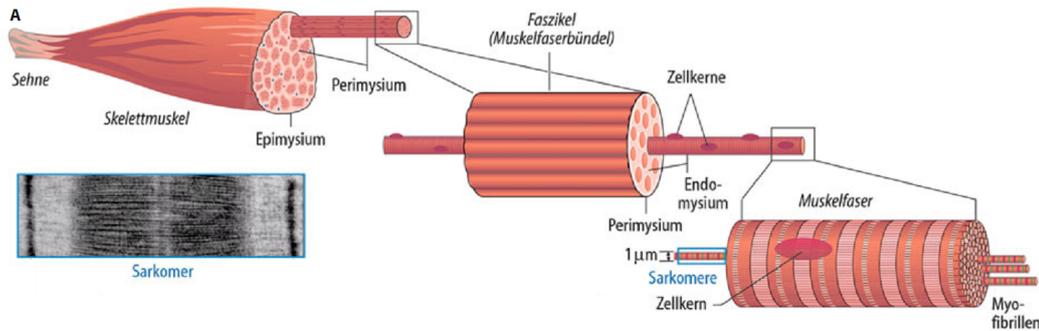


Abbildung 9.4: Feinere Darstellung des Aufbaus eines Skelettmuskels und dessen kleinste Einheit - der Sarkomere (entnommen aus [44]).

Entwickelt der Muskel eine reine Spannung, ohne ihn zu verkürzen (keine Gelenkbewegung, Muskel leistet keine Arbeit) spricht man von **isometrischer Kontraktion**, bei einer reinen Muskelverkürzung (Gelenkbewegung, Muskel leistet Arbeit) von **isotonischer Kontraktion** [52]. Typischerweise treten beide Arten - Spannung und Muskelverkürzung (bei Agonist) - gleichzeitig auf. Beim Anheben eines schweren Gegenstandes kommt es bis zur Überwindung des Gewichts zu einer isometrischen Kontraktion, danach zu einer zusätzlichen isotonischen Kontraktion.

Den Spannungszustand der Muskulatur nennt man **Tonus**. Jeder Muskel besitzt auch einen speziellen Ruhetonus (Muskel in Ruhe), ein aktiver Zustand, welcher durch abwechselnde niederfrequente Erregung einzelner Muskelstränge hervorgerufen wird ([52]). Muskel, die überwiegend haltende Tätigkeiten durchführen (z.B. Rückenmuskulatur), werden durch isometrische Kontraktion durch diesen Ruhetonus aktiv gehalten. Bei einer Änderung der Muskellänge oder -spannung kann schnell reagiert werden.

9.3 Muskelmodellierung

Das vorliegende Modell (5.36) einer n-gliedrigen Kette wird über die Gelenkmomente gesteuert. In weiterer Folge soll dieses vereinfachte dynamische Modell durch ein anatomisch korrekteres 3D-FE⁴ Modell ausgetauscht werden. Der Regler muss für diesen Fall nach wie vor funktionieren. Dieses FE-Modell arbeitet nicht mit Motoren in den Gelenken, sondern mit Muskeln. Dazu ist es nötig Muskelstränge an die starren Körper anzubringen, um die virtuellen „Motoren“ in den Gelenken zu ersetzen. Die Muskeln müssen die vorgegebenen Gelenkmomente exakt umsetzen. Einige Realisierungen zum Thema Muskelverbindungen sind nachfolgend beschrieben.

9.3.1 Direkte Muskelverbindung

Zwei benachbarte starre Körper besitzen Fixpunkte, die einfach mit einem Muskel verbunden werden. Das erste Glied wird an einem Fixpunkt im körperfesten Koordinatensystem angedockt.

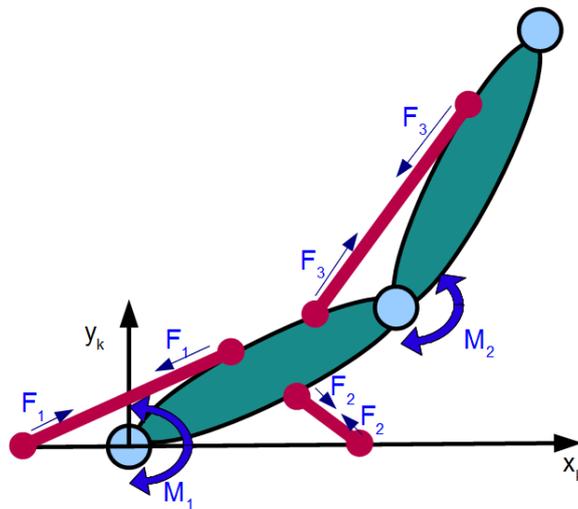


Abbildung 9.5: Darstellung einer Modellierung mit direkter Muskelverbindung bei einer 2-gliedrigen Kette.

Angenommen die Gelenkwinkel werden relativ zu den vorigen Gelenken gemessen (wie beim kinematischen Modell in Abb. 5.5 gehandhabt). Solange sich nun ein Gelenk nur in Richtung des positiven *oder* negativen relativen Winkels bis maximal 180° bewegt, kann diese Muskelmodellierung verwendet werden. Im anderen Fall eines Vorzeichenwechsels wandert der Muskel bei dieser Implementierung „durch“ das Gelenk, was natürlich nicht dem physikalischen Verhalten entspricht. In der Realität würde sich der Muskel um das Gelenk legen und sich

⁴ dreidimensionales Finite Elemente Modell: Einteilung eines zu berechnenden Gebietes (hier: Kettenmodell) in endlich viele Elemente mit vorgebbaren Eigenschaften

dort ein Kraftumlenkpunkt ergeben. Bei diesem Ansatz müssen die Muskelstränge in der Lage sein, sich zusammenzuziehen (Kontraktion) *und* auszudehnen (Extraktion), was auch nicht dem biologisch korrektem Ablauf entspricht (nur eine Relaxation⁵ statt aktiver Extraktion der Muskeln möglich). Für reine Testzwecke reicht dies.

Um das bestehende vereinfachte dynamische Modell der Kette mit dem 3D-FE Modell mit Muskelanbindung zu testen, ist jedoch die im nächsten Unterkapitel folgende, leicht abgeänderte Form herangezogen worden.

9.3.2 Muskelverbindung über virtuelle Ebenen

Ergeben sich bei den relativ zu den Gelenken gemessenen Winkeln ständig Nulldurchgänge und bleibt der gesamte maximal zurücklegbare Winkelbereich unter 180° , so lässt sich eine ähnliche Idee zum vorigen Kapitel umsetzen. Äquivalent zum vorhergehenden Modellierungsversuch beim ersten Gelenk, werden virtuelle Ebenen durch die Gelenke gelegt. Dort befinden sich die fixen Anfangs- bzw. Endpunkte der Muskeln. Die Ebenen können sich entsprechender Kriterien bewegen. Entweder sie sind fest an dem jeweils vorderen starren Körper gekoppelt oder an dem jeweils Nachfolgenden. Jedenfalls müssen sie je nach verwendetem Zustandsraum anders gelegt werden.

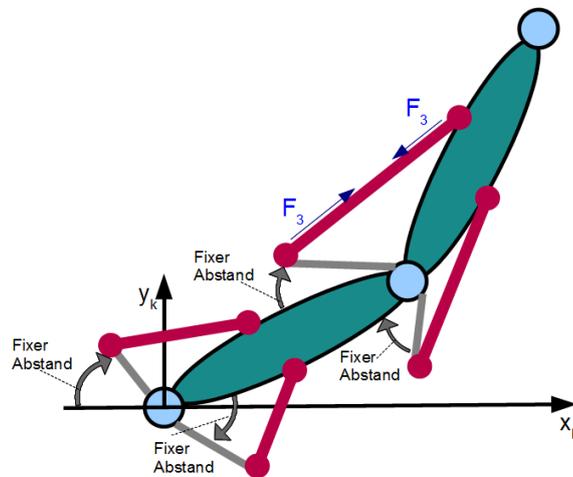


Abbildung 9.6: Modellierung der Muskeln mit Hilfe von virtuellen Ebenen (fixe Abstände).

Abb. 9.6 wird später in leicht abgeänderter Form (fixe Abstände variieren) für den Testfall eines leichten frontalen Bremsmanövers mit einem Modell bestehend aus Oberkörper, Hals, Kopf und Arme herangezogen (siehe Simulationskapitel 12.3). Becken und Hals sind gute Kandidaten für diese Modellierungsmethode. Beide Gelenke haben einen maximalen *Winkelbereich* unter 180° (relativ zum vorigen Segment gemessen) und Gelenkmomente können jeweils durch reine Kontraktion der Muskeln links oder rechts des Gelenks erzeugt werden.

⁵ Muskel erschlafft, keine/geringere Kontraktion

9.3.3 Muskelverbindung über Ösen

Eine physikalisch korrektere Darstellungsweise ist die Muskelmodellierung mittels Ösen (Umlenkpunkte). Dabei verbindet der Muskel zwar erneut zwei benachbarte starre Körper, die Kraftwirkung erfolgt jedoch nicht auf dem direkten, kürzesten Weg, sondern über eine Öse. Diese liegt auf der Winkelsymmetrale des eingeschlossenen Winkels der starren Körper. Wie untere Abbildung 9.7 zeigt, wird der Muskel einfach in zwei Teilmuskel aufgetrennt. Beide erfahren die gleiche Kraft F_i , nur die Wirkungsrichtung ist unterschiedlich.

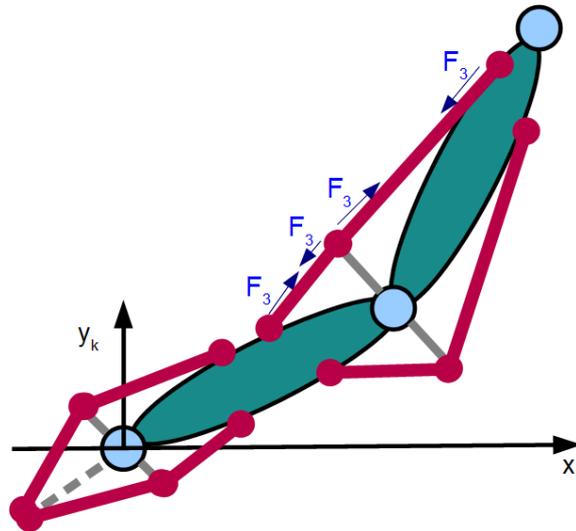


Abbildung 9.7: Modellierung der Muskeln mit frei beweglichen Umlenkpunkten (Ösen).

Da die Winkelsymmetrale sich ständig der Lage der starren Körper anpasst, kommt es nie zu Muskel-Gelenksüberschneidungen, außer $\pm 180^\circ$ (vom relativen Winkel zum vorderen Segment ausgehend gemessen) werden vom Gelenk überschritten.

9.4 Berechnung der Muskelkräfte

Die Umrechnung gewünschter Gelenkmomente auf vorhandene Muskelkräfte kann relativ einfach durchgeführt werden: Je nach verwendeter Modellierung (9.3.1, 9.3.2, 9.3.3) muss das dynamische Modell (5.36) vorher entsprechend mit den zusätzlich angreifenden Kräften versehen werden. Dadurch ergibt sich durch Anwendung des Lagrange Formalismus (5.30) pro Gelenk j ($j=1\dots n$) zusätzlich eine neue generalisierte Kraft Q_{j,F_k} ⁶ durch die neu hinzugefügten m Muskelkräfte F_{k_i} ($i=1\dots m$).

⁶ in diesem Fall nur generalisierte Momente, da die generalisierten Koordinaten q_j reine Winkelgrößen sind

$$Q_{j,gesamt} = \underbrace{Q_{j,F_m}}_{\substack{\text{generalisiertes} \\ \text{Moment durch} \\ \text{Stellkräfte}}} + \underbrace{Q_{j,F_g}}_{\substack{\text{generalisiertes} \\ \text{Moment durch} \\ \text{Gravitationskräfte}}} + \underbrace{Q_{j,F_t;F_v}}_{\substack{\text{generalisiertes} \\ \text{Moment durch} \\ \text{Reibungskräfte}}} + \underbrace{Q_{j,F_k}}_{\substack{\text{generalisiertes} \\ \text{Moment durch} \\ \text{Muskelkräfte}}} \quad (9.1)$$

Man möchte nun mit den m Muskelkräften F_{k_i} die gleichen Momente in den n Gelenken erzeugen wie die n antiparallelen Stellkräfte F_{m_j} .

$$Q_{j,F_m} \stackrel{!}{=} Q_{j,F_k} \quad (9.2)$$

Aufgrund des verwendeten Ansatzes für die Stellkräfte F_{m_j} erschließen sich die vorhandenen generalisierten Stellmomente Q_{j,F_m} über die Gelenksradien R_j folgendermaßen (siehe Abb. 5.4):

$$Q_{j,F_m} = 2 \cdot F_{m_j} \cdot R_j \quad . \quad (9.3)$$

Das Moment Q_{j,F_k} in einem Gelenk j kann theoretisch von allen vorhandenen Muskeln F_{k_i} erzeugt werden.

Diese Stellmomente Q_{j,F_m} müssen bei Verwendung von Muskelkräften natürlich Null gesetzt werden, um kein doppeltes Moment zu generieren. Betrachtet man alle vorhandenen generalisierten Stellmomente \mathbf{Q}_{F_m} und generalisierten Momente durch Muskelkräfte \mathbf{Q}_{F_k} , kann folgendes Gleichungssystem angeschrieben werden:

$$\mathbf{Q}_{F_m} \stackrel{!}{=} \mathbf{Q}_{F_k} \quad (9.4)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \cdot F_{m_1} \cdot R_1 \\ \dots \\ 2 \cdot F_{m_n} \cdot R_n \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} Q_{1,F_k}(F_{k_1}, \dots, F_{k_m}) \\ \dots \\ Q_{n,F_k}(F_{k_1}, \dots, F_{k_m}) \end{bmatrix} \quad .$$

Um die Muskelkräfte zu bekommen, muss zuerst die Jacobimatrix gebildet werden:

$$\begin{bmatrix} 2 \cdot F_{m_1} \cdot R_1 \\ \dots \\ 2 \cdot F_{m_n} \cdot R_n \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{1,F_k}}{\partial F_{k_1}} & \dots & \frac{\partial \Phi_{1,F_k}}{\partial F_{k_m}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Phi_{n,F_k}}{\partial F_{k_1}} & \dots & \frac{\partial \Phi_{n,F_k}}{\partial F_{k_m}} \end{bmatrix}}_{:= J_{F_k} \quad (n \times m)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} F_{k_1} \\ \vdots \\ F_{k_m} \end{bmatrix}}_{(m \times 1)} \quad . \quad (9.5)$$

Die Jacobimatrix J_{F_k} ändert ihr Aussehen je nach Muskelmodellierung und muss je nach verwendetem Fall auf Regularität überprüft werden. Es kann durchaus vorkommen, dass mehr Muskeln als Stellkräfte vorhanden sind. Damit ist die Matrix nicht mehr quadratisch und muss mit Hilfe der Pseudoinversen invertiert werden. Auch hier kann man durch Modifikation der

Pseudoinversen singulären Fällen entgegenwirken (vgl. (5.59)). Die errechneten Muskelkräfte verfälscht man dadurch allerdings leicht.

Singuläre Punkte im Zustandsraum bzw. der Matrix J_{F_k} sind je nach Muskelmodellierung verschieden. Beispielsweise benötigt ein Muskel, welcher zwei starre Körper direkt miteinander verbindet, ∞ viel Kraft, wenn der eingeschlossene Winkel beider Körper exakt 180° beträgt. Der Muskel verläuft in diesem Szenario direkt durch das dazwischenliegende Gelenk (siehe Abb. 9.8).

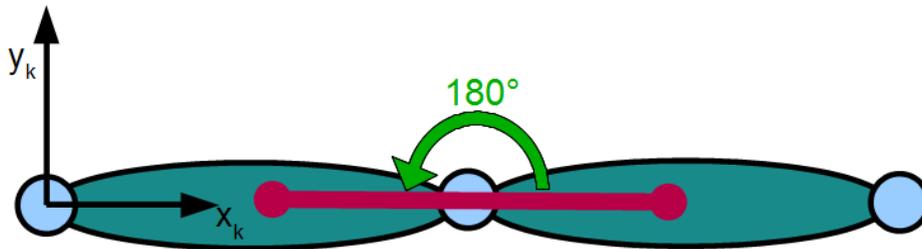


Abbildung 9.8: Darstellung eines singulären Falles. Direkte Muskelverbindung bei 180° Winkeldifferenz zw. 2 starren Körpern.

Behält man das im Hinterkopf, kann invertiert werden:

$$\begin{bmatrix} F_{k_1} \\ \vdots \\ F_{k_m} \end{bmatrix} = J_{F_k}^{-1} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \cdot F_{m_1} \cdot R_1 \\ \dots \\ 2 \cdot F_{m_n} \cdot R_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \tag{9.6}$$

Folglich kann das bestehende Regelungsmodell aus Abb. 7.3 mit einer $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{F}$ Umrechnung erweitert werden (siehe Abb. 9.9).

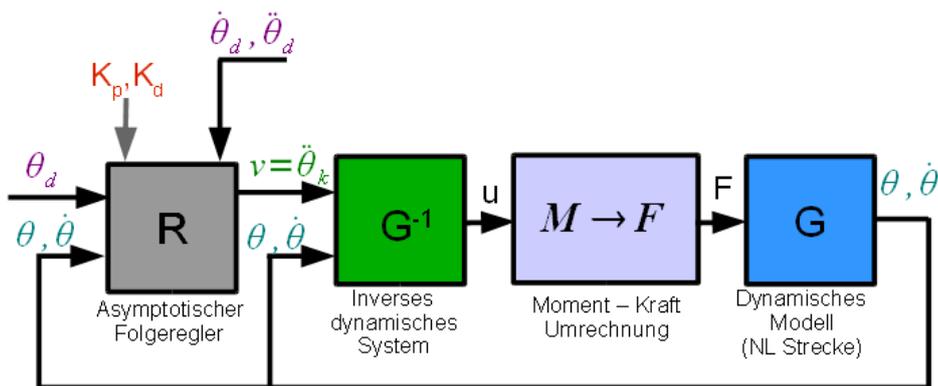


Abbildung 9.9: Blockschaltbild des endgültigen Koppelplans aus Abb. 7.3 mit zusätzlicher Umrechnung der Gelenkmomente \mathbf{u} auf Muskelkräfte \mathbf{F} .

10 Menschliches Verhalten und Reaktionsvermögen

Mit den bisherigen Methoden der Steuerung und Regelung (siehe Kap. 7) kann ein Endeffektor einer Kette gewissen Punkten folgen, wobei sich alle vorhergehenden Glieder entsprechend mitbewegen. Mit Hilfe des CLIK Algorithmus (siehe Kap. 5.2.2) wird auch eine weiche, menschlichere Bewegung ermöglicht. Nun sollen weitere Komponenten menschlichen Verhaltens, wie Reaktionszeit und Muskelspannung (Tonus) berücksichtigt werden.

10.1 Reaktionszeit und Reflexe

Die Reaktionsdauer (nicht ganz korrekterweise auch Reaktionszeit genannt) ist jene Zeit, die zum Wahrnehmen (über Sinnesorgane) und Erkennen (Filtern, Vergleichen von Information) einer Gefahr bis zur Entscheidung einer entsprechenden Handlung (z.B. motorische Reaktion) verstreicht. Entscheidend für die Dauer dieser Verzögerungszeit ist die Art der Reizaufnahme. **Akustische Reize** führen nach etwa 160 - 190 ms zu einer Reaktion, **visuelle** nach 220 - 250 ms (nach [50], [20]). **Optische** Information wird mit 20-40 ms langsamer detektiert [37] als ein akustisches Signal mit 8 - 10 ms [31]. Genannte Daten gelten für Einfachreaktionen, ohne komplexe Handlungsstrukturen zu berücksichtigen. Auch diese Einfachreaktionen müssen die gewonnene Bild- oder Toninformation auswerten und mit erlernten Daten vergleichen um eine entsprechende Aktion vorgeben zu können.

Bedeutend schneller laufen **spinale Reflexe** ab. Diese haben ihr Reflexzentrum im Rückenmark und sind genetisch vorprogrammiert (kein Erlernen nötig) [44]. Ihre Aufgabe besteht vorwiegend darin, den Körper zu stabilisieren. Ständig wird Länge, Längenänderung sowie Spannung der Muskeln überprüft. Weichen Soll- und Istwert voneinander ab, wird nachgebessert. Daraus entstehen dann die **Muskeleigenreflexe** (Sensor und Effektor im gleichen Organ) sowie **Fremdreflexe** (Sensor und Effektor *nicht* im gleichen Organ). Der einfachste Muskeleigenreflex ist der Muskeldehnungsreflex (überprüft Länge und Längenänderung des Muskels) mit einer Reaktionszeit von etwa 30 ms [38]. Bei kleinen Ist-Soll-Fehlern ist eine Stabilisierung problemlos möglich. Größere Abweichungen bedürfen der Hinzunahme von höheren Instanzen des zentralen Nervensystems (ZNS¹). Die höchste Instanz der koordinierten Bewegung ist der Motorkortex - ein Bereich der Großhirnrinde [11].

¹ umfasst Gehirn und Rückenmark

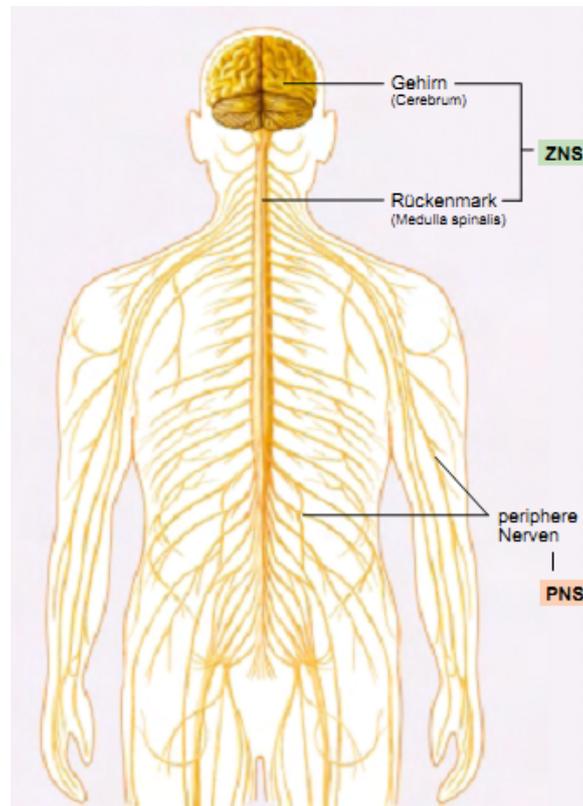


Abbildung 10.1: Darstellung des ZNS mit Gehirn und Rückenmark (entnommen aus [52]).

Die Klasse der behandelten Störgrößen beschränken sich in dieser Arbeit auf unerwartete Beschleunigungsänderungen (Bremsungen, unerwarteter Spurenwechsel). Die dafür betrachteten Reflexe sind **Muskeldehnungsreflexe**, **Reflexe des Gleichgewichtssystems** (Vestibulärapparat) sowie des **visuellen Systems**.

Der Muskeldehnungsreflex allein reicht nicht vollkommen aus, um eine Kraft vorzugeben, die den Fahrzeuginsassen wieder in die Ausgangsposition zurückbefördert. Der Organismus muss die aktuelle Lage und Beschleunigung kennen. Über den Vestibulärapparat im Innenohr bekommt er Informationen über die aktuellen Drehbeschleunigungen (über drei Bogengänge) und Linearbeschleunigungen (über zwei Makulaorgane) [44] (siehe Abb. 10.2). Zusammen mit der Information der Halsposition und Inputs des optischen Systems sowie übrigen Muskeln im Körper, kann eine entsprechende Gegenreaktion im Hirnstamm ausgelöst werden. Vestibuläre Reflexe² benötigen im kürzesten Fall ebenfalls nur um die 30 ms Reaktionszeit [27]. Die Zeit von 30 ms bezieht sich in [27] rein auf die Nackenmuskulatur, variiert auch von Muskel zu Muskel und beinhaltet keine Auswertung visueller Daten durch das Auge. In diesem speziellen Test über Vestibulärreflexe, entnommen aus [26], legte man Personen auf eine Unterlage, die bei den Schultern endete. Der Kopf lag frei. Vorerst durch Bänder gehalten wurde er plötzlich abrupt losgelassen. Die Probanden brauchten bei den auftretenden Geschwindigkeitsänderun-

² Reflexe, welche das Gleichgewicht stabilisieren; geht vom Hirnstamm aus

gen von ~ 1 g etwa 100 ms um die Halsbeschleunigung zu stoppen und weitere 100 ms um den Kopf in die Gegenrichtung zu lenken.

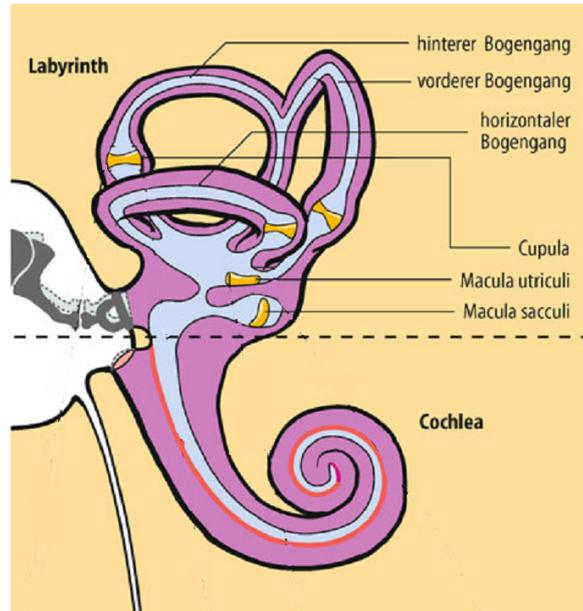


Abbildung 10.2: Vestibulärorgan im Labyrinth des Innenohres (entnommen aus [44]).

Das visuelle System steuert in weiterer Folge ebenfalls seinen Beitrag dazu bei. Diverse Autoren haben sich rein mit der visuellen Wahrnehmung im Straßenverkehr beschäftigt. Dabei konnte eine mittlere Reaktionsgrunddauer (Zeit, ohne vorher ein Objekt zu fixieren; zeitl. Dauer vom Sehen/Wahrnehmen einer Gefahr bis zum Start einer Reaktion [7]) von rund 400 ms ermittelt werden ([5], [4], [6], [12], [13]). Eine mögliche vorangehende Objektfixierung (z.B. eines Hindernisses auf der Straße während der Fahrt) dauert ebenfalls um die 400 ms. Für die Brems- und Kurventests per Auto stehen dieser Arbeit einige Tests mit unterschiedlichen Probanden zur Verfügung. Die Reaktionszeiten wurden experimentell ermittelt und liegen im Bereich von 100 bis 300 ms (siehe Simulationsergebnisse im Kapitel 12).

10.1.1 Modellierung der Reaktionszeit

Die Zeit, die ein Lebewesen braucht, um auf äußere Störungen zu reagieren, lässt sich im Modell am Einfachsten durch ein **Totzeitglied** ausdrücken.

Der Stellgrößenzeugung (inverses dynamisches System (siehe 5.2.2)), mit den Momenten \mathbf{u} als Ausgang, wird das Störsignal um eine einstellbare Zeit T_{react} verschoben übermittelt. Das dynamische Modell erfährt diese sofort. D.h. im Falle einer Störung errechnet sich eine falsche, eine um T_{react} verzögerte Stellgröße. Wie von der Regelungstechnik bekannt, können Regelungen von Strecken mit Totzeitgliedern zu Instabilitäten führen. Dieses Verhalten ist hier aber absolut legitim, da es bekanntlich auch beim Menschen auftritt, sofern dieser, unter

Einfluss unerwarteter Geschwindigkeitssänderungen, ständig zur Ausgangsposition zurück möchte. Ist mit ständigen Richtungsänderungen zu rechnen, wird der Mensch jedoch sein Programm ändern und einfach eine selbst gewählte Position mit fest angespannten Muskeln halten wollen.

Der Regler selbst (siehe Gl. (7.12)) ist nur abhängig von Istwinkel ($=\theta$), Sollwinkel ($=\theta_d$), Ist-, Sollwinkelgeschwindigkeiten, Sollwinkelbeschleunigungen sowie den Reglerparametern K_p und K_d .

$$v = \ddot{\theta}_{korrektur} = \ddot{\theta}_d - K_d(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - K_p(\theta - \theta_d) \tag{10.1}$$

Er reagiert also sofort auf Änderungen von Winkel- und Winkelgeschwindigkeit. Damit hat man zwar einen verzögerten Informationsfluss bzgl. der Störung, aber eine sofortige Wirkung bzgl. des Fehlers $e = (\theta - \theta_d)$.

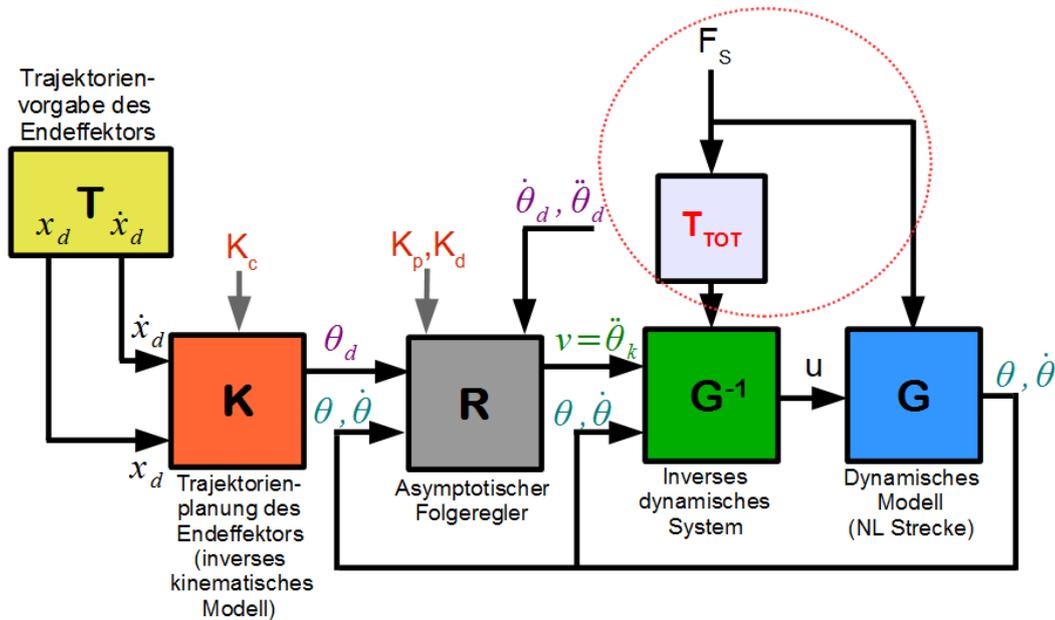


Abbildung 10.3: Blockschaltbild des gesamten Systems mit verzögertem Informationsfluss der äußeren Störung durch das Totzeitglied.

Um auch beim Regler Reaktionszeiten zu berücksichtigen, können dynamische K_p und K_d Parameter eingeführt werden.

10.1.2 Anpassung der dynamischen Reglerparameter

Ein Lebewesen spannt seine Muskulatur nicht ständig an. Je nach Situation variieren die Muskelzustände von „komplett entlastet“ bis zu „maximal angespannt“. Im Kettenmodell dieser Arbeit sollen vorerst zumindest **zwei Stufen der Muskelspannung** durch zwei

unterschiedliche Reglerparametersätze K_{high}, K_{low} berücksichtigt werden. Wie bereits erwähnt, weist jeder Muskel einen eigenen Grundtonus auf, der zum Halten der aktuellen Lage nötig ist. Einerseits soll genau dieser Zustand beachtet werden ($Zustand_{ruhe}$), andererseits jener, welcher den maximalen Krafteinsatz ($Zustand_{max}$) repräsentiert. Sind gewünschte Winkelstellungen erreicht und stimmt das inverse dynamische Modell genau mit dem dynamischen zusammen, ist auch ein Nullsetzen von $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$ legitim. Denn, tritt kein Fehler $\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}$ auf und wurde die Sollbeschleunigung $\ddot{\theta}_d$ wie erwähnt mit Null angesetzt, dann resultiert $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ (siehe Gl. (10.1)). Die Stellgrößenzeugung (inverses dynamisches Modell) erhält aber nach wie vor die aktuellen Werte von Istwinkel und Istwinkelgeschwindigkeit - erzeugt also genau die benötigte Kraft zum Halten der Glieder bei der Annahme $\ddot{\theta} = \mathbf{0}$. Wie im Kapitel 9.2 erläutert, sind Muskel aber auch im Grundtonus ständig aktiv, womit die Wahl von $\mathbf{K}_p \neq 0, \mathbf{K}_d \neq 0$ in jedem Muskelzustand gerechtfertigt ist. Jedenfalls sollen die Reglerparameter oder zumindest Teile davon (\mathbf{K}_p oder \mathbf{K}_d) für eine maximale Anspannung größer als die des Grundtonus sein. Bezogen auf den menschlichen Körper, hängen die Werte der Parameter vom betrachteten Körperteil (Kettenglied), der Erwartungshaltung gegenüber einem Ereignis (aktiv / passiv) und natürlich von den Kraftreserven der Person ab. Möglicherweise hat eine Person auch durch Erfahrung gewisse Bewegungsroutinen im Kleinhirn abgespeichert und kann somit schneller auf bekannte Abläufe reagieren, als wenn das Großhirn allein die entsprechenden Anweisungen geben muss.

Der Algorithmus zur Reglerparameteränderung sieht folgendermaßen aus:

- Wird eine veränderliche Trajektorie vorgegeben bzw. ändert sich die Sollposition des Endeffektors, verwende $Zustand_{max}$ (Verwendung von $K_{p,high}, K_{d,high}$)
- Sind alle Sollwinkel der Gelenke einer Kette erreicht (Fehler $\mathbf{e} = \mathbf{0}$), warte eine selbst definierte Zeit T_{passiv} und gehe in $Zustand_{ruhe}$ (Verwendung von $K_{p,low}, K_{d,low}$) über, sofern in dieser Zeit keine Störung aufgetreten ist.
- Sobald eine Störung von außen auftritt, warte die selbst definierte Zeit T_{react} und springe zu $Zustand_{max}$ (Verwendung von $K_{p,high}, K_{d,high}$)

11 Realisierung der Winkelbeschränkungen

Durch anatomische Gegebenheiten lassen sich Gelenke nicht beliebig weit abbiegen. Diese Tatsache muss auch im Modell berücksichtigt werden. Der verwendete Ansatz basiert, gleich wie die Stellgrößenerzeugung für Sollwinkel, auf dem inversen dynamischen Modell mit dem Stellmoment \mathbf{u} als Ausgang und der Korrekturbeschleunigung \mathbf{v} als Eingang (siehe Gl. (7.1)).

$$\mathbf{u} = \beta(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{v}) \quad (11.1)$$

Der Eingang \mathbf{v} wird erneut durch Fehlerterme $\mathbf{e} = (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_d)$ erzeugt.

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_p \mathbf{e} \\ \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (11.2)$$

Ist eine Winkelgrenze eines Gelenkes übertreten, so wird zunächst die derzeit aktuelle Stellgröße \mathbf{u} bzw. Stellmoment $\mathbf{M}_{\mathbf{F},\mathbf{q}}$ dieses Gelenkes deaktiviert (kompensiert). Weiters wird der aktuelle Sollwinkel $\theta_{d,j}$ mit dem maximal zulässigen Winkel der entsprechenden Richtung überschrieben ($\theta_{d,j,neu}$). Im Prinzip soll das Gelenk einfach wieder zurück in seinen erlaubten Winkelbereich gebracht werden. Für die Stellgrößenerzeugung sind nun zwei Fälle zu unterscheiden:

- Das Gelenk hat die Beschränkung übertreten und bewegt sich weiters in den unerlaubten Bereich ($\text{sign}(\dot{\boldsymbol{\theta}}) = \text{sign}(\mathbf{e})$). Dem Fehler \mathbf{e} ist mit einer stärkeren Kraft entgegenzuwirken. Die Eigenwerte für das lineare Fehlersystem (11.2) sind experimentell ermittelt worden und sind deshalb nicht immer rein reeller Natur.
- Das Gelenk hat die Beschränkung übertreten, steuert allerdings bereits zur erlaubten Grenze hin ($-\text{sign}(\dot{\boldsymbol{\theta}}) = \text{sign}(\mathbf{e})$). Um hier keine allzu großen Gelenksbeschleunigungen zu produzieren, wählt man kleinere Eigenwerte um eine kleinere Stellenergie zu generieren.

Die eingestellten Parameter pro Gelenk j sind in Tabelle 11.1 aufgeführt.

$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$
400	20	200	10

Tabelle 11.1: Parameterwahl der Reglerzustände „ K_{High} “ und „ K_{Low} “ pro Gelenk j .

12 Simulationsergebnisse

Im ersten Teil dieses Kapitels führt man den Endeffektor einer viergliedrigen Kette einer Wunschtrajektorie nach, darauf folgt ein Test mittels Modellparameterabweichungen. Schließlich kann ein Reaktionsprozess eines Menschen bei einem Bremsmanöver und einer Kurvenfahrt anhand einer zweigliedrigen kinematischen Kette nachgestellt werden.

12.1 Trajektorienvorgabe

Die in der Arbeit verwendeten Reglerparameter des asymptotischen Zustandsreglers ($K_{p,j} = 100, K_{d,j} = 20$) sind für Trajektorienfolgeaufgaben des Endeffektors ausreichend schnell. In den nachstehenden Plots werden eine definierte Zeit lang nur **fixe, einzelne Sollpunkte** (x,y,α) ¹ vorgegeben, keine dynamischen Verläufe ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{\alpha} = 0$). Anhand des inversen kinematischen Modells werden diese Punkte in einen entsprechenden Sollwinkelverlauf θ_d umgerechnet. Die Endwinkel stehen sofort fest, wenn die Anzahl der Gelenke kleiner oder gleich jener der Vorgabenwerte ist (analytische Berechnung), übersteigt sie diese aber, erfolgt der Winkelverlauf dynamisch (numerische Berechnung) und unterschiedlich schnell, je nach Wahl des Parameters \mathbf{K}_c in Abb. 5.7. Der Parameter ist für jede Vorgabegröße x,y und α der Trajektorie mit $K_{c,k} = 3, k = 1, \dots, 3$, so eingestellt, dass die Sollwinkel θ_d in rund einer Sekunde feststehen.

Der Verlauf in Abb. 12.1 und Abb. 12.2 ist unter Einsatz einer viergliedrigen Kette² mit folgenden Abmessungen erzeugt worden:

	SK_1	SK_2	SK_3	SK_4
Masse (in kg)	2,9	2,2	2	2
Länge (in m)	0,22	0,36	0,1	0,2

Tabelle 12.1: Modellparameter der viergliedrigen Kette.

Die weitere Bewegung der Streckenzustände θ_p resultiert durch den Zustandsregler über die Korrekturbeschleunigung \mathbf{v} .

¹ x,y ... kartesische Koordinaten; α ... Winkel des Endeffektors bzgl. der Horizontalen

² vier starre Körper (SK_i)

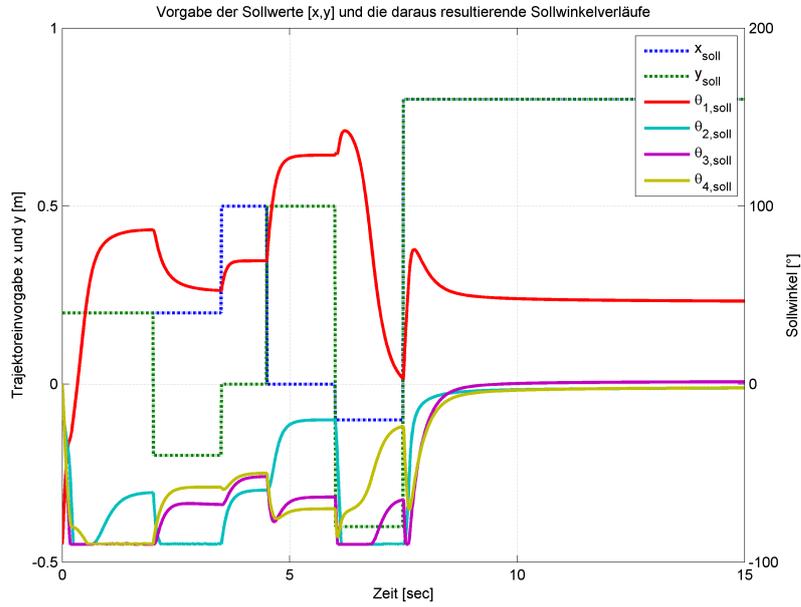


Abbildung 12.1: Darstellung der Sollvorgabewinkel und die daraus resultierenden Winkelverläufe bei fixer $[x,y]$ Vorgabe.

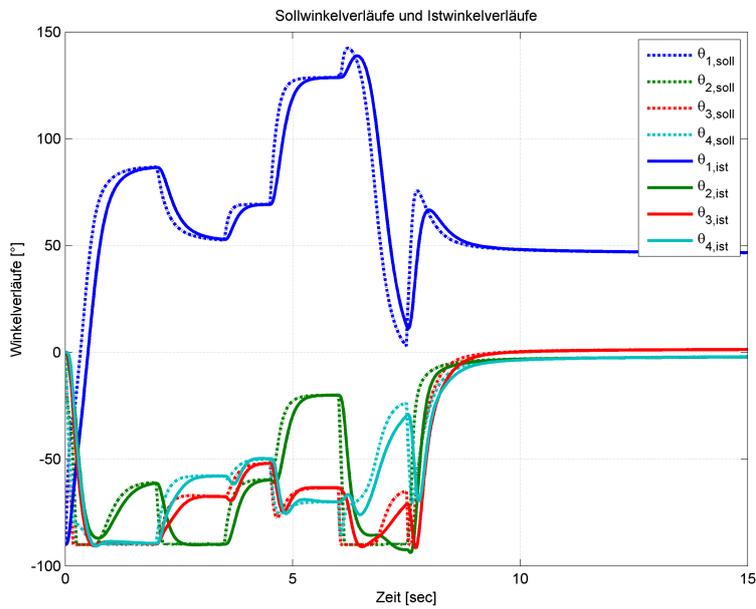


Abbildung 12.2: Istwinkelverlauf bei Vorgabe des Sollwinkelverlaufes.

12.2 Überprüfung der Robustheit

Nun soll die Robustheit gegenüber Modellparameter überprüft werden. Dazu fügt man im ersten Test **jeweils +4 Kilo** an die Massenschwerpunkte der starren Körper der realen Strecke hinzu, im zweiten zieht man **jeweils -1,5 Kilo** ab (für Modellparameter siehe Tabelle 12.1). Die Parameter des asymptotischen Zustandsreglers sind dazu etwas erhöht worden (siehe Tabelle 12.2), um Fehler in Geschwindigkeit und Position stärker zu bestrafen.

K_p	K_d
170	25

Tabelle 12.2: Wahl der Parameter des asymptotischen Zustandsreglers (pro Gelenk).

Die Reglerparameter des robusten Reglers sind in Tabelle 12.3 zu sehen. Man muss bedenken, dass diese Werte noch mit denen des asymptotischen Zustandsreglers multipliziert werden (siehe Gl. (8.22)). Es resultiert daraus eine relativ **hohe Dynamik** des Fehlers $\Delta\theta$. Hohe Korrekturbeschleunigungen \mathbf{v}_2 (siehe Kap. 8.2) kommen aber nur zustande, wenn sich die Trajektorien des exakten und jene des realen Modells zu weit voneinander entfernen. Dies trifft besonders dann zu, wenn das reale Modell kleinere Massen als das exakte besitzt (Testwert: $Masse_{real} < \frac{2}{3} \cdot Masse_{exakt}$). In diesem Fall ist mit für das Modell extrem überdimensionierten Stellkräften zu rechnen, hervorgerufen durch das inverse dynamische System, und führt in weiterer Folge zu unkontrollierbar hohen Momenten. Der Output des robusten Reglers enthält zur Sicherheit ein Anti-Windup mit der Integratorbeschränkung von 2 rad (Limitierung des Ausdrucks $\bar{\mathbf{K}}_i \cdot (\boldsymbol{\theta}_p - \boldsymbol{\theta}_m)$). Geschwindigkeitsdifferenzen sind mit $15 \frac{rad}{s}$ (Limitierung: $\bar{\mathbf{K}}_d \cdot (\dot{\boldsymbol{\theta}}_p - \dot{\boldsymbol{\theta}}_m)$), Proportionalfehler mit 2 rad (Limitierung: $\bar{\mathbf{K}}_p \cdot (\boldsymbol{\theta}_p - \boldsymbol{\theta}_m)$) begrenzt.

\bar{K}_p	\bar{K}_d	\bar{K}_i	$\bar{K}_p \cdot K_p$	$\bar{K}_d \cdot K_d$	$\bar{K}_p \cdot K_i$
6	2	4	$6 \cdot 170$	$2 \cdot 25$	$4 \cdot 170$

Tabelle 12.3: Wahl der Parameter des robusten PID Reglers (pro Gelenk).

Die vom Regler erzeugten Korrekturbeschleunigungen \mathbf{v} sowie die insgesamt erzeugten Gelenkmomente für die oben genannten Masseschwankungen für die reale Strecke und für das Modell sind in Abb. 12.5 und 12.6 zu sehen.

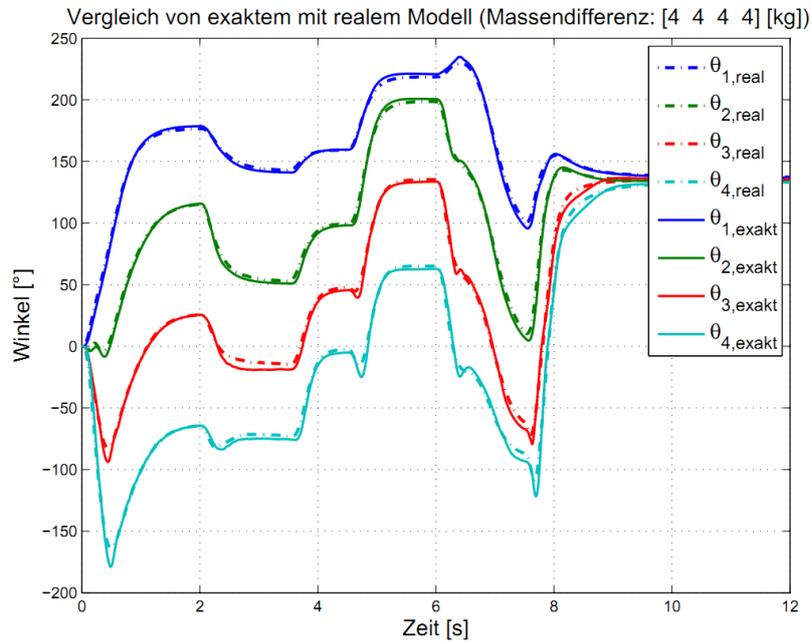


Abbildung 12.3: Darstellung der Winkelverläufe der realen (+ 4 Kilo) und modellierten Strecke (Referenzmodell) mit Massenwerten [2.9; 2,2; 2; 2].

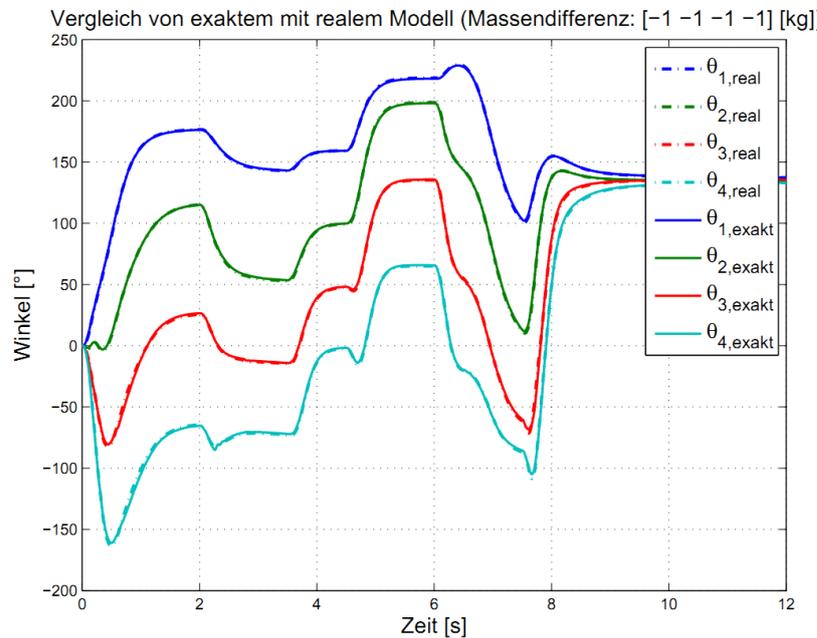


Abbildung 12.4: Darstellung der Winkelverläufe der realen (- 1 Kilo) und modellierten Strecke (Referenzmodell) mit Massenwerten [2.9; 2,2; 2; 2].

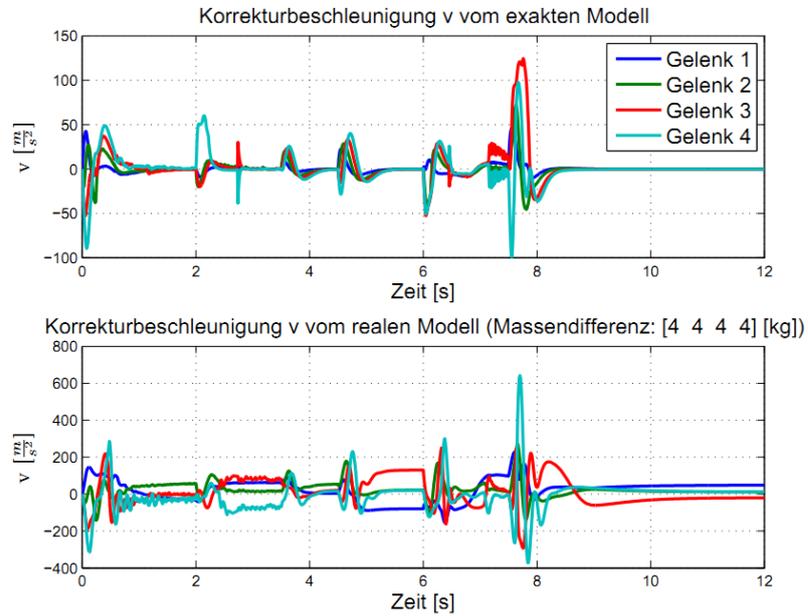


Abbildung 12.5: Korrekturbeschleunigungen v für reale Strecke $[2,9; 2,2; 2; 2]+[4; 4; 4; 4]$ (in kg) und Modell.

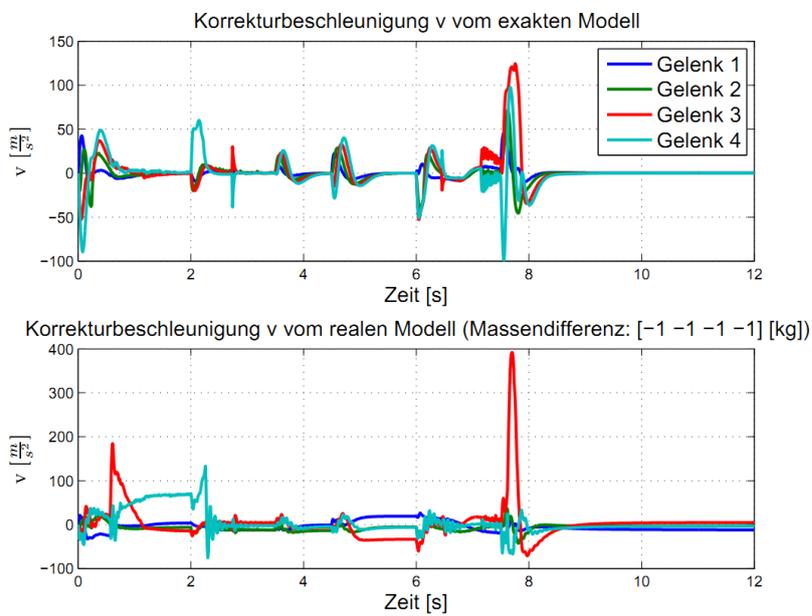


Abbildung 12.6: Korrekturbeschleunigungen v für reale Strecke $[2,9; 2,2; 2; 2]-[1; 1; 1; 1]$ (in kg) und Modell.

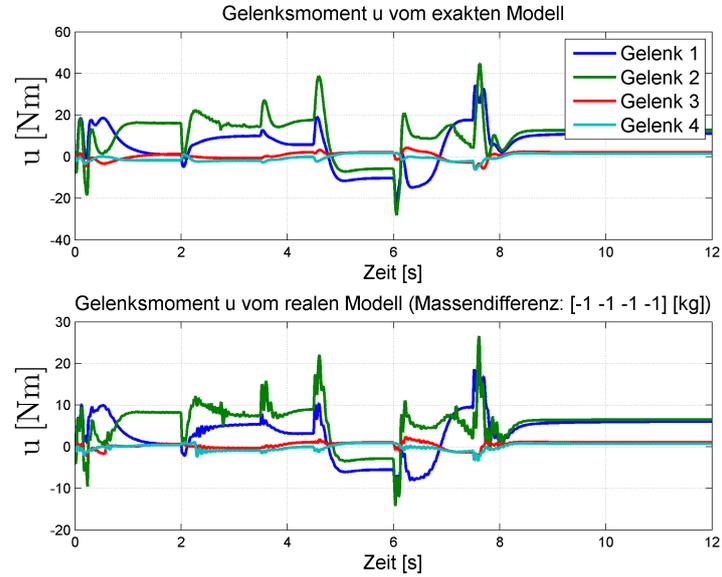


Abbildung 12.7: Gelenksmomente \mathbf{u} für reale Strecke $[2,9; 2,2; 2; 2]-[1; 1; 1; 1]$ (in kg) und Modell.

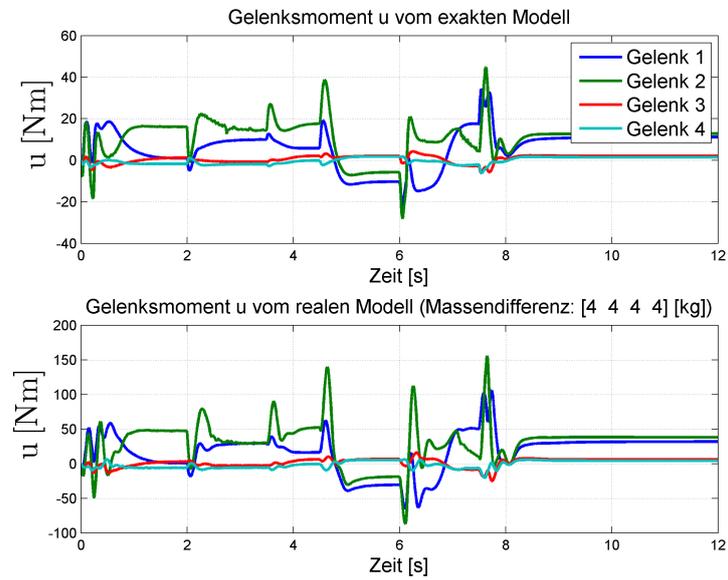


Abbildung 12.8: Gelenksmomente \mathbf{u} für reale Strecke $[2,9; 2,2; 2; 2]+[4; 4; 4; 4]$ (in kg) und Modell.

12.3 Simulation des menschlichen Oberkörpers

In den folgenden Simulationsergebnissen geht es darum, getestete Bremsmanöver mit dem flachheitsbasierten Regler und dem Zweikörpermodell nachzustellen. Vom „Kompetenzzentrum - Das virtuelle Fahrzeug“ (ViF)³ wurden **Versuchsdaten** von drei männlichen Personen von ungefähr gleicher Größe und Gewicht zu jeweils drei Versuchen auf einem Testschlitten bzgl. lateraler und frontaler Störbeschleunigungen zur Verfügung gestellt (siehe Anhang 13). Die Körpermaße der Probanden entsprachen ungefähr jenen des „50-Perzentil-Mannes“ (175 cm, 78 kg [1]). Die eine Hälfte der Bevölkerung ist größer und schwerer, die andere kleiner und leichter als dieser Typ.

Bei den Versuchen wurde das Becken durch einen **Hüftgurt** befestigt. Die dabei auftretenden Beschleunigungen unterschritten den Wert 1 g ($\sim 9,80665 \frac{m}{s^2}$), womit die Gefahr eines Schleudertraumas (Beschleunigungstrauma der Halswirbelsäule) praktisch ausgeschlossen war.

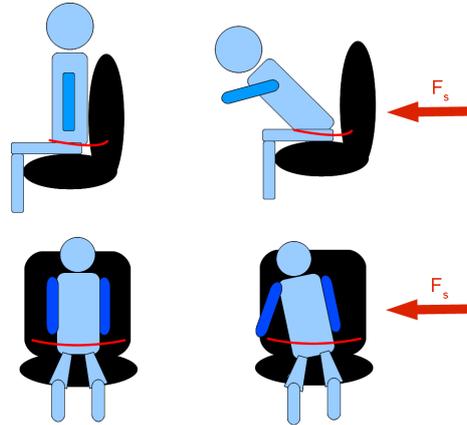


Abbildung 12.9: Mögliche Kräfteeinwirkungen auf den menschlichen Oberkörper.

12.3.1 Simulationsausgangslage

Der Oberkörper soll nun durch eine zweigliedrige kinematische Kette, dem Rumpf sowie aufgesetztem Hals mit Kopf, nachempfunden werden. Miteingerechnet ist das gesamte Gewicht beider Arme, welches an den Schultern angebracht ist. Die Ausgangslage der Teilkörper entspricht jener beim Sitzen im Auto (siehe Abb. 12.10,12.11).

Die verwendete Solltrajektorie für das dynamische Modell ist über den gesamten Simulationszeitraum hinweg die statische Ausgangslage selbst. Bei den Realversuchen hat es kaum Translationen des Beckens gegeben. Mit diesem Wissen kann auch das erste Gelenk des Modells in x- und y-Richtung fixiert werden (unbeweglicher Basispunkt des Systems).

³ <http://www.vif.tugraz.at>

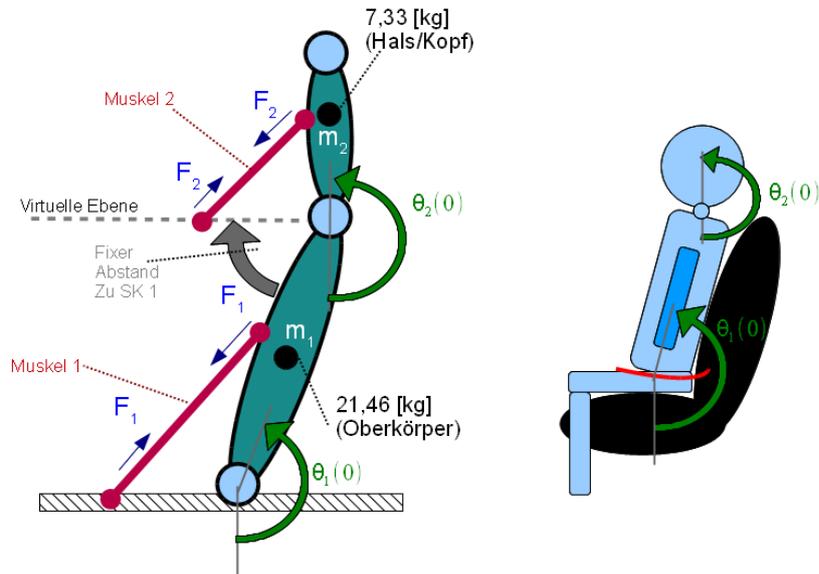


Abbildung 12.10: Ausgangslage des menschlichen Oberkörpers mit Hals und Kopf für Bremsmanöver.

Als Muskelmodellierung dient testweise eine einfache direkte Verbindung der starren Körper mit virtuellen Ebenen (siehe 9.3.2). Kontraktion sowie die in der Realität nicht auftretende aktive Ausdehnung des Muskels muss dadurch möglich sein (kein Antagonist vorhanden). Der Muskel beginnt jeweils auf der virtuellen horizontalen Ebene, 5 cm vom eingeschlossenen Gelenk aus gemessen, und endet direkt am starren Körper, 128 cm vom eingeschlossenen Gelenk aus gemessen.

Wie im Kapitel 10.1.2 erwähnt, schaltet die Reaktionsroutine die dynamischen Regelparameter des asymptotischen Zustandsreglers im Falle einer Störung höher. Der niedrige und hohe Reglerparametersatz ist von Hand eingestellt worden. Der Regelalgorithmus ist nach wie vor auf Gelenkmomente, welche dann in weiterer Folge auf die Muskelkräfte umgerechnet werden, ausgelegt. Der Muskelruhe- und Muskelaktionsmodus ist in den folgenden Tests für die verschiedene Probanden und Tests unterschiedlich. Die Stärke und Art der Reaktion hängt maßgeblich von der Statur der Testperson (Kraft, Größe), deren Zustand (passiv, aktiv), Erfahrung (ähnliche/gleiche Störung bereits erlebt) und aktuellen Bewegung (Kopfbewegung / -drehung) ab. Durch die unterschiedlichen Reaktionsweisen der Probanden müssen die Reglerparameter dementsprechend verändert werden.

Die aufgenommenen Daten enthalten die **Winkelverläufe des Beckens und Halses** (relativ zum Anfangswinkel gemessen) sowie **einwirkende Störbeschleunigungen**. Nun soll das Modell unter Einfluss dieser externen Beschleunigungen genau diese Winkelverläufe erzeugen. Mit den vom ViF erhaltenen Maßen (Gewicht, Länge,...) des Teilkörpers (Oberkörper SK_1 , Kopf SK_2) wird das Modell in die Ausgangslage gebracht. Beide Armgewichte ($2 \cdot (\text{Oberarm} + \text{Unterarm}) = 2 \cdot (2,9 + 1,2) = 8,2 \text{ kg}$) haften, wie bereits erwähnt, am Drehgelenk bei der

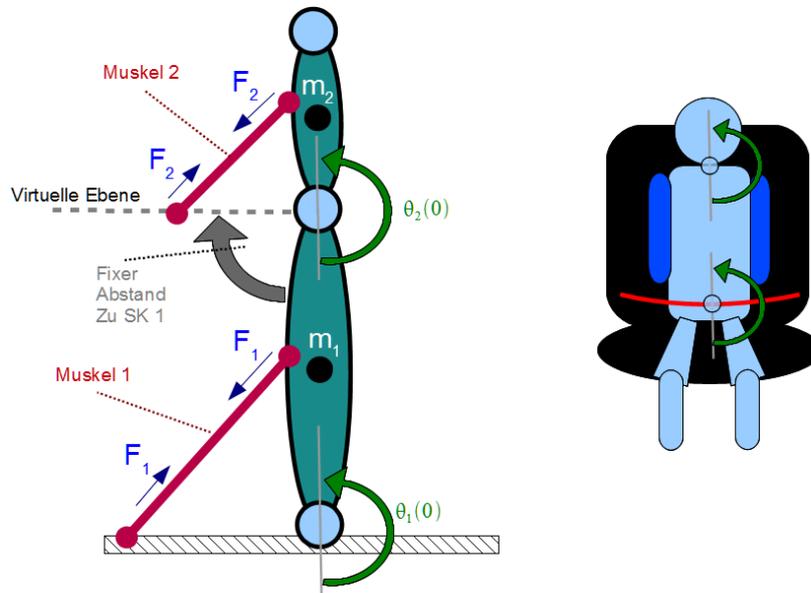


Abbildung 12.11: Ausgangslage des menschlichen Oberkörpers mit Hals und Kopf für Kurvenfahrt.

Schulter/ beim Hals.

	Länge (in m)	Masse (in kg)	Gelenksmasse (in kg)	Startwinkel zum Lot (in °)	Gelenksradius (in m)
SK ₁	0,4	21,46	0	71 bzw. 180	0.07
SK ₂	0,24	7,33	8,2	180	0.04

Tabelle 12.4: Modellparameter der zweigliedrigen Kette (Oberkörper und Hals/Kopf).

Die Rückenlehne kann durch eine harte Gelenksbeschränkung des Rumpfes realisiert werden. Bei der Simulation wird für den Torso ein anfängliches Gelenkmoment generiert, welches nur die Gravitationskraft kompensiert (einfaches Position-Halten), als würde keine Sitzlehne existieren. Bei Überschreiten der Gelenksbeschränkung wird aber sehr wohl eine starke Gegenkraft erzeugt, die den Körper wieder aus der Beschränkung befördert.

12.3.2 Simulationsprozess - Bremsmanöver

Nachdem das Modell sich einen Moment lang in der **Ziellage** befindet, wird der **Ruhemodus** eingeleitet. Kurze Zeit später erfolgt das Einschleusen der vorerst negativen **frontalen Beschleunigung** (Bremsung). Einige Millisekunden vergehen bis sie von der mathematischen

Abbildung des Fahrzeuginsassen bemerkt wird. Der Oberkörper sowie Hals mit Kopf wird nach vorne geschleudert. Im Anschluss dieser **Verzögerungszeit** wird sofort auf den **höheren Parametersatz** geschaltet und eine rapide Winkelgeschwindigkeitsdrosselung der Gelenke ist bemerkbar. Das Modell möchte der Beschleunigung entgegenwirken und drückt mit aller Kraft **zurück zum Zielpunkt**. Auch beim realen menschlichen Verhalten leisten die Bauch- und Nackenmuskeln volle Rückstararbeit um nicht noch weiter nach vorne geworfen zu werden. Kommt es dann plötzlich zum Stillstand des Schlittens, ist dies vom Modell ebenfalls nicht sofort spürbar. Die immer noch zum Zielpunkt zurückstrebenden Teilkörper werden dadurch in den Sitz (bzw. hier Winkelbeschränkung) zurückgeschleudert. Erst wenn der Zielpunkt wieder erreicht ist und die Störung sichtlich abgenommen hat, stellt sich wieder der Muskelruhemodus ein. Dieser Vorgang kann in Abb. 12.12 grafisch nochmals nachvollzogen werden.

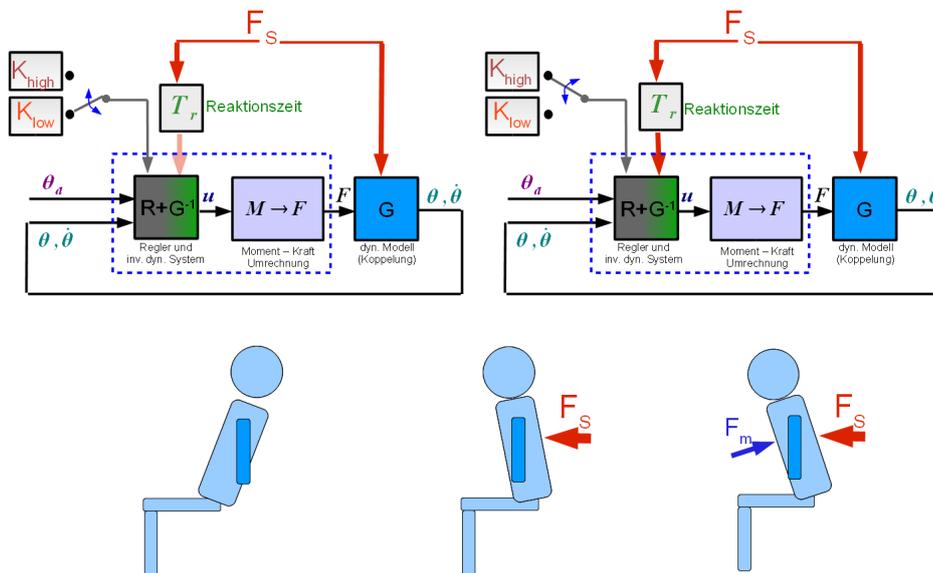


Abbildung 12.12: Technische Nachstellung des Reaktionsablaufes eines Fahrzeuginsassen bei einer äußeren Störung. Untere Abbildung, v.l.n.r.: Zustand Ruhe; Zustand Störung; Zustand Reaktion/Kraftgenerierung;

Einige Testdurchläufe werden nun präsentiert, beginnend mit Proband *Eins*, Durchlauf *Eins*. Die dabei auftretenden Muskelkräfte, Winkelverläufe sowie Störbeschleunigung sind in den folgenden Plots aufgeführt.

Proband Eins - Durchlauf Eins

Abb. 12.13 zeigt die gemessene Beschleunigung des nun verwendeten Versuchs. Sie wird in das System geschleust und auf alle dort vorhandenen Massen aufgeprägt. Dies ruft eine Bewegung hervor, die in Form von Becken- und Halsverläufen des Probanden in Abb. 12.14 zu sehen ist. Die **Winkel** sind, wie bereits erwähnt, alle **relativ zu ihren Anfangspositionen** (Abb.

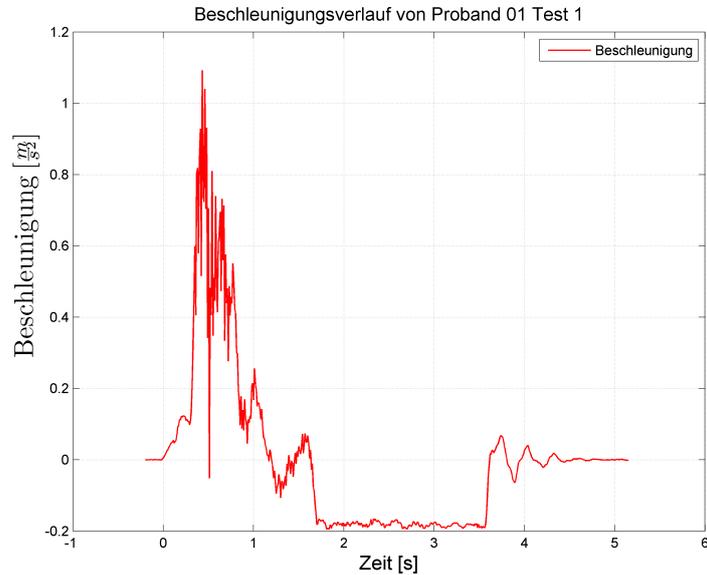


Abbildung 12.13: Gemessener Beschleunigungsverlauf des Probanden *Eins*, Durchlauf *Eins*.

12.10) gemessen worden. In Abb. 12.14 ist weiters noch die externe Störbeschleunigung zu sehen, welche um T_{react} verzögert auf das inverse dynamische Modell einwirkt (schwarzer, strichlierter Verlauf). Da dies der erste Durchgang für den Probanden darstellt, ist dieser noch nicht mit der auf ihn wirkenden Beschleunigung vertraut.

Die für die darauffolgende Reaktion verantwortlichen Parameter können in der Tabelle 12.5 eingesehen werden.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	87	22	84	22	0.27
SK_2	43	30	3	1	0.27

Tabelle 12.5: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Eins*, Durchlauf *Eins*, Frontmanöver).

Abb. 12.15 zeigt die Verläufe der **Muskelkräfte** des angedockten Muskels *Eins* am Oberkörper sowie des Muskels *Zwei* am Hals aus Muskelmodellierung 12.10. **Positive Werte** repräsentieren eine **Kontraktion**, negative eine aktive Muskelausdehnung.

Dabei treten die in Abb. 12.16 gezeigten **Gelenkmomente** auf. Hier beschreiben **negative Werte** eine **Drehung gegen den Uhrzeigersinn**, wenn man von Modell in Abb. 12.10 ausgeht.

Weitere Simulationsergebnisse folgen nach dem gleichen Schema, wobei das externe Beschleunigungssignal dem Plot des Muskelverlaufes zu entnehmen ist.

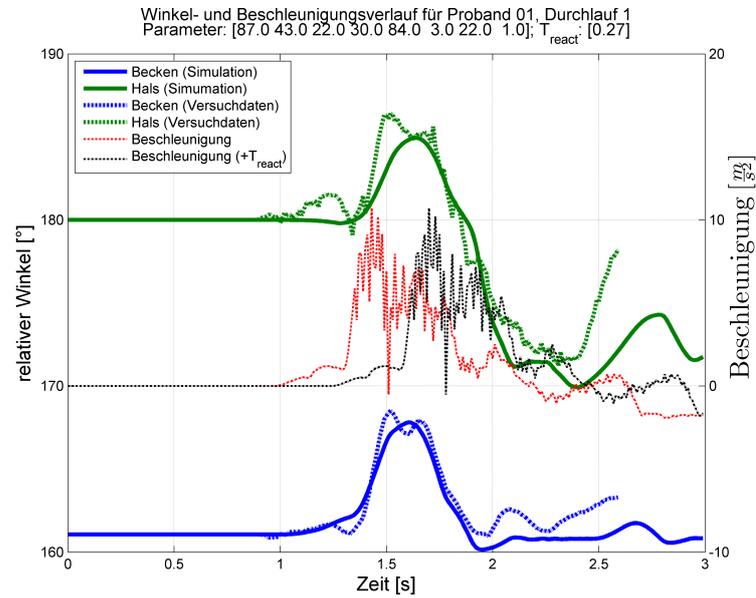


Abbildung 12.14: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Eins*, Durchlauf *Eins* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

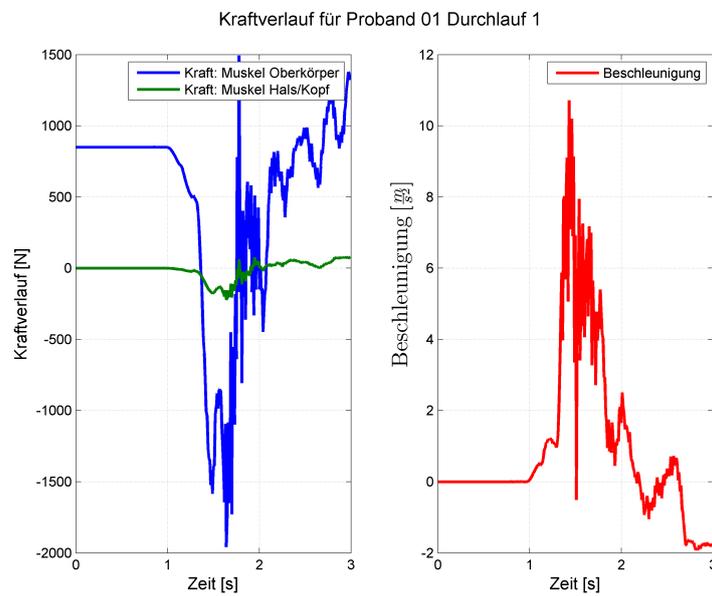


Abbildung 12.15: Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband *Eins*, Durchlauf *Eins*, Frontmanöver).

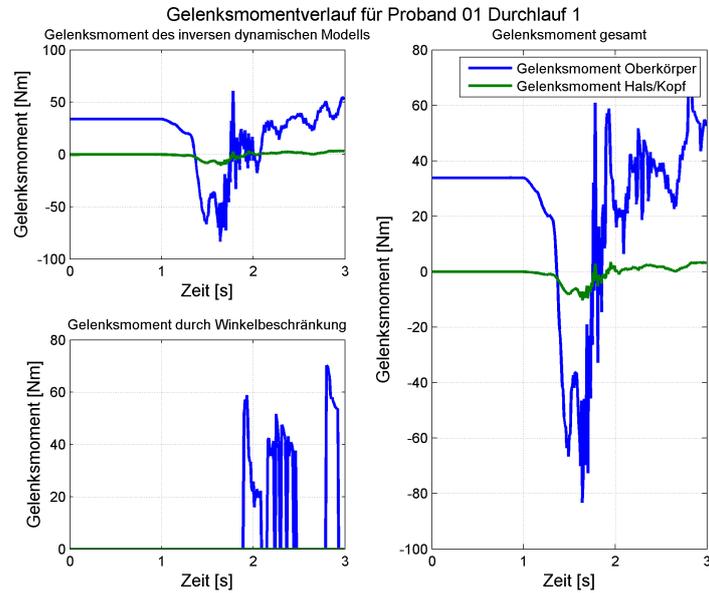


Abbildung 12.16: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Eins*, Durchlauf *Eins*, Frontmanöver).

Proband Eins - Durchlauf Zwei

Beim darauffolgenden zweiten Durchlauf konnte der erste Proband die Störung bereits, zeigte aber trotzdem einen größeren relativen Torso- und Halswinkelausschlag (siehe Abb. 12.17). Der Grund könnte eine größere Anspannung beim ersten Test gewesen sein.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	17	10	16	0	0,11
SK_2	148	30	1	1	0,11

Tabelle 12.6: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Eins*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

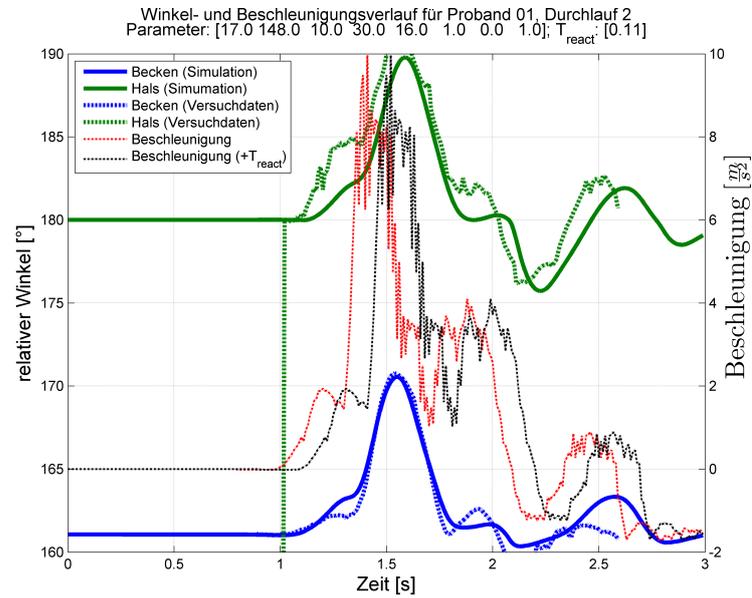


Abbildung 12.17: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Eins*, Durchlauf *Zwei* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

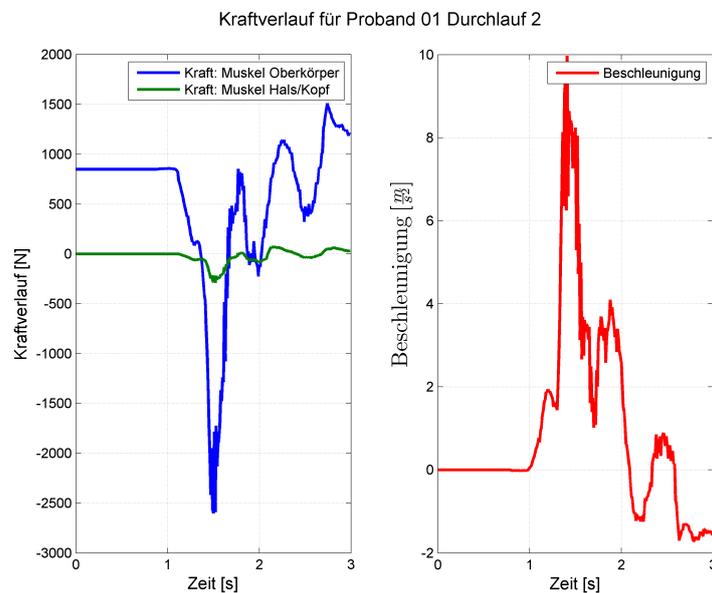


Abbildung 12.18: Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband *Eins*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

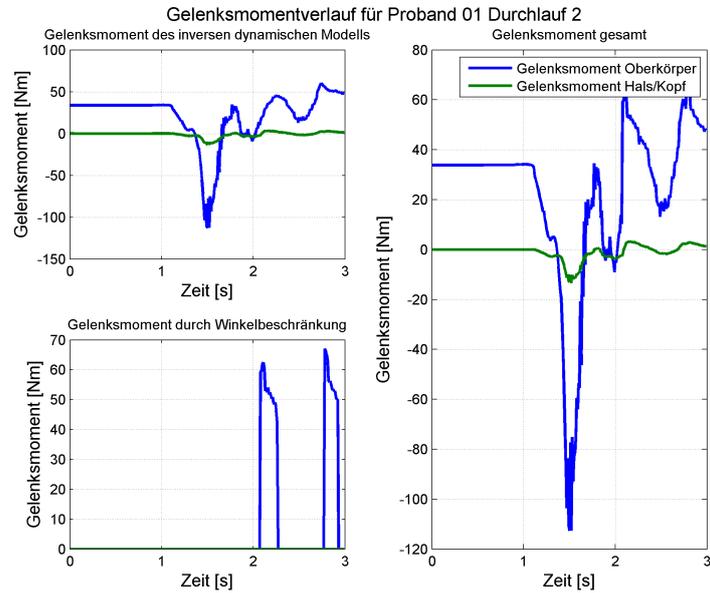


Abbildung 12.19: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Eins*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

Proband Eins - Durchlauf Drei

Der Vollständigkeit halber ist noch der dritte Durchlauf des ersten Probanden mit einer stark gedämpften Vorverlagerung in Abb. 12.20 aufgeführt.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	58	30	2	21	0,1
SK_2	7	30	6	1	0,1

Tabelle 12.7: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Eins*, Durchlauf *Drei*, Frontmanöver).

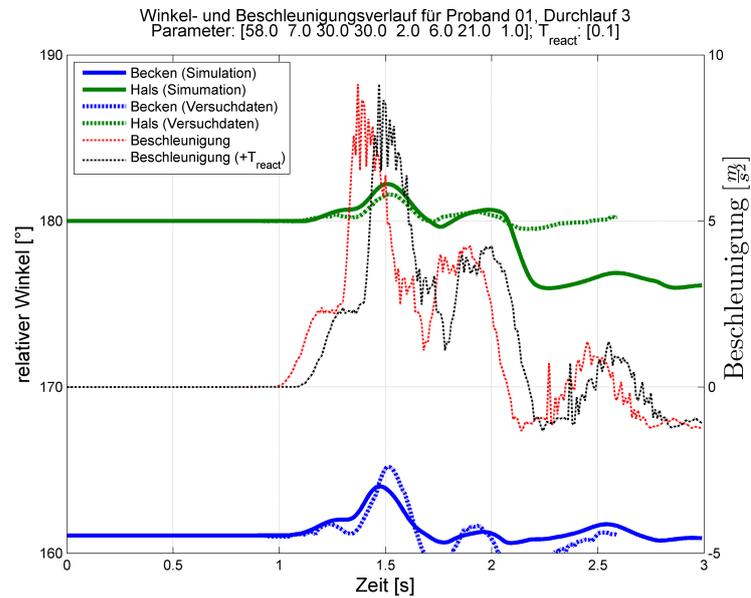


Abbildung 12.20: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Eins*, Durchlauf *Drei* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

Von den restlichen Probanden sind nur noch einige Stichproben herausgenommen worden.

Proband Zwei - Durchlauf Zwei

Proband *Zwei*, Durchlauf *Zwei* zeigt folgende Ergebnisse:

	$K_{p,\text{high}}$	$K_{d,\text{high}}$	$K_{p,\text{low}}$	$K_{d,\text{low}}$	T_{react} (in s)
SK_1	1	1,5	1	1	0,1
SK_2	200	30	1	1	0,1

Tabelle 12.8: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Zwei*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

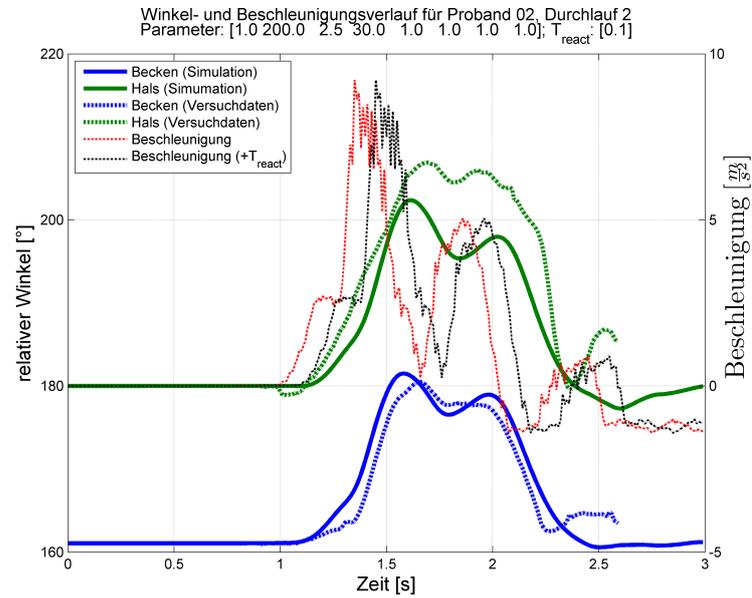


Abbildung 12.21: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Zwei*, Durchlauf *Zwei* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

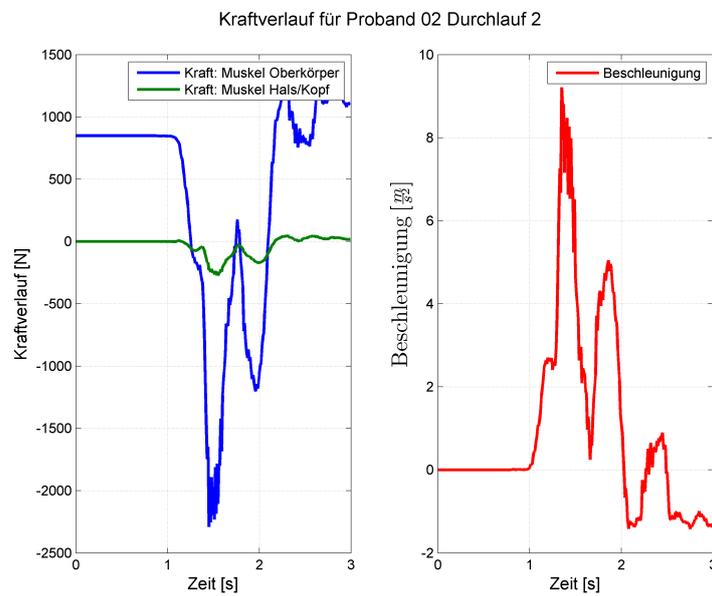


Abbildung 12.22: Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband *Zwei*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

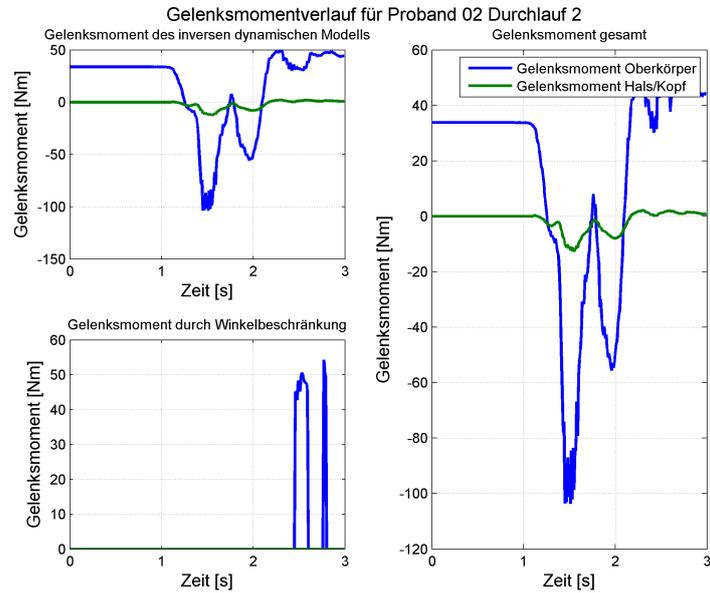


Abbildung 12.23: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Zwei*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

Proband Zwei - Durchlauf Drei

Proband *Zwei*, Durchlauf *Drei* fällt bezüglich seines vorigen Durchlaufes im Verhalten etwas steifer aus.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	1	6	1	1	0.10
SK_2	45	15	44	15	0.10

Tabelle 12.9: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Zwei*, Durchlauf *Drei*, Frontmanöver).

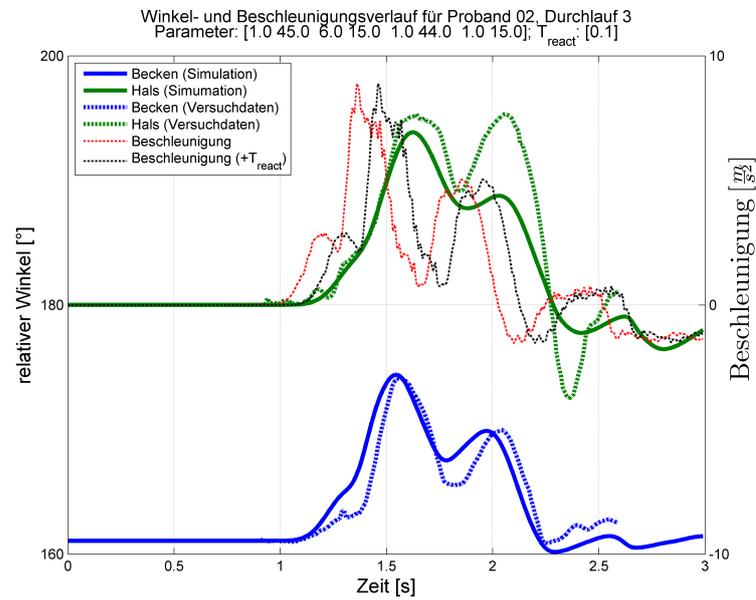


Abbildung 12.24: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Zwei*, Durchlauf *Drei* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

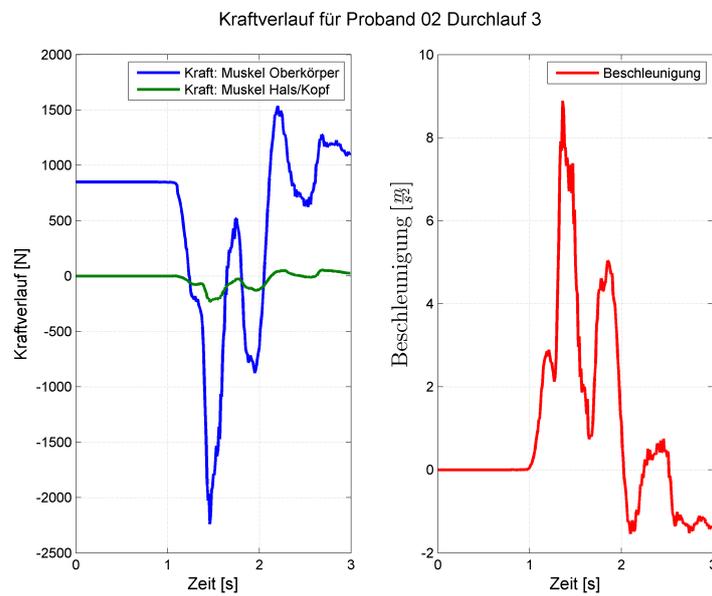


Abbildung 12.25: Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband *Zwei*, Durchlauf *Drei*, Frontmanöver).

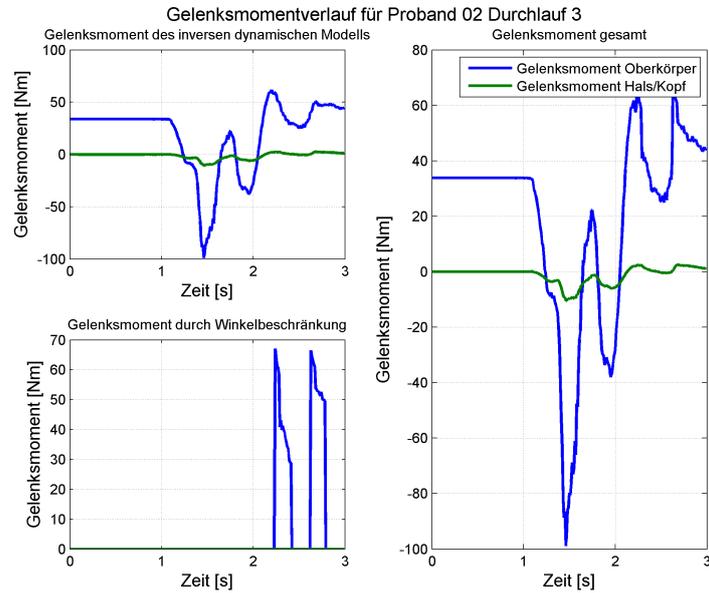


Abbildung 12.26: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Zwei*, Durchlauf *Drei*, Frontmanöver).

Proband Drei - Durchlauf Eins

Für Proband *Drei* ist hier der erste Durchlauf gewählt worden. Durchlauf *Zwei* dieses Freiwilligen wird im nächsten Kapitel (12.3.3) behandelt.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	32	27	4	7	0,08
SK_2	111	1	20	1	0,08

Tabelle 12.10: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Drei*, Durchlauf *Eins*, Frontmanöver).

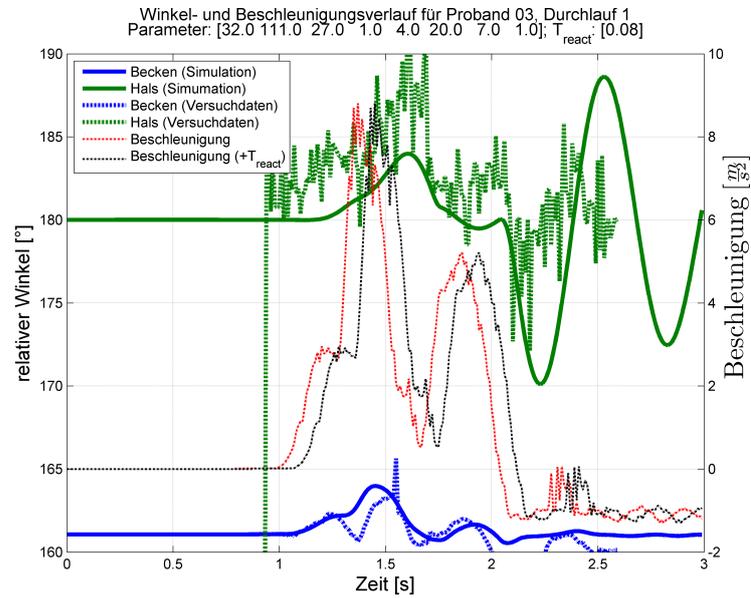


Abbildung 12.27: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Drei*, Durchlauf *Eins* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

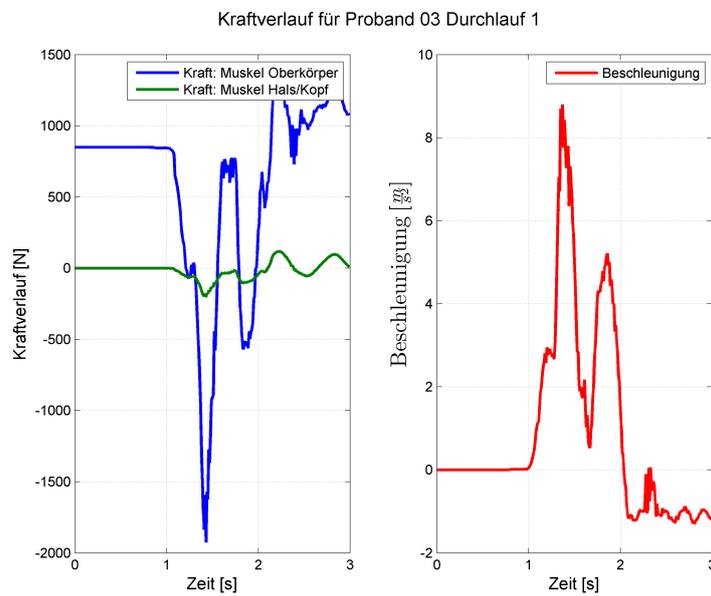


Abbildung 12.28: Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband *Drei*, Durchlauf *Eins*, Frontmanöver).

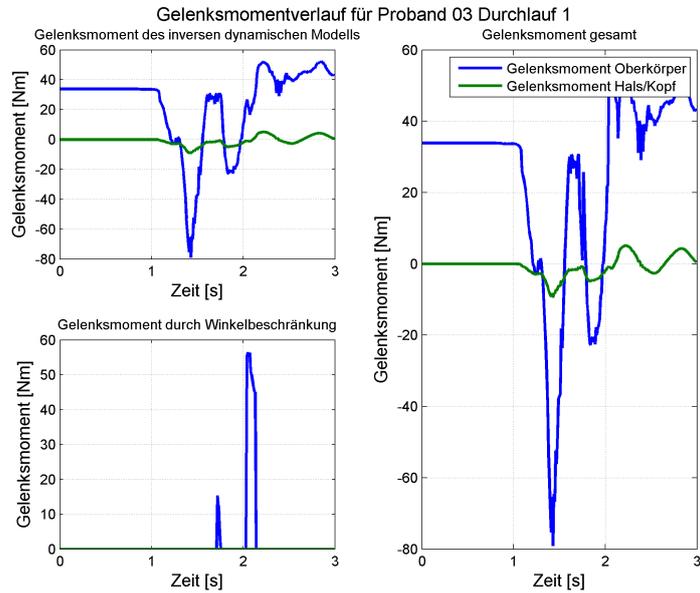


Abbildung 12.29: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Drei*, Durchlauf *Eins*, Frontmanöver).

Proband Vier - Durchlauf Zwei

Durchlauf *Zwei* wird beim letzten Probanden nachgestellt.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK₁	1	2,5	1	2	0,1
SK₂	72	27,5	64	1	0,1

Tabelle 12.11: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Vier*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

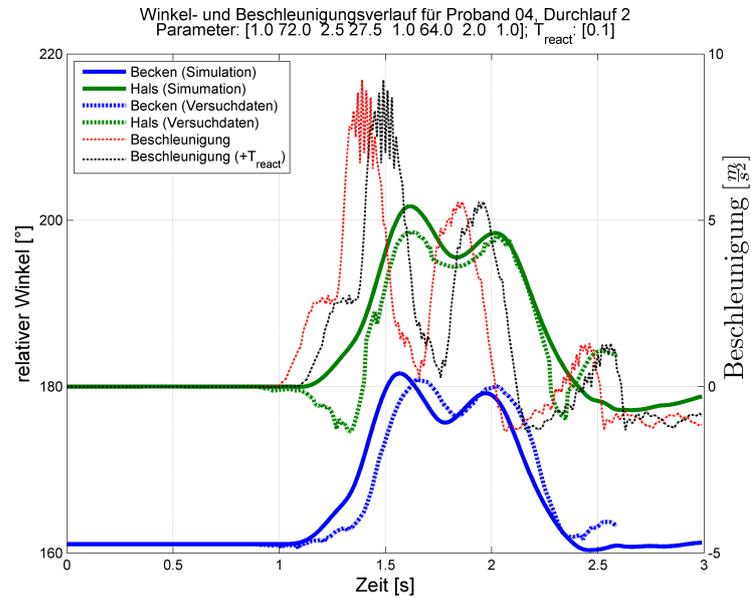


Abbildung 12.30: Gemessene Winkelgrößen des Probanden Vier, Durchlauf Zwei (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

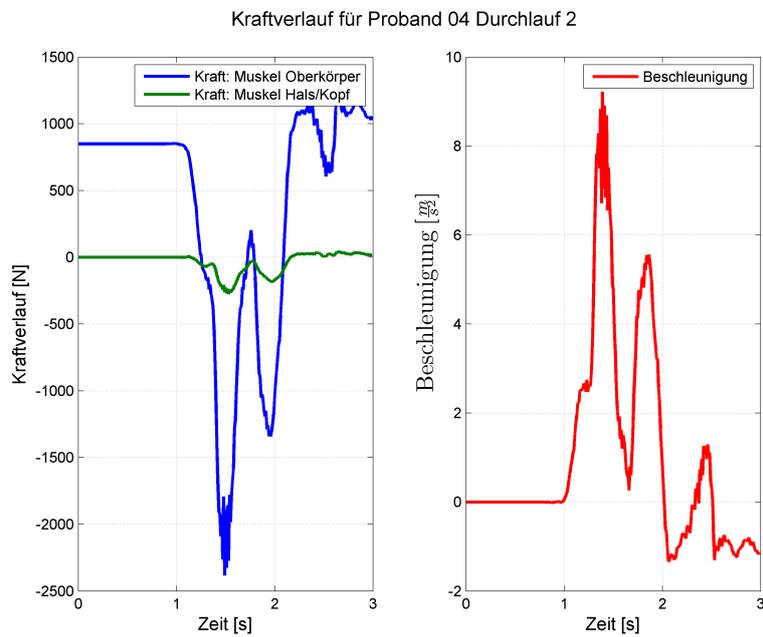


Abbildung 12.31: Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband Vier, Durchlauf Zwei, Frontmanöver).

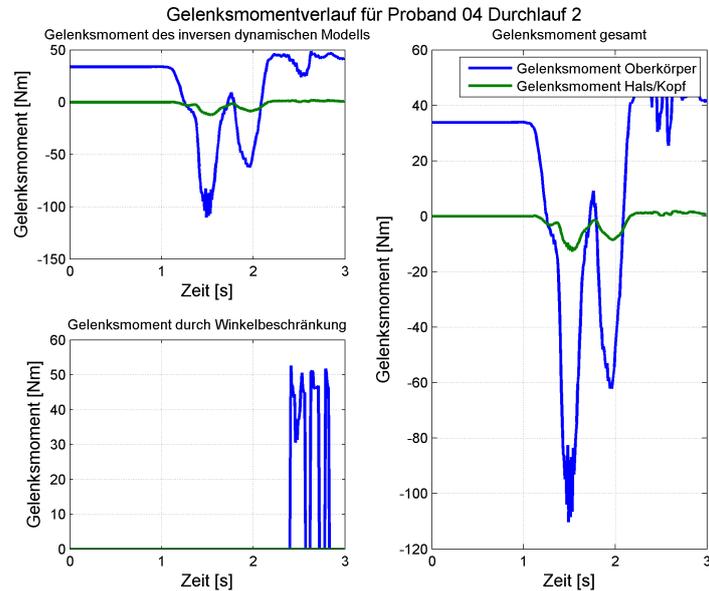


Abbildung 12.32: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Vier*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver).

12.3.3 Modifizierter Simulationsansatz - Bremsmanöver

Weiters wird nun der Fall berücksichtigt, dass nicht nur die externe Beschleunigung vom Regler nach einer Reaktionszeit T_r **verzögert wahrgenommen** wird, sondern auch der veränderte **Zustand** (nach einer Auslenkung). Zusätzlich lässt sich der Modellkörper in den Sitz fallen (**Haltekraft des Oberkörpers = Null**), wohingegen im vorigen Fall der Oberkörper noch eine Kraft zur Kompensation der Gravitation aufgewendet hat. Auch die Anfangskraft des Halses beträgt null, da er sich in der instabilen Ruhelage befindet und damit keiner Gravitation entgegenwirken muss. Durch das Halten des Anfangszustandes bzw. der Kraft lässt sich nun auch eine „**entkoppeltere Bewegung**“ (größere Differenzen der Winkelausschläge) beider Segmente erkennen.

Zur Veranschaulichung wird der zweite Durchlauf von Proband *Drei* dem obigen, ursprünglichen Simulationsdurchlauf gegenübergestellt. Man bemerkt bei dieser Probe im Gegensatz zu den Tests in Kapitel 12.3.2 eine größere relative Vorwärtsverlagerung zwischen Torso- und Halssegment (Abb. 12.33). Der modifizierte Ansatz folgt dem Sollverlauf relativ gut, während für die normale Herangehensweise nur eine Mittelung für beide Kurven gefunden werden kann. In Abb. 12.33 könnte der anfänglichen stärkeren Anfangsauslenkung des Kopfes gegenüber der des Sollverlaufes durch Hinzufügen einer Gelenksreibung entgegengewirkt werden.

Aus Abb. 12.35 lässt sich das „In-den-Sitz-Sinken“ zu Beginn bemerken. Betrachtet man weiters die Winkelbeschränkungs Momente, sieht man, dass der Oberkörper leicht aus der Winkelbeschränkung gehoben wird und damit das Begrenzungsmoment auf Null fällt. Die

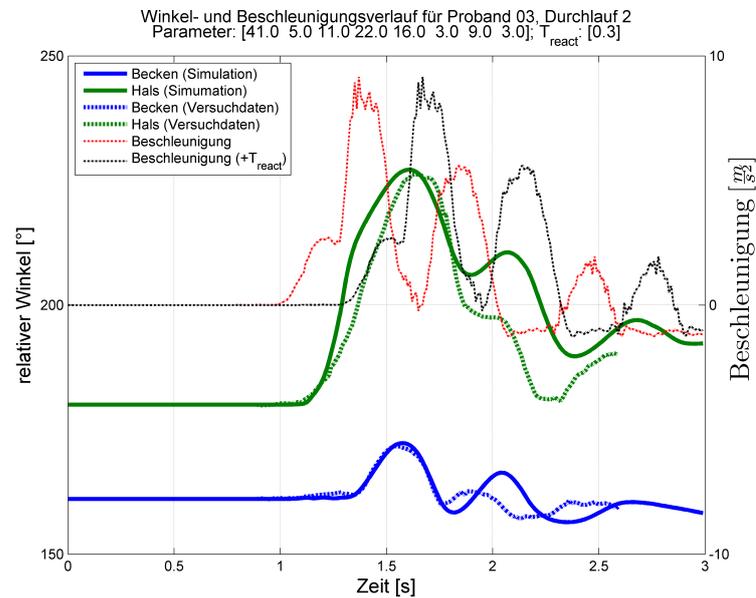


Abbildung 12.33: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Drei*, Durchlauf *Zwei* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells mit modifiziertem Ansatz.

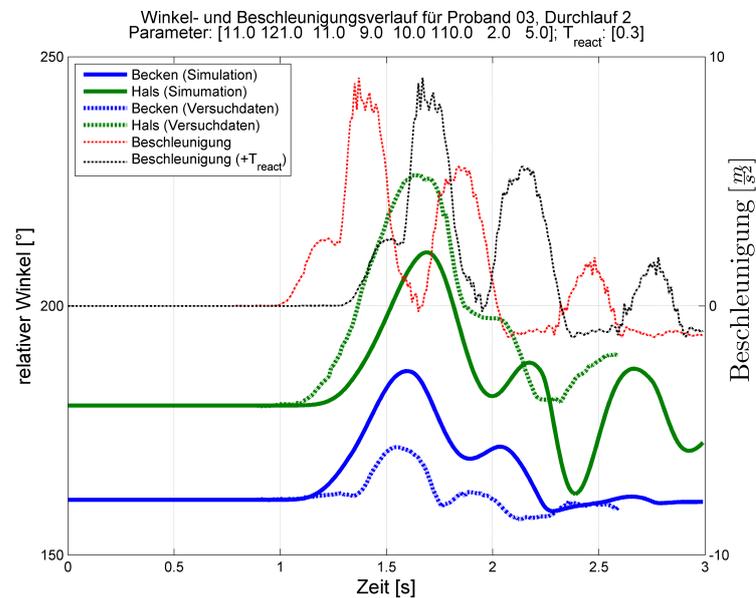


Abbildung 12.34: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Drei*, Durchlauf *Zwei* (Frontmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells mit ursprünglichem Ansatz.

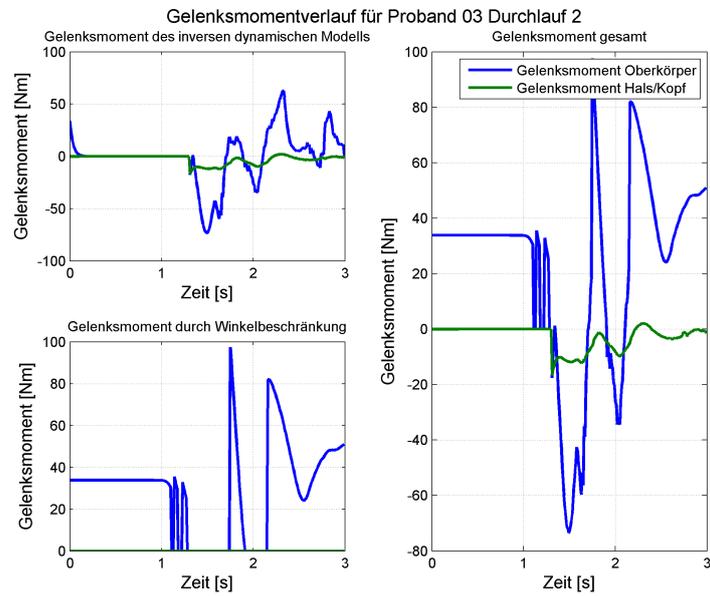


Abbildung 12.35: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Drei*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver, mod. Ansatz).

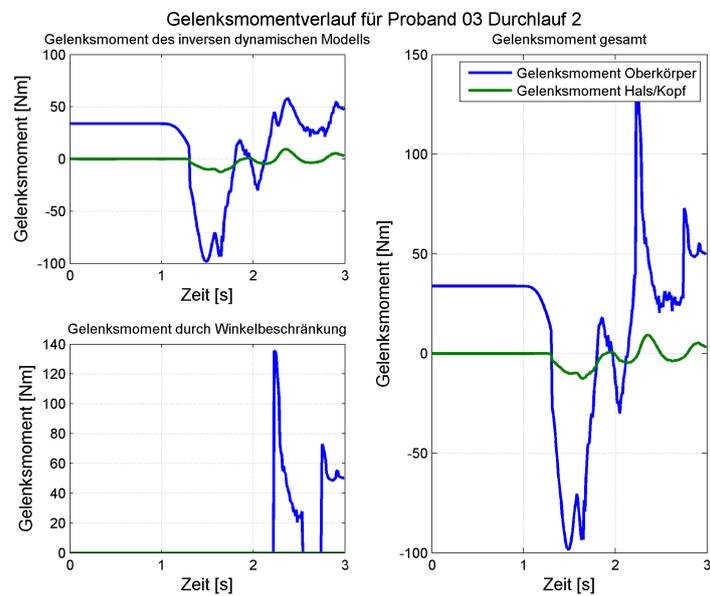


Abbildung 12.36: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Drei*, Durchlauf *Zwei*, Frontmanöver, ursprüngl. Ansatz).

äußere Störbeschleunigung reicht jedoch nicht aus um den Körper weiter nach vorne zu schleudern, dieser fällt somit wieder in den Sitz zurück, was in einem erneuten positiven Begrenzungsmoment resultiert. Das lässt sich noch einmal beobachten bis schließlich die äußere Beschleunigung doch ausreicht, um den Torso aus dem Sitz zu katapultieren. Kurz nach dem Schub ist auch bereits die Reaktionszeit von $\sim 0,3$ ms abgelaufen und die Gegenreaktion wird eingeleitet.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK₁	41	11	16	9	0,3
SK₂	5	22	3	3	0,3

Tabelle 12.12: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Drei*, Durchlauf *Zwei*, Seitenmanöver, mod. Ansatz).

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK₁	11	11	10	2	0,4
SK₂	121	9	110	5	0,4

Tabelle 12.13: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Drei*, Durchlauf *Zwei*, Seitenmanöver, ursprüngl. Ansatz).

12.3.4 Simulationsprozess - Kurvenfahrt

In diesem Abschnitt werden einige Tests der durchgeführten Kurvenfahrtmanöver nachgestellt. Der **Regelansatz** bleibt der **gleiche**, nur die **Startlage ändert sich** (siehe Abb. 12.11). Für Proband *Eins* werden noch alle interessanten Größen gezeigt, bei den restlichen nur mehr der interessante Winkelverlauf. Die durchschnittliche Reaktionszeit (Umschaltzeit $K_{low} \rightarrow K_{high}$) beträgt 0,2 Sekunden.

Proband Eins - Durchlauf Drei

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK₁	20	17	11	17	0,2
SK₂	200	13,5	5	4	0,2

Tabelle 12.14: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Eins*, Durchlauf *Drei*, Seitenmanöver).

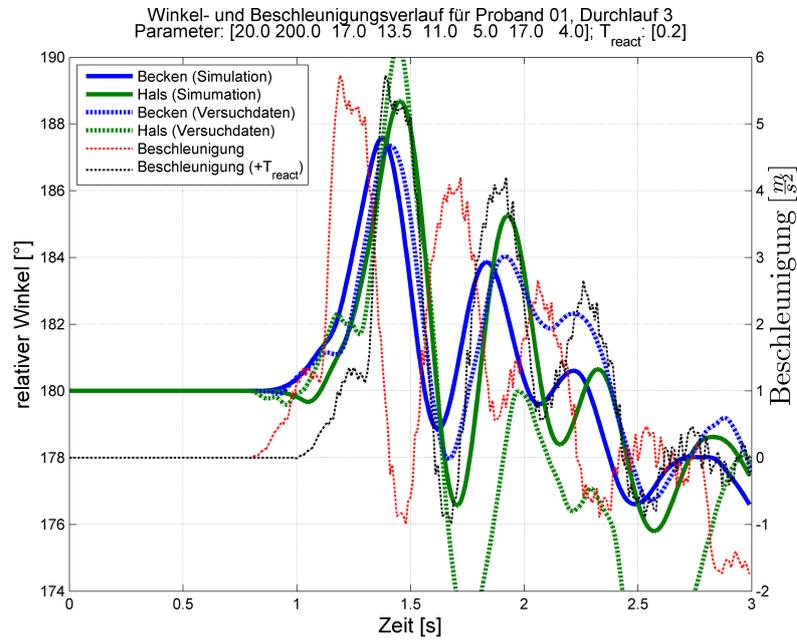


Abbildung 12.37: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Eins*, Durchlauf *Drei* (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

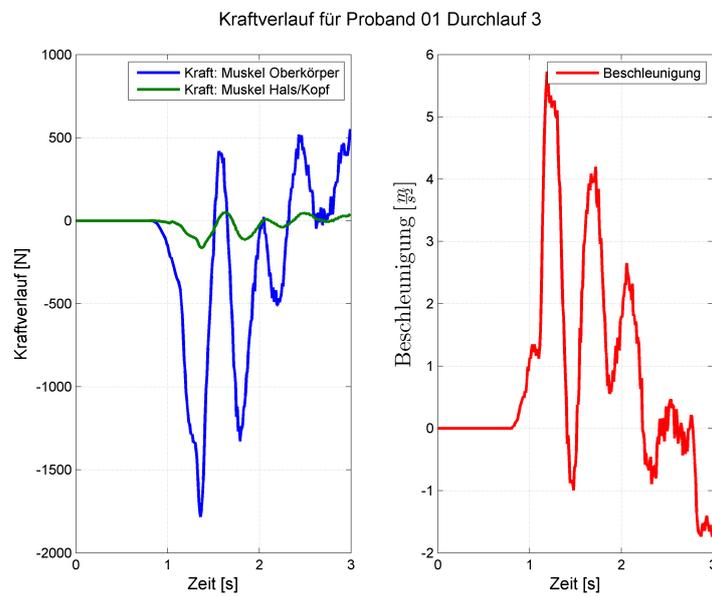


Abbildung 12.38: Muskelkräfte der zwei Muskelanbindungen aus Muskelmodellierung 12.10 (Proband *Eins*, Durchlauf *Drei*, Seitenmanöver).

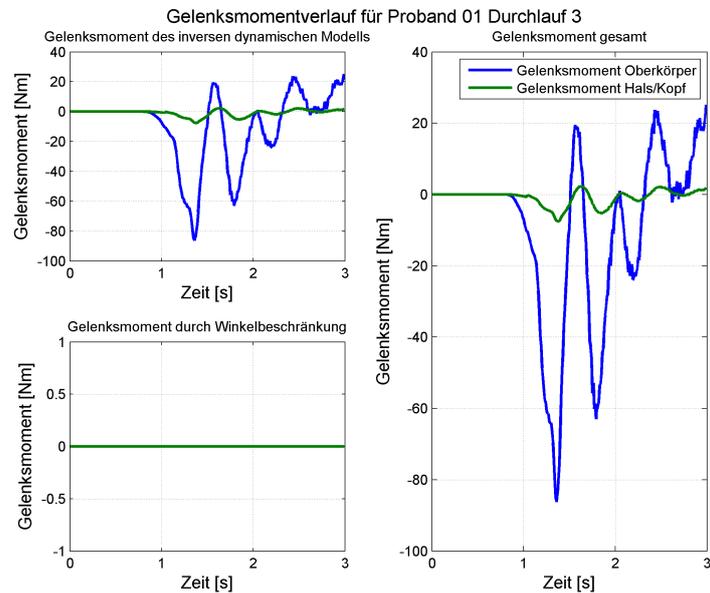


Abbildung 12.39: Momente von Becken- und Halsgelenk (Proband *Eins*, Durchlauf *Drei*, Seitenmanöver).

Proband Zwei - Durchlauf Eins

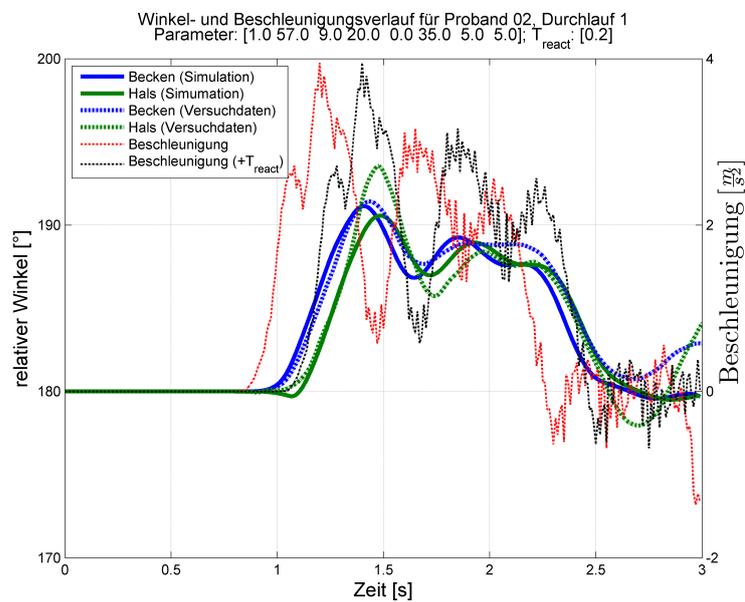


Abbildung 12.40: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Zwei*, Durchlauf *Eins* (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	1	9	0	5	0,2
SK_2	57	20	25	5	0,2

Tabelle 12.15: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Zwei*, Durchlauf *Eins*, Seitenmanöver).

Proband Drei - Durchlauf Zwei

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	9	10	2	2	0,2
SK_2	166	13	30	5	0,2

Tabelle 12.16: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Drei*, Durchlauf *Zwei*, Seitenmanöver).

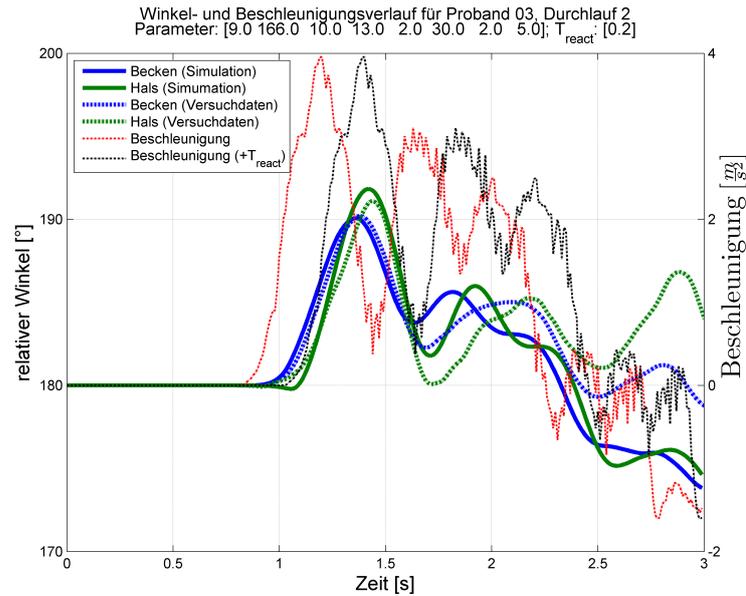


Abbildung 12.41: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Drei*, Durchlauf *Zwei* (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

Proband Vier - Durchlauf Zwei

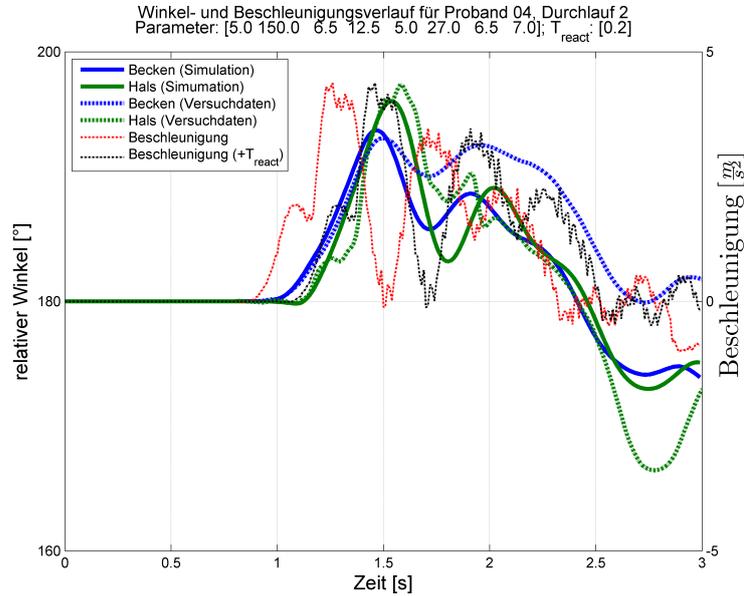


Abbildung 12.42: Gemessene Winkelgrößen des Probanden *Vier*, Durchlauf *Zwei* (Seitenmanöver), sowie simulierte Winkel des dynamischen Modells.

	$K_{p,high}$	$K_{d,high}$	$K_{p,low}$	$K_{d,low}$	T_{react} (in s)
SK_1	5	6,5	5	6,5	0,2
SK_2	150	12,5	27	7	0,2

Tabelle 12.17: Parametersatz für den Zustandsregler beider starren Körper (SK_i) (Proband *Vier*, Durchlauf *Zwei*, Seitenmanöver).

12.3.5 Interpretation der Ergebnisse

Der Regler arbeitet mit **relativen Ist- und Sollwinkeln**. Somit wird sich das Hals-, Kopfsegment immer relativ zum Oberkörper mitbewegen (relative Lage soll eingehalten werden) und nicht zum absoluten Ausgangspunkt zurücksteuern. In den Versuchswinkelverläufen bedeutet ein kleinerer positiver Ausschlag des Kopfes gegenüber dem Oberkörper eine leichte Rückwärtsbewegung (12.43) über den relativen Sollwinkel hinaus, ein größerer Ausschlag eine erhöhte Vorwärtsbewegung.

Wie man aus dem Simulationskapitel entnehmen kann, lässt sich der Verlauf von Torso *und* Hals nicht immer exakt nachführen. Dies hat mehrere Gründe:

Besonders die Phase nach der aktiven Rückwärtsbewegung scheint hier problematisch zu sein. Grundsätzlich kann diesem zeitlichen Bereich wenig Beachtung geschenkt werden, da

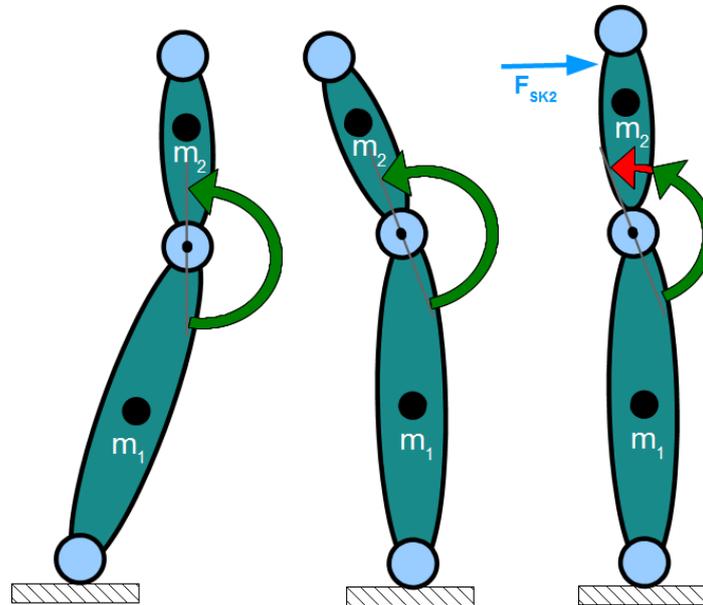


Abbildung 12.43: Links: Ausgangslage; Mitte: Beide Segmente erfahren die gleiche relative Auslenkung; Rechts: geringere Halsauslenkung gegenüber dem Torso.

sich dort sehr **komplexe Bewegungsroutinen** im Menschen abspielen. Weiters hat die **Größe der Beschränkungskraft** durch den Fahrersitz Einfluss auf den Torso- und damit den Halsverlauf. Ein generelles Verhaltensmuster der Probanden lässt sich anhand dieser Versuchsreihe nicht ausmachen. Manche Versuchspersonen haben nach dem ersten Versuch entspannter reagiert (größere Auslenkung), andere steifer (siehe Anhang 13).

Ein weiterer Punkt liegt für diesen Regleransatz in der **Wahl der Solltrajektorien** für die Gelenkwinkel. Die Vorgabe eines statischen Winkels mit Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung mit dem Wert Null führt generell **immer** zu einem **bremsenden Verhalten** einer Gelenkbewegung. Selbst wenn man für alle Reglerparameter Null wählen würde, so gäbe man dadurch eine Sollbeschleunigung Null für das System vor. Jedes daraus errechnete Moment \mathbf{u} durch das inverse dynamische System würde eine sich aufbauende oder abbauende Gelenkbewegung dämpfen - die aktuelle Istgeschwindigkeit würde jedoch beibehalten und der Positionsfehler ignoriert werden. Eine physikalisch korrekte, beschleunigte Fallbewegung ist damit nicht möglich (siehe Momentverläufe in Simulationen aus Kapitel 12.3.2). Wenn wie hier auf relative Winkel zum vorigen Segment geregelt wird, ist die **Differenz** der maximalen **relativen Winkelabweichungen** von zwei benachbarten Körpern **limitiert**. Eine starke Torsoververlagerung und eine wesentlich geringere Halsververlagerung ist deshalb schwer zu realisieren. Je einen der beiden Bewegungsverläufe mit Hilfe der einstellbaren Parameter genau zu treffen stellt kein Problem dar, beide exakt nachzustellen gestaltet sich meist schwieriger. Für den Großteil der Simulationen reichte jedoch die Betrachtung und Regelung der relativen Gelenkwinkel. Man könnte in speziellen Fällen auf **absolute Winkelgrößen** regeln oder auch **dynamische Trajektorienverläufe** vorgeben, welche dem Modell eine gewünschte

Gelenksbewegung aufprägen. Im Zuge dieser Masterarbeit hat sich nicht eindeutig feststellen lassen, ob ein Proband nach Eintreffen des äußeren Beschleunigungssignals seinen Kopf gezielt nach hinten bewegt und damit einen kleineren Ausschlag nach vorne verzeichnet hat. Das Finden solcher Bewegungsvorgaben könnte eine der zukünftigen Aufgaben sein.

Der zweite, **modifizierte Ansatz** (Kapitel 12.3.3) berücksichtigt größere relative Gelenkdifferenzen zwischen Kopf und Torso. Durch die vom Regler unabhängige, freie **Fallbewegung** des Halses ist es für den gewählten Startzustand (12.10) möglich, eine höhere Kopfauslenkung relativ zum Oberkörper nachzustellen.

Trotz intensivster Suche nach möglichen **Parameterkonstellationen** könnten die Simulationsparameter noch zu ungenau eingestellt worden sein. Es wurde nebenher an einer automatisierten Optimierungsroutine gearbeitet, welche das Nachstellen von Vorgabeverläufen erleichtern soll. Hier fehlt jedoch noch der genaue physisch korrekte Zusammenhang der Reglerparameter mit dem verwendeten Reaktionsmodell ($\mathbf{K}_{\text{low}}, \mathbf{K}_{\text{high}}, \mathbf{T}_r$) und dem inversen dynamischen Modell. Ob der Ansatz mit den zwei Parametersätzen $\mathbf{K}_{\text{low}}, \mathbf{K}_{\text{high}}$ und der Reaktionszeit \mathbf{T}_r generell für die Abbildung der korrekten menschlichen Verhaltensweise für unterschiedliche Lastfälle ausreicht, kann nicht allgemein beantwortet werden. Für die hier verwendeten Versuche hat diese Idee funktioniert. Nach den Schlittenversuchen wurden weiters Gesamtfahrzeugversuche mit zusätzlichen EMG Messungen durchgeführt. Diese könnten in Zukunft Aufschluss geben, ob ein alternatives Regelungskonzept bzw. Reaktionsalgorithmus herangezogen werden muss.

Eine **Deutung der Reglerparameter** ist prinzipiell möglich. Beide Sätze \mathbf{K}_{low} und \mathbf{K}_{high} dienen als Bestrafungsfaktoren für die Abweichungsfehler von Soll- und Istwinkel sowie Soll- und Istwinkelgeschwindigkeit. Durch den zusätzlich verschobenen Beschleunigungsverlauf bleibt die Funktion dieser Parameter gleich, das inverse dynamische Modell schickt jedoch um \mathbf{T}_r verzögerte Momente in das dynamische System. Was bei den Parametersätzen der Probanden auffällt, ist die **größere Wahl** von $K_{p,d,high,2}$ des **Halssegmentes** gegenüber $K_{p,d,high,1}$ des Torsos. Das bedeutet, dass sich der Oberkörper mehr oder weniger stark der externen Störung hingibt (je nach Größe von $K_{p,d,high,1}$), der Hals jedoch in seiner relativen Lage zum Torso bleiben möchte, und er damit die fast gleiche relative Verlagerung wie dieser verzeichnet. Maßgeblich für die Form und Maxima der Winkelverläufe ist der Zeitpunkt der Umschaltung von $\mathbf{K}_{\text{low}} \rightarrow \mathbf{K}_{\text{high}}$ nach der Zeit \mathbf{T}_r und die anfängliche Bestrafung der Soll-Ist-Differenzen durch \mathbf{K}_{low} . Bei einigen Parametereinstellungen bemerkt man einen sehr kleinen Wert für $\mathbf{K}_{p,high}$ (Lagefehler) im Gegensatz zu $\mathbf{K}_{d,high}$. Dies führt vorrangig zu einer Drosselung der Geschwindigkeit.

Weiters ist die **anfängliche Kraft** des **Torsos** und **Halses** unklar. Es macht verständlicher Weise einen Unterschied, ob nun der Proband sich bequem in den Sitz fallen lässt (Muskelkraft ~ 0), seinen Oberkörper in den Sitz drückt (Zugkraft der Rückenmuskulatur) oder ihn einfach nur angespannt hält (Zugkraft Rücken- und Bauchmuskulatur). Im ersten Fall würde sich eine größere Torsoauslenkung ergeben als in den anderen Fällen. Demzufolge hätte der Hals eine ähnlich starke Verlagerung wie der Torso mit einer eventuell startenden Rückwärtsbewegung. Wie im vorigen Kapitel erwähnt, wird bei der Simulation der Oberkörper in der Startposition von den Bauchmuskeln gehalten (unberücksichtigte Kraft der Sitzlehne). Der modifizierte

Regelansatz berücksichtigt zusätzlich eine Kraft von Null für den Torso, der in der Sitzlehne ruht.

Durch die nicht ganz optimale **Datenqualität** der Beschleunigungs- und Kinematikdaten der Schlittenversuche (trotz intensiver Bearbeitung mit diversen Algorithmen und Tools) fiel es für einige wenige Fälle schwer herauszufinden, ob ein bestimmter Winkelausschlag genau so stattfand oder nicht. Es war im Zuge der Simulationsexperimente auch möglich, besser aufbereitete Kurven von den angesprochenen Gesamtfahrzeugversuchen zu testen. Die Winkelverläufe konnten für diese Testreihe deutlich genauer nachgeführt werden (kleinere Ist-Soll-Abweichung bei Hals- und Torsowinkelverlauf).

Grundsätzlich gestaltet sich der für die Sicherheit zeitlich relevante Teil der Kurve vom Eintrittspunkt der Störung bis zum Umlenkpunkt von Torso und Hals (~0,6 Sekunden). In dieser Masterarbeit konnte man diesen Bereich mit den hier verwendeten Methoden ausreichend gut nachstellen. Informationen in diesem Zeitabschnitt können genutzt werden, um eventuell eine entsprechende **Gurtregelung** zu verbessern oder das **Airbagverhalten** zu **optimieren**. Das Matlab **MKS-Modell** soll auch eine **schnelle Alternative** zu der sehr zeitaufwendigen FE-Rechnung darstellen.

13 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Masterarbeit wurde ein vereinfachtes Modell eines Fahrzeuginsassen bestehend aus einer kinematischen Kette mit zwei starren Körpern für Torso und Kopf entworfen. Damit war es möglich, die vorher durchgeführten Vor-Aufprallversuche per Simulation in Matlab-Simulink nachzustellen.

Das hier verwendete Konzept zur Modellierung des menschlichen Reaktionsverhaltens geht davon aus, dass sich die Muskeln eines Menschen vor einer Gefahrensituation im Allgemeinen in einer Art Muskelruhetonus befinden. Nach Eintreffen und Bemerkten (nach einer Zeit T_r) einer unbekanntenen Störung von außen wird auf einen aktiven Muskelzustand umgeschaltet. Die Regelung selbst greift über Vorgabe von Momenten auf die Gelenke der kinematischen Kette ein. Dabei wird vorerst von einer allgemeinen Sitzhaltung im Wagen ausgegangen - d.h. die Gelenke müssen bestimmte statische Winkelsollvorgaben erfüllen. Bei einer Auslenkung aus dieser Solllage müssen Korrekturmaßnahmen über Einprägung einer Sollwinkelbeschleunigung ergriffen werden. Ausgehend von diesem Trajektorienfolgeproblem wurde als Regelungskonzept die flachheitsbasierte Regelung gewählt. Pro Proband (*Eins* bis *Vier*) wurden jeweils drei Realversuche den jeweiligen Simulationsergebnissen gegenübergestellt.

Der Fokus liegt in Zukunft auf Nachstellung der Gesamtfahrzeugversuche. Die große Testserie erfordert die Verwendung einer automatisierten Parameteroptimierungsroutine. Eventuell wird das Regelungskonzept in einer weiteren Arbeit nach Analysieren von vorhandenen EMG Daten der Gesamtfahrzeugversuche erweitert oder umgestellt. Eine detailreichere Modellierung des menschlichen Oberkörpers und die Ausweitung auf den dreidimensionalen Raum dürften weitere Schritte sein. Im Zuge der Versuche mit einer größeren Schar an Kinematik- und Beschleunigungsdaten könnte es möglich sein, dass sich unterschiedliche Typen von Reaktionsmustern herauskristallisieren. Allgemein soll dieses Thema des reaktiven Menschmodells die Fahrzeugsicherheit im Bereich Vor-Aufprallversuche weiter verbessern und gleichzeitig die Kosten so gering wie möglich halten. Natürlich werden Realversuche in weiterer Zukunft nötig und wichtig sein!

List of Symbols

a_i	Länge für Translation entlang x_i -Achse (Denavit-Hartenberg Parameter)
\vec{a}_i	Beschleunigung des Punktes i
\mathbf{b}	Vektor mit Kreisel- und Zentrifugalkräfte
$\hat{\mathbf{b}}$	Vektor mit Kreisel- und Zentrifugalkräfte des (nicht exakt dem realen Modell entsprechenden) dyn. Modells
\mathbf{D}	Entkopplungsmatrix
d_i	Länge für Translation entlang z_{i-1} -Achse (Denavit-Hartenberg Parameter) Differenzgrad bei exakter Linearisierung
\mathbf{E}	Einheitsmatrix
e	Differenz von Istgröße - Sollgröße (z.B. $(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)$)
\vec{F}, \vec{F}^*	gesamter Kraftvektor bezogen auf einen Punkt im kartes. Koordinatensystem
\vec{F}_e	Vektor mit eingprägten Kräften bezogen auf einen Punkt im kartes. Koordinatensystem
\vec{F}_g	Vektor mit Gravitationskräften bezogen auf Massen einer kinematischen Kette
\vec{F}_k	Vektor mit Muskelkräften einer kinematischen Kette
$\vec{F}_{M,G}$	Vektor mit Gelenksstellkräften einer kinematischen Kette
\vec{F}_t, \vec{F}_v	Vektor mit trockenen und viskosen Gelenksreibungskräften einer kinematischen Kette
\vec{F}_w	Vektor mit Widerstandskräften bezogen auf einen Punkt im kartes. Koordinatensystem
\vec{F}_z	Vektor mit Zwangskräften bezogen auf einen Punkt im kartes. Koordinatensystem
F	repräsentative Bezeichnung für einen Filterblock
\mathbf{f}	Vektorfeld für die Differentialgleichung $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ Vektorfeld für die Berechnung der direkten Kinematik $\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$
G, G^{-1}	repräsentative Bezeichnung für den Block des (inversen) mathematischen dynamischen Modells

- G_c repräsentative Bezeichnung für den Reglerblock
- G_{Lin}, P_{Lin} repräsentative Bezeichnung für den Block des mit dem Zustandsregler linearisierten mathematischen / realen dynamischen Modells
- $\mathbf{J}_+, \mathbf{J}_-$ Rechtsinverse; Linksinverse
- \mathbf{J}_A analytische Jacobimatrix
- J Trägheitsmoment eines Körpers i
- $J_{SP,i}$ Trägheitsmoment im Schwerpunkt eines Körpers i
- $J_{Steiner}$ Steineranteil eines Trägheitsmomentes
- j Anzahl der generalisierten Koordinaten q
- \mathbf{K} Matrix mit Reglerparametern $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$
- $\mathbf{K}_d, \mathbf{K}_{d,high}, \mathbf{K}_{d,low}$ Vektor des Standard / erhöhten/ niedrigeren Reglerparametersatzes für den Differentialanteil
- $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_{p,high}, \mathbf{K}_{p,low}$ Vektor des Standard / erhöhten/ niedrigeren Reglerparametersatzes für den Proportionalanteil
- $\mathbf{K}_t, \mathbf{K}_v$ Vektor mit Parametern für trockene / viskose Reibung
- $\bar{\mathbf{K}}_p, \bar{\mathbf{K}}_d, \bar{\mathbf{K}}_i$ Reglerparameter des robusten Reglers für Proportionalanteil, Differentialanteil und Integralanteil
- K repräsentative Bezeichnung für den block des inversen kinematischen Systems
- KS_i Ursprung eines Koordinatensystems i , Sektion i
- L Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises
- l_i Länge eines starren Körpers i
- \mathbf{M} Massenmatrix
- \mathbf{M}_F Vektor mit Stellmomenten
- $\hat{\mathbf{M}}$ Massenmatrix des geschätzten (nicht zwingend dem realen Modell exakt entsprechenden) dyn. Modells
- M Gesamtmasse eines Mehrkörpersystems
- \vec{M}_{F, q_i} Moment eines Gelenkes i
- m Anzahl der Integratorketten
- mg_i Masse eines Gelenks i einer kinematischen Kette
- m_i Massenpunkt i
- $\vec{n}, \vec{\sigma}, \vec{a}$ Ausrichtung der neuen x,y,z-Achse bei einer Rotation

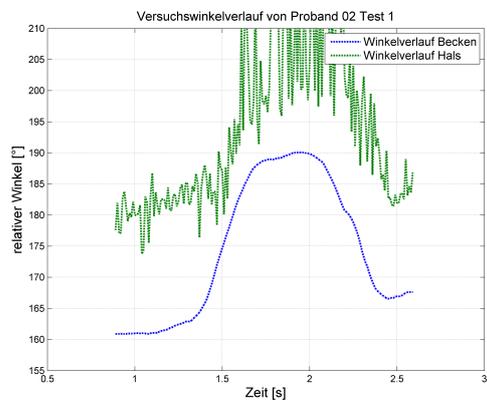
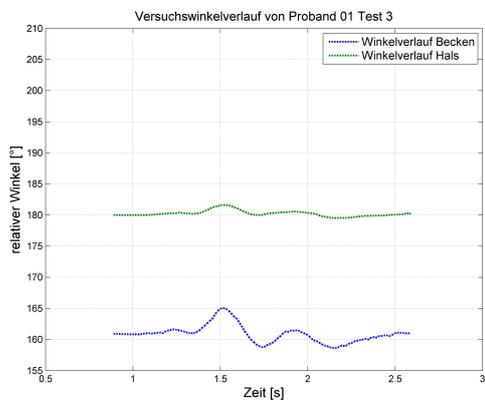
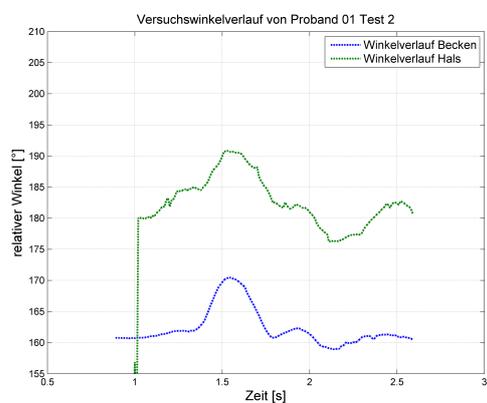
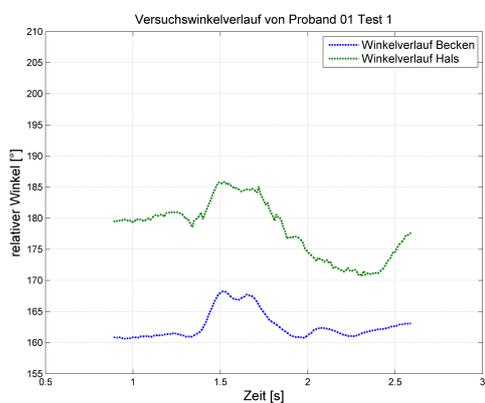
N	Anzahl der Massepunkte m
n	Anzahl der Glieder einer kinematischen Kette Anzahl der Zustände des dynamischen Systems
P, P^{-1}	repräsentative Bezeichnung für den Block des <i>realen</i> (inversen) dynamischen Modells
p	Anzahl der Komponenten des flachen Ausgangs = Anzahl der Komponenten des Einganges
px, py	Koordinaten x und y des Endeffektors
\vec{p}	Impuls
\mathbf{Q}	Vektor der generalisierten Kräfte
$\bar{\mathbf{Q}}$	Vektor mit generalisierten Kräften ohne generalisiertem Stellmoment \mathbf{u}
$\hat{\mathbf{Q}}$	Vektor mit generalisierten Kräften des (nicht zwingend dem realen Modell exakt entsprechenden) dyn. Modells
\mathbf{q}	Vektor mit generalisierten Koordinaten; Gelenkskoordinaten (Rotations-, Translationsvariable)
\mathbf{R}_g	Vektor mit Radien der Gelenke einer kin. Kette
R, R_G, R_{rob}	repräsentative Bezeichnung für einen Regler-, Zustandsregler-, Robuster Zustandsreglerblock
\mathbf{r}_d	Vektor von Führungsgrößen erzeugt durch eine Vorsteuerung
\mathbf{r}_m	Vektor von Führungsgrößen für ein linearisiertes exaktes (modelliertes) Systems
\mathbf{r}_p	Vektor von Führungsgrößen für ein linearisiertes reales Systems
$\bar{\mathbf{r}}_d$	Vektor von Führungsgrößen erzeugt durch einen robusten Regler
r_i	relativer Grad bei exakter Linearisierung
$\vec{r}_{SP,i}$	Ortsvektor zum gemeinsamen Schwerpunkt eines Körpers i
r_{ZYL}	Radius eines Zylinders (starrer Körper)
\vec{r}_i	Vektor zu einem Punkt i in einem kartes. Koordinatensystem
SK_i	starrer Körper i einer kinematischen Kette
s	komplexe Variable $j \cdot \omega$, wobei $j \dots$ imaginäre Zahl, $\omega \dots$ Kreisfrequenz
\vec{s}	Weg
\mathbf{T}	homogene Transformationsmatrix: $\mathbf{T}_{i-1,i} \dots$ Transformation von Sektion $i-1$ auf i
T	kinetische Energie repräsentative Bezeichnung für den Trajektorienvorgabeblock Führungsübertragungsfunktion

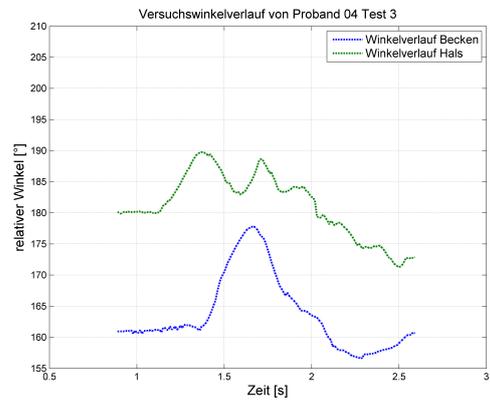
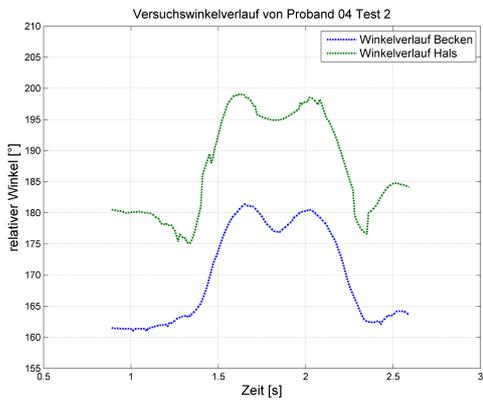
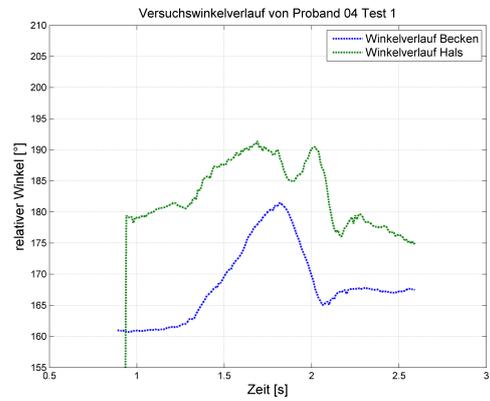
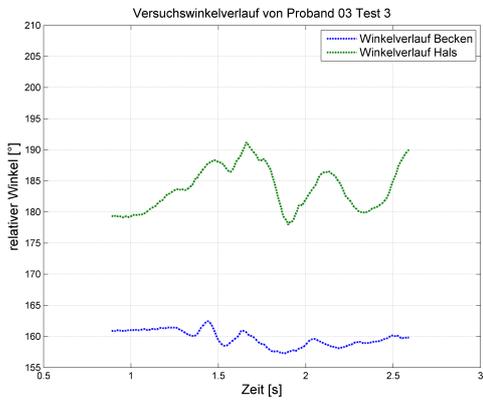
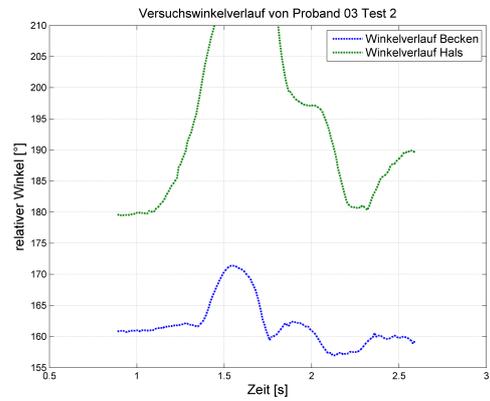
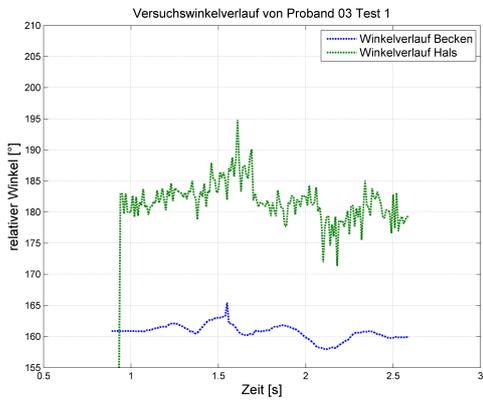
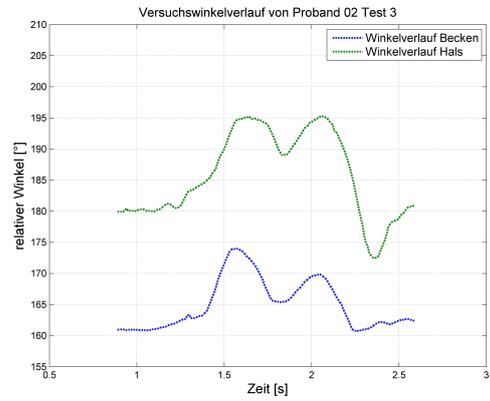
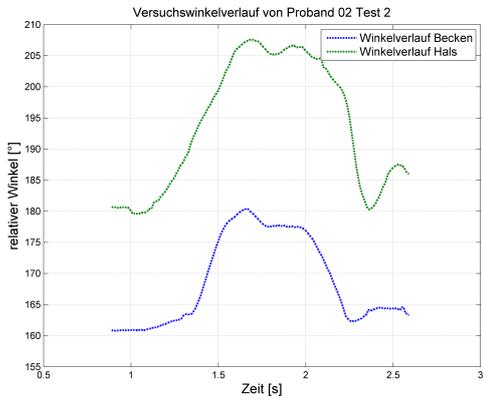
T_d	Abtastzeit
T_r	Reaktionszeit, Umschaltzeit der Parameter $K_{low} \rightarrow K_{high}$
\mathbf{U}	Matrix mit Stellgrößen \mathbf{u}
\mathbf{u}	Vektor mit Eingangsgrößen des dynamischen Systems
\mathbf{u}_d	Vektor mit Solltrajektorien der Eingänge von einem dynamischen System
\mathbf{u}_m	Vektor mit Eingangsgrößen des exakten dynamischen Systems
\mathbf{u}_p	Vektor mit Eingangsgrößen des realen dynamischen Systems
V	repräsentative Bezeichnung für den Vorsteuerungsblock
$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1$	Vektor mit „neuen“ Eingängen des exakt linearisierten Systems $\hat{=}$ hier $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_k$
\mathbf{v}_2	Ausgang (Korrekturbeschleunigung) des robusten PID-Reglers
\vec{v}_i	Geschwindigkeit eines Punktes i
\tilde{v}_{max}	Stellgrößenbeschränkung für den Eingang v
\mathbf{x}	Vektor mit Zustandsgrößen des dynamischen Systems Vektor mit Lageinformationen des Endeffektors einer kin. Kette
\mathbf{x}_0	Vektor mit Anfangszuständen des dynamischen Systems
\mathbf{x}_d	Vektor mit Solltrajektorien für die Zustände des dynamischen Systems Vektor mit Solltrajektorie für die Lage des Endeffektors einer kin. Kette
\mathbf{y}	Vektor mit Ausgangsgrößen des dynamischen Systems
\mathbf{y}_f	Vektor des flachen Ausgangs des dynamischen Systems
\mathbf{y}_d	Vektor mit Solltrajektorien des flachen Ausgangs
\mathbf{z}	Vektor mit Zustandsgrößen eines transformierten Systems in der Regelungsnormalform ($=\Phi(\mathbf{x})$)
α_i	Winkelgröße für Rot. um x_i -Achse (Denavit-Hartenberg Parameter)
β	neu eingeführter Zustand (robusten Regler)
γ	Orientierung des Endeffektors (Winkel)
Δ	Translationsvektor bei einer Transformation
$\Delta\boldsymbol{\theta}$	Vektor mit Abweichungen des Ausgangs (=Winkel) von realem und mathematischem Modell
δr	infiniit kleine virtuelle Verschiebung/Verdrehung eines Massenpunktes
$\delta\phi$	infiniit kleine virtuelle Verdrehung eines Massenpunktes

$\boldsymbol{\eta}$	Vektor mit Zuständen eines transformierten (exakt linearisierten) Systems (Zustände \mathbf{z}), welche nicht beobachtbar sind
$\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}$	Vektor aktueller Winkel/Winkelgeschwindigkeiten/Winkelbeschleunigungen der Gelenke einer kin. Kette
$\boldsymbol{\theta}_d$	Vektor mit Solltrajektorien der Winkelgrößen einer kin. Kette
$\boldsymbol{\theta}_k$	Vektor mit Korrekturbeschleunigungen $\hat{=}$ hier \mathbf{v}
$\boldsymbol{\theta}_m$	Vektor mit Ausgang (=Winkel) des mathematischen dynamischen Modells
$\boldsymbol{\theta}_p$	Vektor mit Ausgang (=Winkel) des realen dynamischen Modells
$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_d$	Vektor mit Ausgang des robusten PID-Reglers ($\neq 0$ bei Winkelabweichung von realem und mathematischem dyn. Modell)
$\hat{\boldsymbol{\theta}}_d$	Vektor mit modifizierten Winkelvorgaben bestehend aus aktueller Sollwinkelvorgabe $\boldsymbol{\theta}_d$ und Ausgang des robusten Reglers $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_d$
θ_i	Winkelgröße für Rot. um z_{i-1} -Achse (Denavit-Hartenberg Parameter) Winkelgröße für Rotation um ein Gelenk i einer kin. Kette
κ_i	Länge einer Integratorkette i
λ	Korrekturfaktor bei der Bildung der Rechts-, Linksinversen
$\boldsymbol{\xi}$	Zustände eines transformierten (exakt linearisierten) Systems (Zustände \mathbf{z}), welche beobachtbar sind Zustände der dynamischen Erweiterung
τ	Modellunsicherheitsfaktor
Φ_{dyn}	Vektor mit dynamische Bewegungsgleichungen
Φ_L	„linke“ Seite der Lagrangegleichung
Φ_u	Funktion zur Beschreibung der Eingänge \mathbf{y} eines dyn. Systems
Φ_x	Funktion zur Beschreibung der Zustände \mathbf{x} eines dyn. Systems
Φ_y	Funktion zur Beschreibung der Ausgänge \mathbf{y} eines dyn. Systems
ω	Kreisfrequenz
$sat(x)$	Sättigungsfunktion angewandt auf eine Variable x
$\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x})$	Lie Ableitung der glatten Funktion $c(\mathbf{x})$ entlang dem glatten Vektorfeld $\mathbf{f}(\mathbf{x})$

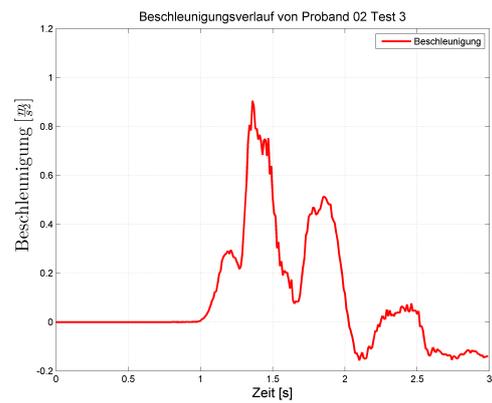
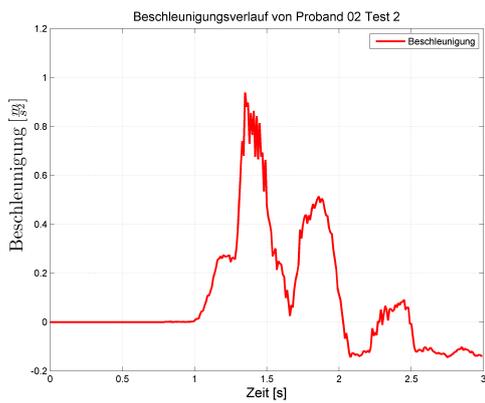
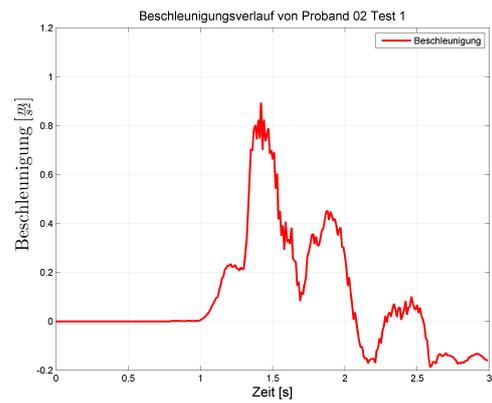
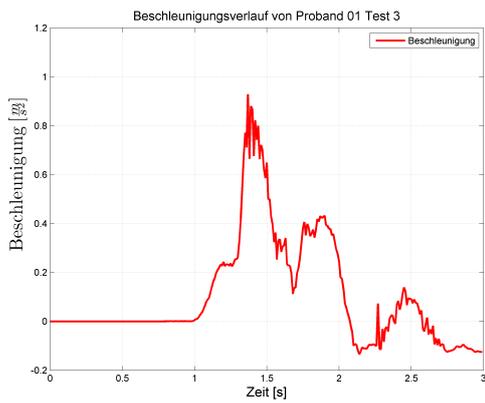
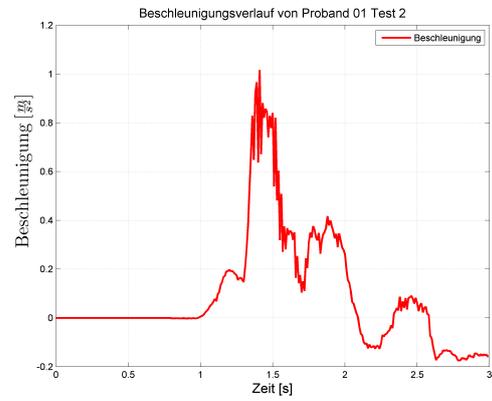
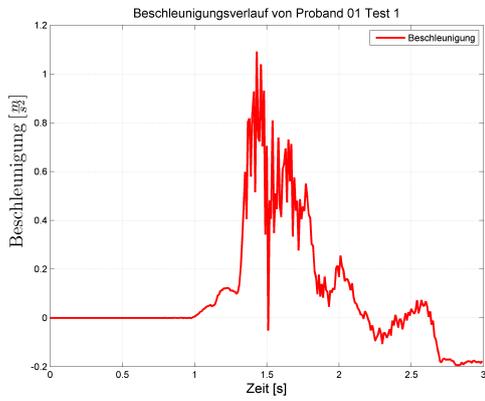
Anhang

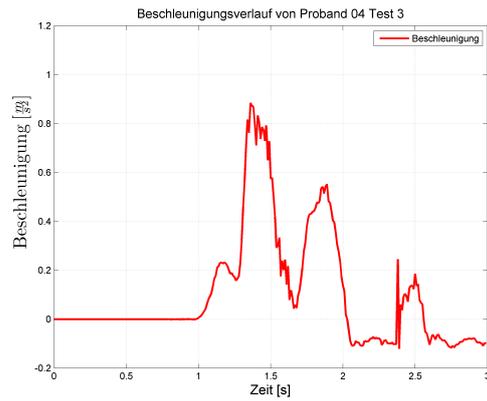
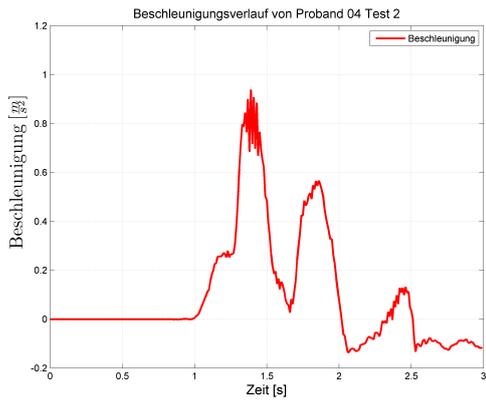
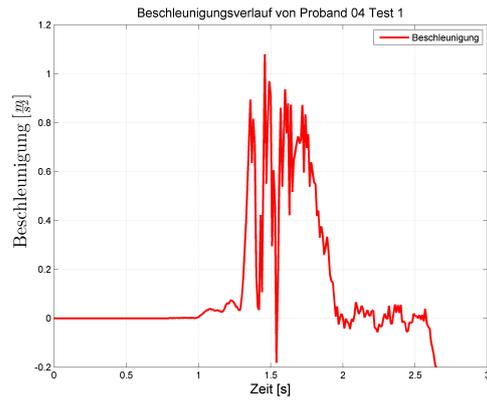
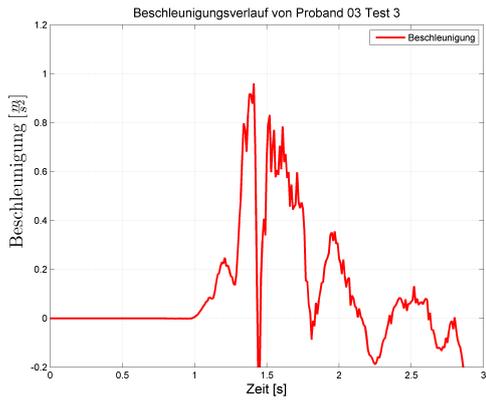
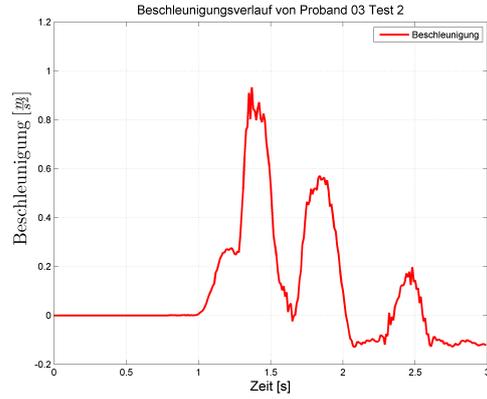
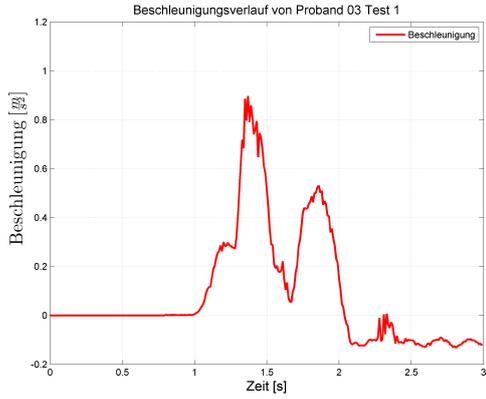
Im Folgenden sind alle aufgenommenen Kinematikdaten der *Schlittenfrontversuche* von Proband *Eins* bis *Vier* mit jeweils drei Durchläufen abgebildet.



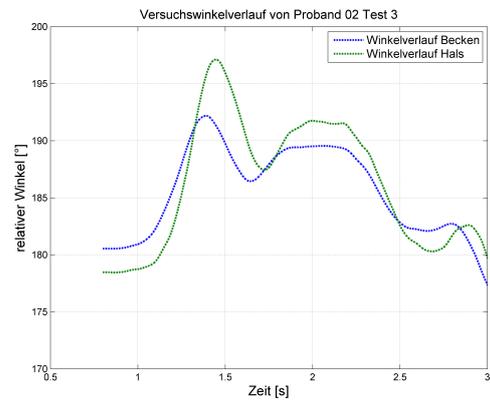
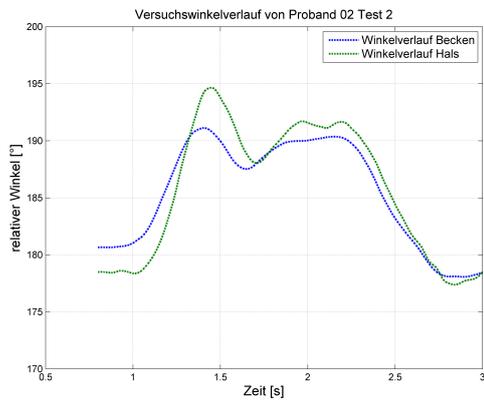
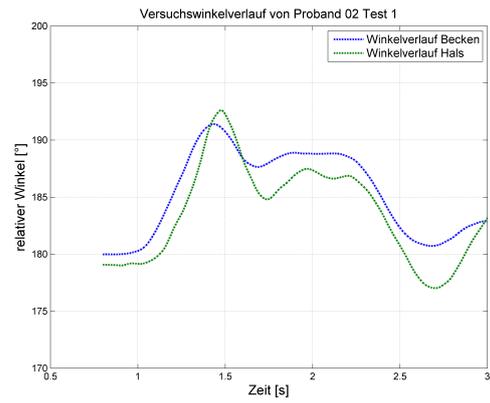
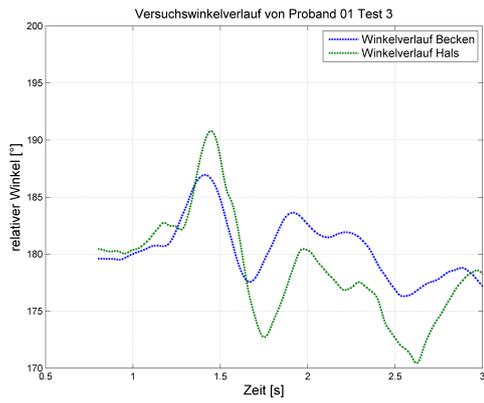
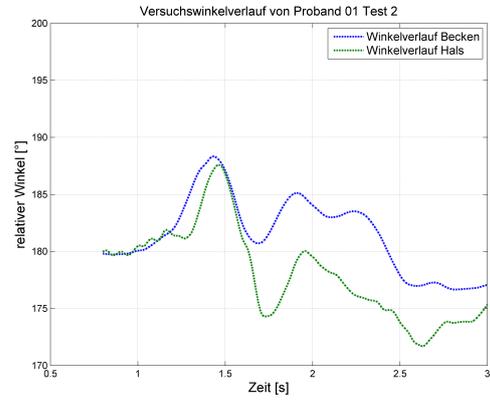
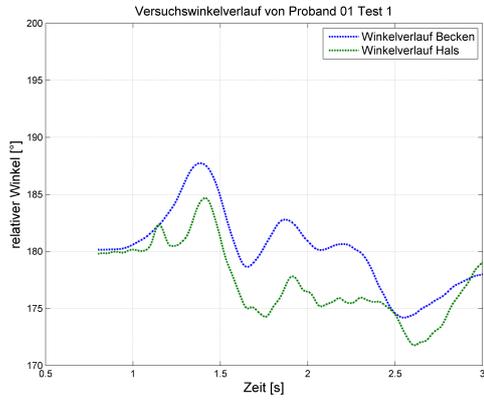


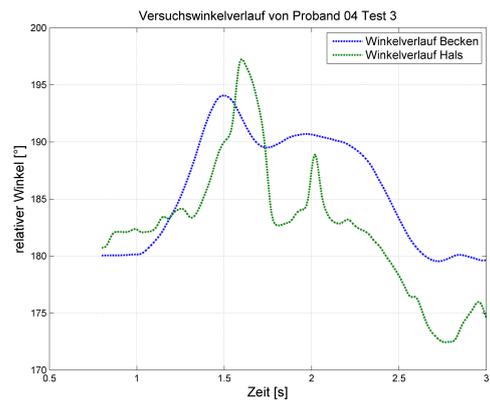
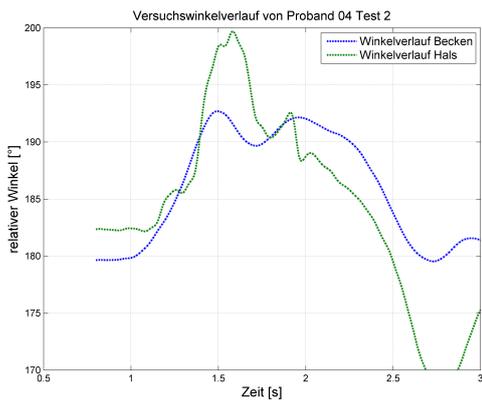
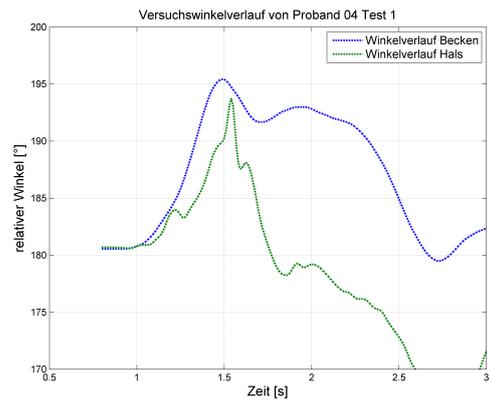
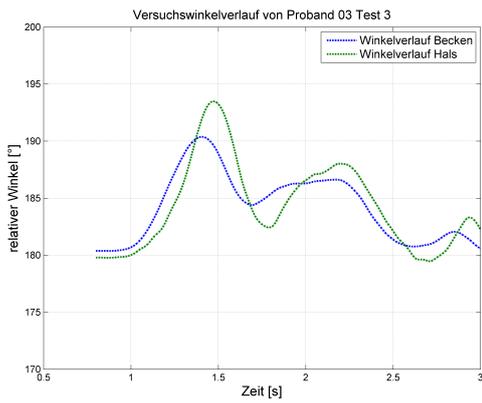
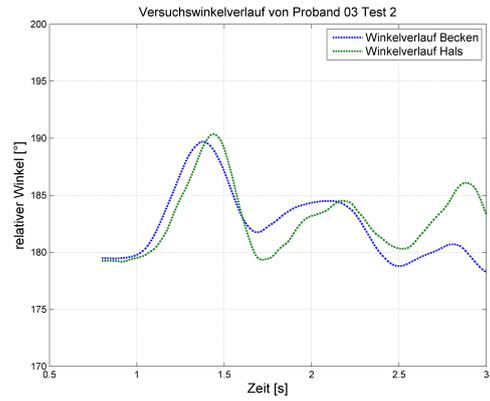
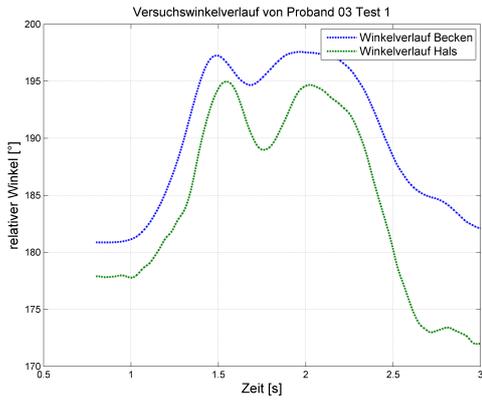
Die dazugehörigen externen Beschleunigungen der *Schlittenfrontversuche* folgen:



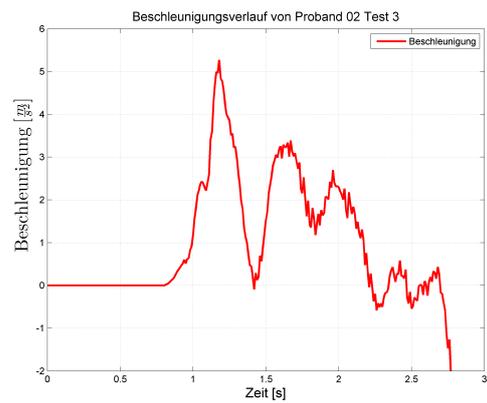
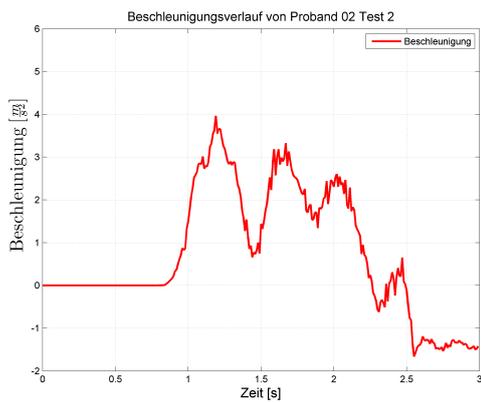
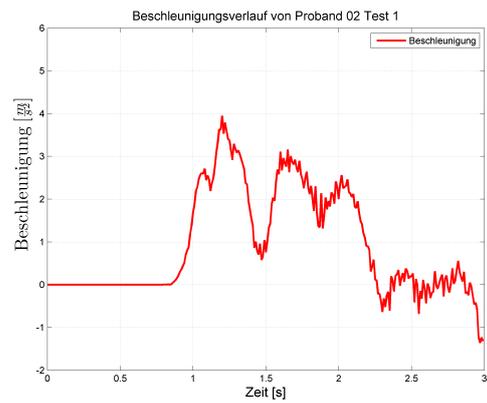
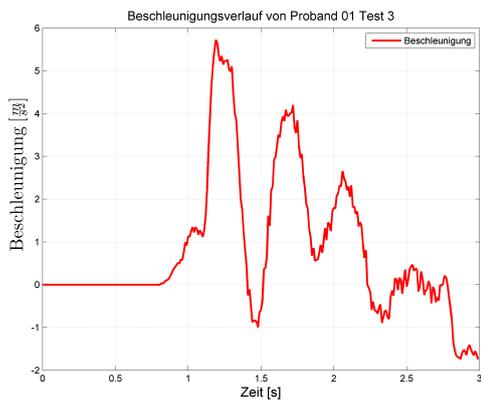
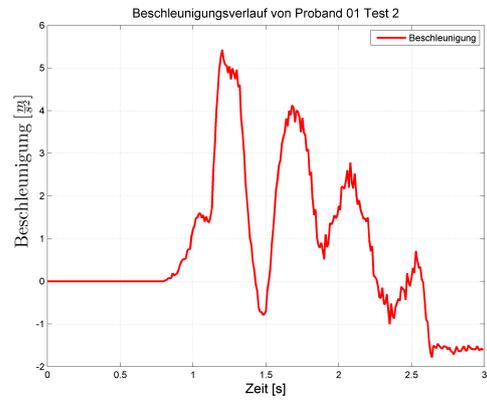
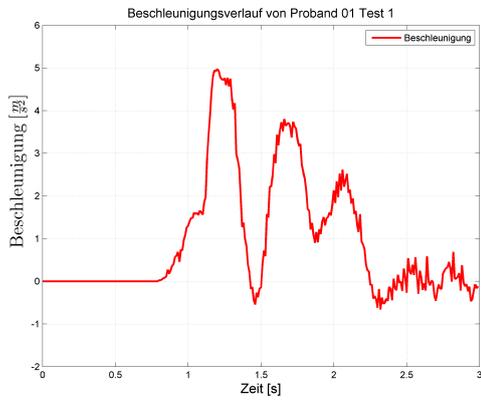


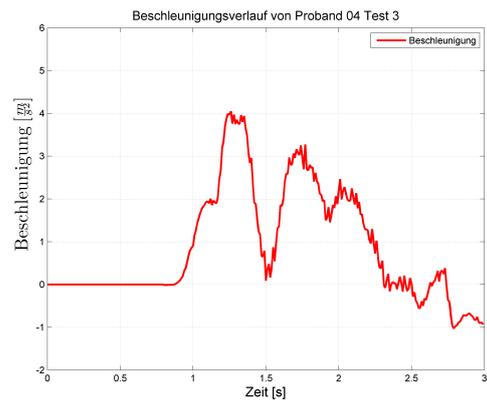
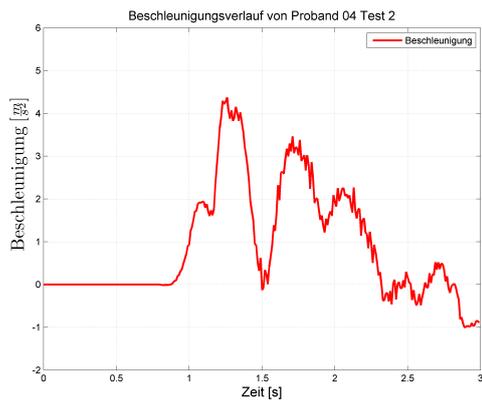
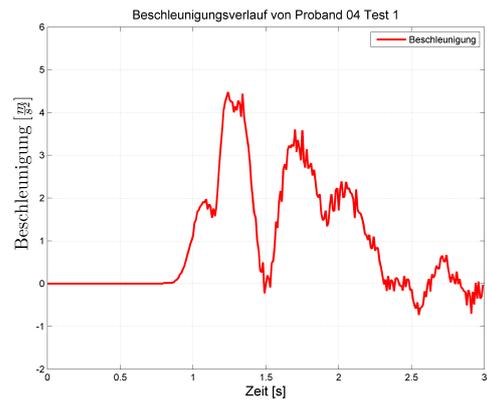
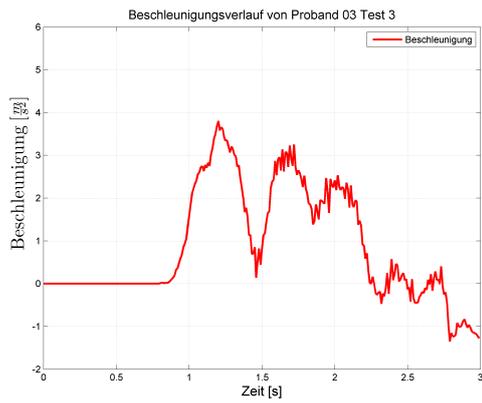
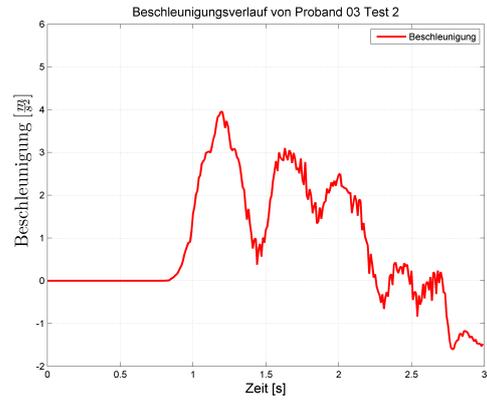
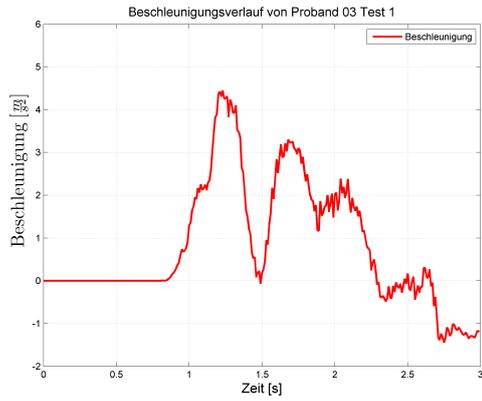
Im Folgenden sind alle aufgenommenen Kinematikdaten der *Schlittenseitenversuche* von Proband *Eins* bis *Vier* mit jeweils drei Durchläufen abgebildet.





Die dazugehörigen externen Beschleunigungen der *Schlittenseitenversuche* folgen:





Literaturverzeichnis

- [1] DIN 33402-2, Ausgabe:2005-12 "Ergonomie - Körpermaße des Menschen - Teil 2: Werte". 2005
- [2] ACKERMANN, J. : *Abtastregelung*. 3. Aufl. Springer, 1998. – ISBN 9783540501121
- [3] BREMER, H. ; PFEIFFER, F. : *Elastische Mehrkörpersysteme*. 1. Aufl. Teubner, 1992. – ISBN 9783519023746
- [4] BÄUMLER, H. : Reaktionszeiten im Straßenverkehr Teil 1. In: *VKU Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik* 45 12/2007 (2007), S. 334–340
- [5] BÄUMLER, H. : Reaktionszeiten im Straßenverkehr Teil 2. In: *VKU Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik* 45 11/2007 (2007), S. 300–307
- [6] BÄUMLER, H. : Reaktionszeiten im Straßenverkehr Teil 3. In: *VKU Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik* 46 01/2008 (2008), S. 22–27
- [7] BURG, H. ; MOSER, A. : *Handbuch Verkehrsunfallrekonstruktion. Unfallaufnahme, Fahrdynamik, Simulation*. 1. Aufl. Vieweg+Teubner, 2007. – ISBN 9783834801722
- [8] CACCAVALE, F. ; SICILIANO, B. ; CHIAVERINI, S. ; LENARCIC, J. (Hrsg.) ; (EDS.), V. P. C. (Hrsg.): *Singularity-robust second-order kinematic control of robot manipulators with Jacobian damped least-squares inverse: theory and experiments*. Kluwer Academic Publishers, 1996 (5th International Symposium on Advances in Robot Kinematics). – 39–46 S.
- [9] DANKERT, H. ; DANKERT, J. : *Technische Mechanik. Statik, Festigkeitslehre, Kinematik / Kinetik*. 4. korr. und erg. Aufl. Vieweg+Teubner, 2006. – ISBN 9783835100060
- [10] DENAVIT, J. ; HARTENBERG, R. S.: A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. In: *Trans. of the ASME. Journal of Applied Mechanics* 22 (1955), 215–221. <http://ci.nii.ac.jp/naid/10008019314/en/>
- [11] DESIREE, H. : *Basics Physiologie*. Urban & Fischer Verlag / Elsevier GmbH, 2009. – ISBN 9783437423765
- [12] DETTINGER, J. : Reaktionsdauer bei Notbremsungen - Entwicklung und Status quo des Erkenntnisstandes Teil 1. In: *VKU Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik* 49 06/2008 (2008), S. 180–187

- [13] DETTINGER, J. : Reaktionsdauer bei Notbremsungen - Entwicklung und Status quo des Erkenntnisstandes Teil 2. In: *VKU Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik* 49 08/2008 (2008), S. 230–234
- [14] DREIZLER, R. M. ; LÜDDE, C. S.: *Theoretische Physik 1: Theoretische Mechanik*. 2. Aufl. Springer, 2008. – ISBN 9783540705574
- [15] FENG, L. : An Optimal Control Approach to Robust Control Design. In: *International Journal of Control* 14 (1997), S. 69–77
- [16] FLIESS, M. : Nonlinear control theory and differential algebra. In: BYRNES, C. (Hrsg.) ; KURZHANSKI, A. (Hrsg.): *Modelling and Adaptive Control* Bd. 105. Springer Berlin / Heidelberg, 1988, S. 134–145
- [17] FLIESS, M. ; LÉVINE, J. ; MARTIN, P. ; ROUCHON, P. : On differentially flat nonlinear systems. In: *Comptes Rendus des Sances de l'Acadmie des. Sciences* 315 (1992), S. 619–642
- [18] FLIESS, M. ; LÉVINE, J. ; MARTIN, P. ; ROUCHON, P. : Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples. In: *International Journal of Control* 61 (1995), Nr. 6, S. 1327–1361. <http://dx.doi.org/10.1080/00207179508921959>. – DOI 10.1080/00207179508921959
- [19] GLAD, T. ; FLIESS, M. : An algebraic approach to linear and nonlinear control. In: *Essays on control: Perspectives in the theory and its application*. Birkhäuser, 1993 (Automatic Control Reports 248), S. 223–267
- [20] GREEN, M. : How Long Does It Take to Stop? Methodological Analysis of Driver Perception-Brake Times. In: *Transportation Human Factors* 2 (2000), Nr. 3, S. 195–216
- [21] GREINER, W. : *Theoretische Physik. Ein Lehr- und Übungstext für Anfangssemester (Band 1-4) und Fortgeschrittene*. 7. Aufl. Deutsch (Harri), 2003. – ISBN 9783817116980
- [22] GROSS, D. ; HAUGER, W. ; SCHRÖDER, J. ; WALL W., A. : *Technische Mechanik 3: Kinetik*. 11. Aufl. Springer, 2010. – ISBN 9783642112638
- [23] HOFER, A. : *Computerunterstützte Modellbildung und Simulation*. Vorlesungsskript IRT TU GRAZ, 2004
- [24] HORN, M. ; DOURDOUMAS, N. : *Regelungstechnik*. Pearson Studium, 2004
- [25] ISIDORI, A. ; THOMA, M. (Hrsg.) ; SONTAG, E. D. (Hrsg.) ; DICKINSON, B. W. (Hrsg.) ; FETTWEIS, A. (Hrsg.) ; MASSEY, J. L. (Hrsg.) ; MODESTINO, J. W. (Hrsg.): *Nonlinear Control Systems*. 3. Aufl. Secaucus, NJ, USA : Springer, 1995. – ISBN 3540199160
- [26] ITO, Y. ; CORNA, S. ; VON BREVERN, M. ; BRONSTEIN, A. ; GREY, M. : The functional effectiveness of neck muscle reflexes for head-righting in response to sudden fall. In: *Experimental Brain Research* 117 (1997), Nr. 2, S. 266–272

- [27] ITO, Y. ; CORNA, S. ; BREVERN, M. von ; BRONSTEIN, A. ; ROTHWELL, J. ; GREY, M. : Neck muscle responses to abrupt free fall of the head: comparison of normal with labyrinthine-defective human subjects. In: *Journal of Physiology* 489 (1995), S. 911–916
- [28] JANSCHKE, K. : *Systementwurf mechatronischer Systeme: Methoden - Modelle - Konzepte*. 1. Aufl. Springer, 2010. – ISBN 9783540788768
- [29] JAZAR, R. N.: *Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control*. 2. Aufl. Springer, 2010. – ISBN 9781441917492
- [30] KALMAN, R. E.: Contributions to the theory of optimal control. In: *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana* 5 (1960), S. 102–119
- [31] KEMP, B. J.: Reaction time of young and elderly subjects in relation to perceptual deprivation and signal-on versus signal-off conditions. In: *Developmental Psychology* 8 (1973), Nr. 2, S. 268 – 272. <http://dx.doi.org/10.1037/h0034147>. – DOI 10.1037/h0034147. – ISSN 0012–1649
- [32] KODEK, T. ; MUNIH, M. : An analysis of static and dynamic joint torques in elbow flexion-extension movements. In: *Simulation Modelling Practice and Theory* 11 (2003), Nr. 3-4, 297 - 311. [http://dx.doi.org/10.1016/S1569-190X\(03\)00063-7](http://dx.doi.org/10.1016/S1569-190X(03)00063-7). – DOI 10.1016/S1569-190X(03)00063-7. – ISSN 1569–190X
- [33] KUGI, A. : *Regelungssysteme*. Vorlesungsskript TU WIEN, 2011
- [34] LAN, N. : Analysis of an optimal control model of multi-joint arm movements. In: *Biological Cybernetics* 76 (1997), Nr. 2, 107–117. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/9116076>
- [35] LIPPERT, H. ; HERBOLD, D. ; LIPPERT-BURMESTER, W. : *Anatomie: Text und Atlas - mit Zugang zum Elsevier-Portal*. 9. Aufl. Urban & Fischer Verlag / Elsevier GmbH, 2010. – ISBN 9783437261824
- [36] LUNZE, J. : *Automatisierungstechnik: Methoden für die Überwachung und Steuerung kontinuierlicher und ereignisdiskreter Systeme*. Oldenbourg, 2008. – ISBN 9783486580617
- [37] MARSHALL, W. H. ; TALBOT, S. A. ; ADES, H. W.: Cortical response of the anaesthetized cat to gross photic and electrical afferent stimulation. In: *Journal of Neurophysiology* 6 (1943), S. 1–15
- [38] MATTHEWS, P. B.: The human stretch reflex and the motor cortex. In: *Trends in Neurosciences* 14 (1991), Nr. 3, 87–91. <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6T0V-482YV06-9C/2/12ce15a20b3bc0ce0e24e0c254fc80d3>
- [39] MCGRATH, J. : *Can crash test dummies really simulate human injuries?* <http://www.edmunds.com/car-safety/meet-the-family-of-crash-test-dummies.phtml?articleid=105394> (Jan. 2012)). Version: 2010
- [40] RITT, J. F. ; SOCIETY, A. M.: *Differential algebra*. University Microfilms International, 1985

- [41] ROTHFUSS, R. : *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme*. Holzgartenstr. 16, 70174 Stuttgart, Universität Stuttgart, Diss., 1997. <http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2008/3335>
- [42] ROTHFUSS, R. ; RUDOLPH, J. ; ZEITZ, M. : Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme. In: *at - Automatisierungstechnik* 11 (1997), S. 517–524
- [43] SANGVERAPHUNSIRI, V. ; MALITHONG, K. : Robust Inverse Dynamics and Sliding Mode Control for Inertial Stabilization Systems. In: *Asian International Journal of Science and Technology in Production and Manufacturing (AIJSTPME)* 2 (2009), Nr. 4, S. 33–45
- [44] SCHMIDT, R. ; LANG, F. ; HECKMANN, M. : *Physiologie Des Menschen: Mit Pathophysiologie Mit Repetitorium*. Springer, 2010. – ISBN 9783642016509
- [45] SCHWARZ, H. : *Mehrfachregelungen. Grundlagen einer Systemtheorie. Zweiter Band*. Springer, 1971
- [46] SCHWARZ, H. : *Nichtlineare Regelungssysteme*. Oldenbourg, 1991. – ISBN 9783486218336
- [47] SCIAVICCO, L. ; SICILIANO, B. : A solution algorithm to the inverse kinematic problem for redundant manipulators. In: *IEEE Journal of Robotics and Automation* 4 (1988), 8, Nr. 4, S. 403–410. <http://dx.doi.org/10.1109/56.804>. – DOI 10.1109/56.804. – ISSN 0882–4967
- [48] SLOTINE, J.-J. ; LI, W. : *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1990. – ISBN 0130408905
- [49] STORCH, U. ; WIEBE, H. : *Lehrbuch der Mathematik, Band 4: Analysis auf Mannigfaltigkeiten – Funktionentheorie – Funktionalanalysis*. Spektrum Akademischer Verlag, 2001
- [50] SUMMALA, H. : Brake Reaction Times and Driver Behavior Analysis. In: *Transportation Human Factors* 2 (2000), Nr. 3, S. 217–226
- [51] SUZUKI, M. ; YAMAZAKI, Y. ; MIZUNO, N. ; MATSUNAMI, K. : Trajectory formation of the center-of-mass of the arm during reaching movements. In: *Neuroscience* 76 (1997), Nr. 2, 597 - 610. [http://dx.doi.org/10.1016/S0306-4522\(96\)00364-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0306-4522(96)00364-8). – DOI 10.1016/S0306-4522(96)00364-8. – ISSN 0306–4522
- [52] TREBSDORF, M. : *Biologie. Anatomie. Physiologie: Lehrbuch und Atlas. Ein Standardwerk der Anatomie*. Europa Lehrmittel Verlag, 2009. – ISBN 9783808567982
- [53] TÖZEREN, A. : *Human Body Dynamics. Classical Mechanics and Human Movement*. Springer, 2000
- [54] WANG, J. ; LI, Y. : Comparative analysis for the inverse kinematics of redundant manipulators based on repetitive tracking tasks. In: *Automation and Logistics, 2009. ICAL '09. IEEE International Conference on*, 2009, S. 164–169

- [55] WENZ, M. : *Automatische Konfiguration der Bewegungssteuerung von Industrierobotern*. 1., Logos Verlag Berlin, 2008. – ISBN 9783832520571
- [56] WEY, T. : *Nichtlineare Regelungssysteme. Ein differentialalgebraischer Ansatz*. 1., B.G. Teubner, 2002. – ISBN 9783519003953