



Melanie Maria Wölwitsch, Bsc

**Entwicklung eines Versuchsaufbaues zur Ermittlung  
des Gruppeneffektes auf die Torsionsfestigkeit eines  
BSP-Knotenelementes**

**MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

Eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer:

Ass.Prof. Dipl.-Ing.(FH) Dr.techn Reinhard Brandner

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Schickhofer

Institut für Holzbau und Holztechnologie

Graz, Juni 2015



## EIDESSTÄTTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

*I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.*

---

Datum / Date

---

Unterschrift / Signature



## **Danksagung**

Ich möchte diese Zeilen nutzen, um all jenen Menschen zu danken die dazu beigetragen haben, dass diese Masterarbeit entstehen konnte.

Im engsten Sinne sind dies die Mitarbeiter des Instituts für Holzbau und Holztechnologie sowie der holz.bau forschungs GmbH, die mir in den letzten Monaten oft mit Rat und Tat zur Seite standen. Allen voran möchte ich Reinhard Brandner und Prof. Gerhard Schickhofer für die Betreuung dieser Masterarbeit danken.

Im weiteren Sinne gilt mein Dank all den lieb gewonnenen Weggefährten, die mich im Laufe meiner Zeit an der Universität begleiteten, für die fachliche und mentale Unterstützung während der spannenden, lehrreichen und dennoch amüsanten Zeit meines Studium. Dieser Lebensabschnitt wird mir stets in freudiger Erinnerung bleiben.

Der größte Dank allerdings gebührt meinen Freunden und meiner Familie, insbesondere meinen Eltern und meinem Lebensgefährten für die ständige Unterstützung und den Rückhalt.



## Kurzfassung

Bei der Beanspruchung von Brettsperrholz (BSP) als Scheibe sind, neben der Widerstandsfähigkeit des Materials auf Netto- und Bruttoschub, auch die Torsionsbeanspruchung in den Klebeflächen zwischen den einzelnen Lagen nachzuweisen. Die entsprechenden Torsionskenngrößen wurden bislang nur an einzelnen Klebeflächen mittels unterschiedlicher Versuchskonfigurationen experimentell ermittelt. In BSP-Scheibenelementen werden allerdings in Dickenrichtung stets mehrere Klebeflächen gleichzeitig und somit parallel auf Torsion beansprucht. Dem Einfluss der Lage der Klebeflächen im Scheibenelement, insbesondere in Bezug auf die Verdrehsteifigkeit, wird dabei einige Bedeutung beigemessen. Konfigurationen und Ergebnisse zur Darlegung der entsprechenden Widerstände liegen bis dato jedoch nicht vor.

Um System- bzw. Gruppeneffekte und deren Auswirkung auf die Torsionsfestigkeit und Verdrehsteifigkeit von BSP-Scheibenelementen in Folge des gleichzeitigen, parallelen Wirkens versuchstechnisch zu ermitteln ist es nötig eine dafür geeignete Versuchskonfiguration zu definieren, mit der die entsprechende Beanspruchung sinngemäß abgebildet werden kann. Ziel und Inhalte dieser Arbeit ist es, neben einer eingehenden Darlegung gängiger Torsionstheorien und Literaturrecherche zur Thematik, mögliche Versuchskonfigurationen zu entwickeln und ihre Vor- und Nachteile bzw. Randbedingungen zu diskutieren. In einer umfangreichen numerischen Parameterstudie werden wesentliche Einflussfaktoren auf die Versuchskonfiguration theoretisch betrachtet und Empfehlungen für eine praktische Erprobung gegeben.

## Abstract

In cases of cross laminated timber (CLT) elements loaded in-plane, beside the resistances of the material in net and gross shear, also the resistance of the glue lines between each layer against torsional stresses has to be approved. So far, the characteristic properties in torsion have been only investigated on single nodes and by means of several test configurations. In fact, in CLT diaphragms there are always several bond lines mutually and thus parallel loaded in torsion. Thereby, the influence of the position of glue lines within the CLT diaphragm, in particular regarding the torsional stiffness, has to be considered. However, an adequate test configuration and corresponding resistances are still missing.

To investigate system or group effects on the torsional strength and stiffness of CLT diaphragms caused by the common, parallel action an adequate test configuration has to be defined which allows mirroring the stresses realistically. The aim of this Master Thesis is, beside a comprehensive discussion of current torsional theories and a literature study, to develop possible test configurations and to discuss their pros & cons and constraints. Within an extensive numerical parameter study test parameters potentially influencing the test results are analysed and suggestions for the practical application given.



# Inhaltsverzeichnis

<b>KAPITEL 1: EINLEITUNG.....</b>	<b>3</b>
<b>1-1 Holz als Baumaterial .....</b>	<b>4</b>
<b>1-2 Torsionsbeanspruchung bei homogenen, geraden Stäben.....</b>	<b>5</b>
1-2.1 Reine Torsion .....	6
1-2.2 Verwölbung.....	6
1-2.3 Querschnittswerte .....	9
1-2.4 Wölbkrafttorsion.....	13
1-2.5 Fazit zur Torsionstheorie .....	17
<b>1-3 Tragverhalten von Brettsperrholz .....</b>	<b>19</b>
1-3.1 Torsion im orthotropen Material.....	22
1-3.2 Scheibentragwirkung .....	23
<b>1-4 Stand der Technik .....</b>	<b>25</b>
1-4.1 Bisherige Nachweisverfahren und mechanische Modelle.....	25
1-4.2 Bisherige Versuche.....	32
<b>1-5 Forschungsfragen .....</b>	<b>37</b>
<b>KAPITEL 2: ENTWICKLUNG UND STUDIE MÖGLICHER VERSUCHSAUFBAUTEN .....</b>	<b>39</b>
<b>2-1 Lastaufbringung über eine Torsionsmaschine.....</b>	<b>39</b>
<b>2-2 Lastaufbringung über Zug bzw. Druck .....</b>	<b>40</b>
<b>2-3 Diskussion der Versuchskonfigurationen.....</b>	<b>41</b>
<b>2-4 Eingrenzung der Versuchskonfigurationen .....</b>	<b>43</b>
<b>KAPITEL 3: MATERIAL UND METHODEN .....</b>	<b>45</b>
<b>3-1 Ermittlung der zu übertragenden Kräfte.....</b>	<b>45</b>
<b>3-2 Lasteinleitung .....</b>	<b>46</b>
3-2.1 Lasteinleitung über Stabdübelverbindung.....	48
3-2.2 Lasteinleitung über orthogonal angeordneten Ein- bzw. Aufleimer (Längsdruck & Rollschub)....	51
3-2.3 Vergleich der erforderlichen Schenkellängen.....	54
<b>3-3 Modellierung in RFEM .....</b>	<b>54</b>
3-3.1 FE-Netz .....	56

---

<b>KAPITEL 4: PARAMETERSTUDIE .....</b>	<b>59</b>
<b>4-1 Aufbereitung und Darstellung der Rechenergebnisse aus RFEM .....</b>	<b>59</b>
<b>4-2 Herleitung der Spannungsbilder .....</b>	<b>61</b>
4-2.1 Bestimmung der Torsionsspannungen.....	62
<b>4-3 Verwindung der Brettlamellen .....</b>	<b>63</b>
<b>4-4 Einfluss der orthotropen Materialeigenschaften auf die Spannungen .....</b>	<b>64</b>
<b>4-5 Variation der Eingangsgrößen .....</b>	<b>66</b>
4-5.1 Variation der Brettbreite.....	67
4-5.2 Variation der Brettstärke .....	70
4-5.3 Variation der Schichtanzahl.....	72
4-5.4 Variation des Seitenverhältnisses .....	73
4-5.5 Variation der Schenkellänge .....	76
4-5.6 Verwendung von Ein- bzw. Aufleimern.....	77
4-5.7 Lasteinleitung auf Druck oder Zug .....	77
<b>4-6 Diskussion der Parameterstudie .....</b>	<b>78</b>
<b>KAPITEL 5: ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	<b>80</b>
<b>ANHANG A Verzeichnisse .....</b>	<b>I</b>

## KAPITEL 1: EINLEITUNG

Am Beginn dieser Masterarbeit wird eine Übersicht über das Materialverhalten von Holz gegeben, und die Beanspruchungsart der Torsion näher erläutert. Darüber hinaus dient dieses erste Kapitel „Einleitung“ dem Zweck den aktuellen Stand der Technik sowie sämtliche in der Vergangenheit zu diesem Thema durchgeführte Forschungsarbeiten überblicksartig zu präsentieren. Mit dem so erhaltenen Verständnis für das Verhalten der Torsionsbeanspruchung im hier speziell betrachteten Produkt Brettsperrholz wird in Kapitel 2 „Entwicklung und Studie möglicher Versuchsaufbauten“ eine geeignete Versuchskonfiguration für die Beanspruchung mehrerer parallel liegender Klebeflächen auf Torsion gesucht. Einige mögliche Varianten werden vorgestellt und diskutiert. Die detaillierte Vorgehensweise bei der Entwicklung der Versuchskonfigurationen ist in Kapitel 3 „Material und Methoden“ erläutert. Um eine geeignete Versuchskonfiguration auswählen zu können, ist das Wissen um den Einfluss der einzelnen Parameter auf die jeweiligen Konfigurationen erforderlich. Die Ergebnisse der in Kapitel 4 „Parameterstudie“ durchgeführten numerischen Untersuchungen sollen zum Verständnis des Verhaltens der Versuchskörper unter Belastung beitragen. Zum Ende dieser Arbeit werden die erworbenen Kenntnisse zusammengefasst und konkludiert.

Holz ist ein natürlich gewachsener Baustoff, was eine starke Streuung der mechanischen Eigenschaften zur Folge hat. Durch die Verarbeitung zu Brettsperrholz (BSP) sollen diese Eigenschaften homogenisiert werden. Die Breite von Vollholzbrettern ist durch die Dicke des Stammes begrenzt. Brettsperrholz erhält durch die kreuzweise Verklebung von mehreren Brettlagen eine starre flächenartige Struktur. Die Leistungsfähigkeit und Einsatzmöglichkeit wird durch diese starre Verklebung gegenüber jener mit nachgiebigen Verbunden wesentlich erhöht. Erfahren diese flächigen Bauteile eine Beanspruchung in der Ebene, wie es z.B. bei Wänden der Fall ist, so spricht man von Scheibenelementen. In Abb. 1 sind die möglichen Beanspruchungsrichtungen von Brettsperrholz dargestellt. Dabei handelt es sich zum einen um eine Plattenbeanspruchung (links), bei der die extern aufgebrachte Last senkrecht zur Elementebene wirkt, und zum anderen eine Scheibenbeanspruchung (rechts), bei der die Last in der Elementebene liegt. Infolge horizontaler Gebäude-lasten, großer Öffnungen oder Auskragungen kommt es in den Wandscheiben zu Schub- und Torsionsbeanspruchungen der Kreuzungspunkte der orthogonal verklebten Brettlagen die in Abb. 2 c) abgebildet sind.

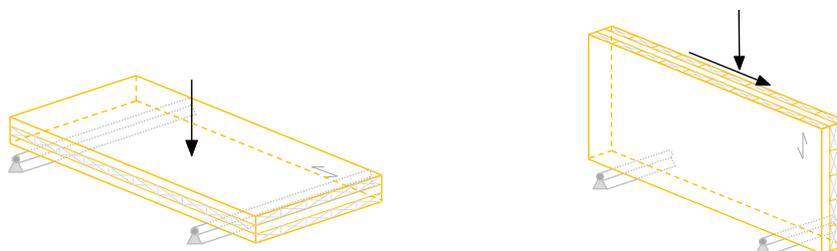


Abb. 1 Platten- (links) und Scheibenbeanspruchung (rechts)

Die derzeitige Schubmessung von BSP-Scheibenelementen basiert auf der Betrachtung der Spannungen und Widerstände einer Klebefläche und Teilen der angrenzenden Brettlagen. Zur Ermittlung des Widerstandes des gesamten Bauteils wird im Allgemeinen über alle Klebeflächen und

Kreuzungspunkte (gewichtet) aufsummiert. Dabei besteht ein Kreuzungspunkt, in Dickenrichtung der BSP-Scheibe, aus  $n$  Klebeflächen, siehe in Abb. 2 a). Eine gesamte BSP-Scheibe besteht wiederum aus  $m$  Kreuzungspunkten über die gesamte BSP-Scheibe. Alle weiteren Nachweise ähneln jenen aus der Berechnung stabförmiger Bauteile. Zur Ermittlung der Querschnittsflächen werden nur die in Beanspruchungsrichtung verlaufenden Brettlagen in Rechnung gestellt. Es ist bis dato nicht geklärt, ob sich bei parallelem Wirken mehrerer Klebeflächen, wie in Abb. 2 c) dargestellt, ein System- oder Gruppeneffekt einstellt, und wie sich dieser auswirkt.

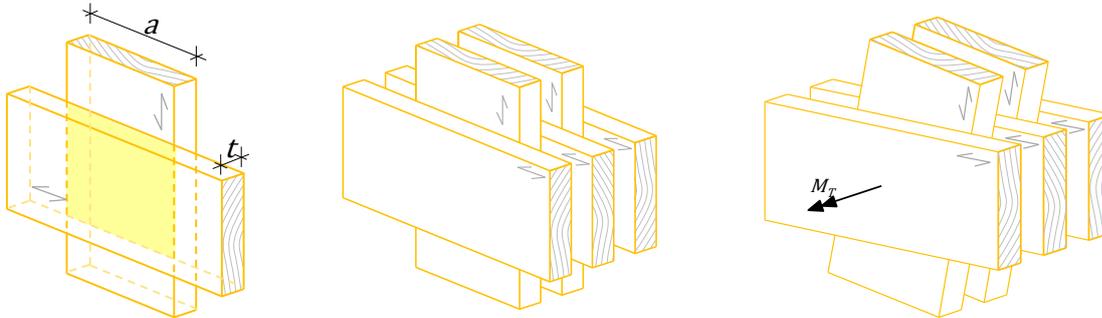


Abb. 2 a) Klebefläche      b) Kreuzungspunkt (Knoten)      c) Kreuzungspunkt unter Torsionsbeanspruchung

Unter Systemeffekte fallen z.B. Homogenisierungseffekte, die durch das gemeinsame Wirken mehrerer miteinander verklebter und gleichzeitig wirkender Lagen entstehen. Als Referenzgröße dienen Ergebnisse aus Versuchen mit nur zwei verklebten Brettlagen, wie sie in der Vergangenheit des Öfteren durchgeführt wurden. Im Zuge dieser Arbeit soll eine potentielle Versuchskonfiguration zur Ermittlung der Torsionsfestigkeit von Kreuzungs- bzw. Knotenpunkten, bestehend aus zumindest drei Lagen, erarbeitet werden.

## 1-1 Holz als Baumaterial

Holz ist ein gewachsenes Material dessen Eigenschaften als Baustoff durch verschiedene Faktoren beeinflusst werden. Die Umgebungsbedingungen des Baumes wirken sich z.B. auf die Jahrringbreite, die Astigkeit und die Bildung von Reaktionsholz aus. Die Lage der Bretter im Stamm hat einen wesentlichen Einfluss auf das Quell- und Schwindverhalten und die mechanischen Kenngrößen im Bauteil.

Während des Wachstums bilden Bäume Jahr- bzw. Zuwachsrings aus. Das Alter eines Baumes kann anhand dieser bestimmt werden. In jedem Jahr bilden sich eine Früh- und eine Spätholzschicht aus, wobei die Frühholzschicht, die in der Wachstumsphase nach dem Winter entsteht, wesentlich heller ist. Bei der Betrachtung von Holz sind drei Typen zu unterscheiden: Dies sind die Nadelhölzer, die immer einen ringförmigen Aufbau zeigen, die ringporigen Laubhölzer, wie Esche oder Eiche, und die zerstreutporigen Laubhölzer, wie z.B. die Buche. Baumarten mit deutlichen Dichteunterschieden zwischen dem Früh- und Spätholz weisen eine starke Abhängigkeit der Festigkeit von der Jahrringbreite auf. Nadelhölzer bilden bei zunehmender Jahrringdicke mehr Frühholz mit geringerer Festigkeit aus, ringporige Laubbäume hingegen steigern den Anteil an Spätholz, der im Vergleich zum Frühholz eine höhere Festigkeit hat. Zerstreutporige Hölzer lassen hingegen keinen Zusammenhang zwischen Jahrringbreite und Festigkeit erkennen.

In den ersten Lebensjahren eines Baumes bildet sich schnell wachsendes juveniles Holz, das sich später im Zentrum des Stammes befindet. Nach ca. 20 Jahren bildet sich adultes Holz. Mit zunehmendem Alter wird der Bereich um das Zentrum, der Kern, nicht mehr zum Nährstoff- und Wassertransport verwendet; diese Aufgaben übernimmt das jüngere Splintholz. Der Kern dient dann nur

noch der Stabilität des Baumes. Je nach Baumart werden im Kern Gerbstoffe eingelagert, die zu einer Verfärbung führen, vergleichsweise Kiefern und Eichen; oder es reduziert sich nur der Wassergehalt wodurch es zu keiner Änderung der optischen Merkmale kommt wie bei der Tanne. Bei manchen Hölzern bleibt die Verkernung komplett aus, der gesamte Stamm besteht bei diesen Hölzern aus Splintholz so z.B. bei der Birke (Schickhofer, 2006), (Kollmann, 1982).

Bei der Verarbeitung des Holzes zu Brettern können Unregelmäßigkeiten in der Holzstruktur, wie Äste oder Reaktionsholz, zu Problemen führen. Astholz ist wesentlich fester und spröder als Stammholz. Die längs verlaufenden Stammfasern werden im Bereich der Astwurzeln um diese umgelenkt, was zu einer Reduktion der für die Lastübertragung zur Verfügung stehenden effektiven Brettbreite führt. Der max. zulässige Astanteil ist deshalb in der ON DIN 4074/1, 2012 normativ geregelt. Treten in einem Stamm Druck-, Zugholz, oder Drehwuchs auf, kann es im Brett zu Verkrümmungen oder Verdrehungen kommen.

Wegen der eben beschriebenen starken Strukturierung des Baumes ist Holz als inhomogen und anisotrop zu bezeichnen. Holz ist ein komplexes, aus vielen Strukturebenen aufgebautes, hierarchisches Material. Diese Eigenschaft ist beim Versagen des Holzes von wesentlicher Bedeutung. So findet das Versagen unter Mitwirkung aller Hierarchieebenen statt, was in Folge zu einem „quasi spröden“ oder „quasi duktilen“ Versagensbild führt. Das bedeutet, dass nach dem ersten Teilversagen z.T. weitere Laststeigerungen bei reduzierter Steifigkeit und ein entsprechendes Nachbruchverhalten ohne abrupten Lastabfall möglich sind.

In Kapitel 1-3 wird auf die Vereinfachungen der Materialeigenschaften für die ingenieurmäßige Berechnung näher eingegangen. Im Wesentlichen ist bei der Beanspruchung von Holz ingenieurmäßig zwischen den Materialrichtungen „in Faserrichtung“ und „quer zur Faserrichtung“ zu unterscheiden. Dieses Verhalten ist in Abb. 3 grafisch dargestellt.

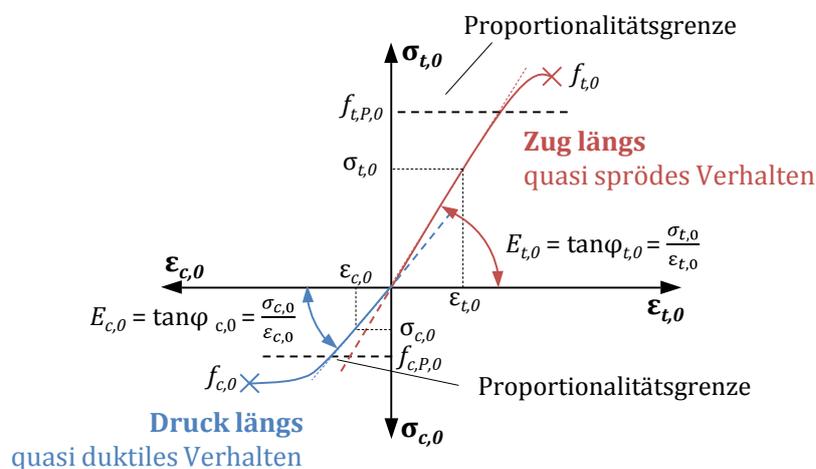


Abb. 3 Auswahl von typischen Spannungs-Dehnungsbeziehungen in Holz (Schickhofer, 2006) (überarbeitet)

## 1-2 Torsionsbeanspruchung bei homogenen, geraden Stäben

Die Torsionsbeanspruchung von Stäben setzt sich, abhängig von der Querschnittsgeometrie und der Bauteillagerung, zu unterschiedlichen Anteilen aus zwei Komponenten zusammen: Zum einen ist dies die reine Torsion und zum anderen die Wölbkrafttorsion, die aus der Verformungsbehinderung der bei der reinen Torsion entstehenden Verwölbung herrührt. Wegen der Querschnittsabhängigkeit der Torsionsspannung kommt der Berechnung der Querschnittswerte eine große Bedeutung zu.

### 1-2.1 Reine Torsion

Die reine Torsion wird auch „Saint Venant’sche Torsion“ (SVT) genannt und ist eine Sonderform der Torsionsbeanspruchung, da sie davon ausgeht, dass in einem auf Torsion beanspruchten Stab nur Schubspannungen und keine Normalspannungen entstehen. Sie ist nur gültig, wenn folgende Bedingungen eingehalten sind: Konstante Verdrillung  $\vartheta'(x)$ , freie Verwölbung  $\omega(y,z)$ , über die Stablänge gleich bleibender Querschnitt und konstanter Torsionsmomentenverlauf.

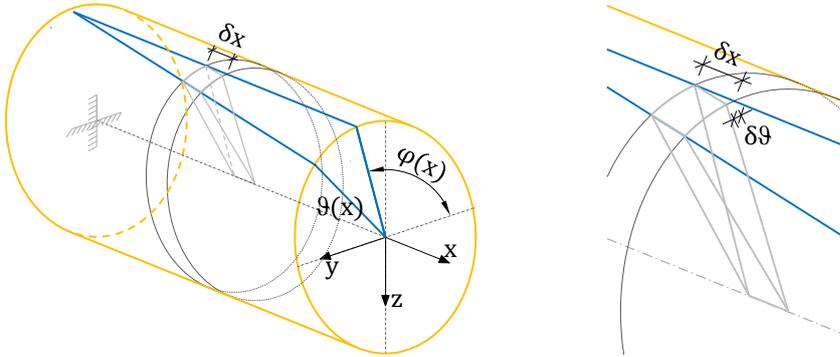


Abb. 4 Torsion an der kreisrunden Welle

Wird das Ende eines Stabes um den Winkel  $\vartheta$  verdreht und der Anfang festgehalten, so vergrößert sich die Verdrehung (Schubverformung oder Gleitung in  $yz$ -Ebene  $\gamma_{yz}$ ) über die Stablänge  $x$  linear. Die erste Ableitung der Verdrehung wird dabei Verdrillung  $\vartheta'(x)$  (Verwindung) genannt.

$$\vartheta' = \frac{\delta\vartheta}{\delta x} = \frac{\text{Verdrehungsänderung}}{\text{Längenänderung}} \tag{1.1}$$

Sie muss im Fall der SVT-Theorie konstant über den gesamten Stab sein, d.h. jedes Teilelement  $\delta x$  verdreht sich gegenüber dem Vorhergehenden gleich viel. In Abb. 4 (rechts) ist die konstante Zunahme der Verdrehung über die Stablänge vergrößert dargestellt. Ist eine der zuvor genannten Bedingungen nicht erfüllt, verliert SVT-Theorie ihre Gültigkeit.

Der Vorteil der reinen Torsion liegt in der einfachen Berechnung nach der technischen Elastizitätstheorie.

$$M_T = G \cdot \vartheta'(x_1) \cdot J_T \tag{1.2}$$

Man nennt diese Gleichung auch elastostatische Grundgleichung der SVT. Der Faktor  $G \cdot J_T$  stellt die Torsionssteifigkeit des Querschnittes dar. Sie wird, gleich wie das Torsionswiderstandsmoment  $W_T$ , im Absatz 1-2.3.1 erläutert. Über das Hook’sche Gesetz lassen sich die Schubspannungen wie folgt ermitteln:

$$\tau_{\max} = \frac{M_T}{W_T} \tag{1.3}$$

### 1-2.2 Verwölbung

Bei allgemeinen Querschnitten ist die Längsverschiebung  $u$  zufolge der Verdrehung für jeden Punkt des Querschnitts verschieden. Es ergibt sich eine querschnittsabhängige Funktion  $u(y,z)$  für die Verschiebung der einzelnen Querschnittspunkte. Die Querschnitte sind nicht mehr normal zur Stabachse, sondern ebene oder gekrümmte Flächen „Wölbflächen“ unter einem Winkel zur Stabachse.

$$u(y,z) = \frac{\vartheta(x)}{l} \cdot \omega(y,z) \rightarrow u(y,z) = \frac{M_T}{J_T \cdot G} \cdot \omega(y,z) \tag{1.4}$$

Diese Flächen können über die Verwölbungsfunktion  $\omega = \omega(y,z)$  beschrieben werden (oft auch als  $\varphi(y,z)$  bezeichnet). Die Wölbfläche ist gegenüber den Symmetrieachsen eines Querschnittes antisymmetrisch und hat in den Achsen einen Nulldurchgang, siehe Abb. 6. Diese Querschnittsabhängigkeit führt dazu, dass sich bestimmte Querschnitte, die gewissen geometrischen Bedingungen unterliegen, nicht verwölben. Man nennt diese Querschnitte „wölbfrei“. Darunter fallen alle Kreisquerschnitte, bei denen jede Achse eine Symmetrieachse darstellt, sowie einzellige Hohlkastenquerschnitte, die zumindest eine Symmetrieachse aufweisen, und offene Querschnitte, deren Achsen sich in einem Punkt schneiden.

Ist ein Querschnitt wölbfrei, so kann auch bei Nichterfüllen der Bedingungen aus Abschnitt 1-2.1 für die SVT-Theorie immer die vereinfachte Theorie angewandt werden. Hier ist zu erwähnen, dass auch die restlichen Bedingungen, wie konstante Verdrillung oder konstante Momentenverläufe, nicht mehr erfüllt sein müssen.

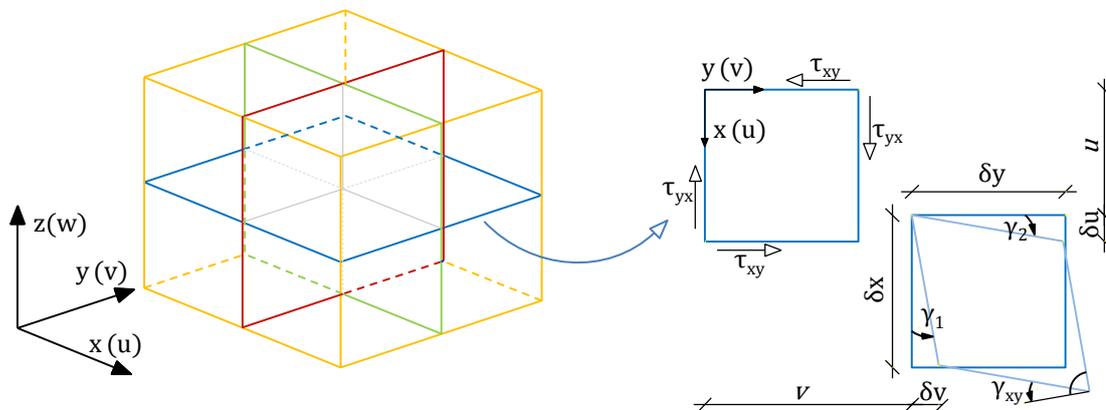


Abb. 5 Gleitung am Finiten Element unter Schubbeanspruchung (Friemann, 1983)

Unter der Voraussetzung einer freien Verwölbung werden die von außen einwirkenden Torsionsmomente, wie von Saint Venant beschrieben, rein über Schubspannungen abgetragen. Aus der Dualität der Schubspannungen muss eine unbelastete Oberfläche spannungsfrei sein. Wenn die Spannungen zu Null werden müssen, gilt dies im selben Maße auch für die Verzerrungen (Gleitung  $\gamma$ ). In Abb. 5 ist ersichtlich, dass sich die Gleitung  $\gamma_{xy}$  aus zwei Winkeln zusammensetzt. Dabei ist der Term  $\gamma_2 = \delta u / \delta y$  für die axiale Verformung  $u$  des Stabes verantwortlich. Die in Klammer gesetzten Werte bezeichnen die Verformung in die jeweilige Raumrichtung, dabei weist  $u$  auf eine Verformung in  $x$ -Richtung,  $v$  auf eine Verformung in  $y$ -Richtung und  $w$  auf eine Verformung in  $z$ -Richtung hin.

$$\begin{aligned} \gamma_{xy} = \gamma_y + \gamma_x &\rightarrow \gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \\ \gamma_{xz} = \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} &; \gamma_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \end{aligned} \tag{1.5}$$

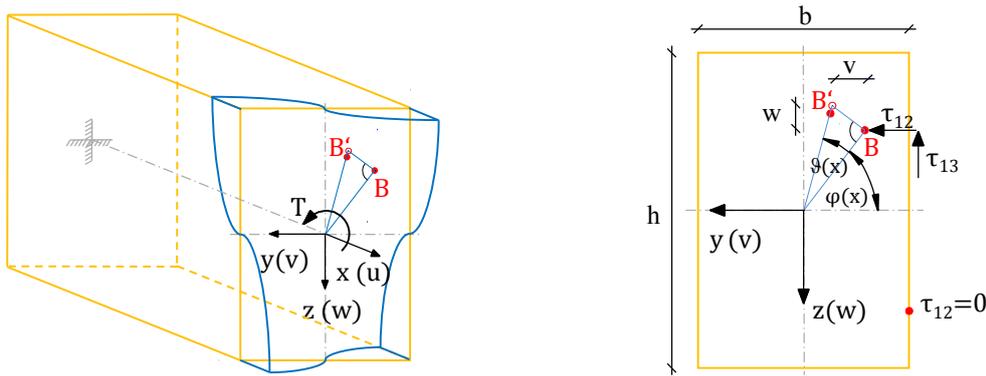


Abb. 6 Kragarm mit Rechteckquerschnitt unter Torsion (Sattler, 1974)

Betrachtet man nun den Querschnitt des Stabes in Abb. 6 sieht man, dass sich der Punkt B bei der Verdrehung des Querschnitts nach B' bewegt. In Blau ist in Abb. 6 (links) die Verwölbungsfigur des Rechteckquerschnittes dargestellt. Setzt man wieder kleine Winkel voraus, so erhält man als geometrische Beziehungen

$$-v = r \cdot \vartheta(x) \cdot \sin \omega = (z - z_M) \cdot \vartheta(x) \quad (1.6)$$

$$w = r \cdot \vartheta(x) \cdot \cos \omega \cdot \vartheta(x) = (y - y_M) \cdot \vartheta(x) \quad (1.7)$$

$$\frac{\delta v}{\delta x} = -(z - z_M) \cdot \vartheta'(x) \quad ; \quad \frac{\delta w}{\delta x} = (y - y_M) \cdot \vartheta'(x) \quad (1.8)$$

$$\sigma_x = E \cdot \frac{\delta u}{\delta x}, \quad \sigma_y = E \cdot \frac{\delta v}{\delta y}, \quad \text{und} \quad \sigma_z = E \cdot \frac{\delta w}{\delta z} \quad (1.9)$$

Führt man die Verzerrungen in Gl. (1.5), das Hook'sche Gesetz in Gl. (1.9) und die querschnittsabhängigen Werte in Gl. (1.6) und (1.7) zusammen, erhält man die Schubspannungen zufolge der Verdrehung des Querschnittes (Sattler, 1974) mit

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= G \cdot \gamma_{xy} \rightarrow \tau_{xy} = G \cdot \left[ \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right] \rightarrow \tau_{xy} = G \cdot \left[ \frac{\delta u}{\delta y} - (z - z_M) \cdot \vartheta'(x) \right] \\ \tau_{xz} &= G \cdot \gamma_{xz} \rightarrow \tau_{xz} = G \cdot \left[ \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \right] \rightarrow \tau_{xz} = G \cdot \left[ \frac{\delta u}{\delta z} + (y - y_M) \cdot \vartheta'(x) \right] \\ \tau_{yz} &= G \cdot \gamma_{yz} \rightarrow \tau_{yz} = G \cdot \left[ \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \right] \rightarrow \tau_{yz} = G \cdot (\vartheta - \vartheta) = 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Nun ist ersichtlich, dass in jeder Gleichung der Schubspannungen noch ein von  $y$  oder  $z$  abhängiger Term vorhanden ist. Diese Terme entsprechen der zuvor erwähnten Verwölbungsfunktion  $\omega(y,z)$ . Saint Venant bestimmt die Verwölbungsfunktion über die Bedingung, dass der Rand des Querschnitts spannungsfrei sein muss:

$$\frac{\delta \tau_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta z} = 0 \quad (1.11)$$

Für vollflächige Querschnitte, wie sie in dieser Arbeit behandelt werden, kann nach (Szabo, 1964) auch der Weg über die Poisson'sche Differentialgleichung beschritten werden. Dazu muss eine Spannungsfunktion (Torsionsfunktion)  $\phi(y,z)$  definiert werden, die sowohl die Schubspannungen in  $y$ - als auch in  $z$ -Richtung beschreibt und die bereits genannte Randbedingung aus Gl. (1.11) erfüllt. Wird die Verwölbung in irgendeiner Weise behindert, so entstehen Normalspannungen  $\sigma_x$  im Querschnitt und die SVT-Theorie verliert wiederum ihre Gültigkeit.

### 1-2.3 Querschnittswerte

Die am System ermittelten Schnittgrößen können am Querschnitt in unterschiedlichen Punkten angreifen. Zum einen ist dies der Schwerpunkt für die Normalkräfte und zum anderen der Schubmittelpunkt für die Querkräfte. In doppelsymmetrischen Querschnitten sind diese beiden Punkte identisch. Können die entsprechenden Kräfte nicht durch die genannten Punkte verlaufen, entstehen aus den Normalkräften zusätzliche Biegemomente und aus den Querkräften Torsionsmomente.

#### 1-2.3.1 Trägheitsmomente

Das Trägheitsmoment ist ein Flächenmoment 2. Grades, das den Widerstand der Querschnittsform gegen eine Belastung in die entsprechende Richtung widerspiegelt. Der Index des Trägheitsmomentes bezeichnet die Bezugsachse oder im Falle des polaren Trägheitsmomentes  $J_p$  einen Bezugspunkt des Querschnittes.

$$J_y = \int_A z^2 dA \quad ; \quad J_z = \int_A y^2 dA \quad ; \quad J_p = \int_A r^2 dA \quad (1.12)$$

Das Trägheitsmoment gegen Verdrehen kann auch aus den beiden Trägheitsmomenten gegen Verschieben zusammengesetzt werden. Bei allgemeinen Querschnitten kann die mithilfe des polaren Trägheitsmomentes bestimmte Lösung allerdings nur als Näherungslösung bezeichnet werden.

$$J_p = J_{x_2} + J_{x_3} \rightarrow J_p = \frac{b \cdot h}{12} \cdot (h^2 + b^2) \quad (1.13)$$

Wie bereits in Abschnitt 1-2.2 beschrieben, kann für jede beliebige Querschnittsform eine Spannungsfunktion  $\phi(y,z)$  gefunden werden, die sowohl die Spannungen in  $y$ - und  $z$ -Richtung als auch die Randbedingungen erfüllt. Mithilfe dieser Spannungsfunktion kann auch das exakte Torsionsträgheitsmoment

$$J_T = 2 \cdot \int_A \left( x \cdot \frac{\delta\phi}{\delta x} + y \cdot \frac{\delta\phi}{\delta y} \right) dA \quad (1.14)$$

und das Torsionswiderstandsmoment ermittelt werden. Für die meisten allgemeinen Querschnitte ist die Lösung der Spannungsfunktion nur noch näherungsweise über numerische Methoden möglich. Prandtl (1961) stellte in seiner Theorie zum Seifenhaut- oder auch Membrangleichnis den Zusammenhang zwischen der Deformation einer Seifenhaut und den Schubspannungen in einem Querschnitt derselben Form her. Nach ihm ist die Torsionssteifigkeit proportional zum entstehenden Volumen des Seifenhauthügels. Die Höhenlinien der Seifenhaut entsprechen der Richtung der Schubspannungen (Szabo, 1964).

Die numerischen Lösungen sind immer nur für eine bestimmte Querschnittsform gültig und erzielen meist nur für enge Wertebereiche gute Ergebnisse. Das Torsionsträgheitsmoment  $J_T$  ist bei Rechtecksquerschnitten hauptsächlich vom Verhältnis der Höhe zur Breite  $h/b$  abhängig. Gute Ergebnisse können im Bereich  $h/b = 1,0$  bis  $4,0$  erzielt werden. (Läpple, 2011).

$$\begin{aligned}
 J_T &= c_1 \cdot b^2 \cdot h \\
 W_T &= \frac{c_1}{c_2} \cdot h \cdot b^2 \\
 \text{mit: } c_1 &= \frac{1}{3} \cdot \left( 1 - \frac{0,63}{h/b} - \frac{0,052}{(h/b)^5} \right) \\
 c_2 &= 1 - \frac{0,650}{1 + (h/b)^3}
 \end{aligned} \quad (1.15)$$

Wegen der einfacheren Berechnung wird in den zurzeit üblichen Verfahren das polare Trägheitsmoment  $J_p$  für alle Querschnitte herangezogen. Einige ältere Quellen geben auch einen äquivalenten Kreis an, um das Trägheitsmoment zu bestimmen.

Im Zuge dieser Arbeit wurden einige Parameterstudien durchgeführt, um die Einflüsse der jeweiligen Eingangsgrößen darstellen zu können. Wie in Abb. 7 ersichtlich, liegen die Werte des polaren Trägheitsmomentes für unterschiedliche  $h/b$ -Verhältnisse eines Rechteckquerschnittes immer über jenen des Torsionsträgheitsmomentes. Daraus ergeben sich bei der Berechnung der Spannungen nach Gl. (1.3) etwas kleinere Werte als tatsächlich vorhanden. Der äquivalente Kreis liefert keine Verbesserungen.

Das Verhältnis zwischen Polar- und Torsionsträgheitsmoment ist nur vom Verhältnis der Seitenlängen abhängig. Vergleicht man die Ergebnisse der polaren Trägheitsmomente mit jenen der tatsächlichen Torsionsträgheitsmomente, ist zu sehen, dass die Abweichung mit zunehmendem  $h/b$ -Verhältnis anwächst. So liegt die Abweichung bei einem quadratischen Querschnitt mit  $h/b = 1,0$  bei ca. 20 %. Bei einem  $h/b$ -Verhältnis von 4,0 liegt die Abweichung bereits bei 80 %.

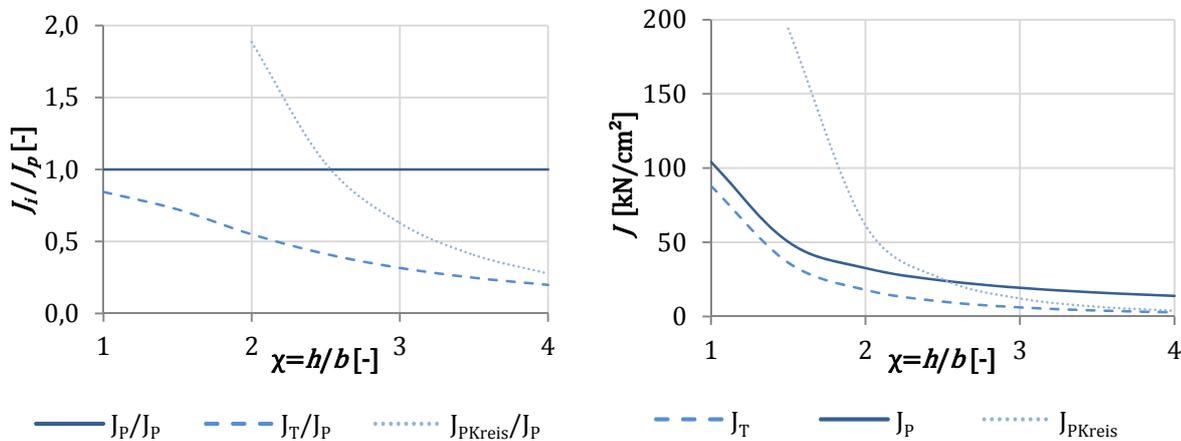


Abb. 7 Verhältnis der Trägheitsmomente (links) und deren Absolutwerte für einen Querschnitt mit einer Höhe  $h$  von 50 mm und veränderlicher Querschnittsbreite  $b$  (rechts)

Beispielhaft ist in Abb. 8 die Berechnung des übertragbaren Torsionsmomentes für unterschiedlich große Klebeflächen mit Torsions- und polarem Trägheitsmoment gezeigt. Dabei wurde die Seitenlänge  $h$  konstant gehalten und die Seitenlänge  $b$  variiert. Die Datenreihen tragen als Namen die Seitenlänge  $h$ . Es ist zu erkennen, dass das polare Trägheitsmoment unabhängig vom Verhältnis der Seitenlängen und der Größe der Klebefläche stabilere Ergebnisse für das übertragbare Torsionsmoment liefert, als es das Torsionsträgheitsmoment kann. Wie zuvor beschrieben liefert die numerische Methode zur Ermittlung des Torsionsträgheitsmomentes nur im Bereich von  $h/b = 1,0$  bis 4,0 realistische Ergebnisse. In diesem Bereich liegen die Ergebnisse der übertragbaren Torsionsmomente, die mit dem polaren Trägheitsmoment ermittelt wurden, stets über jenen, die mit dem genaueren Torsionsträgheitsmoment bestimmt wurden. Eine mit dem polaren Trägheitsmoment näherungsweise bemessene Klebefläche wird daher immer überschätzt.

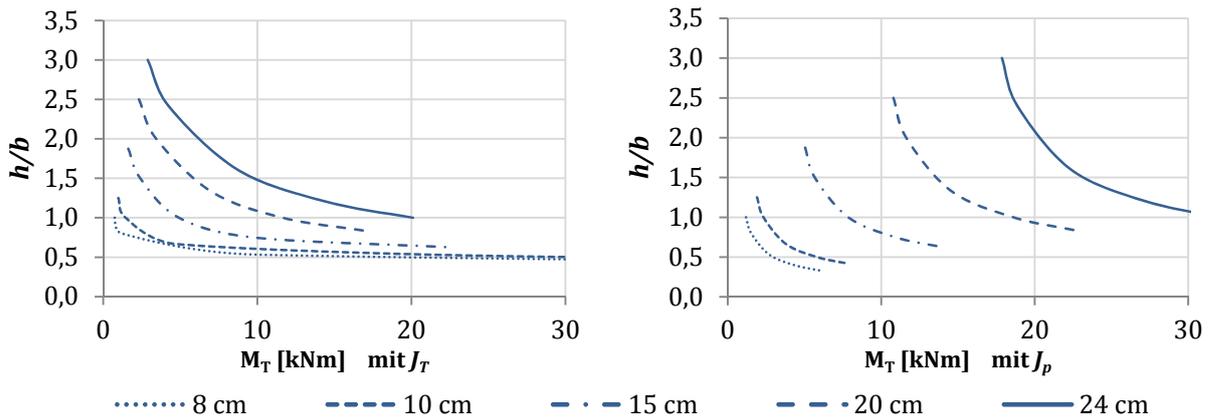


Abb. 8 Momententrägfähigkeit von Klebeflächen mit unterschiedlichen Trägheitsmomenten

Zur Veranschaulichung des Einflusses der Seitenverhältnisse eines rechteckigen Querschnittes auf die Torsionsspannungen wurden die Spannungen an zwei Randpunkten  $P_1$  und  $P_2$  ausgewertet. Dazu wurde die Seitenlänge  $h$  bei gleichbleibender Seitenlänge  $b$  gesteigert. Aus den Diagrammen in Abb. 10 geht hervor, dass die maximale Torsionsspannung immer auf der längeren Querschnittsseite zu liegen kommt. Mit zunehmendem  $h/b$ -Verhältnis steigert sich in der vorliegenden Studie auch die Fläche. Trotz einer größeren Querschnittsfläche führt die ungünstiger werdende Querschnittsform und somit ein geringeres Torsionswiderstandsmoment dazu, dass die übertragbare Torsionsspannung geringer wird.

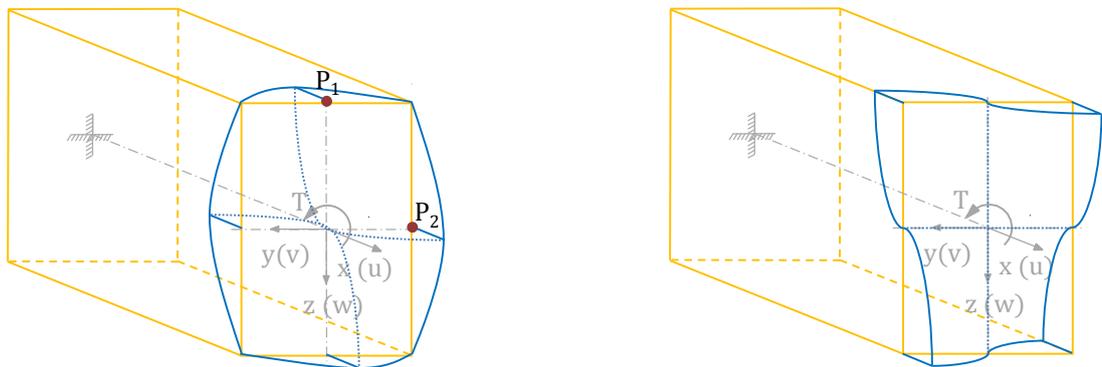


Abb. 9 Torsionsspannungen in zwei Randpunkten und dazugehörige Verwölbung (Prandtl, 1961)

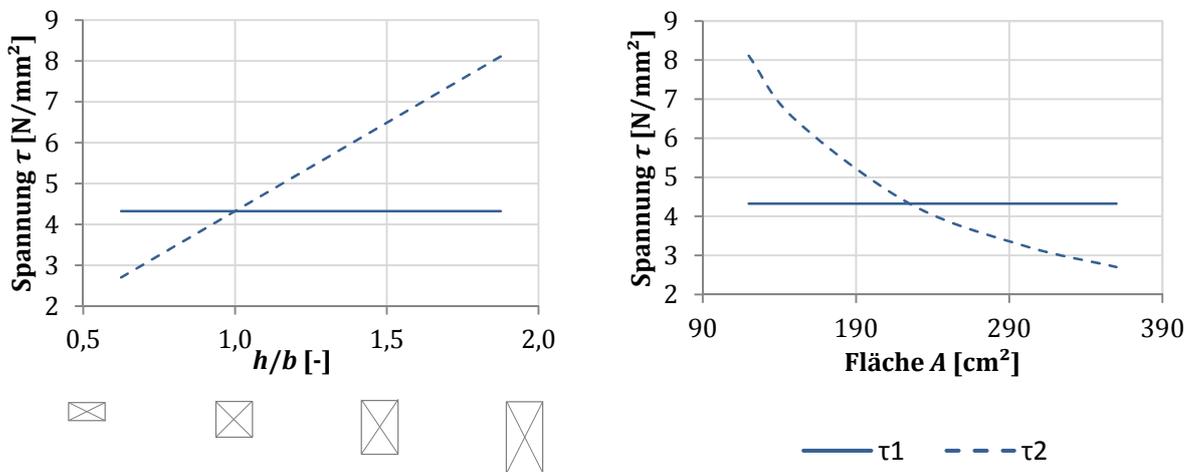


Abb. 10 Torsionsspannungen in zwei Randpunkten

Wie aus diesem Abschnitt hervorgeht, kann das Torsionsträgheitsmoment nur unzureichend durch das polare Trägheitsmoment abgebildet werden. Aus diesem Grund ist es umso wichtiger, auf Konsistenz in der Berechnung zu achten. Die Spannungen in den Bauteilen müssen immer mit denselben Trägheitsmomenten ermittelt werden, die zuvor für die Ermittlung der Festigkeiten aus den Versuchen verwendet wurden.

### 1-2.3.2 Schubmittelpunkt

Der Schubmittelpunkt ist definitionsgemäß jener Punkt, in dem die Querkräfte angreifen, und der sich bei einer Verdrehung des Querschnitts nicht bewegt. Bei doppelsymmetrischen Querschnitten fällt er mit dem Schwerpunkt zusammen. Weicht die Einwirkungslinie der äußeren Querkräfte vom Schubmittelpunkt ab, führt der dadurch entstehende Hebelsarm zu zusätzlichen Torsionsbeanspruchungen. Der Schubmittelpunkt an sich ist ein lastunabhängiger Querschnittspunkt. Die in dieser Arbeit verwendeten Klebeflächen und betrachteten Querschnitte sind aufgrund ihrer rechteckigen Form immer doppelsymmetrisch. Die Ermittlung des Schubmittelpunktes sei hier nur der Vollständigkeit halber angeführt.

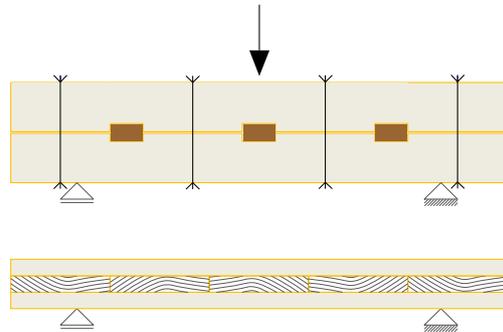


Abb. 11 Darstellung zur Dübelformel

### Berechnung mit Einheitsschubflüssen

Wegen dem Prinzip der zugehörigen Schubspannungen ergeben sich auch aus Belastungen normal zur Ebene Schubspannungen in der Ebene. Dieser Zusammenhang wird über die Dübelformel hergestellt. Die Momente aus den einzelnen Schubflüssen, bezogen auf den Schubmittelpunkt, müssen sich gegenseitig aufheben. Die Schubflüsse sind sowohl querschnitts- als auch lastabhängige Werte. Um die Lastabhängigkeit zu eliminieren, werden die Vorfaktoren der statischen Momente in der allgemeinen Dübelformel zu Eins gesetzt.

$$T(x,s) = \frac{Q_y(x) \cdot S_z(s)}{J_z} + \frac{Q_z(x) \cdot S_y(s)}{J_y} \quad (1.16)$$

mit:  $\frac{Q_y(x)}{J_z} = 1,0$

Der (Einheits-)Schubfluss ist somit nur noch von der Querschnittsform abhängig (Friemann, 1983).

$$T_y = S_z ; T_z = S_y \quad (1.17)$$

$$S_y = \int_A z d_A ; S_z = \int_A y d_A \quad (1.18)$$

Zur Berechnung des Schubmittelpunktes wählt man zunächst einen beliebigen Drehpunkt in der Nähe des tatsächlichen Schubmittelpunktes und ermittelt die Hebelsarme der einzelnen Querschnittsteile. Mithilfe geometrischer Beziehungen und der Bedingung, dass die Momente aus Querkraft um den Schubmittelpunkt gleich Null sein müssen, kann nun eine Verbindung zwischen dem Schubmittelpunkt und dem gewählten Drehpunkt hergestellt werden.

## Berechnung mit Integraltafeln

Diese Methode liefert ungenauere Ergebnisse, der Schubmittelpunkt ist aber wesentlich schneller und leichter zu ermitteln. Der jeweilige Abstand zum Schwerpunkt ( $y$  oder  $z$ ), wie er auch in der zuvor beschriebenen Methode benötigt wird, schließt mit der Profilmittellinie eine Fläche ein. Mit Hilfe der Integraltafeln werden diese Flächen überlagert und somit die Lage des Schubmittelpunktes ermittelt. Die mit dieser Methode ermittelten Schubflüsse sind durchwegs kleiner als jene über die Berechnung mit Einheitsschubflüssen (Friemann, 1983).

### 1-2.4 Wölbkrafttorsion

Die Hauptaufgabe bei der Berechnung der „Wölbkrafttorsion“ (WKT) besteht, anders als bei der SVT, wo das Hauptaugenmerk auf der Bestimmung der Querschnittswerte liegt, aus der Lösung der entsprechenden Differentialgleichung. Bei allgemeinen Querschnitten ist eine geschlossene Lösung dieser meist nicht mehr möglich. Es müssen daher Näherungslösungen verwendet werden, die immer nur für spezielle Querschnitte gültig sind.

Für praktische Anwendungen kann die Zugstabanalogie zur Lösung eines durch Wölbkrafttorsion beanspruchten Stabes herangezogen werden. Diese besagt, dass aufgrund der mathematischen Gleichheit der Differentialgleichungen ein Stab unter Wölbkrafttorsion in einen biegebeanspruchten Zugstab nach Theorie 2. Ordnung übergeführt werden kann. Das Torsionsmoment kann eindeutig in eine Normalspannung (und umgekehrt) übergeführt werden. Damit ist die Definition einer Schnittkraft nach der technischen Elastizitätstheorie erfüllt. Auf diese Überlegung baut der Grundgedanke für den Einsatz der Zugstabanalogie auf. Francke & Friemann (2005) stellten die Formeln und Randbedingungen dieser beiden Verfahren einander gegenüber und verdeutlichten somit deren Gleichheit. Diese Gegenüberstellung ist in Tab. 1 in Grundzügen wiedergegeben (Francke & Friemann, 2005), (Sattler, 1974).

Tab. 1 Zugstabanalogie (Francke &amp; Friemann, 2005)

	<b>Wölbkrafttorsion</b>	<b>Biegebeanspruchter Zugstab nach Th. 2. O.</b>
<b>Systemgrößen</b>	Stablänge $l$ [m]	Stablänge $l$ [m]
	Wölbwiderstand $C_M$ [m <sup>6</sup> ]	Trägheitsmoment $J_y$ [m <sup>4</sup> ]
	Torsionswiderstand $G \cdot J_T$ [kNm <sup>2</sup> ]	Normalkraft $N$ [kN]
	Stabkennzahl $\varepsilon_W$ [-]	Stabkennzahl $\varepsilon$ [-]
	$\varepsilon_W = l \cdot \sqrt{\frac{G \cdot J_T}{E \cdot C_M}}$	$\varepsilon = l \cdot \sqrt{\frac{N}{E \cdot J_y}}$
<b>Einwirkungen</b>	Einzeltorsionsmoment $M_T$ [kNm]	Einzellast $F$ [kN]
	Streckentorsionsmoment $m_T(x)$ [kNm/m]	Streckenlast $p_z(x)$ [kN/m]
<b>Nach Th. 2. Ordnung berechnete Größen</b>	Verdrehung $\vartheta$ [rad]	Durchbiegung $w$ [m]
	Verdrillung $\vartheta'$ [-]	Verdrehung $\varphi = w'$ [rad]
	Gesamt-torsionsmoment $M_T$ [kNm]	Querkraft bez. auf die unverformte Stabachse $V_z^*$ [kN]
	$M_T = M_{T,I} + M_{T,II}$ $= G \cdot J_T \cdot \vartheta'(x) - E \cdot C_M \cdot \vartheta'''(x)$	$V_z^* = V_z(x) + N \cdot w'(x)$ $= -E \cdot J_y \cdot w''''(x) + N \cdot w'(x)$
	Sekundäres Torsionsträgheitsmoment $M_{T,II}$ [kNm]	Querkraft bez. auf die verformte Stabachse $V_z$ [kN]
	$M_{T,II}(x) = -E \cdot C_M \cdot \vartheta'''(x) = M'_w(x)$	$V_z(x) = -E \cdot J_y \cdot w''''(x) = M'_y(x)$
	Wölbmoment $M_W$ [kNm <sup>2</sup> ]	Biegemoment $M_y$ [kNm]
	$M_W(x) = -E \cdot C_M \cdot \vartheta''(x)$	$M_y(x) = -E \cdot J_y \cdot w''(x)$
DGL. Der Wölbkrafttorsion $E \cdot C_M \cdot \vartheta^{IV}(x) - G \cdot J_T \cdot \vartheta''(x) = m_T(x)$	DGL. nach TH.2.O. für den Zugstab $E \cdot J_y \cdot w^{IV}(x) - N \cdot w''(x) = p_z(x)$	

Die allgemeine Lösung der DGL der WKT kann über einen Exponentialansatz gefunden werden.

$$G \cdot J_T \cdot \vartheta''(x) - E \cdot C_M \cdot \vartheta''(x) = m_T(x) \quad (1.19)$$

$$\vartheta(x) = K_1 \cdot \sinh\left(\varepsilon \cdot \frac{x}{l}\right) + K_2 \cdot \cosh\left(\varepsilon \cdot \frac{x}{l}\right) + K_3 \cdot \left(\frac{x}{l}\right) + K_4 - m_T \cdot \frac{x^2}{2 \cdot G \cdot J_T} \quad (1.20)$$

$$\text{mit: } \varepsilon = l \cdot \sqrt{\frac{G \cdot J_T}{E \cdot C_M}}$$

Das Torsionsmoment nach der WKT-Theorie kann in drei Anteile aufgegliedert werden: Dies ist zum einen das primäre Torsionsmoment  $M_{T,I}$  aus der SVT-Theorie und das sekundäre Torsionsmoment  $M_{T,II}$  aus der Querschnittsform. Zum anderen ist es das Wölbmoment  $M_W$ , das aus der Behinderung der Verwölbung durch die äußeren Randbedingungen, wie Lagerung, herrührt. Dabei ist  $C_M$  der Wölbwiderstand des Querschnitts, der gedanklich dem Trägheitsmoment gleich kommt.

$$M_T = M_{T,I} + M_{T,II} \tag{1.21}$$

$$M_T = G \cdot J_T \cdot \vartheta'(x) - E \cdot C_M \cdot \vartheta''(x)$$

$$M_W = -E \cdot C_M \cdot \vartheta'(x) \tag{1.22}$$

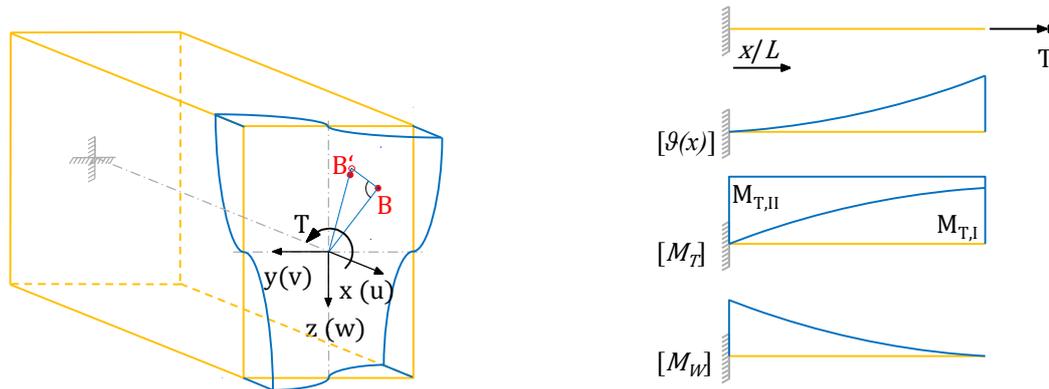


Abb. 12 Kragarm unter Torsion (Francke & Friemann, 2005)

Zur Lösung des Torsionsproblems stehen nun vier statische und geometrische Größen zur Verfügung ( $M_T$ ,  $M_W$ ,  $\vartheta(x)$ ,  $\vartheta'(x)$ ). Für jeden Abschnitt kommen weitere vier Unbekannte hinzu. Ein Abschnitt kann durch eine angreifende Einzelkraft oder ein Auflager gekennzeichnet sein. Um den Rechenaufwand zu minimieren, kann die allgemeine Lösung für Ein- und Zweifeldträger in die „Anfangswertlösung“ übergeführt werden.

$$\begin{aligned} \vartheta(x) = & \vartheta_0 + \vartheta'_0 \cdot \frac{l}{\varepsilon} \sinh\left(\varepsilon \cdot \frac{x}{l}\right) \\ & + \frac{M_{W,0}}{G \cdot J_T} \cdot \left[1 - \cosh\left(\varepsilon \cdot \frac{x}{l}\right)\right] + \frac{M_{T,0} \cdot l}{G \cdot J_T} \cdot \left[\frac{x}{l} - \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sinh\left(\varepsilon \cdot \frac{x}{l}\right)\right] \\ & + \frac{m_T \cdot l^2}{G \cdot J_T} \cdot \left\{ \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \left[\cosh\left(\varepsilon \cdot \frac{x}{l}\right) - 1\right] - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{l^2} \right\} \end{aligned} \tag{1.23}$$

Durch Ableiten und Einsetzen in die entsprechenden Gl. (1.21), Gl. (1.22) und Gl. (1.23), können nun die Lösungen für das Torsionsmoment, das Wölbmoment, sowie die Verdrehung und Verdrillung gefunden werden.

Für die Lösung der DGL sind entsprechend der Anzahl der Unbekannten dieselbe Anzahl an Randbedingungen notwendig. Zu deren Bestimmung kann man die Lagerungsbedingungen und Symmetrieeigenschaften der Torsionsmomente heranziehen. So ist  $M_T$  z.B. eine antimetrische Schnittkraft. Dies bedeutet, dass sie an den Symmetrieachsen des Bauteils einen Nulldurchgang hat.  $M_W$  ist im Gegenzug eine symmetrische Schnittkraft und wird in den Antimetrieachsen zu Null.

$$\begin{aligned} \vartheta_{anti} &= 0 \quad ; \quad \vartheta'_{sym} = 0 \\ \vartheta''_{anti} &= 0 \quad ; \quad \vartheta'''_{sym} = 0 \end{aligned} \tag{1.24}$$

Die Stabkennzahl  $\varepsilon$  wird auch als Abklingfaktor bezeichnet. Sie ist eine querschnittsabhängige Größe und gilt als Maß des Anteiles, welcher bei Torsionsbeanspruchung über reine SVT abgetragen

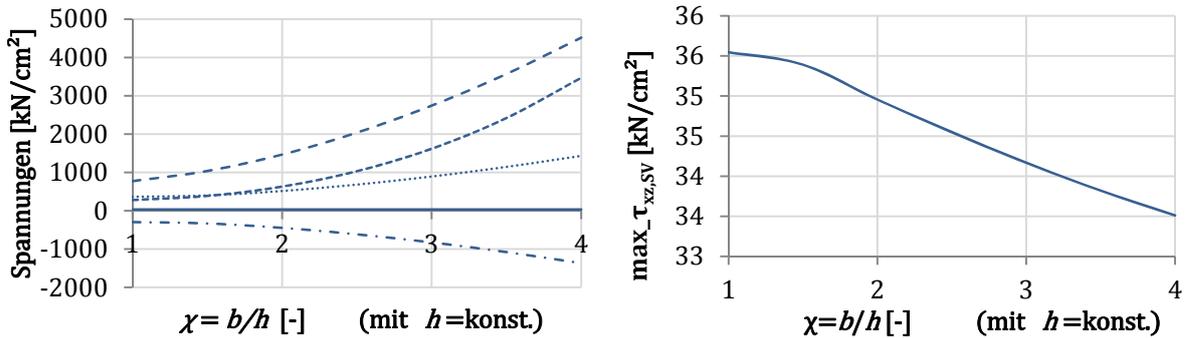
werden kann. Bei hohen  $\varepsilon$ -Werten wird der Großteil der Torsionsbeanspruchung über SVT abgetragen. Die WKT spielt somit bei kleinen  $\varepsilon$ -Werten und kurzen Trägern eine große Rolle. An Einspannstellen hat die WKT immer einen sehr hohen, aber örtlich begrenzten Einfluss (Francke & Friemann, 2005).

Kollbrunner & Basler (1966) geben an, dass bei einem  $\varepsilon > 10$  die WKT vernachlässigt werden kann. Bei  $\varepsilon < 5$  hat hingegen die reine Torsion keinen Einfluss auf das Ergebnis mehr (Sattler, 1974).

Der in Abb. 12 gezeigte Kragarm wird an der Einspannstelle komplett an seiner Verformung behindert und ist somit nach der WKT zu berechnen. Am freien Ende ist es ausreichend, die SVT zu betrachten. Die Spannungen zufolge der Wölbbehinderung bauen sich sehr schnell ab. Sie betragen im Abstand  $b$  zur Einspannstelle nur noch 30 % und im Abstand  $2b$  nur noch 10 % der Anfangsspannung (Szabo, 1964).

In Abb. 13 sind die Spannungen zufolge SVT und WKT nach den Beschreibungen von Szabo (1964) gegenübergestellt. Zur Berechnung der Spannungen wurde ein Moment von 10 [kNm] angesetzt. Die beiden ersten Diagramme stellen die Ergebnisse dar, die mit dem Torsionsträgheitsmoment ermittelt wurden. In der Grafik ist nur jener Bereich abgebildet, der nach Läßle (2011) gute Ergebnisse für die Berechnung des Torsionsträgheitsmomentes liefert. In der Grafik ist zu sehen, dass mit zunehmendem  $h/b$ -Verhältnis die Abweichungen ansteigen. Dies ist auf die zunehmende Behinderung der Verwölbung durch die Querschnittsform zurückzuführen. Die mathematische Erklärung findet sich in den bereits erläuterten Gl. (1.6) bis (1.8), in denen die Abhängigkeit der Verdrillung von der Querschnittsform dargestellt ist. Führt man dieselben Berechnungen mit dem polaren Trägheitsmoment des Querschnitts durch so erhält man die nächsten beiden Diagramme. Es ergeben sich geringere Spannungen und kaum Abhängigkeiten von der Querschnittsform. Die reine SVT-Torsionsspannung ist gegenüber der WKT-Torsionsspannung so gering, dass diese zusätzlich gesondert dargestellt ist.

Berechnung der Torsionsspannungen mit Torsionsträgheitsmoment  $J_T$



Berechnung der Torsionsspannungen mit polaren Trägheitsmoment  $J_p$

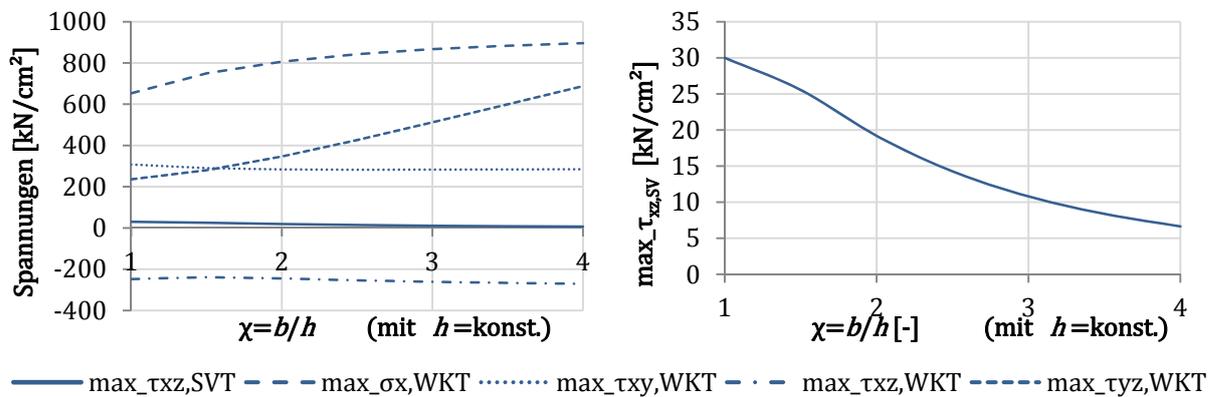


Abb. 13 Spannungsvergleich bei einem Rechtecksquerschnitt (Szabo, 1964)

**1-2.5 Fazit zur Torsionstheorie**

Wie aus Abb. 13 ersichtlich, gewinnt die WKT bei vollflächigen Rechtecksquerschnitten mit zunehmendem  $b/h$ -Verhältnis an Bedeutung. Quadratische Querschnitte gelten als quasi-wölbfrei Querschnitte, weil die Verwölbung sehr gering bleibt. Bei höheren  $b/h$ -Verhältnissen darf der Einfluss der WKT jedoch nicht ohne weiteres vernachlässigt werden.

Zu den Trägheitsmomenten sei gesagt, dass, wie in Absatz 1-2.3.1 näher beschrieben, die Ergebnisse der polaren Trägheitsmomente gegenüber jenen der Torsionsträgheitsmomente immer größer sind und damit auf der unsicheren Seite liegen. Berechnet man für ein und dieselbe Fläche die Spannungen, so erhält man bei gleichbleibender Einwirkung, bei der Berechnung mit dem polaren Trägheitsmoment stets geringere Werte als bei einer Berechnung mit dem Torsionsträgheitsmoment. Geht man davon aus, dass die Ergebnisse der Torsionsträgheitsmomente annähernd exakt sind, erhält man bei quadratischen Querschnitten, also  $h/b = 1,0$ , eine Abweichung von ca. 20 %. Je größer das  $h/b$ -Verhältnis wird, umso größer wird auch die Abweichung der Ergebnisse voneinander. Bei einem  $h/b$ -Verhältnis von 4,0 beträgt der Fehler ca. 80 %, siehe Abb. 7.

In baupraktischen Fällen spielt die Torsionsbeanspruchung von Bauteilen meist eine untergeordnete Rolle. Aus Biegung und Querkraft ergeben sich meist so große Bauteilabmessungen, dass die Abweichung bei der Ermittlung der Torsionsbeanspruchung kaum ins Gewicht fällt. Ist ein Bauteil stark auf Torsion beansprucht, sollte unbedingt das Torsionsträgheitsmoment zur Ermittlung des Torsionswiderstandsmomentes und der Spannungen verwendet werden. Des Weiteren ist darauf zu achten, dass der Bauteilquerschnitt eine möglichst gedungene Form hat, da sich dies, wie in Abb. 10 ersichtlich, günstig auf die Verteilung der Torsionsspannungen im Querschnitt auswirkt.

Tab. 2 Gegenüberstellung SVT und WKT

	Saint Venant'sche Torsion (SVT)	Wölbkrafttorsion (WKT)
<b>Annahmen</b>	- Keine Normalkräfte aus der Torsionsbeanspruchung	- -
<b>Bedingungen</b>	- Konstante Verdrillung $\vartheta'(x)$ - Freie Verwölbung $\omega(y,z)$ - Gleichbleibender Querschnitt über die gesamte Stablänge - Konstanter Torsionsmomentenverlauf	- Allgemein anwendbar
<b>Relevanz</b>	- Dünnwandige Querschnitte - Wölbfreie Querschnitte (Kreisquerschnitte; einzellige Hohlkastenquerschnitte mit mindestens einer Symmetrieachse; offene Querschnitte die sich in einem Punkt schneiden)	- Vollflächige Querschnitte - Verwölbungsbehinderung (z.B. Einspannstellen) - Bei hohem Wölbwiderstand des Querschnittes $C_M$
<b>Berechnung</b>	- Nach technischer Elastizitätstheorie $M_T = G \cdot \mathcal{G}(x_1) \cdot J_T$	- Mittels Differentialgleichung (z.B. über Exponentialansatz) $G \cdot J_T \cdot \mathcal{G}''(x) - E \cdot C_M \cdot \mathcal{G}''(x) = m_T(x)$
<b>Anteile der Torsionsmomente</b>	- $M_{T,I}$ aus SVT	- $M_{T,I}$ aus SVT - $M_{T,II}$ aus der Querschnittsform - $M_W$ aus der Behinderung der Verwölbung (Lagerungsbedingungen)

### 1-3 Tragverhalten von Brettsperrholz

Wegen der ungeraden Schichtanzahl gibt es meist eine Haupttragrichtung, deren Brettlagen als Längslagen bezeichnet werden. Die normal dazu verlaufenden Lagen nennt man Querlagen. Die Aufgabe der Querlagen besteht einerseits darin, die Tragwirkung mehrerer Längslagen zu aktivieren und eine zweiachsige Lastabtragung zu ermöglichen, und andererseits deren Quell- und Schwindverformungen zu behindern. Für die Berechnung werden hauptsächlich jene Lagen in Rechnung gestellt, die in Krafrichtung verlaufen. Aufgrund der meist geringeren Nettofläche der Querlagen ergeben sich für diese geringere Tragfähigkeiten als für die Hauptlagen, was wiederum dazu führt, dass Brettsperrholz meist ein richtungsabhängiges Materialverhalten aufweist.

Holz ist, wie bereits erwähnt, als inhomogen und anisotrop zu bezeichnen. Zur mathematischen Beschreibung des Materials wären 21 Materialkonstanten notwendig. Zur Vereinfachung können in jedem Punkt des Stammes drei Symmetrieebenen eingeführt werden. Die geometrische Lage des betrachteten Punktes ist somit vollständig beschrieben. Wegen der Symmetriebedingung reduzieren sich die verbleibenden 18 echten Materialkonstanten auf die Hälfte. Holz kann somit vereinfacht als orthotropes Material behandelt werden: Es gibt also drei ausgeprägte Strukturrichtungen.

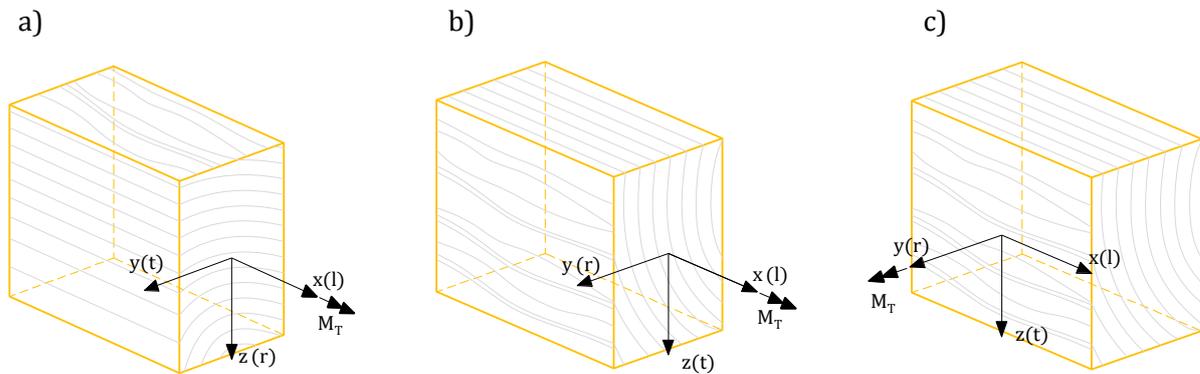


Abb. 14 Torsionsbeanspruchung bei orthotropem Material

Holz hat in jede dieser Strukturrichtungen, die im Weiteren mit *l* (längs), *r* (radial) und *t* (tangential) bezeichnet werden, andere Eigenschaften. Alternativ werden in der Festigkeitslehre die Bezeichnungen  $x_1$  für die Stammachse,  $x_2$  für die radiale und  $x_3$  für die tangential Richtung verwendet. Die Indizes dieser Bezeichnungskonvention finden sich auch in den Bezeichnungen der Ingenieurkonstanten wieder. Mit diesem Wissen können die Ingenieurkonstanten auf jedes beliebige Bauteil mit dem  $x,y,z$ -Achsensystem umgelegt werden. Als weitere Vereinfachung wird bei ingenieurmäßigen Berechnungen nur in „längs / quer zur Faser“ unterschieden, wobei sich die Indizes nach dem Winkel zur Faser richten. Dies sind bei Ingenieurkonstanten längs zur Faser  $0^\circ$  und bei jenen quer zur Faser  $90^\circ$  (z.B.  $E_0$  und  $E_{90}$ ).



Abb. 15 Komponenten der Steifigkeitsmatrix bei orthotropen Materialverhalten (Schickhofer, 2006)

Die Wichtigkeit der Materialkonstanten in der Steifigkeitsmatrix nimmt von der Hauptdiagonale zum Rand hin ab. Durch reines Invertieren der Steifigkeitsmatrix erhält man die technisch relevantere Nachgiebigkeitsmatrix. In Abb. 15 sind im oberen Quadranten die Elastizitätsmoduln  $E_{ii}$  und die Querkontraktionszahlen  $\nu_{ji}$  für alle drei Raumrichtungen dargestellt; anhand der im unteren Quadranten ablesbaren Schubmoduln  $G_{ij}$  lassen sich die Gleitmoduln  $D_{kk}$  berechnen.

$$D_{kk} = \sqrt{(c_{ii} + c_{jj})} \quad (1.25)$$

Der Gleitmodul ist der für die Torsionsfestigkeit relevante Modul, welcher den Zusammenhang zwischen Torsionsspannung und Verdrehung herstellt. Zur Ermittlung des Gleitmoduls sind jeweils die Schubmoduln der nicht in Rotationsrichtung liegenden Seiten notwendig (Kollmann, 1982).

Georg Wallner (2004) beschäftigt sich in seiner Diplomarbeit umfassend mit den in der Literatur zu findenden Festigkeitswerten für Fichtenholz. Wallner (2004) rechnet alle Werte auf das in Abb. 16 links gezeigte Koordinatensystem und die Einheit  $[\text{N}/\text{mm}^2]$  um. Für die weiteren Berechnungen in dem in Kapitel 3-3 beschriebenen Berechnungsprogramm RFEM ist es notwendig, diese Werte auf das in Abb. 16 rechts gezeigte Koordinatensystem umzurechnen. In die Betrachtung miteinbezogen werden an Kleinproben ermittelten Werte von Kollmann (1951), Grimsel (1998), Carington (1923) und Person (2000). Blaß & Flaig (2012) geben ebenfalls einige Ingenieurkonstanten von Fichtenholz an. Bei dieser Betrachtung fließen Werte von Hörig (1936), Neuhaus (1994), Wommelsdorf (1966) sowie der DIN 1052 (2008) für die Festigkeitsklasse C24 ein. Die Ergebnisse dieser Literaturstudien werden in Tab. 3 und Tab. 4 für die Holzart Fichte zusammengefasst. In der Kopfzeile sind jeweils die ursprünglichen Quellen dieser Daten angegeben. Für die Modellierung in RFEM wurden die Werte nach ÖNORM B 338 (2009) verwendet. Es ist zu erwähnen, dass die Ingenieurkonstanten bis auf jene der ÖNORM an Merkmalsfreien Holz ermittelt wurden.

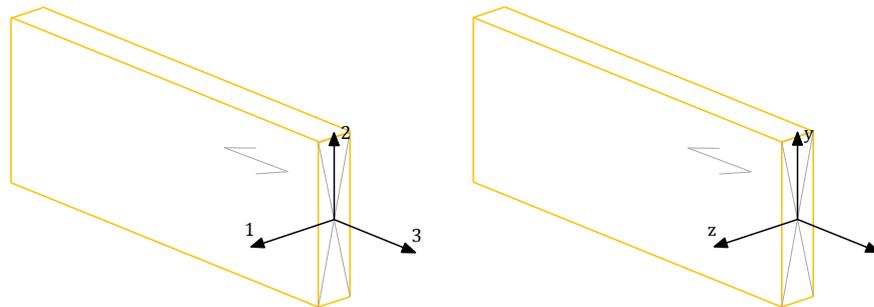


Abb. 16 Koordinatensystem für die Angabe der Ingenieurkonstanten von Holz

Tab. 3 Ingenieurkonstanten nach Wallner (2004)

	<b>Grimsel (1998)</b>	<b>Kollman (1982)</b>	<b>Carrington &amp; Hörig (1923)</b>	<b>Person (2000)</b>
$E_x$ [N/mm <sup>2</sup> ]	16200	15925	17040	13500 – 16200
$E_y$ [N/mm <sup>2</sup> ]	400	392	645	400 – 650
$E_z$ [N/mm <sup>2</sup> ]	699	686	826	700 – 900
$\nu_{yz}$ [-]	0,4194	0,6330	0,43	0,240 – 0,330
$\nu_{xz}$ [-]	0,01889	0,02723	0,02	0,018 – 0,030
$\nu_{xy}$ [-]	0,01321	0,02406	0,02	0,013 – 0,021
$G_{yz}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	37	36,3	35,8	29 – 39
$G_{xz}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	628	617	637	620 – 720
$G_{xy}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	775	766	870	500 – 850

Tab. 4 Ingenieurkonstanten aus (Blaß & Flaig, 2012) sowie Kennwerte für Vollholz nach ÖNORM EN 338 (2009)

	<b>Neuhaus (1994)</b>	<b>Wommelsdorf (1966)</b>	<b>Hörig (1936)</b>	<b>ÖNORM EN 338 (2009) (C24)</b>
$E_x$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12048	11287	16233	11000
$E_y$ [N/mm <sup>2</sup> ]	420	429	400	370
$E_z$ [N/mm <sup>2</sup> ]	818	980	699	370
$\nu_{yz}$ [-]	0,311	0,260	0,240	–
$\nu_{xz}$ [-]	0,0055	0,049	0,019	–
$\nu_{xy}$ [-]	0,035	0,028	0,013	–
$G_{yz}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	42	–	37	69
$G_{xz}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	623	–	775	69
$G_{xy}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	744	–	629	690

### 1-3.1 Torsion im orthotropen Material

Heimeshoff (1982) zeigt in einem Artikel über den Einfluss der Anisotropie, wie sich die Spannungen und Verdrillungen eines Balkens mit Rechtecksquerschnitt und unterschiedlicher Faserorientierung unter Torsionsbeanspruchung verhalten. In Abb. 14 a) und 14 b) sind die verwendeten Ausrichtungen dargestellt; Abb. 14 c) zeigt die für die Klebefläche in Brettspertholzscheiben relevante Ausrichtung.

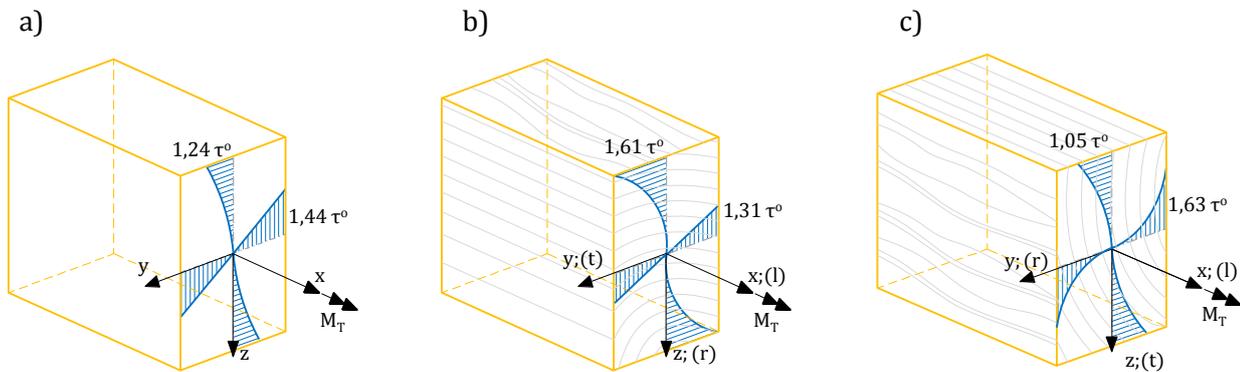


Abb. 17 Torsionsbeanspruchung bei verschiedenen Graden der Anisotropie (Heimeshoff, 1982)

In Anlehnung an die Werte  $c_1$  und  $c_2$  aus der Ermittlung der Torsionsträgheitsmomente für rechteckige Querschnitte an isotropen, geraden Stäben aus Gl. (1.15) in Absatz 1-2.3.1, entwickelt Heimeshoff (1982) entsprechende Werte  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  und  $\eta_3$  für anisotrope, rechteckige Querschnitte.

In einem Rechenbeispiel werden drei Stäbe mit demselben Querschnitt, aber unterschiedlichem Drillmodul nach Gl. (1.25) einander gegenübergestellt. Heimeshoff nennt dies einen unterschiedlichen Grad an Anisotropie. Die Torsionsspannung  $\tau^\circ$  wird nach (1.3) berechnet. Dabei ist der in Abb. 17 a) gezeigte Stab ein Referenzstab mit isotropen Eigenschaften. Bei diesem Stab resultieren die Unterschiede der Schubspannungen rein aus der Querschnittsgeometrie. In Abb. 17 b) und c) ist zu erkennen, dass sich die Torsionsspannung im Vergleich zum isotropen Stab jeweils in tangentialer Richtung verstärkt und in radialer Richtung verringert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Schubmodul in tangentialer Richtung ( $G_{12}$ ) größer ist als jener in radialer Richtung ( $G_{13}$ ). Die Schubsteifigkeit der größeren Querschnittsabmessung ist für die Verdrehsteifigkeit wesentlich (Heimeshoff, 1982).

Bei Klebeflächen im Brettspertholz wird der Drillmodul aus dem Schubmodul in tangentialer Richtung ( $G_{12}$ ) und dem Rollschubmodul ( $G_{23}$ ) gebildet. Dies führt dazu, dass die Längsfasern wesentlich höhere Torsionsspannungen erhalten als nach einer isotropen Betrachtung zu erwarten wäre, und daher größere Momente übertragen werden können. Die Torsionsfestigkeit eines Querschnitts ist also von der Orientierung des Holzes im Bauteil abhängig.

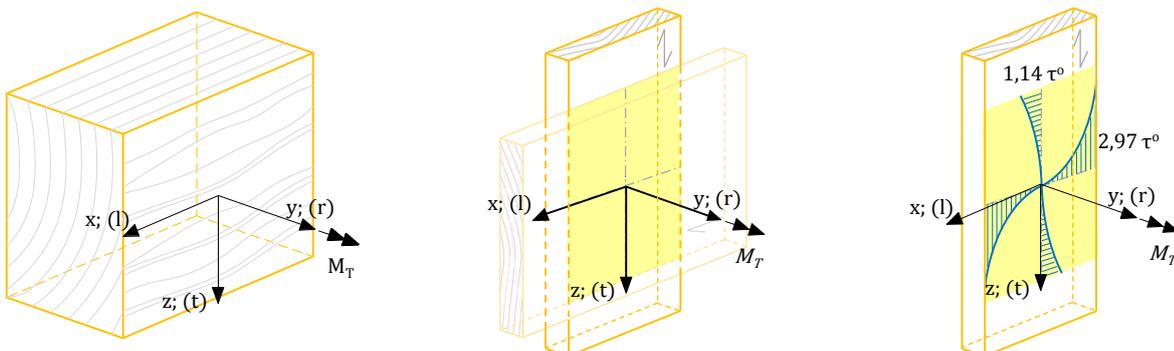


Abb. 18 Torsionsbeanspruchung einer Brettspertholz-Klebefläche

Sehr deutlich erkennbar ist dieses richtungsbezogene Verhalten beim Torsionsversagen einer Klebefläche. Das eigentliche Versagen findet zu beiden Seiten der Klebefläche auf Rollschub statt: Die Fasern gleiten dort in tangentialer Richtung voneinander ab. Die für diese Beanspruchung typischen Versagensbilder, wie sie auch in den Versuchen von Blaß & Görlacher (2002) in Absatz 1-4.2.2 zu sehen sind, entstehen durch die kreuzweise Verklebung der Bretter. Dabei kommt es dazu, dass jeweils ein Bereich hoher Steifigkeit, und demnach auf der Fläche aus Abb. 18 (rechts) betrachtet größeren Spannungen, einem Bereich geringerer Steifigkeit gegenüber liegt. Im Bereich geringerer Steifigkeit kommt es dadurch zum Rollschubversagen. Bei der Betrachtung der Bruchfläche kann man das beschriebene Versagensverhalten gut erkennen.

### 1-3.2 Scheibentragwirkung

Bei der Verwendung als Scheibenelement erfährt das Brettsperrholzelement Belastungen in der Scheibenebene. Die Haupttragaufgabe wird jenen Lagen zugeschrieben, die in Krafrichtung verlaufen. Für die Berücksichtigung der normal dazu verlaufenden Lagen gibt es verschiedene Ansätze, die nachfolgend einführend vorgestellt werden. Bei der Scheibe muss neben dem Nachweis der Stabilität und der Normalspannungen auch ein Nachweis der Schubtragfähigkeit erbracht werden. Es wird dabei zwischen „Schub aus Verzerrung“ und „Schub aus Torsion“ unterschieden.

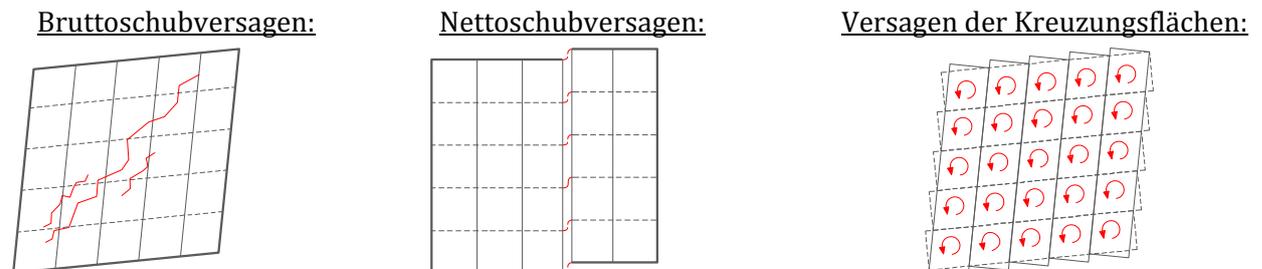


Abb. 19 Schubversagensarten in der BSP-Scheiben

#### 1-3.2.1 Schubversagen zufolge Verzerrung

Beim Schubversagen unterscheidet man zwischen dem Bruttoschubversagen und dem Nettoschubversagen. Beim Nettoschubversagen versagen die Bretter der schwächeren Lagen über den gesamten Querschnitt entlang einer Fuge der stärkeren Lagen bzw. am Rand der Klebeflächen auf Abscheren. Beim Bruttoschubversagen entstehen Risse durch den gesamten Querschnitt, das Holz versagt hierbei auf Längsschub.

#### 1-3.2.2 Versagen der Klebefläche auf Torsion

Betrachtet man einen Kreuzungspunkt als Stab in Dickenrichtung eines BSP-Elementes, so erhält man eine Kette von Einzelstäben, deren Länge von Brettmittelfläche zu Brettmittelfläche reicht. Die Klebeflächen können dabei als parallel geschaltete Torsionsfedern betrachtet werden. Die Länge der Einzelstäbe hat dabei wesentlichen Einfluss auf die Torsionssteifigkeit. Aus der Schubverzerrung der Scheibe resultiert eine Umkehr der Torsionsbeanspruchung in jeder Brettmittelfläche, woraufhin sich dort aus Kompatibilitätsgründen ein ebener Verzerrungszustand einstellen muss. Die Randlagen stellen eine Ausnahme dar: Wegen der fehlenden Querlage reichen die Stabenden bis an den Rand der Bretter. Die Verwölbung ist an dieser Stelle frei. Dies führt zu einer Verringerung der Schubsteifigkeit der gesamten Scheibe. Sie liegt, je nach Anzahl der Brettlagen, bei ca. 70 % der Schubsteifigkeit von Vollholz. Bei seitenverklebtem BSP liegt der Schubmodul im Bereich von BSH.

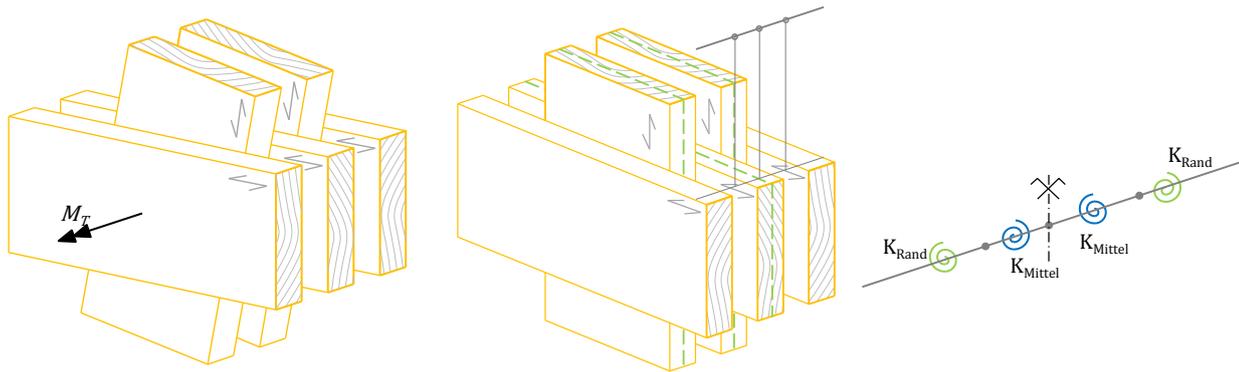


Abb. 20 Tordiertes, repräsentatives Volumen-Element (RVE) und Federmodell

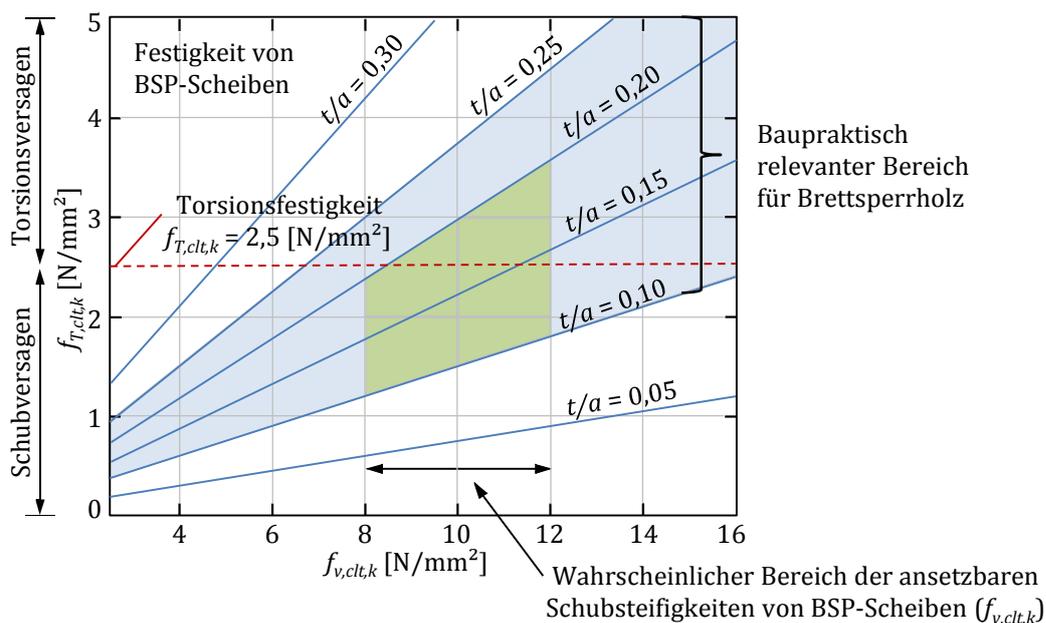
### 1-3.2.3 Versagen in Abhängigkeit des Geometrieverhältnisses

Abhängig vom Verhältnis der Brettdicke zur Brettbreite ( $t/a$ ) kommt es zum Versagen auf Nettoschub oder zum Versagen der Klebefläche auf Torsion. Das Nettoschubversagen kann einerseits bei sehr großen und steifen Klebeflächen auftreten und andererseits bei dicken Brettlagen und damit torsionsweichen Klebeflächen. In Abb. 21, die in ihren Grundzügen dem BSPhandbuch entnommen ist, wird die Auswirkung des Geometrieverhältnisses grafisch dargestellt. Unter der Annahme einer 100 %-igen Ausnutzung der beiden Versagensmechanismen kann über die rechnerische Scheibenschubfestigkeit  $\tau_0$  ein linearer Zusammenhang zwischen den Festigkeiten, über das Geometrieverhältnis  $t/a$ , hergestellt werden:

$$\tau_0 = \frac{F}{a \cdot t} \quad (1.26)$$

$$\tau_0 = \frac{t_{v,CLT,k}}{2} \rightarrow f_{T,CLT,k} = 3 \cdot \tau_0 \cdot \frac{t}{a} = \frac{3}{2} \cdot \frac{t}{a} \cdot f_{v,CLT,k} \quad (1.27)$$

Wählt man eine Schubfestigkeit und kennt das Geometrieverhältnis, so kann man mithilfe von Abb. 21 leicht feststellen, welches Versagen eintreten wird (Schickhofer, et al., 2010), (Blaß & Flaig, 2012).



## 1-4 Stand der Technik

---

Im Eurocode 5 (ÖNORM B 1995-1-1, 2010) ist der Nachweis der Tragfähigkeit für torsionsbeanspruchte Bauteile lediglich über einen Formbeiwert zur Schubbemessung geregelt. In der Fassung von 2014 wird im Anhang K Brettsperrholz gesondert behandelt. In die Berechnung der Torsionsspannung  $\tau_{tor,d}$  eines Scheibenelementes gehen die Schubspannung  $\tau_{v,0,d}$  und das bereits erwähnte Verhältnis  $t/a$  mit ein. Die so ermittelte Torsionsschubspannung muss kleiner als die Torsionsschubfestigkeit  $f_{tor,lay,k}$  sein. Der charakteristische Wert der Torsionsschubfestigkeit ist mit  $2,5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  bereits wesentlich höher als der in vielen Zulassungen angesetzte Wert der Rollschubfestigkeit von  $1,0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  (ÖNORM B 1995-1-1, 2014).

$$\tau_{tor,d} = \frac{3 \cdot \tau_{v,0,d} \cdot t_{max}}{a} < \frac{f_{tor,lay,k}}{\gamma_m} \quad (1.28)$$

Genauere Berechnungsverfahren für die Scheibentragwirkung finden sich im BSPHandbuch (Schickhofer, et al., 2010) und in diversen europäischen technischen Zulassungen (ETAs oder ETZs), auf die in Abschnitt 1-4.1 näher eingegangen wird. Die Festigkeitswerte für Vollholz, die auch bei fehlenden Angaben in den Zulassungen herangezogen werden, sind in der ÖNORM EN 338 (2009) zu finden.

### 1-4.1 Bisherige Nachweisverfahren und mechanische Modelle

In den zurzeit gültigen Zulassungen wird, wie im BSP-Leitfaden (Wallner-Novak, et al., 2013) zusammengefasst, meist das gesamte Bauteil betrachtet. Das BSPHandbuch (Schickhofer, et al., 2010) stellt erstmals eine Betrachtung der einzelnen Klebeflächen der BSP-Scheibe vor. Blaß & Flaig (2012) entwickeln ein weiteres mechanisches Modell, das ebenfalls die einzelne Klebefläche betrachtet.

#### 1-4.1.1 Zulassungen

Bauprodukte, die nicht normativ geregelt sind, bedürfen einer Zulassung, um ihre Konformität in Bezug auf die Anforderungen gemäß Bauproduktenrichtlinie zu bescheinigen. Solche Zulassungen werden z.B. vom Österreichischen Institut für Bautechnik (OIB) ausgestellt und sind immer auf ein bestimmtes Produkt zugeschnitten. Es werden sowohl das Einsatzgebiet als auch die zu verwendenden physikalischen Eigenschaften und Nachweisverfahren vorgegeben. Der BSP-Leitfaden (Wallner-Novak, et al., 2013), siehe Absatz 1-4.1.5, bietet eine Zusammenfassung vieler Zulassungen, die Besonderheiten derer, die nicht mit dem BSP-Leitfaden übereinstimmen werden im Anschluss nochmals hervorgehoben.

So ist z.B. die ETA-09/0036 (2009) der Firma Mayr-Melnhof zu erwähnen, die mit einer Schubfestigkeit von  $5,0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  und einer Rollschubfestigkeit von  $1,1 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  vergleichsweise hohe Festigkeiten ansetzt. In der Zulassung ETA-08/0242 (2009) der Firma HMS-Bausysteme GmbH wird sogar ein Wert für die Rollschubfestigkeit von  $1,25 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  angegeben. Die höchsten Festigkeitswerte sind in der Zulassung der Firma KLH Massivholz GmbH (ETA-06/0138, 2006) mit einer Scheibenschubfestigkeit von  $5,2 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  und einer Rollschubfestigkeit von  $1,5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  zu finden.

### 1-4.1.2 prEN 16351

Mit dem Vorentwurf zur Produktnorm (pr ON EN 16351, 2012) gibt es erstmals eine Sammlung von Regeln und Vorschriften für die Verarbeitung, den Einsatz und die mechanischen Mindestanforderungen von Brettsper Holz. In dieser Produktnorm werden Angaben zu den anzunehmenden Festigkeiten und zu den zu verwendenden Klebstoffen gemacht. In den Anhängen sind Versuchsaufbauten zur Ermittlung der jeweiligen Bauteilfestigkeiten aufgezeigt. Zur rechnerischen Betrachtung und Bemessung von Bauteilen aus Brettsper Holz werden keine Angaben gemacht.

Wegen der vielen unterschiedlichen Bezeichnungsmöglichkeiten gibt die pr ON EN 16351 (2012), wie in Abb. 22 veranschaulicht, eine Konvention für die lokalen und globalen Achsen und somit die positiven Einwirkungsrichtungen vor. Die in der Skizze eingetragenen Bezeichnungen  $R_{mz,y}$  und  $R_{mz,x}$  werden als die in den jeweiligen Lagen wirkenden Spannungen  $\sigma$  aus der gekennzeichneten Momentenbeanspruchung verstanden. Der Nachweis gegen Torsion kann einerseits als Nachweis der aufnehmbaren Torsionsschubspannung  $R_{mz,xy,cross}$  oder als Spannungsnachweis mit der Torsionsfestigkeit  $f_{mz,9090,lay}$  geführt werden. Dabei entspricht  $f_{mz,9090,lay}$  dem im Eurocode 5 angegebenen Wert  $f_{tor,lay,k}$ . Zur Ermittlung der Torsionsspannung in der Klebefläche ist das polare Trägheitsmoment zu verwenden. Der vorgeschlagene Versuchsaufbau zur Ermittlung der Torsionsfestigkeit einer Klebefläche besteht aus jeweils zwei aufeinander geklebten und gegeneinander verdrehten Brett lamellen, skizzenhaft in Abb. 22 dargestellt.

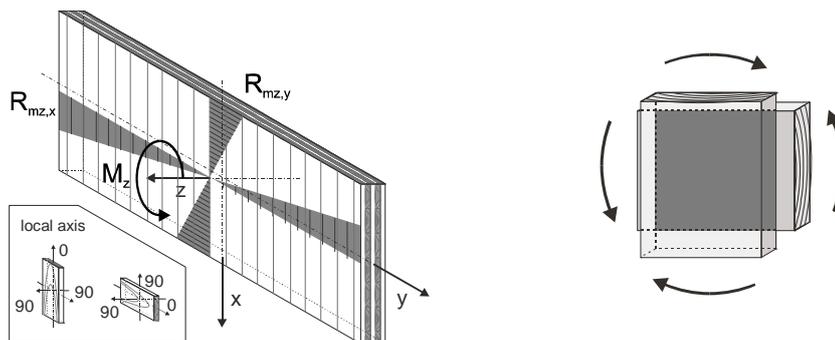


Abb. 22 Scheibentragswirkung (links) und Prüfung zur Torsionsfestigkeit (rechts) (pr ON EN 16351, 2012)

### 1-4.1.3 BSPhandbuch

Das BSPhandbuch (Schickhofer, et al., 2010) liefert eine Anleitung zur Bemessung von Bauteilen aus Brettsperrholz sowie Vorschläge für die zu verwendenden Festigkeiten und Steifigkeiten. Diese weichen jedoch des öfteren von jenen in den derzeit verwendeten Zulassungen ab. Eine Übersicht liefert der BSP-Leitfaden. Das Berechnungsverfahren zur Scheibentragfähigkeit nach dem BSPhandbuch ist wegen der Berücksichtigung unterschiedlicher Brettstärken und der damit verbundenen Betrachtungsmöglichkeit vieler unterschiedlicher Bauteilgeometrien das vielversprechendste und wird daher nachfolgend näher beschrieben.

Beim Nachweis der Scheibenelemente wird, anders als in den meisten bisher beschriebenen Berechnungsverfahren, eine einzelne Klebefläche betrachtet. Diese Herangehensweise wurde von Bogensberger (et al., 2007) erstmals vorgestellt. Abb. 23 zeigt deutlich die Reduktion vom gesamten Gebäude hin zum Referenzvolumen-Sub-Element (RVSE) sowie die Aufteilung der einwirkenden Belastungen.

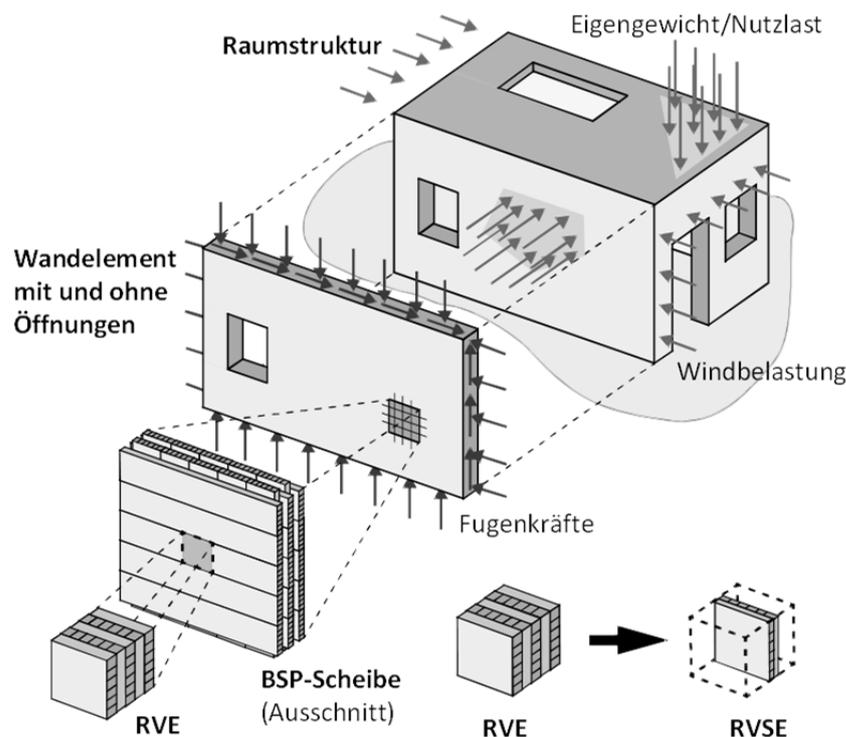


Abb. 23 Vom Gebäude zum RVSE (Schickhofer, et al., 2010)

Die Theorie berücksichtigt unterschiedlich starke Brettstärken  $t_i$ , geht aber immer von einem symmetrischen Aufbau aus. Die Brettstärken werden als bezogenes Volumen für die Berechnung einer Klebefläche berücksichtigt, was Einfluss auf die Steifigkeit der angesetzten Torsionsfedern hat.

$$\tau_V^* = 2 \cdot \tau_{0,d}^* < f_{V,ct,d} \quad (1.29)$$

$$\tau_T^* = \frac{M_T}{W_p} = 3 \cdot \tau_{0,d}^* \cdot \frac{t_i^*}{a} < f_{T,ct,d} \quad (1.30)$$

Die in Absatz 1-3.2 erwähnte Ausnahme für Randschichten wird bei der Berechnung des bezogenen Volumens über die ideale Ersatzdicke  $t_i^*$  berücksichtigt. Maßgebend wird dies, wie in Tab. 5 ersichtlich, nur bei dünnen Randschichten.

$$t_{clt}^* = \sum_{i=1}^n t_i^* \quad (1.31)$$

 Tab. 5 Bestimmungskonzept für  $t_i^*$  (Schickhofer, et al., 2010)

Knoten	Schicht	Ersatzdicke
<b>Knoten 1</b> (=Randknoten)	Schicht i = 1 außen Schicht i+1 = 2 innen	$t_1^* = \min(2 \cdot t_1, t_2)$
<b>Knoten i</b> (=Innenknoten)	Schicht i = innen Schicht i+1 = innen	$t_i^* = \min(t_i, t_{i+1})$
<b>Knoten n-1</b> (=Randknoten)	Schicht i = n-1 innen Schicht i+1 = n außen	$t_1^* = \min(t_{n-1}, 2 \cdot t_n)$

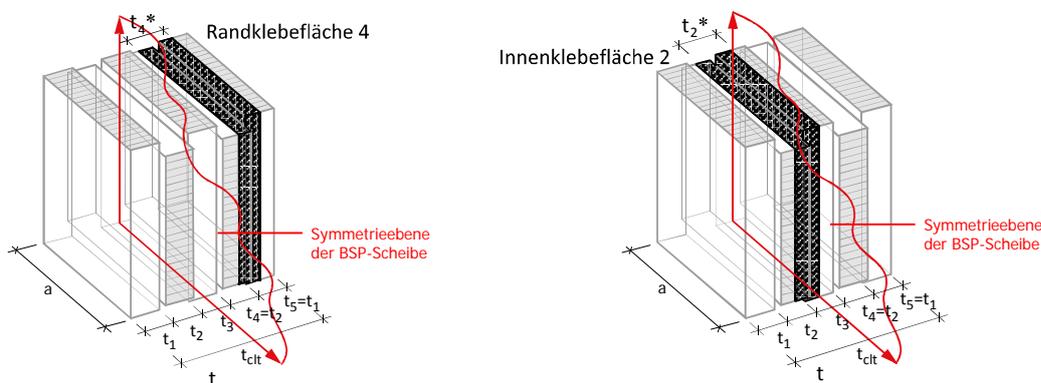


Abb. 24 RVSE-bezogenes Volumen, Symmetrie (Schickhofer, et al., 2010)

Die aus der Scheibenbeanspruchung entstehenden Schubkräfte werden in Querkraftschub in den angrenzenden Brettlagen und in Torsionsschub in der Klebefläche aufgeteilt (siehe Abb. 25). Es wird grundsätzlich davon ausgegangen, dass keine Seitenverklebung vorhanden ist oder dass bereits eine Rissbildung infolge Schwinden stattgefunden hat. Die Breite  $a$  wird nach einem dieser beiden Kriterien festgelegt und entspricht demnach entweder der Brettbreite oder dem mittleren Rissabstand. Die zu übertragende Querkraft wird also rein über die Stirnflächen der Brettlagen übertragen.

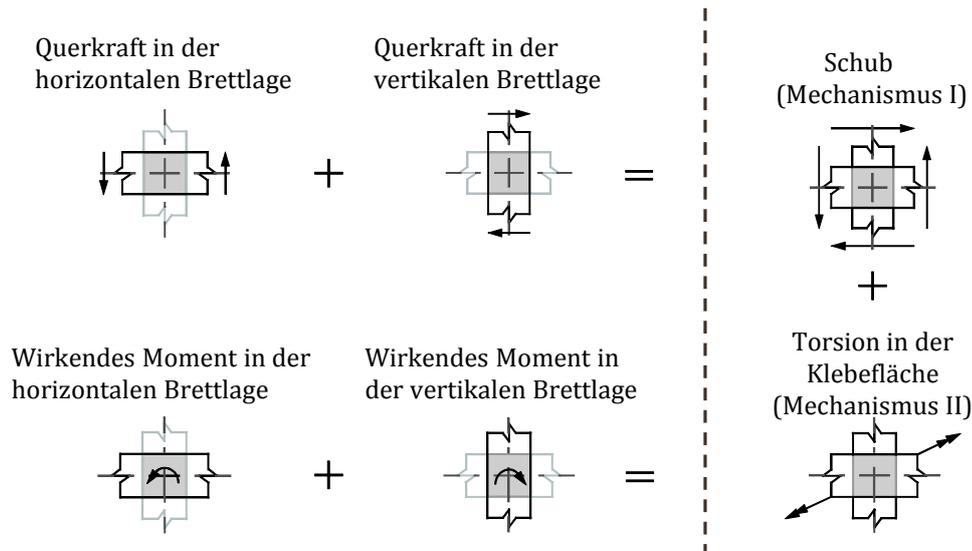


Abb. 25 RVSE Versagensmechanismen (Schickhofer, et al., 2010)

Zur Ermittlung der einwirkenden Last  $n_{xy}$  werden die Schnittkräfte entlang einer gedachten Linie durch das Bauteil ermittelt. Die Schubkräfte können aufgrund der gesperrten Struktur als über den Querschnitt konstant erachtet werden. Damit ergibt sich die Schubspannung aus der Belastung und der Ersatzdicke des Bauteils  $t_{clt}^*$ .

$$\tau_0^* = \frac{n_{xy}}{t_{clt}^*} \quad (1.32)$$

Für die Nachweisführung werden die Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_m$  mit 1,25, die Schubfestigkeit  $f_{V,clt,k}$  mit 5,0 [N/mm<sup>2</sup>] und die Torsionsfestigkeit  $f_{T,clt,k}$  mit 2,5 [N/mm<sup>2</sup>] angenommen. Es wird explizit angemerkt, dass kein Systemeffekt berücksichtigt werden soll.

Für die Verformungsberechnung werden nur die Schubsteifigkeiten  $D_{xy}$  der Längslagen in Rechnung gestellt. Es ergeben sich dadurch geringere Schubsteifigkeiten als sie eine äquivalente Vollholzplatte aufweisen würde.

$$G^* = \frac{G_{0,mean}}{1 + 6 \cdot \alpha_T \cdot \left(\frac{t_{mean}}{a}\right)^2} \quad (1.33)$$

$$\text{mit: } \alpha_T = 0,32 \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^{-0,77}$$

$$D_{xy} = G^* \cdot t_{clt}^* \quad (1.34)$$

### 1-4.1.4 Berechnungsverfahren nach Blaß & Flaig

Blaß & Flaig (2012) entwickelten ein mechanisches Modell, das die Beanspruchung in den Klebeflächen, ähnlich jenem im BSPHandbuch, in Schub und Torsion aufteilt. Die Unterscheidung in die drei Versagensmechanismen ist auch hier angeführt. Dabei entspricht der Mechanismus 1 dem Bruttoschubversagen, Mechanismus 2 dem Nettoschubversagen und Mechanismus 3 dem Versagen der Kreuzungsflächen.

Für den Nachweis der Klebeflächen wird, wie bereits erwähnt, eine Aufteilung in Torsions- und Schubbeanspruchung in beide Brettrichtungen empfohlen. Dabei ist  $n$  die Anzahl der Bretter der Bauteilbreite  $l$  und  $m$  die Anzahl der Bretter der Bauteilhöhe  $h$ . Für das reine Schubversagen ist die Rollschubfestigkeit maßgebend. Die Ermittlung der Spannungen entspricht den Gl. (1.36) bis Gl. (1.38). Für die Beweisführung müssen sowohl die Einzelnachweise als auch deren Kombination erfüllt sein.

$$\frac{\tau_{tor}}{f_{v,tor}} + \frac{\tau_x}{f_R} \leq 1 \quad \text{und} \quad \frac{\tau_{tor}}{f_{v,tor}} + \frac{\tau_y}{f_R} \leq 1 \quad (1.35)$$

Tab. 6 Empfohlene Festigkeiten von Blaß & Flaig (2012)

Bezeichnung	Kurz.	Empfehlung	Einheit
<b>Scheibenschubfestigkeit</b> (Mechanismus 1)	$f_{v,d}$	3,5	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Schubfestigkeit</b> (Mechanismus 2)	$f_{v,S,d}$	–	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Torsionsfestigkeit der Klebefläche</b> (Mechanismus 3)	$f_{v,T,d}$	2,5	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Rollschubfestigkeit</b>	$f_{v,R,d}$	1,0	[N/mm <sup>2</sup> ]

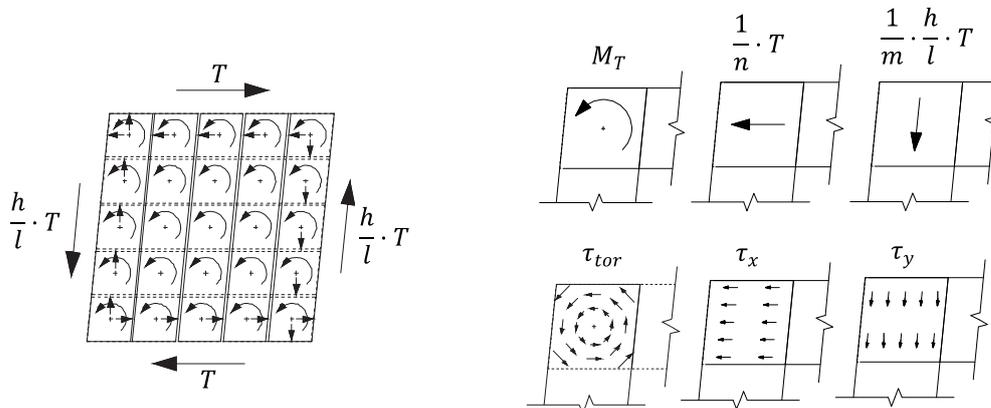


Abb. 26 Nachweis der Klebefläche (Blaß & Flaig, 2012)

### 1-4.1.5 BSP-Leitfaden nach Wallner-Novak

Der BSP-Leitfaden (Wallner-Novak, et al., 2013) gibt, ähnlich wie das BSPhandbuch (Schickhofer, et al., 2010), eine Übersicht über das Produkt Brettsperrholz und ist als Leitfaden zur Berechnung von BSP-Elementen gedacht. Neben den Theorien der Tragwirkung, der Ermittlung der Gebrauchstauglichkeit, den Regeln zum Einsatz von BSP-Elementen und deren Verbindungstechnik bietet der BSP-Leitfaden auch eine Übersicht über die in den Zulassungen verwendeten Festigkeiten, die in Tab. 7 bis Tab. 8 wiedergegeben sind.

Die Berechnung orientiert sich sehr stark an den Berechnungsverfahren für Stäbe. So ist der Schubnachweis nur an einem Querschnitt mit der gesamten einwirkenden Querkraft auf die Scheibe zu führen. Beim Torsionsnachweis wird ebenfalls die gesamte Scheibe betrachtet und über die Summe der polaren Trägheitsmomente aller Kreuzungspunkte auf die einzelne Klebefläche rückgeschlossen. Diese Rückrechnung setzt konstante Brettdicken und Breiten voraus. Bei stark variierenden Schichtdicken wird ausdrücklich auf das BSPhandbuch verwiesen. Zusätzlich zu dieser Gesamtbeurteilung ist noch ein Spannungsnachweis für die Einzellamellen zu führen.

Bei der Betrachtung der Scheibe werden die drei Versagensmechanismen, die bereits in Abschnitt 1-3.2 erläutert wurden, verwendet. Dabei stellt der Mechanismus 1 das Nettoschubversagen, der Mechanismus 2 das Versagen der Klebefläche und der Mechanismus 3 das Bruttoschubversagen dar. Es ist jeder Mechanismus gesondert nachzuweisen. Wie eingangs erwähnt, wird bei den Nachweisen stets das gesamte Element betrachtet. Beim Nachweis der Klebeflächen führt die Annahme gleicher Brettbreiten in Längs- und Querrichtung zu quadratischen Klebeflächen und der in Gl. (1.37) gezeigten Vereinfachung. Die Summe wird dabei über alle parallel liegenden Klebeflächen  $n_s$  und alle Kreuzungspunkte  $n_f$  gebildet. Die Schubkraft  $T$  greift jeweils am Bauteilrand an (Wallner-Novak, et al., 2013).

$$\tau_{V,S,d} = \frac{T}{A_{S,netto}} \leq f_{V,S,d}$$

mit :

$$A_{S,netto} = \min \begin{cases} A_{0,netto} \\ A_{90,netto} \end{cases}$$

$$\tau_{T,S,d} = \frac{M_T}{\sum J_p} \cdot \frac{a}{2} = \frac{3 \cdot M_T}{(n_s \cdot n_f) \cdot a^3} \leq f_{V,S,d}$$

mit :

$$J_p = \frac{a^4}{6}$$

$$\tau_{V,d} = \frac{T}{A_{S,brutto}} \leq f_{V,d}$$

Tab. 7 Steifigkeitswerte für BSP-Scheiben (Wallner-Novak, et al., 2013)

Bezeichnung	Kurzz.	Wertebereich	Empfehlung	Einheit
<b>Elastizitätsmodul</b>	$E_{0,mean}$	11 000 – 12 000	11 000	[N/mm <sup>2</sup> ]
(Normalspannung)	$E_{0,05}$	7 330 – 9 650	9 160	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Schubmodul</b>	$G_{0,mean}$	600 – 720	690	[N/mm <sup>2</sup> ]
(Schubspannung)	$G_{0,05}$	–	570	[N/mm <sup>2</sup> ]

Tab. 8 Festigkeitswerte für BSP-Scheiben

Bezeichnung	Kurzz.	Wertebereich	Empfehlung	Einheit
<b>Biegefestigkeit</b>	$f_{m,d}$	24,0	15,3	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Zugfestigkeit</b>	$f_{t,0,d}$	14,0 – 16,5	9,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Druckfestigkeit in Faserrichtung</b>	$f_{c,0,d}$	21,0 – 24,0	13,4	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Querdruckfestigkeit</b>	$f_{c,90,d}$	2,5 – 2,7	1,6	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Scheibenschubfestigkeit</b> (Mechanismus 1)	$f_{v,s,d}$	5,0	3,2	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Torsionsfestigkeit der Klebefläche</b> (Mechanismus 2)	$f_{v,T,d}$	2,5	1,6	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Schubfestigkeit</b> (Mechanismus 3)	$f_{v,d}$	2,0 – 2,7	1,6	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Rollschubfestigkeit</b>	$f_{v,R,d}$	0,7 – 1,5	0,7	[N/mm <sup>2</sup> ]

## 1-4.2 Bisherige Versuche

In den bisherigen Versuchen wurde stets nur eine einzelne Klebefläche betrachtet. In Tab. 9 ist zu erkennen, dass die Werte der Schubfestigkeiten bei der Verdrehung zweier orthogonal verklebter Bretter mit unterschiedlich großen Klebeflächen weitgehend vergleichbar sind. Die Verdrehmoduln weisen hingegen deutliche Unterschiede zueinander auf. Die Versuche von Jeitler (2004) und Blaß & Görlacher (2002) sind direkt miteinander vergleichbar, da in beiden Fällen eine Klebefläche aus dem inneren einer BSP-Scheibe simuliert wurde. Bei den Versuchen von Flaig & Meyer (2014) wurde eine Klebefläche angrenzend an eine Außenschicht betrachtet. Relevanz erhält diese Tatsache vor allem bei der Betrachtung der Verdrehmoduln, die in den nachfolgenden Beschreibungen der Versuche nochmals aufgefasst werden.

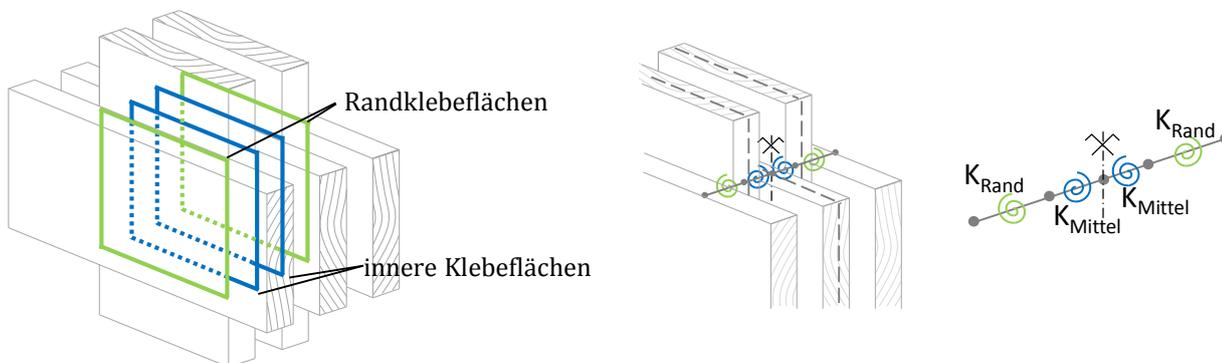


Abb. 27 Lage der untersuchten Klebeflächen in der BSP-Scheibe

Tab. 9 Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den bisherigen Versuchen

	Jeitler (2004)	Blaß & Görlacher (2002)	Flaig & Meyer (2014)	
<b>Betrachtete Klebefläche</b>	innere Klebefläche	innere Klebefläche	Randklebefläche	
<b>Klebstoff</b>	Polyurethanklebstoff	Polyurethanklebstoff	Polyurethan- klebstoff	Melamin- klebstoff
<b>Brettdicke [mm]</b>	30	20	20	20
<b>Mittelwert der Torsionsfestigkeit <math>f_{T,mean}</math> [N/mm<sup>2</sup>]</b>	3,46	3,60	3,43	2,80
<b>5% Fraktilwert der maximalen Torsionsspannungen <math>\tau_{max}</math> <math>f_{T,0,05}</math> [N/mm<sup>2</sup>]</b>	2,50	2,60	2,88	2,04
<b>Vorschlag charakteristische Torsionsfestigkeit <math>f_{T,k}</math> [N/mm<sup>2</sup>]</b>	–	2,50	–	–
<b>Mittelwert der Verdrehmoduln K [N/mm<sup>3</sup>]</b>	3,45	4,87	8,26	7,06

#### 1-4.2.1 Jeitler (2004)

Jeitler (2004) ermittelte die Verdrehungskenngrößen für orthogonal verklebte Bretter. Dazu brachte er das Torsionsmoment über ein zentrales Drehmoment und eine vollflächige Verklebung in die Brettlamellen ein. Gegenüber einer exzentrischen Lastaufbringung hat dies den Vorteil, dass die Klebefläche rein auf Torsion beansprucht wird. Diese Art der Lasteinleitung ist allerdings nur für Versuchskörper mit zwei Schichten geeignet. Ein mehrschichtiger, symmetrischer Aufbau als Element einer auf Schub beanspruchten BSP-Scheibe kann so jedoch nur als System seriell angeordneter Torsionsfedern geprüft werden, nicht aber, wie es in der Realität der Fall ist, als System parallel wirkender Torsionsfedern.

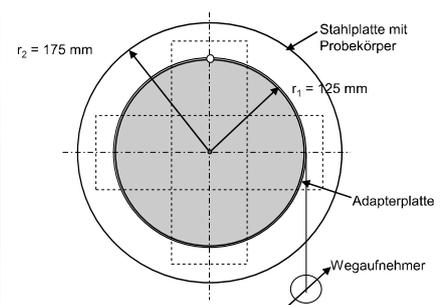


Abb. 28 Versuchsaufbau (Jeitler, 2004)

Es wurden drei Serien mit jeweils unterschiedlichen Brettbreiten in eine Richtung, also unterschiedlich großen Klebeflächen, geprüft (Serie A: 145x100 mm; Serie B: 145x150 mm; Serie C: 145x200 mm).

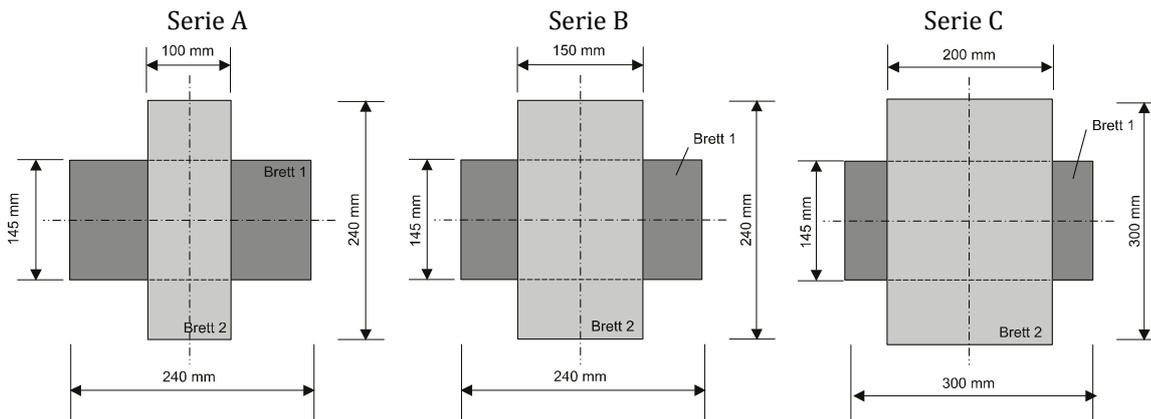


Abb. 29 Prüferien (Jeitler, 2004)

Zum Einsatz kamen Fichtenbretter aus Seiten- und Riftware. Aus den Versuchen ergaben sich unterschiedliche Festigkeiten für Seiten- und Riftware, wobei die Ergebnisse für die Bretter aus Riftware durchwegs höher ausfielen als für jene aus Seitenware. Mit zunehmender Größe der Klebefläche reduzierte sich der Festigkeitsunterschied zwischen den geprüften Jahrringlagen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei breiteren Brettern keine eindeutige Trennung in Seiten- und Riftware mehr vorgenommen werden kann. Bei der Verdrehsteifigkeit konnte kein signifikanter Unterschied zwischen den Jahrringlagen festgestellt werden, jedoch ergab sich eine Verringerung der Verdrehmoduln mit zunehmender Größe der Klebefläche. Dies kann mitunter auf die in Abschnitt 1-3.1 beschriebene Geometrieabhängigkeit der Verdrehsteifigkeit nach Heimeshoff (1982) zurückgeführt werden. Die Abnahme des Verdrehmoduls bei den Versuchen von Jeitler wird hier auf zwei Effekte zurückgeführt: Zum einen auf die erwähnte Umlagerung der Spannungen aufgrund der Anisotropie, also der Steifigkeitsunterschiede; zum anderen auf die ungleichförmige Schubspannungsverteilung an einem rechteckigen Querschnitt, wie sie bereits in Absatz 1-2.3.1 erläutert wurde. Dadurch erhalten die Längsfasern mit zunehmendem  $h/b$ -Verhältnis höhere Spannungen. Laut Heimeshoff (1982) ist die Steifigkeit der längeren Querschnittsseite wesentlich für die Verdrehsteifigkeit.

In einer umfangreichen FE-Studie wurde der Winkel der Jahrringlagen in den Brettern und deren Einfluss auf die Verdrehsteifigkeit genauer betrachtet. Hierbei ergaben sich die größten Steifigkeiten bei einem Jahrringwinkel zwischen  $40^\circ$  und  $60^\circ$ , was einer Halbriftware entspricht.

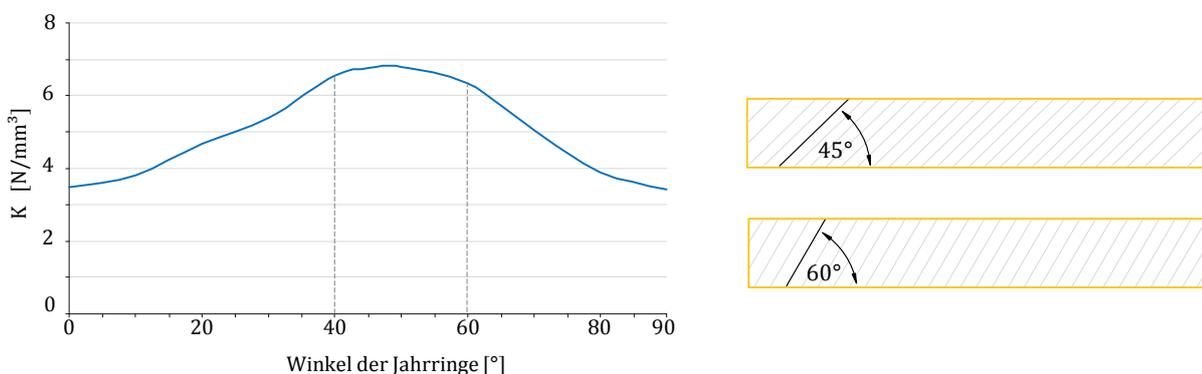


Abb. 30 Verdrehsteifigkeit in Abhängigkeit des Jahrringverlaufs (Jeitler, 2004)

Gemäß der aufgetragenen Torsionsspannungen wurden, wie eingangs in diesem Abschnitt erwähnt, im Hinblick auf BSP, innere Lagen geprüft (siehe Abb. 27). Durch die Verklebung der Außenseiten der Bretter mit den Stahlscheiben zur Lasteinleitung wird an dieser Stelle jegliche Verformung behindert. Es entsteht also zwangsweise ein ebener Verzerrungszustand, wie er in der Real-

tät in der Symmetrieebene der Bretter entstehen würde. Im Berechnungsverfahren des BSP-Handbuches (Schickhofer, et al., 2010) ist dies bei der Berechnung der ideellen Ersatzschichtdicke  $t_i$  berücksichtigt. Die in den Versuchen verwendete Schichtdicke von 30 mm entspricht demnach einer Lagendicke  $t$  von 60 mm und somit einer für BSP unüblichen Stärke. Betrachtet man die einzelnen Klebfugen als Torsionsfedern, so ist die Torsionssteifigkeit wie in Absatz 1-3.2.2 erläutert stark von der Länge der Einzelelemente abhängig. Diese Länge reicht im Fall der betrachteten Klebflächen von Brettmittellinie zu Brettmittellinie und beträgt im Fall der Versuche von Jeitler (2004) 60 mm. Bei den gebräuchlicheren Stärken von 20 mm – 40 mm, sind geringere Verdrehungen und somit größere Verdrehsteifigkeiten zu erwarten. So lässt sich auch die, im Vergleich zu den Versuchen von Blaß & Görlacher (2002) geringere Verdrehsteifigkeit erklären.

#### 1-4.2.2 Blaß & Görlacher (2002)

Für die Zulassung eines Wandscheibenelementes der Firma LIGNOTREND wurde der Verschiebungsmodul zur Berechnung der Bruchverformung benötigt. Dazu wurden von Blaß & Görlacher (2002) Versuche zur Bestimmung des Verschiebungsmoduls von orthogonal verklebten Holzschichten durchgeführt. Zur Berechnung wurden die vom BSP-Leitfaden (Wallner-Novak, et al., 2013) übernommenen Formeln verwendet, also eine Betrachtung der gesamten Wandscheibe vorgenommen. Die Formeln sind in Absatz 1-4.1.5 zu finden.

Das Torsionsmoment wurde über die Flanken der Brettlamellen mittels Querpressung eingeleitet. Blaß & Görlacher prüften zwei Serien (Serie A: 40 x 40 mm; Serie B: 65 x 100 mm). Es zeigte sich bei fast allen Versuchen das typische, gekreuzte Versagensbild aus Abb. 31, wie es bereits in Abschnitt 1-3.1 beschreiben wurde, bei dem die an die Klebflächen angrenzenden Holzfasern auf Rollschub versagten (Blaß & Görlacher, 2002).

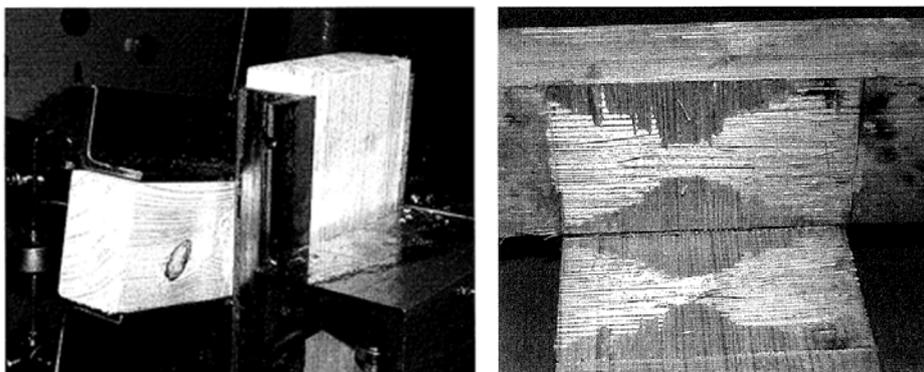


Abb. 31 Versuchsaufbau und Versagensbild von Blaß & Görlacher (2002)

#### 1-4.2.3 Flaig & Meyer (2014)

Sowohl in den Versuchen von Jeitler (2004) als auch in jenen von Blaß & Görlacher (2002) waren die Brettlagen an ihren außenliegenden Seitenflächen durch die jeweiligen Versuchsaufbauten in ihrer Verwölbung behindert, was, wie bereits beschrieben, dem Verhalten eines Knotens im Inneren eines BSP-Scheibenelementes entspricht. Der Versuchsaufbau von Flaig & Meyer (2014) ist im Bereich der Klebfläche aus der Ebene einseitig frei verformbar. Dieser Aufbau simuliert eine Außenlage. Mithilfe eines starren Stahlrahmens werden die Brettlagen an den Enden der überstehenden Schenkel eingespannt, siehe Abb. 32. Der vertikale Stahlrahmen ist beidseitig gelagert. Der horizontale Stahlrahmen ist im Zentrum des Versuchsaufbaues frei drehbar gelagert. Durch die Kraft  $F$  an einem der horizontalen Schenkel dieses Rahmens wird ein Torsionsmoment in der Klebfläche erzeugt. Dieses ergibt sich aus der Kraft  $F$  multipliziert mit der Schenkellänge  $l$ . Die Kräfteinleitung in die Lamellen erfolgt zunächst über Längsdruck in quer zu den Brettlagen verlaufenden Auflei-

mern und weiter über Rollschub in den Klebeflächen zu den orthogonal verlaufenden Brettlamellen. Damit die Aufleimer die Spannungen und Dehnungen im Prüfbereich (Klebefläche im Zentrum) nur geringfügig beeinflussen, weisen diese einen Abstand von 25 mm zum äußeren Rand des Prüfbereiches auf. Die Torsionsspannungen in der Klebefläche werden unter Verwendung des polaren Trägheitsmomentes ermittelt:

$$\tau_{tor} = \frac{M}{J_p} \cdot \frac{b}{2} \quad (1.39)$$

Die Versuchskörper mit quadratischer Klebefläche wurden mit einer Dicke von 20 mm, einer Breite von 165 mm und einer Schenkellänge von 250 mm geprüft. Zehn der Versuchskörper waren mit einem Polyurethanklebstoff verklebt, der auch bei Jeitler (2004) und Blaß & Görlacher (2002) verwendet wurde. 24 Versuchskörper waren mit einem Melaminklebstoff verklebt.

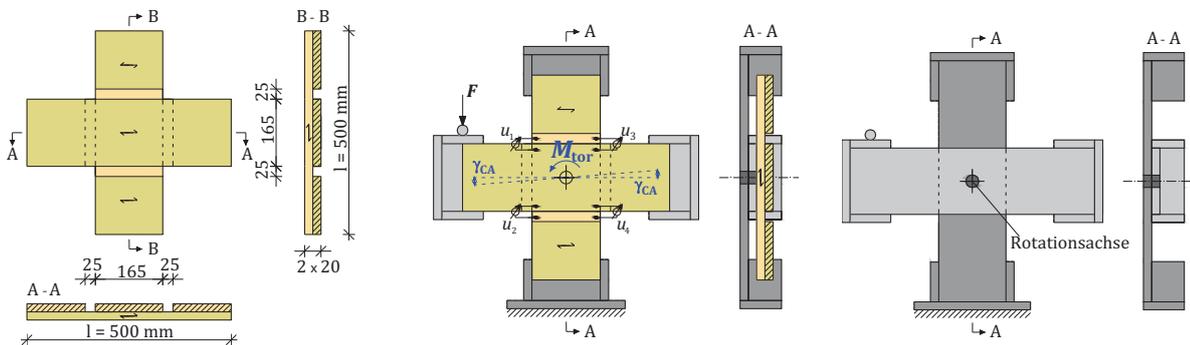


Abb. 32 Versuchsaufbau von Flaig & Meyer (2014)

Der Mittelwert der Torsionsschubfestigkeiten liegt bei  $3,43 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  bei einer Verklebung mit PUR-Klebstoff und bei  $2,8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  bei einer Verklebung mit Melaminklebstoff. Die Werte sind jenen der Versuchsreihen von Jeitler (2004) und Blaß & Görlacher (2002) ähnlich. Die Verdrehmoduln liegen mit  $7,06 \text{ [N/mm}^3\text{]}$  bei PUR-Klebstoffen und  $8,26 \text{ [N/mm}^3\text{]}$  bei Melaminklebstoffen deutlich über jenen von Jeitler (2004) und Blaß & Görlacher (2002). Der Unterschied in den Torsionsmoduln wird auf Unterschiede in den Versuchskonfigurationen und die damit bedingten unterschiedlichen Knotenbereiche im Bezug auf eine reale BSP-Scheibe unter Schubbeanspruchung zurückgeführt. Dieser Unterschied in den Ergebnissen verdeutlicht die Notwendigkeit einer Versuchskonfiguration für mehrere parallel wirkende Klebeflächen. Die Unterschiede zwischen den Verdrehmoduln und Torsionsschubfestigkeiten beider Messreihen mit unterschiedlichen Klebstoffen ist womöglich auf das verwendete Grundmaterial und/oder eine Vermischung der Versagensarten zurückzuführen. Zu den Versagensarten gibt es keine näheren Angaben, daher kann dessen Einfluss auf die Ergebnisse hier nicht näher diskutiert werden. Beim Grundmaterial ist auffällig, dass die Unterschiede in den Rohdichten der zwei Bretter eines Versuchs bei der Serie mit Melaminklebstoff wesentlich größer ausfallen als bei jenen mit Polyurethanklebstoff. Für diese Betrachtung wurden zunächst die Beträge der Differenzen  $|\Delta\rho|$  der jeweiligen Rohdichten der beiden Bretter eines Versuchs ermittelt. Daraus ergeben sich die arithmetischen Mittel von  $58,83 \text{ [kg/m}^3\text{]}$  bei der Versuchsserie mit Melaminklebstoff und von  $14,60 \text{ [kg/m}^3\text{]}$  bei der Serie mit Polyurethanklebstoff.

Eine Adaption dieses Versuchsaufbaues für die Prüfung eines mehrschichtigen BSP-Elementes ist denkbar, jedoch stellt sich die Frage nach dem Aufwand zur Erreichung der notwendigen Steifigkeit der Stahlbauteile bei größeren Lasten. Zur Gewährleistung einer starren Weiterleitung der Kräfte sind wesentlich massivere Stahlbauteile erforderlich.

---

## 1-5 Forschungsfragen

---

Aus den bisherigen Untersuchungen ergeben sich einige Fragestellungen, die in dieser Arbeit näher betrachtet werden sollen:

### **Endlichkeit der BSP-Scheibendicke**

Hat die Endlichkeit der BSP-Scheibendicke einen Einfluss auf deren Tragverhalten? Das gegenwärtige Nachweiskonzept der Torsionsbeanspruchung nach Bogensberger (et al., 2007) entspricht einer „weakest link“-Betrachtung. Die Wirtschaftlichkeit dieser Betrachtung ist zu prüfen.

### **Wölbbehinderung**

Hat die Wölbbehinderung der inneren Schichten bzw. die Wölbfreiheit der äußeren Schichten einen Einfluss auf die aufnehmbare Torsionsschubspannung? Durch die Behinderung der Verwölbung werden in der Klebefläche zusätzliche Normalspannungen generiert, die ein Abgleiten der Fasern erschweren. Folgt man dem aktuellen Nachweiskonzept nach Bogensberger (et al., 2007) so wird diesem Umstand durch eine Reduktion des anrechenbaren Querschnittanteiles der Außenlagen Rechnung getragen. Die ausreichende Gewichtung der Außenlagen in diesem Ansatz ist zu überprüfen.

### **Gruppeneffekt**

Bisher wurden sowohl in der Berechnung als auch in der Versuchstechnik nur eine Klebefläche betrachtet. Einflüsse durch das gleichzeitige, parallele Wirken mehrerer Klebefläche auf die Tragfähigkeit und Steifigkeit wurden bisher nicht betrachtet und sind daher zu überprüfen. Die stark unterschiedlichen Ergebnisse der Verdrehmoduln aus den beschriebenen Versuchen der Literatur, wie in Absatz 1-4.2.3 beschrieben, weisen darauf hin, dass eine Abhängigkeit von der Lage der betrachteten Klebefläche (Rand- oder Zentrumslage) mit Bezug auf eine BSP-Scheibe gegeben ist. Ein Homogenisierungseffekt in Abhängigkeit von der Schichtanzahl wird erwartet.

### **Biegebeanspruchung in Folge der Versuchskonfiguration**

Mögliche Einflüsse auf den Spannungs- und Dehnungsverlauf innerhalb des Prüfbereiches im Falle einer zusätzlichen Biegebeanspruchung auf Brettlamellen bei exzentrischer Krafteinleitung sind ebenfalls zu prüfen.



## KAPITEL 2: ENTWICKLUNG UND STUDIE MÖGLICHER VERSUCHSAUFBAUTEN

Ziel der Versuchskonfiguration ist es, mehrere parallel liegende Klebeflächen orthogonal verklebter Brettlamellen parallel auf Torsion zu beanspruchen. Um einen für die Praxis relevanten Versuchsaufbau zu erhalten, sollte dieser den Spannungszustand in einem Knoten eines realen BSP-Scheibenelementes unter Schubbeanspruchung möglichst realistisch abbilden, so einfach wie möglich und hinsichtlich der damit verbundenen Ergebnisse reproduzierbar sein. Hierbei müssen sowohl die Lastaufbringung auf das System und die daraus resultierenden möglichen Versagensarten als auch die Lasteinleitung in das Material Holz selbst betrachtet werden. Für die einzelnen Varianten sind die jeweiligen Vor- und Nachteile abzuwägen.

### 2-1 Lastaufbringung über eine Torsionsmaschine

Ein klarer Vorteil der in Abb. 33 dargestellten Lastaufbringungsart ist die in Bezug auf die Stabachse konstante Krafrichtung. Da sich der Krafteinleitungspunkt auf einer kreisrunden Bahn bewegt, bleiben die Randbedingungen über die gesamte Versuchsdauer konstant. Der Aufbau der Prüfmaschine besteht aus zwei gegenüberliegenden Scheiben, die gegeneinander verdreht werden. Dabei werden hier die Längslagen gegen den Uhrzeigersinn und die Querlagen im Uhrzeigersinn verdreht. Die Krafteinleitung erfolgt über Querdruck an der Schmalseite der Brettlamellen. Dies führt zu großen Verformungen aus der Lasteinleitung (Querpressung). Die zur Einleitung der Kraft benötigten Stahlbauteile müssten wegen der geforderten starren Lasteinleitung sehr massiv ausfallen. Die Länge der für die Lasteinleitung benötigten Schenkel bestimmt die Länge der Brettlamellen. Die Beschränkung der Querpressung erfordert sehr lange Schenkel der Versuchskörper. Eine mögliche Lösung in Anlehnung an den Versuchsaufbau von Flaig & Meyer (2014) ist das Aufbringen von orthogonalen Aufleimern und Lasteintrag über Längsdruck und Rollschub.

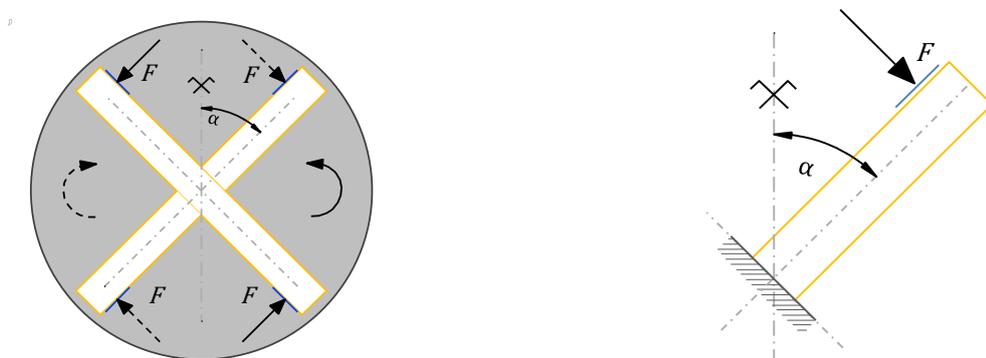


Abb. 33 Versuchsaufbauvariante V\_1 Krafteinleitung über Torsionsmaschine

## 2-2 Lastaufbringung über Zug bzw. Druck

Es wurden auch Möglichkeiten für Konfigurationen betrachtet, welche sich mit einer Prüfmaschine mit Zug- bzw. Druckkolben durchführen lassen. Werden die Lasten direkt, wie in der Konfiguration V\_2 aus Abb. 34 auf den Prüfkörper übertragen, ist bei der Aufbringung der Last auf die gleichmäßige Kraftverteilung auf alle vier Schenkel zu achten. Die Schenkel weisen wegen der unterschiedlichen Brettlamellenanzahlen auch unterschiedliche Steifigkeiten auf. Mit zunehmender Verformung verdrehen sich die Enden der Schenkel, sodass eine kontinuierliche Einleitung über die Stirnflächen der Brettlamellen mit dieser Variante nicht mehr gewährleistet ist. Bei schlanken Schenkelgeometrien ist zudem auf eine ausreichende Stabilität zu achten. Eine Verklebung durch Ein- bzw. Aufleimer an der Lasteinleitungsstelle kann hier eine wesentliche Verbesserung bringen.

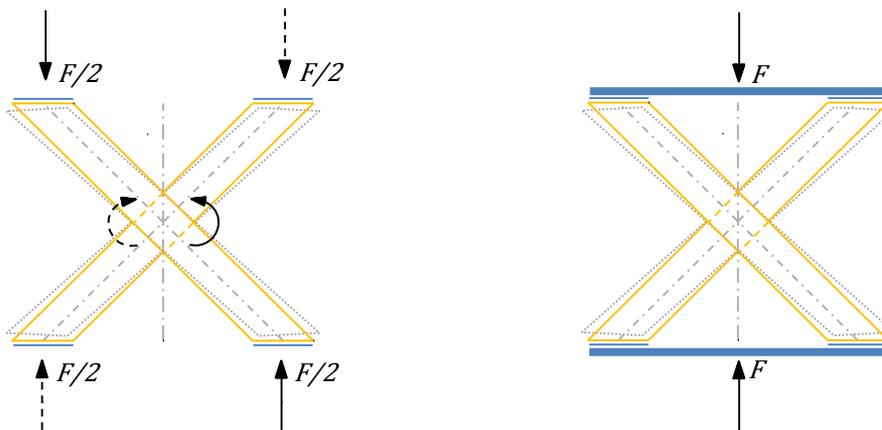


Abb. 34 Versuchsaufbauvariante V\_2 direkte Krafteinleitung in die Holzschenkel

Um die Verdrehung der Schenkelenden nicht zu behindern und dadurch zusätzliche Spannungen zu generieren, ist es notwendig, die Lasteinleitung gelenkig auszubilden. In der Versuchskonfiguration V\_3 in Abb. 35 wird dies über Pendelstäbe gelöst. Die Prüfungen können sowohl auf Zug als auch auf Druck durchgeführt werden. Mit zunehmender Verformung des Prüfkörpers ändert sich der Winkel der Krafteinleitung. Die verschiedenen Neigungen zwischen Kraft- und Faserrichtung zu Beginn und am Ende des Versuches sind bei allen Anschlussvarianten zu berücksichtigen. Die zusätzlichen Untervarianten dieser Konfiguration V\_3 unterscheiden sich in der Art und Weise der Lasteinleitung in das Holz. Bei der Variante V\_3a erscheint eine Prüfung auf Druck sinnvoll. Die bei einer Prüfung auf Zug notwendige Verankerung, z.B. mittels selbstbohrenden Vollgewindeschrauben, ist aufgrund der zur Verfügung stehenden Volumina zur Verankerung schwierig zu platzieren. Die Verankerung der Schrauben kann nicht in Krafrichtung vorgenommen werden, eine zusätzliche Beanspruchung auf Abscheren wäre zu berücksichtigen. Untervariante V\_3b ermöglicht die Neigung der Schrauben in Krafrichtung. Sie ist für einen Schraubenanschluss besser geeignet. Eine Verklebung durch Ein- bzw. Aufleimer im Bereich der Lasteinleitung ist auch wegen der höheren unterzubringenden Schraubenanzahl sinnvoll. In Anlehnung an die Versuchskonfiguration V\_1 (Lasteinleitung mittels einer Torsionsmaschine) wird in Untervariante V\_3c die Last ebenfalls über Querpressung in die Schmalseiten der Brettlamellen eingeleitet. Es bietet sich an, in Verlängerung des Pendelstabes Schrauben über die gesamte Brettbreite einzudrehen und den Prüfkörper auf Zug zu belasten. Ohne quer verlaufende Aufleimer sind bei der Beanspruchung auf Querdruck, wie bei Konfiguration V\_1 beschrieben, große Einpressungen in das Holz zu erwarten. Soll die freie Beweglichkeit des Anschlusses gewährleistet sein, darf der Pendelstab im verformten Zustand nicht an der Stirnfläche der Brettlamellen anliegen. In Untervariante V\_3d wird dies durch eine Verlängerung des Schenkels mit Stahlblechen erreicht. Der Anschluss an das Holz kann hier starr (z.B. über eine Stabdübelverbindung) ausgeführt werden. Es ist sowohl eine Prüfung auf Zug als auch auf Druck denkbar. Dies ermöglicht die Analyse möglicher Einflüsse seitens der Richtung der Lastein-

leitung. Bei der letzten Untervariante V\_3e wird der Pendelstab an einen einzelnen Bolzen angeschlossen, wodurch dessen Beweglichkeit gewährleistet ist. Dieser Anschluss erfordert sehr große Randabstände im Prüfkörper und ist daher bei geringen Brettbreiten kaum zu realisieren.

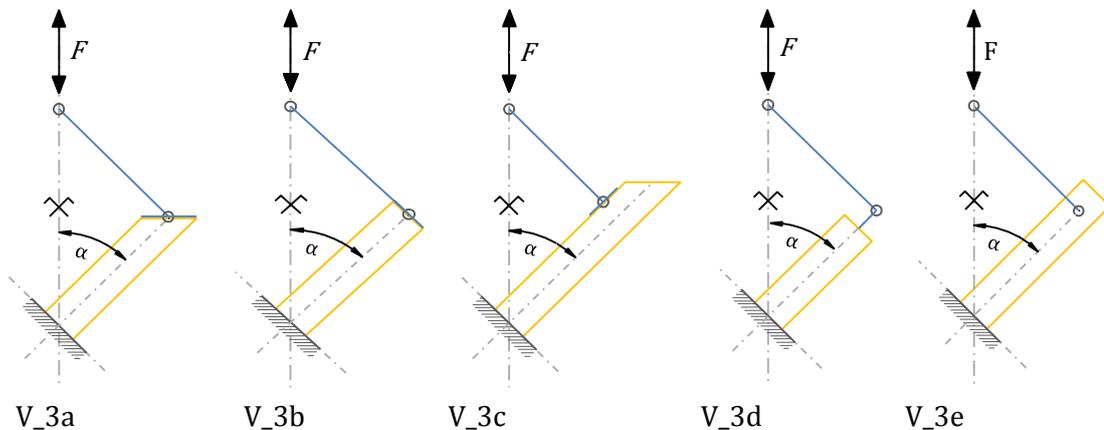


Abb. 35 Versuchsaufbau V\_3 Lasteinleitung über Fachwerkstäbe mit Untervarianten hinsichtlich der Lasteinleitungsart

Mit zunehmender Verformung ändert sich der Winkel zwischen Lasteinleitung und Stab- bzw. Schenkelachse. Der wesentliche Unterschied von V\_3 zu V\_2 ist die Richtung der resultierenden Kraft am Anschlusspunkt der Lasteinleitung an das Holz. Bei der indirekten Einleitung über Pendelstäbe (V\_3) werden Druckspannungen in den Schenkeln parallel zur Faser und somit ein Stabilitätsproblem vermieden, siehe Abb. 36.

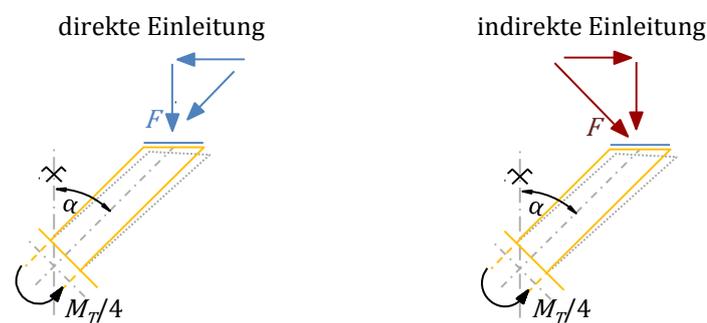


Abb. 36 Kräfteinleitungsrichtung

Die Länge der Schenkel richtet sich nach der Kraft, die über die Lasteinleitung in das Holz weitergeleitet werden kann. Das Produkt aus Kraft und Schenkellänge muss größer bzw. gleich des maximal aufnehmbaren Torsionsmomentes im Kreuzungspunkt sein.

## 2-3 Diskussion der Versuchskonfigurationen

Vorweg sei gesagt, dass jede dieser Konfigurationen zusätzlich zu den Torsionsspannungen auch Längs- und Querspannungen in der Klebefläche und den Schenkeln hervorruft. Der Einfluss dieser zusätzlichen Spannungen muss abgeklärt werden. Denkbar ist dies durch den Vergleich eines zweischichtigen Elementes mit den vorliegenden Aufbauten und den Ergebnissen von Jeitler (2004), Blaß & Görlacher (2002) und Flaig & Meyer (2014). Ein zweischichtiger Prüfkörper erhält in den meisten hier angeführten Aufbauten, anders als ein Prüfkörper mit ungerader Schichtanzahl, eine exzentrische Lasteinleitung. Die ausreichende Darstellungsfähigkeit eines solchen zweischichtigen Elementes sei also in Frage gestellt.

Bei vielen Konfigurationen kann es sinnvoll sein, die Lasteinleitungsstellen durch Anbringen von Aufleimern oder durch die Verklebung zu Paketen, ähnlich zu BSH, zu verstärken. Dadurch ergeben sich allerdings für jeden Aufbau neue Schenkelstärken. Die Anschlussteile müssten für jede Aufbauvariante neu erstellt werden. Ziel ist es, eine Konfiguration zu verwenden, bei der dieselben Stahlbauteile für unterschiedliche Brettdicken und Brettbreiten sowie Schichtanzahlen verwendet werden können.

Für die Einleitung über Querdruck sind entsprechend dicke Stahlplatten notwendig, um die punktuelle Last der Prüfmaschine auf eine flächige, vom Holz besser aufnehmbare Last zu verteilen. Die Biegeverformungen dieser Lastverteilungsplatten sollten z.B. 0,5 mm nicht überschreiten, was eine bereits erwähnte große Dicke bedingt. Die erforderlichen Einleitungslängen führen zu größeren Schenkellängen und damit zu größeren Prüfkörpern.

Die Verformungen des Prüfkörpers haben vor allem bei den Konfigurationen mit Pendelstäben Einfluss auf die übertragbare Kraft im Anschluss. Die Neigung zwischen Kraft- und Faserrichtung ist für viele Anschlüsse ein wesentliches Kriterium. Mit zunehmender Verformung des Prüfkörpers ändert sich der Krafteinleitungswinkel. Es ist darauf zu achten, den ungünstigsten Fall für die Bemessung heranzuziehen, da sich die aufnehmbare Kraft mit zunehmendem Winkel zwischen Faser- und Kraftrichtung verändert.

Bei der Aufbringung zweier Einzellasten zur Erzeugung eines Torsionsmomentes kommt es in den einzelnen Brettlamellen zu Verwindungen. Aus diesen Verwindungen resultieren in der Klebefläche Querzugspannungen. Mit zunehmender Schenkellänge oder geringer werdender Steifigkeit der Brettlamellen vergrößern sich diese Verwindungen. Es ist also ein Versuchsaufbau mit möglichst geringen Schenkellängen zu wählen. Die bereits erwähnte Verklebung durch Ein- bzw. Aufleimer würde sich auch hier günstig auswirken.

Durch die unterschiedliche Steifigkeit der Längs- und Querschenkel, die aus der verschiedenen Anzahl an Brettlamellen herrührt, kann es einerseits zu einer Schiefstellung des Prüfkörpers in der Prüfmaschine und andererseits zu unterschiedlichen Beanspruchungen in den Schenkeln kommen.

## 2-4 Eingrenzung der Versuchskonfigurationen

Für die nähere Betrachtung wurde die Versuchskonfiguration V\_3 gewählt. Für die Lasteinleitung in das System kommen die zwei Varianten V\_3c und V\_3d in Frage. Um den Einfluss aus dem Versuchsaufbau auf die zu prüfenden Klebeflächen so gering wie möglich zu halten, sollen die Schenkel des Versuchskörpers so kurz wie möglich ausgeführt werden. Die Leistungsfähigkeit der Lasteinleitung stellt daher einen wichtigen Faktor dar.

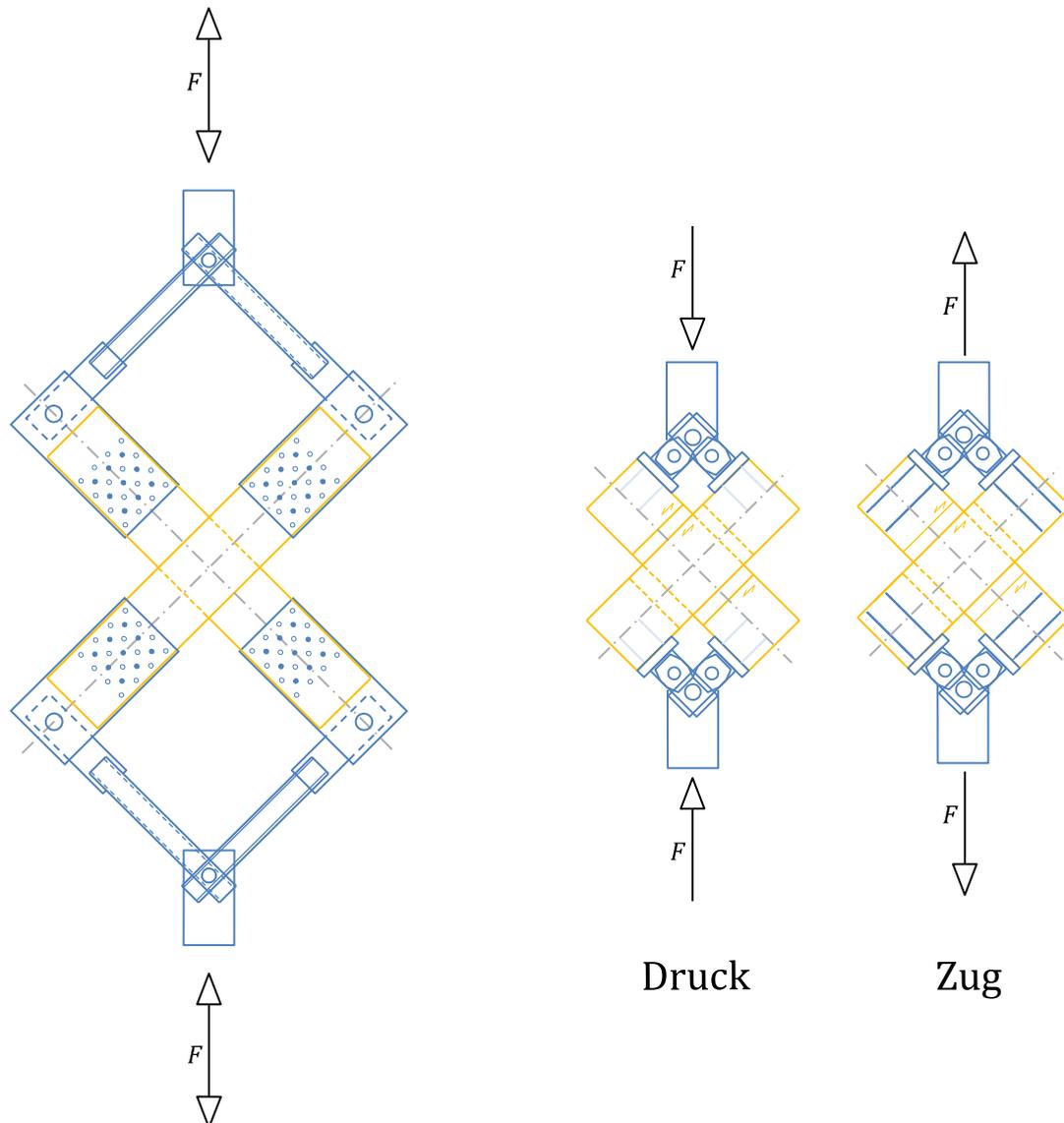


Abb. 37 Ansichten der ausgewählten Versuchskonfigurationen V\_3d (links) V\_3c (rechts)

Konfiguration V\_3d aus Abb. 37 (links) kann ohne weitere Adaption auf Druck und Zug ohnegeprüft werden. In der Ansicht der Konfiguration V\_3c aus Abb. 37 (rechts) ist zu sehen, dass bei einer Beanspruchung auf Zug die Verbindung der Fachwerkstäbe mit dem Versuchskörper über eine Schraubenverbindungen herzustellen werden muss. Bei einer Beanspruchung auf Druck hingegen dienen die Schrauben nur der Lagesicherung der Stahlteile auf den Holzschenkeln.



## KAPITEL 3: MATERIAL UND METHODEN

Für die Berechnung der Versuchsaufbauten werden Bretter der Holzart Fichte entsprechend der Festigkeitsklasse C24 nach ÖNORM EN 338 (2009) betrachtet. Die Festigkeitsklasse entspricht dabei der gegenwärtig gängigen Materialgüte zur Produktion von Brettsperrholz. Bei den betrachteten Versuchskonfigurationen entstehen Spannungsspitzen aus der exzentrischen Lasteinleitung. Um in Bereichen erhöhter Spannungen einem vorzeitigen Versagen, sprich einem Versagen vor dem erwünschten Torsionsversagen durch Fehlstellen vorzubeugen ist, der Einsatz entsprechend selektierter Brettware vorgesehen. Durch diese gezielte Platzierung von Merkmalen kann bereichsweise von höheren Tragfähigkeiten der Brettware ausgegangen werden, ohne den Prüfbereich hinsichtlich der Materialgüte zu beeinflussen. Für den Referenz-Versuchskörper bzw. Knoten wurde ein dreischichtiges BSP-Element betrachtet. Die Brettgeometrie wurden mit 150 mm Brettbreite und 30 mm Brettstärke festgelegt. Ausgehend von diesem Referenzprüfkörper gilt es Einflüsse durch Variation einzelner Parameter zu analysieren.

### 3-1 Ermittlung der zu übertragenden Kräfte

Zur Abschätzung der übertragbaren Kräfte in den Klebefläche wurden die Ergebnisse aus den Versuchen von Jeitler (2004) und die angegebenen Festigkeitswerte aus ÖNORM EN 338 (2009) herangezogen. Der Mittelwert der Torsionsschubfestigkeit,  $f_{tor,mean}$ , nach Jeitler ist ähnlich dem von Blaß & Görlacher (2002) und beträgt 3,47 [N/mm<sup>2</sup>]. Mit einem angenommenen Variationskoeffizienten  $Cv$  von 15 % ergibt sich der 95 %-Fraktilwert  $f_{tor,0,95}$  zu 4,32 [N/mm<sup>2</sup>]. Für das Interaktionsverhalten von Längs- und Rollschub sind in der ÖNORM EN 338 (2009) keine Festigkeitswerte angegeben. Betrachtet man vergleichsweise die Rollschubfestigkeit  $f_{tor,k}$  von 1,0 [N/mm<sup>2</sup>], die einen 5 %-Fraktilwert darstellt, so liegt der 95 %-Fraktilwert selbst bei einem Variationskoeffizienten von 20 % mit 1,66 [N/mm<sup>2</sup>] noch unter jenen aus den Versuchen von Jeitler (2004). Wählt man für die Berechnung den charakteristischen Wert der Schubfestigkeit  $f_{v,k}$ , so überschätzt man die Torsionsfestigkeit. Für die weiteren Betrachtungen werden daher die Ergebnisse von Jeitler (2004) herangezogen. Zunächst seien die erforderlichen Formeln zur Berechnung der Fraktilwerte unter Annahme einer Normalverteilung (ND) angegeben:

$$\sigma = Cv \cdot \mu \quad (3.1)$$

$$f_{0,05} = \mu - 1,645 \cdot \sigma = \mu \cdot (1 - 1,645 \cdot Cv) \quad (3.2)$$

$$f_{0,95} = \mu + 1,645 \cdot \sigma = \mu \cdot (1 + 1,645 \cdot Cv) \quad (3.3)$$

Die Versuchsergebnisse nach Jeitler und mechanische Kenngrößen von Holz im Allgemeinen können durch eine logarithmische Normalverteilung ( $Y \sim LND$ ) besser abgebildet werden. Aus den Einzelmessergebnissen  $Y$  können der Mittelwert  $\mu_Y$  und die Standardabweichungen  $\sigma_Y$  bestimmt werden. Die Abschätzung der erwarteten Grenzwerte (Fraktilwerte) ist im normalverteilten Bereich einfacher durchzuführen, deshalb werden alle Einzelmessergebnisse über die Transformationsregel  $X = \ln(Y)$  in den Normalbereich übertragen. Dabei sind der transformierte Mittelwert  $\mu_X$  und die transformierte Standardabweichung  $\sigma_X$  aus den transformierten Messwerten zu bestimm-

men. Die im transformierten Bereich ermittelten Fraktilwerte können über die entsprechende Funktion  $Y = e^X$  in den logarithmischen Bereich rücktransformiert werden.

$$Y = LND(\mu_X, \sigma_X) \quad (3.4)$$

$$\mu_X = \ln\left(\frac{\mu_Y^2}{\sqrt{\mu_Y^2 + \sigma_Y^2}}\right) \quad (3.5)$$

$$\sigma_X = \ln\left(\frac{\sigma_Y^2}{\mu_Y^2} + 1\right) \quad (3.6)$$

$$Y_{0,95} = e^{(X_{0,95})} = e^{(\mu_X + 1,645 \cdot \sigma_X)} \quad (3.7)$$

Für die Ermittlung dieser Festigkeitskennwerte gemäß Jeitler (2004) wurde das polare Trägheitsmoment verwendet. Wegen der in Absatz 1-2.3.1 erläuterten Abweichung der Ergebnisse des polaren und des Torsionsträgheitsmomentes ist es wichtig, die Bestimmung der über die Klebeflächen übertragbaren Momente ebenfalls mit den polaren Trägheitsmomenten durchzuführen.

Die erforderliche Prüflast und die dazugehörige Schenkellänge sind von der gewählten Art der Lasteinleitung abhängig. Sämtliche folgende Berechnungen wurden auf charakteristischem Niveau, also ohne Berücksichtigung von Teilsicherheitsbeiwerten, durchgeführt.

## 3-2 Lasteinleitung

Das Lastaufbringungsprinzip der beiden näher betrachteten Varianten beruht darauf, dass die Kraft der Prüfmaschine über Fachwerkstäbe auf den Versuchskörper übertragen wird. Um diese Voraussetzung erfüllen zu können, muss der Anschluss der Fachwerkstäbe sowohl an die Prüfmaschine als auch an die Versuchskörper gelenkig und ausgeführt werden.

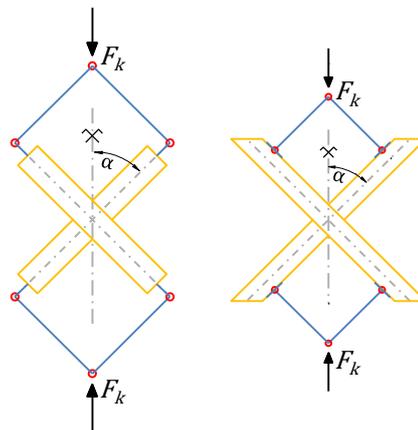


Abb. 38 Versuchsaufbau V3\_d (links) und V3\_c (rechts)

Die Einleitung der Last aus den Fachwerkstäben in die Schenkel der Versuchskörper sollte wie in Abb. 39 unter  $90^\circ$  zur Schenkelachse stattfinden, um eine zusätzliche Beanspruchung der Schenkel durch Normalkräfte zu vermeiden. Durch die Belastung während des Versuchs ändert sich der in Abb. 38 angegebene Winkel  $\alpha$  und damit auch der Anschlusswinkel der Fachwerkstäbe. Der Winkel  $\alpha$  beträgt im unbelasteten Zustand  $45^\circ$ . Bei einer Prüfung auf Druck wird dieser größer, bei einer Prüfung auf Zug verringert er sich. Aufgrund dieser Winkeländerungen muss auf die freie Verdrehbarkeit der stahlbaulichen Anschlüsse achtgegeben werden.

Das Moment  $M_T$  in der Klebefläche resultiert aus der Kraft  $F_k$  in der Lasteinleitungsstelle und dem zugehörigen Hebelsarm  $l_e$  bis zum Zentrum der Klebefläche. Die Leistungsfähigkeit der Lasteinleitung bestimmt daher die notwendige Schenkellänge  $l_e$ .

$$M_T = F_k \cdot l_e \quad (3.8)$$

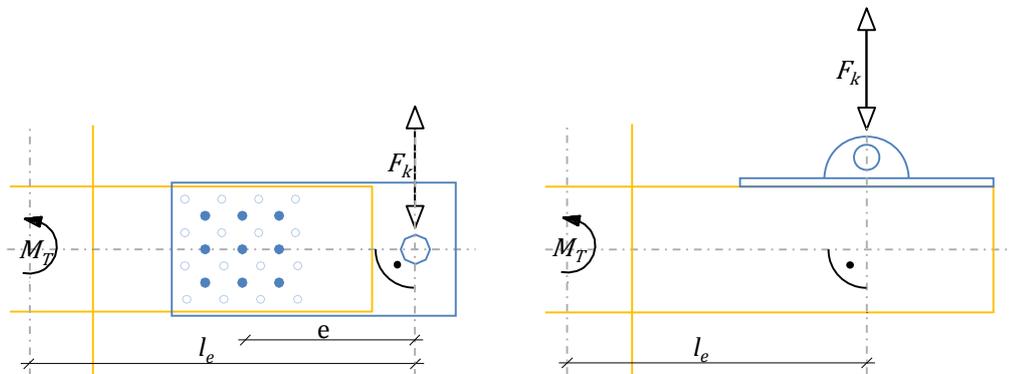


Abb. 39 Lasteinleitung Torsionsmoment

Bei beiden Lasteinleitungsvarianten aus Abb. 39 sind abhängig vom Aufbau, der Schichtdicken und der Brettbreiten unterschiedliche Schenkellängen notwendig. Sollen mehrere Versuchskonfigurationen mit denselben Stahlbauteilen geprüft werden, ist eine Einleitung der Kräfte senkrecht zur Brettachse nicht immer möglich. Eine Art der Anpassung besteht darin, die Fachwerkstäbe mit mehreren Anschlussstellen zu versehen um, sie in ihrer Länge gemäß den Anforderungen anpassen zu können. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Achse der Fachwerkstäbe von der Senkrechten zur Schenkelachse abweichen zu lassen. Um den Einfluss der Längsspannungen so gering wie möglich zu halten, wurde die Abweichung des Kräfteinleitungswinkels von der Senkrechten zur Schenkelachse mit maximal  $10^\circ$  beschränkt.

Aus der Beschränkung der Fachwerkstababiegung ergeben sich geometrisch gesehen die maximale und minimale Länge der Schenkel je Anschlussstelle. In Abb. 40 ist die Abstufung und Neigung der Fachwerkstäbe beispielhaft für den Anschluss mittels Stabdübelverbindung dargestellt.

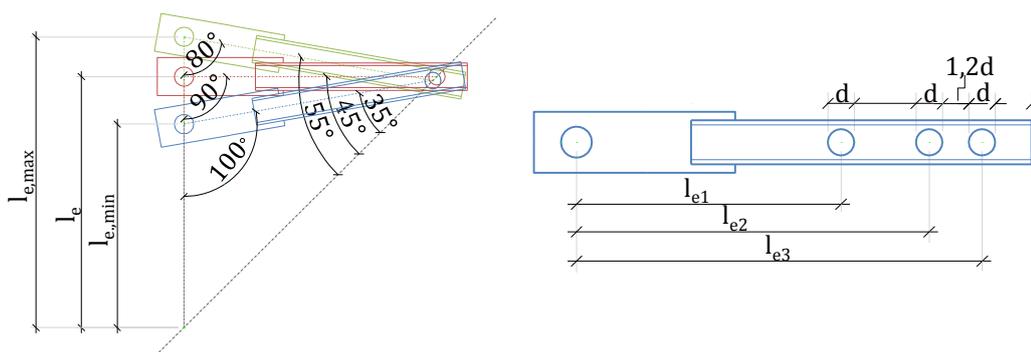


Abb. 40 Winkelbeschränkung der Kräfteinleitung und Abstufung der Fachwerkstäbe

### 3-2.1 Lasteinleitung über Stabdübelverbindung

Unter Berücksichtigung der Brettbreite und der Mindestabstände für Stabdübel gemäß ÖNORM B 1995-1-1 (2010) wurde zunächst die maximale Anzahl nebeneinander platzierbarer Stabdübel und deren maximaler Durchmesser bestimmt. Bei einer vorgegebenen Breite  $b$  von 150 mm des Referenzversuchskörpers und drei Stabdübelreihen nebeneinander ergibt sich ein Durchmesser  $d$  von 10 mm:

$$b = 2 \cdot a_4 + 2 \cdot a_2 + 3 \cdot d = 15 \cdot d \quad (3.9)$$

Der Mindestabstand  $a_2$  quer zur Faserrichtung beträgt somit 30 mm. Der erforderliche Mindestabstand der Stabdübelverbindung in Faserrichtung  $a_{3,t}$  von 80 mm ist an beiden Seiten der Verbindung eingehalten. Am freien Rand dient der Abstand dazu ein Aufspalten der Holzschenkel zu verhindern. An dem der Klebefläche zugewandten Rand hat der eingehaltene Abstand den Zweck die Beeinflussung der Torsionsklebefläche durch die Kräfteinleitung zu verhindern. Da die Fachwerkstäbe bei dieser Konfiguration außerhalb der Holzschenkel angeordnet sind, wird die auf den Schenkel als Querkraft einwirkende Kraft über ein Moment in die Stabdübelverbindung weitergeleitet. Diese entstehende Momentenbeanspruchung hat großen Einfluss auf die Belastung der äußeren Stabdübel. Die Momentenbeanspruchung kann durch kompakte Anordnung der Stabdübel und somit einem kleinen Abstand zur Lasteinleitungsstelle gering gehalten werden. Der Nachteil einer kompakten Anordnung liegt darin, dass die Nachgiebigkeit größer wird, je kompakter die Verbindung ausgeführt wird. In Abb. 41 sind beispielhaft drei unterschiedliche Dübelbilder entsprechend für drei unterschiedliche Brettbreiten, dargestellt.

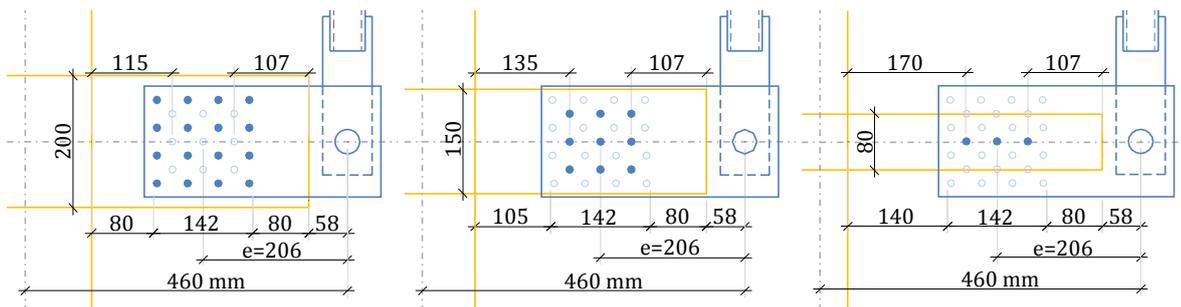


Abb. 41 Dübelbilder für  $b = 200$  mm (links),  $b = 150$  mm (mittig) und  $b = 80$  mm (rechts)

Durch Ein- bzw. Aufleimer, wie in Abb. 42 dargestellt, werden alle Schenkel auf dieselbe Gesamtdicke gebracht. Somit ist der Widerstand je Stabdübel und Scherfuge für alle Schenkel derselbe. Es ergibt sich eine zweiseitige Holz-Stahlblech-Verbindung mit außenliegenden Stahllaschen (Wangenbleche). Die Erhöhung der Steifigkeit der Schenkel durch die Verklebung reduziert die Gefahr eines Stabilitätsversagens und verringert zusätzlich die Verwindungsmöglichkeit der Bretter.

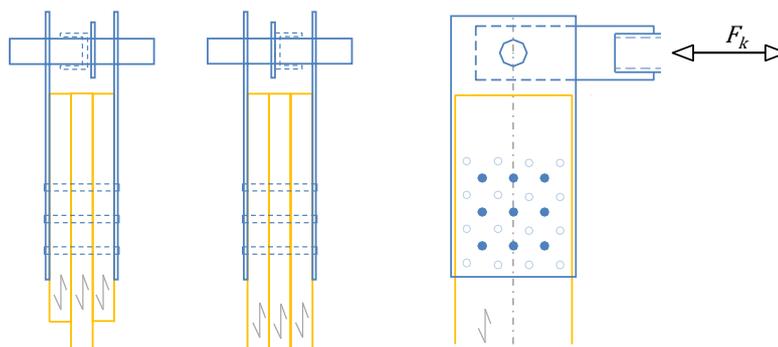


Abb. 42 Ein- bzw. Aufleimer für die Stabdübelverbindung

Die durch den Einbau mögliche Abweichung der Krafteinleitungsrichtung von  $90^\circ$  zur Faserrichtung beeinflusst bei der Lasteinleitung über Stabdübel hauptsächlich die Lochleibungsfestigkeit und somit den Widerstand je Scherfuge und Verbindungsmittel  $R_k$ . Die minimale Lochleibungsfestigkeit ergibt sich bei einer Belastungsrichtung von  $90^\circ$  zur Faserrichtung. Für die Berechnungen des ansetzbaren Widerstandes wird daher diese Festigkeit verwendet.

Für die Wangenbleche wurde eine Blechdicke  $t_1$  von 10 mm angesetzt. Die Berechnung der Widerstände  $R_k$  je Verbindungsmittel und Scherfuge erfolgte wegen  $t_1 = d$  über die Johansen-Gleichungen für dicke Bleche.

$$R_k = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_{h,2,d} \cdot t_2 \cdot d \quad (l) \\ 2 \cdot \sqrt{M_{y,k} \cdot f_{h,2,d} \cdot d} \quad (m) \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Die Dicke der Holzschicht  $t_2$  ist dabei die Dicke der Schenkel. Diese ist von der Anzahl der Schichten und der gewählten Brettdicke abhängig. Bei dünnen Schenkeln kommt es zu einem Lochleibungsversagen, also einem Holzversagen: Aufgrund der Tatsache, dass die Stahlbauteile und demnach auch die Stabdübel mehrfach verwendet werden sollen, ist dies günstig. Mit zunehmender Schenkeldicke wird das Versagen der Stabdübel maßgebend, das aus den eben genannten Gründen unerwünscht ist.

Für die Nachweisführung ist die Tragfähigkeit des meistbelasteten Dübels

$$E_k < R_k \quad (3.11)$$

zu erbringen. Dabei ist  $E_k$  die anteilige Einwirkung eines am äußeren Rand der Stabdübelverbindung gelegenen Dübels, die sich aus dem Querkraftanteil  $F_y$  und dem Momentenanteil  $F_M$  zusammensetzt.

$$E_k = F_y + F_M \quad (3.12)$$

$$F_y = \frac{F}{n} \quad (3.13)$$

$$F_M = \frac{F_k \cdot e}{J_P} \cdot y_i \quad (3.14)$$

Der Querkraftanteil ergibt sich dabei aus der Gesamtkraft  $F_k$  und der zur Lastaufnahme vorhandenen Stabdübelanzahl  $n$ . Zur Ermittlung des Momentenanteils ist das auf die Stabdübelverbindung einwirkende Moment aus der Kraft  $F_k$  und dem Abstand der Krafteinleitungsstelle zum Zentrum der Stabdübelverbindung  $e$  erforderlich.  $J_P$  beschreibt das aus der Anordnung der Stabdübel resultierende polare Trägheitsmoment der Verbindung und  $y_i$  ist der Abstand des am weitesten vom Zentrum der Verbindung entfernt liegenden Dübels in y-Richtung. Diese Betrachtung müsste sowohl für die Richtung quer zur Schenkelachse y, als auch für die Achsrichtung x durchgeführt werden. Da die Abweichung der Fachwerkstabneigung begrenzt ist, wirkt keine bzw. nur ein geringer Anteil der Last in Längsrichtung der Schenkel. Die Belastung der Dübel in y-Richtung ist daher immer größer.

Zur Ermittlung der Einwirkung  $E_k$  muss die einwirkende Kraft  $F_k$  bekannt sein. Da diese von der Schenkellänge abhängig ist, erfolgt die Berechnung iterativ. Es muss zunächst eine Schenkellänge angenommen und am Schluss der Berechnungen überprüft werden.

Als zweiter Nachweis muss die Gesamttragfähigkeit der Verbindung gegeben sein.

$$F < R_{tot,k} = n_{eff} \cdot R_k \quad (3.15)$$

Bei der Betrachtung der Gesamttragfähigkeit ist  $n_{eff}$  die Anzahl der effektiv wirksamen Stabdübel.

Errechnet man sich die minimal erforderlichen Schenkellängen, die aus der maximal über die Stabdübelverbindung übertragbaren Kraft resultieren, so kann man erkennen, dass diese meist kürzer ausfallen, als es die eingangs erwähnten minimalen Abstände zu den Holzrändern und unter den Stabdübeln zulassen.

Die Mindestlänge aus der Geometrie,  $l_{e,Geometrie}$ , ergibt sich aus der halben Brettbreite  $b$ , zweimal dem Mindestabstand in Faserrichtung zum freien Rand,  $a_{3,t}$ , der entsprechenden Anzahl an hintereinander liegenden Dübeln und den dazugehörigen Mindestabständen in Faserrichtung zwischen den Dübeln  $a_1$ , und einem fixen Abstand des Brettendes zum Zentrum des Anschlussbolzens von 58 mm:

$$l_{e,Geometrie} = \frac{b}{2} + 2 \cdot a_3 + n \cdot d + (n-1) \cdot a_1 + 58 \text{ mm} \quad (3.16)$$

Dieser Abstand zwischen dem Ende der Holzschenkel und dem Zentrum des Anschlussbolzens soll die notwendige Verdrehfreiheit der Fachwerkstäbe, wie sie zu Anfang des Abschnittes 3-2 beschrieben wurde, gewährleisten.

In Abb. 41, Mitte ist die geometrische Mindestlänge für den Referenzversuchskörper dargestellt.

Die Länge der Schenkel muss stets so gewählt werden, dass die Stabdübelverbindung nicht versagt. Somit steht einer mehrfachen Verwendung der Stabdübel nichts im Wege. Bei dünneren Schenkeln übersteigt die geometrische Mindestlänge ohnehin die rechnerisch erforderliche Mindestlänge zur Aufbringung des notwendigen Torsionsmomentes auf die zu prüfenden Klebeflächen.

### 3-2.2 Lasteinleitung über orthogonal angeordneten Ein- bzw. Aufleimer (Längsdruck & Rollschub)

Wie bereits bei der Lasteinleitung über Stabdübel beschrieben, besteht zwischen der Kraft  $F_k$  und der Schenkellänge  $l_e$  ein enger Zusammenhang. Die Bestimmung der notwendigen Lasteinleitungslänge  $e$ , die in Abb. 44 dargestellt ist, ist auch hier ein iterativer Prozess. Für die an der Einleitungsstelle aufnehmbare Kraft  $F_k$  ist zum einen die Lasteinleitung als Längsdruck in die ein- bzw. aufgeleimten Lamellen zu betrachten. Die Beanspruchung aus der Belastung muss kleiner bleiben als die Drucktragfähigkeit des Holzes in Längsrichtung  $f_{c,0,k}$ .

$$f_{c,0,k} \leq \frac{F_k}{t \cdot e} \quad (3.17)$$

Dabei ist  $t$  die Schichtdicke der auf Längsdruck beanspruchten Bretter und  $e$  die Länge der Lasteinleitung, also die Breite der Ein- bzw. Aufleimer. In Abb. 43 ist im oberen Bereich die Ansicht der Längslamellen zu sehen. Darunter sind die Schnitte der Längslamellen und der Querlamellen dargestellt. Die Verklebung der Brettlamellen wird für die Bemessung zunächst über die Länge  $e$  angesetzt, aus konstruktiven Gründen und zur Verbesserung der Stabilität wird diese dann aber unabhängig von der Länge der Schenkel und der Lasteinleitungslänge bis zu einem Abstand von 30 mm an die Torsionsklebefläche herangeführt.

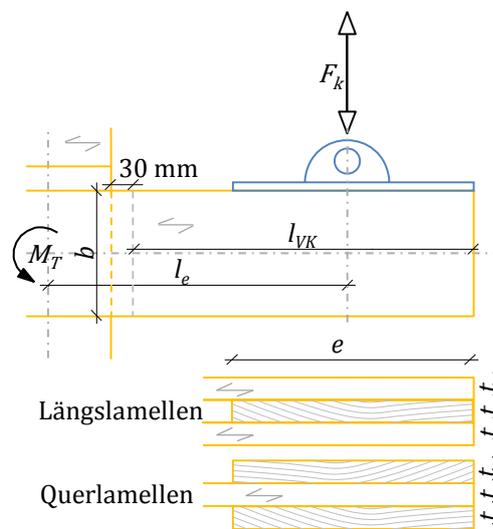


Abb. 43 Ein- bzw. Aufleimer für die Lasteinleitung über Längsdruck & Rollschub

Zum anderen muss die Übertragung der Kräfte über die Klebeflächen in die Brettlamellen möglich sein. Die Größe der Klebefläche ist von der Brettbreite  $b$  und wiederum von der Länge der Verklebung abhängig. Bei diesem Nachweis darf die Beanspruchung die Rollschubfestigkeit  $f_{R,k}$  der Brettlamellen, die mit  $1,0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  angesetzt wurde, nicht überschreiten.

$$f_{R,k} \leq \frac{F_k}{b \cdot l_{VK}} \quad (3.18)$$

Da die Einleitung auf Längsdruck wesentlich leistungsfähiger ist als die Weiterleitung über die Klebeflächen, kann die Einleitungslänge nur von der Brettbreite abhängig gemacht werden. Die Stahlplatten zur Lasteinleitung werden zunächst anhand des Referenz-Versuchskörpers bemessen. Im Anschluss wird für alle weiteren Konfigurationen nur noch die Schenkellänge  $l_e$  variiert. Maßgebend ist, wie erwähnt, immer die Lastübertragung über die Klebeflächen. Die Schenkellänge ergibt sich dann aus der halben Länge der Klebefläche  $e/2$ , der halben Brettbreite  $b/2$  und dem angesetz-

ten Abstand zwischen der Torsionsklebefläche und den Ein- bzw. Aufleimern. Hierfür wurde eine mit dem Referenz-Versuchskörper identische Breite von 30 mm angenommen.

$$l_e = \frac{b}{2} + \frac{e}{2} + t \quad (3.19)$$

Auch bei dieser Lasteinleitungsart ergibt sich die Schenkellänge in den meisten Fällen aus der Geometrie und den Mindestabständen  $a_1$  in Krafrichtung und  $c_1$  quer zur Krafrichtung der Stahlbauteile. Für die Einleitung der Kraft über Pendelstäbe sind, wie eingangs ausführlich beschrieben, zwei Gelenke notwendig. Dazu werden Anschlüsse mittels Augenstäben verwendet. Der Durchmesser der Bolzen ergibt sich dabei aus der Momentenbeanspruchung, die durch den Abstand der Anschlussbleche entsteht. Um die Bolzendurchmesser und somit die erforderlichen Mindestrandabstände gering zu halten, kann einerseits die Kraft klein gehalten oder die Abstände der Anschlussbleche minimiert werden. Da auch bei dieser Bemessung sowohl die Schenkellänge  $l_e$  als auch die von der Schenkellänge abhängige Kraft  $F_k$  eingehen, sind diese Aspekte in die zuvor beschriebene iterative Optimierung der Anschlussstelle mit einzubeziehen. In Abb. 44 und Abb. 45 sind die erforderlichen Stahlbauteile für die Krafteinleitung über Längsdruck dargestellt.

Zur einfacheren Handhabung beim Einbau werden alle Bolzen mit demselben Durchmesser ausgeführt. Die geometrische Mindestlänge ergibt sich dann aus dem halben Durchmesser des oberen Dübels, dem Durchmesser des unteren Dübels, zweimal dem Mindestabstand  $a_1$  des Augstaban-schlusses in Krafrichtung, einem Abstand vom 5 mm zur Stahlplatte, um die Verdrehfreiheit zu gewährleisten, der Dicke der Stahlplatte und der halben Brettbreite:

$$l_{e \text{ Geometrisch}} = \frac{d_B}{2} + 2 \cdot a_1 + d_B + 5\text{mm} + t_{\text{Stahlplatte}} + \frac{b}{2} \quad (3.20)$$

Zur Stabilisierung der Schenkel werden die Ein- bzw. Aufleimer auch bei größeren Schenkellängen, als sie für die reine Lasteinleitung nötig wären bis zum Mindestabstand von 30 mm an die Torsionsklebefläche herangeführt. Die Länge der Verklebung ergibt sich dann zu  $l_{VK} = l_e + e/2 - t$ . Die Stahlbauteile werden mit der für die Lasteinleitung notwendigen Länge  $e$  ausgeführt.

Wegen der erforderlichen Mindestabstände in den Stahlbauteilen ist eine Abstufung der Pendelstäbe, wie sie in der Einleitung dieses Abschnittes erläutert wurde, hier nicht möglich. Es können aber ohne großen Aufwand Pendelstäbe mit unterschiedlichen Längen eingesetzt werden. Die erforderliche Breite der Stahlplatte hängt von der maximalen Schichtanzahl und Schichtdicke der zu prüfenden Versuchskörper ab. Um eine gleichmäßige Lasteinleitung über die gesamte Fläche zu gewährleisten, muss die Lasteinleitungsplatte eine ausreichende Steifigkeit aufweisen. Zur Erhöhung der Steifigkeit werden an der Außenseite zusätzliche Steifen angeordnet. Bei der Anordnung der Steifen ist darauf zu achten, dass die Verdrehfreiheit der Schenkelenden nicht behindert wird. Um im Bereich der Holzschenkel ausreichend Platz für den Schraubenanschluss zu schaffen, wurden die Bolzenanschlüsse außerhalb der Holzschenkel angeordnet.

In den technischen Skizzen der Abb. 44 und Abb. 45 ist jeweils ein Referenz-Versuchskörper dargestellt. Der Unterschied liegt, wie bereits in Abb. 37 ersichtlich, in der Richtung der Krafteinleitung und der daraus resultierenden Richtung der Ein- bzw. Aufleimer. Bei einer Prüfung auf Druck sind zur Lagesicherung der Stahlbauteile auf dem Versuchskörper einige Schrauben an den Stahlplatten angebracht. Bei einer Prüfung auf Zug übernehmen die Schrauben die lasteinleitende Funktion. In diesem Fall ist dann eine dementsprechend größere Anzahl an Schrauben erforderlich. Die Schraubenlänge ist dabei durch die Brettbreite beschränkt. Zusätzlich müssen bei einer Prüfung auf Zug die Einleimer entsprechend der Lasteinleitung über Stabdübel mit der Faserrichtung der Brett-lamellen eingeklebt werden, siehe Abb. 45. Der Grund dafür liegt im Wirkungsgrad der Schrauben, der mit der Schraubenrichtung einhergeht. Der Wirkungsgrad der Schrauben ist bei einem Winkel

von 90° zwischen Schrauben- und Faserrichtung am größten. Die Tragfähigkeit der Schrauben ergibt sich aus dem Minimum, aus der Schraubentragfähigkeit, der Ausziehfestigkeit und der Kopfdurchziehfestigkeit. Bei den vorliegenden Verbindungen ist die Kopfdurchziehfestigkeit maßgebend.

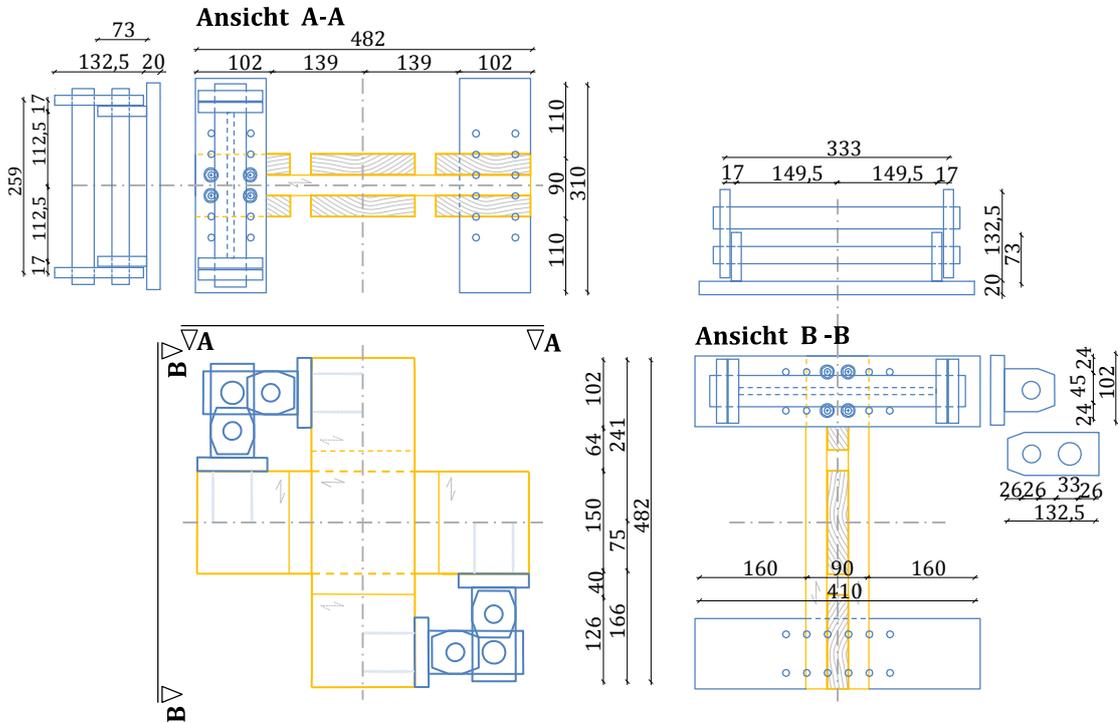


Abb. 44 Lasteinleitung über Längsdruck, Lastaufbringung via Druck

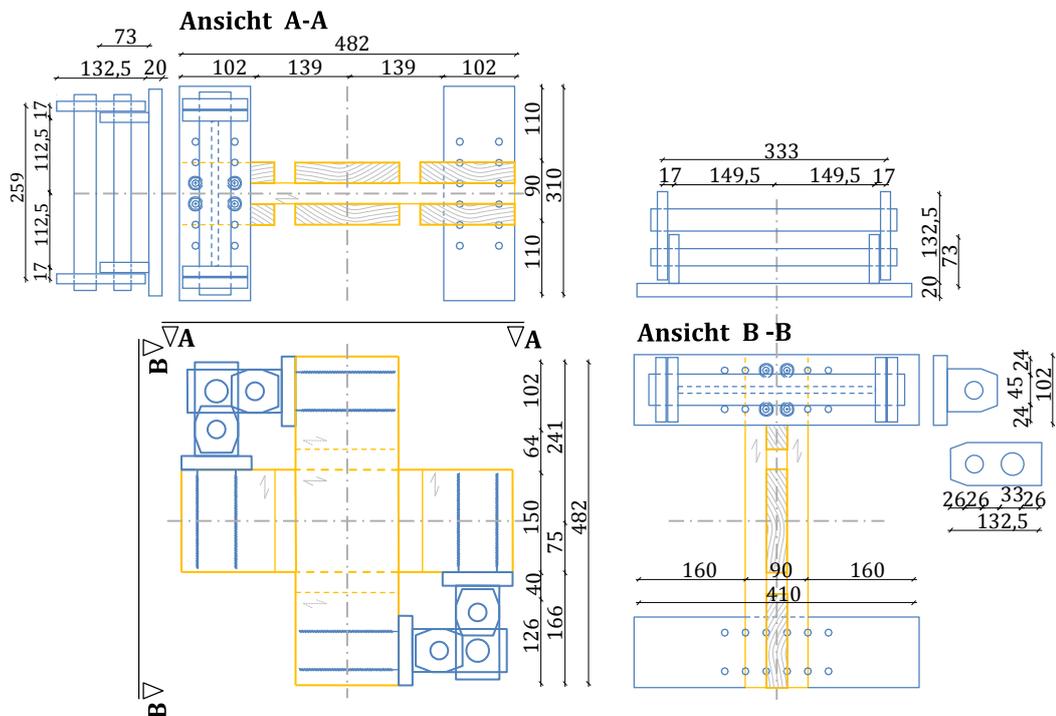


Abb. 45 Lasteinleitung über Längsdruck, Lastaufbringung via Zug

### 3-2.3 Vergleich der erforderlichen Schenkellängen

Aus Tab. 10 wird klar ersichtlich, dass die erforderlichen Schenkellängen bei allen Schichtdicken gleich groß sind. Die Lasteinleitungslänge ist also von der Schichtdicke unabhängig. Bei der Krafteinleitung über Stabdübel zeigt sich eine Abhängigkeit von der Schichtanzahl. Die Gründe dafür wurden bereits in Abschnitt 3-2.1 erläutert. Darüber hinaus ist aus der Gegenüberstellung zu erkennen, dass die erforderlichen Schenkellängen zur Erzeugung des Torsionsmomentes bei einer Einleitung über Längsdruck wesentlich kürzer ausfallen.

Tab. 10 Vergleich der erforderlichen Schenkellängen in [m]

Brettbreite BSP-Lamelle [mm]		t = 20 mm		t = 30 mm		t = 40 mm	
		Stabdübel	Längsdruck	Stabdübel	Längsdruck	Stabdübel	Längsdruck
80	3-schichtig	0,40	0,12	0,40	0,12	0,40	0,12
	5-schichtig	0,40	0,12	0,40	0,12	0,40	0,12
	7-schichtig	0,40	0,12	0,40	0,12	0,40	0,12
100	3-schichtig	0,41	0,13	0,41	0,13	0,41	0,13
	5-schichtig	0,41	0,13	0,41	0,13	0,41	0,13
	7-schichtig	0,54	0,13	0,54	0,13	0,54	0,13
150	3-schichtig	0,43	0,16	0,43	0,16	0,43	0,16
	5-schichtig	0,43	0,16	0,43	0,16	0,43	0,16
	7-schichtig	0,54	0,16	0,54	0,16	0,53	0,16
200	3-schichtig	0,46	0,25	0,46	0,25	0,46	0,25
	5-schichtig	0,46	0,25	0,46	0,25	0,46	0,25
	7-schichtig	0,61	0,29	0,61	0,29	0,61	0,29
240	3-schichtig	0,48	0,33	0,48	0,33	0,48	0,33
	5-schichtig	0,70	0,34	0,70	0,34	0,70	0,34
	7-schichtig	1,00	0,45	1,00	0,45	1,00	0,45

## 3-3 Modellierung in RFEM

Zur Berechnung der Spannungen in den Klebeflächen und den daran angrenzenden Brettlamellen wurde der Versuchskörper mithilfe des Finite Elemente-Programms RFEM 5.04 der Firma Dlubal (Dlubal Software GmbH, 2014) modelliert. Dabei wurden auch die zur Lasteinleitung verwendeten Fachwerkstäbe mit modelliert, da so die Veränderung im Sinne einer sukzessiven, steifigkeitsorientierten Verschiebung der Lasteinleitungsstäbe zueinander und in der Ebene mit fortschreitender Verformung berücksichtigt werden kann. Die Orientierung der verwendeten lokalen und globalen Koordinatensysteme ist in Abb. 46 verzeichnet. Die x-Achse des globalen Koordinatensystems verläuft horizontal, die vertikal verlaufende Achse wird als z-Achse bezeichnet. Die globale y-Achse verläuft aus der Ebene des Versuchskörpers. Die einzelnen Brettlagen wurden als Volumenelemente mit orthotropen, linear elastischen Materialeigenschaften erstellt. Zur Modellierung der Materialeigenschaften wurden die Ingenieurkonstanten aus der Datenbank von RFEM für das Material „Nadelholz C24“ verwendet und um die Querdehnzahlen ( $\nu_{yz} = 0,42$ ,  $\nu_{xz} = 0,019$ ,  $\nu_{xy} = 0,013$ ) ergänzt. Die in RFEM verwendeten Ingenieurkonstanten entsprechen den in der ÖNORM EN 338 angegebenen Werten, die bereits in Kapitel 1-3 beschrieben wurden. Um die Materialeigenschaften auf die Volumenkörper übertragen zu können, ist die Definition lokaler Koordinatensysteme für jeden Volumenkörper notwendig. Die lokalen x-Koordinaten richten sich nach der Längsachse der

Brettlamellen. Die lokale  $y$ -Koordinaten verläuft in Richtung der Brettbreite und die lokale  $z$ -Koordinaten in die Richtung der Brettstärke, siehe Abb. 46.

Die Kraftübertragung zwischen den orthogonal zueinander verlaufenden Brettlagen erfolgt über Kontaktflächen im Bereich der Klebeflächen. Die Kontaktflächen besitzen eine Dicke von 0,1 mm und wurden mit den Materialeigenschaften von Epoxidharz belegt. Kontaktflächen besitzen in RFEM stets ein isotropes Materialverhalten welches im Fall der hier modellierten Verklebung auch als zutreffend angesehen wird.

Alle Holzschenkel und Brettlamellen sind an ihrem freien Ende zentrisch über Kopplungsstäbe gelagert und werden über Fachwerkstäbe belastet. Die Lasteinleitung wurde nicht im Detail modelliert um die Berechnungszeit in Grenzen zu halten. Ein möglicher Einfluss seitens der punktförmigen Lasteinleitung auf die Ergebnisse im Prüffeld ist aufgrund der Länge der Lasteinleitungsschenkel nicht zu erwarten und wurde durch Analysen der Spannungsverteilung geprüft. Volumenkörper mit orthotropen Eigenschaften können in RFEM nur mit linear-elastischem Materialverhalten modelliert werden. Dadurch können Spannungsumlagerungen bei lokalem Überschreiten der Tragfähigkeiten auf steifere Bereiche mit Resttragfähigkeiten im Versuchskörper nicht dargestellt werden.

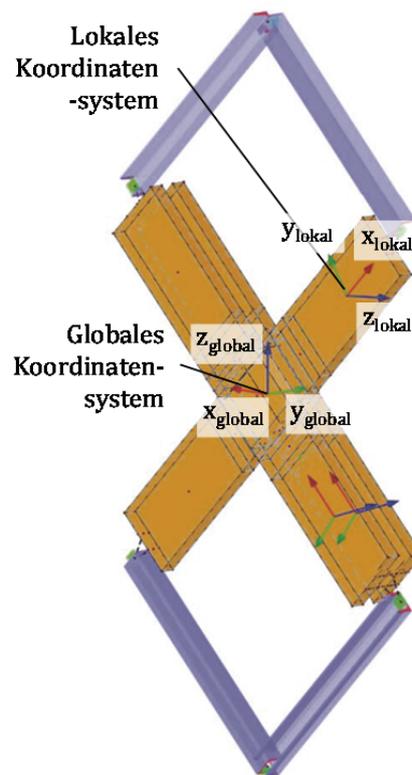


Abb. 46 Modell in RFEM: Achsendefinition

Um die Plausibilität der Ergebnisse zu überprüfen und den Einfluss der verschiedenen Steifigkeiten der Längs- und Querschlenkel auf die Spannungen in der Klebefläche zu eruieren, wurde versuchsweise die Steifigkeit der beiden Brettlamellen der Längsschenkel halbiert, um sie mit jener der Querlage gleich zu setzen. Dabei ergaben sich qualitativ dieselben Spannungs- und Verformungsbilder wie sie auch später in der Parameterstudie zu sehen sind.

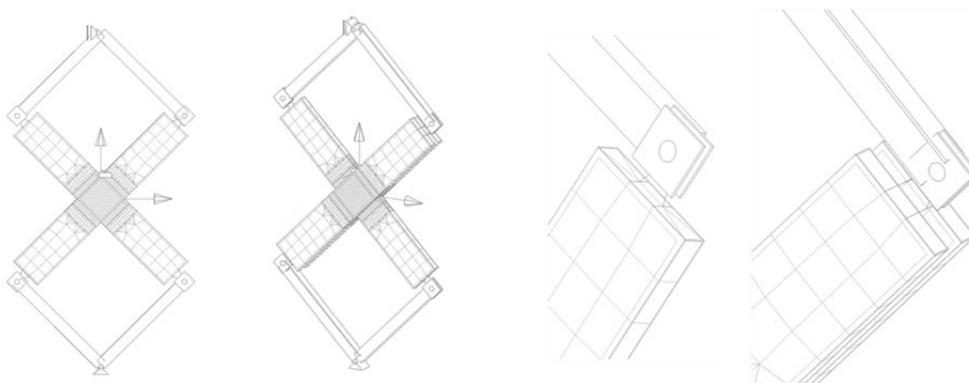


Abb. 47 Modell in RFEM: Ansicht (links), Isometrie (mittig) und Anschluss der Schenkel über Kopplungsstäbe (rechts)

In Abb. 47 ist das in RFEM eingegebene Modell des Referenz-Versuchskörpers in Ansicht und Isometrie dargestellt. Des Weiteren sind die Modellierung der Anschlüsse der Fachwerkstäbe an die Holzschenkel und die durch diese Art der Krafteinleitung entstehenden Verzerrungen des FE-Netzes abgebildet (Dlubal Software GmbH, 2014).

### 3-3.1 FE-Netz

Um die Ergebnisse im Bereich der Klebeflächen gut darstellen zu können, wurde das FE-Netz in diesem Bereich verfeinert. Zur Bestimmung der geeigneten Feinheit des Netzes wurde eine Konvergenzstudie durchgeführt, die anhand von Spannungsbildern in Abb. 48 und Abb. 49, sowie in Form von Diagrammen in Abb. 50, dargestellt ist. Für die grafische Darstellung der Spannungsbilder wurden die maximalen Längsspannungen ausgewählt, die sich an der Kontaktfläche zwischen Längs- und Querlagen ergeben. Aus den Darstellungen lässt sich der Einfluss der Netzgröße auf die Verteilung der Spannungen an der Fläche ablesen. Die Spannungen werden immer über ein Volumenelement integriert dargestellt was dazu führt, dass sehr lokal auftretende Spannungen bei einem groben Netz nicht in ihrer vollen Größe dargestellt werden können. Dies ist der Grund dafür, dass die Höhe der Spannungen mit feiner werdendem Netz ansteigt.

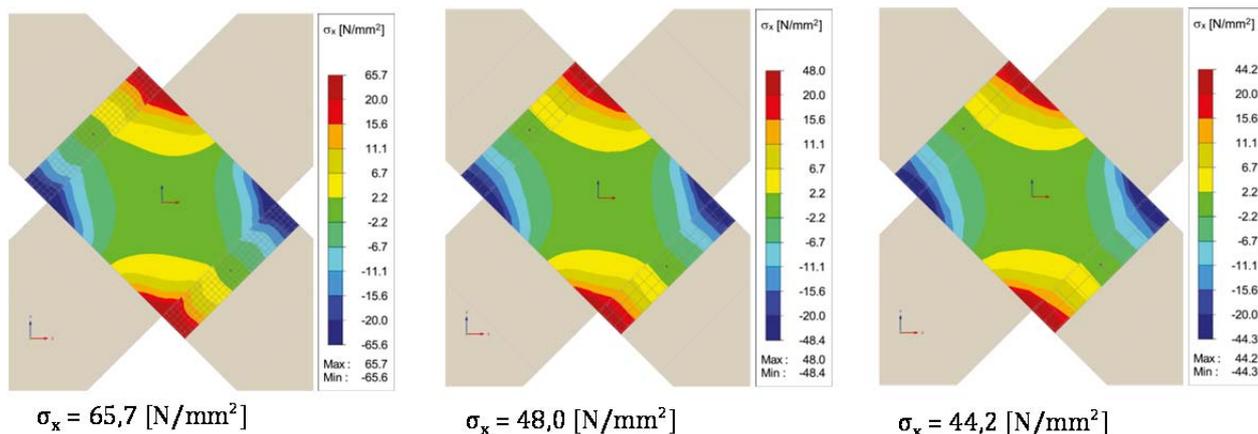


Abb. 48 Konvergenzstudie auf Basis der lokalen, maximalen Längsspannungen  $\sigma_{x,max}$ : Spannungsbilder aus RFEM für eine Netzweite (von links nach rechts) von 5, 10 und 15 mm

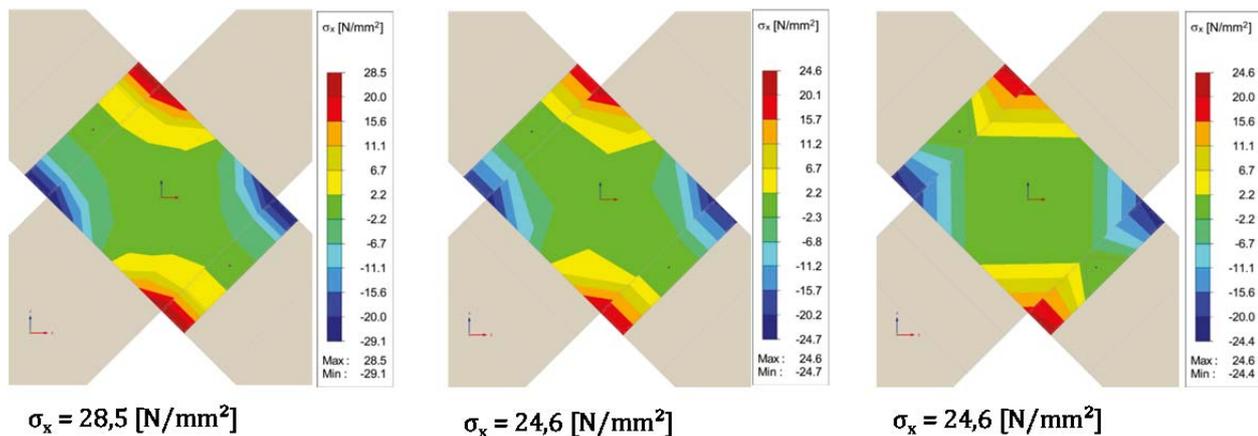


Abb. 49 Konvergenzstudie auf Basis der lokalen, maximalen Längsspannungen  $\sigma_{x,max}$ : Spannungsbilder aus RFEM für eine Netzweite (von links nach rechts) von 30, 50 und 100 mm

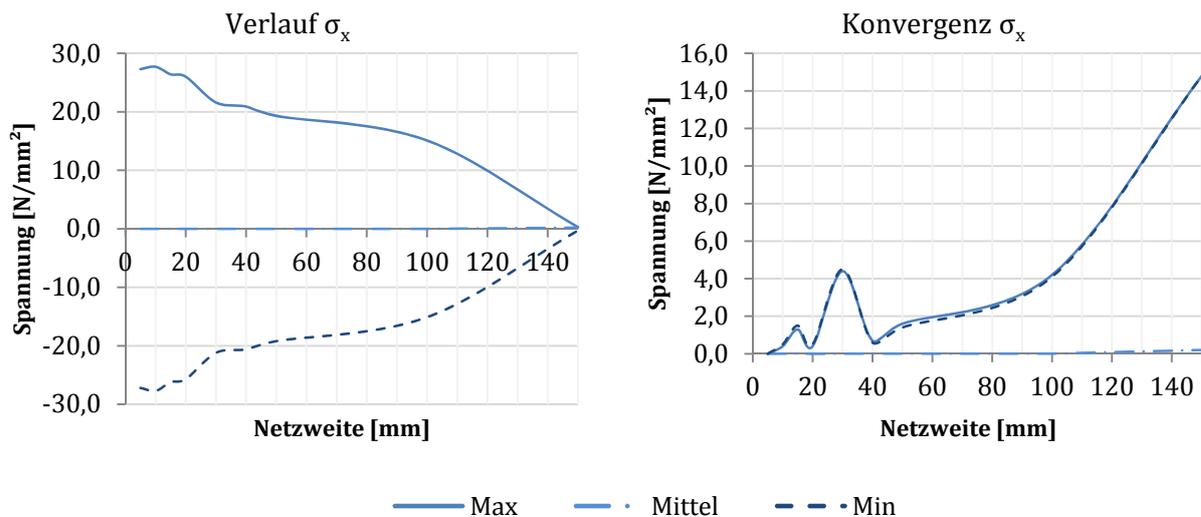


Abb. 50 Verlauf der maximalen Längsspannungen  $\sigma_{x,max}$  (links) und die Konvergenz der Längsspannungen  $\sigma_{x,max}$  (rechts) mit veränderlicher Netzweite

In den Diagrammen wurden jeweils die maximalen und minimalen Spannungen an der Fläche, sowie das arithmetische Mittel über die Fläche mit veränderlicher Netzweite, also Netzfeinheit, betrachtet. Für die Darstellung in Abb. 50 (rechts) wurde zusätzlich noch die Änderung der Spannungen mit der Änderung der Netzweite betrachtet, dazu sind die Beträge der Differenzen der Ergebnisse zweier aufeinander folgender Feinheiten im Diagramm aufgetragen. Grundsätzlich zeigt sich, dass die Änderung der Spannungen mit zunehmender Feinheit abnimmt. Ab einer Netzweite von 20 mm ist zu erkennen, dass die Änderung der Spannungen sehr gering wird. Eine Netzgröße von 10 mm wird für den Zweck dieser Arbeit als ausreichend erachtet. Eine feinere Auflösung würde den Rechenaufwand erhöhen und die Genauigkeit der Ergebnisse nur unwesentlich verbessern. Erwartungsgemäß zeigt sich auch, dass die Spannungsspitzen an den Eckbereichen der Klebeflächen mit zunehmender Feinheit des Netzes größer werden, wohingegen die mittleren Spannungen davon weitgehend unbeeinflusst sind.

Das Netz außerhalb der Klebefläche und der direkt daran angrenzenden Bereiche wurde mit einer Größe von 50 mm vorgegeben. Dies ist notwendig, da die Geometrie des Netzes einen wesentlichen Einfluss auf die Spannungsberechnung und die resultierenden Verformungen hat. Die automatische Generierung des Netzes in RFEM brachte hierfür keine zufriedenstellende Geometrie. Unregelmäßigkeiten im Netz wurden beobachtet. Die Auflösung des FE-Netzes ist in der Ansicht des Referenz-Versuchskörpers in Abb. 47 (links) zu sehen.



## KAPITEL 4: PARAMETERSTUDIE

Um das Verhalten der Versuchskörper während der Beanspruchung besser verstehen zu können und Problemstellen zu detektieren, wurde eine numerische Studie in RFEM durchgeführt, bei der jeweils eine Eingangsgröße variiert wurde und alle weiteren Einflussgrößen bei ihrer in Tab. 11 ersichtlichen Referenzgröße belassen wurden; es handelt sich also um eine Vergleichsstudie. Die Problemstellen werden im Anschluss diskutiert.

### 4-1 Aufbereitung und Darstellung der Rechenergebnisse aus RFEM

Die wesentlichsten Spannungen für die vorliegende Versuchskonfiguration sind die Torsionsspannungen, über die in Kapitel 3-1 die Belastung in der Klebefläche errechnet wurde. Diese Ergebnisse können nicht direkt in RFEM abgelesen werden, sondern müssen erst aus den Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$  rückgerechnet werden. Die Ermittlung der Resultierenden und der Richtung der Torsionsspannungen wurde in MATLAB R2013a (MathWorks, 2013) realisiert. Die dafür notwendigen Schritte werden in Abschnitt 4-2.1 näher beschrieben. Die Indizes der Schubspannungen beziehen sich auf das lokale Koordinatensystem der Volumenkörper.

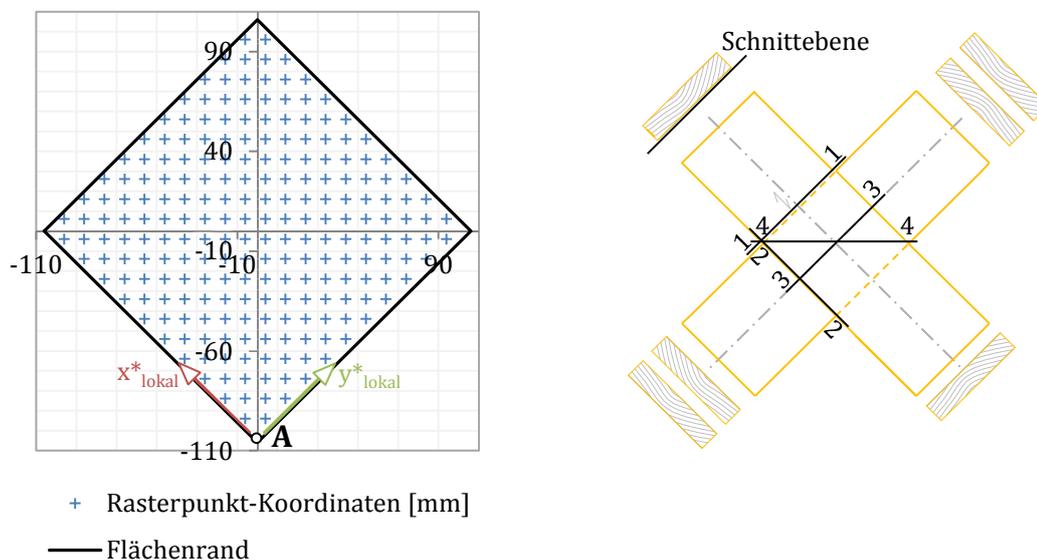


Abb. 51 Anordnung der Rasterpunkte auf der Klebefläche (links) und der Schnittführungen am Versuchskörper (rechts) in RFEM

Die tabellarische Ausgabe der Spannungswerte erfolgt über Rasterpunkte, die an den entsprechenden Begrenzungsflächen der Volumenkörper angeordnet werden. Am Rand dieser Flächen können keine solchen Rasterpunkte platziert werden, daher lassen sich die Randwerte tabellarisch nicht auslesen. Die Ergebnisse an den Rasterpunkten werden aus den Ergebnissen des FE-Netzes interpoliert. Um die Genauigkeit der Ergebnisse nicht zu verfälschen, entspricht die Feinheit des Rasters jeder des FE-Netzes. Die Anordnung der Rasterpunkte ist in Abb. 51 (links) ersichtlich. In den fol-

genden Darstellungen ist zur Orientierung das lokale Koordinatensystem an den Rand der Klebefläche verschoben. Der Bezeichnung wird daher ein „\*“ beigefügt. Der Ursprung des tatsächlichen lokalen Koordinatensystems liegt im Zentrum des Volumenkörpers. Der Punkt am Rand der Klebefläche, der als Ursprung des verschobenen Koordinatensystems dient, wird mit „A“ beschriftet. Die Lage des Punktes „A“ im Versuchskörper kann in Abb. 52 abgelesen werden.

Für die Beurteilung der Versuchskonfiguration sind die Längs- und Querspannungen in der Klebefläche und den angrenzenden Bereichen der Schenkel von Interesse. Diese können von RFEM grafisch dargestellt werden und werden direkt für die Parameterstudie verwendet. Für eine genauere Analyse der Daten sind jedoch Zahlenwerte notwendig. Zum Erhalt dieser ist wiederum die tabellarische Ausgabe der Daten an den Rasterpunkten oder den Schnitten notwendig. Die ermittelten Verformungsfiguren werden lediglich zur Plausibilitätskontrolle verwendet.

Für die Darstellung der Spannungen und Verformungen werden Isoflächen verwendet. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, werden die Farbskalen innerhalb einer Vergleichsserie immer auf dieselbe Spannungs- bzw. Verformungsbandbreite skaliert. Der oberste und unterste Wert der Farbskala ist jeweils die maximal oder minimal auftretende Spannung bzw. Verformung; der zweite Wert von oben bzw. unten ist der festgelegte Skalierungswert für die Farbdarstellung.

Über die farblich aufbereitete Ausgabe der Spannungen an den Volumenkörpern mit Isoflächen können lediglich die Stellen der kritischen Spannungszustände lokalisiert werden. Eine dieser maßgeblichen Stellen ist z.B. der Rand der Klebefläche in den Querlamellen. An signifikanten Stellen wurden die Ergebnisse der RFEM-Berechnung anhand von Schnitten ausgegeben und die Ergebnisse der Variationen miteinander verglichen. In Abb. 51 (rechts) sind die für die Beurteilung der Spannungen am Versuchskörper verwendeten Schnitte dargestellt.

Um die Spannungen an den wesentlichen Flächen im Versuchskörper anzeigen zu können, werden unterschiedliche Sichtbarkeiten verwendet. Dabei sind die umliegenden Volumenkörper ausgeblendet. In Abb. 52 (links) sind sämtliche Volumenelemente im Bereich der Verklebung selektiert. Die mittlere Sichtbarkeit aus Abb. 52 zeigt den Bereich der Querlamelle im Zentrum inkl. beidseitigem Überstand. Abb. 52 (rechts) hingegen zeigt nur den verklebten Bereich der Querlamelle.

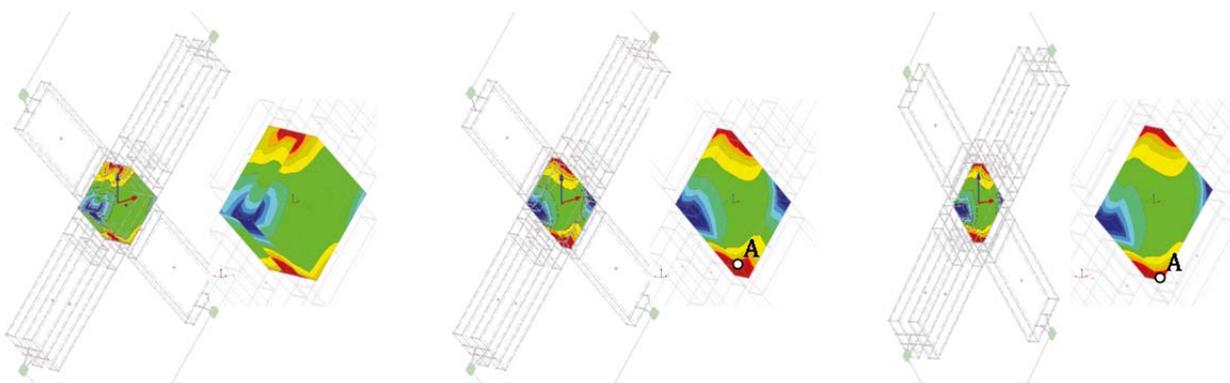


Abb. 52 Lage und Art der für die Parameterstudie verwendeten Sichtbarkeiten im Versuchskörper

## 4-2 Herleitung der Spannungsbilder

Aus der Geometrie des Versuchsaufbaues ergeben sich einige Besonderheiten, die zum besseren Verständnis der folgenden Darstellungen der Parameterstudie kurz angeführt und erläutert werden. Die grafischen Darstellungen dazu finden sich in Abb. 53. Die farblich markierten Bereiche liegen jeweils an der Oberfläche der Querlamelle.

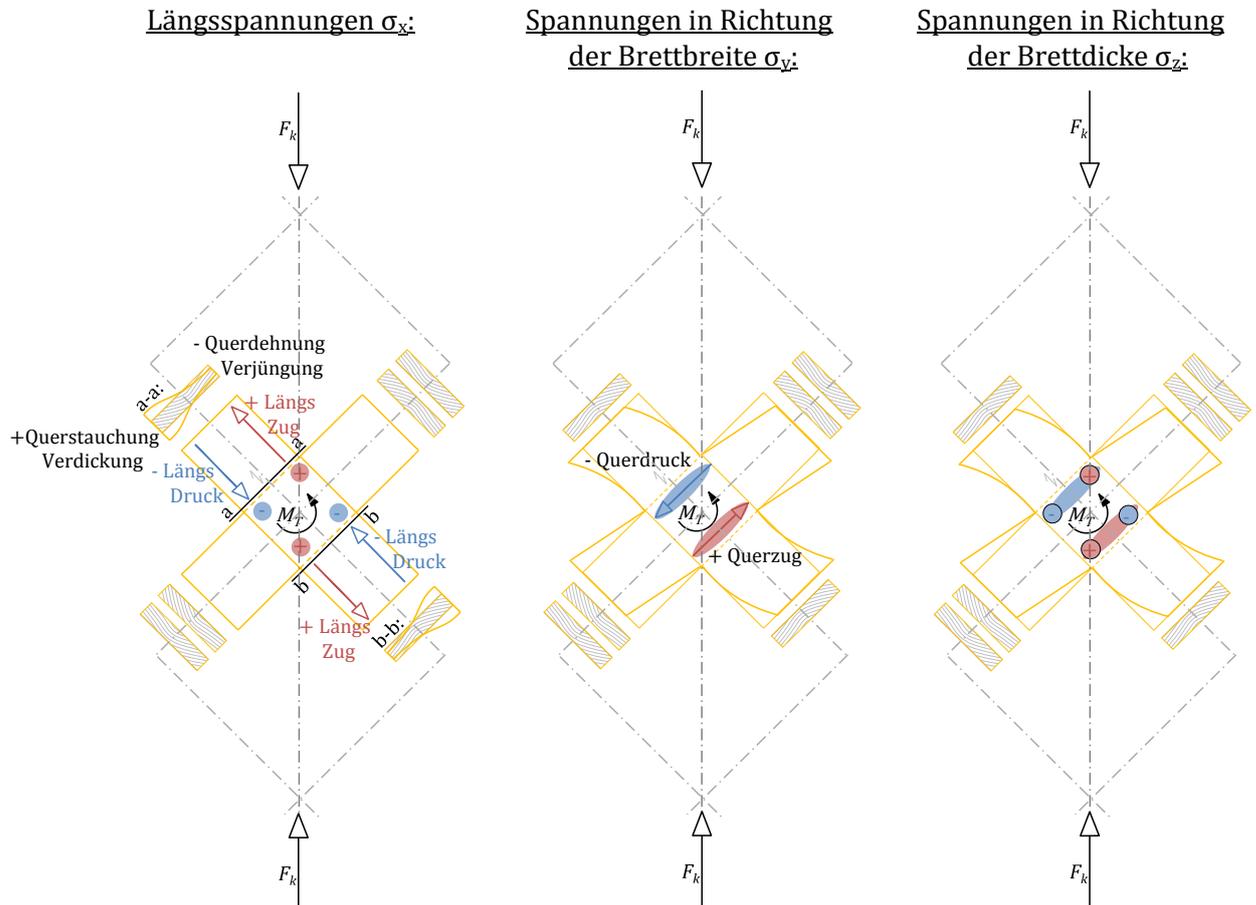


Abb. 53 Qualitativ erwartete Spannungen  $\sigma_x$  (links),  $\sigma_y$  (mitte),  $\sigma_z$  (rechts)

Die Größe der Längsspannungen  $\sigma_x$  in den Schenkeln ergibt sich aus der Größe des Torsionsmomentes. Gedanklich kann man sich die einzelnen Holzschenkel als an der Klebefläche eingespannte Kragarme vorstellen. Aus dieser Lagerungsart ergeben sich die maximalen Längsspannungen in den Brettlamellen am Rand der Klebefläche. Die Größe der Längsspannungen richtet sich nach ihrem inneren Hebelsarm, also der Brettbreite, und der zur Verfügung stehenden Fläche zur Aufnahme der Spannungen und befindet sich somit in Abhängigkeit von der Brettstärke. Betrachtet man den Querschnitt der Brettlamellen am Rand der Klebeflächen, wie sie in den Schnitten a-a und b-b der Abb. 53 (links) dargestellt sind, so resultieren aus den Längsspannungen Deformationen in Richtung der Brettstärke (Querdehnungen und -stauchungen) und demnach auch Querspannungen in Dickenrichtung  $\sigma_z$ . In jenen Bereichen, die unter Längsdruck stehen, kommt es zu einer Verjüngung des Querschnittes. In den mit Druckspannungen beanspruchten Bereichen entstehen Verdickungen. Im Weiteren wird diese Art der Verformung als „Deformation zufolge Längsspannung“ bezeichnet. In der Abb. 53 (links) sind die entstehenden Querspannungen durch farbige Kreise dargestellt.

Holz ist in Längsrichtung wesentlich steifer als quer zu seiner Faserrichtung. Daher entstehen bei der Abtragung der Längsspannungen in der mittleren Brettlamelle Querspannungen in Richtung der Brettbreite  $\sigma_y$  an der gegenüberliegenden Brettlamelle. Alternativ können diese Spannungen auch über die gegenseitige Verformungsbehinderung erklärt werden, wodurch die Torsionsmomente in der Klebefläche entstehen; oder als wirken des Widerstandsmomentes durch zwei Kräftepaare. Eines in Längsrichtung der Brettlamellen, das sich in Form der Längsspannungen  $\sigma_x$  abzeichnet und eines in Richtung der Brettbreite, das als Querspannungen  $\sigma_y$  zu erkennen ist. Aus der Überlagerung der beiden genannten Lastabtragungen kann die in Abb. 53 (rechts) dargestellte Form der Querspannungen in Dickenrichtung  $\sigma_z$  erklärt werden. Dabei kommt es jeweils an einer Längsseite der Brettlamellen zur Addition der Deformationen zufolge Längsspannungen und der Verformungen aus den Querspannungen in Richtung der Brettbreite. Auf der gegenüberliegenden Längsseite wirken die genannten Deformationen entgegengesetzt, was zu einer Reduktion der resultierenden Spannung führt.

#### 4-2.1 Bestimmung der Torsionsspannungen

Die Eingabe und Ausgabe der Daten in RFEM erfolgte mittels einem kartesischen Koordinatensystem. Die Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$  werden, wie bereits erwähnt, in den lokalen Richtungen der Volumenkörper berechnet und an den Rasterpunkten „ $D_i$ “ ausgelesen. Die Torsionsspannung  $\tau_{tor}$  ist am Schubmittelpunkt ausgerichtet. Diese Spannungen werden am einfachsten in einem polaren Koordinatensystem angegeben. Bei der Berechnung der Größe der Torsionsspannungen über

$$\tau_{tor} = \sqrt{\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2} \quad (4.1)$$

geht die Information über das Vorzeichen der Spannung verloren. Grundsätzlich muss die Torsionsspannung am gesamten Querschnitt bei der Betrachtung an einem polaren Koordinatensystem dasselbe Vorzeichen haben. Zur Kontrolle wurde das Vorzeichen über bezogene Momente um den Schubmittelpunkt „ $M$ “ (entspricht auch lokalem Koordinatenursprung) der Klebefläche ermittelt. Dabei werden sowohl die Vorzeichen der Schubspannungen als auch jene der Koordinatenrichtungen vom Zentrum der Fläche aus, vorzeichenrichtig eingesetzt. Das Vorzeichen des so entstehenden, fiktiven Momentes  $M_M$  um den Schubmittelpunkt besitzt dieselbe Drehrichtung wie die Torsionsspannung. Eine diesbezügliche grafische Darstellung ist in Abb. 54 gegeben.

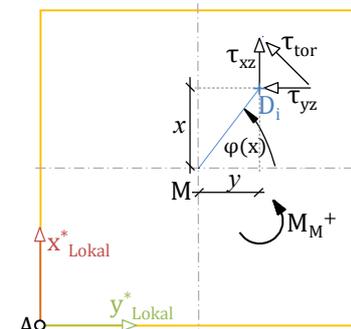


Abb. 54 Vorzeichen Ermittlung der Torsionsspannungen  $\tau_{tor}$  an der Klebefläche

Die so berechneten Torsionsspannungen werden in Matlab in einem dreidimensionalen Koordinatensystem aufgetragen. Als Basis dienen die Koordinaten der Rasterpunkte. Die Torsionsspannung ist als Höhe über den Rasterpunkten bzw. als Richtungsvektor eingezeichnet. Um die Ergebnisse aus Matlab gut mit jenen aus RFEM vergleichen zu können, wurde eine farbige Oberfläche über den Verlauf der Torsionsspannungen gelegt. Zwischen den Werten an den Rasterpunkten wurden noch zusätzliche Stützstellen generiert und die ihnen zugewiesenen Werte mittels Interpolation der Werte aus den Rasterpunkten ermittelt. Dies dient der Verbesserung der Anschaulichkeit der Ergebnisse, hat jedoch keinen Einfluss auf die Genauigkeit derselben. Da die Randspannungen nicht aus RFEM ausgelesen werden können reicht die Oberfläche der Torsionsspannungen nicht bis an den schwarz verzeichneten Rand der Klebefläche. Die maximalen Schubspannungen treten in den Randzonen der Klebeflächen auf und können daher über diese Art der Datenauswertung nicht in voller Größe dargestellt werden.

Anhand von Schnitten durch den Versuchskörper in RFEM, wie sie in Abb. 51 (rechts) angeführt sind, können die Werte der Schubspannungen auch am Rand ausgewertet und ihr Verlauf entlang der Schnitte dargestellt werden.

### 4-3 Verwindung der Brettlamellen

Bisher wurde das statische System der einzelnen Brettlamellen vereinfacht als an der Klebefläche starr eingespannter Kragarm betrachtet. Die Einspannung ist im Falle der vorliegenden Versuchskonfiguration allerdings nachgiebig. Vor allem die Nachgiebigkeit in Richtung der Brettdicke ist dafür verantwortlich, dass sich die Brettlamellen, die aufgrund der relativ geringen Dicke im Vergleich zu ihren übrigen Abmessungen wenig Steifigkeit besitzen, in dieser Richtung verformen. Die Bretter verlaufen von der oberen Krafteinleitungsstelle durch die Klebefläche bis zur unteren Krafteinleitungsstelle. Dies bedeutet, dass an der Einspannstelle jeweils zwei Kragarme aufeinander treffen. Dadurch ergibt sich eine gegengleiche Verformung in Richtung der Brettdicke, die als „Verwindung“ bezeichnet wird.

Der Effekt der Einspannung der Brettlamellen an den Klebeflächen wird durch die orthogonal dazu aufgeklebten Brettlamellen verursacht. Da sich aber auch diese Brettlamellen verwinden, kommt es trotz des doppelt symmetrischen Aufbaues der Versuchskonfiguration zu einer Verzerrung aus der Ebene des Versuchskörpers und zu unterschiedlichen Spannungsbildern an den Oberflächen des Volumenkörpers im Zentrum der Versuchskonfiguration. Zur Veranschaulichung dieses Verhaltens sind in Abb. 55 die Verwindungen zweier unterschiedlich eingespannter Brettlamellen gegenübergestellt. Die obere Darstellung zeigt eine Brettlamelle des Referenz-Versuchskörpers, welcher an beiden Klebeflächen durch eine Flächenlagerung mit konstanter Steifigkeit gehalten ist. Hier ist zu erkennen, dass sich sowohl der obere als auch der untere Schenkel identisch verformen. In Abb. 55 (unten) hingegen sind Brettlamellen dargestellt, die aus einem mehrschichtigen BSP-Element selektiert wurden und somit an der Klebefläche mit veränderlichen Steifigkeiten gelagert sind.

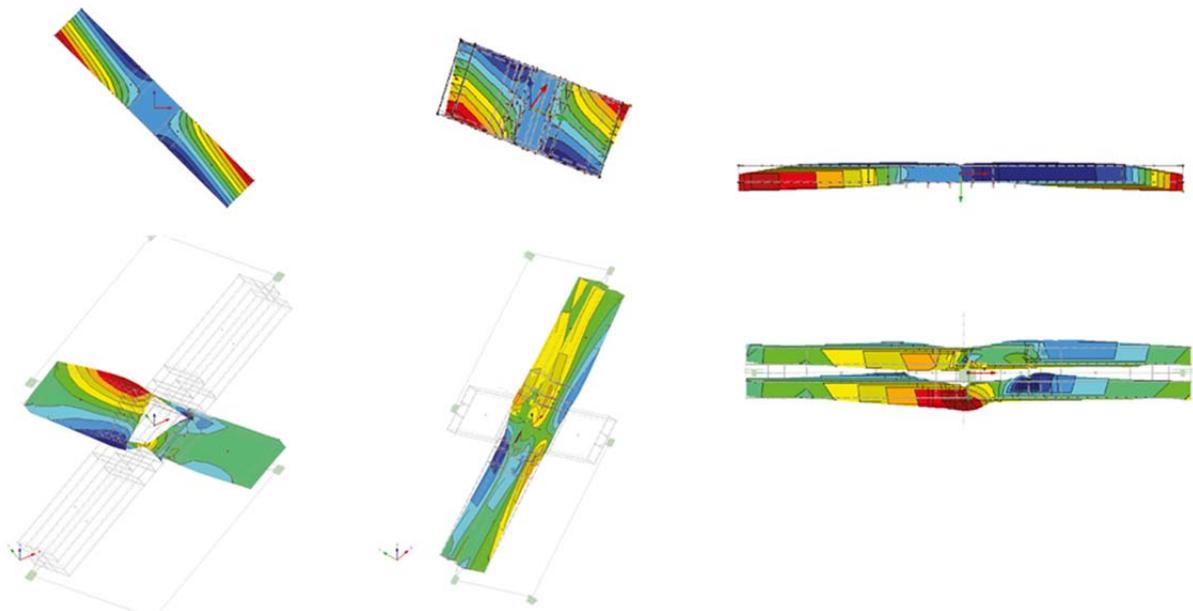


Abb. 55 Verwindung von Brettlamellen bei gleichmäßig steifer Lagerung (oben) und in der Versuchskonfiguration (unten)

Die Verwindungen in der vorliegenden Versuchskonfiguration bewegen sich in der Größenordnung von  $\pm 0,1$  mm. Obwohl visuell kaum wahrnehmbar, bewirken diese eine Verzerrung und Verlage-

rung der Spannungen an der Klebefläche und an den angrenzenden Bereichen der Brettlamellen. Diese Verzerrung führt dazu, dass die Spannungen an den Oberflächen beider Seiten des zentrischen Volumenkörpers nicht identisch sind. Bei der Auswertung wird jeweils jene Seite mit der höheren Beanspruchung angeführt. Zur Unterscheidung ist jene Begrenzungsfläche des zentrischen Volumenkörpers, die am globalen Koordinatensystem betrachtet in positiver y-Richtung liegt, mit +Y bezeichnet und die gegenüberliegende Begrenzungsfläche mit -Y. In Abb. 56 sind die Spannungsverläufe an beiden Oberflächendargestellt. Auf die Spannungen  $\sigma_x$  in Längsrichtung hat die Verwindung kaum Einfluss.

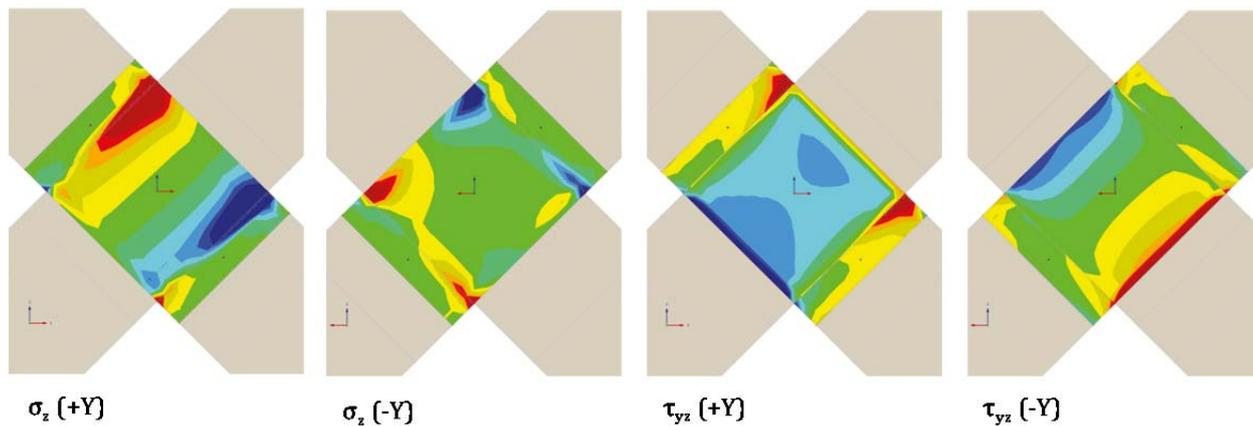


Abb. 56 Einfluss der Verwindung auf die Querspannungen  $\sigma_y$  (links) und die Schubspannungen  $\tau_{yz}$  (rechts)

## 4-4 Einfluss der orthotropen Materialeigenschaften auf die Spannungen

Wie bereits in Abschnitt 1-3.1 beschrieben, bewirkt der orthotrope Aufbau des Holzes eine Spannungsumlagerung auf die steiferen Längsfasern. Dadurch verzerrt sich das Spannungsbild am Querschnitt. Die Unterschiede zwischen isotropem und orthotropem Material auf Basis einer numerischen Modellierung in RFEM werden in Abb. 57 anhand der Normalspannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\sigma_z$  veranschaulicht. Bei den Spannungsbildern des isotropen Materials (links) zeigt sich gegenüber den Spannungsbildern des orthotropen Materials (mittig & rechts) eine gleichmäßige Verteilung der Spannungen über die Fläche. Der Unterschied zwischen den Ingenieurkonstanten nach RFEM (siehe Kapitel 3-3 bzw. Kapitel 1-3) und jenen von Kollmann (1982) (siehe Kapitel 1-3) liegt in der höheren Steifigkeit in Längsrichtung und in Richtung der Brettbreite. In Abb. 57 ist deutlich zu sehen, dass die höhere Steifigkeit in Längsrichtung, die bei der Verwendung der Ingenieurkonstanten nach Kollmann (1982) angesetzt wird, auch höhere Normalspannungen nach sich zieht. Die Spannungsumlagerung durch das Ansetzen der orthotropen Eigenschaften zeigt sich auch in den dadurch geringer ausfallenden Querspannungen. Die Abweichungen in den Querspannungen bei den beiden orthotropen Materialparametersätzen beruhen auf den unterschiedlichen Querdehnzahlen.

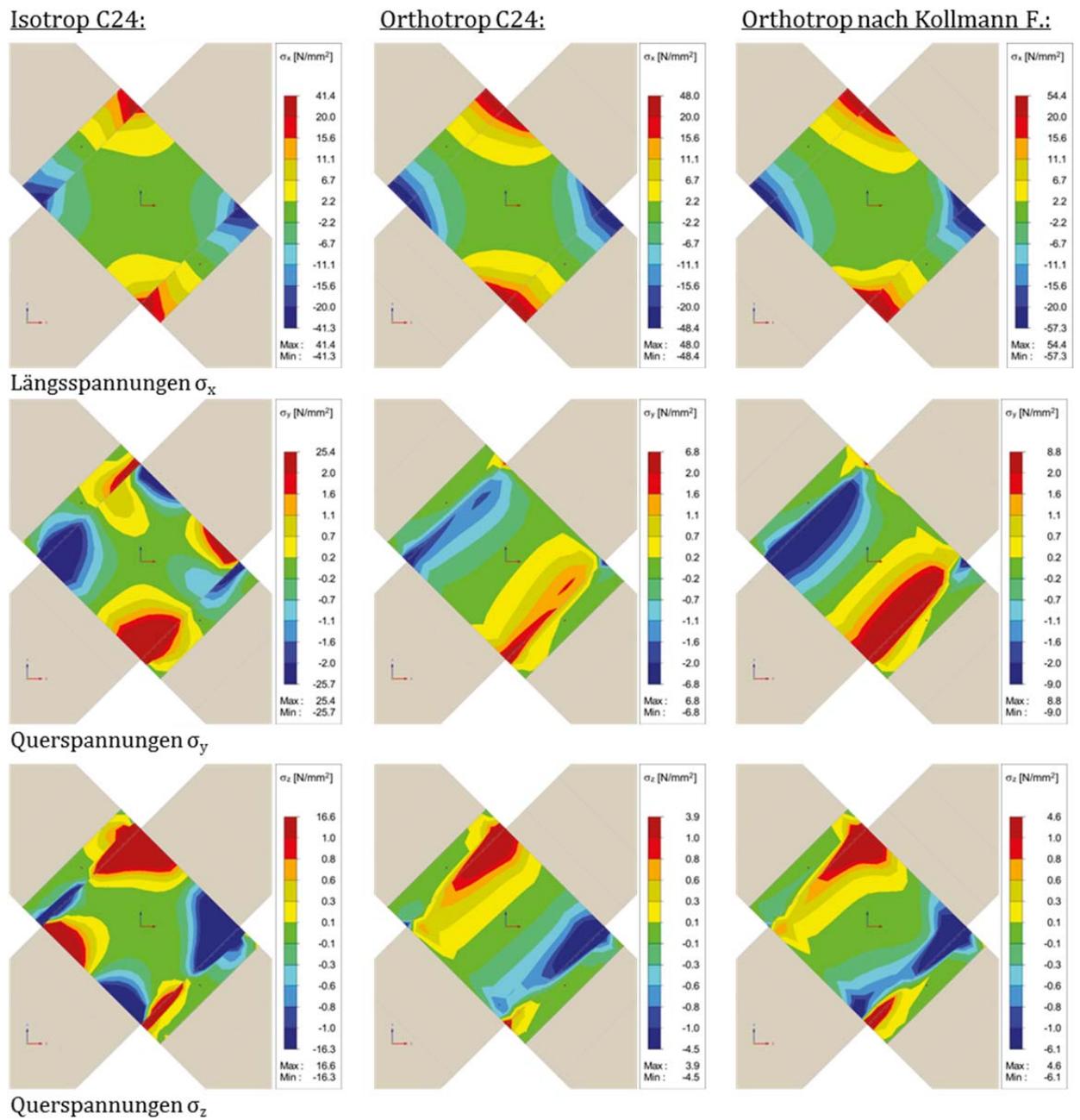


Abb. 57 Gegenüberstellung der Spannungen bei der Verwendung von orthotropen und isotropen Materialeigenschaften

## 4-5 Variation der Eingangsgrößen

Zur Veranschaulichung des Verhaltens der Versuchskörper während der Beanspruchung wurden einige Eingangsgrößen in RFEM einzeln variiert. Eine Übersicht über die getätigten Parameterstudien liefert Tab. 11. Im rechten Bereich dieser Tabelle sind die Referenzgrößen aufgetragen. Jener Parameter der variiert werden soll ist im linken Bereich der Tabelle unter „Variable Größe“ eingetragen. Manche der so entstandenen Kombinationen wären in der Realität wegen der Krafteinleitung nicht ausführbar und dienen für rein theoretische Betrachtungen. Da die Krafteinleitung in RFEM, wie in Kapitel 3-3 beschrieben, nicht exakt aber dennoch sinngemäß modelliert wurde hat diese keinen Einfluss auf die Ergebnisse der Studie. Die lokale x-Achse der einzelnen Brettlamellen richtet sich nach deren Längsachse. Die Spannungen  $\sigma_x$  bezeichnen also die Längsspannungen in den Brettlamellen. Die Spannungen  $\sigma_y$  bezeichnen die Querspannungen in Richtung der Brettbreite und die Spannungen  $\sigma_z$  jene in Brettickenrichtung. Die Torsionsspannungen in der Klebefläche setzen sich aus den Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$  zusammen. Alle Fachwerkstäbe wurden für die Parameterstudie unter  $90^\circ$  angeschlossen.

Wegen der Verwindung der Bretter fallen die Spannungen an den beiden gegenüberliegenden Seiten einer Brettlamelle unterschiedlich aus. Im Folgenden wird stets nur jene Seite mit der höheren Beanspruchung dargestellt.

Tab. 11 Variation der Eingangsparameter

	variable Größe	geschätzte Prüfkraft	Brettbreite	Schichtdicke	Schichtanzahl	Schenkellänge
<b>Brettbreite</b>	80 mm	0,98 kN	–	t = 30 mm	3 Schichten	0,533 m
	150 mm	6,46 kN				
	200 mm	15,31 kN				
<b>Brettstärke</b>	20 mm	6,46 kN	150 mm	–	3 Schichten	0,533 m
	30 mm	6,46 kN				
	40 mm	6,46 kN				
<b>Schichtanzahl</b>	3 Schichten	6,46 kN	150 mm	t = 30 mm	–	0,533 m
	5 Schichten	12,92 kN				
	7 Schichten	19,37 kN				
<b>Seitenverhältnis</b>	80x150 mm	4,15 kN	150 mm	t = 30 mm	3 Schichten	0,533 m
	150x150 mm	6,46 kN				
	200x150 mm	8,97 kN				
<b>Schenkellänge</b>	300 mm	11,47 kN	150 mm	t = 30 mm	3 Schichten	–
	460 mm	7,48 kN				
	533 mm	6,46 kN				
<b>Verklebung</b>	3 Schichten	6,46 kN	150 mm	t = 30 mm	–	0,533 m
	5 Schichten	12,92 kN				
	7 Schichten	19,37 kN				
<b>Zug bzw. Druck</b>	Kraftrichtung	6,46 kN	150 mm	t = 30 mm	3 Schichten	0,533 m

### 4-5.1 Variation der Brettbreite

Zur Studie möglicher Einflüsse auf die Spannungen im Prüfbereich in Folge unterschiedlicher Brettbreiten wird im Folgenden auf die rechte Darstellung aus Abb. 52 zurückgegriffen. In dieser Arbeit sind die Spannungen an der Holzoberfläche unmittelbar angrenzend an eine Klebefläche dargestellt. Dies entspricht der erwarteten und erwünschten Versagenszone im Versuchskörper.

Die Längsspannung in den Brettlamellen hängt hauptsächlich von der Größe des Torsionsmomentes in der Klebefläche ab. Die mit zunehmender Brettbreite größer werdenden Klebeflächen können mehr Moment übertragen, was dazu führt, dass die Längsbeanspruchung der Brettlamellen, wie in Abb. 58 ersichtlich, mit zunehmender Brettbreite ansteigt.

Mit steigender Größe der Klebefläche erhöht sich auch das Torsionswiderstandsmoment der Klebefläche, das der Verformung durch die Verdrehung entgegen wirkt. Wie in Kapitel 4-2 beschrieben kann das Torsionsmoment durch zwei Kräftepaare, bestehend aus den Längsspannungen und den Querspannungen in Richtung der Brettbreite, ersetzt werden. Demnach steigt die Beanspruchung in Richtung der Brettbreite mit größer werdender Klebefläche im selben Maße wie jene in Längsrichtung. Die Querspannungen  $\sigma_y$  in der Querlage, wie sie in Abb. 59 dargestellt sind, werden zusätzlich durch die Längsspannungen in den Längslagen beeinflusst. Zu sehen ist dies an den Ecken der Klebeflächen, wo das Vorzeichen der Querspannungen jenen der Längsspannungen in den angrenzenden Brettlagen entspricht.

Mit zunehmender Brettbreite verteilen sich die Querspannungen  $\sigma_y$  gleichmäßiger. Grund dafür ist der höhere Widerstand der Bretter gegen Verwindung. Man kann in diesem Fall nicht von Querzug, oder Druck sprechen. Es kann lediglich eine Richtungsumkehr der Spannung beschrieben werden. Eine Querzugverstärkung durch Schrauben in den angrenzenden Schenkeln wäre hier zwar möglich, hätte aber kaum Wirkung auf die Oberfläche der Brettlamellen in der Klebefläche.

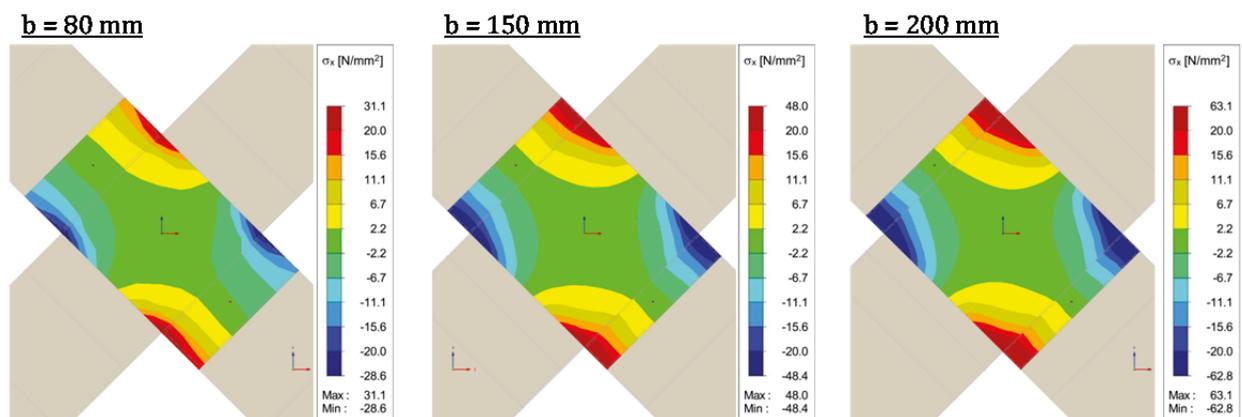
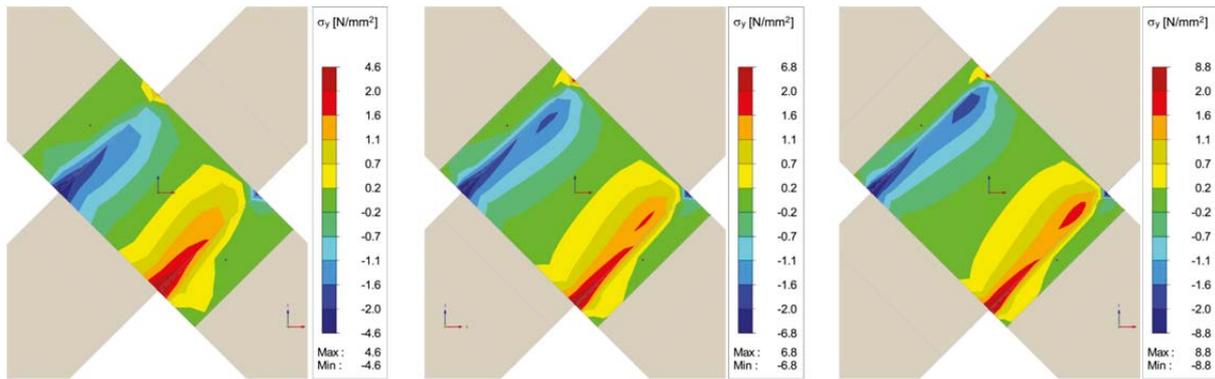
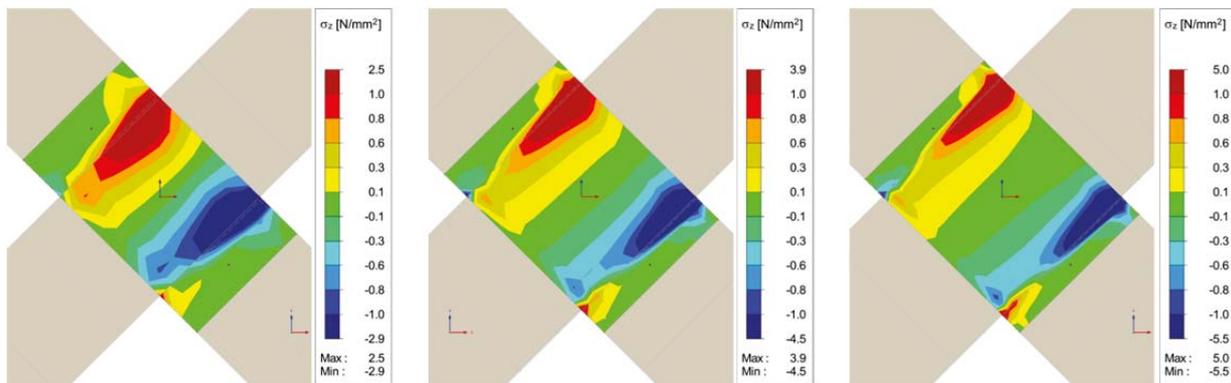
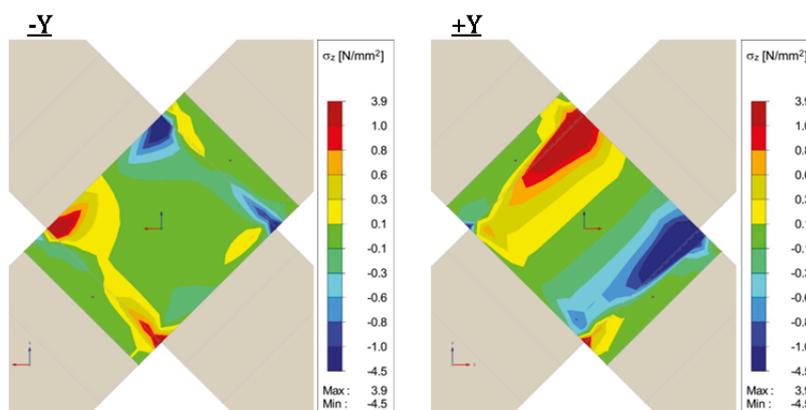


Abb. 58 Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Längsspannungen  $\sigma_x$


 Abb. 59 Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Querspannungen  $\sigma_y$ 

 Abb. 60 Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Querspannungen  $\sigma_z$ 

Die Spannungen in Brettickenrichtung  $\sigma_z$  aus Abb. 60 resultieren aus den Deformationen der Brettlamellen und der Verwindung der Bretter. Der beanspruchte Bereich bleibt annähernd gleich groß, die maximale Spannung steigt jedoch mit zunehmender Brettbreite an. Dies lässt sich dadurch erklären, dass aus der Überlagerung von  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  ein starker Anstieg der Querspannungen  $\sigma_z$  zu erwarten ist, die Verwindung aber mit zunehmender Brettbreite geringer wird und damit auch die Deformation in z-Richtung zufolge der Verwindung, was den Anstieg der Querspannungen abschwächt. Betrachtet man in Abb. 61 die beiden gegenüberliegenden Seiten der zentralen Brettlage, so ist zu erkennen, dass die Größe der Maximalspannung ident ist. Die Bereiche in denen die Querspannungen wirken weichen jedoch deutlich voneinander ab und sind gespiegelt. Die Spannungsverteilung wird somit stark von der Verwindung beeinflusst.


 Abb. 61 Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Querspannungen  $\sigma_z$

Die Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$ , die in Abb. 62 und Abb. 64 dargestellt sind, wirken in der Ebene der Klebefläche. Die Resultierende der beiden Schubspannungen bildet die Torsionsschubspannung  $\tau_{tor}$  die in Abb. 64 abgebildet ist. Bei beiden Schubspannungen ist eine Zunahme der Maximalspannung mit Zunahme der Brettbreite zu erkennen. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass bei der Berechnung der erforderlichen Prüflast aus Tab. 11 der Hebelsarm  $e$  bis zum Zentrum der Klebefläche angenommen wurde. Auf die Schubspannungen  $\tau_{yz}$  ist derselbe Einfluss der Verwindung wie bereits bei den Querspannungen  $\sigma_y$  zu erkennen.

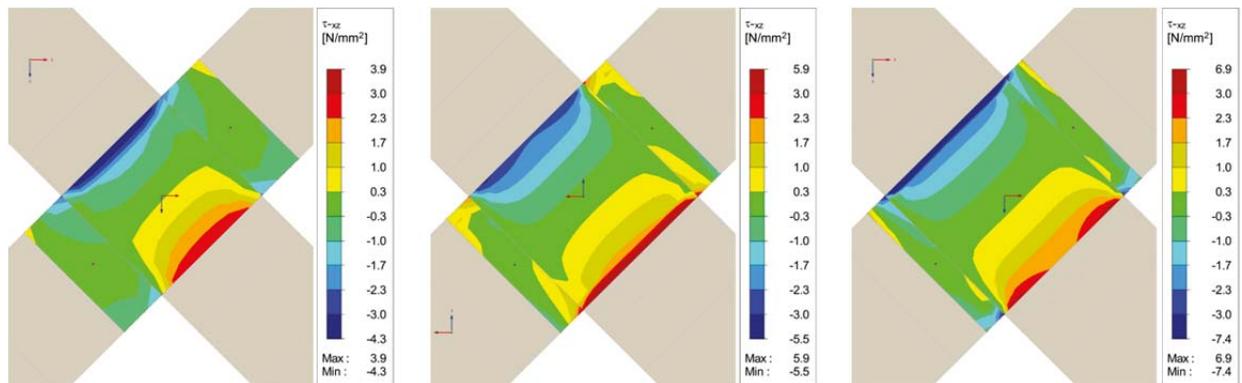


Abb. 62 Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Schubspannungen  $\tau_{xz}$

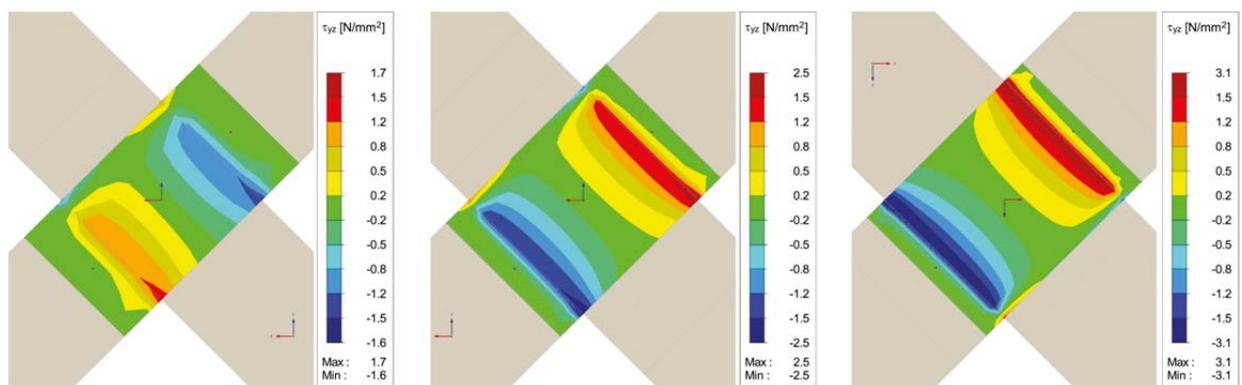


Abb. 63 Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Schubspannungen  $\tau_{yz}$

Bei den in Abb. 64 dargestellten Torsionsspannungen lässt sich erkennen, dass der Anteil des beanspruchten Bereiches mit zunehmender Größe der Klebefläche abnimmt. Bei den beiden geringeren Brettbreiten von 80 mm und 150 mm werden die Spannungen von  $4,32 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ , die zur Berechnung der Tragfähigkeit der Klebeflächen in Kapitel 3-1 verwendet wurde, nicht erreicht. Ein Grund dafür ist, dass die Werte der Torsionsspannung nicht bis zum Umriss der Klebefläche, aufgrund der bereits erörterten Umstände, dargestellt werden. Es wird zudem vermutet, dass die entstehenden Kräftepaare der Längs- und Querspannungen, deren Gewicht, wie in Abb. 58 und Abb. 59 ersichtlich, mit zunehmender Brettbreite abnimmt, einen Einfluss auf die Torsionsspannung an der Oberfläche der Brettlamellen haben. Des Weiteren lässt sich anhand der in Abb. 64 dargestellten Torsionsspannungen der Einfluss des orthotropen Materials erkennen. Durch die Umlagerung der Spannungen auf die Längsfasern des Holzes kommt es zu einer Verzerrung der ansonsten kreisrunden Torsionsspannungsverläufe in Richtung der Brett längsachse. Diese Verzerrung wird in Abschnitt 4-5.4 anhand von Vektorgrafiken der Torsionsspannungen in Abb. 77 noch besser veranschaulicht.

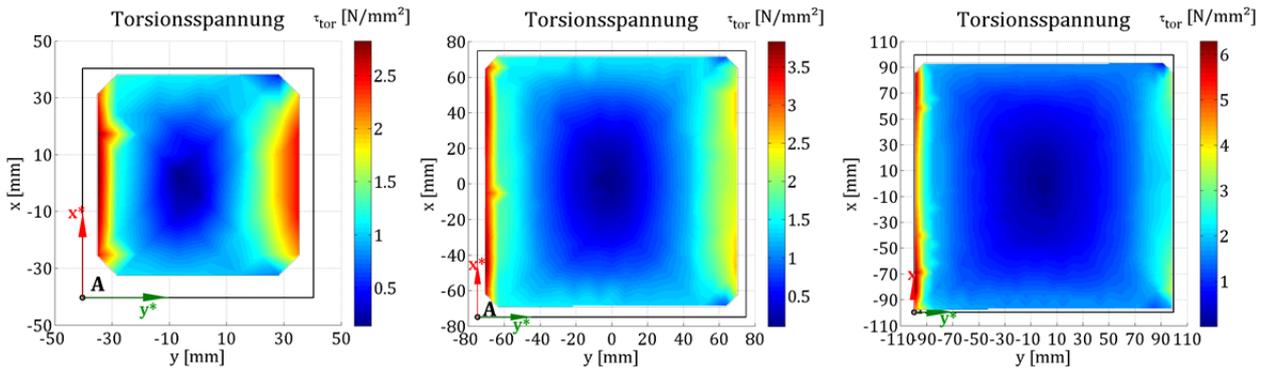


Abb. 64 Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Torsionsspannungen  $\tau_{\text{tor}}$

Vergleicht man wie in Abb. 65 wiederum die Torsionsspannungen an den beiden gegenüberliegenden Brettseiten des Referenz-Versuchskörpers, so lässt sich die Verzerrung zufolge der Verwindung gut erkennen. Die maximalen Spannungswerte sind, wie schon bei den Querspannungen, auf beiden Brettseiten gleich groß.

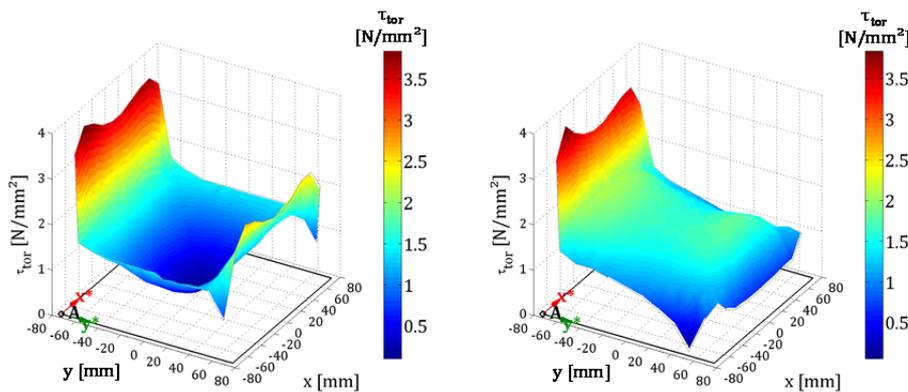


Abb. 65 Torsionsspannungen  $\tau_{\text{tor}}$  an beiden Seiten der zentrischen Brettlage

#### 4-5.2 Variation der Brettdicke

Die Längsspannungen nehmen mit zunehmender Brettdicke ab. Die höheren Beanspruchungen in Längsrichtung bei geringerer Brettdicke ergibt sich aus der geringeren Querschnittsfläche zu deren Abtragung bei gleich bleibenden Brettbreiten und somit gleichbleibenden Torsionswiderständen im Bereich der Verklebung.

Aus den aus dieser Variation hervorgehenden Querspannungen  $\sigma_z$  lässt sich der Einfluss der Verwindung gut ablesen. Bei dünneren Brettern tritt die Querspannung  $\sigma_z$  wesentlich konzentrierter auf als bei dickeren. In den dickeren Brettern verteilen sich die Querspannungen auf eine größere Fläche und gleichzeitig ist die Maximalspannung geringer. Die Höhe der Spannungen hängt mit der Höhe der Längsspannungen zusammen.

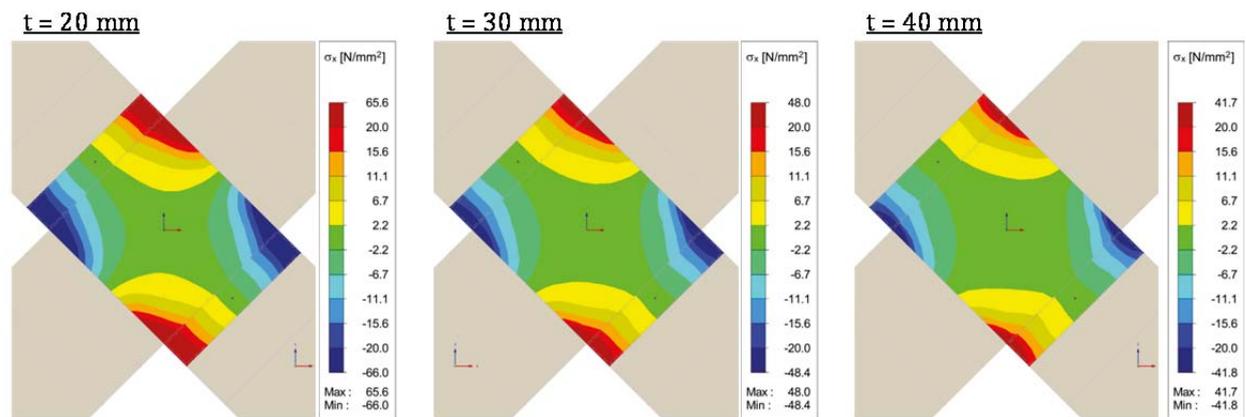


Abb. 66 Variation der Brettstärke: Einfluss auf die Längsspannungen  $\sigma_x$

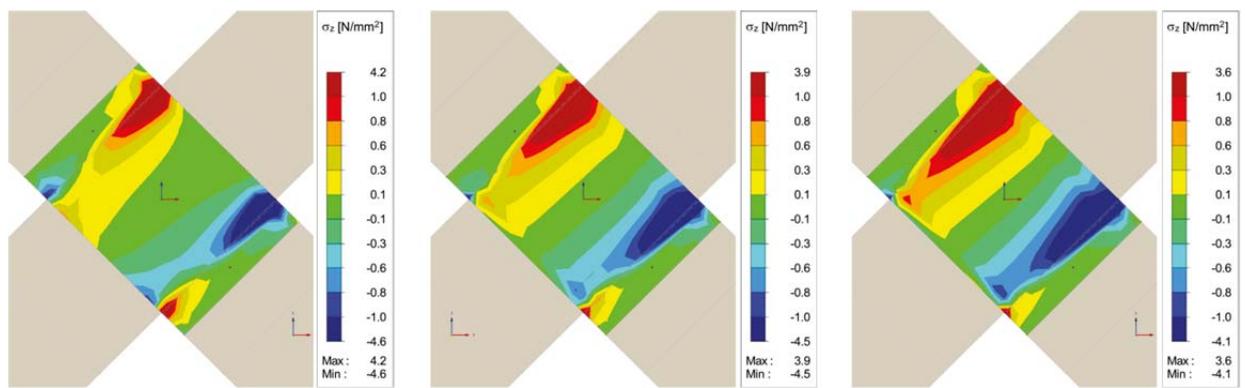


Abb. 67 Variation der Brettstärke: Einfluss auf die Querspannungen  $\sigma_y$

Auf die Schub- und Torsionsspannungen ist bei unterschiedlich dicken Brettlagen kein wesentlicher Einfluss zu erkennen. Sie verringern sich mit zunehmender Brettstärke geringfügig. In Abb. 68 sind die Schubspannungen  $\tau_{xz}$  (links) und  $\tau_{yz}$  (rechts) für alle drei Brettstärken dargestellt. Dazu wurde eine seitliche Ansicht auf die in Abb. 52 links dargestellte Sichtbarkeit gewählt. Zu sehen sind sowohl die Quer- als auch die Längslagen. Der Querschnitt der Längslagen ist nach unten gerichtet. Es ist zu erkennen, dass die Spannungen an der Brettmittellinie der zentralen Brettlage einen Nulldurchgang aufweisen. Für die Brettlamellen der äußeren Lagen gilt dies nicht. Die Schubspannungen, die aus der gegenseitigen Verdrehung resultieren, können sich bis zum Außenrand der Brettlamellen hin abbauen.

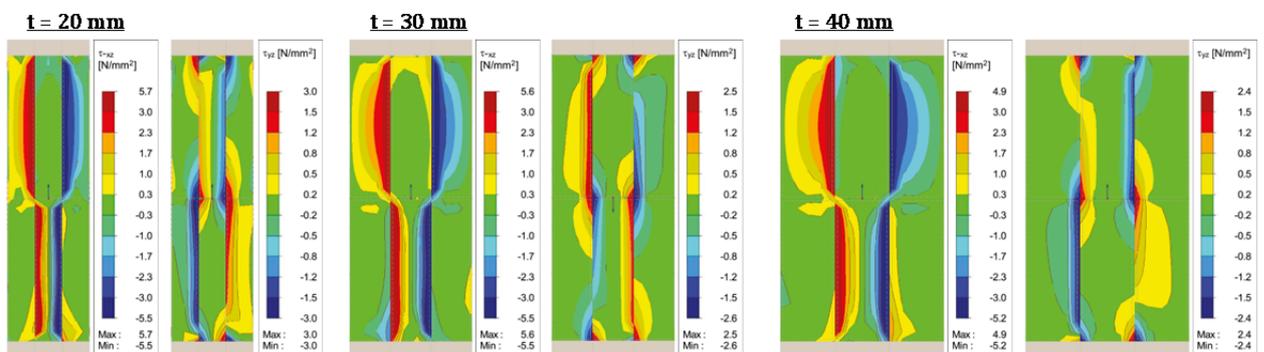


Abb. 68 Variation der Brettstärke: Einfluss auf die Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$

### 4-5.3 Variation der Schichtanzahl

Wertet man die Spannungen an den Oberflächen der zentralen Brettlage im Bereich der Klebefläche aus, so sind keine signifikanten Unterschiede zwischen den Aufbauten festzustellen. Durch die Variation der Schichtanzahl lässt sich in Abb. 69 gut erkennen, dass die aufgebrachte Last, wie bereits in Abschnitt 4-5.2 beschrieben, auf alle Lagen gleichmäßig verteilt wird. Die äußersten Lagen werden, wie schon mehrfach erläutert, geringer beansprucht.

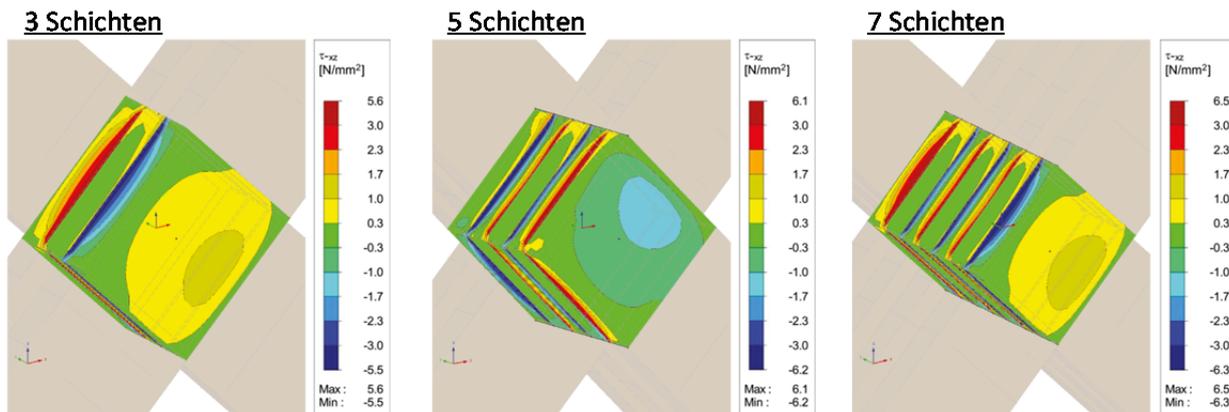


Abb. 69 Variation der Schichtanzahl: Einfluss auf die Schubspannungen  $\tau_{xz}$

Zur Verdeutlichung des Einflusses der Schichtanzahl auf die Lastverteilung auf die jeweiligen Lagen wurde die bereits in Abschnitt 4-5.2 verwendete Sichtbarkeit gewählt. In Abb. 70 ist zu erkennen, dass sich die Außenlagen nicht nur den Schubspannungen, sondern auch den Längsspannungen entziehen.

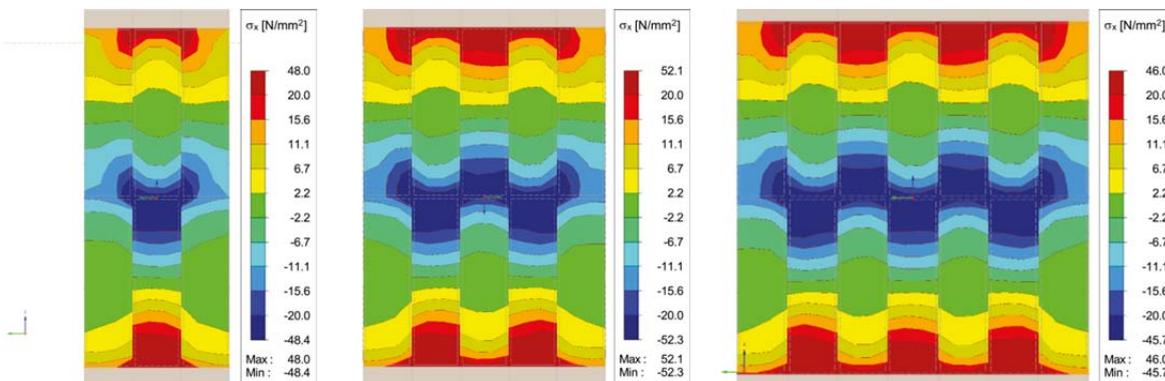


Abb. 70 Variation der Schichtanzahl: Einfluss auf die Längsspannungen  $\sigma_x$

In Abb. 71 sind die Querspannungen  $\sigma_z$  aller Schichten in einer isometrischen Ansicht dargestellt. Dabei zeigt die obere Reihe die Spannungen aus der Blickrichtung 1, die auch in der restlichen Parameterstudie für die Vergleiche verwendet wurde. Die Extremwerte der Spannungen sind als Zahlenwerte für die Rand- und Mittelschichten angegeben. Die Darstellung der Farbskala reicht von  $+1,0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  bis  $-1,0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ . In der unteren Reihe sind die Spannungen aus der Blickrichtung 2 aufgetragen. Die Extremwerte und die Verteilung der Farbskala entspricht jener aus der Blickrichtung 1.

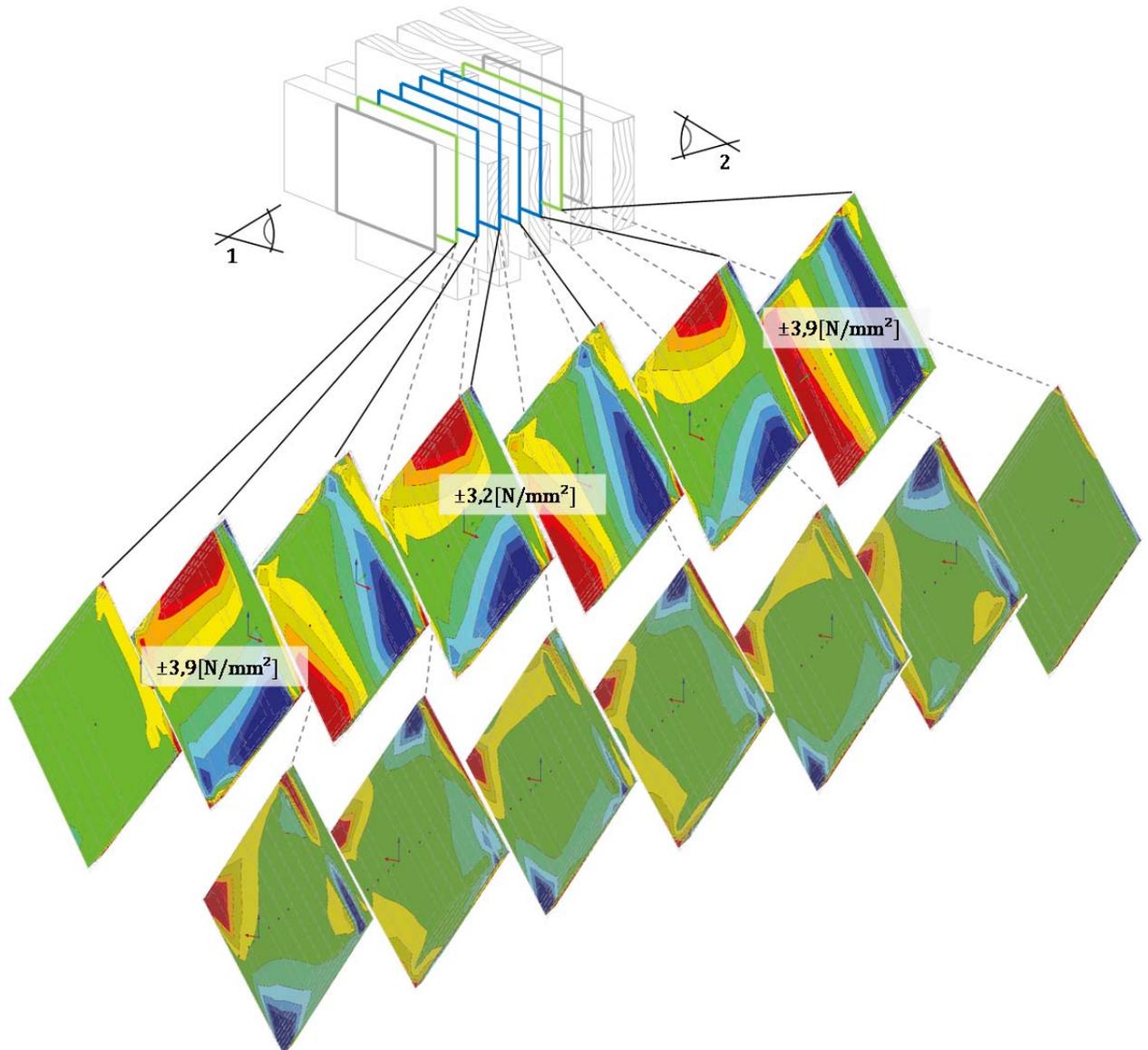


Abb. 71 Variation der Schichtanzahl: Einfluss auf die Querspannungen  $\sigma_z$  Ansichten aller Schichten

#### 4-5.4 Variation des Seitenverhältnisses

Bisher wurden in dieser Arbeit stets quadratische Klebeflächen betrachtet. Sowohl in den Versuchen von Jeitler (2004) als auch in jenen von Blaß & Flaig (2002) wurden die Torsionsfestigkeiten an rechteckigen Klebeflächen ermittelt. Die Auswirkungen der Form der Klebefläche soll anhand der folgenden Grafiken veranschaulicht werden. Es variieren hier sowohl das Seitenverhältnis als auch die Größe der Klebefläche. In Abschnitt 4-5.1 wurde nur die Brettbreite variiert. Dies entspricht einer Steigerung der Klebefläche mit gleichbleibenden  $b/h$ -Verhältnis.

Die Querschnittsfläche der Querlagen ist beim Referenz-Versuchskörper ohnehin nur halb so groß wie jene der Längslagen. Durch die Reduktion der Brettbreite wird die Querschnittsfläche noch zusätzlich verringert. Die Last wird von der Prüfmaschine gleichmäßig in alle Schenkel eingeleitet. Dies führt dazu, dass die in Abb. 79 links dargestellte Querlamelle wesentlich höher belastet wird als die Längslamellen.

Für die Querspannungen  $\sigma_y$  und  $\sigma_z$  aus Abb. 73 und Abb. 74 gelten dieselben Zusammenhänge wie sie bereits mehrfach erläutert wurden. Die höheren Querspannungen bei geringerer Breite der Querlagen hängen mit den hohen Längsspannungen zusammen.

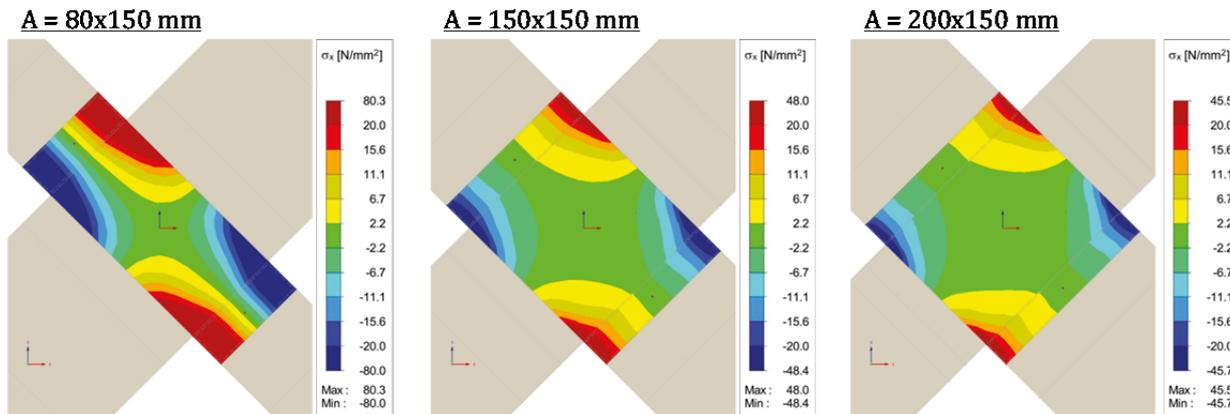


Abb. 72 Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Längsspannungen  $\sigma_x$

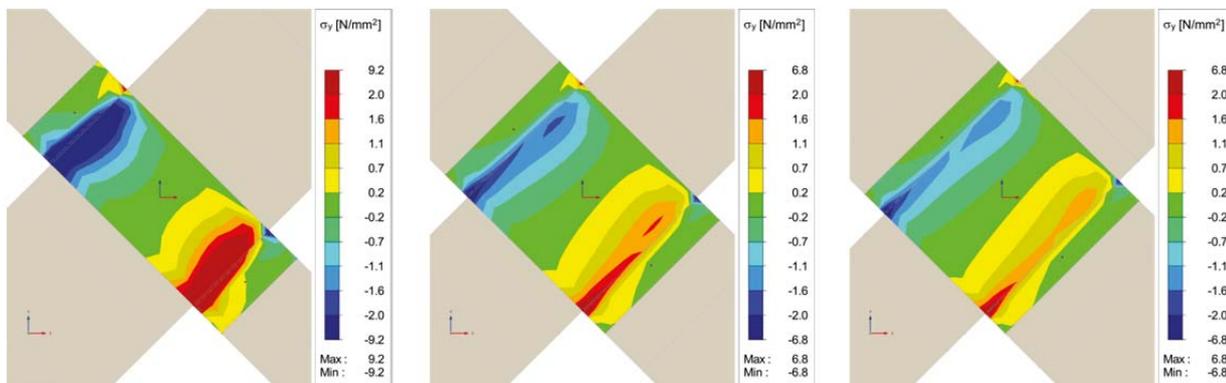


Abb. 73 Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Querspannungen  $\sigma_y$

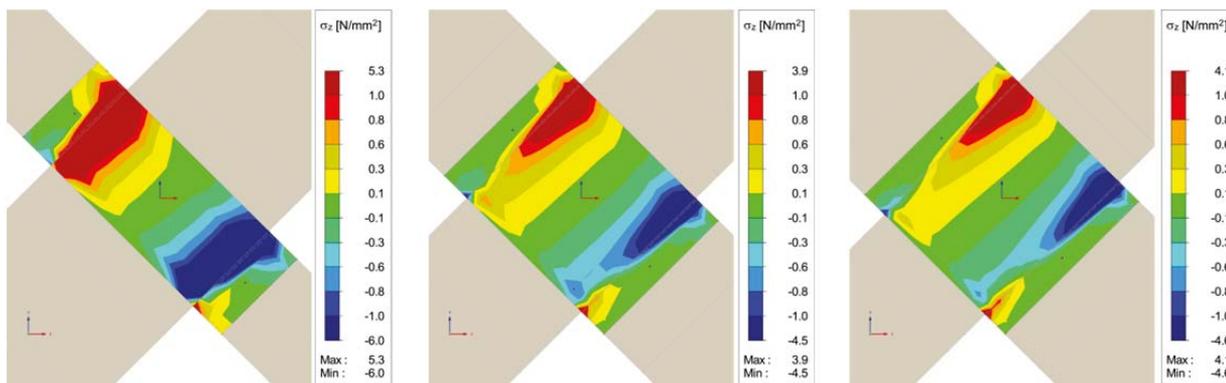


Abb. 74 Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Querspannungen  $\sigma_z$

In Abb. 75 sind die Torsionsspannungen über die drei unterschiedlich großen Flächen dargestellt (die Skalierung der farblichen Darstellung ist wegen der automatischen Generierung in Matlab nicht exakt ident). Die genaue Höhe der Spannungen ist in den Diagrammen aus Abb. 78 ersichtlich. Abb. 76 zeigt dieselben Torsionsspannungen in einer Schrägansicht und Abb. 77 die dazugehörigen Vektorfelder, die mithilfe von Matlab generiert wurden. Die einseitige Verschiebung der Torsionsspannungen wird der Verwindung zugeschrieben.

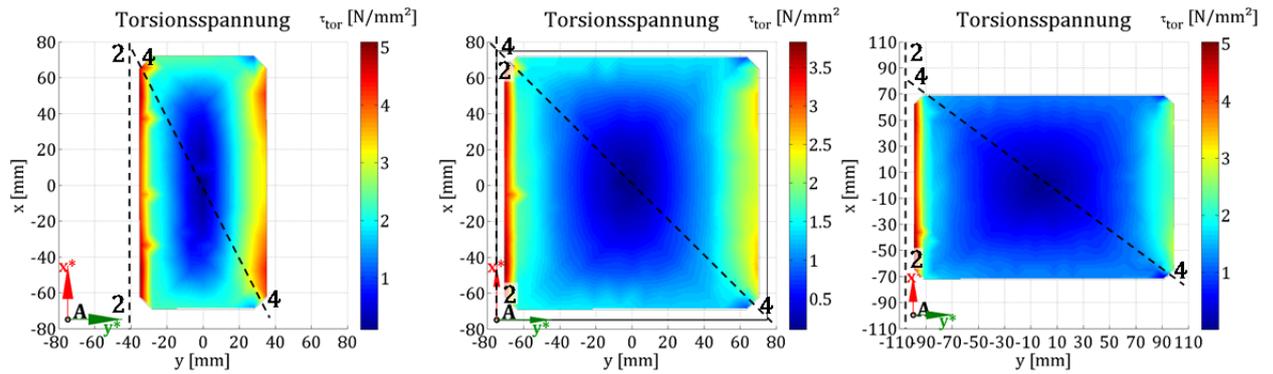


Abb. 75 Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen  $\tau_{tor}$

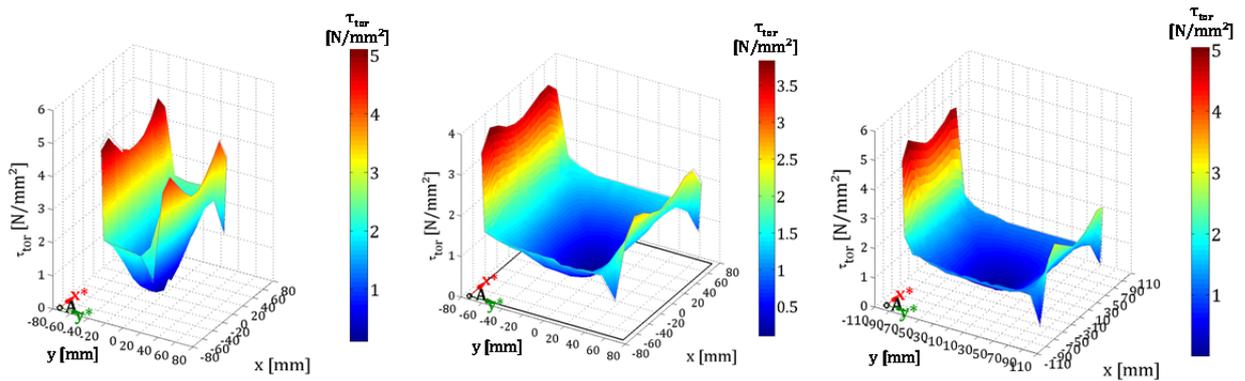


Abb. 76 Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen  $\tau_{tor}$  – Schrägansichten

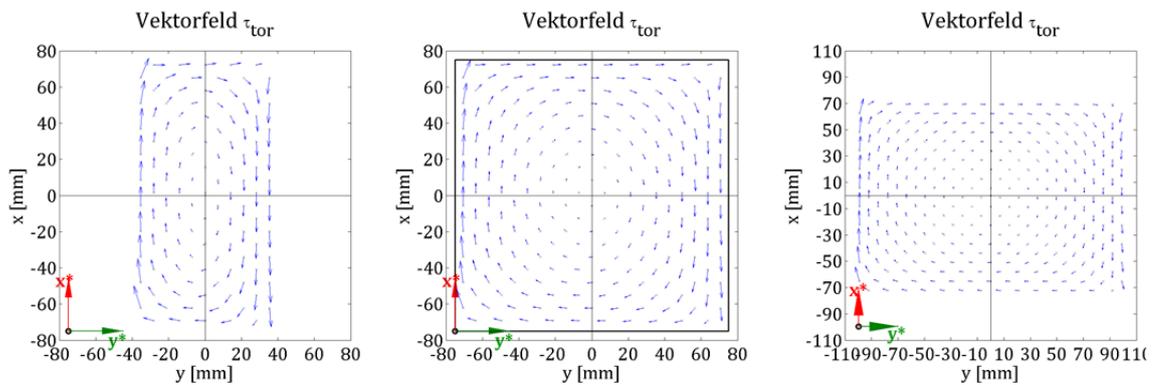


Abb. 77 Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen  $\tau_{tor}$  – Vektorfelder

Zur Veranschaulichung der tatsächlichen Höhe der Torsionsschubspannungen wurden die in Abb. 51 bereits dargestellten Schnitte 2-2 und 4-4 für die Variation der Seitenverhältnisse herangezogen. Der Vergleich der Torsionsspannungen an den genannten Schnitten ist in Abb. 78 grafisch dargestellt. Dabei ist die zur Berechnung der notwendigen Belastung angesetzte charakteristische Torsionsfestigkeit nach Jeitler (2004) ebenfalls dargestellt. Die Spannungsverläufe der Versuchskörper mit quadratischer Klebefläche und jener mit 200 mm breiten Querlamellen sind am Rand fast ident, daher sind die Spannungslinien in Abb. 78 (links) schwer zu unterscheiden. Die Länge des Schnittes 4-4 ist bei der Variation des Seitenverhältnisses nicht konstant da sich die Breite der Querlamellen ändert, darum ist die Schnittführung in Abb. 75 nochmals angedeutet.

Die höheren Spannungen bei schmalen Querlagen sind durch die Überlagerung zweier Effekte zu erklären. Zum einen ist dies die Spannungsverteilung an Rechtecksquerschnitten, die in Absatz 1-

2.3.1 beschrieben wurde und der zufolge die Torsionsspannungen an den längeren Seiten höher sind. Zum anderen ist dies auf das orthotropen Materialverhalten zurückzuführen welches in Abschnitt 1-3.1 behandelt wurde. In Folge dessen kommt es zu Steifigkeitsunterschiede in Längs- und Querrichtung dazu, dass die Längslagen mehr Spannungen anziehen.

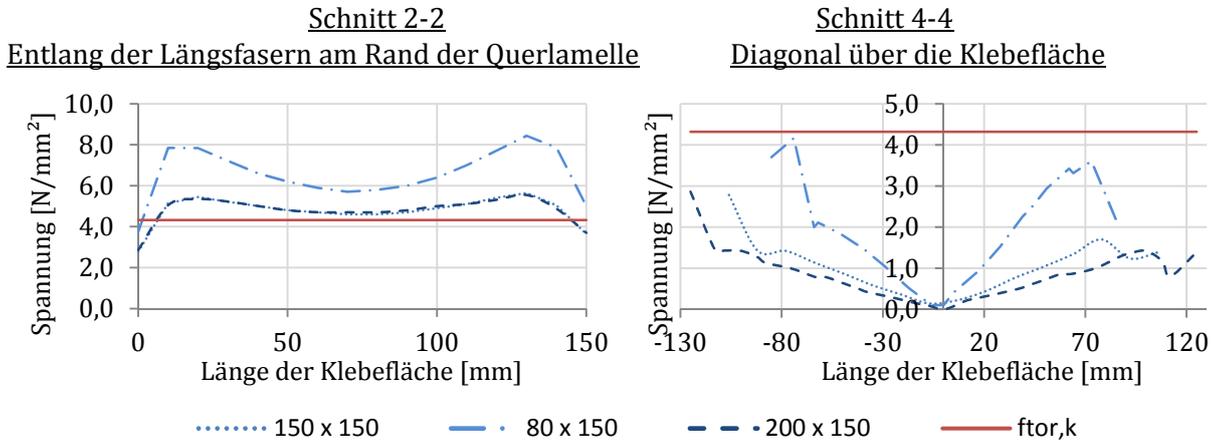


Abb. 78 Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen  $\tau_{tor}$  – Schnitt 2-2 (links) und Schnitt 4-4 (rechts)

### 4-5.5 Variation der Schenkellänge

Aus der Variation der Schenkellänge kann kaum ein Einfluss auf die Spannungen in der Klebefläche festgestellt werden. Die Längsspannungen  $\sigma_x$  in den Schenkeln erhöhen sich leicht, wie in Abb. 79 zu sehen ist. Die Spannungen stehen in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Torsionsmoment in der Klebefläche. In der vorliegenden Studie ist das Torsionsmoment in der Klebefläche abhängig von der Größe der Klebefläche, die bei der Variation der Schenkellänge immer gleich groß ist. Verringert sich die Schenkellänge, so muss eine größere Kraft  $F_k$  angesetzt werden um dasselbe Moment zu erhalten. Somit bleibt auch die Verwindung der Brettlamellen annähernd gleich. Verändert man hingegen die Schenkellänge bei gleichbleibender Last, so ist ein Einfluss auf die Verwindung festzustellen. Längere Schenkel verwinden sich unter derselben Last mehr als Kürzere. Auf die Querspannungen in Dickenrichtung  $\sigma_z$  und in Richtung der Brettbreite  $\sigma_y$  ist kein maßgeblicher Einfluss zu erkennen. Sowohl das Spannungsbild als auch die Größe der maximalen Spannungen bleibt unverändert. Die Abweichungen der genannten Spannungen in den drei unterschiedlichen Aufbauten liegt unter  $1 \text{ N/mm}^2$ .

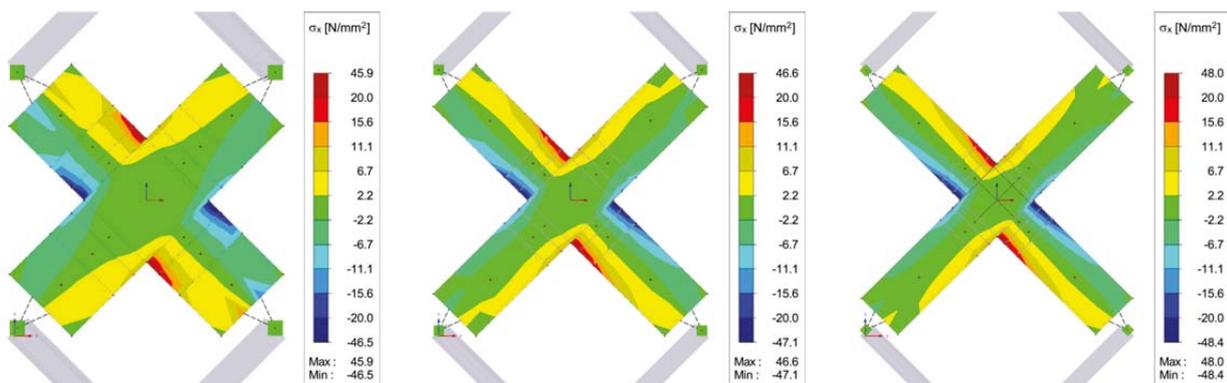


Abb. 79 Variation der Schenkellänge: Einfluss auf die Längsspannungen  $\sigma_x$

### 4-5.6 Verwendung von Ein- bzw. Aufleimern

Wie bereits bei der Variation der Schenkellänge ohne Ein- bzw. Aufleimer in Abschnitt 4-5.5 verändern sich auch hier die Spannungen an der Klebefläche bei unterschiedlich langen Schenkeln kaum. Durch die Verklebung entsteht angrenzend an die Torsionsklebefläche die schwächste Stelle der Brettlamellen. Am Beginn der Ein- bzw. Aufleimer kommt es, gegenüber den unverklebten Lamellen, zu einer Erhöhung der Längsspannungen. Dies geschieht aufgrund der plötzlichen Querschnittsreduktion vom verklebten Schenkel auf die reine Brettlamelle. Die Verklebung der Schenkel mit Ein- bzw. Aufleimern hat keinerlei Einfluss auf die weiteren Spannungen an der Klebefläche.

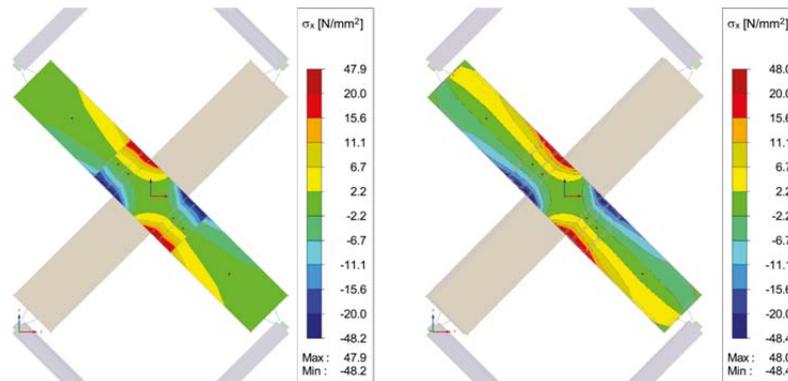


Abb. 80 Variation der Schenkellänge: Einfluss auf die Längsspannungen  $\sigma_x$

### 4-5.7 Lasteinleitung auf Druck oder Zug

Da bei der Berechnung in RFEM das Eigengewicht vernachlässigt wurde hat die Richtung der Kraft keinen Einfluss. Bei einer Berücksichtigung des Eigengewichts ist die anzusetzende Zugkraft um den Betrag des Eigengewichts zu erhöhen um dieselben Spannungen an der Klebefläche zu erhalten.

## 4-6 Diskussion der Parameterstudie

---

Die Spannungen an der Klebefläche werden hauptsächlich durch die Größe des wirkenden Torsionsmomentes bestimmt. Dies bedeutet, dass die Längsspannungen  $\sigma_x$  in den Brettlamellen mit zunehmendem Moment in der Klebefläche und mit geringer werdender Fläche die zur Abtragung zur Verfügung steht ansteigen. Bei der Kombination der Brettbreite und Brettdicke sollte demnach darauf geachtet werden, dass bei großen Brettbreiten dickere Bretter verwendet werden, da es sonst zu eventuell zu hohen Längsbeanspruchungen der Brettlamellen im angrenzenden Bereich zur Klebefläche kommt. Dieser Bereich der Schenkel ist auch bei der Verwendung von Ein- bzw. Aufleimern nicht verstärkt. Die Tragfähigkeit der einzelnen Brettlamellen ist in solchen Fällen zu betrachten. Die lokal begrenzte hohe Beanspruchung erlaubt, unter Berücksichtigung von Größeneffekten im Material, das Ansetzen höherer Widerstände.

Mit zunehmender Brettbreite und Brettdicke steigt der Widerstand gegen das Verwinden und die Spannungen verteilen sich gleichmäßiger über die Klebefläche. Die Schenkellänge hat nur einen Einfluss auf die Verwindung wenn die Last gleich bleibt. In der vorliegenden Studie wurde das Verhältnis von Kraft zu Hebelsarm immer aufeinander abgestimmt um ein rechnerisch konstantes Moment in der Klebefläche zu erhalten. Daher ergaben sich für die Änderung der Schenkellänge keine wesentlichen Unterschiede in den Spannungen. Am realen Versuchskörper erfolgt die Lasteinleitung nicht punktuell wie in der Berechnung sondern über einen längeren Bereich. Ein dahingehend positiver Einfluss auf die Verwindung ist zu erwarten.

Es kann nicht sichergestellt werden, dass in den verwendeten Brettern keinerlei natürliche Verwindungen vorherrschen. Daher ist es zu empfehlen die Form der Brettlamellen vor Versuchsbeginn zu dokumentieren, um etwaige unerwartete Versagensarten umfangreich analysieren zu können.

Spannungsumlagerungen in die Längsrichtung der Fasern nach dem Versagen einzelner Querschnittsteile auf Rollschub können in RFEM für Volumenkörper mit orthotropen Materialeigenschaften nicht berücksichtigt werden. Die Torsionsspannungen am Rand der Klebefläche bewegen sich bei quadratischen Klebeflächen wie in Abb. 78 ersichtlich in der Größenordnung der von Jeitler (2004) festgestellten Torsionsfestigkeiten für orthogonal verklebte Holzbretter. Beim Erreichen der maximal aufnehmbaren Spannungen im Außenbereich der Klebefläche kommt es dort zu einem Versagen des Holzes. Der innere Bereich der Klebefläche ist zu diesem Zeitpunkt noch intakt und kann weiterhin Lasten übertragen. Die Spannung steigt in den verbleibenden Teilen der Klebefläche solange an, bis es überall zum Versagen kommt und keine weitere Lastumlagerung mehr möglich ist. Dabei kann bei kleiner werdender Fläche und demnach auch kleinerem Torsionsträgheitsmoment dennoch dieselbe Last übertragen oder sogar gesteigert werden. Aus der Variation der Seitenverhältnisse zeigt sich, dass die berechneten Torsionsspannungen gut mit jenen der Versuche von Jeitler (2004) und Blaß & Flaig (2002) zusammenpassen. Es zeigt sich allerdings auch eine Formabhängigkeit der Spannungen von der Klebefläche. Diese könnte mitunter von der Verwendung des polaren Trägheitsmomentes her rühren wie in 1-2.3.1 erläutert, oder von der beschriebenen Überlagerung aus Spannungsverteilung zufolge Querschnittsform und orthotropen Materialverhalten. Sollten sich in einer Versuchsserie starke Schwankungen der Torsionsfestigkeiten in Abhängigkeit der Form der Klebefläche zeigen, so ist über einen Formbeiwert für die Klebefläche oder die Verwendung des Torsionsträgheitsmomentes nachzudenken.

Die Querkzugspannungen  $\sigma_z$  treten sehr lokal an der Oberfläche der Brettlamellen mit hohen Spannungsspitzen auf. Die genauen Auswirkungen dieser Querkzugspannungen können anhand der Parameterstudie nicht quantifiziert werden. Es könnte zu einer Ablösung der Brettlamellen in den auf Querkzug beanspruchten Bereichen kommen. Aufgrund der nur sehr lokalen hohen Querkzugspannungskonzentrationen könnte es auch nur zu einem Anriss und somit zu einer Entspannung kom-

men, was keinen weiteren Einfluss auf die Torsionsfestigkeit der Klebefläche hat. Auch hier gilt wieder der Hinweis zur Berücksichtigung deutlich höherer lokaler Tragwiderstände; dies insbesondere für die Querkzugfestigkeit von Holz.

Wie in einigen Abschnitten der Parameterstudie gezeigt und in Absatz 1-3.2.2 vorhergesagt, entziehen sich die Außenlagen der Beanspruchung. Die Außenlagen sind, wie zuvor beschrieben, torsionsweicher und anders als die zentralen Lagen nicht in deren Verwölbung behindert. Es ist also damit zu rechnen, dass mehrlagige Bauteile, bei denen der Anteil an Außenlagen im Verhältnis zur gesamten Anzahl der Lagen geringer ist, eine höhere Tragfähigkeit aufweisen als Bauteile mit weniger Schichten. Es ist über eine Versuchsserie abzuklären in welcher Größenordnung sich der daraus entstehende Effekt befindet.

## KAPITEL 5: ZUSAMMENFASSUNG

Die Erkenntnisse und wichtigsten Annahmen für diese Arbeit werden folgend abschließend komprimiert dargestellt:

Quadratische Querschnitte gelten als quasi wölbfrei bzw. als Querschnitte mit vernachlässigbar geringer Verwölbung. Die in der numerischen Studie betrachteten Klebeflächen wiesen allesamt einen quadratischen Querschnitt auf. Bei der Ermittlung der Versagenslasten für die Versuchskörper wurde daher der Einfachheit halber auf die SVT-Theorie zurückgegriffen.

In den bisher durchgeführten Versuchen, die in Abschnitt 1-4.2 beschrieben sind, wurden Klebeflächen in unterschiedlichen Bereichen des BSP-Elementes geprüft. Dabei ergaben sich für die Randlagen bis zu doppelt so hohe Werte für die Verdrehmoduln wie für die innenliegenden Klebeflächen. Die Ergebnisse aus diesen Versuchen sind in Tab. 9 des genannten Abschnittes gegenübergestellt.

Wie in Abschnitt 1-4.2 beschrieben wurde in den bisherigen Versuchen das polare Trägheitsmoment zur Bestimmung der Torsionsfestigkeiten aus den Versuchsergebnissen verwendet. In Folge ist auch die Nachweisführung unter Anwendung des polaren Trägheitsmomentes zielführend. Die einfachere Berechnung der polaren Trägheitsmomente spricht außerdem für deren Verwendung. Die Konsistenz in der Verwendung der Trägheitsmomente ist wegen der in Kapitel 3-1 beschriebenen Abweichung der polaren von den Torsionsträgheitsmomenten äußerst wichtig. Die polaren Trägheitsmomente weichen, wie in Absatz 1-2.3.1 erläutert, mit zunehmenden  $b/h$ -Verhältnissen deutlich von den Torsionsträgheitsmomenten ab. Die auf Basis des polaren Trägheitsmoments berechneten Spannungen sind stets geringer als jene auf Basis des Torsionsträgheitsmoments ermittelten.

Zum orthotropen Materialverhalten und dessen Einfluss auf die Torsionsspannungen sind in Kapitel 1-3 einige Überlegungen und Ingenieurkonstanten aus der Literatur dargelegt. Der Einfluss der Steifigkeitsunterschiede längs und quer zur Faserrichtung wirkt sich vor allem auf die Spannungsverläufe aus, die, wie in den Vektorfeldern der Torsionsspannungen aus Abb. 77 gut zu erkennen ist, in Richtung der Längsfasern verzerrt werden. Der Einfluss der Orthotropie gewinnt vor allem bei schmalen Brettlamellen an Bedeutung, da dort die Torsionsspannungen am Rand stark ansteigen. Zu sehen ist dies in den Diagrammen der Variation des Seitenverhältnisses in Abb. 78.

In Kapitel 2 werden mögliche Versuchskonfigurationen und Varianten der Lasteinleitung vorgestellt und diskutiert. Dabei ergab sich eine Konfiguration die mithilfe einer Zug- und Druckprüfmaschine belastet werden kann als am geeignetsten. Die Kraft der Prüfmaschine wird hierbei über Fachwerkstäbe in die Schenkel eingeleitet. Über die Größe der Kraft und die Länge der Holzschenkel kann die Größe des Momentes in der Klebefläche gesteuert werden. Die Größenordnung der zu übertragenden Kraft hängt von der Lasteinleitungsart ab. Zu dieser eben beschriebenen Konfiguration werden in Kapitel 3-2 zwei unterschiedliche Lasteinleitungsvarianten näher erläutert. Eine Variante mit einer Stabdübelverbindung und eine zweite Variante bei der die Last über orthogonal auf- bzw. eingeklebte Verstärkungslamellen in die Brettlamellen eingeleitet wird.

In der in Kapitel 4-5 durchgeführten Parameterstudie zeigt sich deutlich, dass die Außenlagen weniger belastet sind als die inneren. Es ist zu erwarten, dass sich abhängig von der Schichtanzahl eine Abminderung der Gesamttragfähigkeit ergibt. Es ist über eine Versuchsserie abzuklären in welcher Größenordnung sich der daraus entstehende Effekt befindet. Auch die Auswirkungen der Form der

Klebeflächen auf die Torsionswiderstände sollten versuchstechnisch abgeklärt werden und gegebenenfalls ein Formbeiwert zur Berücksichtigung dieser Einflüsse eingeführt werden. Bei großen, bemessungsrelevanten Abweichungen der Festigkeiten welche nur durch die Form der Klebefläche begründet sind, wird empfohlen, bei der Ermittlung der Festigkeiten und bei der Berechnung der Tragfähigkeit von Klebeflächen auf das Torsionsträgheitsmoment zurückzugreifen.

Der begrenzende Faktor bei der letztlichen Auswahl der Versuchskonfiguration ist die Lasteinleitung und die aus der Geometrie des Versuchsaufbaues entstehenden zusätzlichen unerwünschten Belastungen. Von den zwei in Kapitel 3-2 näher beschriebenen Lasteinleitungsvarianten ist wegen dem größeren Einsatzbereich die Lasteinleitung über Längsdruck und Rollschub mittels auf- bzw. eingeklebte Querlamellen zu bevorzugen; diese ist in Abb. 81 nochmals dargestellt. Der Aufbau kann sehr kompakt ausgeführt werden, da sich die Länge der Holzschenkel aus den Mindestabständen der lasteinleitenden Stahlbauteile ergibt. Im Gegensatz dazu ist bei der Lasteinleitung über Stabdübel die Schenkellänge durch das erforderliche Bruchmoment definiert. Die Dicke des Versuchskörpers ist bei der Einleitung über auf- bzw. eingeklebte Querlamellen nur durch die Breite und Nachgiebigkeit der Stahlbauteile beschränkt. Der gesamte Umfang der gewünschten Parametervariation und somit die maximale Breite der Versuchskörper, die sich aus der Schichtanzahl und der verwendeten Schichtdicke ergibt, sollte also vor der Fertigung der Stahlbauteile überdacht werden. Im Gegensatz zu den Versuchen von Flaig & Meyer (2014), neben der Möglichkeit mehrschichtige (> 2) BSP-Knotensysteme zu prüfen, ist der im Zuge dieser Arbeit entwickelte Versuchsaufbau in seiner Dicke und Lasteinleitung symmetrisch. Es fallen also keine zusätzlichen Momente aus der Exzentrizität der Lasteinleitung in der Klebefläche an.

Bei der Zusammenstellung der Versuchsaufbauten ist darauf Acht zu geben, dass die maximalen Längsspannungen in den Brettlagen nicht überschritten werden und das möglichst gerade Bretter ohne natürliche Verwindungen zum Einsatz kommen. Der Einfluss einer ungünstigen Überlagerung der Längsspannungen bei der Verwendung größerer Brettbreiten und gleichzeitig dünner Bretter sollte bei der Auswertung der Versuchsergebnisse berücksichtigt werden.

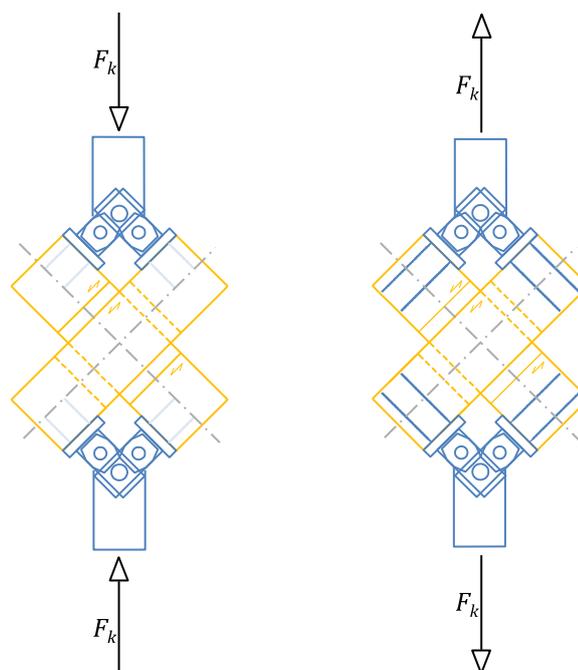


Abb. 81 Empfohlener Versuchsaufbau



# ANHANG A VERZEICHNISSE

## A-1 Literaturverzeichnis

- Bachmann, H., 2002. *Erdbebensicherung von Bauwerken*. 2. Hrsg. Zürich: Birkhäuser Verlag.
- Blaß & Flaig, 2012. *Stabförmige Bauteile aus Brettsperrholz*. Karlsruhe: KIT Scientific Publishing.
- Blaß, H. & Görlacher, R., 2002. Zum Trag und Verformungsverhalten von Brettsperrholz-Elementen bei beanspruchung in Plattenebene (Teil2). *Bauen mit Holz*, Issue 12.
- Bogensberger, T., Moosbrugger, T. & Schickhofer, G., 2007. *INTERNATIONAL COUNCIL FOR RESEARCH AND INNOVATION*. Graz: s.n.
- CEN, 2004. *Eurocode 5 EN 1995-1-1: Design of timber structures. Part -1-: General - Common rules and rules for buildings..* Brussels: European Committee for Standardization.
- Dlubal Software GmbH, 2014. *RFEM 5.4*. s.l.:s.n.
- Dröscher, J., 2014. *Prüftechnische Ermittlung der Schubkenngrößen von BSP-Scheibenelementen und Studie ausgewählter Parameter*, Graz: s.n.
- Dujic, B., Klobcar, S. & Zarnic, R., 2007. *Influence of Openings on Shear Capacity of Wooden Walls*. Bled, CIB-W18/40-15-6.
- Egger, Beck & Mandl, 1996. *Tragwerkselemente*. Stuttgart: B.G.Teuber.
- ETA-06/0138, 2006. Wien: s.n.
- ETA-08/0242, 2009. Berlin: s.n.
- ETA-09/0036, 2009. Wien: s.n.
- Flaig, M. & Meyer, N., 2014. *A new test configuration to determine the slip modulus of connections between crosswise bonded boards*. s.l.:s.n.
- Flatscher, G., Bratulic, K., Brandner, R. & Schickhofer, G., 2013. *Zusammenfassende und weiterführende Arbeiten zum Verhalten von BSP-Tragwerken bei der Beanspruchungssituation Erdbeben*, Graz: holz.bau forschungs gmbh.
- Francke, W. & Friemann, H., 2005. *Schub und Torsion in geraden Stäben, 3.Auflage*. s.l.:Vieweg Verlag.
- Friemann, 1983. *Schub und Torsion gerader Stäbe*. Werner-Ingenieur-Texte 78 Hrsg. Düsseldorf: Werner-Verlag.
- Gross, D., Hauger, W., Schröder, J. & Wall, W. A., 2007. *Technische Mechanik 2*. Darmstadt: Springer Verlag.
- Hees, G., Müller, R. K., Pohlmann, G. & Schubert, E., 1988. *Bautechnik IV, Konstruktiver Ingenieurbau 1*. s.l.:Springer-Verlag.
- Heimeshoff, B., 1982. Über den Einfluss der Anisotropie auf der Spannungs- und Verformungszustand von Stäben mit Rechteckquerschnitt bei Torsionsbeanspruchung. In: *Ingenierholzbau in Forschung und Praxis*. Karlsruhe: Bruderverlag.
- Jeitler, G., 2004. *Versuchstechnische Ermittlung der Verdrehungskenngrößen von orthogonal verklebten Brettlamellen*. Graz: s.n.

- Kofler, M. & Fritsch, R., 2013. *Statik 2, Festigkeitslehre 5.Auflage*. Wien: MANZ.
- Kollbrunner, C. F. & Basler, K., 1966. *Torsion*. s.l.:Springer Verlag Berlin.
- Kollmann, F., 1982. *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, 2.Auflage*. München: Springer Verlag Berlin.
- Läpple, V., 2011. *Einführung in die Festigkeitslehre*. 3.Auflage Hrsg. s.l.:Vieweg + Teubner.
- MathWorks, 2013. *Matlab R2013a*. Aachen: s.n.
- ÖNORM B 1995-1-1, 2010. *Bemessung und Konstruktion von Holzbauteilen*. s.l.:s.n.
- ÖNORM B 1995-1-1, 2014. *Bemessung und Konstruktion von Holzbauteilen*. s.l.:s.n.
- ÖNORM DIN 4074-1, 2012. *Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit*. s.l.:s.n.
- ÖNORM EN 338, 2009. *Bauholz für tragende Zwecke - Festigkeitsklassen*. s.l.:s.n.
- Petersen, C., 1987. *Stahlbau, Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten*. s.l.:Vieweg.
- pr ON EN 16351, 2012. *Holzbauwerke - Brettsperrholz - Anforderungen*. s.l.:s.n.
- Prandtl, L., 1961. *Ludwig Prandtl Gesammelte Abhandlungen zur angewandten Mechanik Hydro- und Aerodynamik*. s.l.:Springer Verlag Berlin.
- Sattler, K., 1974. *Lehrbuch der Statik II/A*. s.l.:Springer-Verlag.
- Schickhofer, G., 2006. *Holzbau-Der Roh- und Werkstoff*. Graz: Institut für Holzbau und Holztechnologie, TU-Graz.
- Schickhofer, G., Bogensberger, T. & Moosbrugger, T., 2010. *BSPHandbuch Holz-Massivbauweise in Brettsperrholz*. Graz: Verlag der Technischen Universität Graz.
- Szabo, I., 1964. Höhere Technische Mechanik (4.Auflage). In: s.l.:Springer.
- Wagenführ, R., 2007. *Holzatlas*. 6.Auflage Hrsg. Dresden: Fachbuchverlag Leipzig.
- Wallner, G., 2004. *Versuchstechnische Ermittlung der Verschiebungskenngrößen von orthogonal verklebten Brettlamellen*. Graz: s.n.
- Wallner-Novak, M., Koppelhuber, J. & Pock, K., 2013. *BSP-Leitfaden*. s.l.:s.n.

## A-2 Abbildungsverzeichnis

Abb. 1	Platten- (links) und Scheibenbeanspruchung (rechts) .....	3
Abb. 2	a) Klebefläche      b) Kreuzungspunkt (Knoten)      c) Kreuzungspunkt unter Torsionsbeanspruchung.....	4
Abb. 3	Auswahl von typischen Spannungs-Dehnungsbeziehungen in Holz (Schickhofer, 2006) (überarbeitet) .....	5
Abb. 4	Torsion an der kreisrunden Welle .....	6
Abb. 5	Gleitung am Finiten Element unter Schubbeanspruchung (Friemann, 1983).....	7
Abb. 6	Kragarm mit Rechtecksquerschnitt unter Torsion (Sattler, 1974) .....	8
Abb. 7	Verhältnis der Trägheitsmomente (links) und deren Absolutwerte für einen Querschnitt mit einer Höhe $h$ von 50 mm und veränderlicher Querschnittsbreite $b$ (rechts) .....	10

Abb. 8	Momententragfähigkeit von Klebeflächen mit unterschiedlichen Trägheitsmomenten .....	11
Abb. 9	Torsionsspannungen in zwei Randpunkten und dazugehörige Verwölbung (Prandtl, 1961).....	11
Abb. 10	Torsionsspannungen in zwei Randpunkten.....	11
Abb. 11	Darstellung zur Dübelformel .....	12
Abb. 12	Kragarm unter Torsion (Francke & Friemann, 2005).....	15
Abb. 13	Spannungsvergleich bei einem Rechtecksquerschnitt (Szabo, 1964).....	17
Abb. 14	Torsionsbeanspruchung bei orthotropem Material .....	19
Abb. 15	Komponenten der Steifigkeitsmatrix bei orthotropen Materialverhalten (Schickhofer, 2006) .....	19
Abb. 16	Koordinatensystem für die Angabe der Ingenieurkonstanten von Holz.....	21
Abb. 17	Torsionsbeanspruchung bei verschiedenen Graden der Anisotropie (Heimeshoff, 1982).....	22
Abb. 18	Torsionsbeanspruchung einer Brettsperrholz-Klebefläche .....	22
Abb. 19	Schubversagensarten in der BSP-Scheiben .....	23
Abb. 20	Tordiertes, repräsentatives Volumen-Element (RVE) und Federmodell.....	24
Abb. 21	Geometrieverhältnisse in BSP-Scheiben (Schickhofer, et al., 2010) .....	24
Abb. 22	Scheibentragwirkung (links) und Prüfung zur Torsionsfestigkeit (rechts) (pr ON EN 16351, 2012) .....	26
Abb. 23	Vom Gebäude zum RVSE (Schickhofer, et al., 2010).....	27
Abb. 24	RVSE-bezogenes Volumen, Symmetrie (Schickhofer, et al., 2010) .....	28
Abb. 25	RVSE Versagensmechanismen (Schickhofer, et al., 2010).....	29
Abb. 26	Nachweis der Klebefläche (Blaß & Flaig, 2012).....	30
Abb. 27	Lage der untersuchten Klebeflächen in der BSP-Scheibe .....	32
Abb. 28	Versuchsaufbau (Jeitler, 2004) .....	33
Abb. 29	Prüfserien (Jeitler, 2004) .....	34
Abb. 30	Verdrehsteifigkeit in Abhängigkeit des Jahrringverlaufs (Jeitler, 2004).....	34
Abb. 31	Versuchsaufbau und Versagensbild von Blaß & Görlacher (2002) .....	35
Abb. 32	Versuchsaufbau von Flaig & Meyer (2014) .....	36
Abb. 33	Versuchsaufbauvariante V_1 Krafteinleitung über Torsionsmaschine.....	39
Abb. 34	Versuchsaufbauvariante V_2 direkte Krafteinleitung in die Holzschenkel .....	40
Abb. 35	Versuchsaufbau V_3 Lasteinleitung über Fachwerkstäbe mit Untervarianten hinsichtlich der Lasteinleitungsart.....	41
Abb. 36	Krafteinleitungsrichtung .....	41
Abb. 37	Ansichten der ausgewählten Versuchskonfigurationen V_3d (links) V_3c (rechts)..	43
Abb. 38	Versuchsaufbau V3_d (links) und V3_c (rechts) .....	46
Abb. 39	Lasteinleitung Torsionsmoment .....	47
Abb. 40	Winkelbeschränkung der Krafteinleitung und Abstufung der Fachwerkstäbe .....	47
Abb. 41	Dübelbilder für b = 200 mm (links), b = 150 mm (mittig) und b = 80 mm (rechts)..	48
Abb. 42	Ein- bzw. Aufleimer für die Stabdübelverbindung .....	48
Abb. 43	Ein- bzw. Aufleimer für die Lasteinleitung über Längsdruck & Rollschub.....	51

Abb. 44	Lasteinleitung über Längsdruck, Lastaufbringung via Druck.....	53
Abb. 45	Lasteinleitung über Längsdruck, Lastaufbringung via Zug.....	53
Abb. 46	Modell in RFEM: Achsdefinition.....	55
Abb. 47	Modell in RFEM: Ansicht (links), Isometrie (mittig) und Anschluss der Schenkel über Kopplungsstäbe (rechts).....	55
Abb. 48	Konvergenzstudie auf Basis der lokalen, maximalen Längsspannungen $\sigma_{x,max}$ : Spannungsbilder aus RFEM für eine Netzweite (von links nach rechts) von 5, 10 und 15 mm.....	56
Abb. 49	Konvergenzstudie auf Basis der lokalen, maximalen Längsspannungen $\sigma_{x,max}$ : Spannungsbilder aus RFEM für eine Netzweite (von links nach rechts) von 30, 50 und 100 mm.....	56
Abb. 50	Verlauf der maximalen Längsspannungen $\sigma_{x,max}$ (links) und die Konvergenz der Längsspannungen $\sigma_{x,max}$ (rechts) mit veränderlicher Netzweite.....	57
Abb. 51	Anordnung der Rasterpunkte auf der Klebefläche (links) und der Schnittführungen am Versuchskörper (rechts) in RFEM.....	59
Abb. 52	Lage und Art der für die Parameterstudie verwendeten Sichtbarkeiten im Versuchskörper.....	60
Abb. 53	Qualitativ erwartete Spannungen $\sigma_x$ (links), $\sigma_y$ (mitte), $\sigma_z$ (rechts).....	61
Abb. 54	Vorzeichen Ermittlung der Torsions-spannungen $\tau_{tor}$ an der Klebefläche.....	62
Abb. 55	Verwindung von Brettlamellen bei gleichmäßig steifer Lagerung (oben) und in der Versuchskonfiguration (unten).....	63
Abb. 56	Einfluss der Verwindung auf die Querspannungen $\sigma_y$ (links) und die Schubspannungen $\tau_{yz}$ (rechts).....	64
Abb. 57	Gegenüberstellung der Spannungen bei der Verwendung von orthotropen und isotropen Materialeigenschaften.....	65
Abb. 58	Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Längsspannungen $\sigma_x$ .....	67
Abb. 59	Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Querspannungen $\sigma_y$ .....	68
Abb. 60	Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Querspannungen $\sigma_z$ .....	68
Abb. 61	Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Querspannungen $\sigma_z$ .....	68
Abb. 62	Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Schubspannungen $\tau_{xz}$ .....	69
Abb. 63	Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Schubspannungen $\tau_{yz}$ .....	69
Abb. 64	Variation der Brettbreite: Einfluss auf die Torsionsspannungen $\tau_{tor}$ .....	70
Abb. 65	Torsionsspannungen $\tau_{tor}$ an beiden Seiten der zentrischen Brettlage.....	70
Abb. 66	Variation der Brettdicke: Einfluss auf die Längsspannungen $\sigma_x$ .....	71
Abb. 67	Variation der Brettdicke: Einfluss auf die Querspannungen $\sigma_y$ .....	71
Abb. 68	Variation der Brettdicke: Einfluss auf die Schubspannungen $\tau_{xz}$ und $\tau_{yz}$ .....	71
Abb. 69	Variation der Schichtanzahl: Einfluss auf die Schubspannungen $\tau_{xz}$ .....	72
Abb. 70	Variation der Schichtanzahl: Einfluss auf die Längsspannungen $\sigma_x$ .....	72
Abb. 71	Variation der Schichtanzahl: Einfluss auf die Querspannungen $\sigma_z$ Ansichten aller Schichten.....	73
Abb. 72	Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Längsspannungen $\sigma_x$ .....	74
Abb. 73	Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Querspannungen $\sigma_y$ .....	74
Abb. 74	Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Querspannungen $\sigma_z$ .....	74

Abb. 75	Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen $\tau_{\text{tor}}$ .....	75
Abb. 76	Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen $\tau_{\text{tor}}$ – Schrägansichten .....	75
Abb. 77	Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen $\tau_{\text{tor}}$ – Vektorfelder .....	75
Abb. 78	Variation des Seitenverhältnisses: Einfluss auf die Torsionsspannungen $\tau_{\text{tor}}$ – Schnitt 2-2 (links) und Schnitt 4-4 (rechts) .....	76
Abb. 79	Variation der Schenkellänge: Einfluss auf die Längsspannungen $\sigma_x$ .....	76
Abb. 80	Variation der Schenkellänge: Einfluss auf die Längsspannungen $\sigma_x$ .....	77
Abb. 81	Empfohlener Versuchsaufbau .....	81

### A-3 Tabellenverzeichnis

Tab. 1	Zugstabanalogie (Francke & Friemann, 2005).....	14
Tab. 2	Gegenüberstellung SVT und WKT.....	18
Tab. 3	Ingenieurkonstanten nach Wallner (2004).....	21
Tab. 4	Ingenieurkonstanten aus (Blaß & Flaig, 2012) sowie Kennwerte für Vollholz nach ÖNORM EN 338 (2009).....	21
Tab. 5	Bestimmungskonzept für $t_i^*$ (Schickhofer, et al., 2010).....	28
Tab. 6	Empfohlene Festigkeiten von Blaß & Flaig (2012).....	30
Tab. 7	Steifigkeitswerte für BSP-Scheiben (Wallner-Novak, et al., 2013).....	31
Tab. 8	Festigkeitswerte für BSP-Scheiben .....	32
Tab. 9	Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den bisherigen Versuchen.....	33
Tab. 10	Vergleich der erforderlichen Schenkellängen in [m].....	54
Tab. 11	Variation der Eingangsparameter .....	66