



Dipl.-Ing. Michael Mayer, BSc

# **Numerische Untersuchung der Bettungssteifigkeiten von flach- und pfahlgegründeten Brückenpfeilern**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Geotechnik und Wasserbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. M.Sc. tit.Univ.-Prof. Helmut Schweiger

Institut für Bodenmechanik und Grundbau

Dipl.-Ing. Patrick Pichler, BSc

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift

## Danksagung

Einleitend bedanke ich mich bei Herrn Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. M.Sc. tit.Univ.-Prof. Helmut Schweiger und Herrn Dipl.-Ing. Patrick Pichler, BSc für die Betreuung während der gesamten Arbeit. Ein weiterer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Ing.- Nguyen Viet Tue, welcher mich zur Arbeit an diesem Thema gebracht hat.

Besonders großer Dank gebührt an dieser Stelle meiner Familie, allen voran meinen Eltern Roswitha und Erich, die mir die Möglichkeit gaben auch mein zweites Masterstudium zu beenden und deren Unterstützung ich mir immer Gewiss sein kann. Auch meinem Bruder Stefan, welcher mir immer zur Seite stand, sei hier gedankt.

Abschließend noch ein großes Dankeschön an all meine Freunde und Studienkollegen, speziell hervorzuheben sind jene aus dem Bodenmechanik-Diplomandenzimmer und die Mitglieder der Gruppe 1. Besonderer Dank gilt zu guter Letzt noch meiner Studienkollegin und besten Freundin Laura Watzlik, auf deren Unterstützung ich zu jeder Zeit des Studiums zählen konnte und die mir immer mit Rat und Tat zur Seite stand.

## Kurzfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden Bettungssteifigkeiten von flach- und pfahlgegründeten Brückenpfeilern numerisch untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden mit derzeit zur Anwendung kommenden Verfahren zur Ermittlung der Bettungsmoduli verglichen.

Im ersten Abschnitt werden Flachgründungen unter rotatorischer, translatorischer und kombinierter Beanspruchung untersucht. Die numerischen Berechnungen der flachgegründeten Brückenpfeiler erfolgen mittels des Finite-Elemente-Programms PLAXIS 2D AE.02. Die sich daraus ergebenden Spannungen und Verschiebungen werden, angelehnt an das Bettungsmodulverfahren, genutzt, um die jeweiligen Federsteifigkeiten abzuleiten. Diese werden in weiterer Folge mit derzeit gängigen Methoden zur Bestimmung der Bettungsmoduli, hinsichtlich der sich ergebenden Pfeilerkopfverschiebungen, verglichen. Dabei treten fallweise deutliche Diskrepanzen auf. Weiters werden aus den numerischen Berechnungen abgeleitete Nomogramme als mögliche Bemessungsbehelfe dargestellt.

Der zweite Abschnitt widmet sich den Horizontalbettungssteifigkeiten bei pfahlgegründeten Brückenpfeilern. Untersucht werden Einzelpfähle sowie ein- und zweireihig angeordnete Pfahlgruppen. Die numerischen Berechnungen erfolgen für diese Fälle mittels des Finite-Elemente-Programms PLAXIS 3D 2013.01. Die Resultate daraus werden mit den Ergebnissen der Vorgehensweise nach DIN 1054 zur Bestimmung der Bettungsmoduli von Pfählen verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Vorgehensweise nach DIN 1054 eine gute Möglichkeit darstellt, um die Bemessungsmomente der Pfähle zu ermitteln. Aufgrund der fehlenden Belastungsabhängigkeit der Vorgehensweise nach DIN 1054, ist sie allerdings nur bedingt geeignet um Verschiebungen des Gesamtsystems zu ermitteln.

## **Abstract**

In the scope of this master thesis, the subgrade reaction stiffness of shallow and pile foundations for bridge pillars is examined. The results of these studies are compared with common methods for the determination of the subgrade reaction modulus.

In the first part, shallow foundations are examined by considering rotatory, translational and combined load cases. The numerical analyses are performed with the finite element program PLAXIS 2D AE.02. With the stresses and deformations, which are ascertained in the numerical studies, the particular spring stiffness is calculated. The calculation of the spring stiffness is according to the subgrade reaction modulus method. Afterwards, this stiffness is compared in terms of head displacements of the pillars with results of common methods for determining the subgrade reaction modulus. These comparisons are leading to considerable discrepancies in some cases. Furthermore, nomograms are proposed as possible calculation remedies.

The second part deals with the determination of the horizontal subgrade reaction modulus of pile foundations for bridge pillars. The studies cover single piles as well as pile groups that are arranged in one and two rows. The execution of the numerical analyses for the pile foundations are performed by using PLAXIS 3D 2013.01. The evaluations of the studies are compared with the results of the approach according to DIN 1054 for determination of horizontal subgrade reaction modulus of piles. The outcome of the comparisons shows that DIN 1054 gives a good method to determine the design moment of the piles. Due to the fact that the method following DIN 1054 does not consider the applied load, it is only limitedly possible to calculate the deformations of the overall system.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>1</b>
1.1	Ausgangslage und Motivation .....	1
1.2	Zielsetzung.....	1
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen.....</b>	<b>2</b>
2.1	Boden-Bauwerk-Interaktion (BBI) .....	2
2.1.1	Spannungstrapezverfahren.....	3
2.1.2	Bettungsmodulverfahren .....	4
2.1.3	Steifemodulverfahren .....	5
2.2	Stoffgesetze.....	6
2.2.1	Linear-elastisches Materialmodell.....	6
2.2.2	Mohr-Coulomb Modell .....	6
2.2.3	HSS-Modell.....	7
<b>3</b>	<b>Stand der Technik.....</b>	<b>8</b>
3.1	Flachgründungen .....	8
3.1.1	Ansatz IBB (Institut für Betonbau, TU Graz) .....	8
3.1.2	Alternative Ansätze .....	9
3.2	Pfahlgründungen.....	10
3.2.1	Ansatz IBB .....	10
3.2.2	Alternative Ansätze .....	12
<b>4</b>	<b>Untersuchung der Bettungssteifigkeiten von Flachgründungen.....</b>	<b>14</b>
4.1	Voruntersuchungen.....	14
4.1.1	Rückrechnung der Federsteifigkeiten .....	15
4.1.2	Ergebnisse der Voruntersuchung.....	19
4.2	Detailuntersuchungen .....	20
4.2.1	Einfluss der Netzfeinheit .....	20
4.2.2	Allgemeine Geometrieangaben .....	21
4.2.3	Materialparameter.....	22
4.2.4	Rotatorisch beanspruchte Flachgründungen.....	23
4.2.5	Translatorisch beanspruchte Flachgründungen .....	27
4.2.6	Kombiniert beanspruchte Flachgründungen.....	31
4.3	Methoden zur Ermittlung der Bettungssteifigkeiten.....	34
4.3.1	Nomogramme .....	34
4.3.2	Theoretische Ableitung der Vertikalfedersteifigkeit .....	38
4.4	Variantenvergleich.....	42
4.4.1	Vergleich der Kopfverschiebungen .....	42

---

4.4.2	Vergleich der Sohlspannungsverteilungen .....	44
<b>5</b>	<b>Untersuchung der Bettungssteifigkeiten von Pfahlgründungen .....</b>	<b>46</b>
5.1	Voruntersuchungen .....	46
5.2	Detailuntersuchungen .....	50
5.2.1	Allgemeine Angaben .....	50
5.2.2	Materialparameter .....	52
5.2.3	Einzelpfahl .....	54
5.2.4	Zwei Pfähle – einreihig .....	56
5.2.5	Drei Pfähle – einreihig .....	58
5.2.6	Zwei Pfähle – zweireihig .....	60
5.2.7	Vier Pfähle – zweireihig .....	63
5.2.8	Sechs Pfähle – zweireihig .....	66
5.3	Variantenvergleich – Einzelpfahl .....	69
5.3.1	Vergleich der Bettungssteifigkeitsverteilungen .....	69
5.3.2	Vergleich der Kopfverschiebungen .....	71
5.3.3	Vergleich der Momentenverteilungen .....	72
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>74</b>
6.1	Flachgründungen .....	74
6.2	Pfahlgründungen .....	75
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>76</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>77</b>
	<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>80</b>
<b>A.</b>	<b>Anhang: Flachgründungen – Geometrieangaben (PLAXIS) .....</b>	<b>82</b>
<b>B.</b>	<b>Anhang: Flachgründungen – Einfluss der Netzfeinheit .....</b>	<b>85</b>
<b>C.</b>	<b>Anhang: Flachgründungen – Auswertungen ausgewählter Beispiele .....</b>	<b>89</b>
<b>D.</b>	<b>Anhang: Flachgründungen – Vergleich IBB/ Numerisch .....</b>	<b>93</b>

# Formelzeichen und Abkürzungen

## Große Buchstaben

$A$	[m <sup>2</sup> ]	Fläche
$D$	[m]	Pfahlschaftdurchmesser
$E$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul
$E_{50}^{ref}$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Sekantenmodul bei 50% der max. Deviatorspannung aus dem Triaxialtest
$E_{oed}^{ref}$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Tangentenmodul aus dem Ödometersuch
$E_{s,k}$	[kN/m <sup>2</sup> ]	charakteristischer Wert des Steifemoduls
$E_{ur}^{ref}, M_e$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Ent- und Wiederbelastungsmodul
$EI$	[kNm <sup>2</sup> ]	Biegesteifigkeit
$F_{\ddot{a}qu}$	[kN]	äquivalente Kraft
$F_x$	[kN]	Kraft in x-Richtung
$G$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Schubmodul
$G_0$	[kN/m <sup>2</sup> ]	initialer Schubmodul bei sehr kleinen Dehnungen
$I$	[m <sup>4</sup> ]	Flächenträgheitsmoment
$K_0^{NC}$	[-]	K <sub>0</sub> -Wert für normale Konsolidierung
$L$	[m]	elastische Länge des Einzelpfahls
$M$	[kNm]	Moment
$N$	[kN]	Normalkraft
$P$	[kN]	Punktlast
$Q$	[kN]	Querkraft
$R$	[kN]	Resultierende
$R_f$	[-]	Versagensverhältnis
$R_{inter}$	[-]	Interface-Beiwert
$R^2$	[-]	Bestimmtheitsgrad
$W$	[m <sup>3</sup> ]	Widerstandsmoment

## Kleine Buchstaben

$b$	[m]	Fundamentbreite
$c$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Kohäsion
$h$	[m]	Pfeilerhöhe
$h_e$	[m]	Einbindetiefe
$k_h$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Horizontalfedersteifigkeit
$k_v$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Vertikalfedersteifigkeit
$k_\varphi$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Drehfedersteifigkeit
$k_s, k_R$	[MN/m <sup>3</sup> ]	Bettungsmodul
$k_{s,k}$	[kN/m <sup>3</sup> ]	charakteristischer Wert des Bettungsmoduls

$k_{s,i}$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Bettungssteifigkeit eines Punktes
$l$	[m]	Fundamentlänge, Pfahllänge
$m$	[-]	Potenzzahl zur Beschreibung der spannungsabhängigen Steifigkeit
$p$	[kN/m]	Gleichlast
$p^{ref}$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Referenzspannung
$q_a$	[kN/m <sup>2</sup> ]	asymptotische Deviatorspannung
$q_c$	[MN/m <sup>2</sup> ]	Sondierwiderstand
$q_f$	[kN/m <sup>2</sup> ]	maximale Deviatorspannung
$q_x$	[kN/m]	Gleichlast in x-Richtung
$t$	[m]	Dicke Fundament
$u_{max}$	[m]	maximale Verschiebung
$u_{min}$	[m]	minimale Verschiebung
$u_{x,i}$	[m]	Verformung in x-Richtung
$u_{y,i}$	[m]	Verformung in y-Richtung
$w$	[m]	Stärke Pfeiler

### Griechische Buchstaben

$\Delta$	[%]	Abweichung
$\alpha_i$	[-]	Verteilungsfaktor
$\alpha_L$	[-]	Abminderungsfaktor aufgrund des Pfahllängsabstandes
$\alpha_Q$	[-]	Abminderungsfaktor aufgrund des Pfahlquerabstandes
$\gamma$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Wichte
$\gamma_{sat}$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Wichte des gesättigten Bodens
$\gamma_{unsat}$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Wichte des ungesättigten Bodens
$\gamma_{0,7}$	[-]	Scherdehnung, bei welcher G auf 70% von G <sub>0</sub> reduziert ist
$\varepsilon$	[-]	Dehnung
$\nu$	[-]	Poissonzahl
$\nu_{ur}$	[-]	Poissonzahl für Ent- und Wiederbelastung
$\sigma$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Spannung
$\varphi$	[°]	Sohlverdrehung
$\varphi'$	[°]	innerer Reibungswinkel des Bodens
$\psi$	[°]	Dilatanzwinkel

### Abkürzungen

BBI	Boden-Bauwerk-Interaktion
GOK	Geländeoberkante
IBB	Institut für Betonbau der TU Graz

# 1 Einleitung

Die Modellbildung stellt im Ingenieurbau einen der wesentlichen Bemessungsfaktoren dar. Die genauesten Eingangswerte können durch falsche Modelle zu unbrauchbaren Bemessungsergebnissen führen. Insbesondere im Brückenbau werden an die Modellbildung hohe Ansprüche gestellt. Daher ist das Wissen um die Boden-Bauwerk-Interaktion (BBI) von entscheidender Bedeutung.

Wird beispielsweise ein integrales Brückentragwerk (Brücken ohne verschiebliche, erhaltungsintensive Auflagerkonstruktionen, z.B. mittels Elastomerlagern) mit falschen Anschlusssteifigkeiten zwischen Boden und Bauwerk modelliert, können Diskrepanzen zwischen den ermittelten und den tatsächlich vorhandenen Zwangsspannungen auftreten. Dies führt zu unsicheren Tragwerksbemessungen.

Aus den soeben erläuterten Gründen beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit der Untersuchung der Anschlusssteifigkeiten zwischen Boden und Bauwerk. Eingegrenzt werden die Untersuchungen auf flach- und pfahlgegründete Brückenpfeiler.

## 1.1 Ausgangslage und Motivation

Die intensive Forschung im Bereich integraler Brücken am Institut für Betonbau der TU Graz erfordert ein detaillierteres Wissen in Bezug auf die Interaktion zwischen Boden und Bauwerk. Um die Modellbildung für dieses Forschungsgebiet künftig zu verbessern, sind umfangreiche interdisziplinäre Untersuchungen im Bereich der BBI erforderlich.

## 1.2 Zielsetzung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, flach- und pfahlgegründete Brückenpfeiler numerisch auf deren Bettung hin zu untersuchen und mittels dieser Ergebnisse einige der zurzeit angewendeten Methoden zur Ermittlung der Bettungssteifigkeiten zu verifizieren.

## 2 Theoretische Grundlagen

Im nachfolgenden Kapitel wird ein Überblick über die notwendigen Grundlagen für die weiterführenden Analysen gegeben. Dazu gehören die gebräuchlichsten Untersuchungen zur Beschreibung der BBI und die im späteren Verlauf für die numerischen Berechnungen verwendeten Materialmodelle.

### 2.1 Boden-Bauwerk-Interaktion (BBI)

Wie bereits in Kapitel 1 erläutert, stellt die BBI einen der wesentlichen Faktoren für eine brauchbare Abbildung der Realität in einem fiktiven Modell dar. Aufgrund dessen werden im Folgenden die in der Praxis üblichen Verfahren zur Beschreibung der Spannungsverteilung im Boden aufgelistet und beschrieben.

Durch vertikale Beanspruchungen entstehen bei statisch bestimmten Bauwerken in der Regel lediglich Setzungen und Verdrehungen. Bei statisch unbestimmten Tragwerken können etwaige, durch die Untergrundsteifigkeit bedingte, Setzungen und Verdrehungen auch zu veränderten Schnittkraftverläufen im Tragwerk führen. Bei starren Gründungen (z.B. auf Fels) ist mit keiner, bzw. nur mit einer geringen Beeinflussung des Tragwerks zu rechnen. Weiters ist zu beachten, dass Bauwerksverformungen (z.B. bei Stützmauern, Widerlager integraler Brücken usw.) zu veränderten Erddruckgrößen führen (Pak 2012, u.a.). Dieser Faktor ist für die vorliegende Arbeit nur von untergeordneter Bedeutung und wird im Weiteren nicht genauer erläutert.

Der für die vorliegende Arbeit wesentliche Faktor der Spannungsverteilung im Boden wird zu einem großen Teil von der Steifigkeit der Gründung (Platte, Einzel- bzw. Streifenfundament, usw.) beeinflusst. Abbildung 2.1 zeigt den Setzungs- und Spannungsverlauf im Boden sowohl bei einer biegesteifen ( $EI \gg$ ), als auch bei einer biegeweichen Gründung ( $EI \ll$ ). Deutlich zu erkennen ist, dass es bei biegesteifen Fundierungen in den Randbereichen zu Spannungsspitzen kommt. Die Sohlspannungsverteilung ist direkt abhängig von der Setzungsmulde, weshalb sich bei starren Fundamenten die Sohlspannungsverteilung nach Boussinesq einstellt. Aufgrund der ebenen Setzungsmulde bei starren Fundamenten lagern sich, unter Annahme des elastisch-isotropen Halbraums, die Spannungen vom Zentrum unter der Gründung in deren Randbereiche um (vgl. TU München – Zentrum Geotechnik 2015). Bei biegeweichen Fundamenten hingegen stellt sich eine kontinuierliche Setzungsmulde ein, welche wiederum zum in Abbildung 2.1 dargestellten Spannungsverlauf führt. Eine weitere Annahme, neben der eines elastisch-isotropen Halbraumes, zur Ermittlung der Setzungs- und Spannungsverläufe in

Abbildung 2.1 ist, dass die Unterseite der Gründungssohle glatt ist, also keine Schubspannungen in der Fuge zwischen Boden und Gründungskörper auftreten.

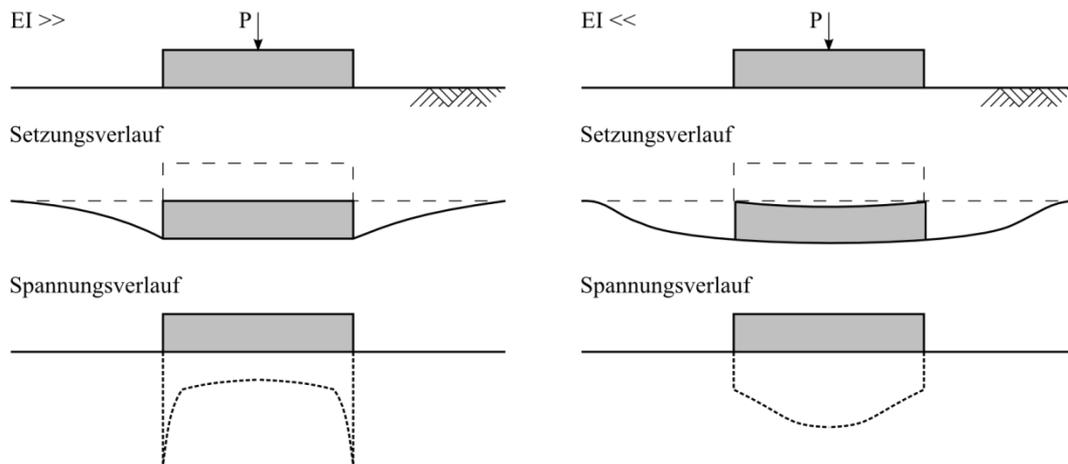


Abbildung 2.1: Setzungs- und Spannungsverlauf bei biegesteifen (links) und biegeweichen (rechts) Gründungen

### 2.1.1 Spannungstrapezverfahren

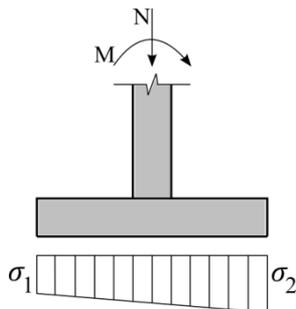


Abbildung 2.2: Spannungsverteilung gemäß Spannungstrapezverfahren

Das Spannungstrapezverfahren ist ein in der Statik häufig verwendetes Verfahren zur Ermittlung der Sohlspannungen unter einem Gründungskörper. Angenommen wird eine lineare Spannungsverteilung. Eine genaue Ermittlung der Spannungsverteilung ist bei Anwendung dieses Verfahrens nicht möglich. Es dient nur zur (Vor-)Bemessung (z.B. Ermittlung der erforderlichen Bewehrung) eines Gründungskörpers. Dieses Verfahren wird auch von Lang et al. (2011) und Weiteren beschrieben. Die Steifigkeit des Bodens bleibt im Spannungstrapezverfahren unberücksichtigt.

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \quad (1)$$

$N$  ... Normalkraft

$A$  ... Fläche der Gründungssohle

$M$  ... Moment

$W$  ... Widerstandsmoment der Gründungssohle

Die Ermittlung der Spannungen erfolgt nach Glg. ( 1 ).

### 2.1.2 Bettungsmodulverfahren

Das Bettungsmodulverfahren bietet eine Möglichkeit, Auflagerbedingungen statischer Modelle festlegen zu können und ist aus diesem Grund auch für die vorliegende Arbeit von großer Bedeutung. Das Bettungsmodulverfahren berücksichtigt das Verhalten des vorliegenden Baugrundes. Es wird hierbei für jeden Punkt (bzw. ausgewählte Punkte) unter der Gründungssohle die vorhandene Spannung mit der zugehörigen Setzung in ein Verhältnis gesetzt. Die daraus resultierende Federsteifigkeit, mit der Einheit  $\text{kN/m}^3$ , stellt allerdings keinen Bodenparameter dar und ist für jeden Lastfall gesondert zu ermitteln.

$$k_{s,i} = \frac{\sigma_i}{u_{y,i}} \quad (2)$$

$k_{s,i}$  ...Bettungssteifigkeit (Federsteifigkeit) des betrachteten Punktes

$\sigma_i$  ...Spannung am betrachteten Punkt

$u_{y,i}$  ...Setzung am betrachteten Punkt

Glg. ( 2 ) zeigt die Steifigkeitsermittlung nach dem Bettungsmodulverfahren. Wesentlich für die Anwendbarkeit der so ermittelten Steifigkeiten ist die Verteilung dieser unter dem betrachteten Gründungskörper. Die Annahme einer konstant verteilten Bettung kann zu stark verfälschten Ergebnissen in der Systemberechnung führen. Um die, für die Steifigkeitsberechnung notwendige Sohlspannungsverteilung zu ermitteln, kann das im nächsten Abschnitt beschriebene Steifemodulverfahren angewendet werden. Da das Steifemodulverfahren mit einem sehr hohen Aufwand verbunden ist, besteht auch die Möglichkeit eine Sohlspannungsverteilung abzuschätzen und mit dieser eine Setzungsberechnung durchzuführen (siehe TU München – Zentrum Geotechnik 2015).

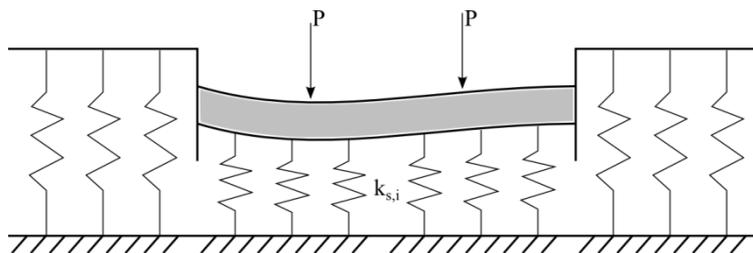


Abbildung 2.3: Modellvorstellung des Bettungsmodulverfahrens nach Arnold (2011)

Die in Abbildung 2.3 dargestellte, vereinfachte Modellvorstellung des Bettungsmodulverfahrens zeigt die verformungs- und spannungsabhängigen Federsteifigkeiten je nach Position der Feder. Ist es für die statische Modellierung notwendig, nur eine Federsteifigkeit anzusetzen, so sind die Einzelfedersteifigkeiten zu einer Gesamtfedersteifigkeit zusammenzufassen. Dadurch wird einerseits der Modellbildungsaufwand verringert, andererseits sinkt allerdings auch die Genauigkeit der zu erwartenden Berechnungsergebnisse.

Tabelle 2.1: Ausgewählte Werte für den Bettungsmodul  $k_s$  nach Lang et al. (2011)

Bodenart	Bettungsmodul $k_s$ [MN/m <sup>3</sup> ]
Torf, Humus	5 - 20
Ton, weich	20 - 40
Ton, steif	50 - 90
Sand, dicht gelagert	80 - 100
Kies, sehr dicht gelagert	200 - 300

Von Lang et al. (2011) werden gebräuchliche Bettungsmoduli für unterschiedliche Bodenarten aufgelistet (siehe Tabelle 2.1). Die Anwendung der vorgeschlagenen Werte ist allerdings fallweise zu untersuchen, da die Werte nur als sehr grobe Richtwerte aufgefasst werden können. Beispielsweise wird bei den Werten keine zugehörige Last o.ä. angegeben.

Weiters geben Lang et al. (2011) einen Vorschlag, um den Bettungsmodul  $k_s$  im Anschluss an einen Lastplatten- bzw.

Ödometerversuch zu ermitteln. Auch die Ergebnisse aus diesen Berechnungen können nur als Richtwerte betrachtet werden.

### 2.1.3 Steifemodulverfahren

Durch das Steifemodulverfahren wird es ermöglicht, sowohl Spannungs-, als auch Setzungsverläufe zu ermitteln. Grundbedingung für das Steifemodulverfahren ist, dass die Verformung des Gründungskörpers und die Setzungsmulde ident sind. Weiters wird vorausgesetzt, dass die Gleichgewichtsbedingungen für alle applizierten Lasten erfüllt sind. Da unter diesen Voraussetzungen keine geschlossenen Lösungsformen möglich sind, wird das Steifemodulverfahren in diskreter Weise gelöst (vgl. TU München – Zentrum Geotechnik 2015). Aufgrund des hohen Rechenaufwandes ist allerdings ein EDV Einsatz, beispielsweise in Form von FE – Programmen, zu empfehlen.

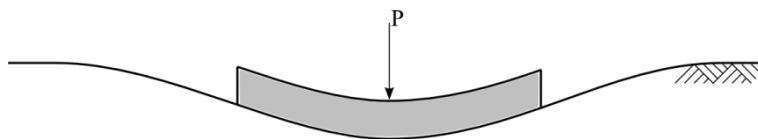


Abbildung 2.4: Setzungsmulde des Steifemodulverfahrens

Wie von Arnold (2011) beschrieben, liegt der wesentliche Unterschied zwischen Steifemodul- und Bettungsmodulverfahren darin, dass die Modellierung des Baugrundes nicht über unabhängige Federn erfolgt.

Ein Vergleich zwischen Abbildung 2.3 und Abbildung 2.4 zeigt deutlich, dass sich bei der Anwendung des Steifemodulverfahrens keine an den Kanten des Fundamentkörpers abgegrenzte Setzungsform, wie im Fall des Bettungsmodulverfahrens, einstellt, sondern eine gleichmäßige Setzungsmulde.

## 2.2 Stoffgesetze

Nachfolgend werden die für die numerischen Simulationen im weiteren Verlauf der Arbeit benötigten Stoffgesetze grundlegend erläutert. Detaillierte Beschreibungen werden beispielsweise von Brinkgreve et al. (2014) gegeben. Die numerischen Simulationen werden für die Untersuchung der Flachgründungen mit dem Programm PLAXIS 2D AE.02 durchgeführt. Die Untersuchung der Pfahlgründungen erfolgt mit dem Programm PLAXIS 3D 2013.01.

### 2.2.1 Linear-elastisches Materialmodell

Das linear-elastische Modell basiert auf dem Hookschen Gesetz. Glg. ( 3 ) zeigt dieses in bekannter Form. Dehnungen sind in diesem Materialmodell reversibel, d.h. es wird bei der Spannungs- Dehnungslinie nicht zwischen Erst- und Wiederbelastungspfad unterschieden.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3)$$

mit:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$\sigma$  ... Spannung

$E$  ... Elastizitätsmodul

$\varepsilon$  ... Dehnung

Da das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit auf einer vereinfachten Beschreibung der Baugrundsteifigkeit liegt, werden die vorhandenen Betonbauteile mittels des linear-elastischen Modells beschrieben. Eine Anwendung dieses Materialgesetzes auf den Baugrund ist nicht zu empfehlen.

### 2.2.2 Mohr-Coulomb Modell

Um das in Abschnitt 2.2.3 erläuterte HSS-Modell besser beschreiben zu können, wird nachfolgend auf das Mohr-Coulomb Modell eingegangen. Es handelt sich hierbei um ein linear-elastisches, idealplastisches Stoffgesetz. Die Gesamtverformungen setzen sich aus einem reversiblen, elastischen Verformungsanteil und einem irreversiblen, plastischen Verformungsanteil zusammen. Das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium geht davon aus, dass beispielsweise ein Bodenkörper dann versagt, wenn der innere Scherwiderstand geringer ist als die Schubspannungen, welche aus äußeren Belastungen resultieren.

Zur Durchführung numerischer Studien mittels Mohr-Coulomb Modell werden fünf Eingabeparameter benötigt. Diese sind der Elastizitätsmodul  $E$ , die Poissonzahl  $\nu$ , der innere Reibungswinkel des Bodens  $\varphi'$ , die Kohäsion  $c$  und der Dilatanzwinkel  $\psi$ . Der Reibungswinkel  $\varphi'$  wird im Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium als konstant vorausgesetzt.

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan \varphi' \quad (4)$$

$\tau$  ... Schubspannung

$c$  ... Kohäsion

$\sigma$  ... Spannung

$\varphi'$  ... Reibungswinkel

### 2.2.3 HSS-Modell

Im Gegensatz zum Mohr-Coulomb Modell ermöglicht das HSS-Modell (Hardening Soil model with small-strain stiffness) spannungsabhängige Bodensteifigkeiten zu berücksichtigen. Es gilt als Erweiterung des HS-Modells (Hardening Soil model; siehe Brinkgreve et al. 2014) und kann erhöhte Steifigkeiten bei geringen Verformungen berücksichtigen. Das HSS-Modell stellt ein elasto-plastisches Stoffgesetz mit Verfestigungsansatz dar. Weiters ist es mit diesem Modell möglich, zwischen Erst- und Wiederbelastungssteifigkeit zu unterscheiden. Grundlage des Modells ist eine hyperbolische Spannungs- Dehnungsbeziehung, basierend auf dem Verlauf der Spannungs- Dehnungsbeziehung eines drainierten Triaxialtests. Das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium besitzt auch im HSS-Modell Gültigkeit. Die für numerische Berechnungen mit dem HSS-Modell notwendigen Eingabeparameter werden nachfolgend in Tabelle 2.2 aufgelistet.

Tabelle 2.2: Eingabeparameter HSS-Modell

$c$	Kohäsion	[kPa]
$\varphi'$	Reibungswinkel	[°]
$\psi$	Dilatanzwinkel	[°]
$E_{50}^{ref}$	Sekantenmodul bei 50% der max. Deviatorspannung aus dem Triaxialtest	[kPa]
$E_{oed}^{ref}$	Tangentenmodul aus dem Ödometerversuch	[kPa]
$E_{ur}^{ref}$	Ent- und Wiederbelastungsmodul	[kPa]
$m$	Potenzzahl zur Beschreibung der spannungsabhängigen Steifigkeit	[-]
$\nu_{ur}$	Poissonzahl für Ent- und Wiederbelastung	[-]
$p^{ref}$	Referenzspannung	[kPa]
$K_0^{NC}$	K0-Wert für normale Konsolidierung (default: $1 - \sin \varphi'$ )	[-]
$R_f = q_f/q_a$	Versagensverhältnis (default: 0,90)	[-]
$G_0$	initialer Schubmodul bei sehr kleinen Dehnungen	[kPa]
$\gamma_{0,7}$	Scherdehnung, bei welcher der Schubmodul $G$ auf 70% von $G_0$ reduziert ist	[-]

### 3 Stand der Technik

Nachfolgend wird eine Übersicht über einen Teil der in der Praxis derzeit zur Anwendung kommenden Verfahren zur Modellierung der Bettungssteifigkeiten gegeben.

In der Literatur werden verschiedenste Ansätze zur Ermittlung von Bettungssteifigkeiten für die Modellierung eines statischen Systems vorgeschlagen. Die einzelnen Ansätze können nur als Annäherungen zur ingenieurmäßigen Abschätzung betrachtet werden. In vielen statischen Modellen werden die Gründungskörper (Flach- oder Pfahlgründung) nicht mitmodelliert und nur durch einzelne Federn abgebildet. Diese Federn sollen das Verhalten des Gründungskörpers möglichst gut abbilden.

#### 3.1 Flachgründungen

In diesem Abschnitt werden derzeit zur Anwendung kommende Ansätze zur Ermittlung der Bettungssteifigkeit von Flachgründungen beschrieben.

##### 3.1.1 Ansatz IBB (Institut für Betonbau, TU Graz)

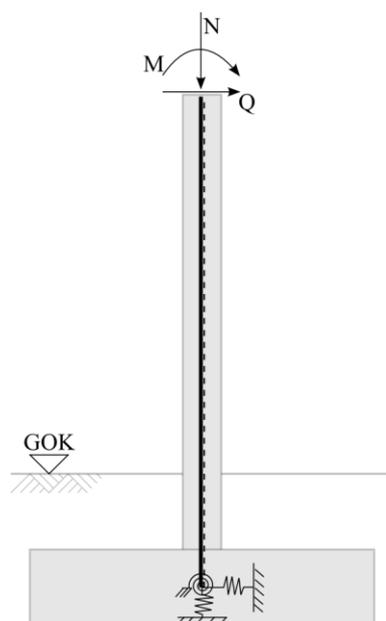


Abbildung 3.1: System IBB

Das Institut für Betonbau der TU Graz verfolgt den Ansatz, sowohl die Horizontalfedersteifigkeit, als auch die Drehfedersteifigkeit von Flachgründungen in Abhängigkeit einer Vertikalfedersteifigkeit zu ermitteln. Die Berechnung der Federsteifigkeiten nach diesem Prinzip ist Glg. ( 5 ) bis ( 7 ) zu entnehmen.

Die Bestimmung der Vertikalfedersteifigkeit erfolgt hierbei angelehnt an das in Abschnitt 2.1.2 beschriebene Bettungsmodulverfahren. Es werden die benötigten Sohlspannungen überschlagsmäßig mittels Spannungstrapezverfahren ermittelt und die Setzungen aus projektspezifischen, geotechnischen Gutachten entnommen. Ausgehend von der so ermittelten Vertikalfedersteifigkeit wird angenommen, dass die Horizontalfedersteifigkeit 50 % der Vertikalfedersteifigkeit beträgt. Die Drehfedersteifigkeit wird mittels Multiplikation der Vertikalfedersteifigkeit mit dem Flächenträgheitsmoment der Gründungssohle ermittelt. Die so erhaltenen Federsteifigkeiten werden am in Abbildung 3.1 dargestellten Ersatzsys-

tem angebracht. Es wird hierbei das Gesamtsystem ab dem Schwerpunkt der Fundamentplatte betrachtet. Zur Verdeutlichung des Systemansatzes wird in Abbildung 3.1 der tatsächliche Gründungskörper in grau dargestellt.

$$k_{v,IBB} = \frac{\sigma_S}{u} \quad (5)$$

$k_{v,IBB}$  ... vertikale Bettungssteifigkeit – IBB

$\sigma_S$  ... Sohlnormalspannung (Spannungstrapezverfahren)

$u$  ... prognostizierte Setzung

$$k_{h,IBB} = \frac{k_{v,IBB}}{2} \quad (6)$$

$k_{h,IBB}$  ... horizontale Bettungssteifigkeit – IBB

$$k_{\varphi,IBB} = k_{v,IBB} \cdot I \quad (7)$$

$k_{\varphi,IBB}$  ... Drehfedersteifigkeit – IBB

$I$  ... Flächenträgheitsmoment der Gründungskörpersohle

In diesem Ansatz wird die spannungsabhängige Steifigkeit des Untergrundes vernachlässigt und für jeden Lastfall die gleichen Bettungssteifigkeiten angesetzt.

### 3.1.2 Alternative Ansätze

Ein weiterer Ansatz zur Abschätzung der Bettungssteifigkeiten wird von Kaufmann (2008) im Sachstandsbericht für Integrale Brücken beschrieben. Die nachfolgenden Näherungsformeln gelten unter der Annahme eines homogenen, isotropen, elastischen Halbraums. Die zur Bestimmung dieser Steifigkeiten benötigten Parameter sind die Querdehnzahl  $\nu$  (mit 0,20 bis 0,30), die Baugrundsteifigkeit  $M_e$  (Ent- Wiederbelastungsmodul), sowie die Abmessungen des Gründungskörpers  $b$  und  $l$ . Die von Kaufmann beschriebenen Gleichungen der Bettungssteifigkeiten sind Glg. ( 8 ) bis ( 10 ) zu entnehmen.

$$k_{v,K} = 1,25 \cdot \frac{M_e}{1 - \nu^2} \cdot \sqrt{b \cdot l} \quad (8)$$

$k_{v,K}$  ... vertikale Bettungssteifigkeit – Kaufmann

$M_e$  ... Ent- Wiederbelastungsmodul

$\nu$  ... Querdehnzahl

$b$  ... Fundamentbreite

$l$  ... Fundamentlänge

$$k_{h,K} = M_e \cdot \sqrt{b \cdot l} \quad (9)$$

$k_{h,K}$  ...horizontale Bettungssteifigkeit – Kaufmann

$$k_{\varphi,K} = 0,25 \cdot \frac{M_e}{1 - \nu^2} \cdot b^2 \cdot l \quad (10)$$

$k_{\varphi,K}$  ...Drehfedersteifigkeit – Kaufmann

Als statisches Ersatzsystem wird wiederum jenes aus Abbildung 3.1 angewendet. Auch die hier dargestellten Gleichungen der Bettungssteifigkeiten sind lediglich als grobe Annäherungen zu verstehen. Schichtungen des Untergrundes bleiben ebenso unberücksichtigt wie die Belastungsgeschichte.

## 3.2 Pfahlgründungen

Der folgende Abschnitt gibt einen Überblick über derzeit zur Anwendung kommende Methoden zur Bestimmung der Horizontalbettungssteifigkeit von Pfahlgründungen.

### 3.2.1 Ansatz IBB

Das Institut für Betonbau der TU Graz ermittelt die horizontalen Bettungssteifigkeiten von Pfahlgegründeten Brückenfundierungen nach DIN 1054 (2003).

Querwiderstände an Pfählen dürfen laut DIN 1054 (2003) erst ab einem Pfahldurchmesser von  $D \geq 0,30$  m angesetzt werden. Der Querwiderstand wird hierbei durch den charakteristische Bettungsmodul  $k_{s,k}$  beschrieben. Diese Werte sind aus den Ergebnissen von Probelastungen zu ermitteln. Die Bettungsmoduli diverser Bodenschichten sind zur Ermittlung der Schnittgrößen nach Glg. ( 11 ) zu ermitteln. Diese Gleichung darf nur angewendet werden, wenn die maximale charakteristische Horizontalverschiebung kleiner ist als das Minimum von 0,02 m und  $0,03 \cdot D$ .

$$k_{s,k} = \frac{E_{s,k}}{D} \quad (11)$$

$k_{s,k}$  ...charakteristischer Wert des Bettungsmoduls

$E_{s,k}$ ...charakteristischer Wert des Steifemoduls

$D$  ...Pfahlschaftdurchmesser, solange  $D < 1,00$  m; bei  $D > 1,00$  m ist rechnerisch

$D = 1,00$  m anzusetzen

Weiters wird die Verteilung von Widerständen quer zur Pfahlachse bei Pfahlgruppen in DIN 1054 (2003), Anhang E geregelt. Durch Gewichtungsfaktoren werden jedem Pfahl, je nach Position in der Pfahlgruppe, zugehörige Widerstände zugewiesen. Bei der Ermittlung der Bettungsmoduli wird zwischen Bohrpfählen in normalkonsolidiertem und in nichtbindigem Boden und Bohrpfählen in überkonsolidiertem, bindigem Boden unterschieden. Glg. ( 12 ) zeigt die Zusammensetzung des Gewichtungsfaktors  $\alpha_i$ , welcher der Verteilung der Querwiderstände dient.

$$\alpha_i = \alpha_L \cdot \alpha_Q \quad (12)$$

$\alpha_i$  ... Verteilungsfaktor

$\alpha_L$  ... Abminderungsfaktor aufgrund des Pfahllängsabstandes

$\alpha_Q$  ... Abminderungsfaktor aufgrund des Pfahlquerabstandes

Die jeweiligen Diagramme zur Bestimmung der Abminderungsfaktoren  $\alpha_L$  und  $\alpha_Q$  sind DIN 1054 (2003), Anhang E zu entnehmen. Die Gleichungen ( 13 ) bis ( 16 ) zeigen die Vorgehensweise zur Ermittlung der Bettungssteifigkeiten von Pfählen in Pfahlgruppen bei normalkonsolidierten und nichtbindigen Böden nach DIN 1054 (2003). Zur Bestimmung der Bettungssteifigkeiten bei überkonsolidierten, bindigen Böden werden die Gleichungen ( 17 ) bis ( 20 ) nach DIN 1054 (2003) herangezogen.

$$k_{s,k}(z) = k_{hE,k} \cdot \frac{z}{D} \quad (13)$$

$$L = \left( \frac{E \cdot I}{k_{hE,K}} \right)^{0,20} \quad (14)$$

$$\text{für } \frac{l}{L} \geq 4: k_{hi,k} = \alpha_i^{1,67} \cdot k_{hE,k} \quad (15)$$

$$\text{für } \frac{l}{L} \leq 2: k_{hi,k} = \alpha_i \cdot k_{hE,k} \quad (16)$$

Werte für  $l/L$  zwischen 4 und 2 dürfen linear interpoliert werden.

$$k_{s,k}(z) = k_{s,k} = \text{const.} \quad (17)$$

$$L = \left( \frac{E \cdot I}{k_{sE,K} \cdot D} \right)^{0,25} \quad (18)$$

$$\text{für } \frac{l}{L} \geq 4: k_{si,k} = \alpha_i^{1,33} \cdot k_{sE,k} \quad (19)$$

$$\text{für } \frac{l}{L} \leq 2: k_{si,k} = \alpha_i \cdot k_{sE,k} \quad (20)$$

Werte für  $l/L$  zwischen 4 und 2 dürfen linear interpoliert werden.

$E \cdot I$  ... Biegesteifigkeit des Pfahls

$L$  ... elastische Länge des Einzelpfahls

$l$  ... Länge des Pfahls

$k_{hE,k}$  ... charakteristischer Wert des Bettungsmoduls des Einzelpfahls in der Tiefe  $z = D$

$k_{hi,k}$  ... charakteristischer Wert des Bettungsmoduls des Pfahls  $i$  der Gruppe in der Tiefe  $z = D$

### 3.2.2 Alternative Ansätze

Weitere Möglichkeiten zur Ermittlung der Horizontalbettungssteifigkeit von Pfählen werden unter anderem von Kempfert (2009), Lang et al. (2011), Kolymbas (2011) und Boley (2012) beschrieben. Die horizontale Bettung eines Einzelpfahls wird von Lang et al. (2011) mittels Glg. ( 21 ) abgeschätzt, wobei lt. Kaufmann (2008) der Ent- Wiederbelastungsmodul als Bodensteifigkeit bei integralen Brücken anzusetzen ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch die höheren, sich ergebenden Steifigkeiten, größere Zwangsnormalkräfte in der Bemessung des Überbaus berücksichtigt werden.

$$k_h = 1,40 \cdot \frac{M_e}{D} \quad (21)$$

$k_h$  ...horizontale Bettungssteifigkeit eines Einzelpfahls

$M_e$  ...Ent- Wiederbelastungsmodul

$D$  ...Pfahldurchmesser

Für in Sand gebettete Pfähle gibt Kempfert (2009) auch Glg. ( 13 ) an, wobei für  $k_{hE,k}$  die Werte für  $k_R$  aus Tabelle 3.1 Anwendung finden. Die Werte  $k_R$  in Tabelle 3.1 werden empirisch über den Sondier- spitzendruck  $q_c$  ermittelt (vgl. Kolymbas 2011). Bei Grundwasser nahe der Geländeoberfläche sind die Werte für  $k_R$  auf 60 % zu reduzieren.

Tabelle 3.1: Einheitsbettungsmoduln  $k_R$  nach Kempfert (2009)

Sondierwiderstand $q_c$ [MN/m <sup>2</sup> ]	Bettungsmodul $k_R$ [MN/m <sup>3</sup> ]
5,00 – 10,00	2,00
10,00 – 15,00	6,50
> 15,00	18,00

Vielfach wird die Verformungsfunktion von Pfählen, mit einer über die Tiefe konstanten Bettung, nach der Theorie des elastisch gebetteten Balkens abgeleitet. Glg. ( 22 ) stellt deren Grundgleichung dar (vgl. Kolymbas 2011).

$$E \cdot I \cdot \frac{d^4 x}{dz^4} + k \cdot x = 0 \quad (22)$$

$k$  ...Bettungsmodul

$z$  ...Tiefe

$x$  ...Horizontalauslenkung abhängig von  $z$

Der notwendige Lösungsansatz für Glg. ( 22 ) ist Glg. ( 26 ) zu entnehmen (vgl. Kolymbas 2011).

$$x(z) = \sinh \zeta \cdot (C_1 \cdot \sin \zeta + C_2 \cdot \cos \zeta) + \cosh \zeta \cdot (C_3 \cdot \sin \zeta + C_4 \cdot \cos \zeta) \quad (23)$$

mit:

$$\zeta = \frac{z}{L}$$

wobei:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E \cdot I}{k}}$$

$L$  ...elastische Länge

Die vier Konstanten  $C_i$  sind durch die Randbedingungen des jeweils betrachteten Systems zu ermitteln. Von Kolymbas (2011) wird weiterführend erläutert, dass der Einfluss der Bettungssteifigkeit  $k$  wesentlich größeren Einfluss auf die Ermittlung der Verschiebung  $x$  hat, als auf die Bestimmung des Biegemoments. Aus diesem Grund ist die Annahme, dass  $k \approx E_s$  nur zur Ermittlung der Biegemomente zulässig. Zur Ermittlung von Verschiebungen wird von Kolymbas (2011) empfohlen, die Steifigkeit  $k$  mittels Pfahlprobelastungen zu bestimmen.

Allgemein ist darauf hinzuweisen, dass alle hier angeführten Methoden eine ausreichend genaue Schnittgrößenermittlung für den Nachweis der inneren Tragfähigkeit der Pfähle ermöglichen. Größen der Pfahlverschiebungen werden mittels dieser Methoden nur unzureichend beschrieben (vgl. Boley 2012), was bezogen auf DIN 1054 (2003) auch in Abschnitt 5.3 gezeigt wird.

## 4 Untersuchung der Bettungssteifigkeiten von Flachgründungen

Die numerischen Untersuchungen der Flachfundierungen werden mit PLAXIS 2D AE durchgeführt. Zur Verifizierung der aus den numerischen Simulationen ermittelten Federsteifigkeiten (Bettungssteifigkeiten) wird das Stabwerksprogramm RuckZuck 6.0 (RZ) herangezogen.

### 4.1 Voruntersuchungen

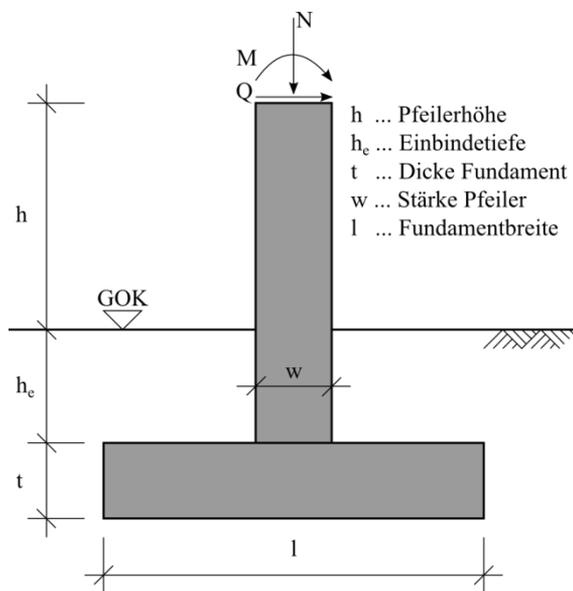


Abbildung 4.1: Geometrie - Voruntersuchung

In den Voruntersuchungen wird das in Abbildung 4.1 dargestellte System betrachtet. Es handelt sich hierbei um eine Flachfundierung mit aufgehendem Pfeiler mit kombinierter Normalkraft, Querkraft und Momentenbeanspruchung. Die Geometrie- und Lastangaben sind Tabelle 4.1 zu entnehmen. Tabelle 4.2 zeigt die verwendeten Stoffgesetze. Aufgrund der zweidimensionalen Betrachtung wird von einer Systemtiefe von 1 m ausgegangen.

Auf eine Untersuchung des Einflusses der Netzfeinheit auf die Berechnungsergebnisse wird in den Voruntersuchungen verzichtet. Es wird der grundsätzliche Auswertungsablauf für die Detailuntersuchungen aufgezeigt. Die Brauchbarkeit

der ermittelten Federsteifigkeiten, wie in 4.1.1 beschrieben, wird durch den Vergleich der Pfeilerkopfverschiebungen in der numerischen Berechnung und der Berechnung mittels des Stabwerksprogrammes verifiziert. Zusätzlich werden die nach 3.1.1 (Ansatz IBB) berechneten Federsteifigkeiten hinsichtlich der resultierenden Kopfverschiebungen untersucht.

Tabelle 4.1: Geometrie- und Lastangaben – Voruntersuchung

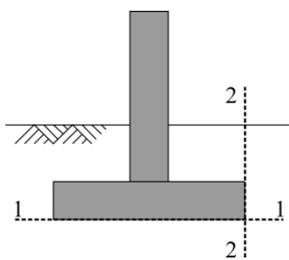
h [m]	$h_e$ [m]	t [m]	w [m]	l [m]	N [kN]	Q [kN]	M [kNm]
2,00	1,50	0,80	0,80	4,50	320,00	100,00	150,00

Wie den Werten aus Tabelle 4.2 zu entnehmen ist, wird angenommen, dass der Baugrund aus einer locker gelagerten Sandschicht besteht. Auf die Untersuchung geschichteter Böden wird an dieser Stelle verzichtet. Weiters wird vorausgesetzt, dass keine Beeinflussungen durch etwaiges Grundwasser entstehen. Die Wichte des Betons wird auf null gesetzt, um zusätzliche, setzungswirksame Lasten zu vermeiden.

Tabelle 4.2: Eingabeparameter Stoffgesetze PLAXIS – Voruntersuchung

locker gelagerter Sand		Beton	
Stoffgesetz	HSS -	Stoffgesetz	linear-elastisch -
Verhalten	drainiert -	Verhalten	undurchlässig -
$\gamma_{unsat}$	17,00 kN/m <sup>3</sup>	$\gamma$	0,00 kN/m <sup>3</sup>
$\gamma_{sat}$	17,00 kN/m <sup>3</sup>	$E'$	30.000.000,00 kPa
$E_{50}^{ref}$	15.000,00 kPa	$\nu'$	0,20 -
$E_{oed}^{ref}$	15.000,00 kPa	$R_{inter}$	1,00 -
$E_{ur}^{ref}$	45.000,00 kPa		
$m$	0,50 -		
$c'$	0,00 kPa		
$\varphi'$	30,00 °		
$\psi'$	0,00 °		
$\nu_{ur}$	0,20 -		
$p_{ref}$	100,00 kPa		
$K_0^{NC}$	0,50 -		
$\gamma_{0,7}$	0,0001 -		
$G_0^{ref}$	100.000,00 kPa		

#### 4.1.1 Rückrechnung der Federsteifigkeiten


 Abbildung 4.2: Maßgebende  
Schnitte (1-1; 2-2)

Die numerischen Berechnungen liefern in den maßgebenden Schnitten (siehe Abbildung 4.2) sowohl die Spannungs- als auch die Setzungsverläufe. Mit Hilfe dieser Daten werden, wie im Weiteren erläutert, die benötigten Bettungssteifigkeiten errechnet.

In Anlehnung an das in Abschnitt 2.1.2 beschriebene Bettungsmodulverfahren werden die Bettungssteifigkeiten in Schnitt 1-1 und Schnitt 2-2 (Abbildung 4.2) ermittelt. Zur Bestimmung der Drehfedersteifigkeit wird das Verhältnis des in der Gründungssohle vorhandenen Moments und der

Sohlverdrehung herangezogen. Die Berechnung der drei erläuterten Bettungssteifigkeiten erfolgt, wie in den Gleichungen ( 24 ), ( 25 ) und ( 26 ) dargestellt:

$$k_{v,i} = \frac{\sigma_{y,i}}{u_{y,i}} \quad (24)$$

$k_{v,i}$  ... vertikale Bettungssteifigkeit

$\sigma_{y,i}$  ... Sohlnormalspannung

$u_{y,i}$  ... Setzung

$$k_{h,i} = \frac{\sigma_{x,i}}{u_{x,i}} \quad (25)$$

$k_{h,i}$  ... horizontale Bettungssteifigkeit

$\sigma_{x,i}$  ... Normalspannung (Seite)

$u_{x,i}$  ... Verformung

$$k_{\varphi,i} = \frac{M}{\varphi} \quad (26)$$

$k_{\varphi,i}$  ... Drehfedersteifigkeit

$M$  ... Sohlmoment

$\varphi$  ... Sohlverdrehung

Die Auswertung der Einzelsteifigkeiten erfolgt an mehreren Punkten im jeweiligen Schnitt. An diesen Punkten sind aus der numerischen Simulation sowohl die extrapolierten Spannungen als auch die Verformungen bekannt.

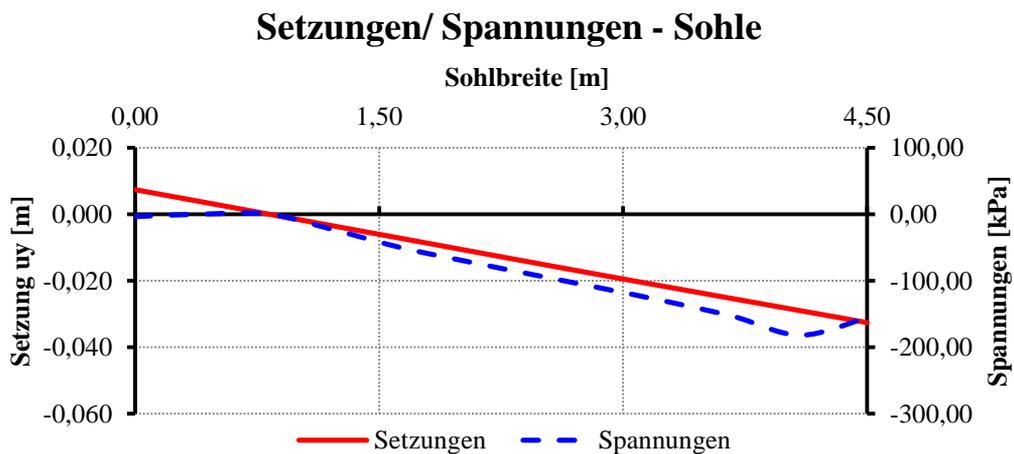


Abbildung 4.3: Setzungs- und Spannungsverlauf Schnitt 1-1

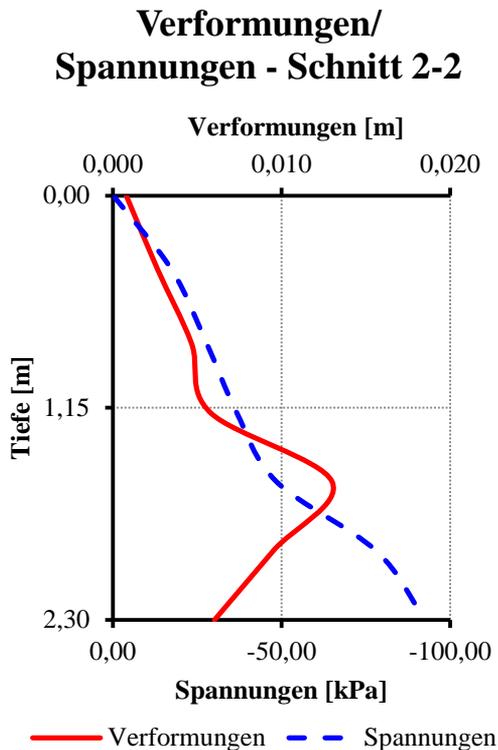


Abbildung 4.4: Verformungs- und Spannungsverlauf  
Schnitt 2-2

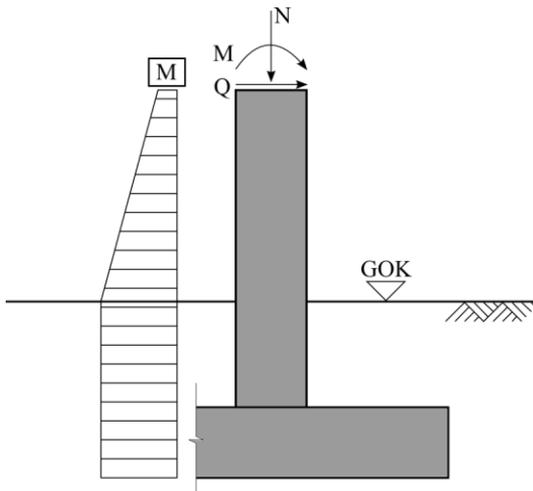


Abbildung 4.5: Angenommener Momentenverlauf

Abbildung 4.3 und Abbildung 4.4 zeigen die aus der FE-Berechnung stammenden Verformungs- und Spannungsverläufe in den beiden maßgebenden Schnitten.

In Abbildung 4.3 ist deutlich zu erkennen, dass am rechten Rand der Fundamentsohle Spannungsumlagerungen stattfinden. Am linken Rand der Sohle geht die Sohlspannung gegen Null, da der Boden nicht in der Lage ist, größere Zugspannungen aufzunehmen. Der Setzungsverlauf lässt die, aus dem Moment resultierende, Sohlverdrehung des Gründungskörpers deutlich erkennen.

Abbildung 4.4 zeigt eine relativ konstante Spannungszunahme über die Tiefe bis zur Gründungsplatte. Aufgrund des dort vorhandenen Betonkörpers kommt es zu Spannungserhöhungen. Der im Verformungsverlauf erkennbare Knick ( $\approx 90^\circ$ ) entsteht durch die Verdrehung des Gründungskörpers.

Die Auswertung der Drehfedersteifigkeit erfordert die Bestimmung der Größe des in der Sohle vorhandenen Momentes. Aufgrund der im Boden stattfindenden Spannungsumlagerungen ist das Moment nicht durch Rückrechnung aus dem Spannungstrapezverfahren zu ermitteln. Vereinfachend wird angenommen, dass der Momentenverlauf ab Geländeoberkante (GOK) über die Einbindetiefe konstant ist (siehe Abbildung 4.5). Für die vorhandenen Baugrundverhältnisse stellt diese Annahme eine ausreichende Näherung dar.

In Tabelle 4.3 bis Tabelle 4.5 wird der Auswertungsablauf der Voruntersuchung dargestellt. Der Ablauf der Auswertungen ist sowohl bei der Voruntersuchung als auch bei den Detailuntersuchungen für die Flachfundierungen ident. Die einzelnen Vertikalfedersteifigkeiten werden zur Verifizierung der Ergebnisse mittels des Stabwerksprogramms zu einer Federsteifigkeit zusammengefasst.

Tabelle 4.3: Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit  $k_{v,ges}$  – Voruntersuchung

Sohlspannungen/ Berechnung $k_v$				
x [m]	uy [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_v$ [kN/m <sup>3</sup> ]	
0,00	0,007	-3,47	468	
0,41	0,004	0,20	54	107
0,82	0,000	0,40	4.997	1.033
1,23	-0,004	-23,76	6.634	2.379
1,64	-0,007	-50,21	6.927	2.774
2,05	-0,011	-71,19	6.514	2.749
2,45	-0,015	-91,23	6.245	2.610
2,86	-0,018	-111,01	6.082	2.521
3,27	-0,022	-131,40	6.012	2.474
3,68	-0,025	-153,84	6.049	2.467
4,09	-0,029	-181,84	6.270	2.520
4,50	-0,033	-154,98	4.759	2.256
			$k_{v,ges} =$	23.890 kN/m <sup>2</sup>
			$k_{v,jelfm} =$	5.309 kN/m <sup>2</sup> je m'

 Tabelle 4.4: Ermittlung der Drehfedersteifigkeit  $k_\phi$  – Voruntersuchung

Sohlspannungen/ Berechnung $k_\phi$	
$M_{Sohle}$ [kNm]	$I$ [m <sup>4</sup> ]
350,00	7,59
$\Delta s$ (u(0)-u(4,50)) =	0,040 m
$\phi = \Delta s / \Delta l =$	0,009 rad
$k_\phi = M / \phi =$	39.409 kNm/rad je m'
lt. IBB: $k_\phi = k_{v,ges} * I =$	181.416 kNm/rad je m'

 Tabelle 4.5: Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit  $k_h$  – Voruntersuchung

Seitenspannung/ Berechnung $k_h$			
y [m]	ux [m]	$\sigma_3$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_h$ [kN/m <sup>3</sup> ]
0,00	0,001	-0,05	68
0,40	0,003	-17,34	6.566
0,80	0,005	-27,75	5.966
1,18	0,006	-36,64	6.359
1,55	0,013	-48,44	3.729
1,93	0,010	-78,01	8.210
2,30	0,006	-92,59	15.396
			$k_{h,ges} =$ 14.701 kN/m <sup>2</sup>
			$k_{h,jelfm} =$ 6.392 kN/m <sup>2</sup> je m'
lt. IBB:	$k_{h,ges} =$	$k_{v,ges} * 0,50 =$	11.945 kN/m <sup>2</sup>

Die Horizontalfedern werden über die Einbindetiefe verteilt angebracht (siehe Abbildung 4.6, links). Die ermittelte Drehfeder wird gemeinsam mit der Vertikalfeder an der Sohle des Gründungskörpers angesetzt. Alle für die Verifizierung notwendigen Werte sind in den Tabellen grau hinterlegt. Die Einheit der Vertikal- und Horizontalfedersteifigkeiten wird in  $\text{kN/m}^2$  angegeben, da in der Untersuchung immer ein Gründungskörper mit einer Tiefe von 1 m betrachtet wird. Anzumerken ist, dass die Berechnungsergebnisse sehr große Setzungen ergeben, was die Sinnhaftigkeit einer Flachfundierung bei einem locker gelagerten Sand mit der gegebenen Belastung in Frage stellt. Da die Voruntersuchung jedoch nur das Auswerteschema verdeutlichen soll, werden die großen Setzungen in Kauf genommen.

#### 4.1.2 Ergebnisse der Voruntersuchung

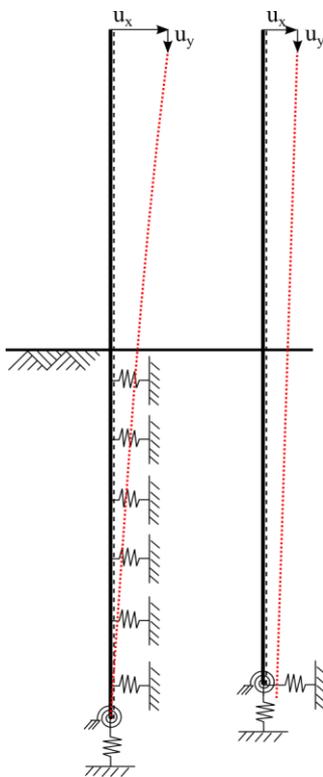


Abbildung 4.6: System NU (links); System IBB (rechts)

Die Verifizierung der ermittelten Federsteifigkeiten erfolgt über den Vergleich der Pfeilerkopfverschiebungen aus der FE-Berechnung mit jenen aus der Stabwerksberechnung. Neben dem System mit den in 4.1.1 ermittelten Steifigkeiten werden auch die Kopfverschiebungen aus dem nach 3.1.1 (Ansatz IBB) vorgeschlagenen System betrachtet. Um die Vergleichbarkeit der beiden Systeme gewährleisten zu können, wird die Vertikalfedersteifigkeit für beide Systeme mit dem gleichen Wert angesetzt ( $k_{v,ges}$  aus Tabelle 4.3). In Abbildung 4.6 sind die beiden unterschiedlichen statischen Systeme, inklusive deren Verschiebungsfiguren (rot, punktiert) gegenübergestellt.

Tabelle 4.6 zeigt den Vergleich der Pfeilerkopfverschiebungen. Während die Ergebnisse aus dem „System NU“ (NU: numerisch) mit jenen der FE-Berechnung sehr gut korrelieren, weicht die Horizontalverschiebung des „Systems IBB“ deutlich von der FE-Berechnung ab. Zurückzuführen ist die große Differenz, auf die deutlich zu steife Drehfeder, welche sich aus der Berechnung nach dem „System IBB“ ergibt. Die Federsteifigkeiten des „Systems IBB“ sind Tabelle 4.3 bis Tabelle 4.5 zu entnehmen. Die Ergebnisse

der Voruntersuchung zeigen, dass das vorgeschlagene „System NU“ für die weiterführenden Untersuchungen gegenüber dem „System IBB“ zu bevorzugen ist.

Tabelle 4.6: Vergleich Kopfverschiebungen – Voruntersuchung

	PLAXIS (PL)	RZ1: „NU“	$\Delta$ PL – RZ1	RZ2: „IBB“	$\Delta$ PL – RZ2
$u_y$ [m]	-0,013	-0,013	<b>4,82 %</b>	-0,013	<b>4,78 %</b>
$u_x$ [m]	0,047	0,044	<b>5,55 %</b>	0,022	<b>51,90 %</b>

## 4.2 Detailuntersuchungen

Nachfolgend werden die Einflüsse unterschiedlicher Beanspruchungsarten auf die Bettungssteifigkeiten unter Flachfundierungen untersucht. Es werden jeweils nur vereinzelte, repräsentative Beispiele dargestellt. Die für PLAXIS notwendigen Koordinaten der Geometrieingaben, der verschiedenen, untersuchten Systeme, sind Anhang A zu entnehmen.

### 4.2.1 Einfluss der Netzfeinheit

Um eventuellen Einflüssen aus der Wahl eines zu „groben“ Netzes in den numerischen Berechnungen vorzubeugen, werden unterschiedliche Feinheitsgrade des Netzes untersucht. Eine detaillierte Aufschlüsselung dieser Untersuchung ist Anhang B zu entnehmen.

Die Untersuchung wird stellvertretend für Lastfall 2 aus Abschnitt 4.2.4 durchgeführt. Es werden fünf verschiedene Netzfeinheiten betrachtet. Bereichsweise Verfeinerungen werden im Bereich des Gründungskörpers vorgenommen.

- (1) Allgemeines Netz "fein" - Bereichsweise Grobheitsfaktor 10% (verwendetes Netz)
- (2) Allgemeines Netz "fein" - Bereichsweise Grobheitsfaktor 25%
- (3) Allgemeines Netz "fein" - Bereichsweise. KEINE Verfeinerung
- (4) Allgemeines Netz "mittel" - Bereichsweise KEINE Verfeinerung
- (5) Allgemeines Netz "sehr grob" - Bereichsweise KEINE Verfeinerung

Wie aus Tabelle 4.7 ersichtlich, weisen die Berechnungsergebnisse zwischen Netz Nummer 1 und Netz Nummer 2 nur geringe Unterschiede auf. Folglich werden die Detailuntersuchungen mit den bei Netz Nummer 1 getroffenen Verfeinerungen durchgeführt.

Tabelle 4.7: Unterschiede der Berechnungsergebnisse durch veränderte Netzfeinheit

	$F_{\text{äqu}}$ [kN]	$\Delta$ [%]	$u_{\text{max}}$ [m]	$\Delta$ [%]	$u_{\text{min}}$ [m]	$\Delta$ [%]
(1)	-117,24	100,00	-0,0359	100,00	-0,0072	100,00
(2)	-117,47	100,20	-0,0355	98,90	-0,0073	101,86
(3)	-116,62	99,47	-0,0349	97,31	-0,0075	104,29
(4)	-116,62	99,47	-0,0349	97,31	-0,0075	104,29
(5)	-120,02	102,37	-0,0343	95,46	-0,0075	104,55

Wie erläutert, wird das Netz in den Bereichen des Betonfundamentes, des Betonpfeilers und in den Bereichen der Lasteinleitung zusätzlich verfeinert (verringertes Grobheitsfaktor). Die Einstellung für die allgemeine Netzgenerierung wird mit "fein" festgelegt. Die Kontrolle der "Netzqualität" zeigt nur vereinzelt Elemente mit einer minderen Qualität von rund 0,60.

In Abbildung 4.7 ist das letztlich gewählte Netz dargestellt. Als Elementtyp werden in der numerischen Untersuchung Dreieckselemente mit 15 Knotenpunkten gewählt.

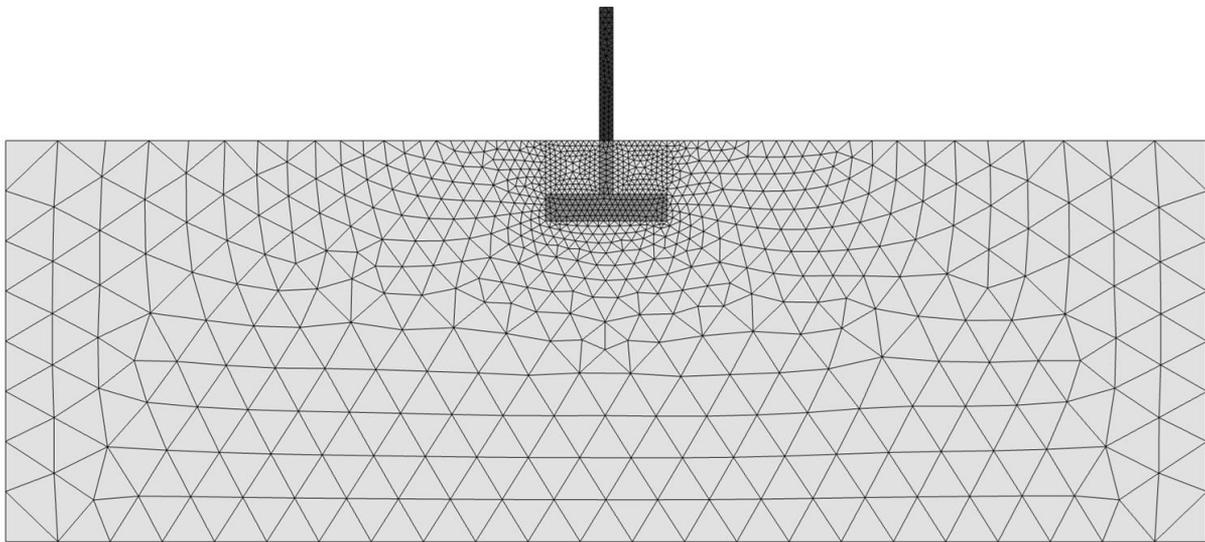


Abbildung 4.7: Beispiel der gewählten Netzfeinheit

#### 4.2.2 Allgemeine Geometrieangaben

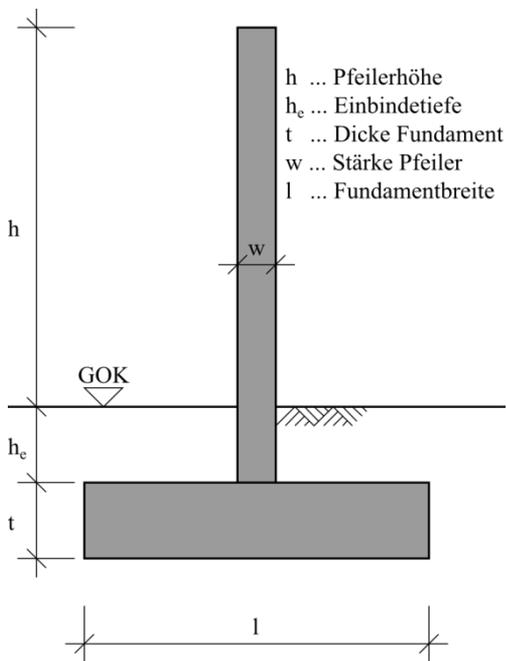


Abbildung 4.8: Geometrie - Detailuntersuchung

Abbildung 4.8 zeigt die allgemeine Gründungskörpergeometrie. Die Abmessungen der einzelnen Untersuchungsvarianten sind Tabelle 4.8 zu entnehmen. Anhang A liefert die detaillierten Geometrieangaben für die Eingabe in PLAXIS.

Ähnlich zu den Voruntersuchungen wird wiederum ein Betonfundament mit aufgehendem Betonpfeiler modelliert. Die verwendeten Materialparameter sind Abschnitt 4.2.3 zu entnehmen. Der über die Geländeoberkante aufragende Teil des Pfeilers wird als gewichtslos betrachtet und modelliert, um zusätzliche Lasten, resultierend aus dem Pfeiler, auszuschließen.

Tabelle 4.8: Allgemeine Geometrieangaben – Detailuntersuchung

$h$ [m]	$h_e$ [m]	$t$ [m]	$w$ [m]	$l$ [m]
5,00	1,00/ 2,00	1,00	0,50	3,50/ 4,00/ 4,50

### 4.2.3 Materialparameter

Es werden zwei verschiedene Baugrundarten untersucht, zum einen ein locker gelagerter Sand und zum anderen ein dicht gelagerter Sand. Die gewählten Böden sind nicht projektbezogen und für Analysen an realen Gründungen gesondert zu untersuchen. Die durchgeführten Auswertungen zeigen, dass, ähnlich den Ergebnissen der Voruntersuchung, die Ausführung einer Flachgründung bei locker gelagertem Sand unter den hier betrachteten Lasten nicht zielführend ist, da sich sehr große Baugrundverformungen ergeben. Aus diesem Grund beschränken sich die nachfolgend gewählten, repräsentativen Untersuchungsergebnisse auf Auswertungen mit dicht gelagertem Sand als Baugrund.

Tabelle 4.9 zeigt die Materialparameter der gewählten Böden und Tabelle 4.10 jene des Betons. Es wird der Beton einmal als gewichtslos (über GOK) und einmal mit einer Wichte von  $24 \text{ kN/m}^3$  (unter GOK) angesetzt. Grundwasser bleibt wiederum unberücksichtigt.

Tabelle 4.9: Eingabeparameter Stoffgesetze „Boden“ PLAXIS – Detailuntersuchung

locker gelagerter Sand		dicht gelagerter Sand	
Stoffgesetz	HSS -	Stoffgesetz	HSS -
Verhalten	drainiert -	Verhalten	drainiert -
$\gamma_{\text{unsat}}$	17,00 $\text{kN/m}^3$	$\gamma_{\text{unsat}}$	18,00 $\text{kN/m}^3$
$\gamma_{\text{sat}}$	17,00 $\text{kN/m}^3$	$\gamma_{\text{sat}}$	18,00 $\text{kN/m}^3$
$E_{50}^{\text{ref}}$	15.000,00 kPa	$E_{50}^{\text{ref}}$	50.000,00 kPa
$E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$	15.000,00 kPa	$E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$	50.000,00 kPa
$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$	45.000,00 kPa	$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$	150.000,00 kPa
$m$	0,50 -	$m$	0,50 -
$c'$	0,00 kPa	$c'$	0,00 kPa
$\varphi'$	30,00 °	$\varphi'$	35,00 °
$\psi'$	0,00 °	$\psi'$	5,00 °
$\nu_{\text{ur}}$	0,20 -	$\nu_{\text{ur}}$	0,20 -
$p_{\text{ref}}$	100,00 kPa	$p_{\text{ref}}$	100,00 kPa
$K_0^{\text{NC}}$	0,50 -	$K_0^{\text{NC}}$	0,43 -
$\gamma_{0,7}$	0,0001 -	$\gamma_{0,7}$	0,0001 -
$G_0^{\text{ref}}$	75.000,00 kPa	$G_0^{\text{ref}}$	250.000,00 kPa

Tabelle 4.10: Eingabeparameter Stoffgesetze „Beton“ PLAXIS – Detailuntersuchung

Beton (C30/37)			Beton (C30/37) „gewichtlos“		
Stoffgesetz	linear-elastisch	-	Stoffgesetz	linear-elastisch	-
Verhalten	undurchlässig	-	Verhalten	undurchlässig	-
$\gamma$	24,00	kN/m <sup>3</sup>	$\gamma$	0,00	kN/m <sup>3</sup>
$E'$	33,00	GPa	$E'$	33,00	GPa
$\nu'$	0,20	-	$\nu'$	0,20	-
$R_{inter}$	1,00	-	$R_{inter}$	1,00	-

#### 4.2.4 Rotatorisch beanspruchte Flachgründungen

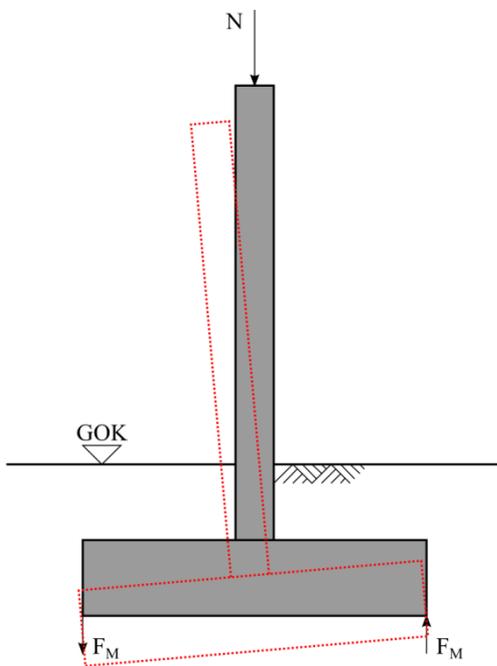


Abbildung 4.9: Lastangriff „rotatorisch“

In den ersten Detailuntersuchungen wird der Einfluss einer überwiegend rotatorischen Beanspruchung auf die Bettungssteifigkeiten eruiert. Abbildung 4.9 zeigt die Systemangabe mit den aufgetragenen Lasten (Verschiebungsfigur in rot). Das angreifende Moment (in Form eines Kräftepaars) wird vereinfachend an der Sohle appliziert, um den Auswerteprozess zu vereinfachen. Aufgrund von Spannungsumlagerungen entspricht das tatsächliche Moment in der Sohle nicht jenem, welches angebracht wird. Dieser Faktor wird in der Auswertung allerdings vernachlässigt. Die Lastfallbezeichnungen und Lastgrößen sind Tabelle 4.11 zu entnehmen. In den Lastfällen (LF) 1\_R, 5\_R und 9\_R wird von einer reinen Normalkraftbeanspruchung ausgegangen.

Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass bei einer überwiegend rotatorischen Beanspruchung auf die Auswertung von Horizontalfedern verzichtet werden kann. Um allerdings ein statisch bestimmtes System zu erhalten, ist es notwendig, eine Horizontalfeder mit einer Steifigkeit von 1 kN/m<sup>2</sup> an der Gründungssohle anzubringen. Die Kopfverdrehung wird überwiegend von der Drehfedersteifigkeit bestimmt.

Tabelle 4.11: Lastfallangaben – „rotatorische“ Beanspruchung

Allgemeines		
$N_{1/2/3}$	=	300,00/ 600,00/ 900,00 [kN]
$M_{1,i}$	=	$N_{1/2/3} \cdot 1/3$ [kNm]
$M_{2,i}$	=	$N_{1/2/3} \cdot 1/6$ [kNm]
$M_{3,i}$	=	$N_{1/2/3} \cdot 1/12$ [kNm]
$F_M$	=	$M_i/1$ [kN]

Lastfallkombinationen:		
LF1_R	=	$N_1$
LF2_R	=	$N_1 + M_{11}$
LF3_R	=	$N_1 + M_{21}$
LF4_R	=	$N_1 + M_{31}$
LF5_R	=	$N_2$
LF6_R	=	$N_2 + M_{12}$
LF7_R	=	$N_2 + M_{22}$
LF8_R	=	$N_2 + M_{32}$
LF9_R	=	$N_3$
LF10_R	=	$N_3 + M_{13}$
LF11_R	=	$N_3 + M_{23}$
LF12_R	=	$N_3 + M_{33}$

Lastfallwerte (Momente) für die unterschiedlichen Fundamentbreiten (3,50/ 4,00/ 4,50 m):						
--	--	--	--	--	--	--

	$M_{3,50}$ [kNm]	$F_{M3,50}$ [kN]	$M_{4,00}$ [kNm]	$F_{M4,00}$ [kN]	$M_{4,50}$ [kNm]	$F_{M4,50}$ [kN]
LF2_R	350,00	100,00	400,00	100,00	450,00	100,00
LF3_R	175,00	50,00	200,00	50,00	225,00	50,00
LF4_R	87,50	25,00	100,00	25,00	112,50	25,00
LF6_R	700,00	200,00	800,00	200,00	900,00	200,00
LF7_R	350,00	100,00	400,00	100,00	450,00	100,00
LF8_R	175,00	50,00	200,00	50,00	225,00	50,00
LF10_R	1.050,00	300,00	1.200,00	300,00	1.350,00	300,00
LF11_R	525,00	150,00	600,00	150,00	675,00	150,00
LF12_R	262,50	75,00	300,00	75,00	337,50	75,00

Im Weiteren wird beispielhaft die Auswertung für LF2\_R bei einer Fundamentbreite von 4,50 m und einer Einbindetiefe von 1,00 m gezeigt (dicht gelagerter Sand). Aufgrund der geringen Horizontalverschiebungen ergeben sich sehr hohe Horizontalfedersteifigkeiten (vgl. Tabelle 4.14). Werden diese

hohen Steifigkeiten zur Kontrolle am in Abbildung 4.6 dargestellten System angebracht, so ergeben sich zu kleine Werte der Kopfverschiebungen.

Tabelle 4.12: Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit  $k_{v,ges}$  „rotatorische“ Beanspruchung – Bsp.

Sohlspannungen/ Berechnung $k_v$				
x [m]	uy [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_v$ [kN/m <sup>3</sup> ]	
0,00	-0,005	-104,94	22.859	
0,20	-0,005	-121,48	26.983	4.876
0,39	-0,004	-118,43	26.808	5.262
0,59	-0,004	-116,73	26.935	5.257
0,78	-0,004	-114,62	26.971	5.273
0,98	-0,004	-112,24	26.940	5.274
1,17	-0,004	-109,68	26.870	5.264
1,37	-0,004	-107,12	26.800	5.250
1,57	-0,004	-104,74	26.778	5.241
1,76	-0,004	-102,52	26.808	5.242
1,96	-0,004	-100,42	26.884	5.252
2,15	-0,004	-98,43	27.011	5.272
2,35	-0,004	-96,54	27.190	5.302
2,54	-0,003	-94,77	27.435	5.344
2,74	-0,003	-93,14	27.751	5.399
2,93	-0,003	-91,59	28.131	5.467
3,13	-0,003	-90,09	28.565	5.546
3,33	-0,003	-88,62	29.046	5.636
3,52	-0,003	-87,15	29.572	5.734
3,72	-0,003	-85,73	30.158	5.843
3,91	-0,003	-84,33	30.803	5.964
4,11	-0,003	-83,07	31.553	6.100
4,30	-0,003	-81,86	32.392	6.256
4,50	-0,002	-71,62	29.636	6.068
			$k_{v,ges} =$	126.124 kN/m <sup>2</sup>
			$k_{v,jelfm} =$	28.028 kN/m <sup>2</sup> je m'

Tabelle 4.13: Ermittlung der Drehfedersteifigkeit  $k_\varphi$  „rotatorische“ Beanspruchung – Bsp.

Sohlspannungen/ Berechnung $k_\varphi$	
$M_{Sohle}$ [kNm]	$I$ [m <sup>4</sup> ]
112,50	7,59
$\Delta s ( u(0)  -  u(4,50) ) =$	0,002 m
$\varphi = \Delta s / \Delta l =$	0,000 rad
$k_\varphi = M / \varphi =$	232.873 kNm/rad je m'

Tabelle 4.14: Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit  $k_h$  „rotatorische“ Beanspruchung – Bsp.

Seitenspannung/ Berechnung $k_h$				
y [m]	ux [m]	$\sigma_3$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_h$ [kN/m <sup>3</sup> ]	
0,00	0,001	0,16	164	
0,20	0,001	-9,60	17.867	1.803
0,40	0,000	-14,52	77.000	9.487
0,60	0,000	-17,87	1.221.461	129.846
0,80	0,000	-19,20	264.819	148.628
1,00	-0,001	-20,23	37.076	30.190
1,20	0,000	-34,41	74.790	11.187
1,40	0,000	-37,47	100.130	17.492
1,60	0,000	-40,02	138.949	23.908
1,80	0,000	-41,03	203.430	34.238
2,00	0,000	-55,09	489.024	69.245
		$k_{h,ges} =$	476.023 kN/m <sup>2</sup>	
		$k_{h,jelfm} =$	238.012 kN/m <sup>2</sup> je m'	

Die Spannungs- und Verformungsverläufe des gegebenen Beispiels sind Anhang C zu entnehmen.

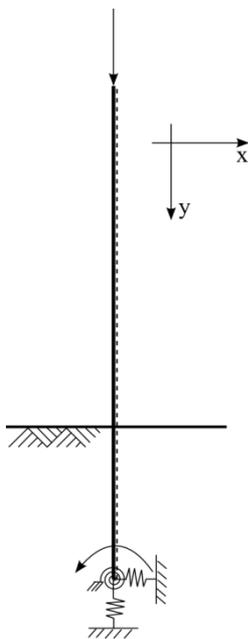


Abbildung 4.10: Ersatzsystem

Abbildung 4.10 zeigt das für überwiegend rotatorisch beanspruchte Pfeiler vorgeschlagene Ersatzsystem. Die Horizontalfedersteifigkeit wird mit 1 kN/m<sup>2</sup> angesetzt, um die statische Bestimmtheit des Systems aufrecht zu erhalten. Das Stabsystem wird bis zur Unterkante der Gründungssohle modelliert. Dies bietet den Vorteil, dass auch Verdrehungen, welche unterhalb der Geländeoberkante entstehen, mitberücksichtigt werden. Bei einer Vernachlässigung des Systems unterhalb der Geländeoberkante ergeben sich zu steife Systemantworten, d.h. die Kopfverschiebungen werden unterschätzt.

Tabelle 4.6 zeigt den Vergleich der Kopfverschiebungen aus der numerischen Berechnung mit jenen aus der Kontrolle des Stabsystems. Es ist zu erkennen, dass sich trotz der Vernachlässigung der Horizontalfedersteifigkeit nur geringe Unterschiede einstellen. Die resultierenden Unterschiede sind unter anderem durch das nicht exakt ermittelte Moment in der Sohle zu erklären.

Tabelle 4.15: Vergleich Kopfverschiebungen „rotatorische“ Beanspruchung – LF2\_R

	PLAXIS (PL)	RZ - Kontrolle	$\Delta$ PL – RZ
$u_y$ [m]	-0,004	-0,004	<b>3,37 %</b>
$u_x$ [m]	-0,003	-0,003	<b>1,69 %</b>

### 4.2.5 Translatorisch beanspruchte Flachgründungen

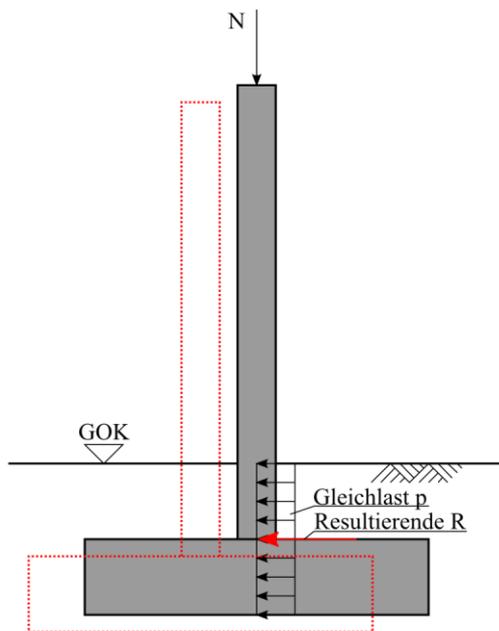


Abbildung 4.11: Lastangriff „translatorisch“

Nachfolgend werden die Auswirkungen einer überwiegend translatorischen Beanspruchung auf die Bettungssteifigkeit des Gesamtsystems erläutert. Der Gründungskörper wird, wie in Abbildung 4.11 dargestellt, über die Einbindetiefe mit einer Gleichlast  $p$  (in  $\text{kN/m}$ ;  $p = R/(h_e+t)$ ) belastet. Die idealisierte Verschiebungsfigur ist wiederum rot punktiert dargestellt. Die Gleichlast wird über die Einbindetiefe verteilt angesetzt, um größere rotatorische Einflüsse zu vermeiden. Weiters wird der Gründungskörper durch eine Normalkraft (vgl. Abschnitt 4.2.4) beansprucht. Da der Einfluss der Reibung in der Sohlfläche auf die Bettungssteifigkeit vernachlässigt wird, werden lediglich Gründungskörper mit einer Sohlbreite von 4,50 m und zwei verschiedenen Einbindetiefen (1,00 und 2,00 m) untersucht. Lastfallbezeichnungen und Lastangaben sind Tabelle 4.16 zu entnehmen.

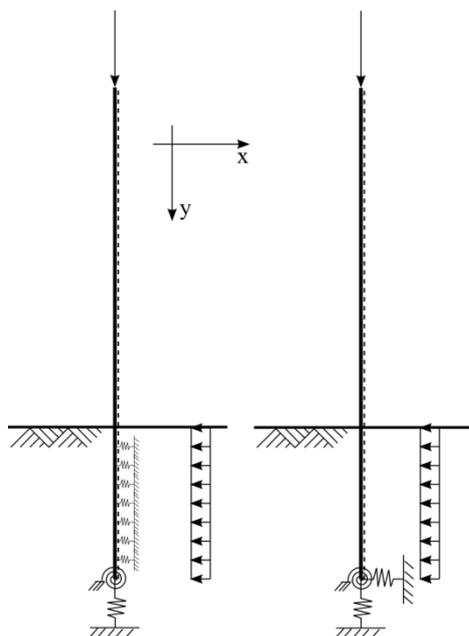


Abbildung 4.12: Ersatzsystem „verteilt“ (links);  
Ersatzsystem „Einzelfeder“ (rechts)

Als Vergleichsgrundlage dienen wiederum die Differenzen der Pfeilerkopfverschiebungen aus den numerischen Berechnungen und jene aus den Stabwerksmodellen. Die Auswertungen (siehe Tabelle 4.17) zeigen, dass die Aufteilung der Horizontalfedern über die Einbindetiefe eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse gegenüber der Annahme lediglich einer Einzelfeder darstellt (System siehe Abbildung 4.12). Ist nur eine Gesamtfedersteifigkeit bekannt, so bietet sich an, diese gleichmäßig über die Einbindetiefe aufzuteilen um die Genauigkeit des Ergebnisses zu erhöhen. Weiters zeigt sich, dass bei einer überwiegend translatorischen Beanspruchung die Drehfedersteifigkeit gegen unendlich geht und somit nicht für jeden Fall gesondert zu ermitteln ist.

Tabelle 4.16: Lastfallangaben – „translatorische“ Beanspruchung

Allgemeines		
$N_{1/2/3}$	=	300,00/ 600,00/ 900,00 [kN]
$R_1$	=	200 [kN]
$R_2$	=	60 [kN]
$p_i$	=	$R_i/h_e$ [kN/m]

Lastfallkombinationen und Lastfallwerte (Gleichlasten) für die unterschiedlichen Einbindetiefen (1,00/ 2,00 m):				
			$p_{1,00}$ [kN/m]	$p_{2,00}$ [kN/m]
LF1_T	=	$N_1$	-	-
LF2_T	=	$N_1 + R_1$	100,00	66,67
LF3_T	=	$N_1 + R_2$	30,00	20,00
LF4_T	=	$N_2$	-	-
LF5_T	=	$N_2 + R_1$	100,00	66,67
LF6_T	=	$N_2 + R_2$	30,00	20,00
LF7_T	=	$N_3$	-	-
LF8_T	=	$N_3 + R_1$	100,00	66,67
LF9_T	=	$N_3 + R_2$	30,00	20,00

Tabelle 4.18 und Tabelle 4.19 zeigen beispielhaft die Auswertung eines Gründungskörpers mit einer Sohlbreite von 4,50 m und einer Einbindetiefe von 1,00 m. Betrachtet wird Lastfall LF2\_T. Die Auswertung der Drehfedersteifigkeit wird nicht angeführt, da diese, wie zuvor erläutert, bei einer überwiegend translatorischen Beanspruchung gegen unendlich geht.

In Tabelle 4.17 wird der Unterschied der Pfeilerkopfverschiebungen für die beiden in Abbildung 4.12 dargestellten Systeme aufgelistet. Die Auswertung bezieht sich auf den zuvor beschriebenen Gründungskörper (LF2\_T). Es ist zu erkennen, dass bei Anwendung nur einer Einzelfeder die resultierenden Kopfverschiebungen deutlich von den Soll-Werten abweichen. Wie auch in Abschnitt 4.2.4, zeigt sich in weiteren Untersuchungen, dass die Vernachlässigung der Einbindetiefe in der Modellierung eines Stabsystems zu steifen Systemantworten führt (d.h. zu geringe Kopfverschiebungen).

 Tabelle 4.17: Vergleich Kopfverschiebungen „translatorische“ Beanspruchung – LF2\_T  
 (RZ1: Ersatzsystem „verteilt“; RZ2: Ersatzsystem „Einzelfeder“; vgl. Abbildung 4.12)

	PLAXIS (PL)	RZ1: „verteilt“	$\Delta PL - RZ1$	RZ2: „einzel“	$\Delta PL - RZ2$
$u_y$ [m]	-0,004	-0,004	5,33 %	-0,004	5,33 %
$u_x$ [m]	-0,005	0,005	5,09 %	0,007	30,11 %

Tabelle 4.18: Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit  $k_{v,ges}$  „translatorische“ Beanspruchung – Bsp.

Sohlspannungen/ Berechnung $k_v$				
x [m]	uy [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_v$ [kN/m <sup>3</sup> ]	
0,00	-0,005	-108,50	22.259	
0,20	-0,005	-117,64	24.417	4.763
0,41	-0,005	-115,14	24.181	4.960
0,61	-0,005	-113,38	24.097	4.927
0,82	-0,005	-111,65	24.017	4.910
1,02	-0,005	-109,85	23.923	4.892
1,22	-0,005	-108,06	23.831	4.874
1,43	-0,004	-106,31	23.755	4.856
1,63	-0,004	-104,64	23.702	4.843
1,84	-0,004	-103,05	23.680	4.836
2,04	-0,004	-101,54	23.690	4.834
2,25	-0,004	-100,07	23.729	4.839
2,43	-0,004	-98,71	23.777	4.463
2,62	-0,004	-97,38	23.844	4.474
2,81	-0,004	-96,03	23.917	4.487
3,00	-0,004	-94,64	23.990	4.501
3,18	-0,004	-93,20	24.056	4.514
3,37	-0,004	-91,73	24.121	4.526
3,56	-0,004	-90,09	24.145	4.535
3,75	-0,004	-88,43	24.166	4.539
3,94	-0,004	-86,62	24.146	4.539
4,12	-0,004	-85,14	24.222	4.544
4,31	-0,003	-81,56	23.688	4.501
4,50	-0,003	-48,03	14.251	3.564
			$k_{v,ges} =$	106.723 kN/m <sup>2</sup>
			$k_{v,jelfm} =$	23.716 kN/m <sup>2</sup> je m'

Tabelle 4.19: Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit  $k_h$  „translatorische“ Beanspruchung – Bsp.

Seitenspannung/ Berechnung $k_h$				
y [m]	ux [m]	$\sigma_3$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_h$ [kN/m <sup>3</sup> ]	
0,00	0,000	0,03	73	
0,20	-0,001	-11,52	15.005	1.508
0,40	-0,001	-20,46	18.351	3.336
0,60	-0,001	-27,17	19.534	3.789
0,80	-0,002	-32,11	19.199	3.873
1,00	-0,003	-47,99	16.659	3.586
1,20	-0,003	-79,30	28.062	4.472
1,40	-0,003	-79,58	28.731	5.679
1,60	-0,003	-83,25	30.677	5.941
1,80	-0,003	-86,84	32.680	6.336
2,00	-0,003	-90,97	34.972	6.765
			$k_{h,ges} =$	45.284 kN/m <sup>2</sup>
			$k_{h,jelfm} =$	22.642 kN/m <sup>2</sup> je m'

Die für die Erstellung des Stabsystems erforderlichen Federsteifigkeiten sind in Tabelle 4.18 und Tabelle 4.19 grau hinterlegt. Die Spannungs- und Verformungsverläufe des gegebenen Beispiels sind Anhang C zu entnehmen.

### 4.2.6 Kombiniert beanspruchte Flachgründungen

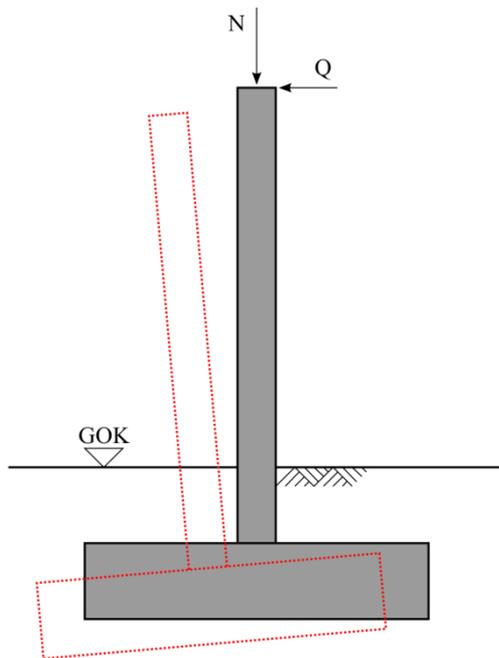


Abbildung 4.13: Lastangriff „kombiniert“

Die in Abschnitt 4.2.4 und 4.2.5 gewonnenen Erkenntnisse zur Modellierung der Einzelsteifigkeiten an einem Stabsystem werden nachfolgend angewendet, um Systeme mit kombinierter (rotatorisch und translatorisch) Beanspruchung zu untersuchen. Abbildung 4.13 zeigt das Belastungsbild der Untersuchungen mit kombinierter Rotations- und Translationsbeanspruchung. Neben der bereits in den vorherigen Untersuchungen applizierten Vertikallast wird zusätzlich der Angriff einer Horizontallast am Pfeilerkopf simuliert. Diese Horizontallast bewirkt sowohl eine translatorische, als auch eine rotatorische Bewegung des Gründungskörpers. Die idealisierte Verschiebungsfigur (rot punktiert) zeigt sowohl einen translatorischen als auch einen rotatorischen Bewegungsanteil.

In Tabelle 4.20 werden die untersuchten Lastfallkombinationen aufgelistet. LF1\_K, LF4\_K und LF7\_K weisen nur eine Normalkraftbeanspruchung auf.

Tabelle 4.20: Lastfallangaben – „kombinierte“ Beanspruchung

Allgemeines		
$N_{1/2/3}$	=	300,00/ 600,00/ 900,00 [kN]
$Q_1$	=	100 [kN]
$Q_2$	=	50 [kN]
Lastfallkombinationen:		
LF1_K	=	$N_1$
LF2_K	=	$N_1 + Q_1$
LF3_K	=	$N_1 + Q_2$
LF4_K	=	$N_2$
LF5_K	=	$N_2 + Q_1$
LF6_K	=	$N_2 + Q_2$
LF7_K	=	$N_3$
LF8_K	=	$N_3 + Q_1$
LF9_K	=	$N_3 + Q_2$

In Tabelle 4.21, Tabelle 4.22 und Tabelle 4.23 wird beispielhaft die Auswertung der Einzelfedersteifigkeiten für die kombinierte Beanspruchung dargestellt. Die angeführten Auswertungen beziehen sich auf einen Gründungskörper mit einer Sohlbreite von 4,50 m und einer Einbindetiefe von 1,00 m. Als Baugrund dient der dicht gelagerte Sand mit den in Tabelle 4.9 ersichtlichen Materialparametern. Das zur Auswertung der Drehfedersteifigkeit benötigte Moment wird durch Multiplikation der Pfeilerhöhe ( $h = 5,00$  m) mit der angreifenden Horizontallast  $Q$  ermittelt. Es wird angenommen, dass der Momentenverlauf von Geländeoberkante bis zur Gründungssohle konstant ist (d.h. dass keine Zunahme des Momentes unterhalb der Geländeoberkante eintritt; vgl. Abbildung 4.5). Betrachtet wird LF6\_K.

 Tabelle 4.21: Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit  $k_{v,ges}$  „kombinierte“ Beanspruchung – Bsp.

Sohlspannungen/ Berechnung $k_v$					
x [m]	uy [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_v$ [kN/m <sup>3</sup> ]		
0,00	-0,013	-206,32	15.418		
0,20	-0,013	-240,04	18.351	3.304	
0,39	-0,013	-222,05	17.378	3.495	
0,59	-0,012	-211,76	16.974	3.361	
0,78	-0,012	-203,62	16.728	3.297	
0,98	-0,012	-196,45	16.552	3.256	
1,17	-0,012	-189,73	16.407	3.224	
1,37	-0,011	-183,33	16.287	3.198	
1,57	-0,011	-177,25	16.194	3.178	
1,76	-0,011	-171,37	16.121	3.161	
1,96	-0,010	-165,60	16.065	3.149	
2,15	-0,010	-159,88	16.020	3.139	
2,35	-0,010	-154,22	15.989	3.131	
2,54	-0,009	-148,64	15.971	3.126	
2,74	-0,009	-143,17	15.967	3.124	
2,93	-0,009	-137,80	15.976	3.125	
3,13	-0,008	-132,52	15.998	3.128	
3,33	-0,008	-127,33	16.035	3.134	
3,52	-0,008	-122,23	16.089	3.143	
3,72	-0,007	-117,27	16.168	3.155	
3,91	-0,007	-112,51	16.282	3.174	
4,11	-0,007	-108,15	16.472	3.204	
4,30	-0,006	-105,62	16.975	3.272	
4,50	-0,006	-94,72	16.113	3.237	
			$k_{v,ges} =$	73.715	kN/m <sup>2</sup>
			$k_{v,jelfim} =$	16.381	kN/m <sup>2</sup> je m'

Tabelle 4.22: Ermittlung der Drehfedersteifigkeit  $k_\varphi$  „kombinierte“ Beanspruchung – Bsp.

Sohlspannungen/ Berechnung $k_\varphi$	
$M_{\text{Sohle}}$ [kNm]	$I$ [m <sup>4</sup> ]
250,00	7,59
$\Delta s$ ( $ u(0)  -  u(4,50) $ ) =	0,008 m
$\varphi = \Delta s / \Delta l =$	0,002 rad
$k_\varphi = M / \varphi =$	149.932 kNm/rad je m <sup>4</sup>

 Tabelle 4.23: Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit  $k_h$  „kombinierte“ Beanspruchung – Bsp.

Seitenspannung/ Berechnung $k_h$			
y [m]	ux [m]	$\sigma_3$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_h$ [kN/m <sup>3</sup> ]
0,00	0,002	-0,18	88
0,20	0,001	-10,99	9.277
0,40	0,000	-16,85	61.367
0,60	0,000	-24,01	66.869
0,80	-0,001	-25,57	28.714
1,00	-0,003	-37,99	12.824
1,20	-0,003	-69,46	26.181
1,40	-0,002	-62,34	26.617
1,60	-0,002	-65,91	32.454
1,80	-0,002	-69,83	40.596
2,00	-0,001	-97,22	68.906
		$k_{h, \text{ges}} =$	67.879 kN/m <sup>2</sup>
		$k_{h, \text{jelfm}} =$	33.940 kN/m <sup>2</sup> je m'

Die der beispielhaften Auswertung zugehörigen Spannungs- und Verformungsverläufe sind Anhang C zu entnehmen.

Der Vergleich der Pfeilerkopfverschiebungen der numerischen und der Stabwerksberechnungen wird wiederum genutzt, um die ermittelten Federsteifigkeiten zu verifizieren, da diese in Abschnitt 4.3 Anwendung finden. Das für die Auswertung zur Anwendung kommende Stabsystem ist in Abbildung 4.12 (verteilte Horizontalfedern, links) dargestellt. Die zur Modellierung benötigten Federsteifigkeiten sind in Tabelle 4.21 bis Tabelle 4.23 grau hinterlegt. Der in Tabelle 4.24 dargestellte Vergleich der Pfeilerkopfverschiebung zeigt die gute Genauigkeit der ermittelten Einzelfedersteifigkeiten.

Tabelle 4.24: Vergleich Kopfverschiebungen „kombinierte“ Beanspruchung – LF6\_K

	PLAXIS (PL)	RZ - Kontrolle	$\Delta$ PL – RZ
<b><math>u_y</math> [m]</b>	-0,010	-0,010	<b>0,25 %</b>
<b><math>u_x</math> [m]</b>	-0,024	-0,026	<b>5,80 %</b>

## 4.3 Methoden zur Ermittlung der Bettungssteifigkeiten

Nachfolgend werden, basierend auf den Ergebnissen der Detailuntersuchungen, Methoden zur vereinfachten Ermittlung der Bettungssteifigkeiten vorgeschlagen. Die ermittelten Bettungssteifigkeiten besitzen jeweils für nur einen Lastfall, eine Gründungskörpergeometrie und ein Baugrundprofil (Bodenschichtungen) Gültigkeit. Bei integralen Brücken beispielsweise, ist die Berechnung der Gründungssteifigkeiten ein iterativer Prozess. Aufgrund des statisch unbestimmten Systems ändern sich mit der jeweiligen Bettungssteifigkeit auch die Schnittkräfte, was wiederum zu einer notwendigen Adaptierung der Bettungssteifigkeit führt. Daraus folgt, dass auch das statische System bei der Ermittlung der Bettungssteifigkeiten zu berücksichtigen ist.

### 4.3.1 Nomogramme

Eine anwenderfreundliche Methode zur Ermittlung der Bettungssteifigkeiten ist es, aus numerischen Berechnungen Nomogramme abzuleiten, welche für jeweils eine Gründungsgeometrie und ein Bodenprofil gültig sind und im weiteren Verlauf zwischen diesen zu iterieren.

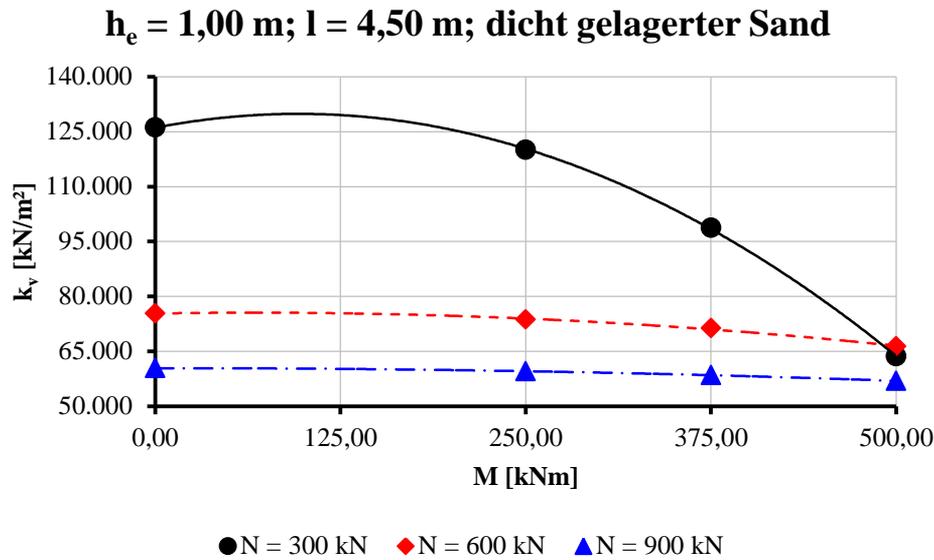
Diese Nomogramme ermöglichen es dem Anwender, die benötigten Federsteifigkeiten vergleichsweise gut abzuschätzen. Voraussetzung hierfür sind etliche numerische Berechnungen und deren Auswertungen. Entscheidend für die Berechnung ist die Kenntnis der Baugrundverhältnisse im jeweiligen Fall.

Im Weiteren wird eine Möglichkeit aufgezeigt, die Nomogramme lastabhängig abzubilden. Der Übersicht halber werden für Vertikal-, Horizontal- und Drehfedersteifigkeit gesonderte Nomogramme dargestellt. Die in Abbildung 4.16 dargestellten Horizontalsteifigkeiten stellen Gesamtsteifigkeiten dar. Dies hat den Zweck, das dargestellte Nomogramm zu vereinfachen. Die Gesamthorizontalsteifigkeit kann, wie in Abschnitt 4.2.5 beschrieben, vereinfacht gleichmäßig über die Einbindetiefe aufgeteilt werden, um genauere Berechnungsergebnisse zu generieren.

Die dargestellten Nomogramme sind Ableitungen der Ergebnisse der in Abschnitt 4.2.6 (kombinierte Beanspruchung) beschriebenen Untersuchungen und beziehen sich auf einen Gründungskörper mit einer Sohlbreite von 4,50 m und einer Einbindetiefe von 1,0 m. Um anschaulichere Nomogramme abzubilden, werden drei weitere Lastfälle zusätzlich zu Tabelle 4.20 eingeführt. Diese werden in Tabelle 4.25 gezeigt und gelten als Erweiterung von Tabelle 4.20.

Tabelle 4.25: Zusätzliche Lastfallangaben

<b>Zusätzliche Lastfallkombinationen:</b>				
			$N_i$ [kN]	$Q_3$ [kN]
LFZ1_K	=	$N_1 + Q_3$	300,00	75,00
LFZ2_K	=	$N_2 + Q_3$	600,00	75,00
LFZ3_K	=	$N_3 + Q_3$	900,00	75,00


 Abbildung 4.14: Nomogramm zur Bestimmung von  $k_v$ 

In Abbildung 4.14 wird das Nomogramm zur Bestimmung der Vertikalfedersteifigkeit dargestellt. Auf der Abszisse ist das Moment in der Sohle aufgetragen und auf der Ordinate die Vertikalfedersteifigkeit. Die markierten Punkte zeigen die Ergebnisse der numerischen Berechnungen.

Tabelle 4.26 zeigt die Funktionen der Näherungskurvenverläufe und deren Bestimmtheitsgrad ( $R^2$ ). Diese Näherungskurvenverläufe werden verwendet, um Federsteifigkeiten, welche zwischen den bekannten Steifigkeitswerten (einer Last; z.B. 300 kN) liegen, zu ermitteln. Die Funktionen sind für diesen Fall abhängig vom in der Sohle wirkenden Moment (in kNm). Je nach Verwendungszweck können die Nomogramme auch von anderen Parametern (z.B. Querkraft) abhängig gemacht werden.

 Tabelle 4.26: Funktionen der Näherungskurvenverläufe ( $k_v$ )

<b>N = 300 kN:</b>	
$k_v(M) = -0,406 \cdot M^2 + 78,559 \cdot M + 126.066$	$R^2 = 0,999$
<b>N = 600 kN:</b>	
$k_v(M) = -0,048 \cdot M^2 + 6,521 \cdot M + 75.344$	$R^2 = 0,996$
<b>N = 900 kN:</b>	
$k_v(M) = -0,015 \cdot M^2 + 0,357 \cdot M + 60.398$	$R^2 = 0,999$

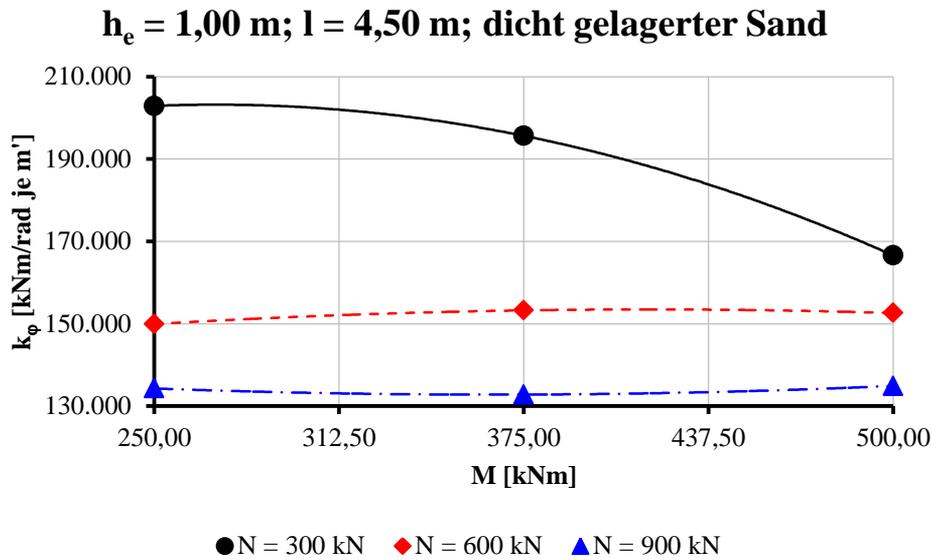
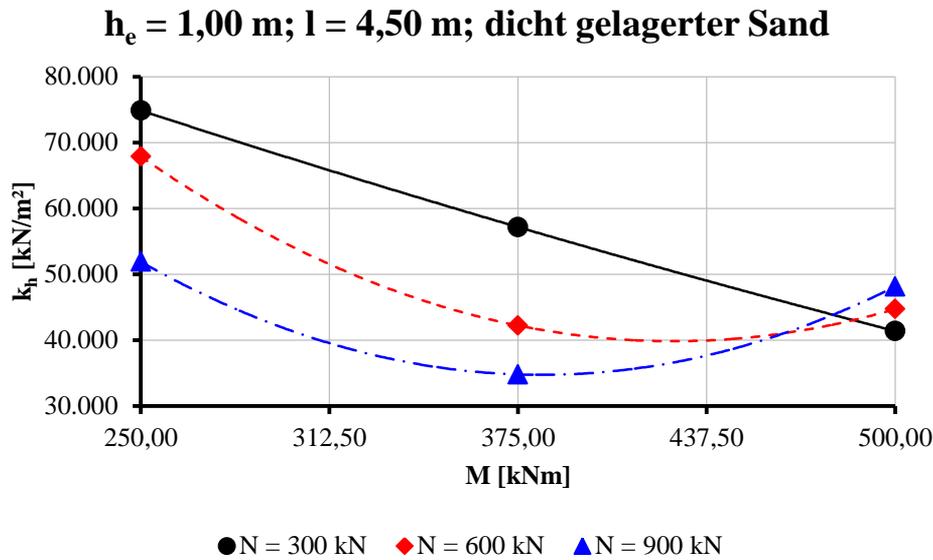

 Abbildung 4.15: Nomogramm zur Bestimmung von  $k_\varphi$ 

Abbildung 4.15 bildet das Nomogramm zur Bestimmung von  $k_\varphi$  ab. Auf der Abszisse ist wiederum das Moment in der Gründungssohle in kNm aufgetragen. Die Ordinate zeigt die Drehfedersteifigkeit  $k_\varphi$  in kNm/rad je m'. Gekennzeichnet werden weiters die aus den numerischen Berechnungen resultierende Steifigkeitswerte für die einzelnen Lastfälle.

Die Funktionen der einzelnen Näherungskurven und deren Bestimmtheitsgrad sind Tabelle 4.27 zu entnehmen. Als Parameter zur Bestimmung der Drehfedersteifigkeit dient das Moment in der Sohle. Wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben, wird vereinfacht angenommen, dass das Moment ab Geländeoberkante über die Einbindetiefe konstant ist.

 Tabelle 4.27: Funktionen der Näherungskurvenverläufe ( $k_\varphi$ )

<b>N = 300 kN:</b>	
$k_\varphi(M) = -0,697 \cdot M^2 + 377,270 \cdot M + 152.147$	$R^2 = 0,999$
<b>N = 600 kN:</b>	
$k_\varphi(M) = -0,127 \cdot M^2 + 105,860 \cdot M + 131.391$	$R^2 = 0,999$
<b>N = 900 kN:</b>	
$k_\varphi(M) = -0,115 \cdot M^2 - 83,613 \cdot M + 148.038$	$R^2 = 0,999$


 Abbildung 4.16: Nomogramm zur Bestimmung von  $k_h$ 

Das in Abbildung 4.16 dargestellte Nomogramm dient der Bestimmung von  $k_h$ . Auf der Abszisse aufgetragen wird das Moment in der Sohle, auf der Ordinate die Gesamthorizontalfedersteifigkeit  $k_h$ . Zur Anwendung in statischen Berechnungen wird empfohlen, die Gesamtfedersteifigkeit gleichmäßig über die Einbindetiefe aufzuteilen, um bessere Berechnungsergebnisse zu erzielen (vgl. Abschnitt 4.2.5).

In Tabelle 4.28 werden die Funktionen der Näherungskurvenverläufe und deren Bestimmtheitsgrad ( $R^2$ ) angegeben. Die Funktionen der Gesamthorizontalfedersteifigkeit  $k_h$  sind abhängig vom Moment in der Sohle. Eine weitere Möglichkeit ist, das Nomogramm und die zugehörigen Funktionen der Näherungskurvenverläufe von der Querkraft  $Q$  abhängig zu machen.

 Tabelle 4.28: Funktionen der Näherungskurvenverläufe ( $k_h$ )

<b>N = 300 kN:</b>	
$k_h(M) = 0,061 \cdot M^2 - 179,480 \cdot M + 115.942$	$R^2 = 0,999$
<b>N = 600 kN:</b>	
$k_h(M) = 0,900 \cdot M^2 - 767,540 \cdot M + 203.522$	$R^2 = 0,999$
<b>N = 900 kN:</b>	
$k_h(M) = 0,974 \cdot M^2 - 745,560 \cdot M + 177.431$	$R^2 = 0,999$

Die Genauigkeit der in Abbildung 4.14 bis Abbildung 4.16 gezeigten Nomogramme kann durch die Auswertung zusätzlicher Lastfälle erhöht werden. Weiters kann die Abhängigkeit (z.B. von  $M$  oder  $Q$ ) der Funktionen der Näherungskurvenverläufe je nach Anforderung variiert werden. Zwischen den einzelnen, von der jeweiligen Normalkraft abhängigen Näherungskurven, kann vereinfacht linear interpoliert werden. Durch zusätzliche Auswertungen kann auch die Genauigkeit dieser Interpolationen erhöht werden.

In Tabelle 4.29 sind die, den Lastfällen zugehörigen, ausgewerteten Federsteifigkeiten aufgelistet. Da in LF1\_K, LF4\_K und LF7\_K lediglich von einer Normalkraftbeanspruchung ausgegangen wird, sind sowohl die Horizontal- als auch die Drehfedersteifigkeit für diese Fälle mit unendlich ( $\infty$ ) anzusetzen.

Tabelle 4.29: Ausgewertete Federsteifigkeiten

<b><math>h_e = 1\text{m}; l = 4,50\text{m};</math> dicht gelagerter Sand</b>				
	$k_v$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_\phi$ [kNm/rad je m <sup>4</sup> ]	$k_h$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$M$ [kNm]
<b>LF1_K</b>	126.113	$\infty$	$\infty$	0,00
<b>LF2_K</b>	63.633	166.619	41.402	500,00
<b>LFZ1_K</b>	98.760	195.656	57.187	375,00
<b>LF3_K</b>	120.036	202.923	74.872	250,00
<b>LF4_K</b>	75.384	$\infty$	$\infty$	0,00
<b>LF5_K</b>	66.396	152.626	44.722	500,00
<b>LFZ2_K</b>	71.305	153.260	42.240	375,00
<b>LF6_K</b>	73.715	149.932	67.879	250,00
<b>LF7_K</b>	60.398	$\infty$	$\infty$	0,00
<b>LF8_K</b>	56.946	134.906	48.155	500,00
<b>LFZ3_K</b>	58.491	132.813	34.818	375,00
<b>LF9_K</b>	59.579	134.303	51.918	250,00

Aufgelistet sind die einzelnen Federsteifigkeiten und die jeweils zugehörigen Momente in der Sohle. An den Vertikalfedersteifigkeiten ist zu erkennen, dass mit zunehmender Belastung eine Abnahme von  $k_v$  erfolgt. Dies ist auf die höheren, in der Sohlfläche auftretenden, Spannungen und die daraus resultierenden, höheren Verformungen zurückzuführen.

### 4.3.2 Theoretische Ableitung der Vertikalfedersteifigkeit

Nachfolgend wird ein theoretischer Zusammenhang zwischen Vertikalfedersteifigkeiten bei unterschiedlichen Laststufen (reine Normalkraftbeanspruchung) erläutert.

Abgeleitet wird dieser Zusammenhang aus dem Vorgehen zur Ermittlung spannungsabhängiger Elastizitätsmoduli im Boden. Hierbei wird ausgehend von einer Referenzspannung und einem Referenz E-Modul je nach Bodenart und vorhandener Spannung ein E-Modul ermittelt. Der formelmäßige Zusammenhang der vorhergehenden Erläuterung nach Ohde/ Janbu ist Glg. ( 27 ) zu entnehmen. Die Art des Bodens wird zum einen durch den Referenz E-Modul und zum anderen über den Parameter  $m$  beschrieben, welcher für Sande bei rund 0,50 und für Tone bei rund 1,00 liegt.

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left( \frac{\sigma_1'}{p^{ref}} \right)^m \quad (27)$$

$E_{oed}$  ...Tangentenmodul (Steifemodul)

$E_{oed}^{ref}$  ...Tangentenmodul (aus Ödometerversuch)

$\sigma_1'$  ...Spannung

$p^{ref}$  ...Referenzspannung

$m$  ...Parameter zur Beschreibung der spannungsabhängigen Steifigkeit

Dieser dargestellte Zusammenhang kann auf die Vertikalfedersteifigkeit umgelegt werden, wobei nicht mehr von Referenzspannungen sondern von „äquivalenten Kräften“ in der Gründungssohle ausgegangen wird. Als äquivalente Kraft wird in diesem Zusammenhang die aus der in der Sohle vorhandenen Spannungsverteilung resultierende Kraft bezeichnet. Die Größe der äquivalenten Kraft kann mittels des in Abschnitt 2.1.1 beschriebenen Spannungstrapezverfahrens errechnet werden.

$$k_{v,i} = k_v^{ref} \left( \frac{F_{\ddot{a}qu}^{ref}}{F_{\ddot{a}qu,i}} \right)^m \quad (28)$$

$k_{v,i}$  ...zu bestimmende Vertikalfedersteifigkeit

$k_v^{ref}$  ...Referenzfedersteifigkeit

$F_{\ddot{a}qu}^{ref}$  ...äquivalent Kraft (aus Sohlspannung bei  $k_v^{ref}$ )

$F_{\ddot{a}qu,i}$  ...äquivalente Kraft (aus Sohlspannung bei  $k_{v,i}$ )

$m$  ...Parameter zur Beschreibung der spannungsabhängigen Steifigkeit

Um Glg ( 28 ) anwenden zu können, muss eine Referenzfedersteifigkeit bekannt sein. Nachfolgend werden Beispiele zur Verifizierung der Genauigkeit der abgeleiteten Gleichung gezeigt. Die Beispiele beziehen sich auf die Lastfälle LF1\_K, LF4\_K und LF7\_K der kombinierten Beanspruchung. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen dieser Lastfälle sind Tabelle 4.29 zu entnehmen. Das Eigengewicht des Gründungskörpers ist bei der Berechnung der äquivalenten Kraft zu berücksichtigen. Die äquivalente Kraft ergibt sich für die einfachsten Fälle aus der Summe der angreifenden Normalkraft und dem Eigengewicht des Gründungskörpers.

Mittels dieses Zusammenhangs ist es möglich, relativ einfach Vertikalfedersteifigkeiten abschätzen zu können, insbesondere bei veränderlichen Lasten. Es sind allerdings nur Abschätzungen möglich, da, wie auch in den Beispielen zu erkennen ist, es bei großen Steifigkeiten (z.B. LF1\_K) deutliche Unterschiede zwischen den abgeschätzten und tatsächlichen Steifigkeiten gibt. Je kleiner die Gesamtsteifigkeiten, desto praktikabler ist diese Methode.

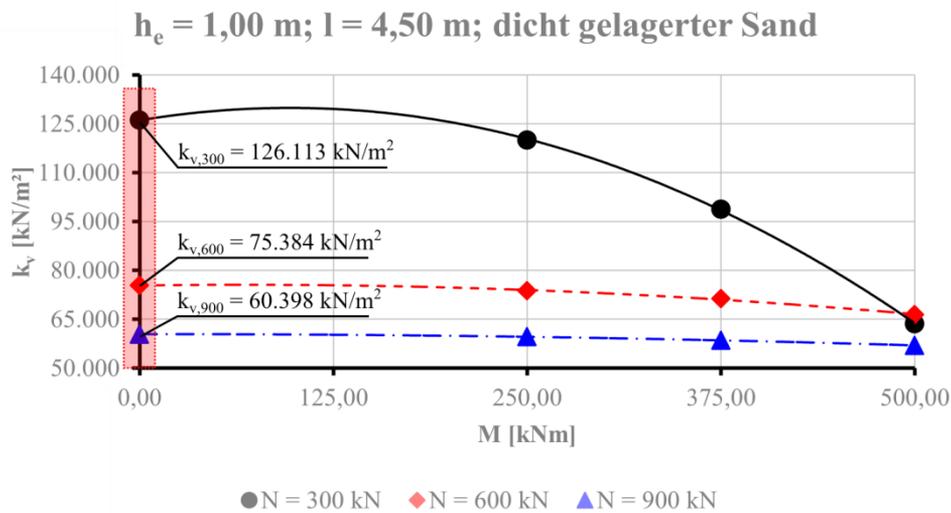


Abbildung 4.17: Beispiel zur Verifizierung von Glg. ( 28 )

Als Ausgangswerte zur Verifizierung dienen die oben angegebenen Vertikalfedersteifigkeiten. Der Faktor  $m$  wird, wie in Tabelle 4.9 angegeben, mit 0,50 angenommen. Die äquivalente Kraft ergibt sich aus  $N +$  Eigengewicht (125,00 kN).

**Bsp.1:** Rückrechnung von  $k_{v,600}$  auf  $k_{v,900}$

$$k_{v,900,Test} = 75.384 \cdot \left( \frac{725,00}{1.025,00} \right)^{0,50}$$

$$k_{v,900,Test} = 63.400 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,900} = 60.398 \text{ kN/m}^2$$

**Abweichung = 4,74 %**

**Bsp.2:** Rückrechnung von  $k_{v,900}$  auf  $k_{v,600}$

$$k_{v,600,Test} = 60.398 \cdot \left( \frac{1.025,00}{725,00} \right)^{0,50}$$

$$k_{v,600,Test} = 71.815 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,600} = 75.384 \text{ kN/m}^2$$

**Abweichung = 4,73 %**

**Bsp.3:** Rückrechnung von  $k_{v,900}$  auf  $k_{v,300}$

$$k_{v,300,Test} = 60.398 \cdot \left( \frac{1.025,00}{425,00} \right)^{0,50}$$

$$k_{v,300,Test} = 93.798 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,300} = 126.113 \text{ kN/m}^2$$

**Abweichung = 25,62 %**

Wie zuvor beschrieben, zeigen sich bei der Rückrechnung auf hohe Steifigkeiten (siehe Bsp.3) große Diskrepanzen zwischen abgeschätzter und tatsächlicher Bettungssteifigkeit. In den folgenden Beispielen wird für Auswertungen mit geringen Vertikalfedersteifigkeiten (bei locker gelagertem Sand; gleiche Gründungskörpergeometrie) die mögliche Genauigkeit dieser Methode aufgezeigt.

Als Ausgangswerte zur Verifizierung dienen Vertikalfedersteifigkeiten aus Berechnungen bei locker gelagertem Sand. Das Eigengewicht (187,50 kN) ist im Vergleich zur vorigen Berechnung höher, da der Pfeiler nicht als gewichtslos betrachtet wird. Die Normalkraft wird wiederum mit 300, 600 und 900 kN angesetzt.

$$k_{v,300} = 18.040 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,600} = 13.289 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,900} = 11.539 \text{ kN/m}^2$$

**Bsp.4:** Rückrechnung von  $k_{v,300}$  auf  $k_{v,600}$

$$k_{v,600,Test} = 18.040 \cdot \left( \frac{487,50}{787,50} \right)^{0,50}$$

$$k_{v,600,Test} = 14.194 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,600} = 13.289 \text{ kN/m}^2$$

**Abweichung = 6,81 %**

**Bsp.5:** Rückrechnung von  $k_{v,600}$  auf  $k_{v,900}$

$$k_{v,900,Test} = 13.289 \cdot \left( \frac{787,50}{1.087,50} \right)^{0,50}$$

$$k_{v,900,Test} = 11.309 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,900} = 11.539 \text{ kN/m}^2$$

**Abweichung = 1,99 %**

**Bsp.6:** Rückrechnung von  $k_{v,900}$  auf  $k_{v,300}$

$$k_{v,300,Test} = 11.539 \cdot \left( \frac{1.087,50}{487,50} \right)^{0,50}$$

$$k_{v,300,Test} = 17.234 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,300} = 18.040 \text{ kN/m}^2$$

**Abweichung = 4,47 %**

Die Beispiele 1 bis 6 zeigen die Treffsicherheit dieser Abschätzungsmethode insbesondere für niedrige Bettungssteifigkeiten.

## 4.4 Variantenvergleich

### 4.4.1 Vergleich der Kopfverschiebungen

Im Weiteren werden die in Abschnitt 3.1 und Abschnitt 4.3 erläuterten Methoden zur Ermittlung der Bettungssteifigkeiten miteinander verglichen. Grundlage dieses Vergleiches ist LF6\_K aus den zuvor dargestellten Auswertungen, bei einer Fundamentbreite von 4,50 m, einer Einbindetiefe von 1,00 m und dicht gelagertem Sand. Betrachtet wird ein 1,00 m breiter Streifen des Gründungskörpers. Die Berechnung der Federsteifigkeiten für die vorgeschlagene Variante (Variante zur Erstellung der der Nomogramme) ist Tabelle 4.21 bis Tabelle 4.23 zu entnehmen. Die Ermittlung der Steifigkeiten nach den Ansätzen des IBB und von Kaufmann wird nachfolgend dargestellt, wobei angenommen wird, dass die Vertikalfedersteifigkeit des IBB jener aus Tabelle 4.21 entspricht. Das benötigte Flächenträgheitsmoment der Gründungssohle beträgt  $7,59 \text{ m}^4$ , wie in Tabelle 4.22 dargestellt ist. Zur Ermittlung der Steifigkeiten nach Kaufmann wird der Ent- Wiederbelastungsmodul benötigt. Dieser wird, wie Tabelle 4.9 zu entnehmen ist, mit  $150.000,00 \text{ kPa}$  angenommen. Die Gleichungen zur Berechnung der einzelnen Steifigkeiten sind in Glg ( 5 ) bis ( 10 ) dargestellt.

<i>Ermittlung der Steifigkeiten – IBB</i>	
<i>Vertikalfedersteifigkeit (vgl. Tabelle 4.21)</i>	
	$k_{v,IBB} = 73.715 \text{ kN/m}^2$
<i>Horizontalfedersteifigkeit</i>	
	$k_{h,IBB} = \frac{73.715}{2} = 36.858 \text{ kN/m}^2$
<i>Drehfedersteifigkeit</i>	
	$k_{\varphi,IBB} = 73.715 \cdot 7,59 = 559.497 \text{ kNm/rad je m'}$
<i>Ermittlung der Steifigkeiten – Kaufmann</i>	
<i>Vertikalfedersteifigkeit</i>	
	$k_{v,K} = 1,25 \cdot \frac{150.000}{1 - 0,20^2} \cdot \sqrt{4,50 \cdot 1,00} = 414.320 \text{ kN/m}^2$
<i>Horizontalfedersteifigkeit</i>	
	$k_{h,K} = 150.000 \cdot \sqrt{4,50 \cdot 1,00} = 318.198 \text{ kN/m}^2$
<i>Drehfedersteifigkeit</i>	
	$k_{\varphi,K} = 0,25 \cdot \frac{150.000}{1 - 0,20^2} \cdot 4,50^2 \cdot 1,00 = 791.016 \text{ kNm/rad je m'}$

Ein Vergleich der Ergebnisse der unterschiedlichen Steifigkeitsberechnungen ist Tabelle 4.30 zu entnehmen.

Tabelle 4.30: Vergleich der Federsteifigkeiten nach Auswertemethode

	$k_v$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_\phi$ [kNm/rad je m <sup>4</sup> ]	$k_h$ [kN/m <sup>2</sup> ]
<b>NU</b>	73.715	149.932	67.879
<b>IBB</b>	73.715	559.497	36.858
<b>Kaufmann</b>	414.320	791.016	318.198

Um die Genauigkeit der Ergebnisse zu verifizieren, werden wiederum die Pfeilerkopferschiebungen der einzelnen Systeme verglichen. Die Systeme IBB und Kaufmann werden ab dem Schwerpunkt der Fundamentplatte modelliert (vgl. Abschnitt 3.1). Das System NU wird über die gesamte Einbindetiefe mit verteilten Horizontalfedersteifigkeiten modelliert.

Der Ergebnisvergleich der Kopferschiebungen wird in Tabelle 4.31 gezeigt

Tabelle 4.31: Vergleich Kopferschiebungen „kombinierte“ Beanspruchung – LF6\_K

	$u_y$	$u_x$
<b>PLAXIS (PL)</b>	-0,010 m	-0,024 m
<b>RZ1: „NU“</b>	-0,010 m	-0,026 m
<b><math>\Delta PL - RZ1</math></b>	<b>0,25 %</b>	<b>5,80 %</b>
<b>RZ2: „IBB“</b>	-0,009 m	-0,018 m
<b><math>\Delta PL - RZ2</math></b>	<b>14,25 %</b>	<b>23,74 %</b>
<b>RZ3: „Kaufmann“</b>	-0,002 m	-0,016 m
<b><math>\Delta PL - RZ3</math></b>	<b>83,26 %</b>	<b>33,26 %</b>

Die Unterschiede in der Vertikalverschiebung bei gleicher Vertikalfedersteifigkeit resultieren bei „System NU“ und „System IBB“ aus der Vernachlässigung der zusätzlichen Eigengewichtslasten unterhalb des Schwerpunktes der Fundamentplatte bei „System IBB“. Der Vergleich der einzelnen Ansätze zur Berechnung der Bettungssteifigkeiten zeigt deutlich, dass sowohl das „System IBB“ als auch das „System Kaufmann“ deutlich zu steife Systemansätze liefern.

#### 4.4.2 Vergleich der Sohlspannungsverteilungen

In den bisherigen Vergleichen wird unterstellt, dass die Vertikalfedersteifigkeit nach der Vorgehensweise des Institutes für Betonbau, gleich jener nach der numerischen Berechnung ist. Nachfolgend werden die Spannungsverläufe der numerischen Berechnungen und von Berechnungen mittels des Spannungstrapezverfahrens gegenübergestellt. Abgeleitet daraus, werden Unterschiede in den ermittelten Vertikalfedersteifigkeiten aufgezeigt. Die Vergleiche beziehen sich auf die in Abschnitt 4.2.6 beschriebenen Lastfälle (siehe Tabelle 4.20).

Da die Auswertung der Vertikalfedersteifigkeit abhängig von Setzungen ist, wird, um fiktive Werte zu vermeiden, der Mittelwert der lastfallspezifischen Setzungen aus den numerischen Berechnungen angesetzt. Werden abgeschätzte Setzungen angesetzt, so ergeben sich erhebliche Diskrepanzen zwischen der Vertikalfedersteifigkeit aus der numerischen Berechnung und jener aus der Vorgehensweise des IBB. Als Referenzspannung zur Berechnung der Vertikalfedersteifigkeiten, nach dem Prinzip des IBB, dient der Mittelwert der Sohlspannungen. Durch die Anwendung einer mittleren Spannung werden aus der Momentenbeanspruchung resultierende Spannungsmaxima und Spannungsminima an den Außenkanten des Fundamentes vernachlässigt. Folglich wird der Einfluss etwaiger Momente nur durch die abgeschätzte Setzung berücksichtigt. In Abbildung 4.18 und Abbildung 4.19 wird beispielhaft gezeigt, dass sich die Spannungsumlagerungen bei dem Fall eines dicht gelagerten Sandes in Grenzen halten, wodurch die Spannungsverläufe aus der numerischen Berechnung und nach dem Spannungstrapezverfahren nahezu deckungsgleich sind. Weitere Vergleiche der Spannungsverläufe und die Ermittlungen der Steifigkeiten sind Anhang D zu entnehmen. Tabelle 4.32 zeigt den Vergleich der ermittelten Federsteifigkeiten nach der numerischen Berechnung und der Vorgehensweise des IBB. Wobei die geringen Unterschiede in den Vertikalfedersteifigkeiten stark von der angesetzten Setzung abhängig sind. Die hier verwendeten Setzungen stellen, wie oben beschrieben, den Mittelwert der lastfallspezifischen Setzungen aus der numerischen Berechnung dar. Werden hier abgeschätzte Setzungen verwendet, so zeigen sich deutliche Abweichungen zwischen den numerisch ermittelten Vertikalfedersteifigkeiten und jenen nach der Ermittlung des IBB.

Tabelle 4.32: Vergleich der Federsteifigkeiten

	$k_v$ [kN/m <sup>2</sup> ]		$k_h$ [kN/m <sup>2</sup> ]		$k_\phi$ [kNm/rad je m']	
	IBB	NU	IBB	NU	IBB	NU
<b>LF1_K</b>	119164	126113	59582	$\infty$	904901	$\infty$
<b>LF2_K</b>	87753	63633	43877	41402	666377	166619
<b>LF3_K</b>	106595	120036	53297	74872	809455	202923
<b>LF4_K</b>	75055	75384	37528	$\infty$	569953	$\infty$
<b>LF5_K</b>	68994	66396	34497	44722	523923	152626
<b>LF6_K</b>	73961	73715	36981	67879	561644	149932
<b>LF7_K</b>	61494	60398	30747	$\infty$	466970	$\infty$
<b>LF8_K</b>	59438	56946	29719	48155	451354	134906
<b>LF9_K</b>	60942	59579	30471	51918	462780	134303

Während die Vertikalfedersteifigkeiten aufgrund der oben beschriebenen Setzungsannahme relativ gut korrelieren, zeigen sich bei den Horizontal- und Drehfedersteifigkeiten teilweise deutliche Diskrepanzen.

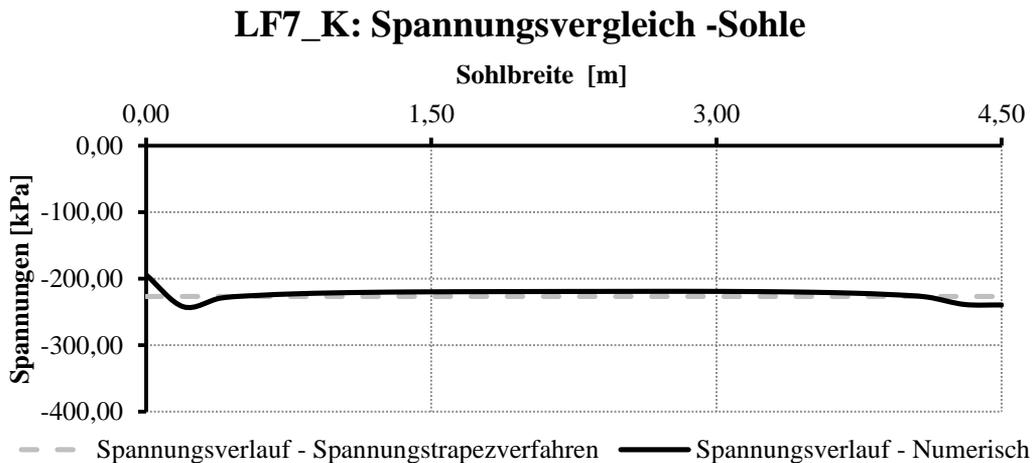


Abbildung 4.18: Vergleich der Spannungsverläufe LF7\_K

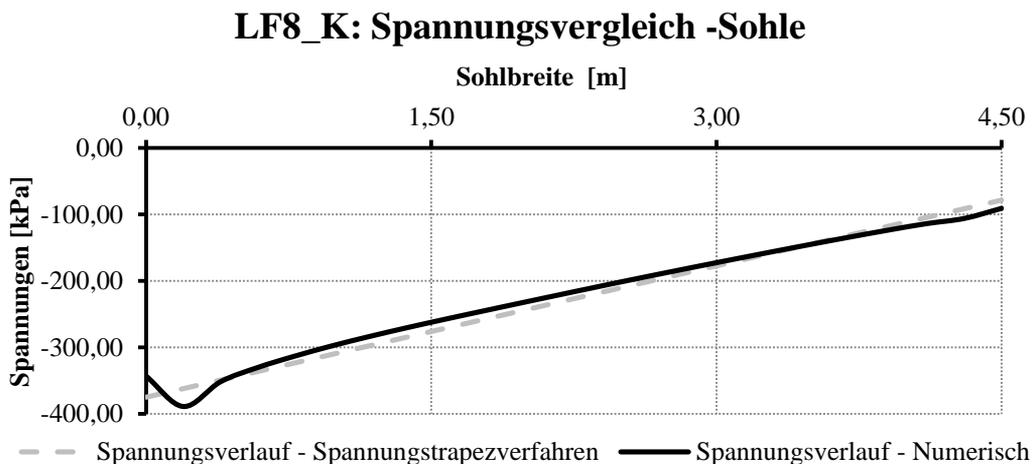


Abbildung 4.19: Vergleich der Spannungsverläufe LF8\_K

Wie zuvor bereits beschrieben, weichen die in Abbildung 4.18 und Abbildung 4.19 dargestellten Spannungsverläufe nur unwesentlich voneinander ab. Es wird allerdings darauf hingewiesen, dass dieses Verhalten nicht direkt auf andere Böden bzw. andere Belastungssituationen umgelegt werden kann. Beispielsweise ergeben sich bei locker gelagerten Sanden unter hohen Lasten deutlich stärker ausgeprägte Umlagerungen.

## 5 Untersuchung der Bettungssteifigkeiten von Pfahlgründungen

Im nachfolgenden Kapitel wird die Horizontalbettungssteifigkeit von Pfahlgründungen numerisch untersucht. Auf eine Untersuchung sowohl der Vertikal- als auch der Drehfedersteifigkeit wird an dieser Stelle verzichtet. Die nachfolgenden numerischen Berechnungen werden mit PLAXIS 3D 2013.01 durchgeführt. Zur Verifizierung der Voruntersuchung dient wiederum das Stabwerksprogramm RuckZuck 6.0 (RZ).

### 5.1 Voruntersuchungen

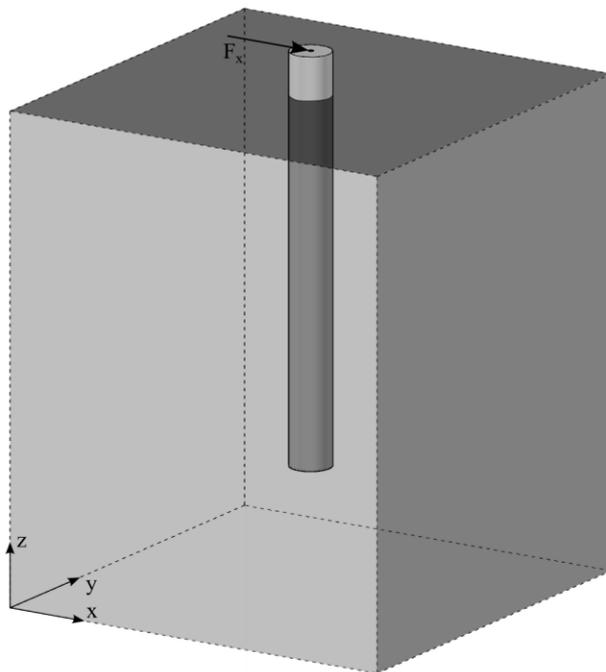


Abbildung 5.1: System Voruntersuchung

Die Voruntersuchungen werden durchgeführt, um ein Auswerteschema für die nachfolgenden Detailuntersuchungen festzulegen. Untersucht wird ein Pfahl mit 1,00 m Durchmesser und einer Einbindetiefe in den Boden von 10,00 m. Am Kopf des Pfahles (1,00 m über GOK) wird eine variable Horizontallast appliziert. Vereinfacht wird in den Voruntersuchungen nur eine Bodenschicht (locker gelagerter Sand) angenommen. Abbildung 5.1 zeigt das in den Voruntersuchungen verwendete Modell schemenhaft.

Um die Interaktion zwischen Pfahl und Baugrund realistischer abzubilden, wird an den Pfahlrändern ein Interface

( $R_{\text{inter}} = 2/3$ ) angesetzt. Dieses Interface stellt sicher, dass die Reibung zwischen Pfahlmantel und umgebendem Baugrund nicht überschätzt wird. Die in den Voruntersuchungen verwendeten Materialparameter sind Tabelle 5.1 zu entnehmen. Die angesetzten Horizontallasten  $F_x$  betragen 100 kN, 500 kN und 1000 kN. Der Bodencluster wird mit einer Größe von 20/ 20/ 10 m (x/ y/ z) modelliert.

Tabelle 5.1: Eingabeparameter Stoffgesetze PLAXIS 3D – Voruntersuchung Einzelpfahl

locker gelagerter Sand		Beton	
Stoffgesetz	HSS -	Stoffgesetz	linear-elastisch -
Verhalten	drainiert -	Verhalten	undurchlässig -
$\gamma_{unsat}$	17,00 kN/m <sup>3</sup>	$\gamma$	0,00 kN/m <sup>3</sup>
$\gamma_{sat}$	17,00 kN/m <sup>3</sup>	$E'$	30,00 GPa
$E_{50}^{ref}$	15.000,00 kPa	$\nu'$	0,20 -
$E_{oed}^{ref}$	15.000,00 kPa	$R_{inter}$	1,00 -
$E_{ur}^{ref}$	45.000,00 kPa		
$m$	0,50 -		
$c'$	0,00 kPa		
$\varphi'$	30,00 °		
$\psi'$	0,00 °		
$\nu_{ur}$	0,20 -		
$p_{ref}$	100,00 kPa		
$K_0^{NC}$	0,50 -		
$\gamma_{0,7}$	0,0001 -		
$G_0^{ref}$	100.000,00 kPa		
$R_{inter}$	0,67 -		

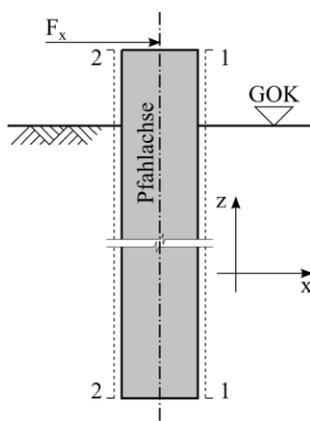


Abbildung 5.2: Schnitte

Um verwertbare horizontale Bettungssteifigkeiten zu ermitteln ist es notwendig, die Spannungsverteilungen im Boden auf beiden (in Lastrichtung gehenden) Seiten des Pfahls zu betrachten, wie aus den Untersuchungen hervorgeht. Abbildung 5.2 zeigt die erforderlichen Schnittführungen.

Benötigt werden die maximalen Druckspannungen aus den Schnitten 1-1 und 2-2, sowie die Verformungen in der Pfahlachse. Aus dieser Spannungsüberlagerung (der Druckspannungsmaxima) und den Verformungen des Pfahls werden die Horizontalbettungssteifigkeiten, angelehnt an das Bettungsmodulverfahren, ermittelt.

In Abbildung 5.3 werden die Spannungsverteilungen und die Verformungen über die Pfahltiefe, sowie das daraus resultierende Bettungsprofil dargestellt. Tabelle 5.2 zeigt die Auswertung der Horizontalfedersteifigkeiten. Betrachtet wird beispielhaft eine angreifende

Horizontalkraft von 1.000 kN. Die aus dieser Last resultierenden Verschiebungen sind für praktische Anwendungen nicht brauchbar, was im Zuge der Voruntersuchungen vernachlässigt wird.

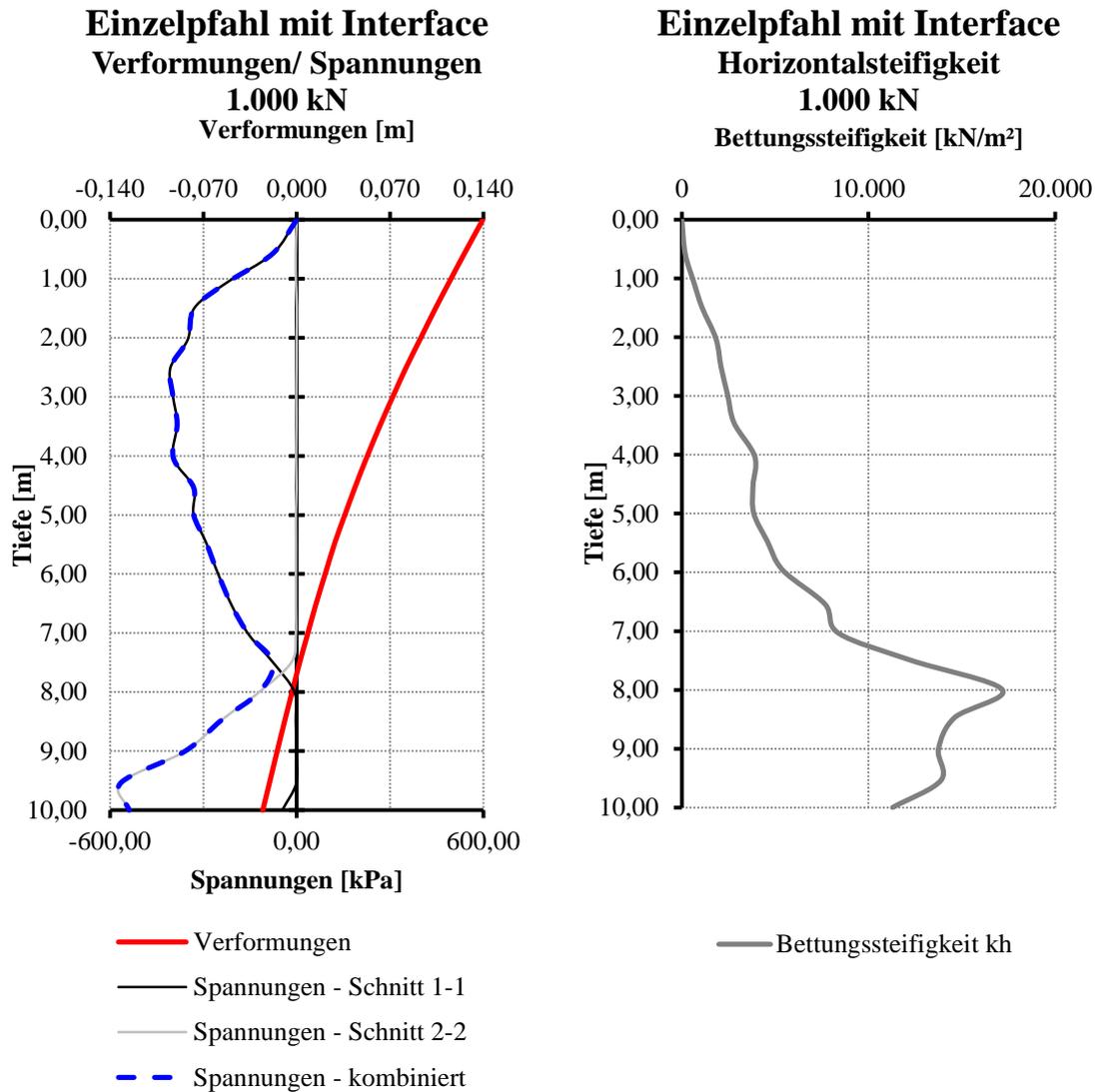


Abbildung 5.3: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Voruntersuchung ( $F_x = 1.000 \text{ kN}$ )

In Abbildung 5.3 ist zu erkennen, dass die Spannungen in Schnitt 2-2 bis zu einer Tiefe von ca. 7,20 m annähernd null sind. Dies ist darauf zurückzuführen, da aufgrund der applizierten Belastung, Zugspannungen zwischen Pfahl und Boden entstehen würden, welche nicht aufgenommen werden können.

In Schnitt 1-1 ist dies im Bereich von ca. 8,00 m bis 9,50 m zu beobachten, was darauf zurückzuführen ist, dass sich der Drehpunkt des Pfahls, bei gegebener Belastung, bei ca. 8,00 m Einbindetiefe befindet. Die Bestimmung des in Abbildung 5.3 (rechts) dargestellten Bettungsverlaufes wird nachfolgend gezeigt.

Tabelle 5.2: Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit  $k_h$  – Voruntersuchung Einzelpfahl

Pfahlrandspannungen/ Berechnung $k_h$						
z [m]	$u_x$ [m]	$\sigma_{x,1}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{x,2}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{x,k}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$k_h$ [kN/m <sup>3</sup> ]	
0,00	0,140	-0,18	-0,37	-0,37	3	0
0,58	0,126	-78,16	-3,48	-78,16	622	181
1,08	0,114	-227,92	-2,61	-227,92	2.001	654
1,50	0,104	-329,35	0,37	-329,35	3.164	1.091
2,03	0,092	-349,93	-0,68	-349,93	3.785	1.832
2,51	0,082	-405,97	-0,96	-405,97	4.956	2.103
2,98	0,072	-398,12	-1,72	-398,12	5.497	2.453
3,46	0,063	-384,24	-1,18	-384,24	6.107	2.803
4,03	0,052	-396,62	-2,31	-396,62	7.573	3.911
4,54	0,044	-331,30	-0,89	-331,30	7.587	3.812
5,00	0,036	-331,38	-3,05	-331,38	9.164	3.854
5,47	0,029	-291,10	-2,71	-291,10	10.166	4.576
5,96	0,022	-255,32	-2,93	-255,32	11.692	5.410
6,54	0,014	-207,99	-2,86	-207,99	14.842	7.675
7,04	0,008	-152,87	-3,25	-152,87	19.211	8.400
7,50	0,002	-76,59	-17,02	-76,59	34.155	12.273
8,00	-0,003	-7,67	-119,95	-119,95	34.345	17.168
8,47	-0,009	-3,27	-240,91	-240,91	27.231	14.611
9,00	-0,015	-1,93	-359,63	-359,63	24.433	13.748
9,54	-0,020	-1,35	-565,13	-565,13	27.627	13.882
10,00	-0,025	-46,47	-538,67	-538,67	21.142	11.290

$$k_{h,ges,korr} = 131.727 \text{ kN/m}^2$$

Die ermittelten Bettungssteifigkeiten werden an einem Ersatzsystem mittels des Stabwerksprogrammes RuckZuck verifiziert. Die Bettungssteifigkeiten werden über die Tiefe verteilt an einem Ersatzstab mit der Biegesteifigkeit  $EI$  des Pfahls angebracht. Das Ergebnis dieser Überprüfung ist Tabelle 5.3 zu entnehmen. Die Kopfverschiebung  $u_x$  beträgt 0,164 m und befindet sich an der über die Geländeoberkante ragenden Spitze des Pfahls (+ 1,00 m). Die in Tabelle 5.2 aufgelistete Pfahlverschiebung von 0,140 m tritt an der Geländeoberkante ( $\pm 0,00$  m) auf.

Tabelle 5.3: Vergleich Pfahlkopfverschiebungen – Voruntersuchung (1000 kN)

	PLAXIS (PL)	RZ - Kontrolle	$\Delta$ PL – RZ
$u_x$ [m]	0,164	0,165	<b>0,24 %</b>

Das Ergebnis zeigt, dass die beschriebene Auswertemethodik für die nachfolgenden Detailuntersuchungen verwendet werden kann.

## 5.2 Detailuntersuchungen

Im Weiteren werden die Einflüsse verschiedener Beanspruchungsarten auf die Horizontalbettungssteifigkeiten von Pfahlgründungen untersucht. Betrachtet werden Systeme mit unterschiedlichen Pfahlanzahlen und Pfahlabständen (siehe Abbildung 5.5). Es werden wiederum nur vereinzelte, repräsentative Beispiele dargestellt.

### 5.2.1 Allgemeine Angaben

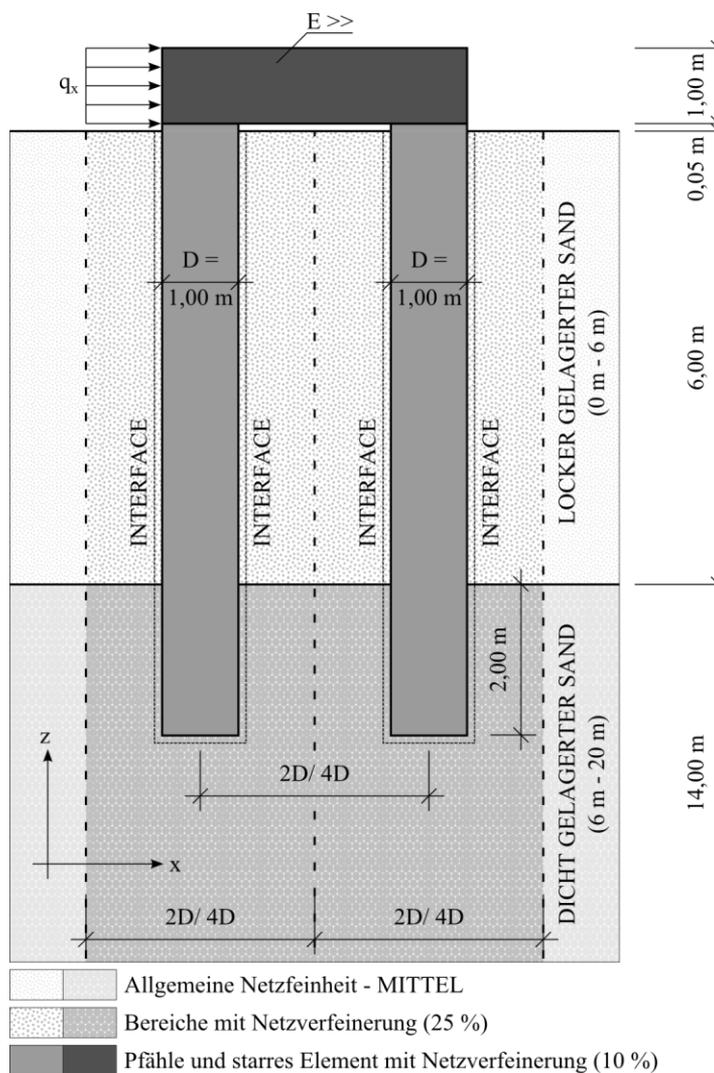


Abbildung 5.4: Geometrie - Detailuntersuchung

Die Abmessungen des allgemeinen Bodenkörpers, welcher in PLAXIS 3D modelliert wird, betragen  $48/40/20 \text{ m}$  ( $x/y/z$ ). Durch die Größe des gewählten Bodenkörpers wird sichergestellt, dass keine Beeinflussungen aufgrund einer zu kleinen Geometrie auftreten. Die ersten 6 m sind locker gelagerter Sand, die restlichen 14 m über die Tiefe gesehen dicht gelagerter Sand. Die erforderlichen Materialparameter sind Abschnitt 5.2.2 zu entnehmen.

Abbildung 5.4 und Abbildung 5.5 zeigen den grundsätzlichen Aufbau der untersuchten Systeme.

Die Pfahlgeometrie ist in allen Varianten durch einen Pfahldurchmesser von 1,00 m und eine Pfahllänge von 8,05 m festgelegt. Wie in Abbildung 5.4 zu erkennen ist, binden die Pfähle 2,00 m in den dicht gelagerten Sand ein und ragen 0,05 m über die Geländeoberkante hinaus. Dieser Abstand zur GOK stellt sicher, dass keine Be-

einflussung der Bettungssteifigkeit durch Reibungskräfte zwischen der aufgesetzten steifen Platte und dem Boden stattfindet. Die Pfahlanordnungen werden in Abbildung 5.5 gezeigt. Einreihig werden 1, 2 und 3 Pfähle untersucht und dies zweireihig jeweils verdoppelt auf 2, 4 und 6 Pfähle. Der Pfahlabstand variiert je nach Untersuchung zwischen dem zwei- und vierfachen des Pfahldurchmessers.

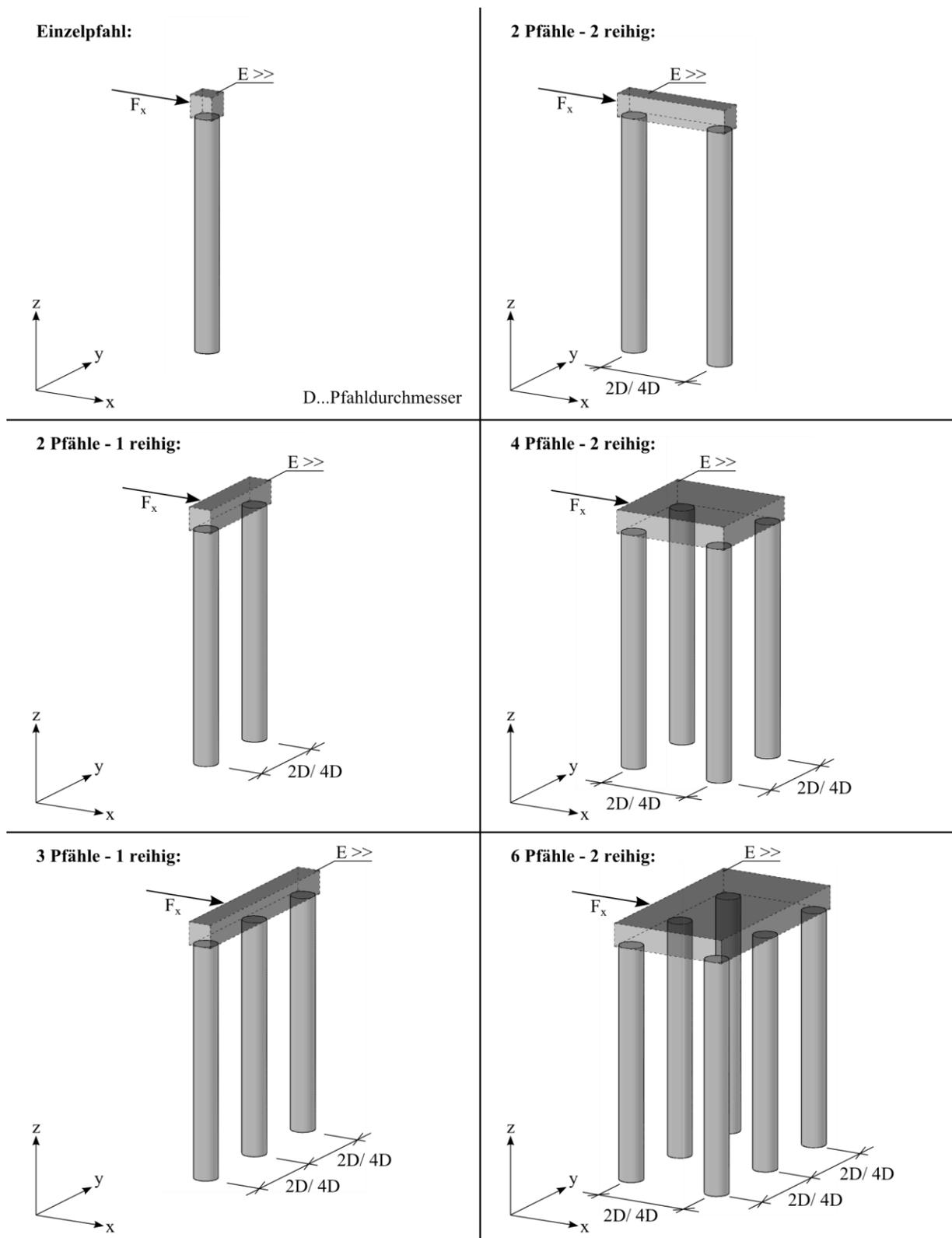


Abbildung 5.5: Schema der Pfahlsysteme

Die steifen Elemente ( $E \gg$ ) an den Pfahlköpfen dienen in erster Linie der gleichmäßigen Verteilung der applizierten Horizontallast  $F_x$  und sind gewichtslos. Tabelle 5.4 zeigt die Lastgrößen.

In den numerischen Berechnungen wird die Horizontallast  $F_x$  als Flächenlast  $q_x$  angebracht, wodurch eine gleichmäßigere Lastverteilung garantiert wird (siehe Abbildung 5.4).

Tabelle 5.4: Lastfallangaben – Detailuntersuchung Pfahlgründungen

<b>1 reihig:</b>	
$F_{x,1/2/3/4}$	= 100,00/ 250,00/ 500,00/ 1.000,00 [kN]
<b>2 reihig:</b>	
$F_{x,1/2/3/4}$	= 500,00/ 1.000,00/ 1.500,00/ 2.000,00 [kN]

An den Randbereichen der Pfähle werden wiederum Interfaceelemente angebracht, um eine realistische Abbildung des Pfahltragverhaltens zu generieren (siehe Abbildung 5.4).

Die Allgemeine Netzfeinheit wird, wie in Abbildung 5.4 dargestellt, mit „MITTEL“ festgelegt. Jegliche Massivbauteile (Pfähle, steifes Element) werden auf 10 % verfeinert. Der die Pfähle direkt umgebende Bereich wird auf 25 % verfeinert.

## 5.2.2 Materialparameter

Wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben, wird am Kopf der Pfähle ein lastverteilendes, starres Volumenelement angesetzt. Die Pfähle werden ebenso wie die Betonbauteile in Kapitel 4 mit der Güte C30/37 modelliert. Die Eingabeparameter der Massivbauteile sind Tabelle 5.5 zu entnehmen.

Tabelle 5.5: Eingabeparameter Stoffgesetze „Beton“ PLAXIS – Detailuntersuchung

Beton (C30/37)		Beton „steif“	
Stoffgesetz	linear-elastisch -	Stoffgesetz	linear-elastisch -
Verhalten	undurchlässig -	Verhalten	undurchlässig -
$\gamma$	24,00 kN/m <sup>3</sup>	$\gamma$	0,00 kN/m <sup>3</sup>
$E'$	33,00 GPa	$E'$	33.000.000,00 GPa
$\nu'$	0,20 -	$\nu'$	0,20 -
$R_{inter}$	1,00 -	$R_{inter}$	1,00 -

Der Baugrund wird in zwei Schichten unterteilt. Dabei handelt es sich einerseits um locker gelagerten Sand im oberen Bereich und andererseits um dicht gelagerten Sand im unteren Bereich des Modells. Die gewählten Böden sind wiederum nicht projektbezogen und für Berechnungen an realen Gründungen gesondert zu untersuchen.

Wie Abbildung 5.4 zu entnehmen ist, beträgt die Schichtstärke des locker gelagerten Sandes 6,00 m, jene des dicht gelagerten Sandes 14,00 m. Die Materialparameter der beiden gewählten Bodenschichten sind Tabelle 5.6 zu entnehmen.

Tabelle 5.6: Eingabeparameter Stoffgesetze „Boden“ PLAXIS 3D – Detailuntersuchung

locker gelagerter Sand		dicht gelagerter Sand	
Stoffgesetz	HSS -	Stoffgesetz	HSS -
Verhalten	drainiert -	Verhalten	drainiert -
$\gamma_{unsat}$	17,00 kN/m <sup>3</sup>	$\gamma_{unsat}$	18,00 kN/m <sup>3</sup>
$\gamma_{sat}$	17,00 kN/m <sup>3</sup>	$\gamma_{sat}$	18,00 kN/m <sup>3</sup>
$E_{50}^{ref}$	15.000,00 kPa	$E_{50}^{ref}$	50.000,00 kPa
$E_{oed}^{ref}$	15.000,00 kPa	$E_{oed}^{ref}$	50.000,00 kPa
$E_{ur}^{ref}$	45.000,00 kPa	$E_{ur}^{ref}$	150.000,00 kPa
$m$	0,50 -	$m$	0,50 -
$c'$	0,00 kPa	$c'$	0,00 kPa
$\varphi'$	30,00 °	$\varphi'$	35,00 °
$\psi'$	0,00 °	$\psi'$	5,00 °
$\nu_{ur}$	0,20 -	$\nu_{ur}$	0,20 -
$p_{ref}$	100,00 kPa	$p_{ref}$	100,00 kPa
$K_0^{NC}$	0,50 -	$K_0^{NC}$	0,43 -
$\gamma_{0,7}$	0,0001 -	$\gamma_{0,7}$	0,0001 -
$G_0^{ref}$	75.000,00 kPa	$G_0^{ref}$	250.000,00 kPa
$R_{inter}$	0,67 -	$R_{inter}$	0,67 -

### 5.2.3 Einzelpfahl

Im nachfolgenden Abschnitt wird die Verteilung der Bettungssteifigkeiten eines Einzelpfahls anhand ausgewählter Beispiele erläutert. Die Auswertungen werden der Übersicht halber lediglich graphisch dargestellt. Geometrie- und Lastfallangaben sind Abschnitt 5.2.1 und Materialparameter Abschnitt 5.2.2 zu entnehmen.

Abbildung 5.6 zeigt die Auswertung eines Einzelpfahles bei einer horizontalen Belastung am Kopfe von 100 kN, Abbildung 5.7 bei einer Belastung von 250 kN.

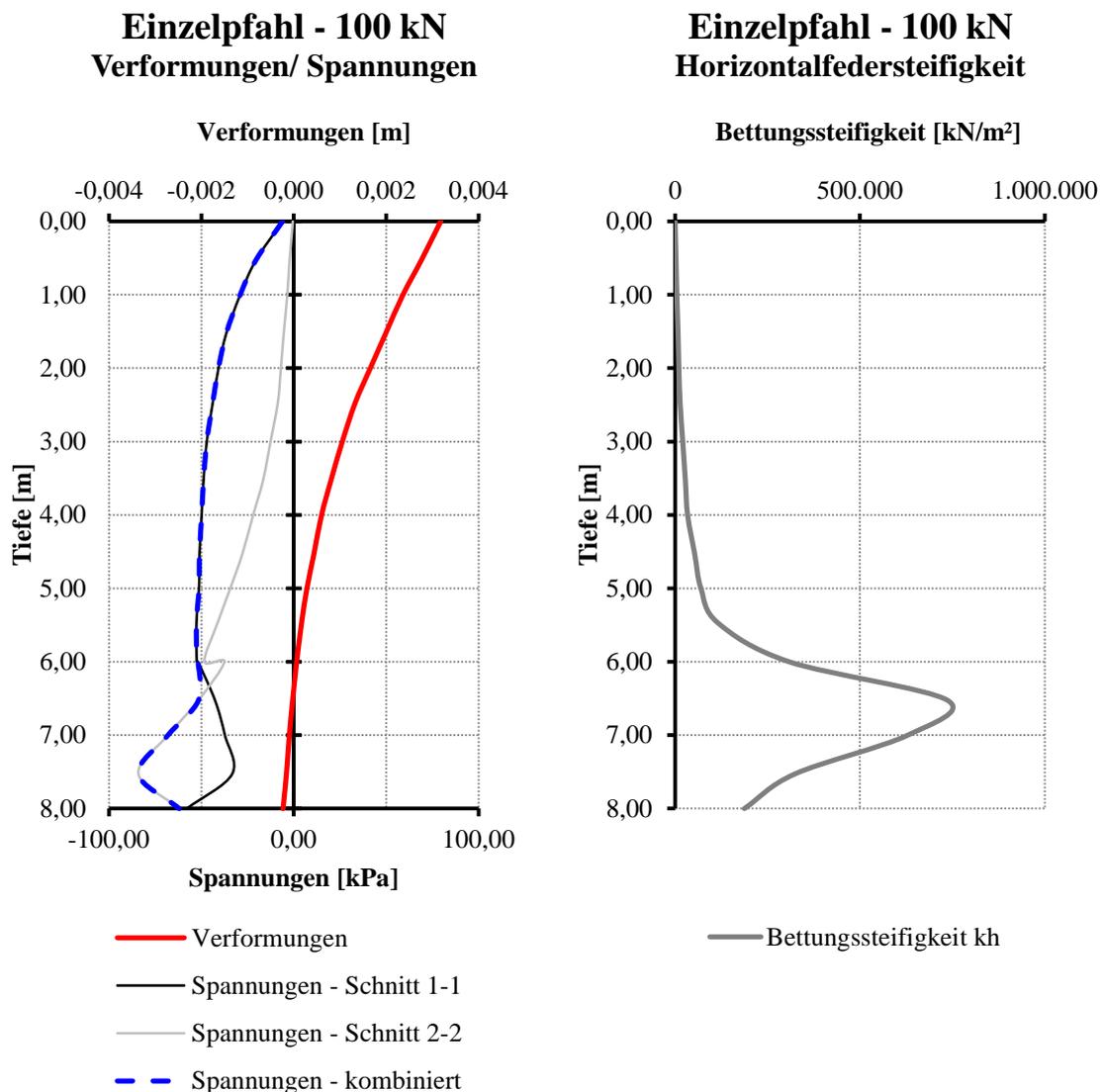


Abbildung 5.6: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Einzelpfahl ( $F_x = 100 \text{ kN}$ )

In den Abbildungen werden jeweils links die Spannungs- und Verformungsverläufe, sowie rechts der Verlauf der Bettungssteifigkeiten über die Tiefe dargestellt. Die Ermittlung der Bettungssteifigkeiten erfolgt nach dem in Abschnitt 5.1 gezeigten Schema.

In beiden Abbildungen ist zu erkennen, dass im Bereich des dicht gelagerten Sandes (Tiefe 6,00 m) deutliche Steifigkeitserhöhungen auftreten, während die Bettungssteifigkeit im Bereich des locker gelagerten Sandes (0,00 m bis 6,00 m) annähernd linear zunimmt.

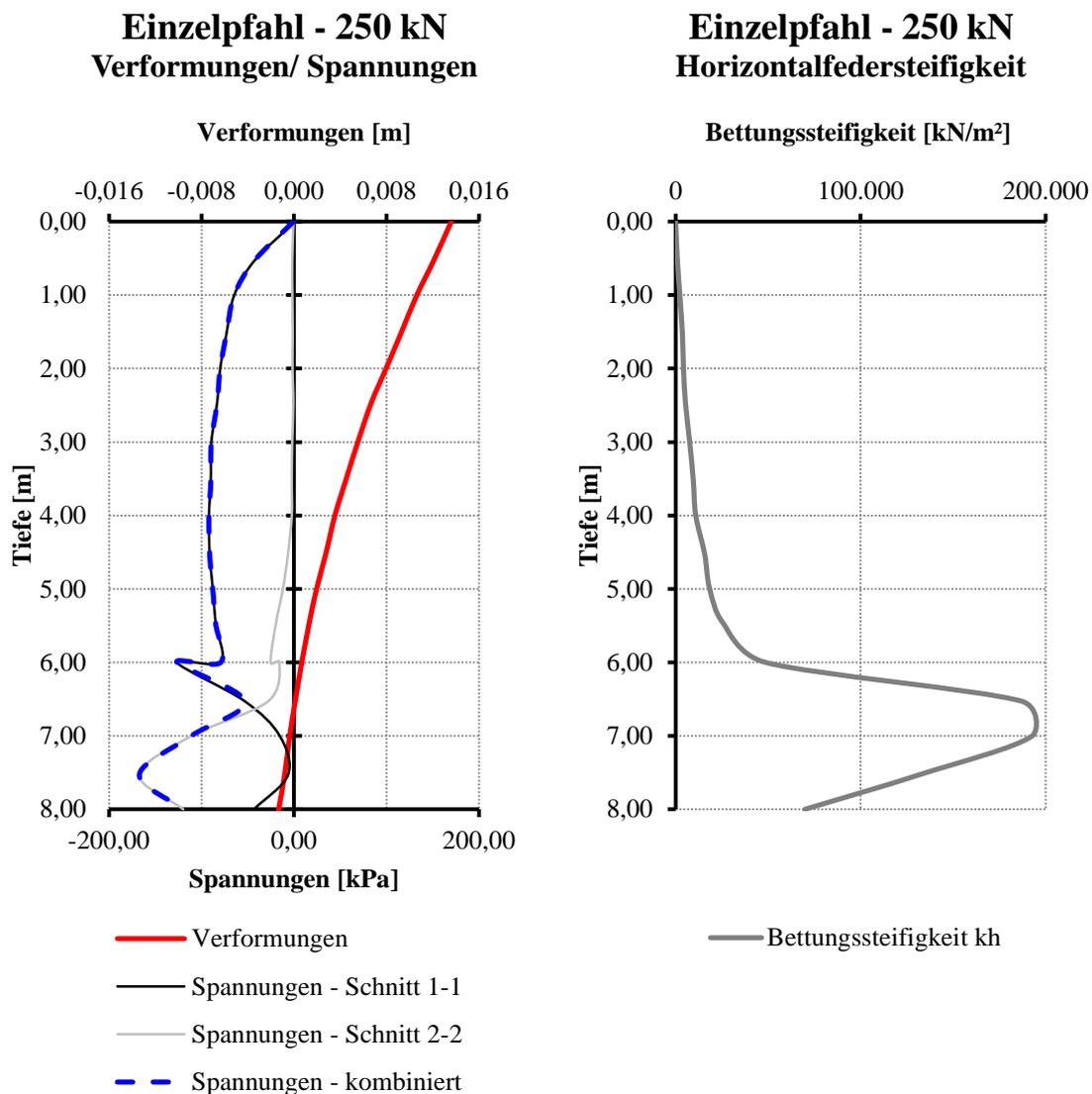


Abbildung 5.7: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Einzelpfahl ( $F_x = 250$  kN)

In den Spannungsverteilungen ist erkennbar, dass bei höheren Belastungen ein Spannungssprung im Bereich der Schichtgrenzen (bei 6,00 m) nach außen auftritt. Dieser Sprung ist auf die (aufgrund der Verformungskompatibilität) gleichbleibende Pfahlverformung bei wechselnden Steifigkeitsverhältnissen der umliegenden Schichten zurückzuführen. Aus dem Erdruchdruck erfolgt, wie in den Schnitten 2-2 zu erkennen ist, aufgrund des höheren Reibungswinkels des dicht gelagerten Sandes, in der Schichtgrenze ein Spannungssprung nach innen (Erläuterung der Schnittführung siehe Abbildung 5.2).

### 5.2.4 Zwei Pfähle – einreihig

Im Weiteren werden die Auswertungen von zwei Pfählen (einreihig, siehe Abbildung 5.5) bei Pfahlabständen von  $2D$  und  $4D$  gegenübergestellt. In beiden Fällen werden die Spannungs- Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe, vereinfachend, für einen Pfahl dargestellt. Bei einreihiger Anordnung sind Pfahl 1 und Pfahl 2 gleichmäßig belastet, wodurch es zu ähnlichen Bettungssteifigkeiten kommt.

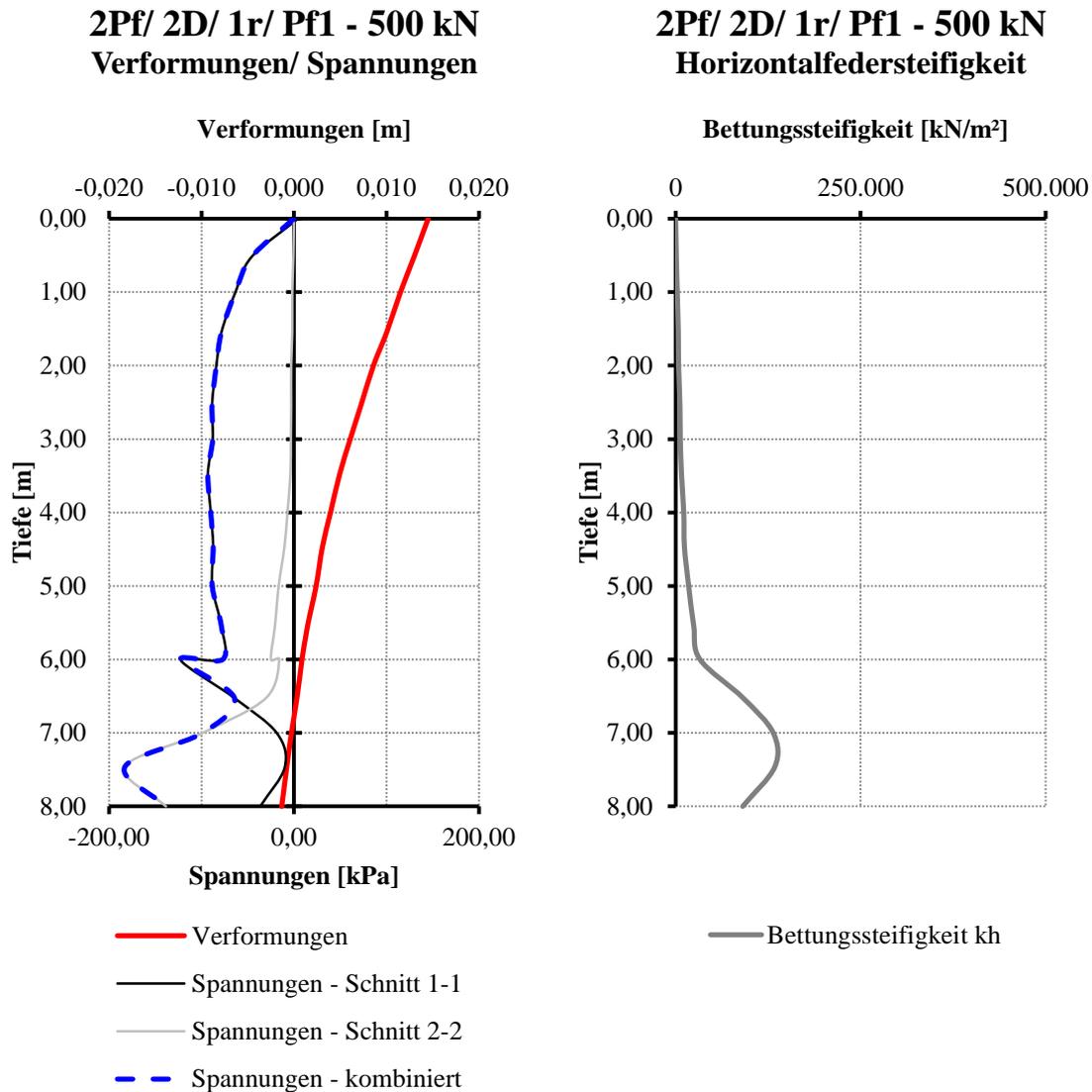


Abbildung 5.8: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 2 Pfähle/ 2D/ 1 reihig ( $F_x = 500$  kN)

In Abbildung 5.8 und Abbildung 5.9 ist zu erkennen, dass die Spannungs- und Verformungsverläufe bei den hier untersuchten Pfahlabständen von  $2D$  und  $4D$  nur geringfügig voneinander abweichen. Bei einem Pfahlabstand von  $2D$  ergibt sich eine Gesamtbettungssteifigkeit von rund  $580.000$  kN/m<sup>2</sup> im Vergleich zu einer Gesamtbettungssteifigkeit von ca.  $690.000$  kN/m<sup>2</sup> bei einem Pfahlabstand von  $4D$ .

Die maximale Kopfverschiebung ergibt sich bei einem Pfahlabstand von  $2D$  zu rund  $0,015$  m und bei einem Abstand von  $4D$  zu ca.  $0,014$  m. Der Einfluss eines erhöhten Pfahlabstandes, bei einer einreihigen Anordnung, ist erwartungsgemäß vernachlässigbar.

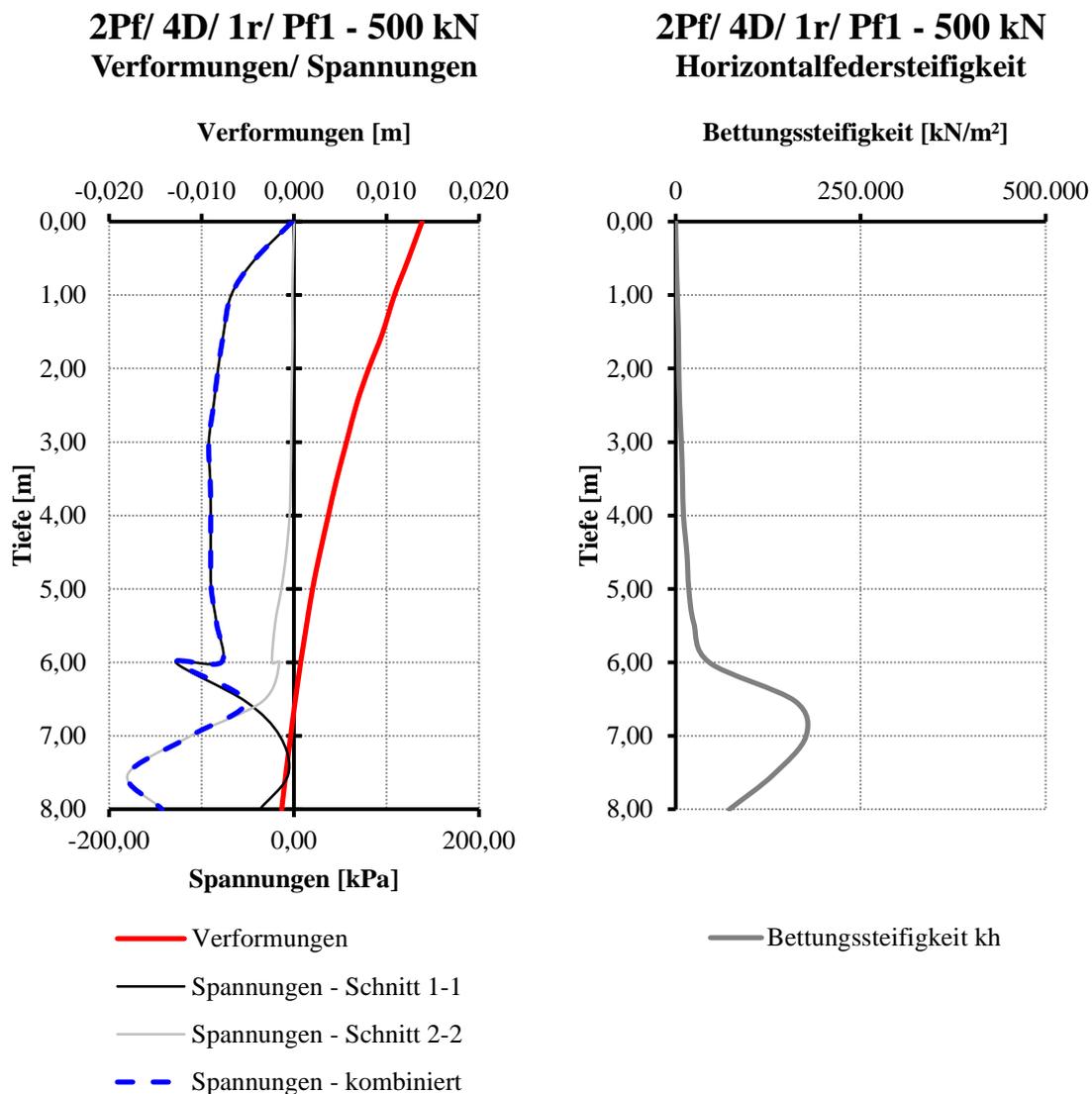


Abbildung 5.9: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 2 Pfähle/ 4D/ 1 reihig ( $F_x = 500$  kN)

Die Spannungs-, Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe folgen wiederum dem in Abschnitt 5.2.3 beschriebenen Schema.

Die dargestellten Bettungssteifigkeiten gelten lediglich für einen Pfahl, sind also für den Fall einer Kontrolle an einem Einzelstab zu verdoppeln. Bei einer etwaigen Kontrolle anhand eines Einzelstabes ist auch dessen Flächenträgheitsmoment zu verdoppeln. Alternativ ist der oben dargestellte Bettungssteifigkeitsverlauf auch an einem mit halber Kraft belasteten Einzelstab verifizierbar.

### 5.2.5 Drei Pfähle – einreihig

Nachfolgend werden ausgewählte Ergebnisse der Untersuchung von drei einreihig angeordneten Pfählen dargestellt (siehe Abbildung 5.5). Vereinfachend wird nur die Auswertung des mittleren Pfahles für einen Pfahlabstand von  $2D$  und  $4D$  abgebildet. Die Spannungs- und Verformungsverläufe der beiden äußeren Pfähle ähneln, aufgrund der gleichmäßigen Lastaufteilung durch das steife Volumenelement an den Pfahlköpfen, jenen des mittleren Pfahls.

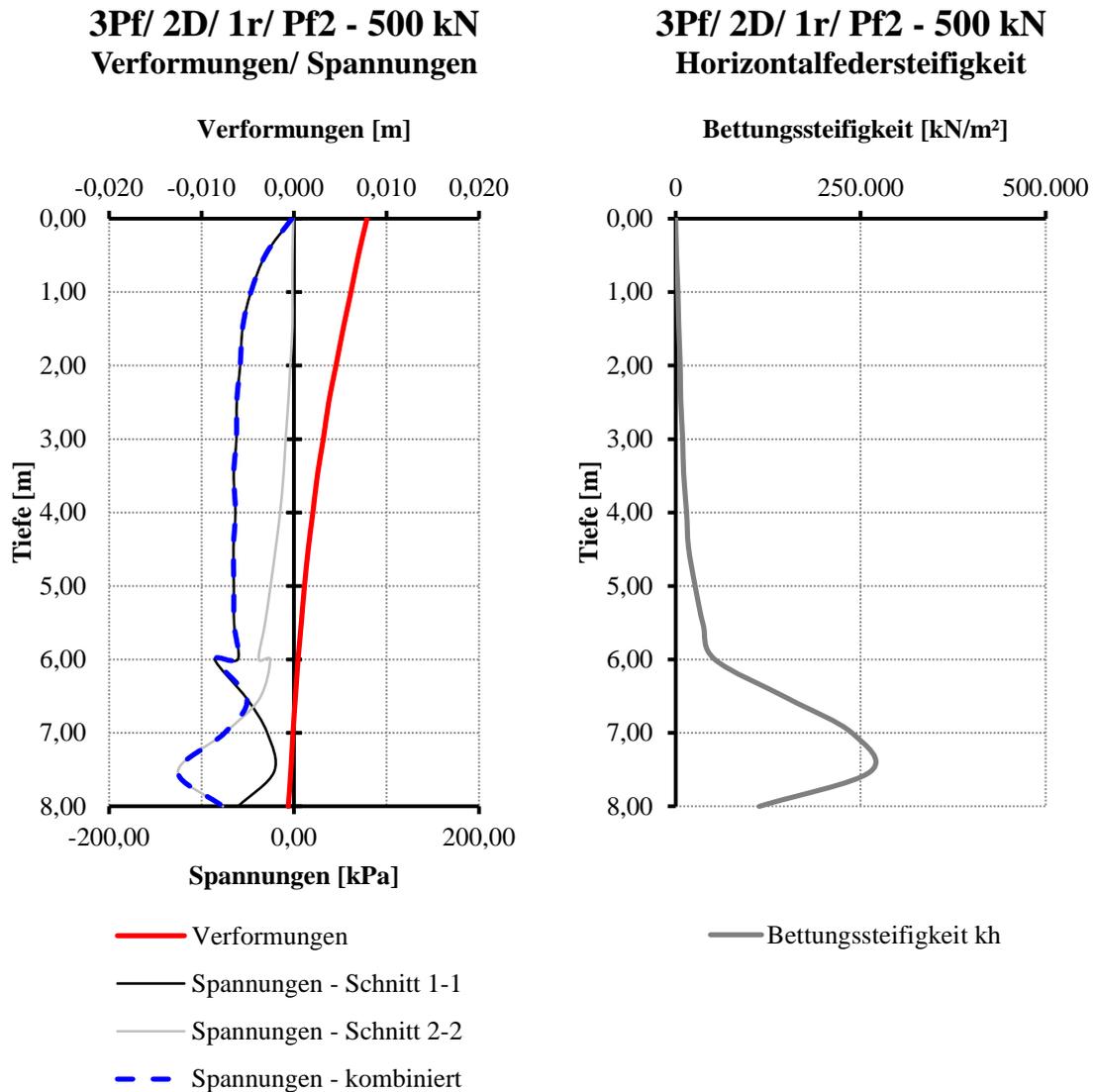


Abbildung 5.10: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 3 Pfähle/ 2D/ 1 reihig ( $F_x = 500$  kN)

Wiederum zeigt sich in Abbildung 5.10 und Abbildung 5.11 kein markanter Einfluss des Pfahlabstandes auf die Spannungs- und Verformungsverläufe, wodurch sich auch ähnliche Verteilungen der Bettungssteifigkeiten ergeben.

Die Kopfverschiebung der Pfähle beträgt für den Fall eines Pfahlabstandes von  $2D$  rund  $0,008$  m und für einen Pfahlabstand von  $4D$  ca.  $0,007$  m. Die Summe der Bettungssteifigkeiten des mittleren Pfahles ergibt für einen Abstand der Pfähle von  $2D$  ca.  $960.000$  kN/m<sup>2</sup> und rund  $1.120.000$  kN/m<sup>2</sup> für  $4D$ .

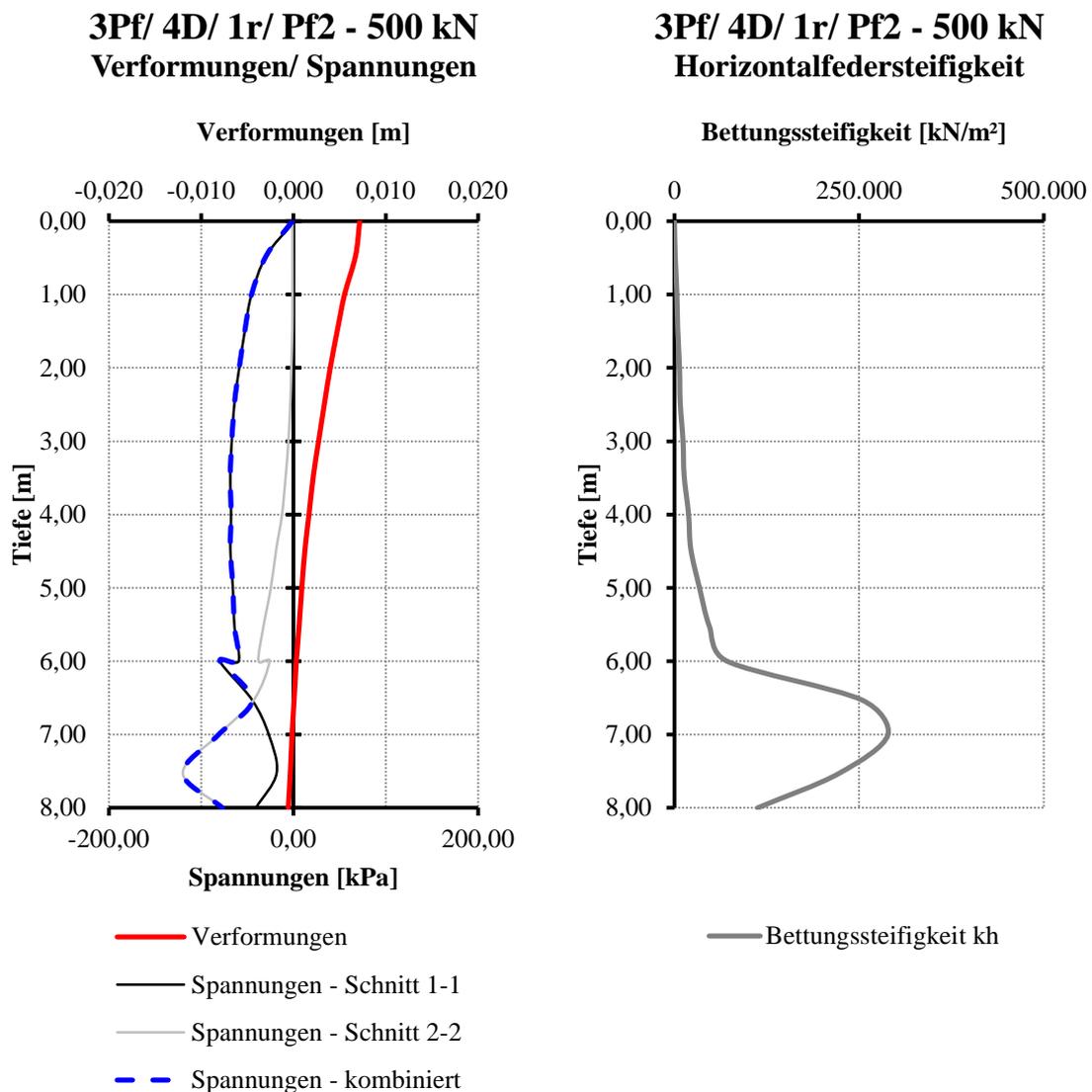


Abbildung 5.11: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 3 Pfähle/  $4D$ / 1 reihig ( $F_x = 500$  kN)

Angelehnt an Abschnitt 5.2.5 gelten die hier gezeigten Bettungssteifigkeitsverläufe lediglich für einen Pfahl der Gründung.

Etwaige Verifizierungen der Bettungssteifigkeitsverläufe sind wie in Abschnitt 5.2.4 beschrieben durchzuführen. Zu beachten ist, dass die jeweiligen Steifigkeiten für diesen Fall mit drei zu multiplizieren sind.

### 5.2.6 Zwei Pfähle – zweireihig

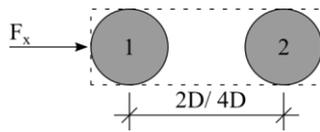


Abbildung 5.12: 2Pf/ 2r  
Beschriftungsschema

In den folgenden Auswertungen werden jeweils beide, in Belastungsrichtung angeordneten, Pfähle einer ausgewählten Untersuchung ( $F_x = 500 \text{ kN}$ ) bei Pfahlabständen von  $2D$  und  $4D$  dargestellt. Das Beschriftungsschema der Pfähle ist Abbildung 5.12 zu entnehmen. Die Darstellung beider Pfähle ermöglicht es, pfahlabstandsabhängige Spannungumlagerungen abzubilden.

Abbildung 5.13 zeigt die Spannungs-, Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe der beiden Pfähle bei einem Achsabstand von  $2D$ . Der geringe Abstand führt bei Pfahl 1 zu geringeren Spannungen auf der lastabgewandten Seite (Schnitt 1-1, Abbildung 5.2) im Vergleich zu Pfahl 2. Die Kopfverschiebung der Pfähle beträgt ca.  $0,012 \text{ m}$ . Der Verlauf der Bettungssteifigkeiten zeigt wiederum einen deutlichen Steifigkeitssprung im dicht gelagerten Sand und eine annähernd lineare Steifigkeitszunahme im Bereich des locker gelagerten Sandes. Die Gesamtbettungssteifigkeit von Pfahl 1 beträgt ca.  $595.000 \text{ kN/m}^2$  jene von Pfahl 2 rund  $710.000 \text{ kN/m}^2$ .

In Abbildung 5.14 werden die Spannungs-, Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe von zwei in Lastrichtung angeordneten Pfählen mit einem Achsabstand von  $4D$  dargestellt. Aufgrund des größeren Pfahlabstandes sind die Spannungsunterschiede an den Pfahlrändern beider Pfähle weniger stark ausgeprägt als bei einem Pfahlabstand von  $2D$ . Durch die höhere, von der Gesamtbiegesteifigkeit des Systems beeinflussten, Steifigkeit bei größeren Pfahlabständen ergeben sich deutlich geringere Kopfverschiebungen. Diese betragen bei einem Pfahlabstand von  $4D$  rund  $0,006 \text{ m}$  und somit nur noch ca.  $50 \%$  der Kopfverschiebungen bei einem Pfahlabstand von  $2D$ . Pfahl 1 weist eine Gesamtbettungssteifigkeit von ca.  $3.500.000 \text{ kN/m}^2$  auf. Die Gesamtbettungssteifigkeit von Pfahl 2 beträgt rund  $2.900.000 \text{ kN/m}^2$ . Der deutliche Unterschied zwischen den Gesamtbettungssteifigkeiten ist nur von untergeordneter Bedeutung. Dieser kommt aufgrund des Auswerteschemas zustande, da sehr geringe Pfahlverschiebungen zu sehr hohen Steifigkeiten führen. Da die Bettungssteifigkeit punktwise, in  $0,50 \text{ m}$  Schritten, ausgewertet wird und der Drehpunkt der Pfähle sich für diesen Fall in einer Tiefe von ca.  $7,00 \text{ m}$  befindet, kommt es an dieser Stelle zwangsläufig zu erhöhten Bettungssteifigkeiten. Folglich wird den Gesamtbettungssteifigkeiten im Vergleich zu den Einzelbettungssteifigkeiten nur geringe Bedeutung beigemessen.

Wird eine Verifizierung der ermittelten Bettungssteifigkeiten an einem Einzelpfahl angestrebt, so sind wiederum die punktuellen Bettungssteifigkeiten der Pfähle zu addieren. Die äquivalente Biegesteifigkeit des Gesamtsystems reduziert auf einen Einzelstab ergibt sich aus der Aufsummierung der einzelnen Flächenträgheitsmomente und der jeweils zugehörigen Steineranteile. Eine exakte Verifizierung ist nicht möglich, da die Drehfedersteifigkeiten an den Pfahlfüßen an dieser Stelle nicht ermittelt werden.

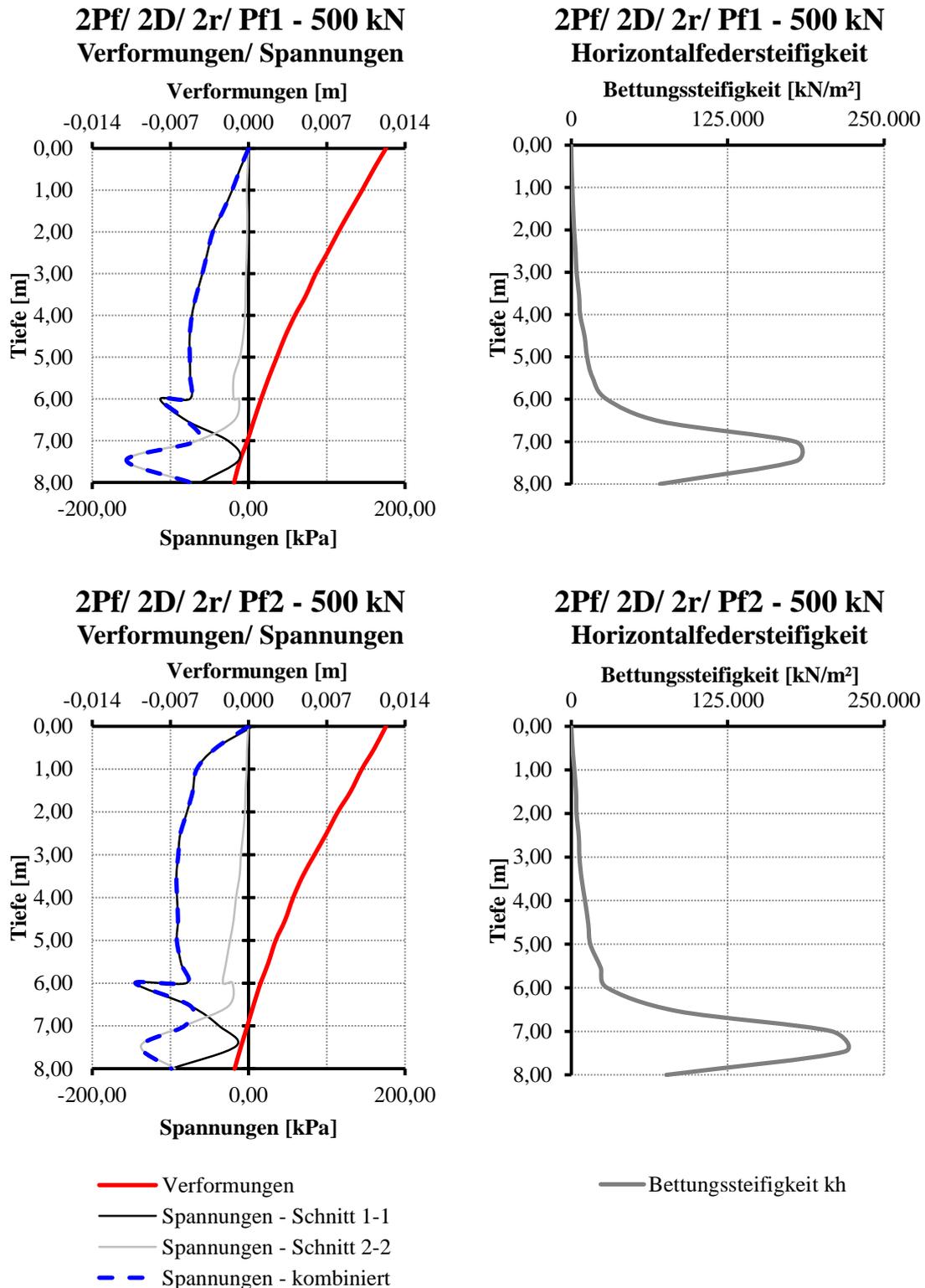


Abbildung 5.13: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 2 (unten) – 2 Pfähle/ 2D/ 2 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ )

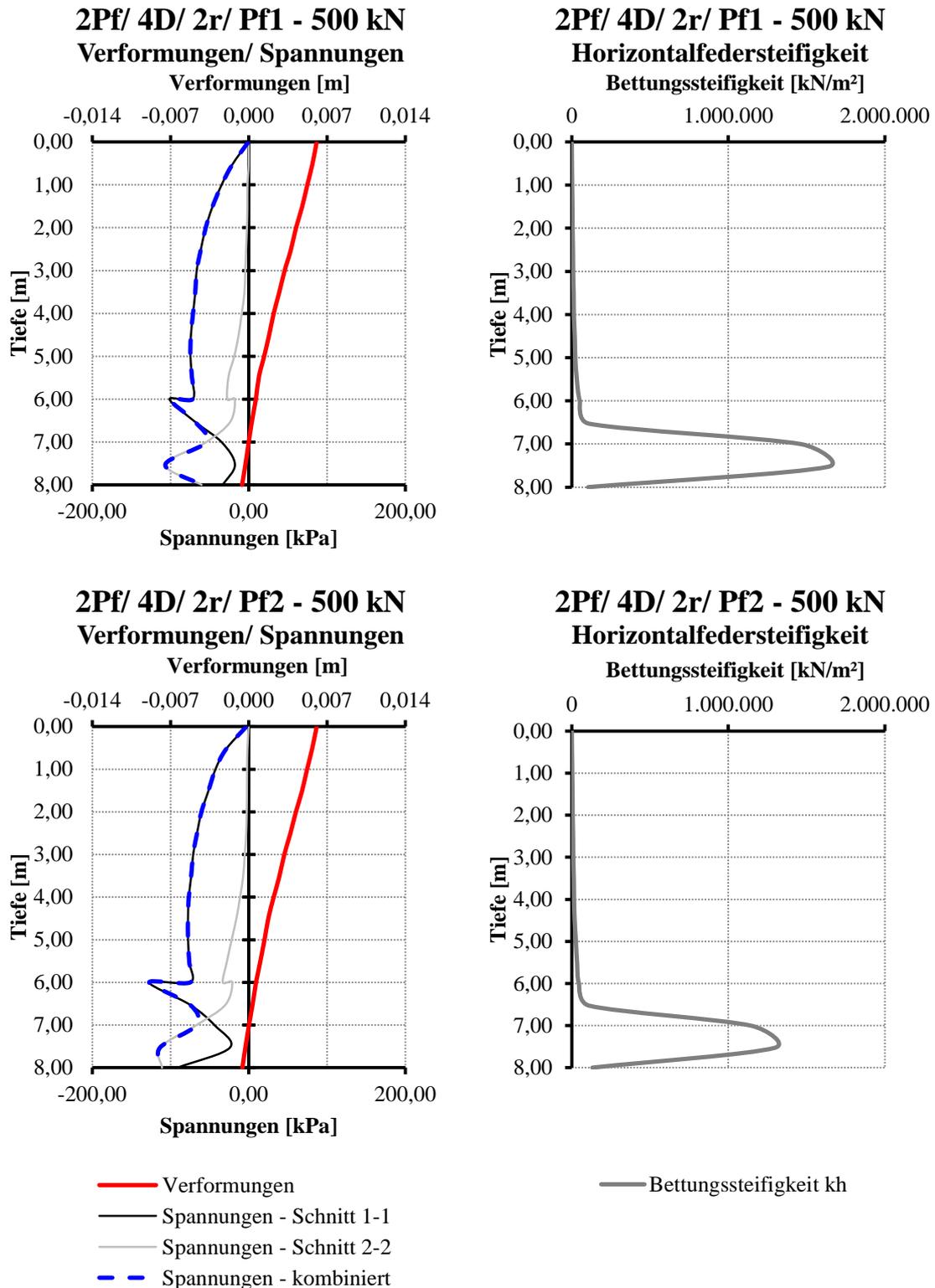


Abbildung 5.14: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 2 (unten) – 2 Pfähle/ 4D/ 2 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ )

### 5.2.7 Vier Pfähle – zweireihig

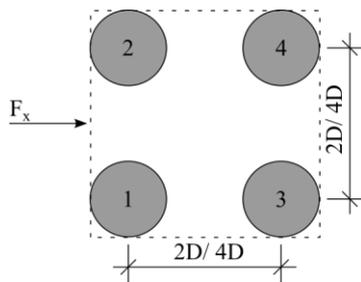


Abbildung 5.15: 4Pf/ 2r

Beschriftungsschema

Nachfolgend werden die Ergebnisse der Auswertungen von vier zweireihig angeordneten Pfählen am Beispiel zweier repräsentativer Untersuchungen dargestellt. Diese Auswertungen zeigen die Spannungs-, Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe der Pfähle 1 und 3 (siehe Abbildung 5.15) unter einer Gesamtlast  $F_x$  von 1.000 kN bei einem Pfahlabstand von  $2D$  und  $4D$ .

Abbildung 5.16 zeigt die Auswertungen der Pfähle 1 und 3 bei einem Pfahlabstand von  $2D$ . Wiederum ist zu erkennen, dass bei Pfahl 1, im Vergleich zu Pfahl 3, aufgrund des geringen Pfahlabstandes, niedrigere Spannungen auf der lastabgewandten Seite auftreten. Die Kopfverschiebung der Pfähle beträgt rund 0,016 m. Der Verlauf der Bettungssteifigkeiten ist im Bereich des locker gelagerten Sandes wiederum annähernd linear und weist einen Sprung im Bereich des dicht gelagerten Sandes (ab einer Tiefe von 6,00 m) auf. Die Gesamtbettungssteifigkeit beträgt bei Pfahl 1 rund 870.000 kN/m<sup>2</sup> und bei Pfahl 3 ca. 880.000 kN/m<sup>2</sup>.

In Abbildung 5.17 werden die Spannungs-, Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe der Pfähle 1 und 3 bei einem Pfahlabstand von  $4D$  dargestellt. Der größere Pfahlabstand führt wiederum zu ähnlichen Spannungsverteilungen an den Rändern von Pfahl 1 und 3. Die Kopfverschiebung beträgt bei einem Achsabstand der Pfähle von  $4D$  rund 0,006 m. Diese deutliche Verschiebungsreduktion ist, wie bereits in Abschnitt 5.2.6 erläutert, auf die erhöhte Gesamtsteifigkeit des Systems zurückzuführen. Die Gesamtbettungssteifigkeit bei Pfahl 1 ergibt sich zu rund 870.00 kN/m<sup>2</sup>, jene von Pfahl 3 beträgt ca. 1.000.000 kN/m<sup>2</sup>.

Eine etwaige Verifizierung der Bettungssteifigkeiten ist nach dem in Abschnitt 5.2.6 beschriebenen Schema am Einzelstab durchzuführen.

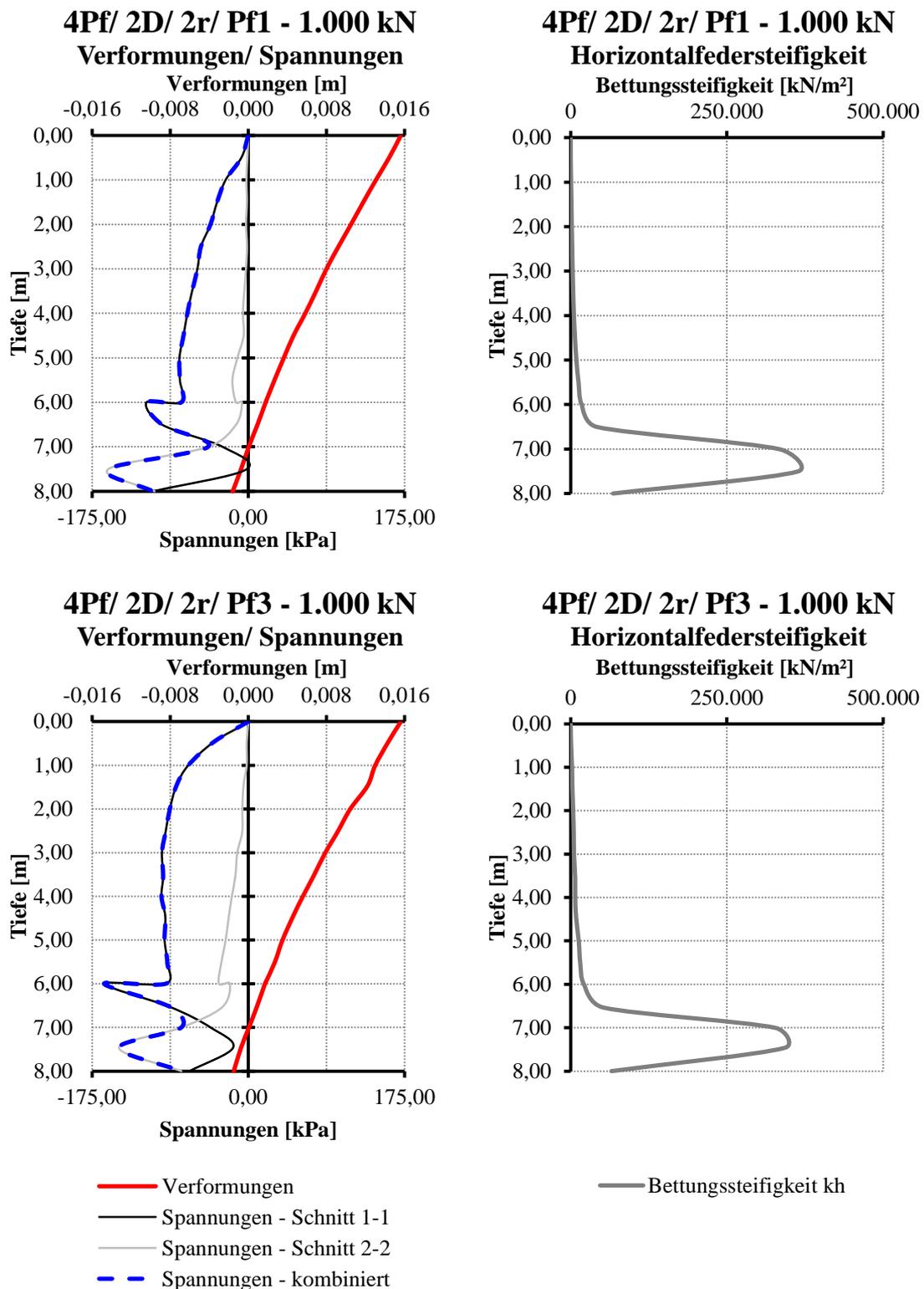


Abbildung 5.16: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 3 (unten) – 4 Pfähle/ 2D/ 2 reihig ( $F_x = 1.000 \text{ kN}$ )

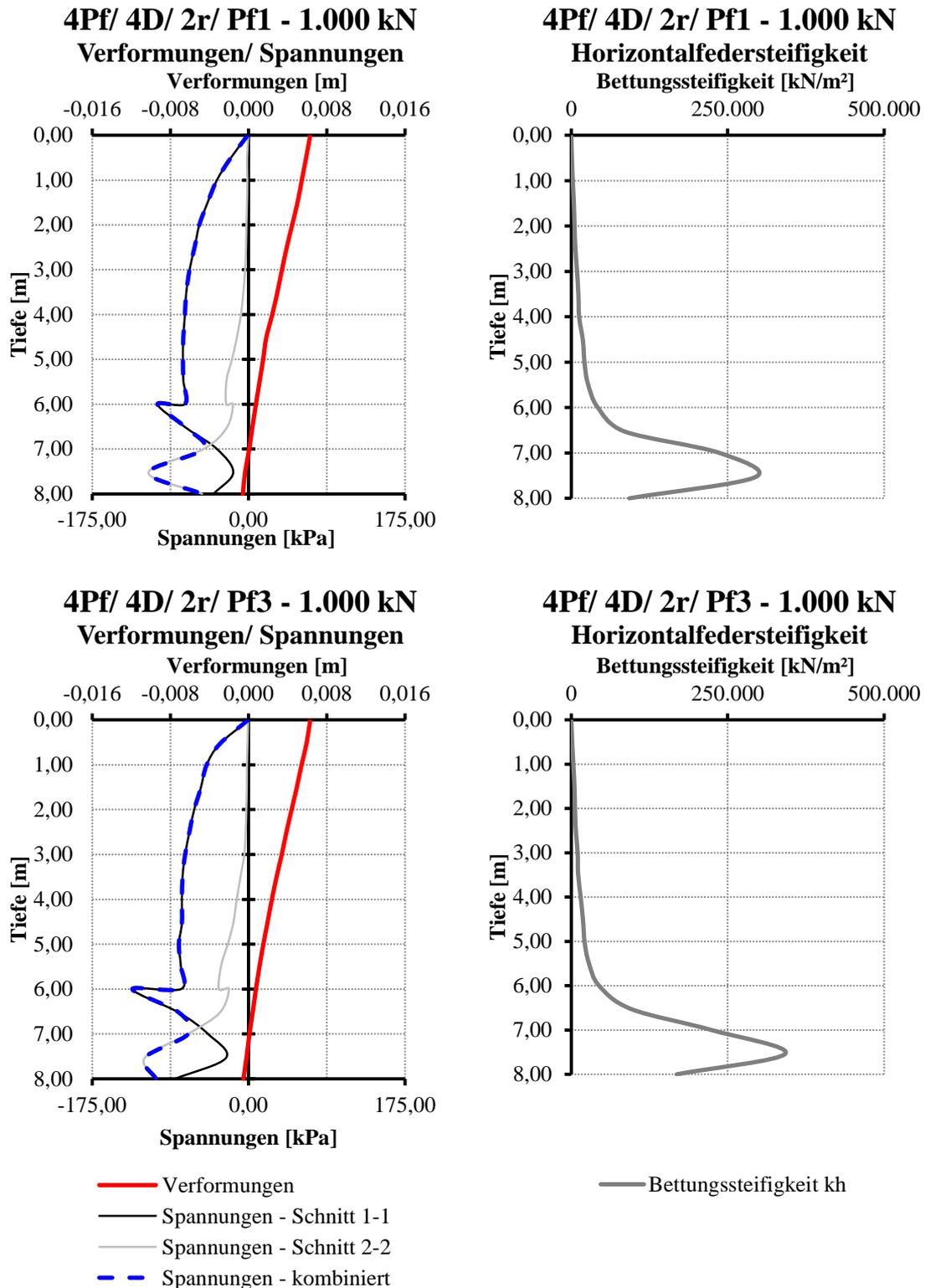


Abbildung 5.17: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 3 (unten) – 4 Pfähle/ 4D/ 2 reihig ( $F_x = 1.000 \text{ kN}$ )

### 5.2.8 Sechs Pfähle – zweireihig

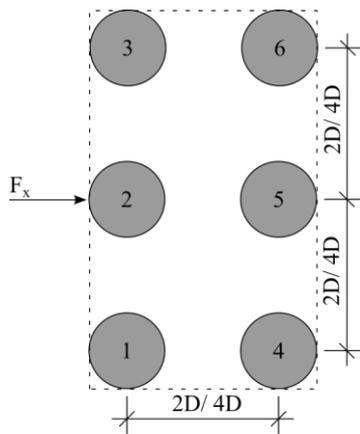


Abbildung 5.18: 6Pf/ 2r  
Beschriftungsschema

Dem in Abbildung 5.18 dargestellten Beschriftungsschema folgend, werden im Weiteren die Auswertungen der Pfähle 1 und 4 bei einer Gesamtbelastung von 1.500 kN dargestellt. Gezeigt werden die Spannungs-, Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe der Pfähle bei Pfahlabständen von  $2D$  und  $4D$ .

Abbildung 5.19 zeigt die Auswertungen der Pfähle 1 und 4 bei einem Pfahlabstand von  $2D$ . Wiederum ist zu erkennen, dass Pfahl 1 geringere Pfahlrandspannungen aufweist, als Pfahl 4. Die Kopfverschiebung der Pfähle beträgt rund 0,017 m. Die Bettungssteifigkeit der Pfähle nimmt im Bereich des locker gelagerten Sandes annähernd linear zu und zeigt einen sprunghaften Steifigkeitsanstieg im Bereich des dicht gelagerten Sandes (ab einer Tiefe von 6,00 m). Die Gesamtbettungssteifigkeit beträgt rund 370.000 kN/m<sup>2</sup> bei Pfahl 1 und ca. 440.000 kN/m<sup>2</sup> bei Pfahl 2.

In Abbildung 5.20 werden die Spannungs-, Verformungs- und Bettungssteifigkeitsverläufe der Pfähle 1 und 4 bei einem Pfahlabstand von  $4D$  dargestellt. Der größere Pfahlabstand führt wiederum zu ähnlichen Spannungsverläufen an den Rändern der Pfähle 1 und 4. Die Kopfverschiebung reduziert sich bei gleichbleibender Belastung, aufgrund der höheren Systemsteifigkeit, auf 0,006 m. Die Gesamtbettungssteifigkeit bei Pfahl 1 ergibt sich zu rund 850.00 kN/m<sup>2</sup> jene von Pfahl 3 beträgt ca. 860.000 kN/m<sup>2</sup>.

Eine etwaige Verifizierung der Bettungssteifigkeiten ist nach dem in Abschnitt 5.2.6 beschriebenen Schema am Einzelstab durchzuführen.

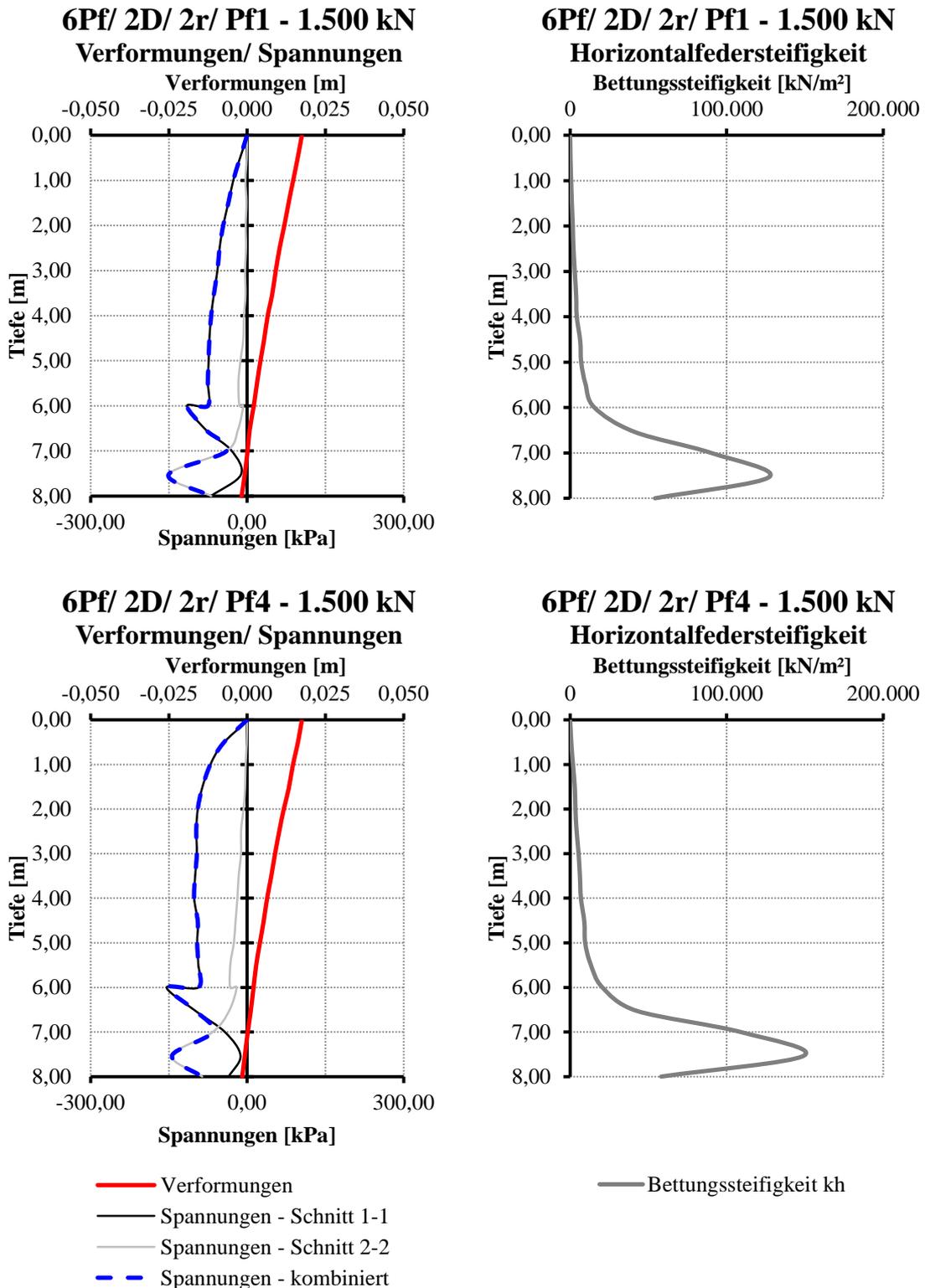


Abbildung 5.19: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 4 (unten) – 6 Pfähle/ 2D/ 2 reihig ( $F_x = 1.500 \text{ kN}$ )

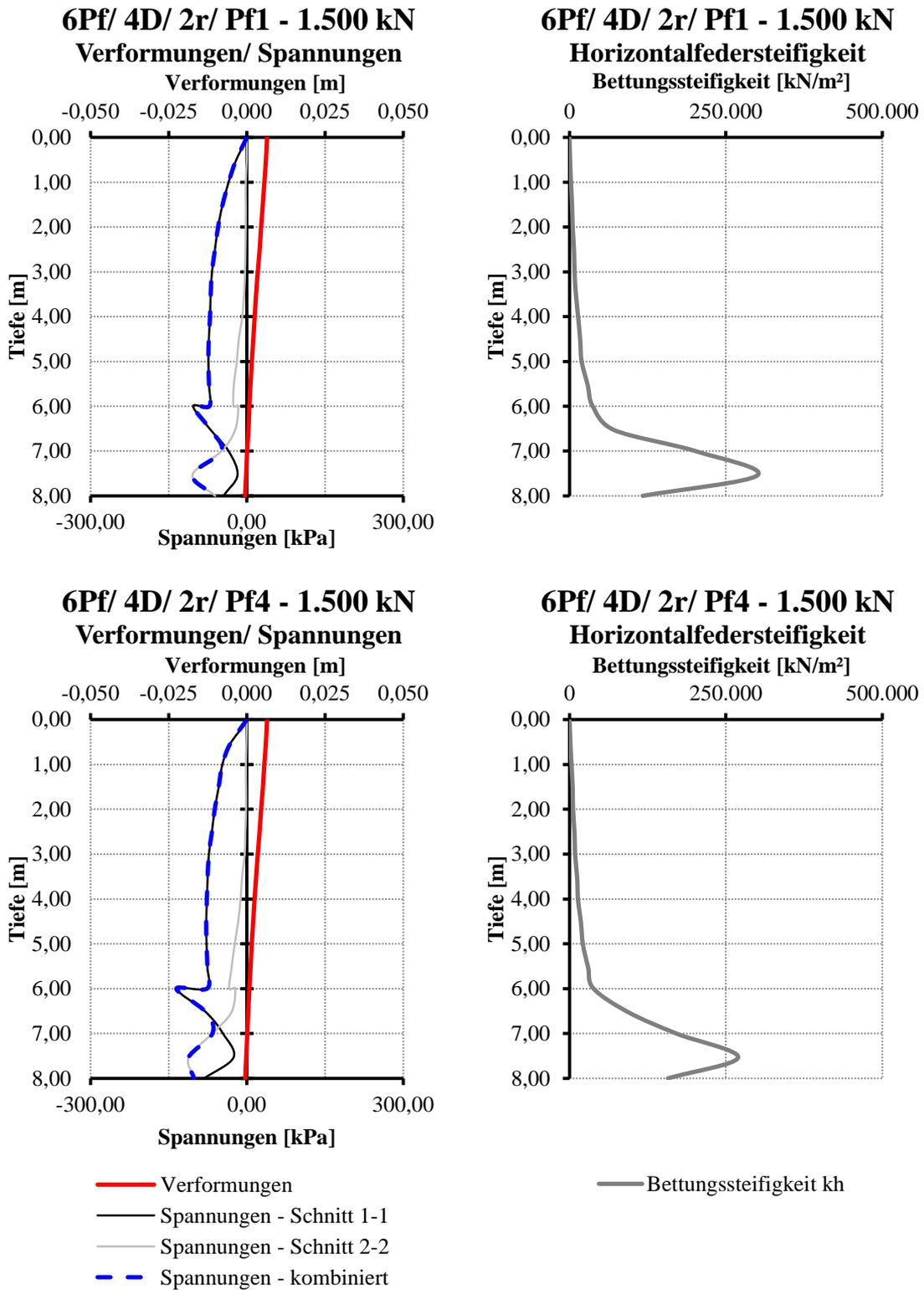


Abbildung 5.20: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 4 (unten) – 6 Pfähle/ 4D/ 2 reihig ( $F_x = 1.500 \text{ kN}$ )

### 5.3 Variantenvergleich – Einzelpfahl

Vereinfachend werden nachfolgend die Horizontalbettungssteifigkeiten, aus den numerischen Berechnungen und nach DIN 1054 (2003), und deren Einflüsse auf die Verformungsfiguren und die Momentenverteilungen bei Einzelpfählen gegenübergestellt. Als Grundlage dient wiederum das bereits in Abschnitt 5.2.1 beschriebene Bodenmodell, mit den in Abschnitt 5.2.2 gegebenen Materialparametern. Grundsätzlich gilt die Annahme, dass die Drehfedersteifigkeit am Pfahlfuß gleich null ist, was für den betrachteten Einzelpfahl eine gute Näherung darstellt. Die vertikale Bettung wird vereinfachend als starr angenommen.

#### 5.3.1 Vergleich der Bettungssteifigkeitsverteilungen

Einleitend wird die Berechnung der Bettungsmoduli nach DIN 1054 (2003), dargestellt. Zur Anwendung kommen für diesen Fall Glg. ( 11 ) und Glg. ( 13 ). Der Pfahldurchmesser  $D$  beträgt 1,00 m und die Schichtstärke des locker gelagerten Sandes 6,00 m. Der Pfahl bindet 2,00 m in den dicht gelagerten Sand ein.

#### *Ermittlung der horizontalen Bettungssteifigkeiten nach DIN 1054(2003)*

*Bereich locker gelagerter Sand (0,00 m – 6,00 m)*

$$k_{hE,k,locker} = \frac{E_{oed,locker}^{ref}}{D}$$

$$k_{hE,k,locker} = \frac{15.000,00}{1,00} \cdot m = 15.000,00 \frac{kN}{m^2}$$

$$k_{s,k,locker}(z) = k_{hE,k,locker} \cdot \frac{z}{D}$$

$$k_{s,k,locker}(0,00) = 15.000 \cdot \frac{0,00}{1,00} = 0,00 \frac{kN}{m^2}$$

$$k_{s,k,locker}(6,00) = 15.000 \cdot \frac{6,00}{1,00} = 90.000,00 \frac{kN}{m^2}$$

*Bereich dicht gelagerter Sand (6,00 m – 8,00 m)*

$$k_{hE,k,dicht} = \frac{E_{oed,dicht}^{ref}}{D}$$

$$k_{hE,k,dicht} = \frac{50.000,00}{1,00} \cdot m = 50.000,00 \frac{kN}{m^2}$$

$$k_{s,k,dicht}(z) = k_{hE,k,dicht} \cdot \frac{z}{D}$$

$$k_{s,k,dicht}(6,00) = 50.000 \cdot \frac{6,00}{1,00} = 300.000,00 \frac{kN}{m^2}$$

$$k_{s,k,dicht}(8,00) = 50.000 \cdot \frac{8,00}{1,00} = 400.000,00 \frac{kN}{m^2}$$

Die Berechnung nach DIN 1054 (2003) zeigt, dass die horizontalen Bettungssteifigkeiten ohne Berücksichtigung der einwirkenden Belastung ermittelt werden. Daraus folgt, dass für jede Lastsituation die gleiche Bettungssteifigkeit zu berücksichtigen ist. Um in den Vergleichen einheitenkonform zu sein, wird die Bettungssteifigkeit in der obigen Berechnung mit einer „Einflussbreite“ von 1,00 m multipliziert.

Abbildung 5.21 stellt die einzelnen Bettungssteifigkeiten für einen Einzelpfahl aus den numerischen Berechnungen mit jenen aus der Berechnung nach DIN 1054 (2003) gegenüber. Die Ergebnisse aus den numerischen Berechnungen gelten für die in Tabelle 5.4 dargestellten Belastungssituationen.

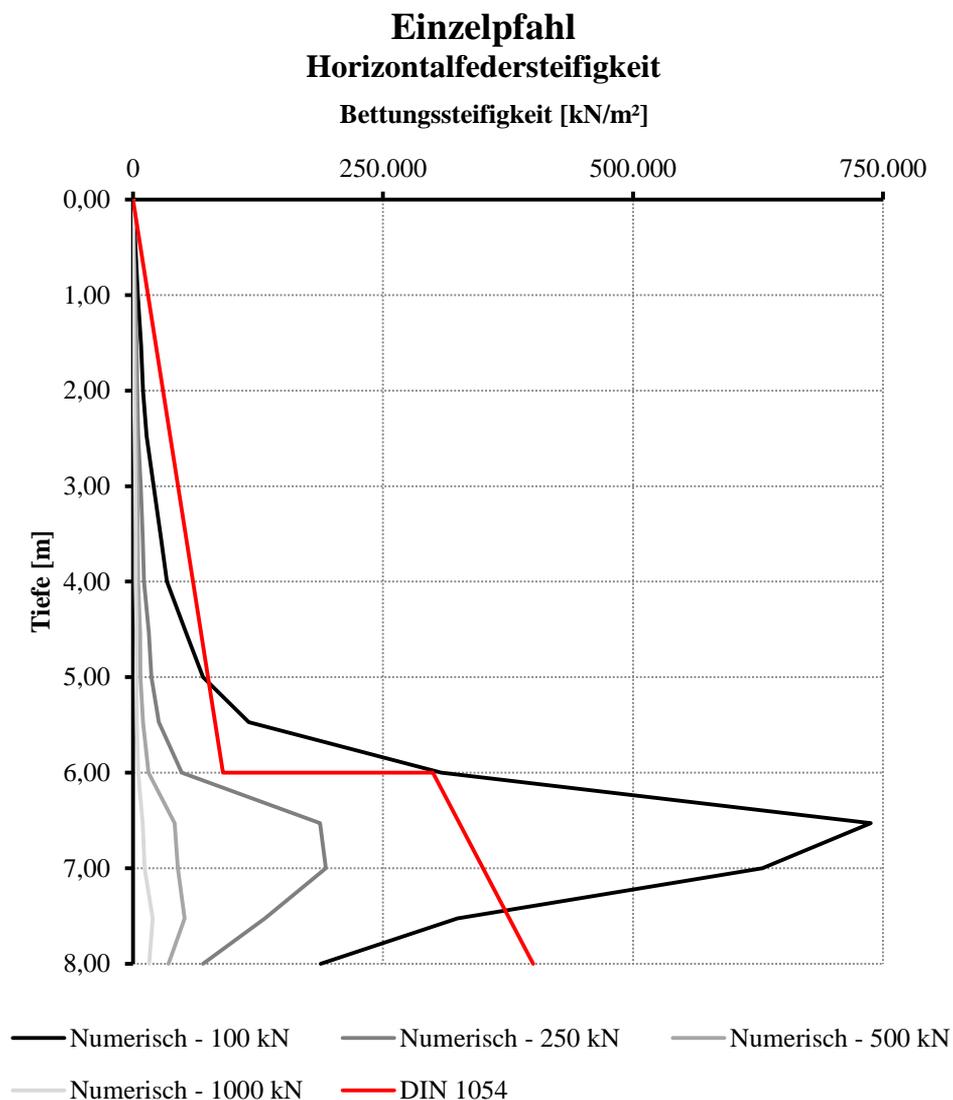


Abbildung 5.21: Vergleich der Bettungssteifigkeitsverläufe – Numerisch/ DIN 1054

Der Vergleich der Bettungssteifigkeitsverläufe zeigt, dass es, durch die Vernachlässigung der Belastungssituation, zu deutlichen Diskrepanzen zwischen den numerischen Berechnungen und der Berechnung nach DIN 1054 (2003) kommt.

### 5.3.2 Vergleich der Kopfverschiebungen

Im Folgenden werden die Kopfverschiebungen eines Einzelpfahls mit den in Abbildung 5.21 gegebenen Bettungssteifigkeitsverläufen bei unterschiedlichen Lastsituationen verglichen. Tabelle 5.7 zeigt die Bettungssteifigkeiten der einzelnen Fälle über die Tiefe in tabellarischer Form.

Tabelle 5.7: Bettungssteifigkeitsverteilung über die Tiefe – Einzelpfahl

	Bettungssteifigkeit [kN/m <sup>2</sup> ]				
	NU – 100 kN	NU – 250 kN	NU – 500 kN	NU – 1000 kN	DIN 1054
<b>0,00</b>	0	0	0	0	0
<b>0,50</b>	2.487	953	486	94	-
<b>1,00</b>	4.685	2.284	1.224	329	15.000
<b>1,50</b>	8.015	3.659	2.128	734	-
<b>2,00</b>	10.154	4.240	2.646	1.128	30.000
<b>2,50</b>	13.592	5.313	3.206	1.587	-
<b>3,00</b>	20.631	7.602	4.188	2.354	45.000
<b>3,50</b>	27.778	9.575	4.833	2.707	-
<b>4,00</b>	33.734	10.859	5.110	2.737	60.000
<b>4,50</b>	52.946	15.732	6.939	3.442	-
<b>5,00</b>	69.862	18.410	7.549	3.368	75.000
<b>5,50</b>	115.759	25.820	9.850	3.847	-
<b>6,00</b>	308.248	48.595	15.436	5.067	300.000
<b>6,50</b>	737.555	186.982	41.713	9.772	-
<b>7,00</b>	629.378	192.760	44.837	11.590	350.000
<b>7,50</b>	324.402	131.952	51.618	19.786	-
<b>8,00</b>	187.535	69.816	35.366	16.192	400.000

Die Bettungssteifigkeiten aus Tabelle 5.7 werden an einem Ersatzstab angebracht. Die Stäbe mit den Bettungssteifigkeiten aus den numerischen Berechnungen (NU) werden mit den entsprechenden Lasten beaufschlagt. Am Ersatzstab mit den Bettungssteifigkeiten laut DIN 1054 (2003) werden alle Lastfälle ausgewertet. Tabelle 5.8 zeigt die Ergebnisse dieser Vergleiche. Zusätzlich werden auch die Ergebnisse der Kopfverschiebungen aus PLAXIS 3D am Pfahlkopf angegeben.

Tabelle 5.8: Vergleich der Kopfverschiebungen

	PLAXIS (PL)	RZ1: „NU“	$\Delta$ PL – RZ1	RZ2: „DIN“	$\Delta$ PL – RZ2
<b>LF 100 kN</b>	0,0032	0,0032	<b>1,81 %</b>	0,0027	<b>16,36 %</b>
<b>LF 250 kN</b>	0,0136	0,0142	<b>4,19 %</b>	0,0066	<b>51,13 %</b>
<b>LF 500 kN</b>	0,0456	0,0483	<b>5,85 %</b>	0,0133	<b>70,85 %</b>
<b>LF 1.000 kN</b>	0,2118	0,2027	<b>4,32 %</b>	0,0266	<b>87,45 %</b>

Aus Tabelle 5.8 geht hervor, dass der Bettungssteifigkeitsverlauf nach DIN 1054 (2003) für jeden Fall zu steife Systemantworten liefert. Mit zunehmender Last wird die Diskrepanz zwischen numerisch ermittelter Kopfverschiebung und Kopfverschiebung am Ersatzstab mit den Bettungssteifigkeiten nach DIN 1054 (2003) größer. Betrachtet man das Beispiel einer integralen Rahmenbrücke, so führen die höheren Systemsteifigkeiten zu größeren Zwangsbeanspruchungen im Überbau (vgl. Abschnitt 3.2.2).

### 5.3.3 Vergleich der Momentenverteilungen

Nachfolgend werden die Momentenverteilungen aus der numerischen Berechnung (PLAXIS 3D) mit jenen der Stabsysteme verglichen. Bei den Stabsystemen wird unterschieden in das System mit den aus der numerischen Berechnung resultierenden Federsteifigkeiten (NU – Stab) und in das System mit den Federsteifigkeiten nach DIN 1054 (DIN – Stab). Entscheidend für die Bemessung der Pfähle, hinsichtlich Bewehrung, sind die Momentenmaxima der einzelnen Lastfälle. Diese sind Tabelle 5.9 zu entnehmen. Abbildung 5.22 und Abbildung 5.23 zeigen den Vergleich der Momentenverläufe.

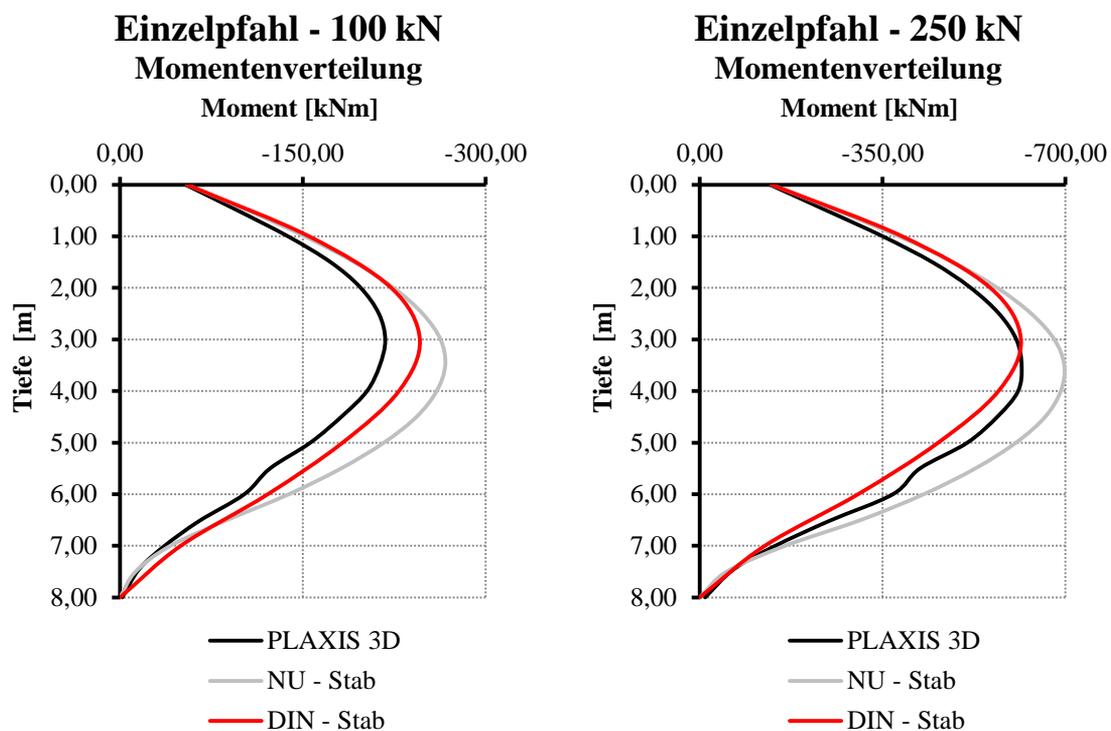


Abbildung 5.22: Vergleich der Momentenverläufe (100 kN, 250 kN)

Die Verläufe in Abbildung 5.22 zeigen, dass die Momente, welche aus der Vorgehensweise nach DIN 1054 (2003) resultieren, gute Näherungen zur numerischen Berechnung mittels PLAXIS 3D darstellen. Der Vergleich zwischen den aus der numerischen Rechnung resultierenden Momenten mit jenen des Stabsystems NU zeigen deutliche Diskrepanzen, speziell für den Fall einer Belastung von 100 kN.

Der Ursprung dieser Diskrepanzen ist noch ungeklärt. Es ist jedoch anzunehmen, dass die Abweichungen durch den Abstand der Einzelfedern von 0,50 m (Stabsystem NU) beeinflusst werden.

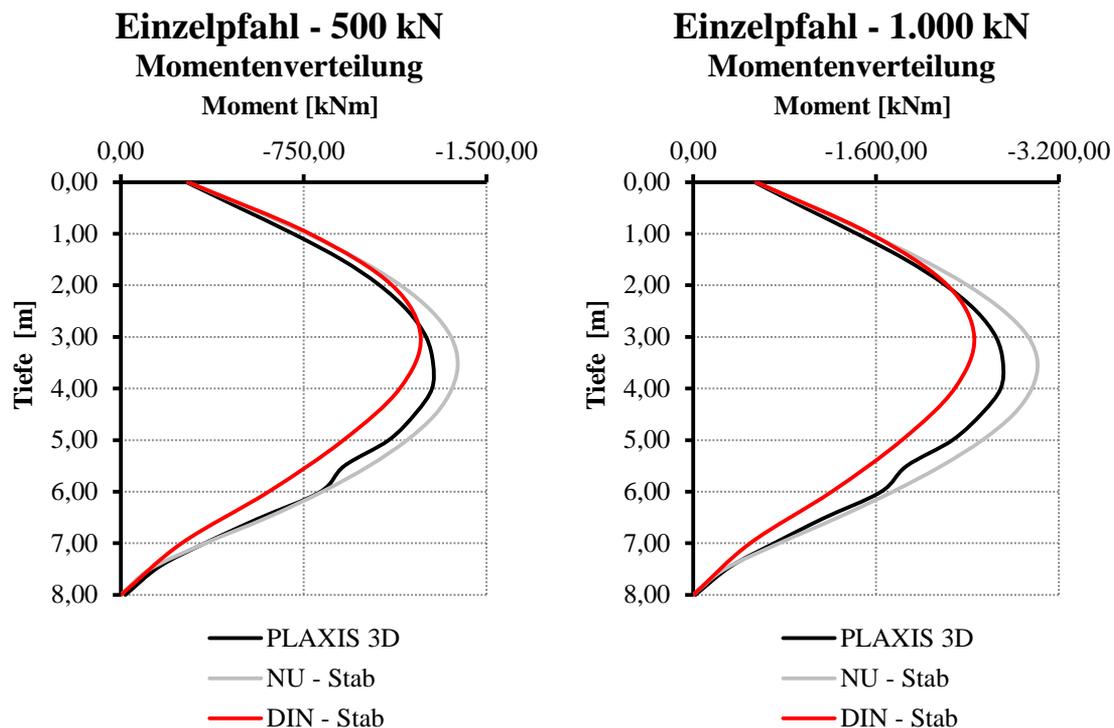


Abbildung 5.23: Vergleich der Momentenverläufe (250 kN, 1.000 kN)

Abbildung 5.23 zeigt, dass bei höheren Lasten der Momentverlauf aus der Berechnung nach DIN auf der unsicheren Seite liegt, im Vergleich zu den Berechnungen mittels PLAXIS 3D. Das Stabsystem NU überschätzt das auftretende Moment in allen Fällen im Vergleich zur numerischen Berechnung mittels PLAXIS 3D. Die Belastungssituationen mit 500 kN und 1.000 kN sind allerdings als vernachlässigbar zu betrachten, da sich in diesen Lastfällen, für die praktische Anwendung, zu große Kopfverschiebungen einstellen (vgl. Tabelle 5.8).

Tabelle 5.9: Vergleich der Momentenmaxima

	PLAXIS 3D	NU – Stab	$\Delta$ PL – NU	DIN – Stab	$\Delta$ PL – DIN	
$M_{\max}$ [kNm]	LF 100 kN	-217,56	-266,80	<b>22,63 %</b>	-245,92	<b>13,04 %</b>
	LF 250 kN	-616,19	-697,74	<b>13,23 %</b>	-614,80	<b>0,23 %</b>
	LF 500 kN	-1.280,50	-1.381,71	<b>7,90 %</b>	-1.229,61	<b>3,97 %</b>
	LF 1.000 kN	-2.711,40	-3.013,19	<b>11,13 %</b>	-2.459,22	<b>9,30 %</b>

Tabelle 5.9 zeigt die Momentenmaxima, unabhängig von deren Lage über die Tiefe gesehen. Weiters werden die Abweichungen der Momentenmaxima an den Stabsystemen im Vergleich zur numerischen Berechnung aufgezeigt.

## 6 Zusammenfassung

Die im Rahmen dieser Arbeit erzielten Erkenntnisse werden nachfolgend, aufgeteilt auf die beiden Hauptkapitel (Flachgründungen und Pfahlgründungen), zusammengefasst.

### 6.1 Flachgründungen

Im Rahmen der Untersuchungen der Flachgründungen wird gezeigt, dass der Ansatz einer horizontalen Bettungssteifigkeit als Einzelfeder mit einer Größe von 50 % der vertikalen Bettungssteifigkeit zu sehr steifen Gesamtsystemen führt. Durch die erhöhte Horizontalsteifigkeit werden die Kopfverschiebungen von Pfeilern unterschätzt. Dies kann bei der Bemessung integraler Brücken zu ungenauen Schnittgrößen führen. Die Aufteilung einer Horizontalfeder auf mehrere über die Tiefe verteilte Federn führt zu realitätsnäheren Ergebnissen. Weiters werden die horizontalen Pfeilerkopfverschiebungen maßgeblich von der applizierten Drehfedersteifigkeit beeinflusst. Überschätzen der Drehfedersteifigkeit führt wiederum zu geringeren Kopfverschiebungen.

Aus den numerischen Ergebnissen werden Nomogramme abgeleitet, welche eine Möglichkeit darstellen, für Großprojekte Bettungssteifigkeiten zu ermitteln. Diese Nomogramme sind für jedes Projekt gesondert zu erstellen. Zusätzlich wird eine Methodik aufgezeigt, um die Änderung der Vertikalfedersteifigkeit bei Laständerungen abzuschätzen. Diese Vorgehensweise liefert insbesondere für geringe Gesamtsteifigkeiten gute Näherungen. Angelehnt ist die Methodik an die Ermittlung spannungsabhängiger Elastizitätsmoduli nach Ohde/ Janbu.

In einem weiteren Schritt wird dargestellt, dass das Spannungstrapezverfahren für Lasten, welche zu praxistauglichen Setzungen führen, eine gute Näherung der Spannungsverteilung in der Sohle liefert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich bei geringeren Spannungen weniger ausgeprägte Lastumlagerungen im Boden einstellen. Wird die vertikale Bettungssteifigkeit über das Verhältnis der Spannungen zu den Setzungen dargestellt, beeinflusst die Setzung die resultierende Bettungssteifigkeit maßgeblich. Dadurch ist es möglich, dass unzureichend abgeschätzte Setzungsgrößen zu ungenauen Werten der Bettungssteifigkeiten führen.

Grundsätzlich besitzt jede ermittelte Bettungssteifigkeit, sei es Vertikal-, Horizontal- oder Drehfedersteifigkeit, lediglich für einen Lastfall Gültigkeit. Da die Ermittlung für zu jedem Lastfall zugehörige Steifigkeiten zu unwirtschaftlich erhöhtem Mehraufwand führt, sind Grenzwertbetrachtungen unumgänglich.

## 6.2 Pfahlgründungen

Am Beispiel von Pfählen in einem Boden mit einer weicheren und einer steiferen Schicht wird die Änderung der horizontalen Bettungssteifigkeiten dargelegt. Untersucht werden ein Einzelpfahl sowie ein- und zweireihig angeordnete Pfahlgruppen. Die Auswertungen zeigen in allen Fällen deutliche Sprünge der horizontalen Bettungssteifigkeit.

Die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen werden weiters mit den Ergebnissen der horizontalen Bettungssteifigkeit nach DIN 1054 (2003) verglichen. Die Ermittlung horizontaler Bettungssteifigkeiten von Pfahlgründungen nach DIN 1054 (2003) vernachlässigt die Größe der Einwirkungen. Verglichen werden die Verläufe der Bettungssteifigkeiten eines Einzelpfahls über die Tiefe sowie die unter Lasteinwirkung resultierenden Kopfverschiebungen und Momentenverteilungen.

Der Vergleich der Bettungssteifigkeitsverläufe zeigt, dass die Verteilung nach DIN 1054 (2003), aufgrund der Vernachlässigung der äußeren Einwirkungen, nur fallweise gute Näherungen zu den numerisch ermittelten Bettungssteifigkeitsverläufen liefert.

Durch diese unzureichende Näherung zeigen sich an Stabsystemen mit den Bettungssteifigkeiten nach DIN 1054 (2003) deutliche Diskrepanzen zwischen den am Stabsystem ermittelten Kopfverschiebungen und jenen aus den numerischen Berechnungen.

Werden lediglich die Momentenverläufe zur Bemessung der Pfähle benötigt, so bietet die Ermittlung der horizontalen Bettungssteifigkeiten nach DIN 1054 (2003) eine gute Näherung. Die für die Bemessung entscheidenden Momentenmaxima stellen, bei praxisrelevanten Lastgrößen, gute Näherungen zu den Maximalwerten aus der numerischen Berechnung dar.

Abschließend ist zu erwähnen, dass, wie auch bei den Flachgründungen, erforderliche Bettungssteifigkeiten aufgrund der Nichtlinearität im Materialverhalten von Boden, für jeden Fall gesondert zu untersuchen sind. Derzeit zur Anwendung kommende, vereinfachte Verfahren bei Pfahlgründungen liefern lediglich Näherungslösungen zur Abschätzung der Bemessungsschnittgrößen der Pfähle. Sind Verschiebungsgrößen o.ä. von Belang für die Bemessung, wie z.B. bei integralen Brücken, so sind Feldversuche und numerische Berechnungen durchzuführen, um verlässliche Bettungssteifigkeiten zu ermitteln.

## Literaturverzeichnis

### **Arnold, A. (2011)**

Tragverhalten von nicht starren Flachfundationen unter Berücksichtigung der lokalen Steifigkeitsverhältnisse. Dissertation, ETH Zürich.

### **Boley, C. (2012)**

Handbuch Geotechnik. Grundlagen–Anwendungen–Praxiserfahrungen. Vieweg+Teubner Wiesbaden.

### **Brinkgreve, R.B.J.; Engin, E.; Swolfs, W.M. (2014)**

PLAXIS 2014-Material Models Manual. Plaxis bv, Delft, Niederlande.

### **DIN 1054 (2003)**

Baugrund. Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau. Normenausschuss Bauwesen im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. 2003-01. Deutschland.

### **Kaufmann, W. (2008)**

Integrale Brücken – Sachstandsbericht. Eidgenössisches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation, Bundesamt für Straßen, Schweiz.

### **Kempfert, H.-G. (2009)**

Pfahlgründungen. Grundbau-Taschenbuch. Teil 3: Gründungen und Geotechnische Bauwerke, 73-277. Ernst & Sohn Berlin.

### **Kolymbas, D. (2011)**

Geotechnik. Bodenmechanik, Grundbau und Tunnelbau. Springer Berlin.

### **Lang, H.-J.; Huder, J.; Amann, P.; Puzrin, A.M. (2011)**

Bodenmechanik und Grundbau. Das Verhalten von Böden und Fels und die wichtigsten grundbaulichen Konzepte. Springer Berlin.

### **Pak, D. (2012)**

Zu Stahl-Verbundbrücken mit integralen Widerlagern. Dissertation, RWTH Aachen.

### **TU München – Zentrum Geotechnik (2015)**

Unterlagen zur Interaktion Boden-Bauwerk. Lehrstuhl für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau, zuletzt geprüft am 26.03.2015.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1: Setzungs- und Spannungsverlauf bei biegesteifen (links) und biegeweichen (rechts) Gründungen.....	3
Abbildung 2.2: Spannungsverteilung gemäß Spannungstrapezverfahren.....	3
Abbildung 2.3: Modellvorstellung des Bettungsmodulverfahrens nach Arnold (2011).....	4
Abbildung 2.4: Setzungsmulde des Steifemodulverfahrens.....	5
Abbildung 3.1: System IBB.....	8
Abbildung 4.1: Geometrie - Voruntersuchung.....	14
Abbildung 4.2: Maßgebende Schnitte (1-1; 2-2).....	15
Abbildung 4.3: Setzungs- und Spannungsverlauf Schnitt 1-1.....	16
Abbildung 4.4: Verformungs- und Spannungsverlauf Schnitt 2-2.....	17
Abbildung 4.5: Angenommener Momentenverlauf.....	17
Abbildung 4.6: System NU (links); System IBB (rechts).....	19
Abbildung 4.7: Beispiel der gewählten Netzfeinheit.....	21
Abbildung 4.8: Geometrie - Detailuntersuchung.....	21
Abbildung 4.9: Lastangriff „rotatorisch“.....	23
Abbildung 4.10: Ersatzsystem.....	26
Abbildung 4.11: Lastangriff „translatorisch“.....	27
Abbildung 4.12: Ersatzsystem „verteilt“ (links); Ersatzsystem „Einzelfeder“ (rechts).....	27
Abbildung 4.13: Lastangriff „kombiniert“.....	31
Abbildung 4.14: Nomogramm zur Bestimmung von $k_v$ .....	35
Abbildung 4.15: Nomogramm zur Bestimmung von $k_\varphi$ .....	36
Abbildung 4.16: Nomogramm zur Bestimmung von $k_h$ .....	37
Abbildung 4.17: Beispiel zur Verifizierung von Glg. ( 28 ).....	40

---

Abbildung 4.18: Vergleich der Spannungsverläufe LF7_K.....	45
Abbildung 4.19: Vergleich der Spannungsverläufe LF8_K.....	45
Abbildung 5.1: System Voruntersuchung .....	46
Abbildung 5.2: Schnitte.....	47
Abbildung 5.3: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Voruntersuchung ( $F_x = 1.000 \text{ kN}$ ) .....	48
Abbildung 5.4: Geometrie - Detailuntersuchung .....	50
Abbildung 5.5: Schema der Pfahlsysteme.....	51
Abbildung 5.6: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Einzelpfahl ( $F_x = 100 \text{ kN}$ ) .....	54
Abbildung 5.7: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Einzelpfahl ( $F_x = 250 \text{ kN}$ ) .....	55
Abbildung 5.8: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 2 Pfähle/ 2D/ 1 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ ) .....	56
Abbildung 5.9: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 2 Pfähle/ 4D/ 1 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ ) .....	57
Abbildung 5.10: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 3 Pfähle/ 2D/ 1 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ ) .....	58
Abbildung 5.11: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – 3 Pfähle/ 4D/ 1 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ ) .....	59
Abbildung 5.12: 2Pf/ 2r Beschriftungsschema.....	60
Abbildung 5.13: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 2 (unten) – 2 Pfähle/ 2D/ 2 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ ) .....	61
Abbildung 5.14: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 2 (unten) – 2 Pfähle/ 4D/ 2 reihig ( $F_x = 500 \text{ kN}$ ) .....	62
Abbildung 5.15: 4Pf/ 2r Beschriftungsschema.....	63
Abbildung 5.16: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 3 (unten) – 4 Pfähle/ 2D/ 2 reihig ( $F_x = 1.000 \text{ kN}$ ) .....	64

---

Abbildung 5.17: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 3 (unten) – 4 Pfähle/ 4D/ 2 reihig ( $F_x = 1.000 \text{ kN}$ ) .....	65
Abbildung 5.18: 6Pf/ 2r Beschriftungsschema.....	66
Abbildung 5.19: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 4 (unten) – 6 Pfähle/ 2D/ 2 reihig ( $F_x = 1.500 \text{ kN}$ ) .....	67
Abbildung 5.20: Spannungs- und Verformungsverläufe (links) und Verlauf der Bettungssteifigkeiten (rechts) über die Pfahltiefe – Pfahl 1 (oben) – Pfahl 4 (unten) – 6 Pfähle/ 4D/ 2 reihig ( $F_x = 1.500 \text{ kN}$ ) .....	68
Abbildung 5.21: Vergleich der Bettungssteifigkeitsverläufe – Numerisch/ DIN 1054 .....	70
Abbildung 5.22: Vergleich der Momentenverläufe (100 kN, 250 kN) .....	72
Abbildung 5.23: Vergleich der Momentenverläufe (250 kN, 1.000 kN) .....	73

## Tabellenverzeichnis

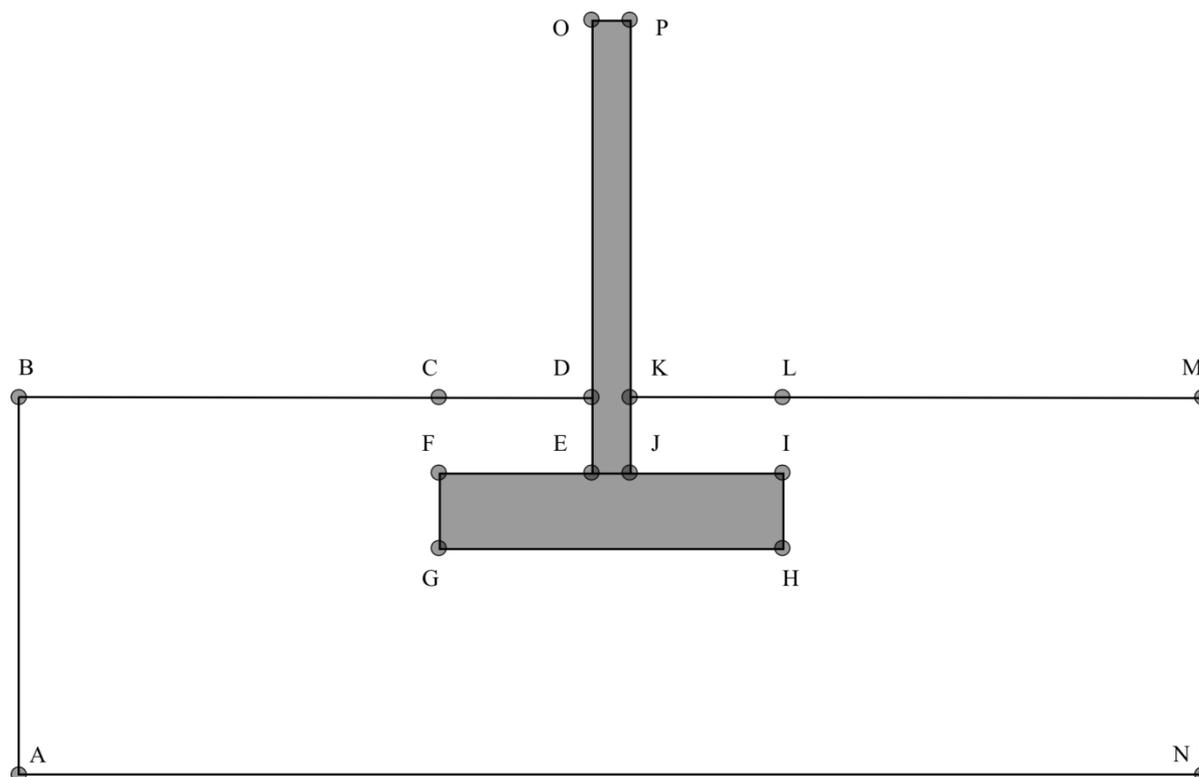
Tabelle 2.1:	Ausgewählte Werte für den Bettungsmodul $k_s$ nach Lang et al. (2011) .....	5
Tabelle 2.2:	Eingabeparameter HSS-Modell .....	7
Tabelle 3.1:	Einheitsbettungsmodul $k_R$ nach Kempfert (2009).....	12
Tabelle 4.1:	Geometrie- und Lastangaben – Voruntersuchung.....	14
Tabelle 4.2:	Eingabeparameter Stoffgesetze PLAXIS – Voruntersuchung .....	15
Tabelle 4.3:	Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit $k_{v,ges}$ – Voruntersuchung .....	18
Tabelle 4.4:	Ermittlung der Drehfedersteifigkeit $k_\phi$ – Voruntersuchung .....	18
Tabelle 4.5:	Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit $k_h$ – Voruntersuchung .....	18
Tabelle 4.6:	Vergleich Kopfverschiebungen – Voruntersuchung .....	19
Tabelle 4.7:	Unterschiede der Berechnungsergebnisse durch veränderte Netzfeinheit .....	20
Tabelle 4.8:	Allgemeine Geometrieangaben – Detailuntersuchung.....	21
Tabelle 4.9:	Eingabeparameter Stoffgesetze „Boden“ PLAXIS – Detailuntersuchung.....	22
Tabelle 4.10:	Eingabeparameter Stoffgesetze „Beton“ PLAXIS – Detailuntersuchung.....	23
Tabelle 4.11:	Lastfallangaben – „rotatorische“ Beanspruchung .....	24
Tabelle 4.12:	Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit $k_{v,ges}$ „rotatorische“ Beanspruchung – Bsp. ..	25
Tabelle 4.13:	Ermittlung der Drehfedersteifigkeit $k_\phi$ „rotatorische“ Beanspruchung – Bsp. ....	25
Tabelle 4.14:	Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit $k_h$ „rotatorische“ Beanspruchung – Bsp. ..	26
Tabelle 4.15:	Vergleich Kopfverschiebungen „rotatorische“ Beanspruchung – LF2_R .....	26
Tabelle 4.16:	Lastfallangaben – „translatorische“ Beanspruchung.....	28
Tabelle 4.17:	Vergleich Kopfverschiebungen „translatorische“ Beanspruchung – LF2_T (RZ1: Ersatzsystem „verteilt“; RZ2: Ersatzsystem „Einzelfeder“; vgl. Abbildung 4.12) ....	28
Tabelle 4.18:	Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit $k_{v,ges}$ „translatorische“ Beanspruchung – Bsp.....	29

---

Tabelle 4.19:	Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit $k_h$ „translatorische“ Beanspruchung – Bsp.....	30
Tabelle 4.20:	Lastfallangaben – „kombinierte“ Beanspruchung.....	31
Tabelle 4.21:	Ermittlung der Vertikalfedersteifigkeit $k_{v,ges}$ „kombinierte“ Beanspruchung – Bsp. ..	32
Tabelle 4.22:	Ermittlung der Drehfedersteifigkeit $k_\varphi$ „kombinierte“ Beanspruchung – Bsp. ....	33
Tabelle 4.23:	Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit $k_h$ „kombinierte“ Beanspruchung – Bsp. ..	33
Tabelle 4.24:	Vergleich Kopfverschiebungen „kombinierte“ Beanspruchung – LF6_K.....	33
Tabelle 4.25:	Zusätzliche Lastfallangaben.....	34
Tabelle 4.26:	Funktionen der Näherungskurvenverläufe ( $k_v$ ) .....	35
Tabelle 4.27:	Funktionen der Näherungskurvenverläufe ( $k_\varphi$ ).....	36
Tabelle 4.28:	Funktionen der Näherungskurvenverläufe ( $k_h$ ) .....	37
Tabelle 4.29:	Ausgewertete Federsteifigkeiten .....	38
Tabelle 4.30:	Vergleich der Federsteifigkeiten nach Auswertemethode .....	43
Tabelle 4.31:	Vergleich Kopfverschiebungen „kombinierte“ Beanspruchung – LF6_K.....	43
Tabelle 4.32:	Vergleich der Federsteifigkeiten .....	44
Tabelle 5.1:	Eingabeparameter Stoffgesetze PLAXIS 3D – Voruntersuchung Einzelpfahl .....	47
Tabelle 5.2:	Ermittlung der Horizontalfedersteifigkeit $k_h$ – Voruntersuchung Einzelpfahl.....	49
Tabelle 5.3:	Vergleich Pfahlkopfverschiebungen – Voruntersuchung (1000 kN).....	49
Tabelle 5.4:	Lastfallangaben – Detailuntersuchung Pfahlgründungen .....	52
Tabelle 5.5:	Eingabeparameter Stoffgesetze „Beton“ PLAXIS – Detailuntersuchung.....	52
Tabelle 5.6:	Eingabeparameter Stoffgesetze „Boden“ PLAXIS 3D – Detailuntersuchung.....	53
Tabelle 5.7:	Bettungssteifigkeitsverteilung über die Tiefe – Einzelpfahl .....	71
Tabelle 5.8:	Vergleich der Kopfverschiebungen.....	71
Tabelle 5.9:	Vergleich der Momentenmaxima.....	73

**A. Anhang:  
Flachgründungen – Geometrieangaben (PLAXIS)**

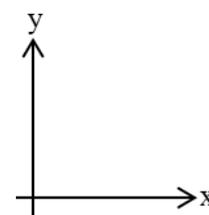
## Eingabewerte Geometrie – PLAXIS 2D AE



Systemskizze mit Punktbezeichnungen (nicht maßstabsgetreu)

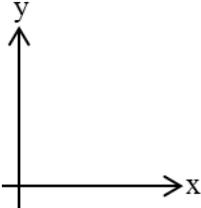
Geometrie für **4,50m** Fundamentbreite

	$h_e = 1\text{m}$		$h_e = 2\text{m}$	
	x [m]	y [m]	x [m]	y [m]
A	0,00	0,00	0,00	0,00
B	0,00	15,00	0,00	15,00
C	20,00	15,00	20,00	15,00
D	22,00	15,00	22,00	15,00
E	22,00	14,00	22,00	13,00
F	20,00	14,00	20,00	13,00
G	20,00	13,00	20,00	12,00
H	24,50	13,00	24,50	12,00
I	24,50	14,00	24,50	13,00
J	22,50	14,00	22,50	13,00
K	22,50	15,00	22,50	15,00
L	24,50	15,00	24,50	15,00
M	44,50	15,00	44,50	15,00
N	44,50	0,00	44,50	0,00
O	22,00	20,00	22,00	20,00
P	22,50	20,00	22,50	20,00

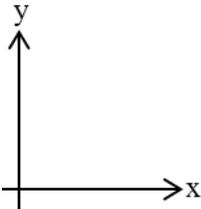


Geometrie für **4,00m** Fundamentbreite

	$h_e = 1\text{m}$		$h_e = 2\text{m}$	
	x [m]	y [m]	x [m]	y [m]
A	0,00	0,00	0,00	0,00
B	0,00	15,00	0,00	15,00
C	20,25	15,00	20,25	15,00
D	22,00	15,00	22,00	15,00
E	22,00	14,00	22,00	13,00
F	20,25	14,00	20,25	13,00
G	20,25	13,00	20,25	12,00
H	24,25	13,00	24,25	12,00
I	24,25	14,00	24,25	13,00
J	22,50	14,00	22,50	13,00
K	22,50	15,00	22,50	15,00
L	24,25	15,00	24,25	15,00
M	44,50	15,00	44,50	15,00
N	44,50	0,00	44,50	0,00
O	22,00	20,00	22,00	20,00
P	22,50	20,00	22,50	20,00


Geometrie für **3,50m** Fundamentbreite

	$h_e = 1\text{m}$		$h_e = 2\text{m}$	
	x [m]	y [m]	x [m]	y [m]
A	0,00	0,00	0,00	0,00
B	0,00	15,00	0,00	15,00
C	20,50	15,00	20,50	15,00
D	22,00	15,00	22,00	15,00
E	22,00	14,00	22,00	13,00
F	20,50	14,00	20,50	13,00
G	20,50	13,00	20,50	12,00
H	24,00	13,00	24,00	12,00
I	24,00	14,00	24,00	13,00
J	22,50	14,00	22,50	13,00
K	22,50	15,00	22,50	15,00
L	24,00	15,00	24,00	15,00
M	44,50	15,00	44,50	15,00
N	44,50	0,00	44,50	0,00
O	22,00	20,00	22,00	20,00
P	22,50	20,00	22,50	20,00



**B. Anhang:  
Flachgründungen – Einfluss der Netzfeinheit**

## Untersuchung des Netzeinflusses

(Vergleich der Sohlspannungs- und Setzungsergebnisse in der Gründungssohle)

Vergleiche durchgeführt für LF2 bei  $l = 4,50\text{m}$ ;  $h_e = 2,00\text{m}$ ; locker gelagerter Sand  
Bei Setzungen Vergleich der Maxima und Minima, bei Spannungen Vergleich einer äquivalenten Kraft.

Vergleichswerte werden GRAU hinterlegt

Vergleiche:

	$F_{\text{äqu}} [\text{kN}]$	$\Delta [\%]$	$u_{\text{max}} [\text{m}]$	$\Delta [\%]$	$u_{\text{min}} [\text{m}]$	$\Delta [\%]$
( 1 )	-117,24	100,00	-0,0359	100,00	-0,0072	100,00
( 2 )	-117,47	100,20	-0,0355	98,90	-0,0073	101,86
( 3 )	-116,62	99,47	-0,0349	97,31	-0,0075	104,29
( 4 )	-116,62	99,47	-0,0349	97,31	-0,0075	104,29
( 5 )	-120,02	102,37	-0,0343	95,46	-0,0075	104,55

( 1 ) Allgemeines Netz "fein" - Bereichsweise Verfeinerung auf 10% (verwendetes Netz):

Position [m]	$\sigma [\text{kN/m}^2]$		$u_v [\text{m}]$
20,00	-202,33		-0,036
20,20	-203,72	-39,72	-0,035
20,39	-184,53	-37,98	-0,033
20,59	-171,17	-34,80	-0,032
20,78	-160,70	-32,47	-0,031
20,98	-151,84	-30,57	-0,030
21,17	-144,12	-28,95	-0,028
21,37	-137,12	-27,51	-0,027
21,57	-130,68	-26,20	-0,026
21,76	-124,64	-24,98	-0,025
21,96	-118,95	-23,83	-0,024
22,15	-113,52	-22,74	-0,022
22,35	-108,34	-21,70	-0,021
22,54	-103,36	-20,71	-0,020
22,74	-98,58	-19,75	-0,019
22,93	-93,96	-18,84	-0,017
23,13	-89,49	-17,95	-0,016
23,33	-85,10	-17,08	-0,015
23,52	-80,74	-16,22	-0,014
23,72	-76,30	-15,36	-0,012
23,91	-71,62	-14,47	-0,011
24,11	-66,33	-13,50	-0,010
24,30	-59,43	-12,30	-0,008
24,50	-42,29	-9,95	-0,007
		-527,59	
	$F_{\text{äqu}} =$	-117,24	[kN]

( 2 ) Allgemeines Netz "fein" - Bereichsweise Verfeinerung auf 25%:

Position [m]	$\sigma$ [kN/m <sup>2</sup> ]		$u_y$ [m]
20,00	-226,04		-0,036
20,50	-172,12	-99,54	-0,032
21,00	-149,27	-80,35	-0,029
21,50	-131,74	-70,25	-0,026
22,00	-117,16	-62,23	-0,023
22,50	-104,27	-55,36	-0,020
23,00	-92,62	-49,22	-0,017
23,50	-81,70	-43,58	-0,014
24,00	-70,45	-38,04	-0,011
24,50	-49,82	-30,07	-0,007
		-528,63	
	$F_{\text{äqu}} =$	-117,47	[kN]

( 3 ) Allgemeines Netz "fein" - Bereichsweise KEINE Verfeinerung:

Position [m]	$\sigma$ [kN/m <sup>2</sup> ]		$u_y$ [m]
20,00	-212,78		-0,035
20,75	-159,12	-139,47	-0,030
21,50	-129,64	-108,29	-0,026
22,25	-110,20	-89,94	-0,021
23,00	-92,60	-76,05	-0,017
23,75	-77,23	-63,68	-0,012
24,50	-49,10	-47,37	-0,008
		-524,80	
	$F_{\text{äqu}} =$	-116,62	[kN]

( 4 ) Allgemeines Netz "mittel" - Bereichsweise KEINE Verfeinerung:

Position [m]	$\sigma$ [kN/m <sup>2</sup> ]		$u_y$ [m]
20,00	-212,78		-0,035
20,75	-159,12	-139,47	-0,030
21,50	-129,64	-108,29	-0,026
22,25	-110,20	-89,94	-0,021
23,00	-92,60	-76,05	-0,017
23,75	-77,23	-63,68	-0,012
24,50	-49,10	-47,37	-0,008
		-524,80	
	$F_{\text{äqu}} =$	-116,62	[kN]

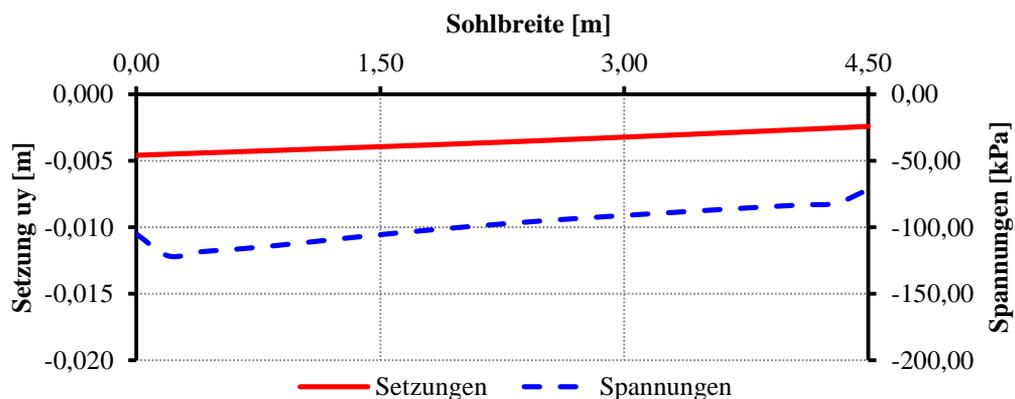
( 5 ) Allgemeines Netz "sehr grob" - Bereichsweise KEINE Verfeinerung:

Position [m]	$\sigma$ [kN/m <sup>2</sup> ]		$u_y$ [m]
20,00	-268,75		-0,034
20,75	-150,91	-157,37	-0,030
21,50	-131,49	-105,90	-0,025
22,25	-109,26	-90,28	-0,021
23,00	-92,03	-75,48	-0,017
23,75	-77,40	-63,54	-0,012
24,50	-49,36	-47,53	-0,008
		-540,10	
	$F_{\text{äqu}} =$	-120,02	[kN]

**C. Anhang:  
Flachgründungen – Auswertungen ausgewählter Beispiele**

## „Rotatorische“ Beanspruchung LF2\_R

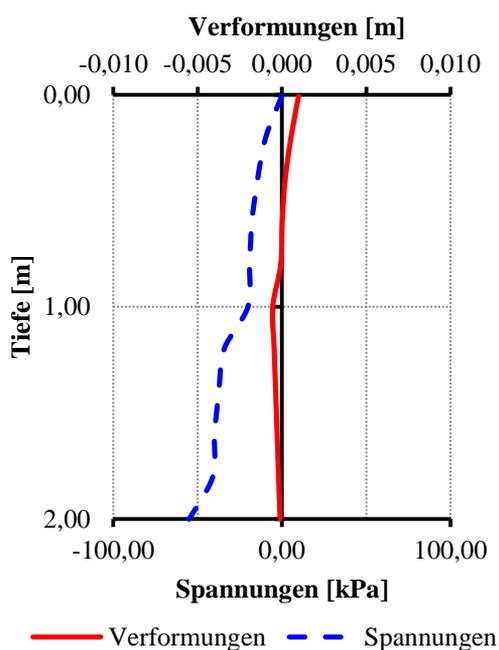
### LF2\_R: Setzungen/ Spannungen - Sohle



Setzungs- und Spannungsverlauf in der Gründungssohle; „rotatorische“ Beanspruchung LF2\_R

he = 1,00 m; l = 4,50 m; dicht gelagerter Sand

### LF2\_R: Verformungen/ Spannungen - Seite

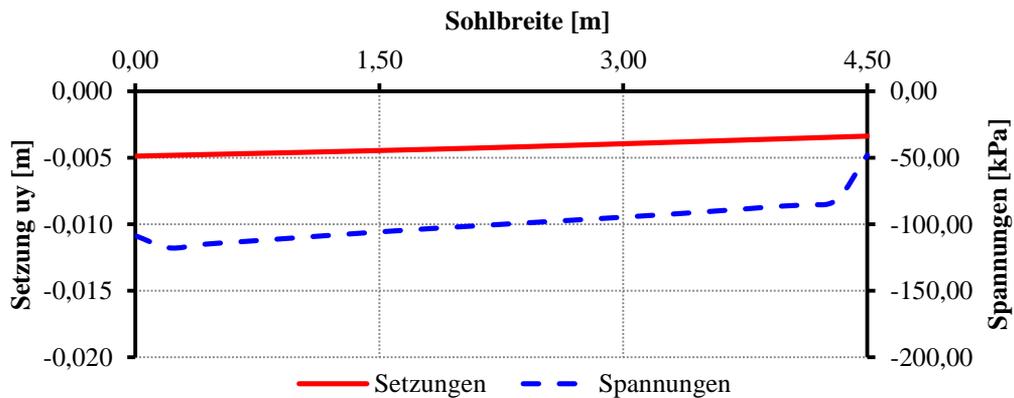


Verformungs- und Spannungsverlauf über die Einbindetiefe; „rotatorische“ Beanspruchung LF2\_R

he = 1,00 m; l = 4,50 m; dicht gelagerter Sand

## „Translatorische“ Beanspruchung LF2\_T

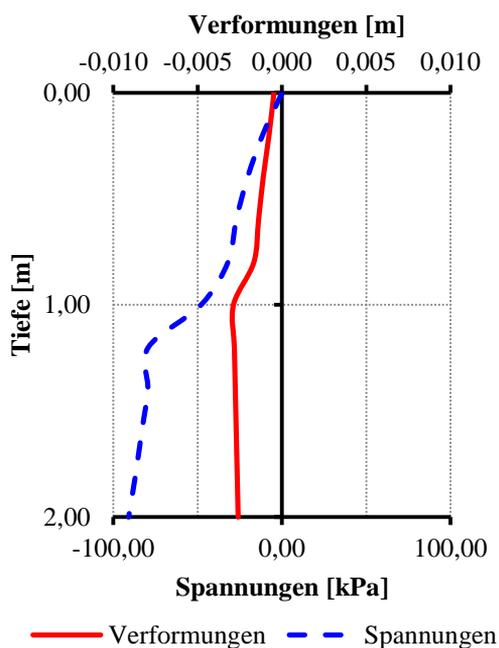
### LF2\_T: Setzungen/ Spannungen - Sohle



Setzungs- und Spannungsverlauf in der Gründungssohle; „translatorische“ Beanspruchung LF2\_T

he = 1,00 m; l = 4,50 m; dicht gelagerter Sand

### LF2\_T: Verformungen/ Spannungen - Seite

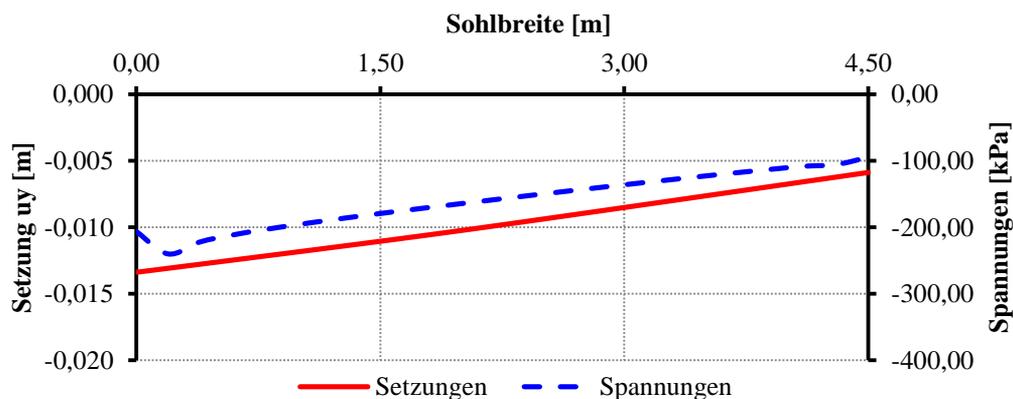


Verformungs- und Spannungsverlauf über die Einbindetiefe; „translatorische“ Beanspruchung LF2\_T

he = 1,00 m; l = 4,50 m; dicht gelagerter Sand

## „Kombinierte“ Beanspruchung LF6\_K

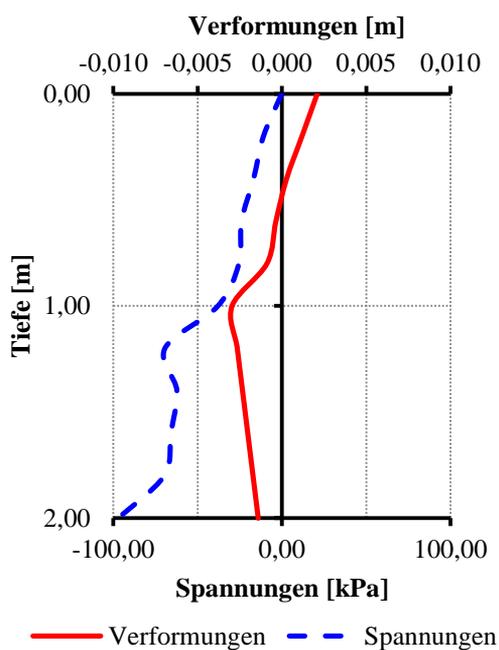
### LF6\_K: Setzungen/ Spannungen - Sohle



Setzungs- und Spannungsverlauf in der Gründungssohle; „translatorische“ Beanspruchung LF6\_K

he = 1,00 m; l = 4,50 m; dicht gelagerter Sand

### LF6\_K: Verformungen/ Spannungen - Seite



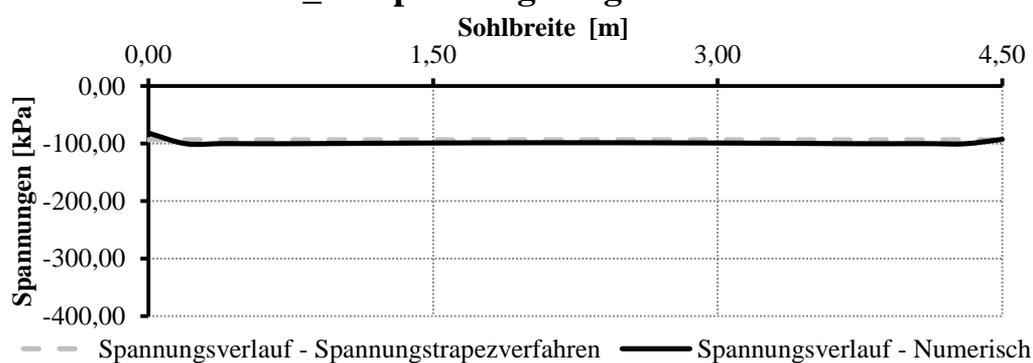
Verformungs- und Spannungsverlauf über die Einbindetiefe; „translatorische“ Beanspruchung LF6\_K

he = 1,00 m; l = 4,50 m; dicht gelagerter Sand

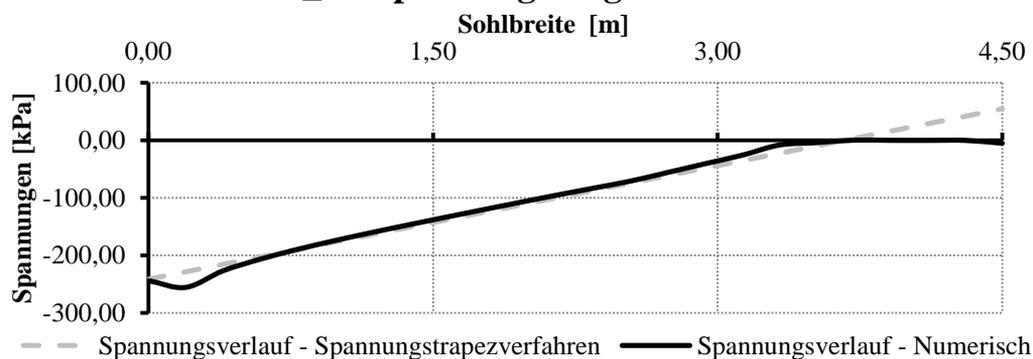
**D. Anhang:  
Flachgründungen – Vergleich IBB/ Numerisch**

**LF1\_K**

N =	420,00 kN	M =	0,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>
x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	u <sub>M</sub> ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung	
0,00	-93,33	u <sub>M</sub> =	0,004 m
4,50	-93,33	$\sigma_M$ =	93,33 kN/m
	<b>IBB</b>	<b>NU</b>	
k <sub>v</sub> =	119164	126113	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>h</sub> =	59582	$\infty$	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>φ</sub> =	904901	$\infty$	kNm/rad je m'
			k <sub>vIBB</sub> = ( $\sigma_M/u_M$ )*1

**LF1\_K: Spannungsvergleich -Sohle****LF2\_K**

N =	420,00 kN	M =	500,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>
x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	u <sub>M</sub> ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung	
0,00	-241,48	u <sub>M</sub> =	0,005 m
4,50	54,81	$\sigma_M$ =	93,33 kN/m
	<b>IBB</b>	<b>NU</b>	
k <sub>v</sub> =	87753	63633	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>h</sub> =	43877	41402	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>φ</sub> =	666377	166619	kNm/rad je m'
			k <sub>vIBB</sub> = ( $\sigma_M/u_M$ )*1

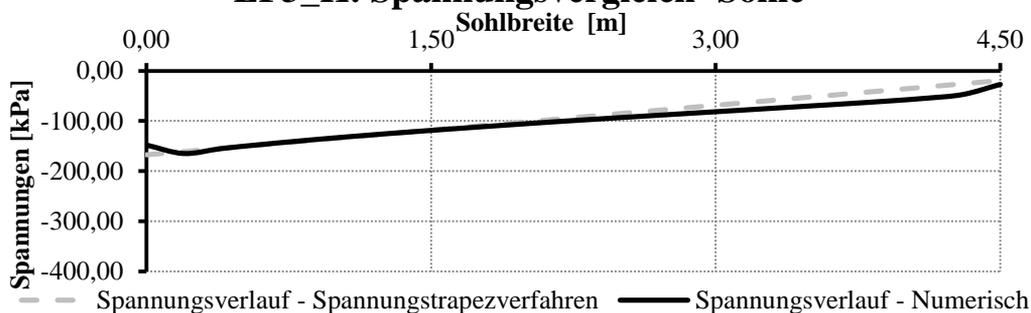
**LF2\_K: Spannungsvergleich -Sohle**

**LF3\_K**

N =	420,00 kN	M =	250,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>

x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$u_M$ ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung
0,00	-167,41	$u_M =$ 0,004 m
4,50	-19,26	$\sigma_M =$ 93,33 kN/m

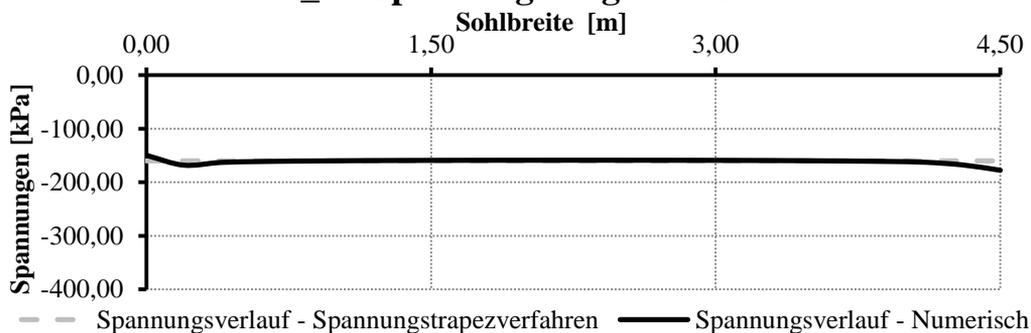
	IBB	NU		
$k_v =$	106595	120036	kN/m <sup>2</sup>	$k_{vIBB} = (\sigma_M/u_M)*I$
$k_h =$	53297	74872	kN/m <sup>2</sup>	
$k_\varphi =$	809455	202923	kNm/rad je m'	

**LF3\_K: Spannungsvergleich -Sohle****LF4\_K**

N =	720,00 kN	M =	0,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>

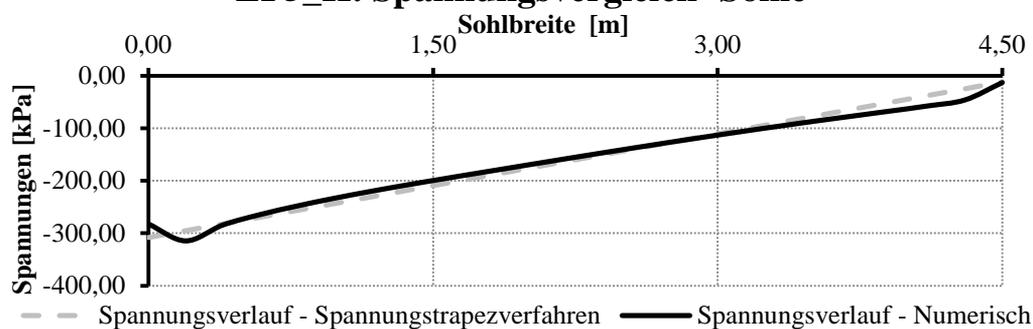
x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$u_M$ ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung
0,00	-160,00	$u_M =$ 0,010 m
4,50	-160,00	$\sigma_M =$ 160,00 kN/m

	IBB	NU		
$k_v =$	75055	75384	kN/m <sup>2</sup>	$k_{vIBB} = (\sigma_M/u_M)*I$
$k_h =$	37528	$\infty$	kN/m <sup>2</sup>	
$k_\varphi =$	569953	$\infty$	kNm/rad je m'	

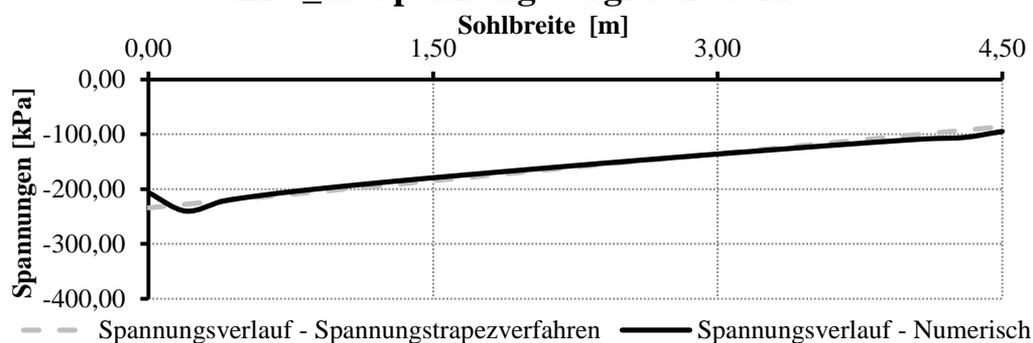
**LF4\_K: Spannungsvergleich -Sohle**

**LF5\_K**

N =	720,00 kN	M =	500,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>
x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	u <sub>M</sub> ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung	
0,00	-308,15	u <sub>M</sub> =	0,010 m
4,50	-11,85	$\sigma_M$ =	160,00 kN/m
	<b>IBB</b>	<b>NU</b>	
k <sub>v</sub> =	68994	66396	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>h</sub> =	34497	44722	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>φ</sub> =	523923	152626	kNm/rad je m'
			k <sub>vIBB</sub> = ( $\sigma_M/u_M$ )*1

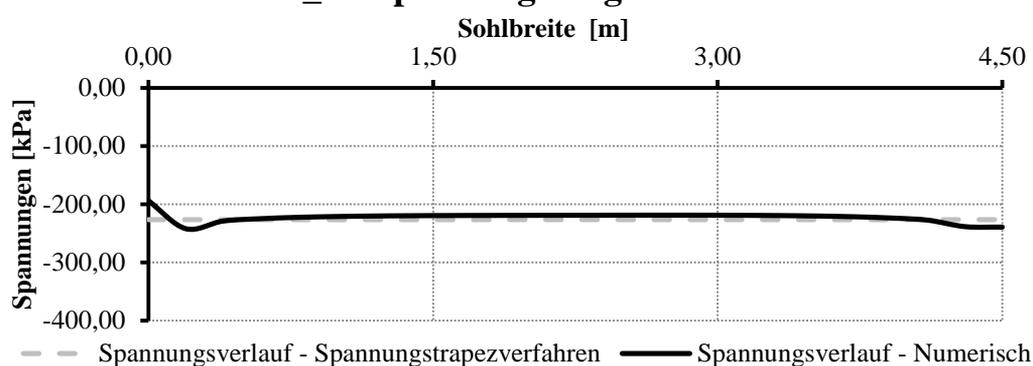
**LF5\_K: Spannungsvergleich -Sohle****LF6\_K**

N =	720,00 kN	M =	250,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>
x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	u <sub>M</sub> ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung	
0,00	-234,07	u <sub>M</sub> =	0,010 m
4,50	-85,93	$\sigma_M$ =	160,00 kN/m
	<b>IBB</b>	<b>NU</b>	
k <sub>v</sub> =	73961	73715	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>h</sub> =	36981	67879	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>φ</sub> =	561644	149932	kNm/rad je m'
			k <sub>vIBB</sub> = ( $\sigma_M/u_M$ )*1

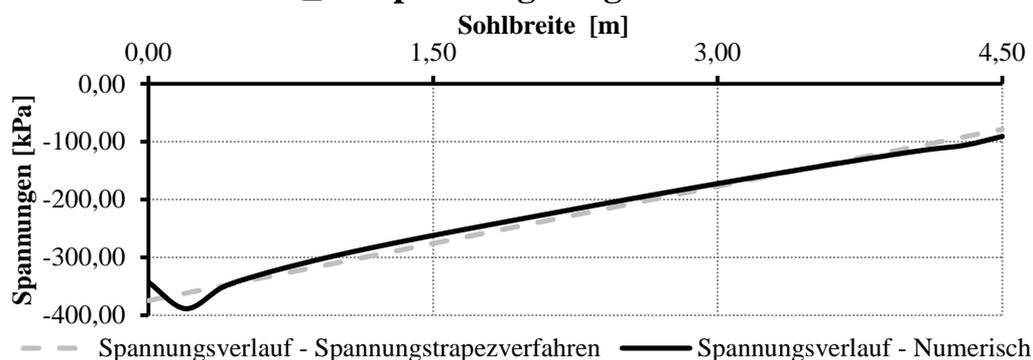
**LF6\_K: Spannungsvergleich -Sohle**

**LF7\_K**

N =	1020,00 kN	M =	0,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>
x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	u <sub>M</sub> ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung	
0,00	-226,67	u <sub>M</sub> =	0,017 m
4,50	-226,67	$\sigma_M$ =	226,67 kN/m
	<b>IBB</b>	<b>NU</b>	
k <sub>v</sub> =	61494	60398	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>h</sub> =	30747	$\infty$	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>φ</sub> =	466970	$\infty$	kNm/rad je m'
			k <sub>vIBB</sub> = ( $\sigma_M/u_M$ )*l

**LF7\_K: Spannungsvergleich -Sohle****LF8\_K**

N =	1020,00 kN	M =	500,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>
x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	u <sub>M</sub> ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung	
0,00	-374,81	u <sub>M</sub> =	0,017 m
4,50	-78,52	$\sigma_M$ =	226,67 kN/m
	<b>IBB</b>	<b>NU</b>	
k <sub>v</sub> =	59438	56946	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>h</sub> =	29719	48155	kN/m <sup>2</sup>
k <sub>φ</sub> =	451354	134906	kNm/rad je m'
			k <sub>vIBB</sub> = ( $\sigma_M/u_M$ )*l

**LF8\_K: Spannungsvergleich -Sohle**

**LF9\_K**

N =	1020,00 kN	M =	250,00 kNm
A =	4,50 m <sup>2</sup>	W =	3,38 m <sup>3</sup>
		I =	7,59 m <sup>4</sup>

x [m]	$\sigma_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$u_M$ ... mittlere Setzung aus numerischer Berechnung
0,00	-300,74	$u_M =$ 0,017 m
4,50	-152,59	$\sigma_M =$ 226,67 kN/m

	<b>IBB</b>	<b>NU</b>		
$k_v =$	60942	59579	kN/m <sup>2</sup>	$k_{vIBB} = (\sigma_M/u_M)*I$
$k_h =$	30471	51918	kN/m <sup>2</sup>	
$k_\varphi =$	462780	134303	kNm/rad je m'	

**LF9\_K: Spannungsvergleich -Sohle**