

Masterarbeit

Thema:

Elastoplastisches Tragverhalten von Segmentkrümmern bei Innendruckbelastung

verfasst von:

Alexander ECKER

eingereicht am:

Institut für Stahlbau
Technische Universität Graz

Betreuer:

o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Richard GREINER

mitbetreuender Assistent:

Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas LECHNER

Graz, November 2011

ERKLÄRUNG

Hiermit erkläre ich an Eides Statt, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst habe, andere als die angegebenen Quellen nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche erkenntlich gemacht habe.

Graz, November 2011

Alexander Ecker

DANKSAGUNG

In erster Linie möchte ich Gott danken, der mich mit den Fähigkeiten ausgestattet hat ein solches Studium zu beenden.

Vielen Dank an das Stahlbau Institut, das mir ermöglicht hat diese Arbeit zu schreiben und mir einen Arbeitsplatz auf der Uni zur Verfügung gestellt hat.

Vielen Dank an meinen Betreuer Em.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Richard Greiner, der mir mit viel Übersicht und Ruhe die Dinge erklärt hat.

Vielen Dank an meinen betreuenden Assistenten Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Lechner für die zahlreichen Stunden, die er für diese Arbeit geopfert hat und für die Hilfsbereitschaft. Er hatte immer ein offenes Ohr für mich.

Vielen Dank an meine liebe Frau Anna Joy, die mir während meiner Studienzeit immer zur Seite gestanden ist und mir immer wieder viel Geduld geschenkt hat. Sie ist das Beste, was mir je passiert ist.

Vielen Dank an meine Eltern, die es mir ermöglicht haben zu studieren und vielen Dank für den Rückhalt und das Vertrauen, das sie mir geschenkt haben.

Vielen Dank an meine Studienkollegen Walter, Andreas, Gernot, Oliver und Wilfried, der mir vor allem in der Zeit der Diplomarbeit mit Rat und Tat zur Seite gestanden ist.

Kurzfassung

Im Rohrleitungsbau von Wasserkraftanlagen werden üblicherweise für Richtungsänderungen des Rohrleitungsstranges Segmentkrümmer eingesetzt. In dieser Arbeit wird das Tragverhalten solcher Krümmer im Druckschachtbau näher untersucht, wobei einerseits auf das plastische Grenztragverhalten und andererseits auf den Einfluss der Gebirgsmitwirkung eingegangen wird. Es wird das Tragverhalten des freitragenden und gebetteten Segmentkrümmers untersucht und anschaulich dargestellt.

Im Einzelnen sind diese Untersuchungen:

- Elastische und plastische Untersuchungen am freitragenden Segmentkrümmer (abgedeckeltes System) unter Innendruckbelastung mit Variation von Knickwinkeln und r/t -Verhältnissen;
- Elastisch Untersuchungen am radialsymmetrisch gebetteten Segmentkrümmer unter Innendruckbelastung mit Variation von Reibungskoeffizienten zwischen Stahl und Hinterfüllbeton, Längsbedingungen, r/t - Verhältnissen und Knickwinkeln;

Für den freitragenden Segmentkrümmer wird der Gültigkeitsbereich der bestehenden analytischen Berechnungen für Rohre mit großem Durchmesser untersucht. Ziel der Untersuchungen am Segmentkrümmer ist ebenfalls herauszustellen, in wie fern die Berechnungen am elastisch gebetteten Segmentkrümmer unter Innendruckbelastung mit jenen am freitragenden Rohrsystem übereinstimmen oder ob gegebenenfalls günstigere Spannungserhöhungen zugelassen werden können.

Es werden die Untersuchungen mit elastischem und teils auch plastischem Materialgesetz durchgeführt. Die Berechnungen erfolgen mittels Finite-Element-Berechnung, sowie mit analytischen Berechnungsformeln. Die Ergebnisse der Finite-Element-Berechnung (Spannungen, Verschiebungen und Dehnungen) werden in Form von Diagrammen und Tabellen übersichtlich dargestellt.

Im Anhang werden zusätzlich plastische Untersuchungen am geraden Rohrstück unter Innendruckbelastung mit Längshaltungen an beiden Enden durchgeführt. Untersucht wird der Einfluss von Variationen von Zwangsbeanspruchungen infolge Temperaturänderung oder Längsdehnungen. Ebenso wird der Einfluss auf die Tragfähigkeit von Wandickenabstufungen in Rohrlängsrichtung dargestellt.

Abstract

In practical applications, steel pipes with mitred bends are used to change the direction of a pipe duct for hydroelectric power plants. This thesis deals with the load carrying capacity of pipes with mitred bends in a pressure shaft subjected to internal pressure. It investigates the plastic load carrying capacity of a self-supporting pipe and the composite behaviour of the penstock and the surrounding rock.

To be precise it's about:

- Investigations on self-supporting pipes with mitred bends subjected to internal pressure (pipe is closed at its ends) regarding variations of bending angles and r/t -ratios;
- Investigations on radial-symmetric embedded pipes with mitred bends subjected to internal pressure regarding variations of the friction coefficient between steel and backfill concrete, longitudinal constraints, r/t -ratios and bending angles;

The range of validity of the analytical calculation of a pipe with a mitred bend is under examination. The aim of these investigations is also to compare the results of the self-supporting pipe and the results of the embedded pipe with a mitred bend. Analyses with elastic and plastic material behaviour have been carried out. Finite-Elements analyses and analytical calculations are used to solve these problems. The results of the Finite-Element analyses (stresses, displacements and strains) are clearly presented in diagrams and tabulations.

The annex deals with the plastic load carrying capacity of a straight pipe subjected to internal pressure connected with different variations of axial restraints on the one hand and on the other different gradations of pipe walls in the axial direction.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Technik und Zielsetzung der Arbeit	7
2.1	Problemstellung	7
2.2	Stand der Berechnungsgrundlagen	8
2.3	Zielsetzung der Arbeit	8
2.4	Parameterbereich der Untersuchungen.....	8
3	Grundlegendes Tragverhalten von Segmentkrümmern.....	11
3.1	Allgemeines	11
3.2	Freitragender Segmentkrümmer in geschlossener Bauweise.....	12
3.2.1	Der Deckeldruck wird als Kraft angesetzt	12
3.2.2	Der Deckeldruck wird durch Randbedingungen erzeugt	19
3.3	Gebetteter Segmentkrümmer	20
3.3.1	Gebetteter Segmentkrümmer bei offener Bauweise	20
3.3.2	Gebetteter Segmentkrümmer im Druckschacht	20
3.3.3	Gebetteter Segmentkrümmer im Druckschacht mit Deckeldruckkraft	21
4	Grundlagen der FE- Berechnung	23
4.1	Beschreibung des FE- Modells.....	26
4.1.1	Koordinatensystem.....	26
4.1.2	Randbedingungen	26
4.1.3	Belastung.....	29
4.1.4	Materialgesetz	30
4.1.5	Netzteilung.....	31
5	Elastische Berechnung – freitragender Segmentkrümmer.....	33
5.1	Berechnung D4300_t39_7_5 mit freier Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres	33
5.1.1	Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen	37
5.2	Berechnung D4300_t39_7_5_x mit gesperrter Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres	51
5.2.1	Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen	52
5.3	Parameterstudie.....	58
5.3.1	Darstellung der Ergebnisse	58
5.4	Zusammenfassung.....	60
5.4.1	Innendrucke der Parameterstudie	61
6	Plastische Berechnung - freitragender Segmentkrümmer	63

6.1	Berechnung D4300_t39_7_5 mit freier Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres	63
6.1.1	Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen.....	65
6.2	Berechnung D4300_t39_7_5 mit gesperrter Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres	71
6.2.1	Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen.....	71
6.3	Parameterstudie	76
6.3.1	Darstellung der Ergebnisse	76
6.3.2	Ergebnisse für die Berechnung mit freier Verschiebung in x- Richtung.....	77
6.3.3	Ergebnisse für die Berechnung mit gesperrter Verschiebung in x- Richtung.....	80
6.4	Zusammenfassung.....	83
7	Freitragende Segmentkrümmer mit Dickensprung in Umfangsrichtung	85
7.1	Elastische Berechnung.....	87
7.1.1	Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit freier Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres.....	88
7.1.2	Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit gesperrter Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres.....	92
7.2	Plastische Berechnung.....	96
7.2.1	Analytische Berechnung des LPF	96
7.2.2	Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit freier Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres.....	99
7.2.3	Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit gesperrter Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres.....	104
7.3	Zusammenfassung.....	108
7.4	Weitere Ausführungsmöglichkeiten von Dickensprüngen	108
7.4.1	Dickensprung mit einer Neigung von 15°	108
7.4.2	Dickensprung mit zentrischen Anschluss	113
8	Berechnung des gebetteten Segmentkrümmers unter Innendruckbelastung	121
8.1	Allgemeines	121
8.2	Parameterbereich der Untersuchungen.....	122
8.3	Analytische Lösung	123
8.3.1	Beispiel: Analytische Berechnung des D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m06	124
8.4	Beschreibung des FE- Modells.....	126
8.5	Darstellung der Ergebnisse	127
8.6	Berechnung D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0	127
8.7	Berechnung D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03	137

8.8	Berechnung D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06	144
8.9	Parameterstudie.....	151
8.9.1	Darstellung der Ergebnisse	151
8.9.2	Segmentkrümmer bei offener Bauweise	154
8.9.3	Segmentkrümmer im Druckschacht	157
8.9.4	Segmentkrümmer im Druckschacht mit Deckeldruck	160
8.9.5	Zusatzstudie zum Ausnutzungsgrad der Mises- Vergleichsspannung	163
9	Zusammenfassung der Arbeit	169

ANHANG A	1
1 Plastische Untersuchungen am geraden Rohr	2
1.1 Allgemeines	2
1.2 Gerades Rohr ohne Dickensprung	2
1.2.1 Beschreibung des FE- Modells.....	2
1.2.2 Lastfälle	4
1.2.3 Fall 1 p_i	5
1.2.4 Fall 2 $p_i + \Delta T$	8
1.2.5 Fall (3) $p_i - \Delta T$	10
1.2.6 Fall (4) $p_i + \varepsilon(-f_y)$	12
1.2.7 Fall (5) $p_i + \varepsilon(+f_y)$	15
1.2.8 Zusammenfassung	18
1.3 Gerades Rohr ($l_x = 3000$ mm) mit Dickensprung in Rohrlängsrichtung	19
1.3.1 Beschreibung des FE- Modells.....	19
1.3.2 Lastfälle	20
1.3.3 Fall (1a).....	23
1.3.4 Fall (1b).....	31
1.3.5 Fall (2a).....	36
1.3.6 Fall (2b).....	41
1.3.7 Fall (3a).....	46
1.3.8 Fall (3b).....	51
1.3.9 Zusammenfassung	55
1.4 Gerades Rohr ($l_x = 40000$ mm) mit Dickensprung in Rohrlängsrichtung	56
1.4.1 Beschreibung des FE- Modells.....	56
1.4.2 Lastfälle	57
1.4.3 Fall (a).....	59
1.4.4 Fall (b).....	64
1.4.5 Zusammenfassung	69
ANHANG B	1
Darstellung aller FE-Berechnungen am Segmentkrümmer	1
Ist nur in der erweiterten Version dieser Arbeit verfügbar!.....	1

1 Einleitung

Üblicherweise werden im Druckrohrleitungsbau von Wasserkraftanlagen Segmentkrümmer für die Richtungsänderung eines Rohrleitungsstranges eingesetzt. Als Segmentkrümmer wird im Folgenden ein Bauteil bezeichnet, der sich aus zwei Zylindern mit dem gleichen Radius, die unter einem bestimmten Knickwinkel aufeinandertreffen, zusammensetzt. Es können mehrere Segmentkrümmer hintereinander eingebaut werden, um die Richtungsänderung des Rohrleitungsstranges zu erhöhen. Bei einem solchen zusammengesetzten Segmentkrümmer kann es vorkommen, dass sich die Spannungen der einzelnen Segmentkrümmer beeinflussen und überlagern. Dies geschieht jedoch nur dann, wenn die Länge der einzelnen Segmentkrümmer sehr gering ist und der Segmentkrümmer dickwandig ist. Dies ist aber in den meisten Anwendungen im Druckrohrleitungsbau von Wasserkraftanlagen nicht der Fall, somit werden zusammengesetzte Segmentkrümmer in dieser Arbeit nicht betrachtet.



Abbildung 1: Segmentkrümmer

Diese Arbeit befasst sich also mit Segmentkrümmern, die ihre Anwendung vorwiegend im Druckrohrleitungsbau von Wasserkraftanlagen haben. Es handelt sich dabei um Stahlrohre mit großem Durchmesser, die unter großer Innendruckbelastung stehen. Das bedeutet, dass das Eigengewicht des Stahlrohres und das Eigengewicht des Wassers vernachlässigt werden können. Da es sich um dünnwandige Rohre handelt, kann die Kesselformel für die analytische Berechnung eines geraden Rohrleitungsstücks herangezogen werden und die Biege- und Radialspannung vernachlässigt werden. Dünnwandige Rohrleitungen haben sehr vereinfacht gesagt ein Tragverhalten das der einer dünnen Haut entspricht, die unter Innendruck „aufgeblasen“ wird. Es wird daher auch von der Membranwirkung des Rohres gesprochen.

Es gibt frei verlegte und im Gebirge verlegte Druckrohrleitungen mit Segmentkrümmern. Diese Arbeit beschäftigt sich mit beiden Arten von Druckrohrleitungen. Die im freien verlegten Segmentkrümmer werden als freitragende Segmentkrümmer bezeichnet. Die Segmentkrümmer, die im Gebirge oder in einem Festpunkt des Rohrleitungssystems verlegt sind, werden als gebettete Segmentkrümmer bezeichnet. Sie können einen Teil des Innendrucks an die Bettung abgeben (Stahlpanzerungen von Druckschächten oder einbetonierte Rohre in Festpunkten). Diese Bettung wird dabei als radialsymmetrisch angesetzt.

D. h die Arbeit gliedert sich in zwei große Themen:

- Freitragender Segmentkrümmer unter Innendruckbelastung
- Gebetteter Segmentkrümmer unter Innendruckbelastung

Für die Spannungsberechnung von freitragenden Segmentkrümmern liegt in der Literatur eine Reihe von analytischen Formeln vor, deren Ableitung wegen der sehr komplexen mathematischer Zusammenhänge nicht näher betrachtet ist. Die Auswirkungen dieser Vereinfachungen äußern sich sehr unterschiedlich je nach Größe der Segmentknickwinkel und Radius/Wanddickenverhältnis. Es besteht daher ein genereller Bedarf die 40 bis 50 Jahre alten Herleitungen auf ihre Anwendbarkeit bzw. ihrem Anwendbarkeitsbereich zu untersuchen und eine Erweiterung des elastischen Tragverhaltens auf plastische Ausnutzung vorzunehmen.

Eine wesentliche Aufgabe der Arbeit war es daher ein passendes FE-Modell zu entwickeln, um eine genaue numerische Berechnung der Segmentkrümmen durchführen zu können. Die Berechnung des freitragenden Segmentkrümmers wird zuerst mit einem elastischen und anschließend mit einem plastischen Materialgesetz durchgeführt. Die elastischen Ergebnisse der FE-Berechnung sollen mit den Ergebnissen der analytischen Berechnung mit Hilfe einer Parameterstudie für große Rohre verglichen werden, um so den Gültigkeitsbereich der analytischen Berechnung zu prüfen oder neu festzulegen. Zuerst wird der Unterschied zwischen der Berechnung mit linearer Geometrie und der Berechnung mit nichtlinearer Geometrie (Glättungseffekt) herausgestellt. Alle elastischen FE-Berechnungen der Parameterstudie berücksichtigen den Glättungseffekt des Rohres, d. h. sie erfolgen mit nichtlinearer Geometrie. Die plastische Berechnung soll klären, wie viel Tragreserve das System besitzt. Die Ergebnisse der plastischen Berechnung werden mit einer plastischen Berechnungsformel verglichen, um zu prüfen ob diese anwendbar und zutreffend ist. Der Vergleich dieser plastischen Berechnungen erfolgt ebenfalls anhand einer Parameterstudie. Bei dem freitragenden Segmentkrümmen handelt es sich immer eine geschlossene Bauweise, d.h. es ist ein abgedeckeltes System, das längskraftschlüssig ist.

Die Berechnung des gebetteten Segmentkrümmers erfolgt mit einer elastischen radialsymmetrischen Bettung, die das mittragende Gebirge und/oder den mittragenden Beton simulieren soll. Eine radialsymmetrische Bettung für Segmentkrümmen in Druckrohrleitungen ist eine idealisierende Annahme, die in der Realität aufgrund von der Inhomogenität des Gebirges nicht vorkommen wird. Sie gibt jedoch einen Einblick, wie das Tragverhalten eines gebetteten Segmentkrümmers ist. Der gebettete Segmentkrümmen wird mit unterschiedlichen Längsrandbedingungen berechnet. Diese sind in aller Kürze folgende (werden später erläutert):

- Segmentkrümmen bei offener Bauweise (z.B. bei Festpunkten)
- Segmentkrümmen im Druckschacht
- Segmentkrümmen im Druckschacht mit Deckeldruckkraft (z.B. aus nachgiebiger Bettung)

Es gilt herauszustellen, ob sich die Spannungen des elastisch gebetteten Segmentkrümmers mit unterschiedlichen Längsrandbedingungen analog zum freitragenden Segmentkrümmen verhalten, oder ob Unterschiede vorhanden sind. Es werden hier ebenfalls unterschiedliche Parameter variiert, um so eine möglichst weite Bandbreite an unterschiedlichen Ergebnissen zu haben, die untereinander verglichen werden.

Alle Berechnungen werden mit dem FE-Programm ABAQUS durchgeführt. Um diese FE-Berechnungen zu verifizieren, werden sie mit unterschiedlichen analytischen Berechnungen verglichen. Um die Spannungsverläufe und Verschiebungen im Rohr darstellen zu können, werden entlang verschiedener Schnitte die Umfangsspannungen, Längsspannungen, Mises-Vergleichsspannungen, Verschiebungen und die Dehnungen in Diagrammen dargestellt.

Im ANHANG A ist das grundsätzliche plastische Tragverhalten eines freitragenden geraden Rohrstückes untersucht, das an beiden Enden gehalten ist. Im Einzelnen sind dies:

- Plastische Untersuchungen am geraden Rohrstück unter Innendruckbelastung mit Variation von Zwangsbeanspruchungen; Diese Zwangsbeanspruchungen können aus Temperaturänderungen, oder aufgezwungenen Längsdehnungen herrühren.
- Plastische Untersuchungen am geraden Rohrstück unter Innendruckbelastung mit Wanddickenabstufung; Da der Druck von Rohrleitungen im Wasserkraftwerksbau mit der Höhe zunimmt ist es zweckmäßig die Wanddicken abzustufen, um Material einzusparen. Ob diese Wanddickenabstufungen einen Einfluss auf die Tragfähigkeit des Rohres hat, soll herausgestellt werden.

Allgemeine Abkürzungen

In den Formeln und in den Diagrammen werden für die einfachere Darstellung Abkürzungen verwendet. Diese sind wie folgt definiert:

σ_u	...	Umfangsspannung in der Rohrwand
σ_x	...	Längsspannung in der Rohrwand
σ_v oder σ_{mises}	...	Mises- Vergleichsspannung
α	...	Winkel des Segmentknicks
Φ	...	Winkel zur Beschreibung eines Punktes entlang des Umfanges des Rohres
D_i	...	Innendurchmesser
t	...	Wanddicke des Rohres
$r_{m,c}$ oder r_m	...	mittlere Radius
p_i	...	Innendruck bezogen auf die Referenzfläche
l_x oder l_0	...	Länge in x- Richtung des Rohres

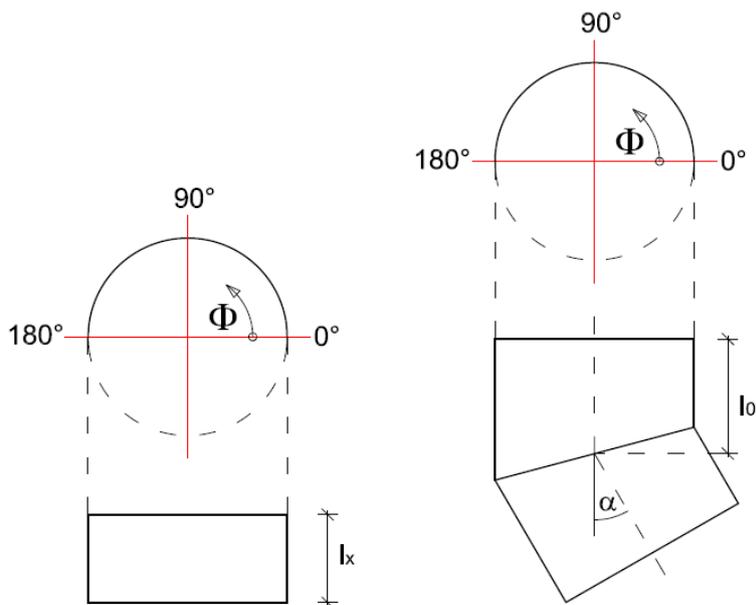


Abbildung 2: Geometrische Abmessungen

ABAQUS Abkürzungen

Dieses FE-Programm hat eigene Abkürzungen für die verschiedenen Spannungen, Verschiebungen, Schnittkräfte und Dehnungen. In den Diagrammen werden diese Abkürzungen beibehalten und sind folgendermaßen definiert:

s11	...	Längsspannung
s22	...	Umfangsspannung
smises	...	Mises- Vergleichsspannung
ssavg1	...	Längsspannung in der Mittelebene
ssavg2	...	Umfangsspannung in der Mittelebene (Membranspannung)
Index _b	...	bottom (Innenseite des Rohres)
Index _t	...	top (Außenseite des Rohres)
Index _m	...	middle (Mittelebene des Rohres)
u1	...	Verschiebung in die globale x- Richtung
u2	...	Verschiebung in die globale y- Richtung
u3	...	Verschiebung in die globale z- Richtung
PEEQ	...	(plastic equivalent strain) Plastische Vergleichsdehnung nach Mises
PE, max. principal	...	Maximale plastische Dehnung in Hauptrichtung
LPF	...	(load proportionality factor) Laststeigerungsfaktor
SM1	...	Moment um die lokale 2er Achse des Elementes; entspricht dem Moment M_x
SM2	...	Moment um die lokale 1er Achse des Elementes; entspricht dem Moment M_φ

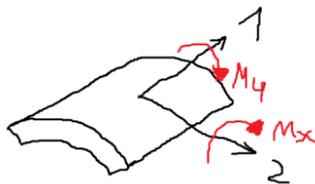


Abbildung 3: Momente am Schalenelement

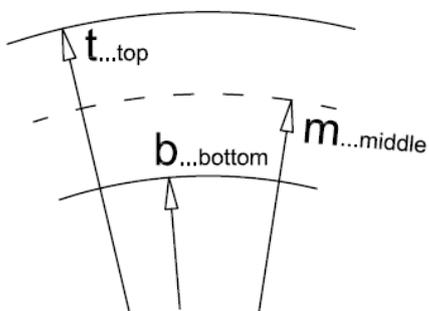


Abbildung 4: Bezeichnungen am Rohrquerschnitt

2 Stand der Technik und Zielsetzung der Arbeit

2.1 Problemstellung

Ein Segmentkrümmer ist in diesem Fall ein Bauteil, wie in der Einleitung erwähnt, der sich aus zwei Zylindern mit gleich großem Durchmesser, die unter einem Winkel α aufeinander treffen, zusammensetzt (Abbildung 5). Die gemeinsame Schnittfläche der beiden Zylinder bildet eine Ellipse. Ein Segmentkrümmer kommt zu Einsatz, wenn der Rohrleitungsstrang eine Richtungsänderung aufweist und ein Rohrbogen, der bessere Durchströmungseigenschaften (weniger Energieverluste) hat, zu unwirtschaftlich oder nicht herstellbar ist. Es können mehrere dieser Bauteile hintereinander zusammengesetzt werden um den Winkel der erwünschten Richtungsänderung des Rohrleitungsstranges zu erhöhen.



Abbildung 5: 3D- Skizze Segmentkrümmer

Untersucht werden in den nachfolgenden Seiten Segmentkrümmer mit relativ kleinen Knickwinkeln (bis zu $\alpha = 30^\circ$, d.h. $\alpha/2 = 15^\circ$). Der Grund dafür ist, dass in der Praxis im Wasserkraftwerksbau kleine Knickwinkel verwendet werden. Daher lehnen sich die untersuchten Parameter sehr stark an die im Wasserkraftwerksbau verwendeten Konstruktionen an (Hochdruck- und Mitteldruckanlagen, Druckbereich: 100 -1000 m Wassersäule).

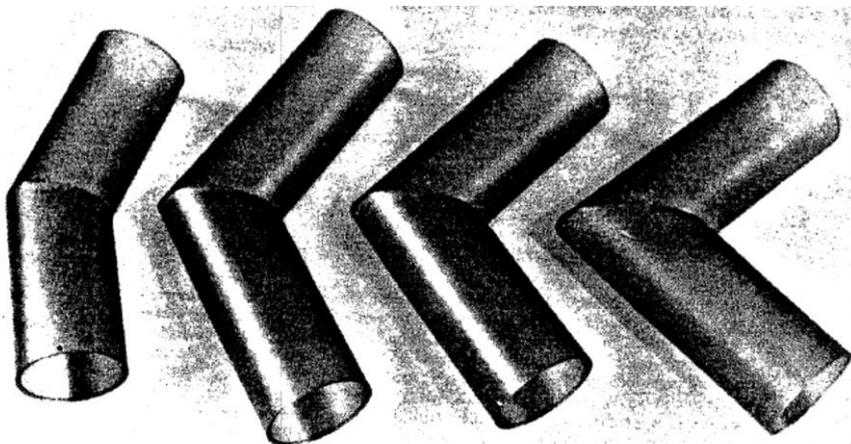


Abbildung 6: verschiedene Knickwinkel von Segmentkrümmern [1]

2.2 Stand der Berechnungsgrundlagen

Segmentkrümmer werden nach der analytischen Lösung von Green/Emmerson [2], die in den 60er Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelt wurde, berechnet. Mit dieser Lösung lassen sich die maximalen Umfangs- und Längsspannungen, die für die Bemessung notwendig sind, bestimmen. Diese Lösung berücksichtigt keine Gebirgsmitwirkung und hat ein geschlossenes Rohrleitungssystem (mit Deckeldruckkraft) als Grundlage.

2.3 Zielsetzung der Arbeit

Ziel der elastischen Berechnung am freitragenden Segmentkrümmer ist zu überprüfen, ob eine Übereinstimmung der FE- Berechnung mit der analytischen Formel von Green und Emmerson [2] (bei verschiedenen Parametern) vorhanden ist, oder ob die Formel modifiziert werden muss. Das Ziel ist ebenfalls die Spannungsverläufe und Verschiebungen der einzelnen Berechnungen darzustellen.

Ziel der plastischen Berechnung am freitragenden Segmentkrümmer ist zu überprüfen, ob eine Übereinstimmung der FE- Berechnung mit der modifizierten Formel nach Green und Emmerson [2] gegeben ist. Die Erklärung dazu ist im Kapitel 6.1 zu finden. Ebenso soll geklärt werden wie sich die Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen im Segmentkrümmer bei einer Plastizierung verhalten und welche Tragreserven er noch besitzt.

Des Weiteren werden gebettete Segmentkrümmer, die die Gebirgsmitwirkung berücksichtigen, untersucht. Es soll geklärt werden, wie das Tragverhalten dieser ist und ob es möglich ist, eine analytische Berechnung, ähnlich wie bei den freitragenden Segmentkrümmern, durchzuführen.

2.4 Parameterbereich der Untersuchungen

Die Parameter, die variiert werden sind in Tabelle 1 dargestellt:

			$\alpha = 7.5^\circ$	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 30^\circ$
$D_i = 4300 \text{ mm}$	$R/t = 55$	x- Verschiebung am Ende des Rohrs	frei	frei	frei
$t = 39 \text{ mm}$			0	0	0
$D_i = 3300 \text{ mm}$	$R/t = 100$		frei	frei	frei
$t = 15 \text{ mm}$			0	0	0
$D_i = 2000 \text{ mm}$	$R/t = 200$		frei	frei	frei
$t = 10 \text{ mm}$			0	0	0

Tabelle 1: variierenden Parameter

Es werden drei verschieden große Rohre mit verschieden großen r/t -Verhältnissen betrachtet. Bei diesen drei r/t -Verhältnissen variiert der Winkel α zwischen 7.5, 15 und 30 Grad. In jedem Fall wird eine Berechnung mit einer freien und einer gesperrten Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohrs durchgeführt. (siehe Kapitel 4.1).

Diese Parameter werden für die elastische und plastische Berechnung des freitragenden Segmentkrümmers variiert.

Für den gebetteten Segmentkrümmer werden die Knickwinkel von 30° nicht mehr untersucht, aber es kommen zusätzliche Parameter wie Reibungskoeffizienten zwischen dem Stahlrohr und der Bettung und unterschiedliche Längsrandbedingungen hinzu.

3 Grundlegendes Tragverhalten von Segmentkrümmern

3.1 Allgemeines

Dieses Kapitel beschreibt das grundlegende Tragverhalten von Segmentkrümmern unter Innendruckbelastung im Rohrleitungsbau. Beschrieben werden verschiedene Fälle der Längsrandbedingungen des freitragenden und gebetteten Segmentkrümmers. Es soll anschaulich gemacht werden, wie die Abtragung der Kräfte funktioniert und wie das System im Gleichgewicht steht. In diesem Kapitel werden die Fälle beschrieben, die später in der Arbeit mit verschiedenen analytischen Lösungen und FE-Berechnungen untersucht werden. Dieses Verständnis ist wichtig, um die Ergebnisse der Berechnungen richtig interpretieren zu können.

Folgende Systeme werden betrachtet:

- Freitragender Segmentkrümmer in geschlossener Bauweise; Der Deckeldruck wird als Kraft angesetzt; Wird später „freie Verschiebung in x-Richtung“ genannt
- Freitragender Segmentkrümmer in geschlossener Bauweise; Der Deckeldruck stellt sich aufgrund der Randbedingungen ein; Wird später als „gesperrte Verschiebung in x-Richtung“ genannt.
- Gebetteter Segmentkrümmer bei offener Bauweise
- Gebetteter Segmentkrümmer im Druckschacht
- Gebetteter Segmentkrümmer im Druckschacht mit Deckeldruckkraft

Unter offener Bauweise (Abbildung 7) versteht man, dass die Abtriebskraft, die durch den Segmentkrümmer entsteht, als äußere Kraft übrig bleibt. Diese muss von einer Verankerung aufgenommen werden, um das System im Gleichgewicht zu halten. Wird diese Kraft nicht aufgenommen, würde das Rohr aus der Stopfbüchse gezogen werden.

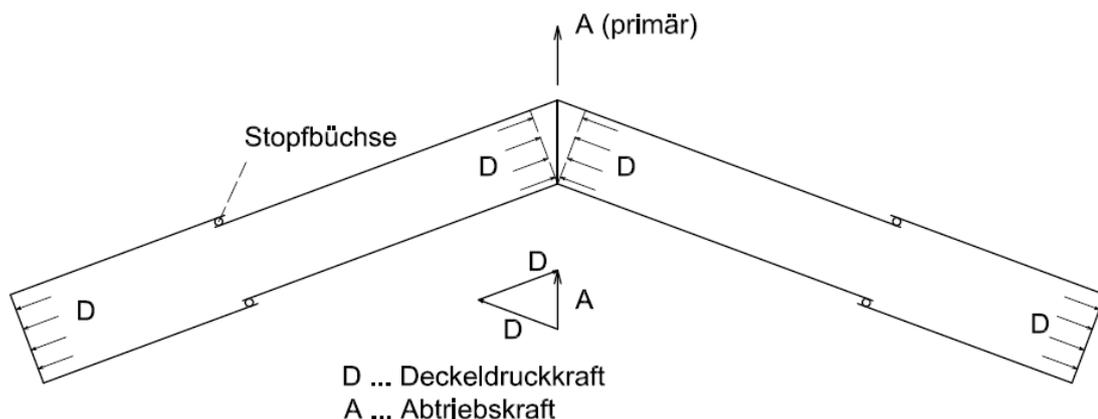


Abbildung 7: offene Bauweise

Unter geschlossener Bauweise (Abbildung 8) versteht man, dass keine Abtriebskraft wirksam ist, da sich die Rohrkomponenten im Gleichgewicht halten, jedoch entsteht eine Biegebeanspruchung im Rohrsystem infolge der Zwängungswirkung. Die Biegung des Systems ist jedoch ein sekundärer Effekt, da sie nicht zur Erfüllung des Gleichgewichts erforderlich ist.

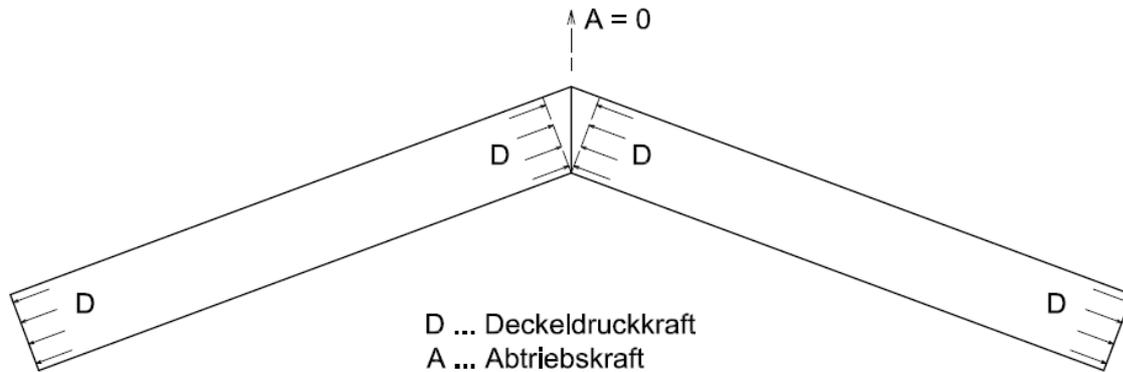


Abbildung 8: geschlossene Bauweise

3.2 Freitragender Segmentkrümmer in geschlossener Bauweise

3.2.1 Der Deckeldruck wird als Kraft angesetzt

Der Segmentkrümmer besitzt an beiden Enden des Rohres eine freie Randbedingung. An diesen freien Enden des Rohres wird die Deckeldruckkraft angesetzt (Abbildung 9). Das System ist in sich im Gleichgewicht, denn die Abtriebskraft steht mit beiden Deckeldruckkräften im Gleichgewicht. Es sind keine zusätzlichen Randbedingungen nötig, um das System im Gleichgewicht zu halten.

A ... Abtriebskraft

D ... Deckeldruckkraft

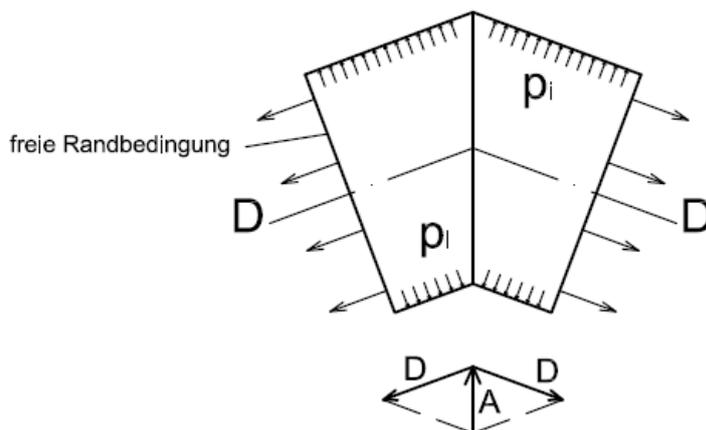


Abbildung 9: System mit angesetzten Deckeldruckkräften

Um die Tragwirkung des Segmentkrümmers darzustellen, kann vereinfacht eine Gleichgewichtsbetrachtung der einzelnen Flächen, an denen der Innendruck angreift und von den Rohrwänden abgetragen wird, gemacht werden. In Abbildung 10 sind die einzelnen Flächen aufgeteilt. Die weißen Flächen stellen die Flächen dar, an denen der Innendruck wie bei einem geraden Rohr abgetragen werden kann und sich konstante Spannungen in der Rohrwand ergeben würden. Die gepunktete Fläche wird auf die äußere Rohrwand aufgeteilt und hat für diese Druckkomponente eine große Rohrwand zur Verfügung. Das bedeutet, dass dort die Umfangsspannungen im Gegensatz zum geraden Rohr kleiner sind. Die schraffierte Fläche muss von der inneren Rohrwand abgetragen werden. Sie hat aber keine direkte Rohrwand zur Verfügung und somit muss diese Komponente durch erhöhte Umfangsspannungen abgetragen werden. Dadurch, dass die Abtriebskräfte der Längskräfte zufolge Deckeldruck lokal durch Biegung der Schalenwand aufgenommen werden muss, ergeben sich zusätzlich zu den erhöhten Umfangsspannungen Biegespannungen.

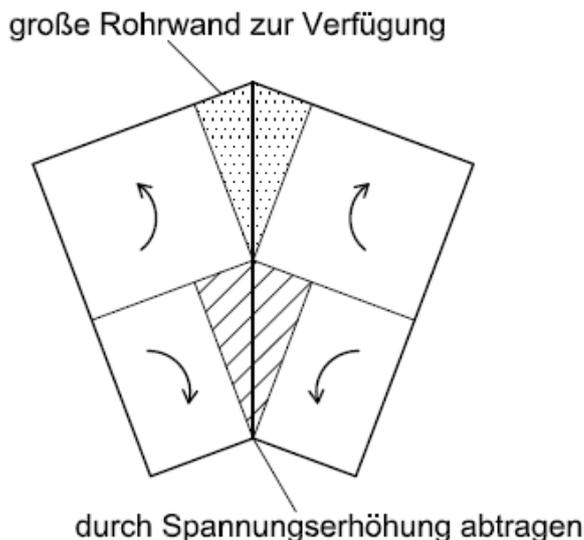


Abbildung 10: Tragverhalten des Segmentkrümmers

Um diese Problematik zu lösen, haben mehrere Autoren in den 60er und 70er Jahren des 20. Jahrhunderts analytische Berechnungen entwickelt, um diese Spannungen zu berechnen. Diese analytischen Lösungen sind ebenfalls in der neueren Literatur zu finden, da zwischenzeitlich keine Neubearbeitungen der Thematik erfolgt sind.

3.2.1.1 Analytische Lösung nach Green und Emmerson

Diese Formeln bestimmen die Spannungen eines Segmentkrümmers an der Verschneidungslinie (Ellipse) der beiden Zylinderschalen.

Die Grundlagen, auf die die Formeln aufgebaut sind, sind wie folgt:

- Das System ist abgedeckelt (Deckeldruck wirkt)
- langes zylindrisches Rohr (genug Abstand zwischen der Schnittebene und dem Ende des Rohres)
- Aufgrund der Symmetrie (Belastung und Geometrie sind symmetrisch) sind die Schubspannungen in der Schnittebene und die Verschiebung normal auf die Schnittebene null
- dreidimensionale linear elastische Theorie

- isotropes Material
- Näherungsverfahren werden bei der Lösung der Differentialgleichungen eingesetzt
- gilt nur für kleine Winkel (α kleiner als 30°), für größere Winkel führt die Formel zu immer konservativeren Ergebnissen. (Grund dafür ist, dass bei der Herleitung $\tan^2\alpha$ und höhere Potenzen von $\tan\alpha$ als null angenommen werden)

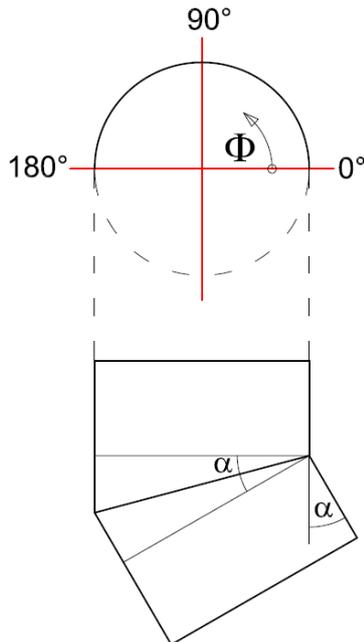


Abbildung 11: Definition den Winkels Φ und α

Umfangsspannungen:

Für die Umfangsspannungen (verlaufen parallel zur Verschneidungslinie) gilt:

$$\sigma_u = \frac{pr}{t} * \left(1 - \frac{c * \sqrt{r/t} * \tan(\alpha/2) \cos\Phi}{2} \mp \frac{3vc * \sqrt{r/t} * \tan(\alpha/2) \cos\Phi}{\sqrt{12 * (1 - \nu^2)}} \right)$$

Für den Ausdruck c gilt:

$$c = \sqrt[4]{3(1 - \nu^2)}$$

Vereinfacht und für $\nu = 0.3$ (Stahl) ergibt sich:

$$\sigma_u = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \cos\Phi \mp 0.3501 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \cos\Phi \right)$$

Die maximalen Spannungen treten bei $\Phi = 0^\circ$ auf. Eingesetzt in die obere Formel ergibt das für die Umfangsspannungen am Querschnitt middle, top und bottom folgendes:

$$\sigma_{u,m} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

$$\sigma_{u,t} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.9928 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

$$\sigma_{u,b} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.2926 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Längsspannungen:

Für die Längsspannungen (verlaufen senkrecht zur Verschneidungslinie) gilt:

$$\sigma_x = \frac{pr}{t} * \left(\frac{1}{2} \mp \frac{3c * \sqrt{r/t} * \tan(\alpha/2) \cos\Phi}{\sqrt{12 * (1 - \nu^2)}} \right)$$

Vereinfacht und für $\nu = 0.3$ (Stahl) ergibt die Formel:

$$\sigma_x = \frac{pr}{t} * \left(\frac{1}{2} \mp 1.1669 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \cos\Phi \right)$$

für $\Phi = 0^\circ$ ergibt sich am Querschnitt middle, top und bottom:

$$\sigma_{x,m} = \frac{pr}{2t}$$

$$\sigma_{x,t} = \frac{pr}{t} * \left(\frac{1}{2} + 1.1669 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

$$\sigma_{x,b} = \frac{pr}{t} * \left(\frac{1}{2} - 1.1669 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

3.2.1.2 Analytische Lösung nach Bond und Kitching [3]

Die Grundlagen auf die, die Formeln aufgebaut sind:

- Das System ist abgedeckelt (Deckeldruck wirkt)
- langes zylindrisches Rohr (genug Abstand zwischen der Schnittebene und dem Ende des Rohres)
- Aufgrund der Symmetrie (Belastung und Geometrie sind symmetrisch) sind die Schubspannungen in der Schnittebene und die Verschiebung normal auf die Schnittebene null
- Schalentheorie
- isotropes Material
- Die Formeln geben keine explizite Lösung für die Spannungen an, sondern aus drei Gleichungen mit 3 Unbekannten Größen müssen die Spannungen ermittelt werden

Da diese Spannungen nicht explizit ausgedrückt werden können, wird darauf verzichtet diese Formeln anzugeben.

3.2.1.3 Vergleich der analytischen Formeln

Rodabaugh [4] hat im Jahr 1975 diese beiden Theorien der verschiedenen Autoren verglichen und in einem Diagramm zusammengefasst:

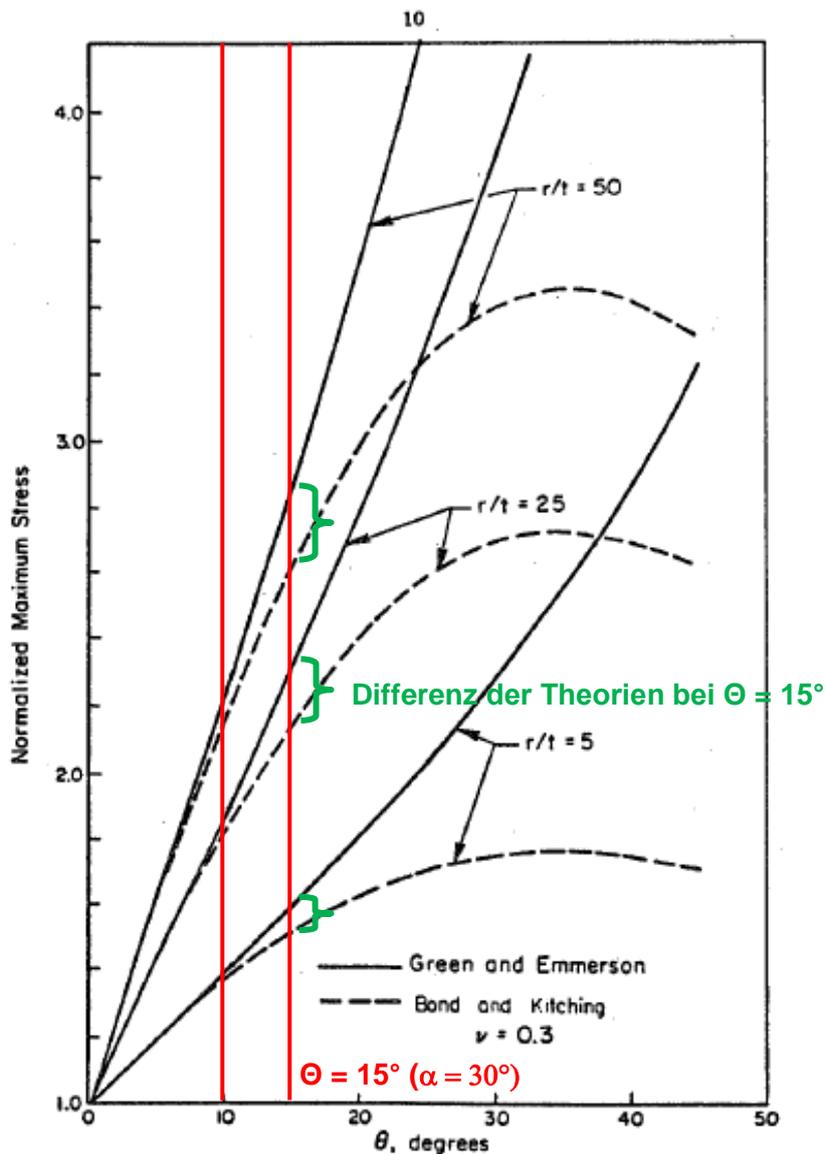


Fig. 2—Theoretical maximum stresses, single mitres with pressure loading

Abbildung 12: Vergleich der Theorien von Green/Emmerson und Bond/Kitching [4]

Der Winkel Θ , der in Abbildung 12 dargestellt ist, entspricht $\alpha/2$ in der in der Abbildung 2. Zu erkennen ist, dass die beiden Theorien bis zu einem Winkel Θ von 15° recht gut übereinstimmen. Experimentelle Untersuchungen [4] haben ergeben, dass die Theorie von Green/Emmerson mit zunehmendem Winkel konservativer wird und die Theorie von Bond/Kitching mit zunehmendem Winkel zu einer Unterschätzung der Spitzenspannungen führt (siehe Abbildung 13). Daher wird hier die weiter analytische Berechnung der Segmentkrümmer nach der Formel von Green/Emmerson durchgeführt.

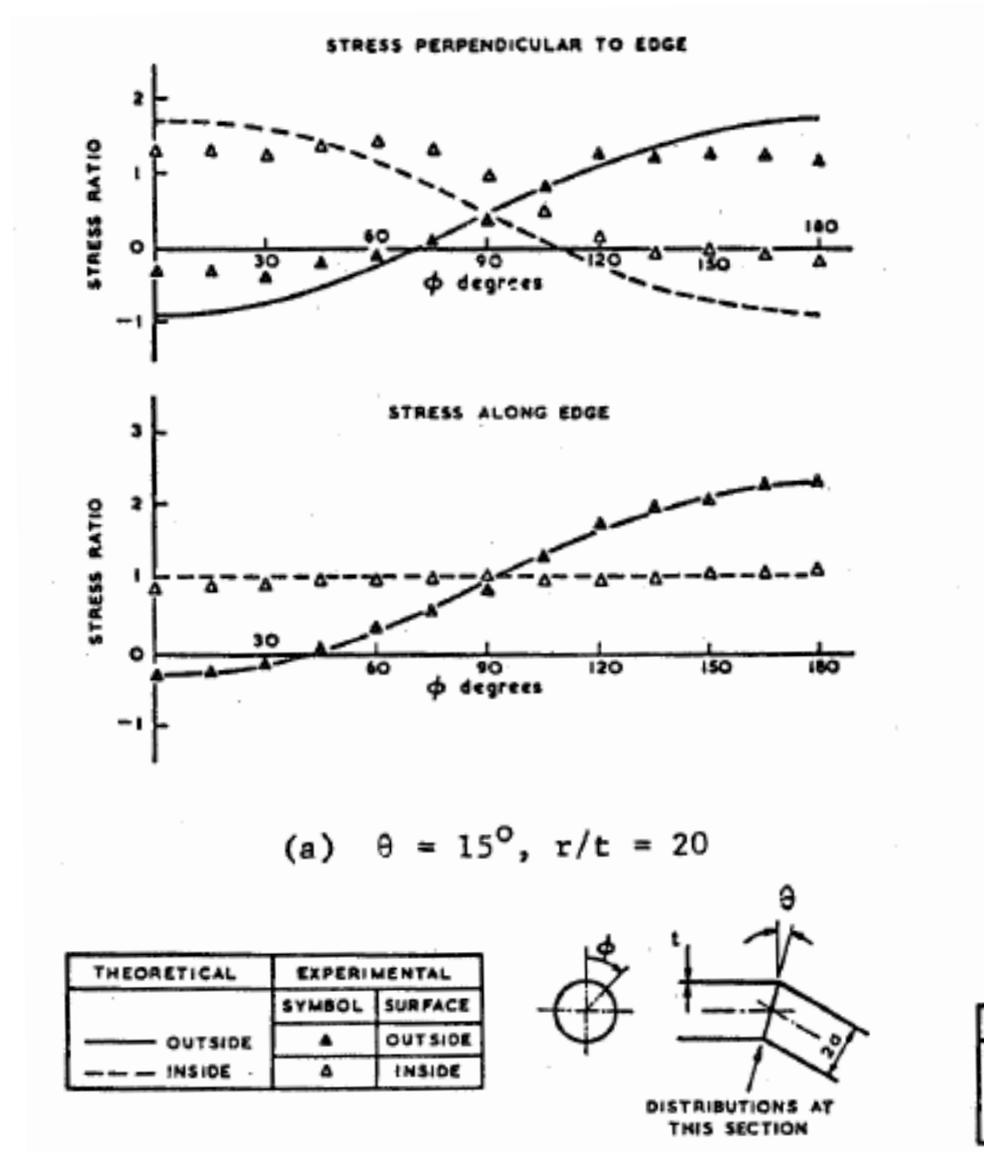


Fig. 5—Stress at juncture, pressure loading, single weld mitres with $\theta = 15^\circ$

Abbildung 14: Vergleich der Theorie nach Bond/Kitching mit Messergebnissen [4] (Knickwinkel $\alpha = 30^\circ$)

3.2.2 Der Deckeldruck wird durch Randbedingungen erzeugt

Der Segmentkrümmer besitzt nun kein freies Ende mehr am Rohr, sondern der Segmentkrümmer ist gehalten. Die Deckeldruckkraft entspricht der Auflagerkraft B , die das System ins Gleichgewicht bringt. Das Auflager am Ende entspricht einer Gleitebene an der das Ende des Rohres gleiten kann, es sich aber nicht von dieser abheben kann. Wenn der Segmentkrümmer bei dieser Randbedingung nach außen wandern will, müssen sich die Rohrwände dehnen.

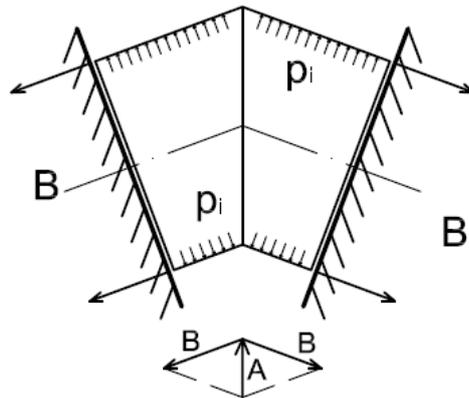


Abbildung 15: System mit Randbedingungen

Das Verformungsverhalten ist zu dem Segmentkrümmer, an dem der Deckeldruck aufgebracht wird, verschieden. Dies zeigt sich auch in den späteren Verformungsbildern der FE-Berechnungen. Die Segmentkrümmen mit dieser Randbedingung zeigen größere Verformungen in Richtung des Abtriebs. Das Tragverhalten ist in Prinzip ganz gleich wie das, bei dem der Deckeldruck als Kraft angesetzt wird.

Ein Segmentkrümmer in offener Bauweise kann nur dann gebaut werden, wenn er gebettet wird, damit das Gleichgewicht am System aufgrund der Abtriebskraft wiederhergestellt ist.

3.3 Gebetteter Segmentkrümmer

3.3.1 Gebetteter Segmentkrümmer bei offener Bauweise

Dieser Segmentkrümmer besitzt am Ende des Rohres freie Randbedingungen. Er ist radialsymmetrisch gebettet. Es werden keine Störzonen in der Bettung berücksichtigt. Der Segmentkrümmer besitzt keine Längskräfte, die die Abtriebskräfte aufnehmen können. Das bedeutet, dass den gesamten Abtrieb die Bettung aufnehmen muss, um das System im Gleichgewicht zu halten.

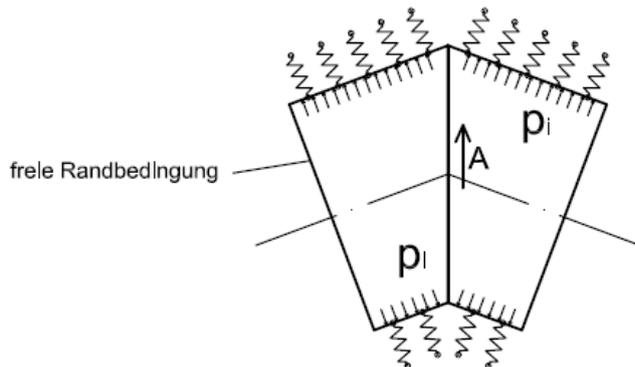


Abbildung 16: Gebetteter Segmentkrümmer bei offener Bauweise

3.3.2 Gebetteter Segmentkrümmer im Druckschacht

Im Druckschacht baut sich als Längskraft die Poisson-Kraft aufgrund des ebenen Formänderungszustandes auf. Daraus folgt, dass $\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u$ ist. Einen Teil des Abtriebes kann nun die Poisson-Kraft aufnehmen. Den anderen Teil des Abtriebes ΔA muss die Bettung übernehmen, um das System im Gleichgewicht zu halten.

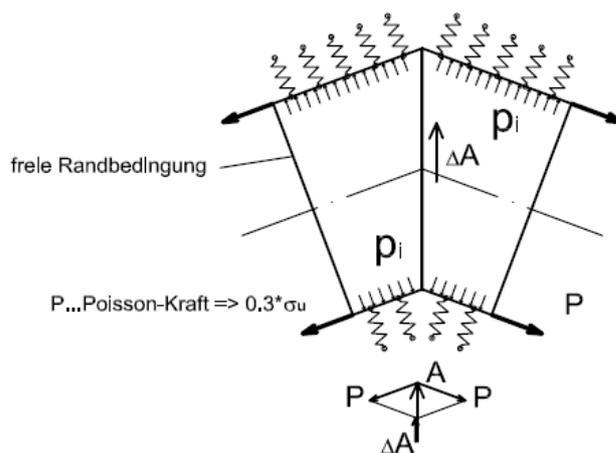


Abbildung 17: Gebetteter Segmentkrümmer im Druckschacht

3.3.3 Gebetteter Segmentkrümmen im Druckschacht mit Deckeldruckkraft

Es kann im Druckschacht vorkommen, dass die Deckeldruckkraft wirkt. Dies ist entweder im vollplastischen Zustand des Stahls, bei dem die Poissonziffer ν von 0.3 zu 0.5 wird, oder wenn eine nachgiebige Bettung vorhanden ist, der Fall. Der vollplastische Zustand wird im Anhang A an einem geraden Rohrteil untersucht. Es zeigt sich dort tatsächlich, dass sich im vollplastischen Zustand Längskräfte aufbauen, die dem Deckeldruck entsprechen. Die Bettung ist nicht zur Erfüllung des Gleichgewichts erforderlich, da sich der Segmentkrümmer durch die Deckeldruckkräfte im Gleichgewicht befindet.

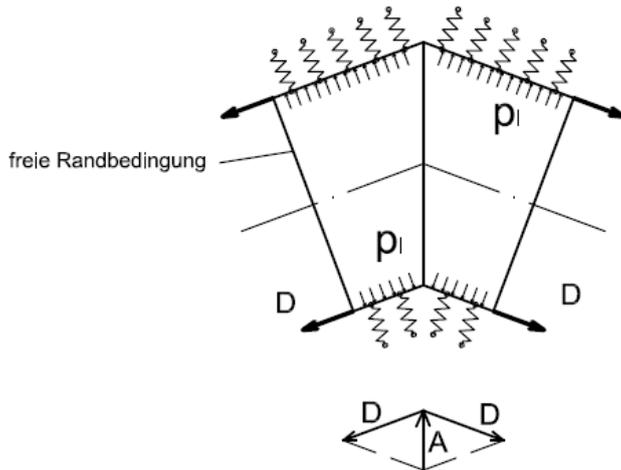


Abbildung 18: Gebetteter Segmentkrümmen im Druckschacht mit Deckeldruck

Wenn im Druckschacht eine nachgiebige Bettung im Bereich der Richtungsänderung des Rohrleitungsstranges vorhanden ist, kann sich die Deckeldruckkraft aufbauen. Die Abbildung 19 soll dies veranschaulichen. Im oberen Bereich ist die Poisson-Kraft wirksam, da sich durch die Reibung zwischen dem Stahlrohr und der Bettung die Deckeldruckkraft abbauen kann. Im Bereich des Segmentkrümmers ist sie aber voll wirksam, weil die Bettung nachgibt und sich auf das Rohr auf den oberen Teil „aufhängen“ kann.

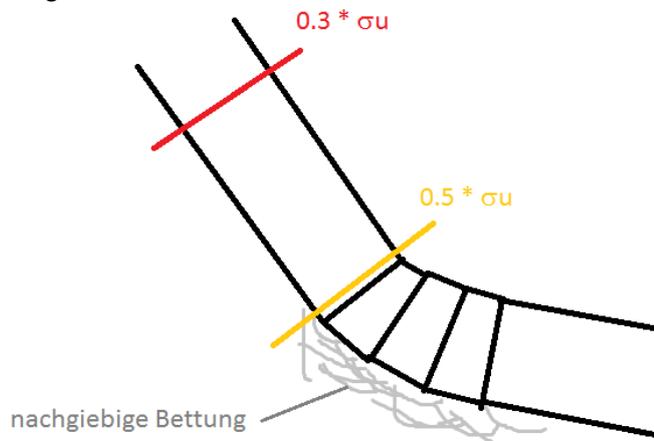


Abbildung 19: Segmentkrümmen bei nachgiebiger Bettung

4 Grundlagen der FE- Berechnung

Alle FE- Berechnungen in dieser Arbeit erfolgen mit dem Programm ABAQUS, Version 6.7 und Version 6.10.

Genauere Grundlagen und Details zum Programm sind in der ABAQUS 6.10 Dokumentation [5] nachzulesen.

Modellierung:

Es gibt in ABAQUS eine Vielzahl an verfügbaren Elementen, die für eine Modellierung zu Verfügung stehen. Da sich diese Berechnung auf Rohre (Rohrschalen) mit relativ ausgeprägter Dünnwandigkeit begrenzt, ist es nützlich Schalenelemente zu verwenden. Schalenelemente werden dann verwendet, wenn eine Dimension, in diesem Fall die Dicke, im Vergleich zu den anderen Dimensionen signifikant kleiner ist. Es werden konventionelle Schalenelemente verwendet, das heißt die Geometrie wird über eine Referenzfläche definiert. Die Dicke wird anschließend bei der Definition des Querschnittes eingegeben. Alle Lasten, wie z. B. der Innendruck, beziehen sich auf diese Referenzfläche.

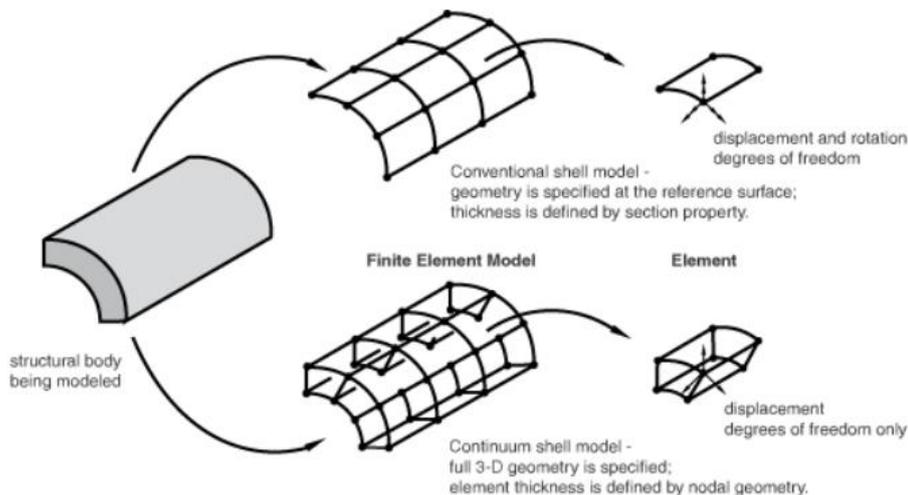


Abbildung 20: Modellierung durch Schalenelemente [5]

Für Schalenelemente gibt es eigene Definitionen, welche die lokalen Koordinaten und Richtungen festlegen.

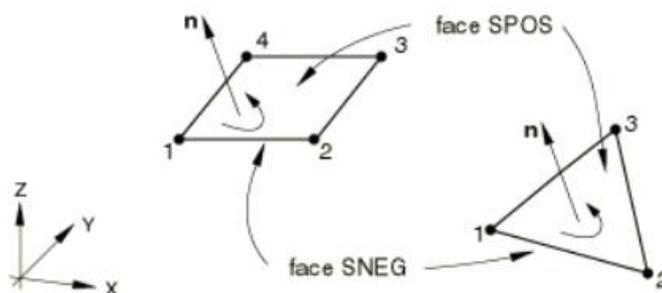


Abbildung 21: positive Normalrichtung des Elementes [5]

Die positive Normalrichtung ist grundlegend, um den Innendruck in die richtige Richtung anzusetzen.

Um ein Element generieren zu können, müssen zuerst Knoten definiert werden. Die Knoten werden im kartesischen Koordinatensystem definiert. In dieser Arbeit werden zuerst die Knoten mit Hilfe von EXCEL- Tabellen am Anfang und am Ende des Rohres definiert und anschließend mit einem Befehl (*NFILL) die restlichen Knoten „aufgefüllt“. Die Nummerierung der Knoten erfolgt so, dass in Umfangsrichtung ein Schritt von „1“ zum nächsten Knoten ist und in der Längsrichtung ein Schritt von „1000“ zum nächsten Knoten in Längsrichtung ist.

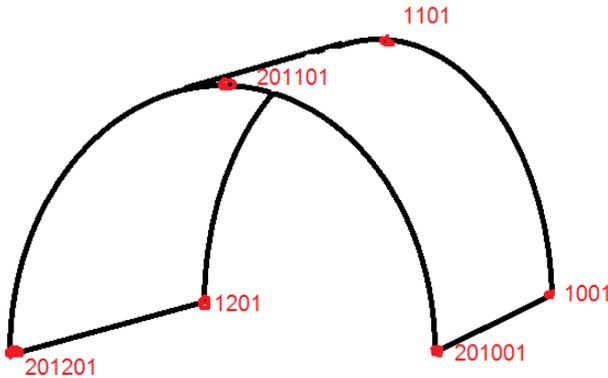


Abbildung 22: Knotenbeschriftung; 200 Knoten in Längsrichtung und 200 Knoten in Umfangsrichtung

Die verwendeten Schalenelemente haben die Bezeichnung S4. S steht für konventionelle Schalenelemente und 4 steht für ein Element mit 4 Knoten und 4 Integrationspunkten. Elemente mit 8 Knoten (parabolischer Ansatz) wurden nicht eingesetzt, um sehr lange Rechenzeiten zu vermeiden.

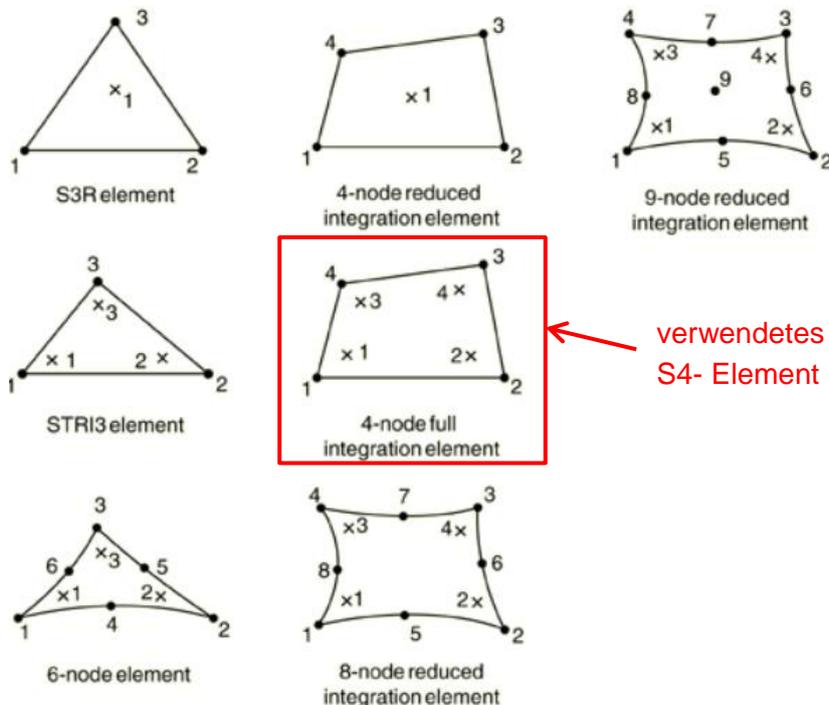


Abbildung 23: Unterschiedlichen Schalenelemente

Bei jeder Berechnung wird Augenmerk darauf gelegt, dass die Netzeinteilung fein genug ist, vor allem an den Stellen, an denen Spannungsspitzen zu erwarten sind.

Berechnungsmethoden:

Die folgenden Bezeichnungen und Festlegungen sind der EN1993-1-6:2007(D) entnommen:

Tabelle 5.2 - Berechnungskonzepte

Berchnungskonzept	Schalentheorie	Werkstoffgesetz	Schalengeometrie
Membrantheorietische Berechnung	Membrangleichgewicht	entfällt	perfekt
Lineare elastische Berechnung (LA)	lineare Biegung und Verzerrung	linear	perfekt
Lineare elastische Verzweigungsberechnung (LBA)	lineare Biegung und Verzerrung	linear	perfekt
Geometrisch nichtlineare elastische Berechnung (GNA)	nichtlinear	linear	perfekt
Materiell nichtlineare Berechnung (MNA)	linear	nichtlinear	perfekt
Geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung (GMNA)	nichtlinear	nichtlinear	perfekt
Geometrisch nichtlineare elastische Berechnung mit Imperkeftionen (GNIA)	nichtlinear	linear	perfekt
Geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung mit Imperketionen (GMNIA)	nichtlinear	nichtlinear	imperfekt

 verwendeten Berechnungskonzepte

Tabelle 2: Berechnungskonzepte [6]

In der Tabelle 2 sind die, in dieser Arbeit verwendeten, Berechnungskonzepte dunkel hinterlegt. Bei der Berechnung des freitragenden Segmentkrümmers wird die lineare elastische Berechnung (LA) mit der geometrisch nichtlinearen Berechnung (GNA) verglichen, um die Unterschiede in den Ergebnissen herauszustellen. Anschließend wird die Parameterstudie mit der geometrisch nichtlinearen Berechnung durchgeführt, um den Glättungseffekt des Rohres mit zu berücksichtigen. Der Glättungseffekt wirkt sich dadurch aus, dass ein unsymmetrisch verformtes Rohr unter konstantem Innendruck das Bestreben hat, wieder in den kreisrunden Zustand zurückzukommen. Dieser Effekt soll bei der elastischen Berechnung des Segmentkrümmers berücksichtigt werden.

Wenn von einer plastischen Berechnung die Rede ist, ist immer die geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung (GMNA) gemeint, d. h. es werden zusätzlich zum Glättungseffekt auch die plastischen Effekte des Materialverhaltens berücksichtigt.

Plastische Berechnung im ABAQUS:

Um auf die Grenztragfähigkeit eines Systems zu kommen, muss die Last so lange gesteigert werden, bis ABAQUS die Rechnung abbricht. Die Last wird in kleinen Schritten (Inkrementen) gesteigert und sobald ABAQUS bei einem Schritt keine Lösung mehr findet, werden die Inkremente noch weiter verkleinert, um so nahe wie möglich an die Grenztragfähigkeit des Systems heranzukommen.

4.1 Beschreibung des FE- Modells

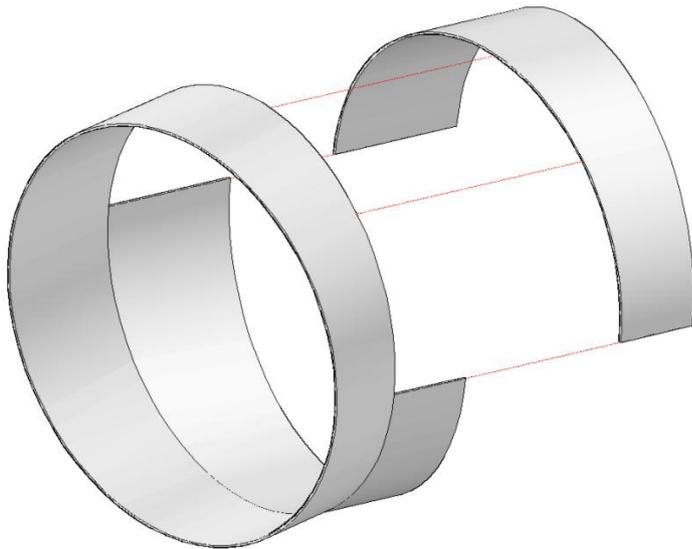


Abbildung 24: Vereinfachung des 3D Modells

Die Berechnung erfolgt mittels des FE-Programms ABAQUS. Die Modellbildung, die eingebenden Randbedingungen, die verwendeten Materialgesetze und Belastungen werden in diesem Kapitel erklärt.

Aufgrund der symmetrischen Geometrie und Belastung kann das Modell mit geeigneten Symmetriebedingungen, wie in Abbildung 24 dargestellt, vereinfacht werden. Der Vorteil ist, dass das Modell nur mehr ein Viertel der ursprünglichen Größe hat und somit das Netz der FE- Berechnung verfeinert werden kann.

4.1.1 Koordinatensystem

Es wird ein kartesisches Koordinatensystem verwendet. Die x- Achse zeigt immer in Rohrlängsrichtung. ABAQUS bezeichnet die Koordinatenachsen nicht mit x, y und z, sondern mit 1, 2 und 3.

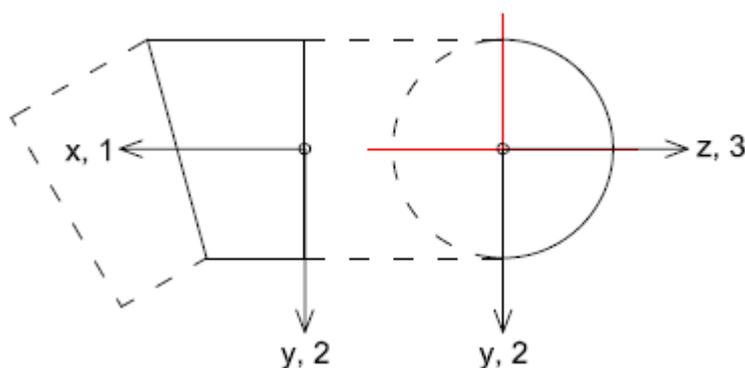


Abbildung 25: Definition des Koordinatensystems

4.1.2 Randbedingungen

Die elastische Berechnung erfolgt mit zwei verschiedenen Randbedingungen, die in Kapitel 3.2 „Freitragender Segmentkrümmer in geschlossener Bauweise“ näher erläutert werden und die bei jeder unterschiedlichen Geometrie in der Parameterstudie gleich bleiben.

Folgende Randbedingungen werden verwendet:

4.1.2.1 Deckeldruckkraft wird am Ende des Rohres als Last angesetzt wird:

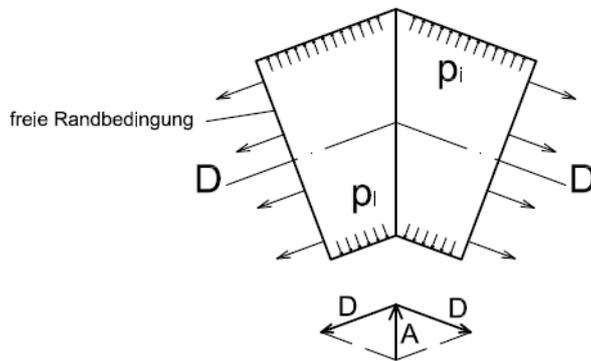


Abbildung 26: System mit angesetzten Deckeldruckkräften

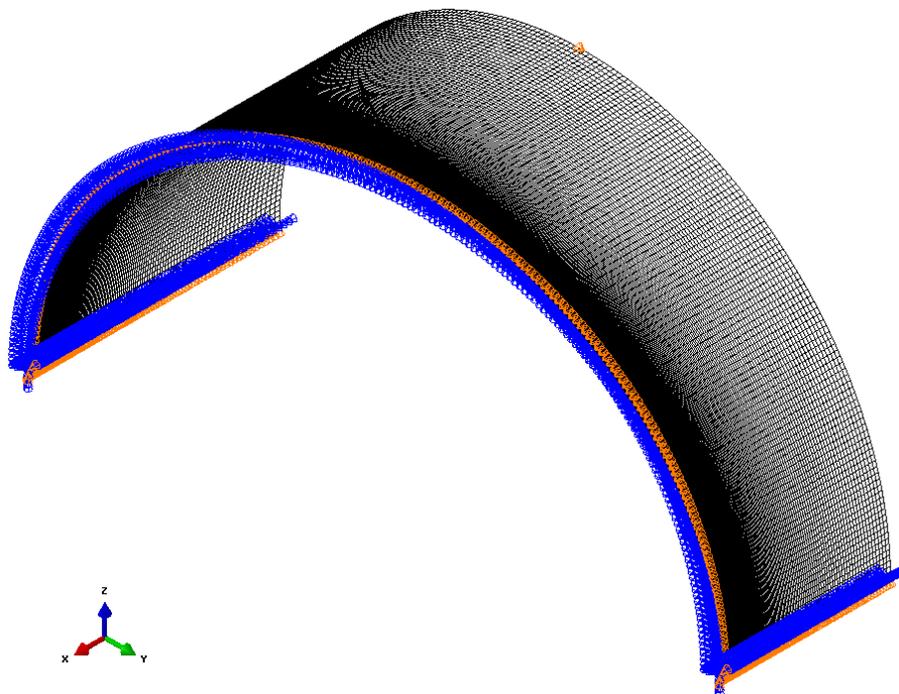


Abbildung 27: Randbedingungen FE- Modell (freie Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohrs)

Die Randbedingungen (Abbildung 27) in der x- y- Ebene bilden eine Symmetrieebene (d. h. die Verschiebung in z- Richtung und die Verdrehungen um die x- und y- Achse sind gesperrt). Die Randbedingungen an der Schnittfläche (Ellipse) bilden ebenfalls eine Symmetrieebene. Diese müssen allerdings in lokalen Koordinaten definiert werden, da diese Symmetrieebene keine Hauptebene ist. Sie ist um den Winkel $\alpha/2$ um die z- Achse verdreht. Um das ganze System unverschieblich zu machen muss der Knoten am Scheitel des Endes des Rohres in y- Richtung gehalten werden.

Diese Randbedingung wird als „freie Verschiebung in x-Richtung“ bezeichnet.

4.1.2.2 Deckeldruckkraft wird mit der Randbedingung erzeugt

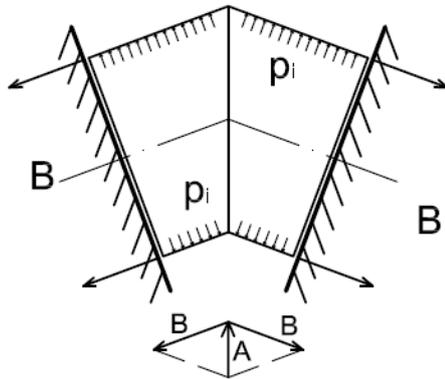


Abbildung 28: System mit Randbedingungen

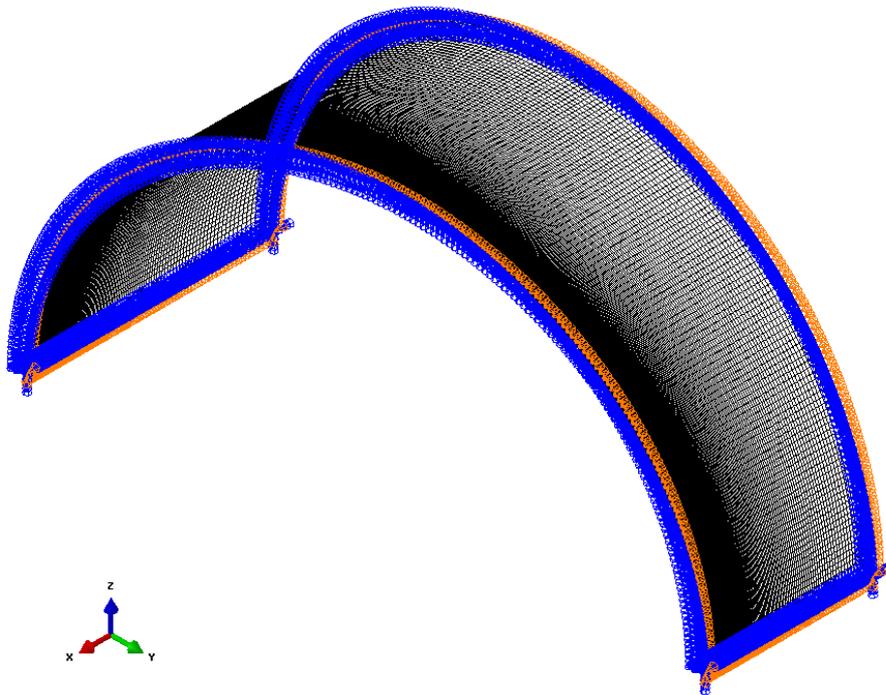


Abbildung 29; Randbedingungen FE- Modell (gesperrte Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohrs)

Die Randbedingungen (Abbildung 29) entsprechen den in der Abbildung 27 dargestellten Randbedingungen, mit dem Unterschied, dass am Ende des Rohres die Verschiebung in x- Richtung und die Verdrehungen um die y- und z- Achse gesperrt sind. Eine Haltung in y- Richtung ist in diesem Fall nicht notwendig.

Diese Randbedingung wird als „gesperrte Verschiebung in x-Richtung“ bezeichnet.

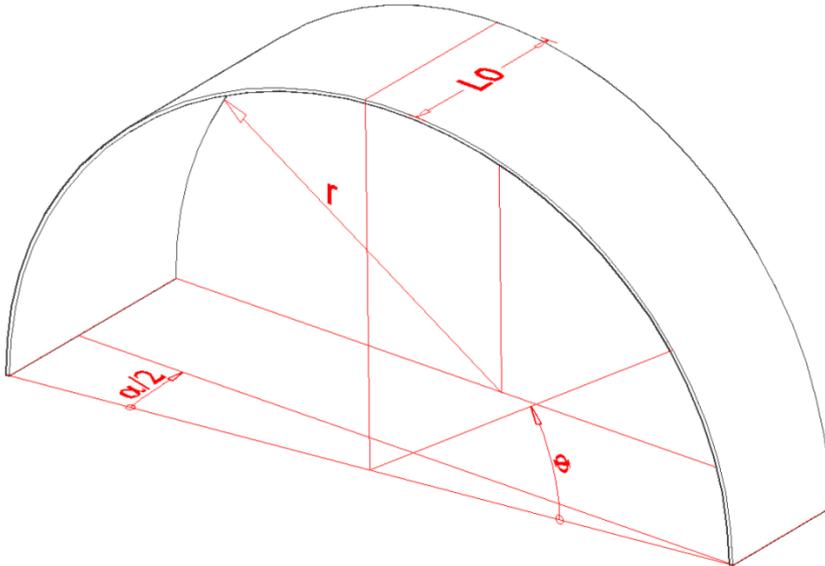


Abbildung 30: Definition der Winkel und geometrischen Abmessungen

Die Spannungen werden entlang der x- Richtung an den Stellen $\Phi = 0^\circ, 90^\circ$ und 180° ausgelesen und ausgewertet. Ebenso werden die Spannungen in der Schnittebene entlang des Umfanges dargestellt. Der Winkel α ist der Knickwinkel des Segmentkrümmers. Da nur der eine Teil des Knickes betrachtet wird, ist in diesem Fall $\alpha/2$ aufgetragen. Der Radius bezieht sich immer auf die Mittelfläche der Rohrwand.

4.1.3 Belastung

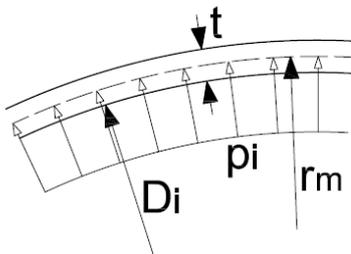


Abbildung 31: Angriffsebene des Innendruckes

Als Belastung wird ein Innendruck aufgebracht, der an jeder Stelle des Rohres konstant ist.

Wenn das Rohr in Längsrichtung am Ende nicht gehalten ist, wird der Deckeldruck aufgebracht. Die Last wird als Linienlast am Ende des Rohres in x- Richtung angebracht.

Die Deckeldruckkraft errechnet sich zu:

$$F_d = \pi * r_m^2 * p_i$$

Die Linienlast errechnet sich zu:

$$f_d = \frac{\pi * r_m^2 * p_i}{2 * r_m * \pi} = \frac{r_m * p_i}{2} \text{ [N/mm]}$$

4.1.4 Materialgesetz

Das Materialgesetz wird in der elastischen Berechnung wie in Abbildung 32 dargestellt eingegeben:

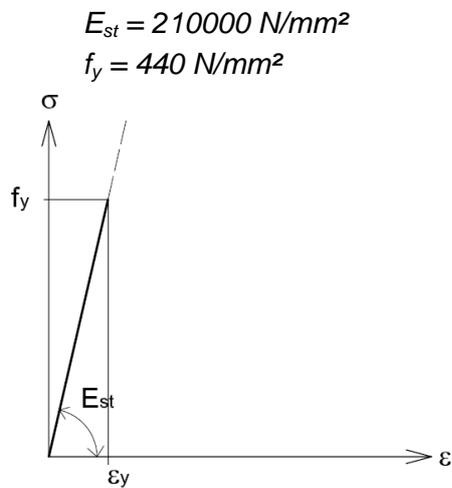


Abbildung 32: Materialgesetz, elastische Berechnung

Für die plastische Berechnung werden die Dehnungen des Materials mit 20 % begrenzt.

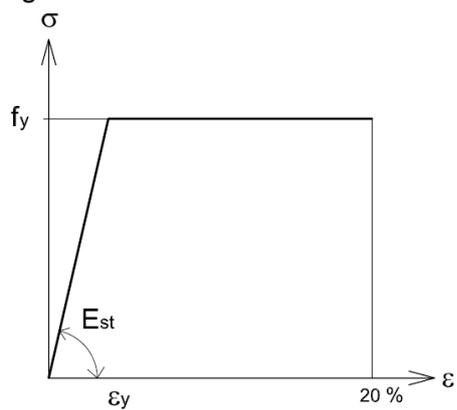


Abbildung 33: Materialgesetz, plastische Berechnung

4.1.5 Netzteilung

Es sind 200 Elemente in Umfangsrichtung und 200 Elemente in Längsrichtung des Rohres definiert. Es wird bei der Parameterstudie bei jeder unterschiedlichen Geometrie die gleiche Anzahl an Elementen verwendet. Eine Netzverfeinerung wird im Bereich der Schnittebene durchgeführt, da dort die größten Spannungsänderungen und Spannungsspitzen auftreten.

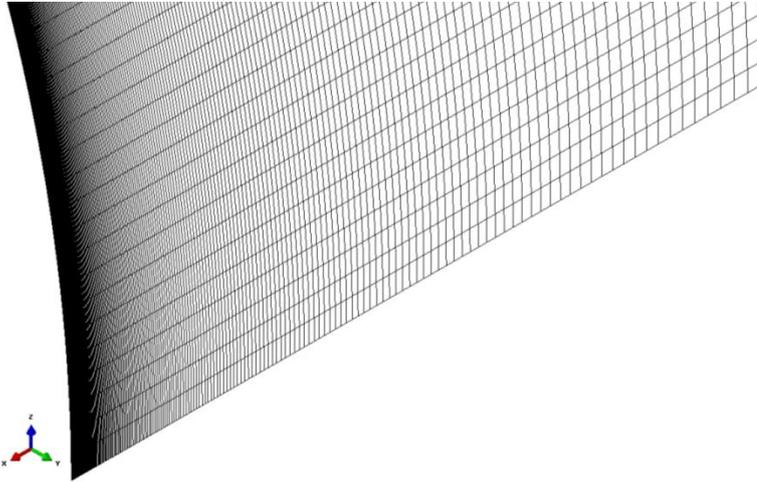


Abbildung 34: Netzverfeinerung im Bereich der Schnittebene (Darstellung der Kante bei $\phi = 0^\circ$)

Die kleinste Elementgröße in x- Richtung beträgt ca. 0.5 mm. Die Elementgröße variiert natürlich von Geometrie zu Geometrie. Als Elemente werden in der ABAQUS-Berechnung S4 Elemente verwendet. Siehe Kapitel 4 „Grundlagen der FE-Berechnung“

5 Elastische Berechnung – freitragender Segmentkrümmer

Die elastische Berechnung wird für alle Parameter, die in der in Tabelle 1 dargestellt sind, mit der geometrisch nichtlinearen elastischen Berechnung (GNA) durchgeführt. Diese Parameterstudie wird durchgeführt, um zu untersuchen, ob die analytische Berechnung der Spannungen nach Green/Emmerson mit der numerischen Berechnung der Spannungen übereinstimmt.

Zuerst wird jedoch die linear elastische, die geometrisch nichtlineare elastische FE-Berechnung und die analytische Berechnung nach Green/Emmerson anhand einer bestimmten Geometrie miteinander verglichen (für die freie Verschiebung in x-Richtung). Für die Randbedingung mit der gesperrten Verschiebung in x-Richtung wird die geometrisch nichtlineare elastische FE-Berechnung mit der analytischen Berechnung anhand einer bestimmten Geometrie verglichen. Die restlichen Ergebnisdiagramme der Berechnungen sind im ANHANG B, der nur in der erweiterten Version dieser Arbeit verfügbar ist, zu finden.

Folgende Geometrie wurde den für den Vergleich der einzelnen numerischen Berechnungsmethoden herangezogen:

5.1 Berechnung D4300_t39_7_5 mit freier Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohres

Erklärung der Bezeichnung:

D4300 ... Innendurchmesser = 4300mm, $r_m = 2170.5$ mm
 t39 ... Dicke des Rohres ($t = 40 - 1 = 39$ mm, 1mm Korrosionsabschlag)
 7_5 ... Winkel α (Knickwinkel des Krümmers)
 $r/t = 55$

$l_0 = 1300$ mm

Belastung:

$p_i = 5.788$ N/mm²

Diese Berechnung wird mit zwei verschiedenen Berechnungsmethoden ausgeführt. Einerseits wird eine LA (Linear elastische Berechnung, Innendruck immer auf die Ausgangsgeometrie bezogen) andererseits eine GNA (Geometrisch nichtlineare elastische Berechnung, Innendruck immer auf die verformte Geometrie bezogen) durchgeführt. Diese zwei Methoden werden miteinander verglichen und in der Tabelle 3 dargestellt.

Zur Erklärung der Tabelle:

Die analytische Lösung wird nach der Formel von Green/Emmerson berechnet:

Umfangsspannungen (bei $\Phi = 0^\circ$):

$$\begin{aligned}\sigma_{u,m} &= \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} * \tan(\alpha/2) * \cos\Phi \right) \\ &= \frac{5.788 * 2170.5}{39} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(3.75) \right) \\ &= 423.35 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{u,t} &= \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.9928 * \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} * \tan(\alpha/2) * \cos\Phi \right) \\ &= \frac{5.788 * 2170.5}{39} * \left(1 + 0.9928 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(3.75) \right) \\ &= 478.50 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{u,b} &= \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.2926 * \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} * \tan(\alpha/2) * \cos\Phi \right) \\ &= \frac{5.788 * 2170.5}{39} * \left(1 + 0.2926 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(3.75) \right) \\ &= 368.21 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Längsspannungen: (bei $\Phi = 0^\circ$):

$$\sigma_{x,m} = \frac{pr}{2t} = \frac{5.788 * 2170.5}{2 * 39} = 161.06 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x,t} &= \frac{pr}{t} * \left(\frac{1}{2} + 1.1669 * \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} * \tan(\alpha/2) * \cos\Phi \right) \\ &= \frac{5.788 * 2170.5}{39} * \left(\frac{1}{2} + 1.1669 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(3.75) \right) \\ &= 344.86 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x,b} &= \frac{pr}{t} * \left(\frac{1}{2} - 1.1669 * \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} * \tan(\alpha/2) * \cos\Phi \right) \\ &= \frac{5.788 * 2170.5}{39} * \left(\frac{1}{2} - 1.1669 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(3.75) \right) \\ &= -22.73 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Um die Längsspannungen besser mit der FE- Berechnung vergleichen zu können werden nur die Biegeanteile der Längsspannung verglichen:

$$\sigma_{x,B,t} = \frac{pr}{t} * \left(1.1669 * \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) = 183.80 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,b} = -\frac{pr}{t} * \left(1.1669 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) = -183.80 \text{ N/mm}^2$$

Die Spannung $\sigma_{x,m,0}$ in der Tabelle 3 ist die Längsspannung in der Mittelebene am Ende des Rohres. Die Spannung $\sigma_{x,m}$ ist die Längsspannung in der Mittelebene an der Verschneidung. Die restlichen Bezeichnungen sind unterhalb der Tabelle erklärt.

Diese analytisch berechneten Werte werden mit denen der FE- Rechnung verglichen. Es zeigt sich, dass die Berechnung mit der nichtlinearen Geometrie besser mit der Lösung von Green/Emmerson übereinstimmt. Die GNA erfasst auch die Glättungserscheinungen, die sich günstig auf das Rohr auswirken.

Die gelb unterlegten Zahlen sind die analytisch berechneten Werte durch die Werte der FE- Rechnung dividiert.

Für das Abklingen der Biegespannungen in Längsrichtung gilt:

$$l_{x,0} = 2.5 * \sqrt{r * t}$$

Dabei ist $l_{x,0}$ die Länge in x- Richtung (von der Schnittebene weg) an der Biegespannungen abgeklungen sein sollten. Dieser Wert ist in den Diagrammen mit der grauen vertikalen Linie gekennzeichnet. Diese Länge kommt aus der Theorie mit einem aufgebracht Kraftangriff am Ende des Zylinders (z.B. ein Kreppmoment). Es zeigt sich, dass dieser Wert gut mit der Abklinglänge der FE- Berechnung zusammenpasst.

Die Ergebnisse der FE-Berechnung, die Spannungen und Dehnungen, werden anschließend in Diagrammen dargestellt. Die Spannungen und Verschiebungen werden anhand von verschiedenen Schnitten durch den Segmentkrümmer dargestellt. Ebenso wird der Vergleich der Spannungen der analytischen Berechnung mit der FE- Berechnung in der Schnittebene in einem Diagramm dargestellt.

Vergleich der versch. Berechnungsmethoden mit der analytischen Rechnung

analytische Lösung		$\sigma_{xBb} = -183.80$		$\sigma_{xBt} = 183.80$
LA	$\sigma_{11b} = -171.06$	0.931	$\sigma_{11t} = 171.06$	0.931
GNA	$\sigma_{11b} = -175.36$	0.954	$\sigma_{11t} = 175.37$	0.954

analytische Lösung		$\sigma_{xm} = 161.06$		$\sigma_{xm,0} = 161.06$
LA	$\sigma_{ssavg1} = 160.08$	0.994	$\sigma_{ssavg1,0} = 161.06$	1.000
GNA	$\sigma_{ssavg1} = 160.09$	0.994	$\sigma_{ssavg1,0} = 161.32$	1.002

analytische Lösung		$\sigma_{um} = 423.35$		$\sigma_{um,0} = 322.12$
LA	$\sigma_{ssavg2} = 428.51$	1.012	$\sigma_{ssavg2,0} = 320.93$	0.996
GNA	$\sigma_{ssavg2} = 422.02$	0.997	$\sigma_{ssavg2,0} = 323.52$	1.004

analytische Lösung		$\sigma_{ub} = 368.21$		$\sigma_{ut} = 478.50$
LA	$\sigma_{22b} = 388.19$	1.054	$\sigma_{22t} = 468.84$	0.980
GNA	$\sigma_{22b} = 369.60$	1.004	$\sigma_{22t} = 474.44$	0.992

analytische Lösung		$\sigma_{misesb} = 380.09$		$\sigma_{mises t} = 427.64$
LA	$\sigma_{misesb} = 393.80$	1.036	$\sigma_{mises t} = 417.39$	0.976
GNA	$\sigma_{misesb} = 377.47$	0.993	$\sigma_{mises t} = 422.45$	0.988

Abkürzungen:

- σ_{xBb} = Biegeanteil der Längsspannung, bottom
- σ_{xBt} = Biegeanteil der Längsspannung, top
- σ_{11b} = (FE) Biegeanteil der Längsspannung, bottom
- σ_{11t} = (FE) Biegeanteil der Längsspannung, top
- σ_{xm} = Längssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{xm,0}$ = Längssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{ssavg1} = (FE) Längssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{ssavg1,0}$ = (FE) Längssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{um} = Umfangssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{um,0}$ = Umfangssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{ssavg2} = (FE) Umfangssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{ssavg2,0}$ = (FE) Umfangssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{ub} = max. Umfangssp., bottom
- σ_{ut} = max. Umfangssp., top
- σ_{22b} = (FE) max. Umfangssp., bottom
- σ_{22t} = (FE) max. Umfangssp., top
- σ_{misesb} = Mises-Vergleichsspannung, bottom
- $\sigma_{mises t}$ = Mises-Vergleichsspannung, top

Tabelle 3: Vergleich LA und GNA mit der analytischen Lösung

5.1.1 Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen

5.1.1.1 Linear elastische Berechnung (LA)

Die Spannungsdiagramme werden nur in diesem Kapitel erläutert. Für die folgenden Kapitel sind die Erklärungen der Diagramme analog zu verstehen.

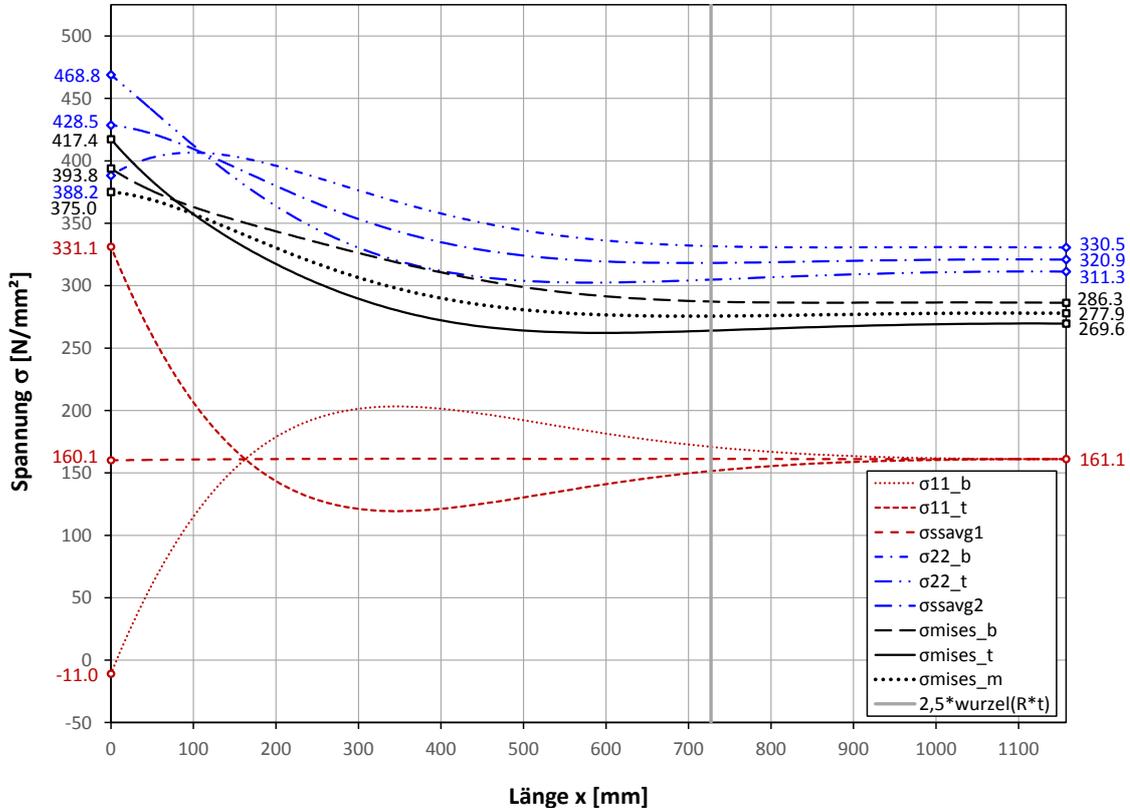


Abbildung 35: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

Rot sind die Längsspannungen dargestellt;
 Blau sind die Umfangsspannungen dargestellt;
 Schwarz sind die Mises-Vergleichsspannungen dargestellt;

Erkennlich zeigt sich, dass die Biegespannungen und die Spannungserhöhungen in der Umfangsspannung aufgrund des Segmentknicks bei der Länge $l_{x,0} = 2.5 \cdot \sqrt{r \cdot t}$ abgeklungen sind. Die Biegespannungen klingen aus, wie eine stark gedämpfte Schwingung. Dies kommt aus der Lösung der Differentialgleichung mit einem Kraftangriff am Ende der Zylinderschale. Die Längsspannung in der Mittelebene bleibt konstant über die Länge. Sie erfährt aber aufgrund der Abtriebswirkung des Segmentkrümmers eine zusätzliche Biegespannung. Die Umfangsspannung in der Mittelebene erhöht sich im Bereich der Schnittebene, da aufgrund des Segmentknicks zusätzliche Umfangsspannungen an der Innenseite des Knicks aufgenommen werden müssen (siehe auch Kapitel 3.2 Freitragender Segmentkrümmer in geschlossener Bauweise). Zusätzlich entsteht ein Biegeanteil in der Umfangsspannung. Die Mises-Vergleichsspannungen errechnen sich aus den Umfangsspannungen und den Längsspannungen. Die Umfangsspannung am Ende des Rohres ist $p \cdot r / t$, die Längsspannung am Ende des Rohres ist $p \cdot r / (2t)$. Dies entspricht der Lösung der Kesselformel am geraden Rohr.

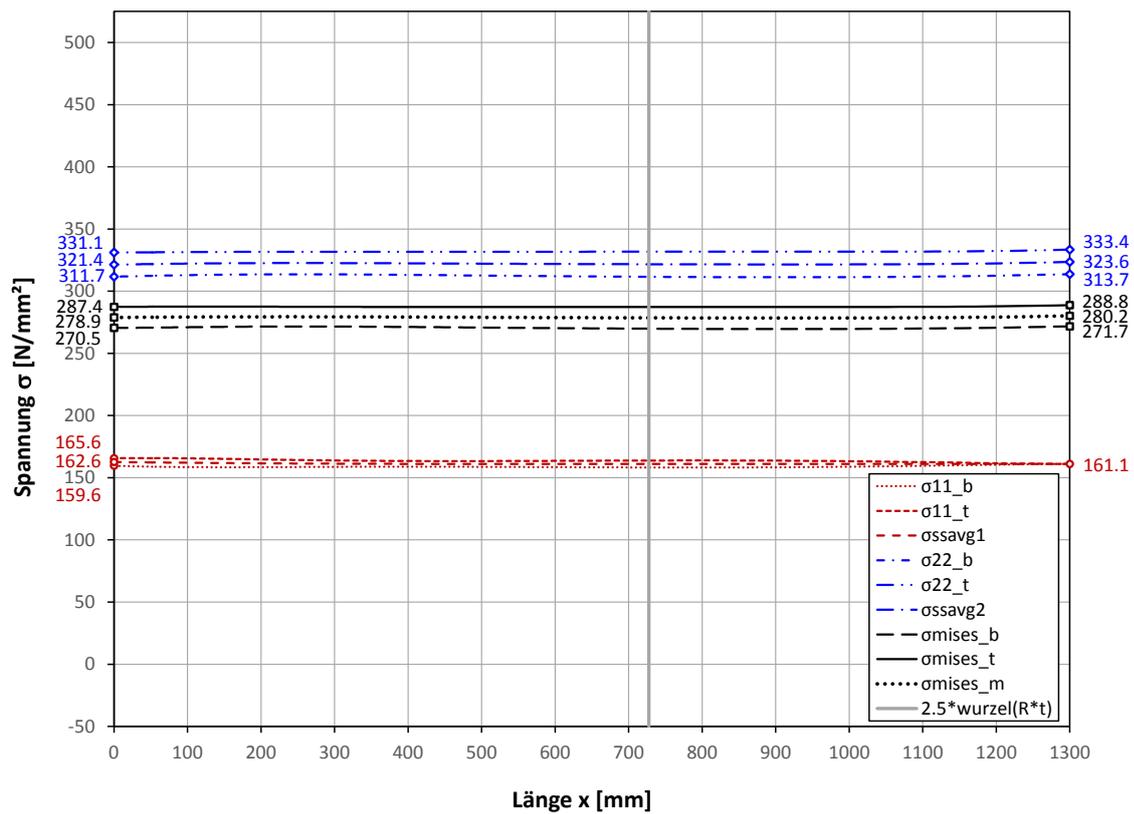


Abbildung 36: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 90^\circ$

Die Spannungen am Scheitel des Rohres bleiben über die gesamte Länge des Rohres konstant. Es zeigen sich kaum Biegespannungen oder Spannungserhöhungen aufgrund des Krümmer-Effektes. Die geringen konstanten Biegespannungen, die in der Umfangsspannung vorhanden sind, kommen nur in der linear elastischen Berechnung vor. Bei der Berücksichtigung des Glättungseffektes in der geometrisch nichtlinearen elastischen Berechnung verschwindet dieser Biegeanteil.

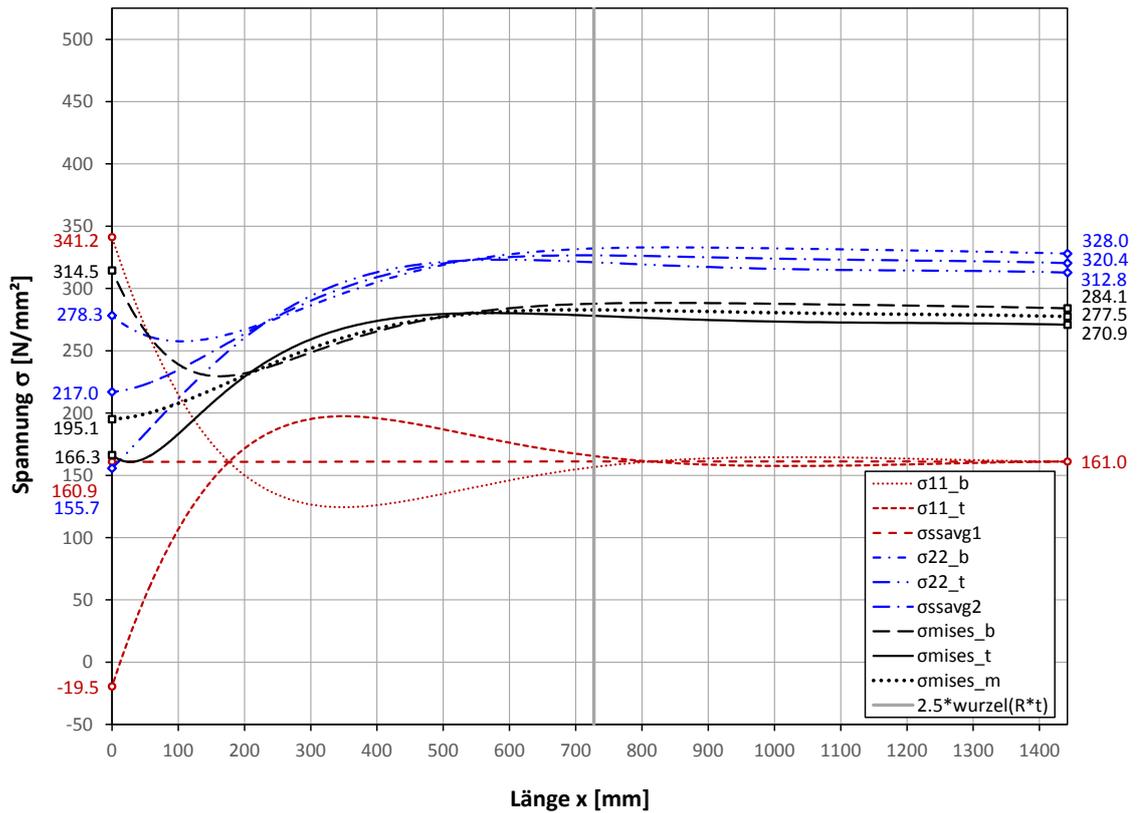


Abbildung 37: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

An der Außenkante des Krümmers werden die Umfangsspannungen zur Schnittebene hin geringer. Dieses Tragverhalten ist in Kapitel 3.2 „Freitragender Segmentkrümmer in geschlossener Bauweise“ genauer erklärt. Die Längsspannungen in der Mittelebene bleiben ebenso konstant, wie in allen anderen Schnitten. Die Umfangsspannungen und Längsspannungen haben den gleichen Biegeanteil (zeigt sich bei der geometrisch nichtlinearen elastischen Berechnung deutlicher) wie an der Kante bei $\Phi = 0^\circ$. Dieser Biegeanteil kommt wie vorher bereits erwähnt aus der Abtriebskomponente, die durch den Segmentkrümmer entsteht.

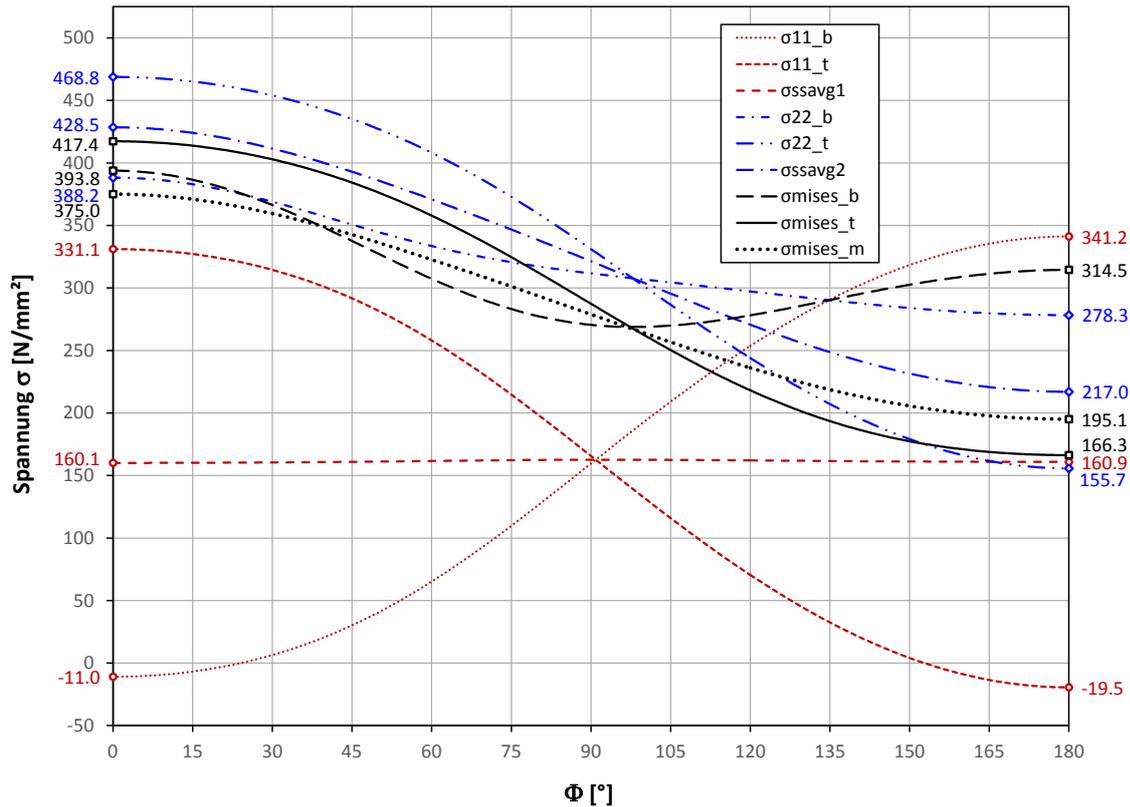


Abbildung 38: D4300_t39_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie

Dieses Diagramm zeigt die Spannungen entlang der Schnittebene. Deutlich zu erkennen ist, dass die Umfangsspannungen von $\Phi = 0^\circ$ bis $\Phi = 180^\circ$ abnehmen. D. h. die Umfangsspannungen sind an der Innenseite des Knicks höher, als auf der Außenseite. Dies soll die Abbildung 39 noch einmal verdeutlichen. Die Abtragung der Innendruckkomponente aus der schraffierten Fläche muss durch Spannungserhöhungen der Umfangsspannungen erfolgen.

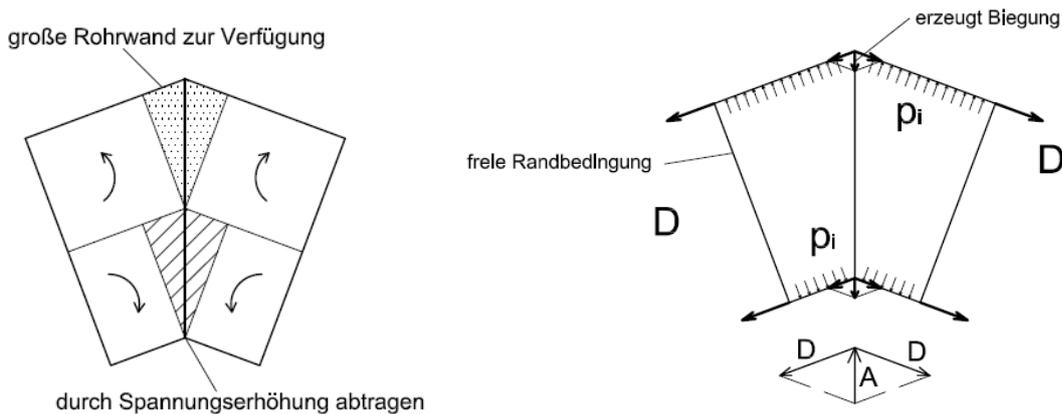


Abbildung 39: Tragverhalten des Segmentkrümmers

Durch die Umlenkung der Deckeldruckkraft, wie in der Abbildung 39 dargestellt ist, werden Biegespannungen in der Rohrwand erzeugt. Diese Biegespannungen sind sekundäre Spannungen. Sie sind nicht zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts notwendig, sondern erfüllen die Formänderungsbedingungen. Die Längsspannung in der Mittelebene ist um den Umfang konstant, jedoch besitzt die Längsspannung einen großen Biegeanteil.

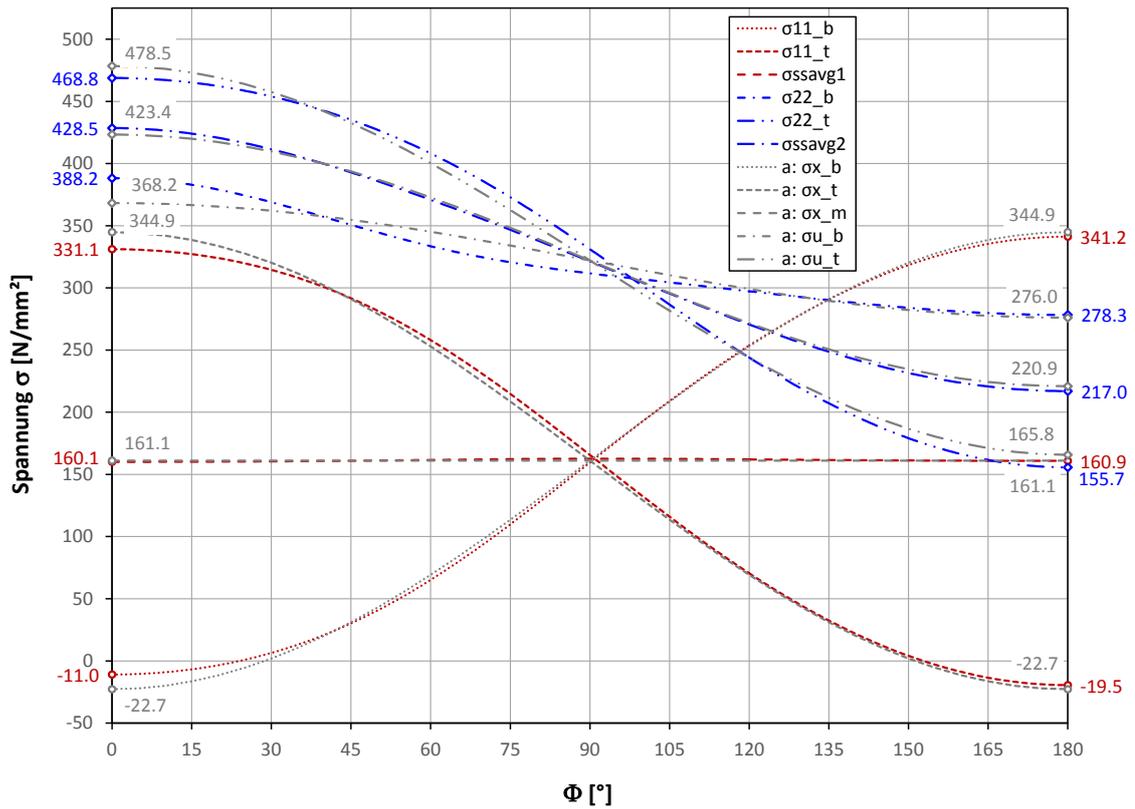


Abbildung 40: D4300_t39_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie, Vergleich mit der analytischen Lösung

Die Abbildung 40 zeigt den Vergleich der Längs- u. Umfangsspannungen mit der analytischen Berechnung nach Green/Emmerson. In grau ist die analytische Berechnung mit der Bezeichnung a: im Diagramm dargestellt. Es zeigt sich, dass sich mit der analytischen Berechnung der Verlauf der Spannungen gut annähern lässt, besonders bei der GNA Berechnung, die anschließend auf den nächsten Seiten dargestellt ist.

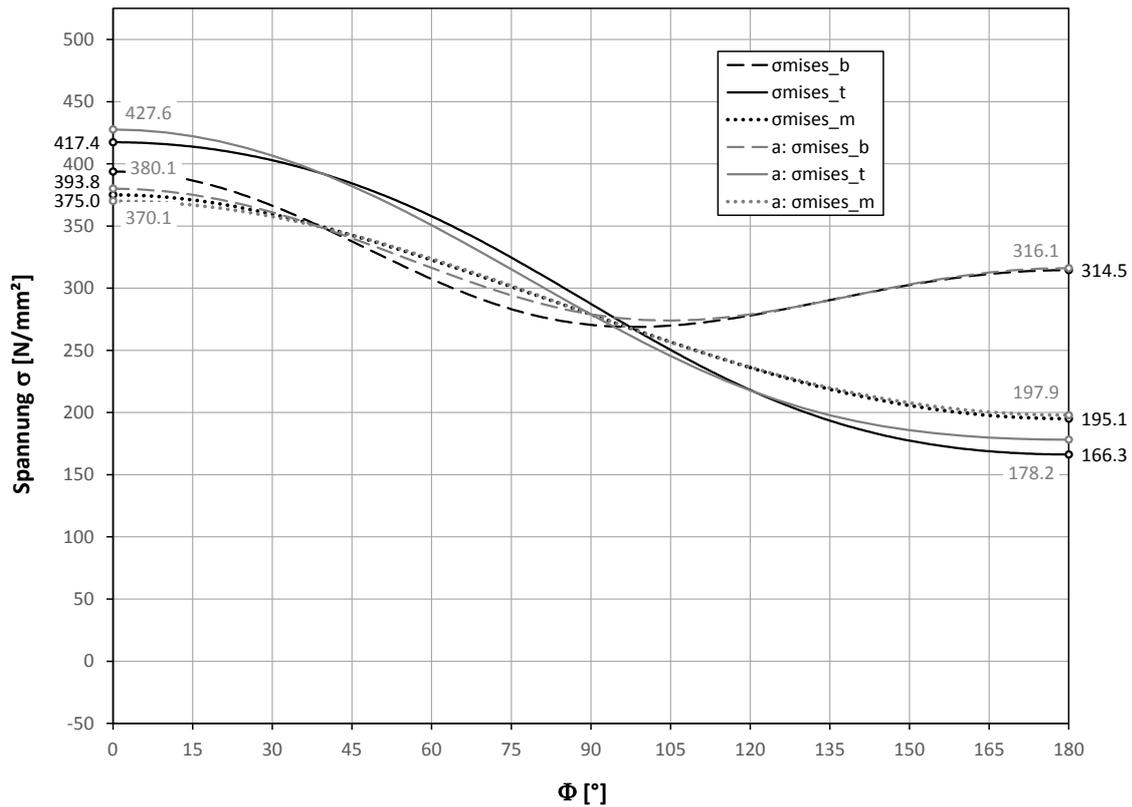


Abbildung 41: D4300_t39_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie, Vergleich mit der analytischen Lösung

In Abbildung 41 werden die Mises-Vergleichsspannung mit der analytisch berechneten Spannung verglichen. In grau ist die analytische Berechnung dargestellt.

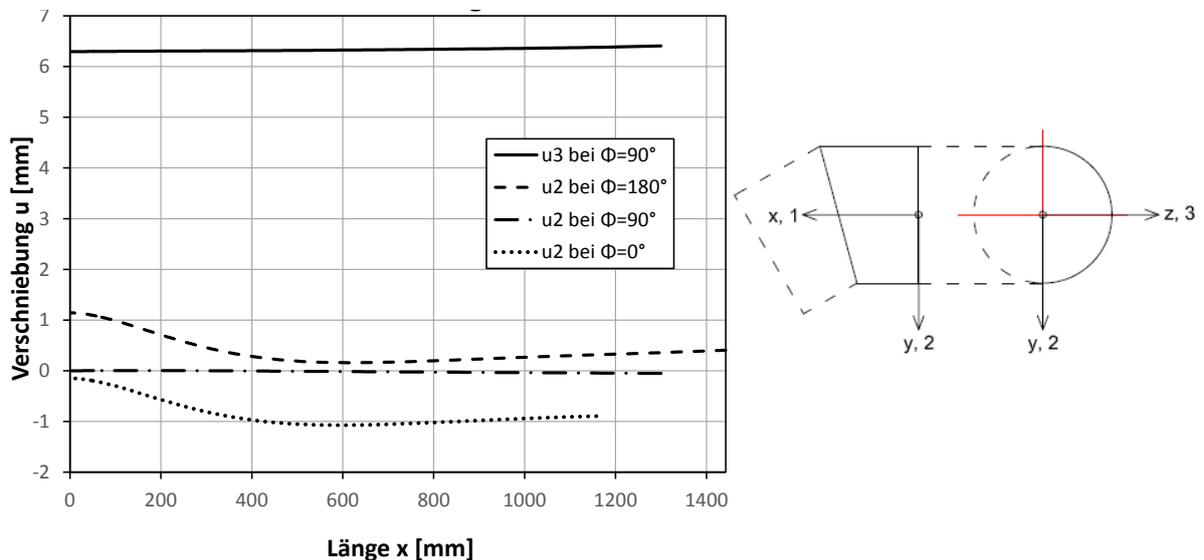


Abbildung 42: D4300_t39_7_5 Verschiebungen

Die Abbildung 42 stellt die Verschiebungen an verschiedenen Kanten dar. Es zeigt sich, dass die Verschiebung bei $\Phi = 0^\circ$ und $\Phi = 180^\circ$ im Bereich der Schnittebene die Umlenkung der Deckeldruckkraft deutlich macht.

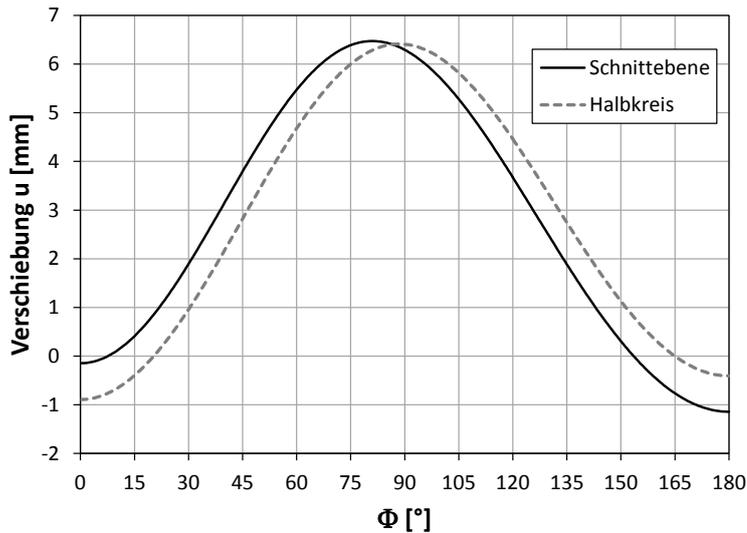


Abbildung 43: D4300_t39_7_5 Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

Die Radialverschiebung in Abbildung 43 lässt erkennen, dass der Glättungseffekt des Rohres noch nicht mitberücksichtigt ist, denn es entstehen große Verformungen am Scheitel des Rohres.

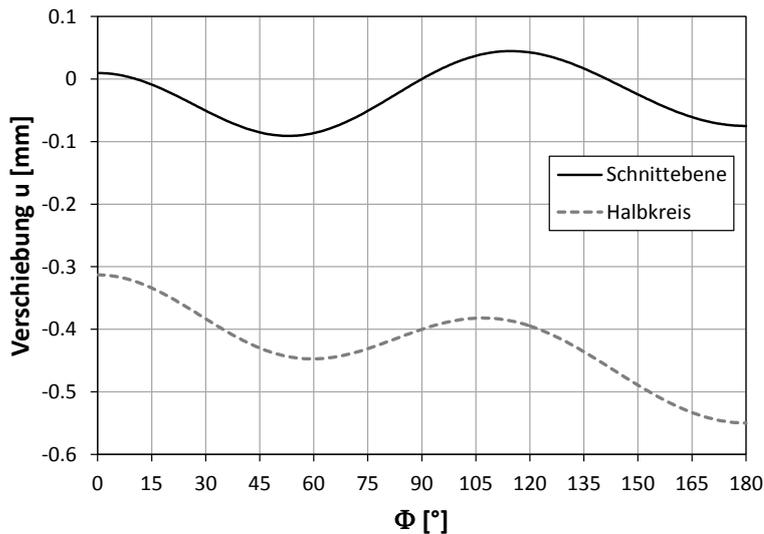


Abbildung 44: D4300_t39_7_5 Verschiebung in x-Richtung (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

Die Längsverschiebung am Ende des Rohres (Halbkreis) stellt die Verwölbung des Querschnittes dar. Würde die Verschiebung konstant sein, gäbe es keine Verwölbung des Querschnittes. An der Schnittenebene ist ebenfalls die Verschiebung in x-Richtung dargestellt, d. h. dadurch dass die Schnittenebene nicht normal zur x-Richtung steht, spiegelt sie nicht die Verwölbung des Querschnittes wieder.

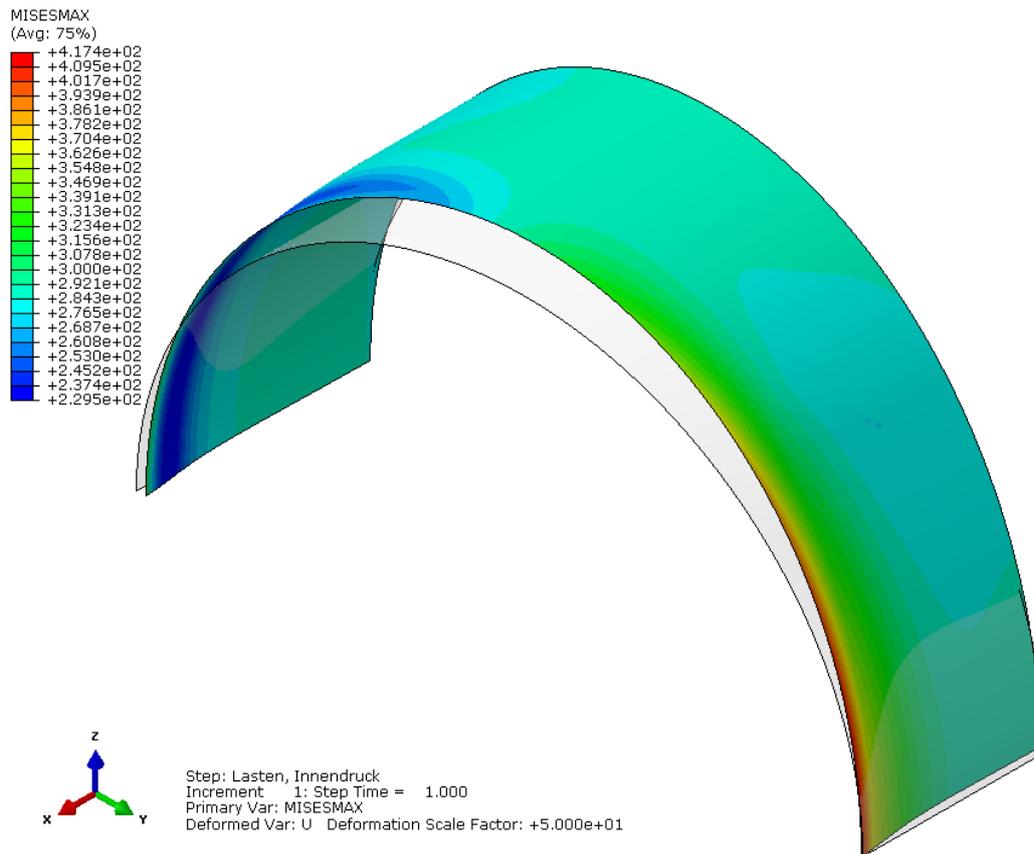


Abbildung 45: D4300_t39_7_5 FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

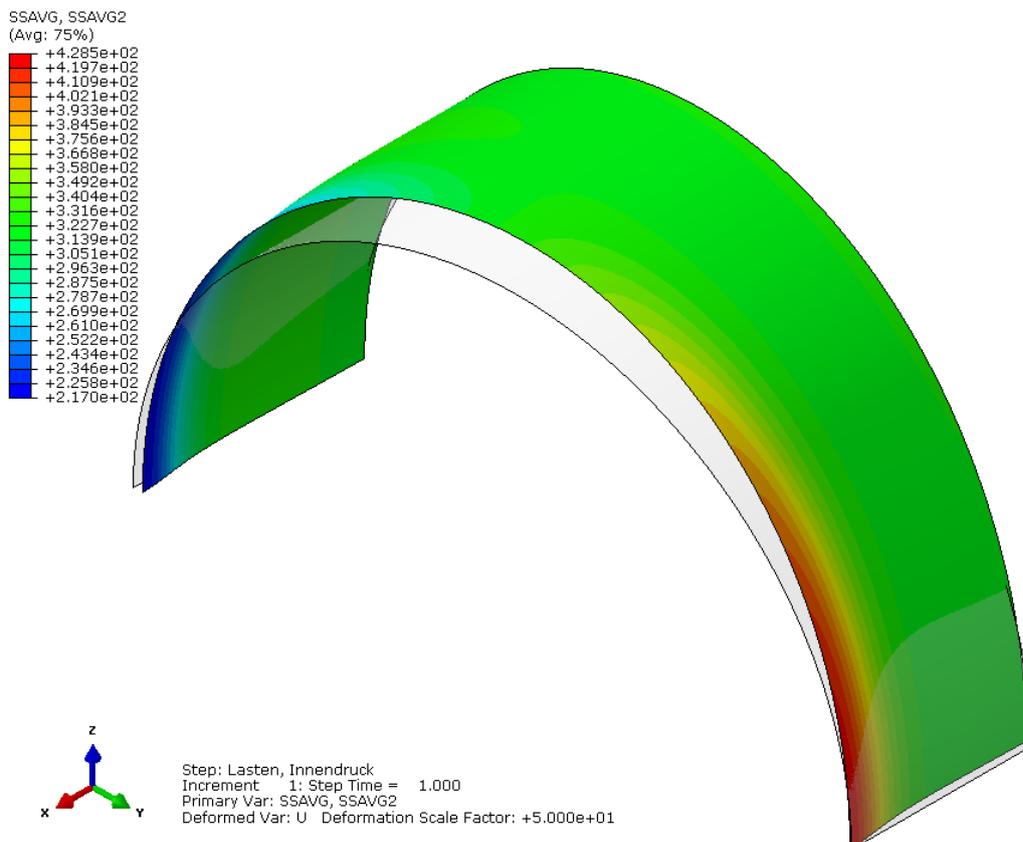


Abbildung 46: D4300_t39_7_5 FE- Plot, Umfangspannung in der Mittelebene

5.1.1.2 Geometrisch nichtlineare elastische Berechnung (GNA)

Die Erläuterungen zu den Diagrammen sind bei der linear elastischen Berechnung zu finden. Die genauen Unterschiede in den Ergebnissen der Berechnungen werden nicht erläutert, sondern sind aus den Diagrammen abzulesen.

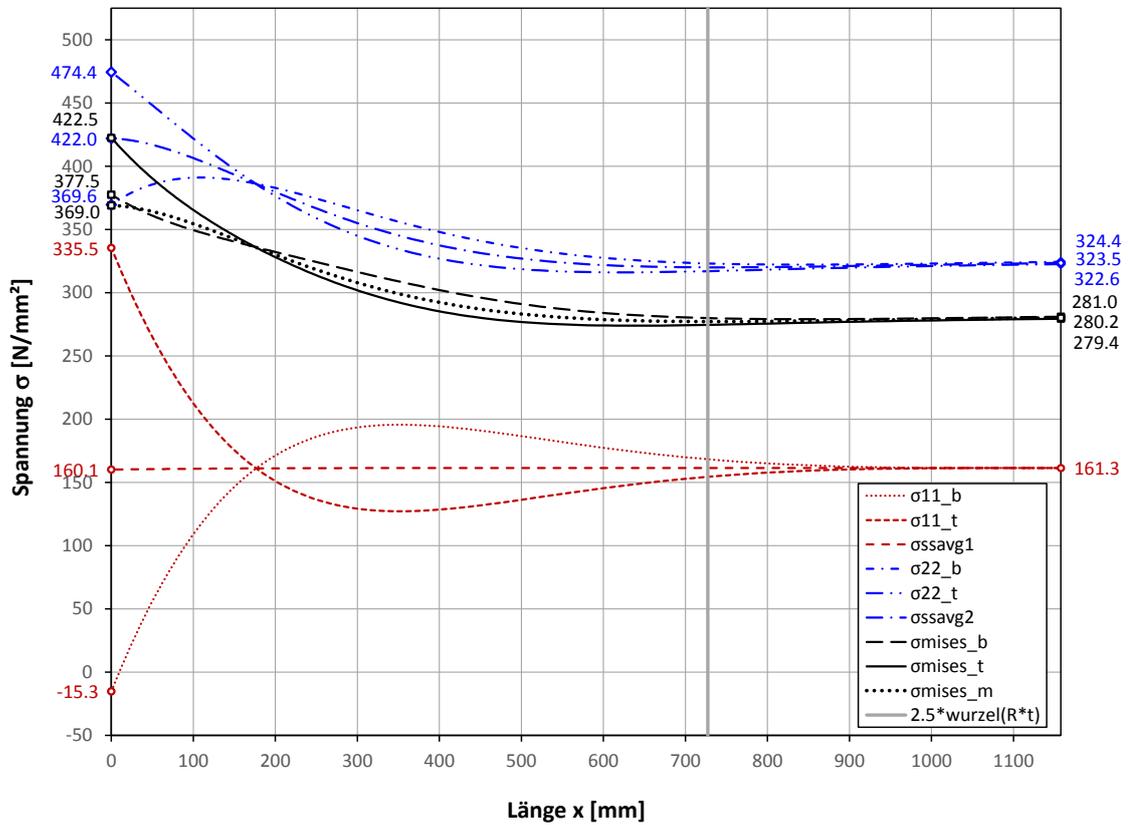


Abbildung 47: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

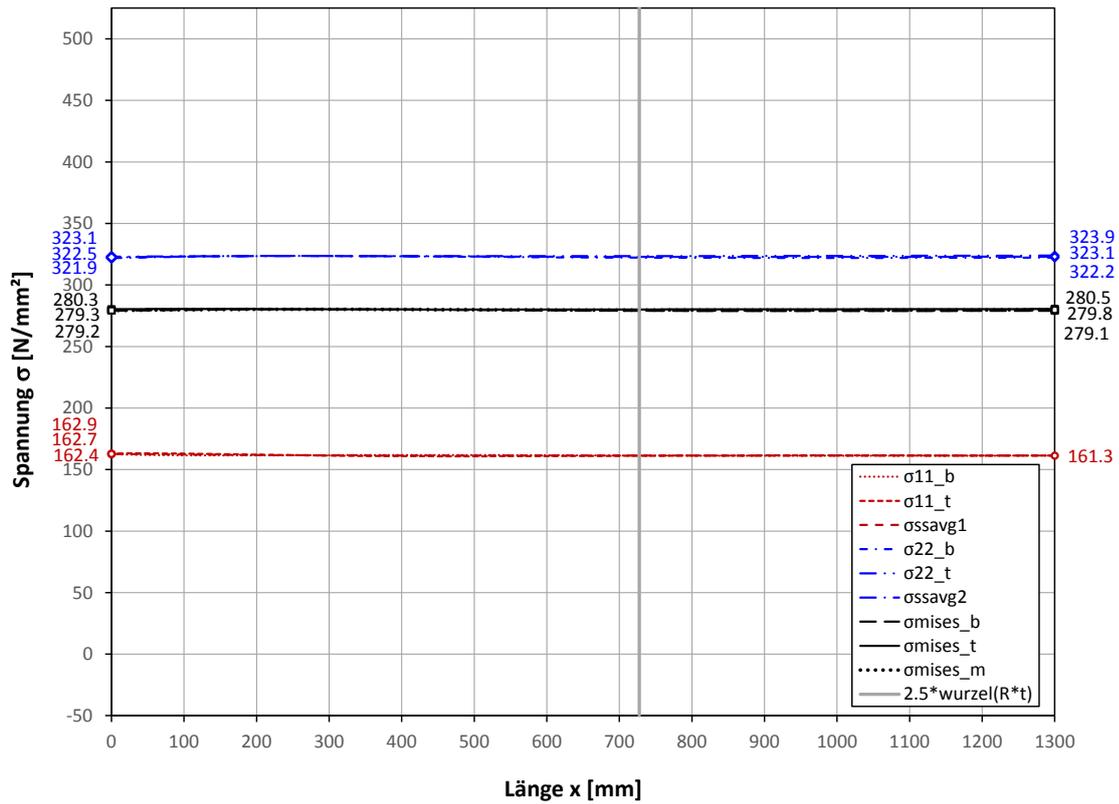


Abbildung 48: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\phi = 90^\circ$

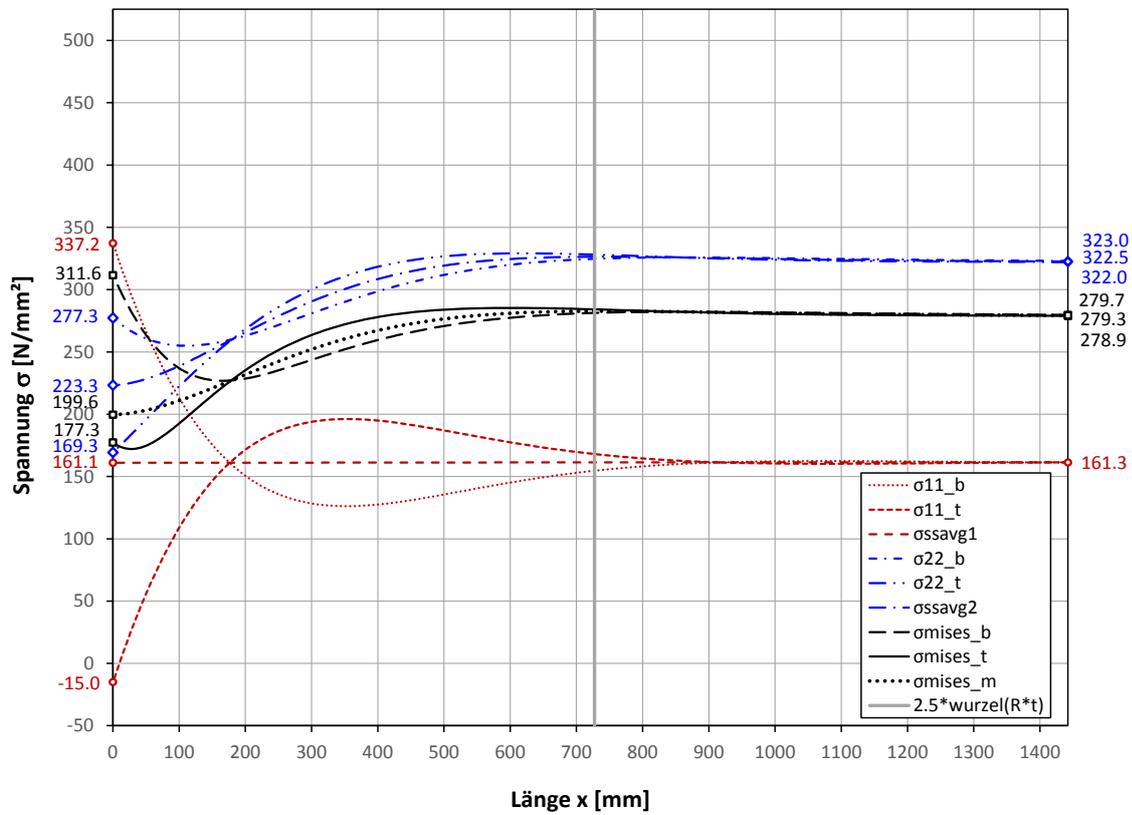


Abbildung 49: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\phi = 180^\circ$

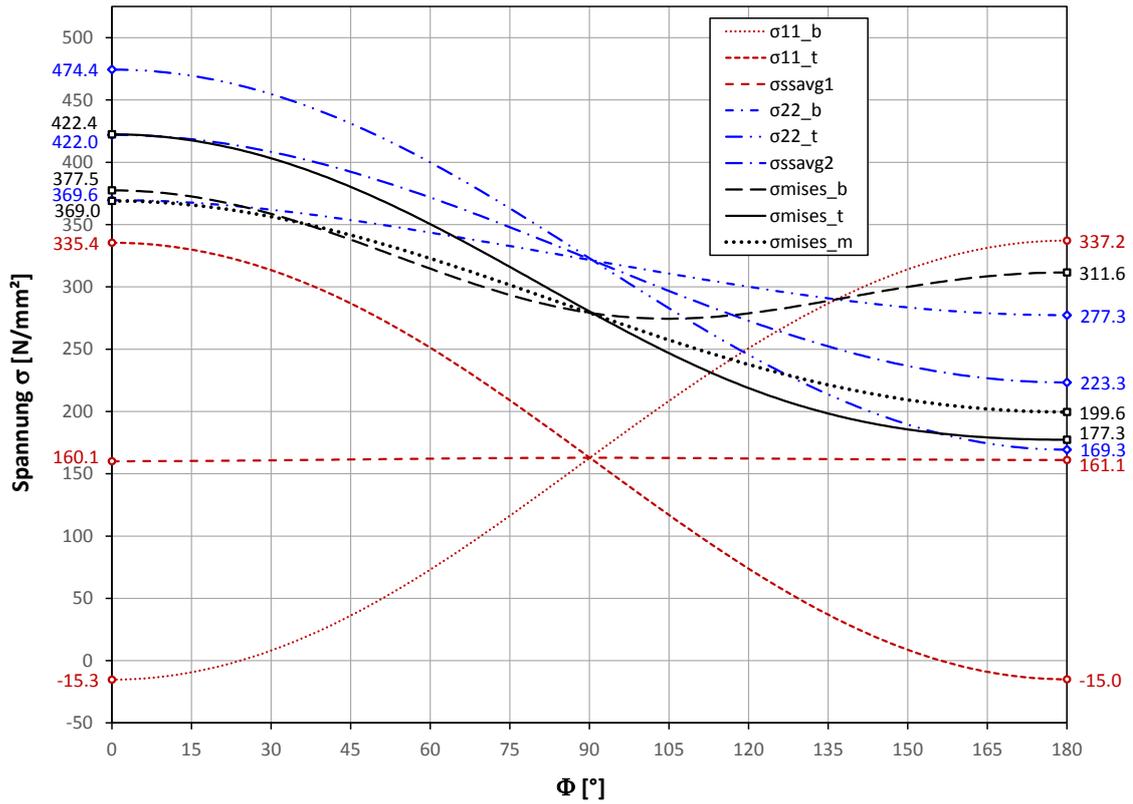


Abbildung 50: D4300_t39_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie

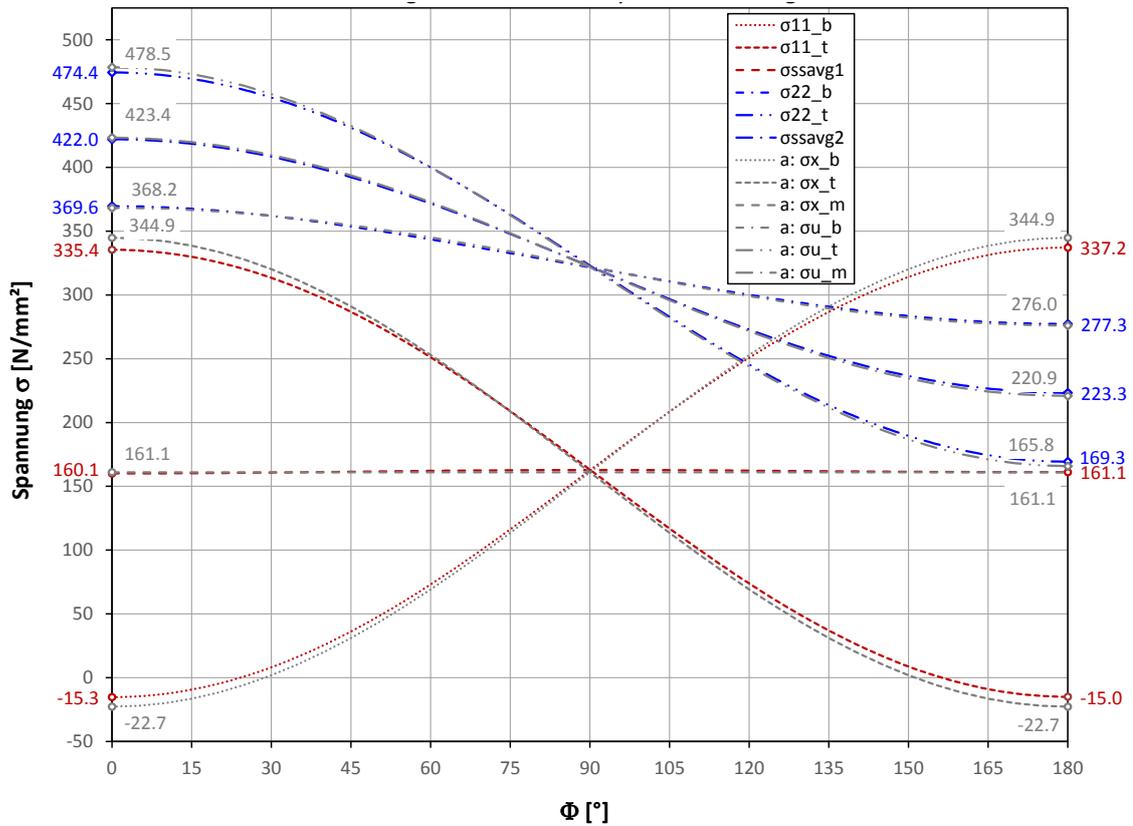


Abbildung 51: D4300_t39_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie, Vergleich mit der analytischen Lösung

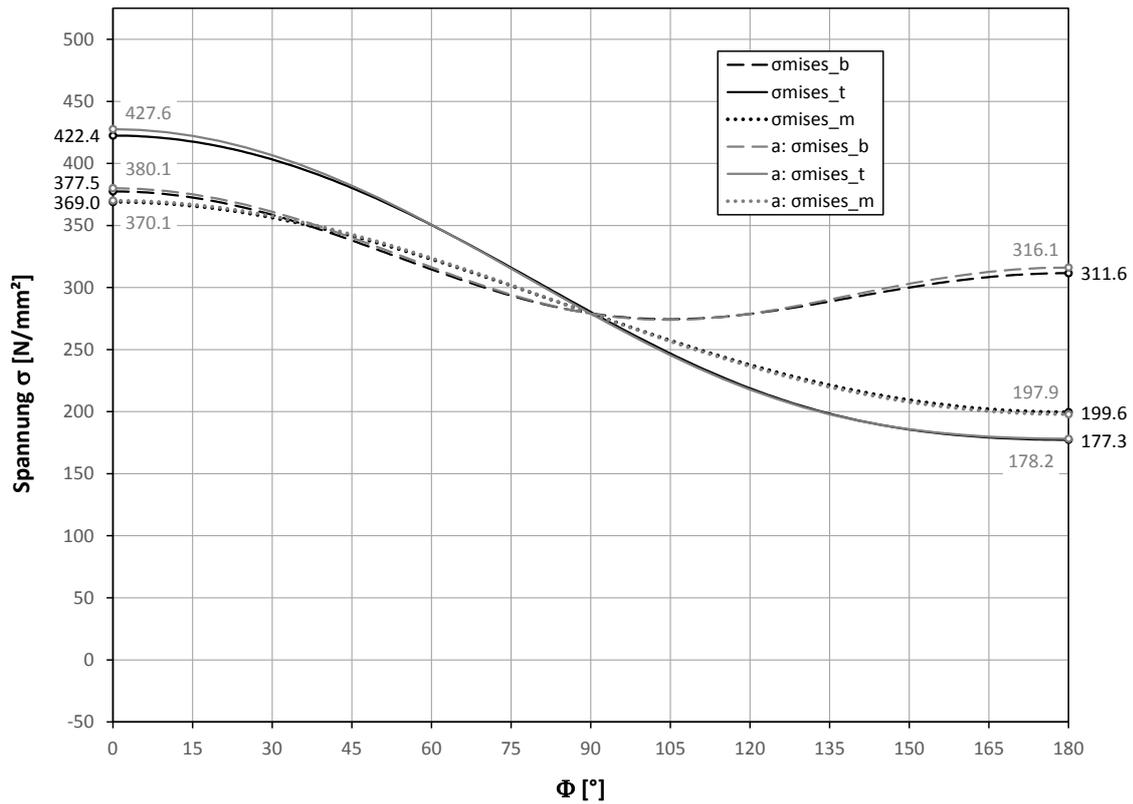


Abbildung 52: D4300_t39_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie, Vergleich mit der analytischen Lösung

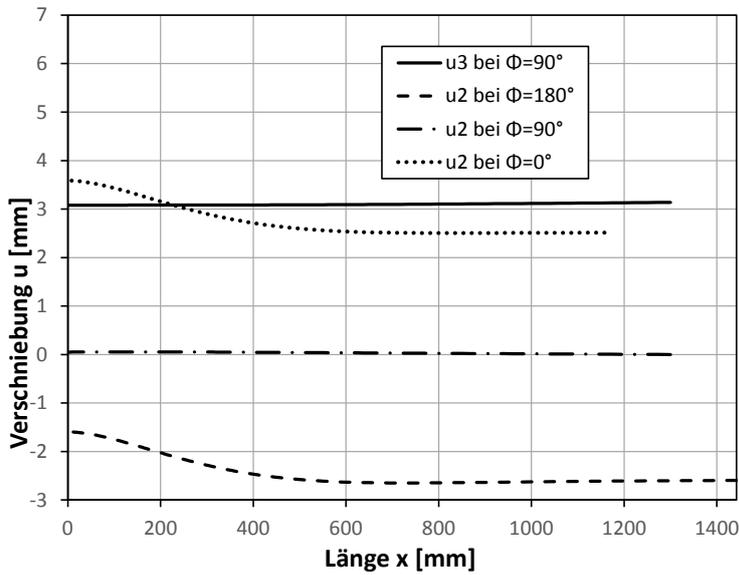


Abbildung 53: D4300_t39_7_5 Verschiebungen

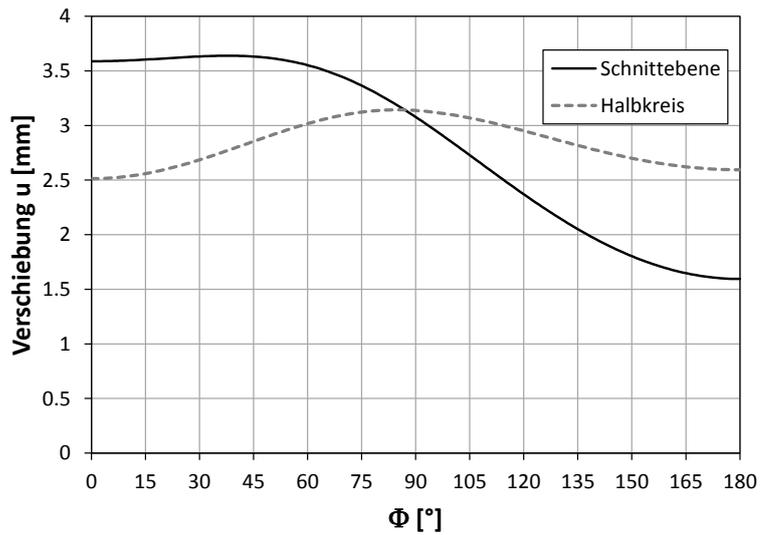


Abbildung 54: D4300_t39_7_5 Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

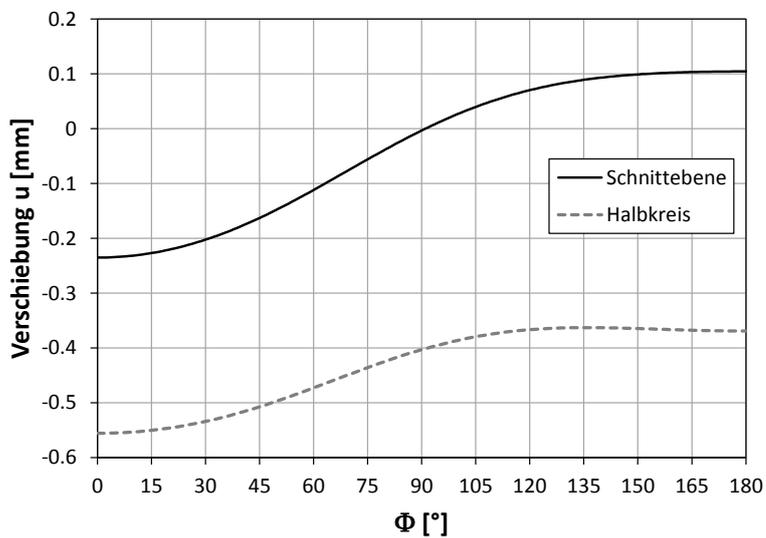


Abbildung 55: D4300_t39_7_5 Verschiebung in x- Richtung (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

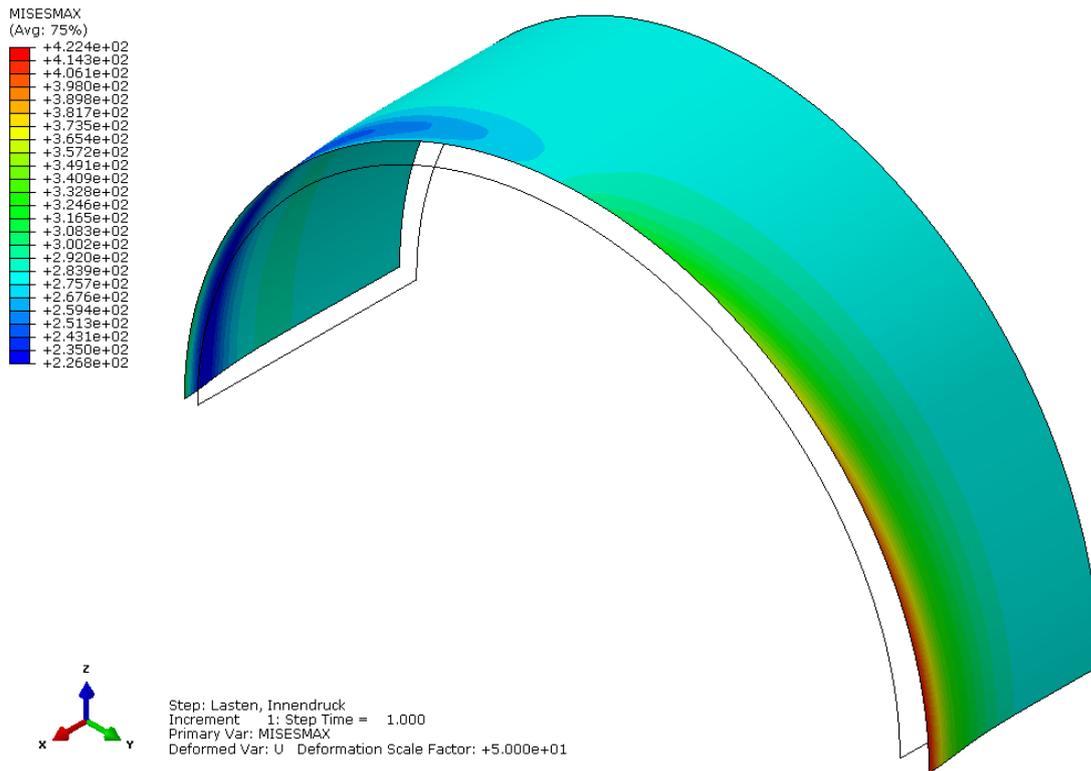


Abbildung 56: D4300_t39_7_5 FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

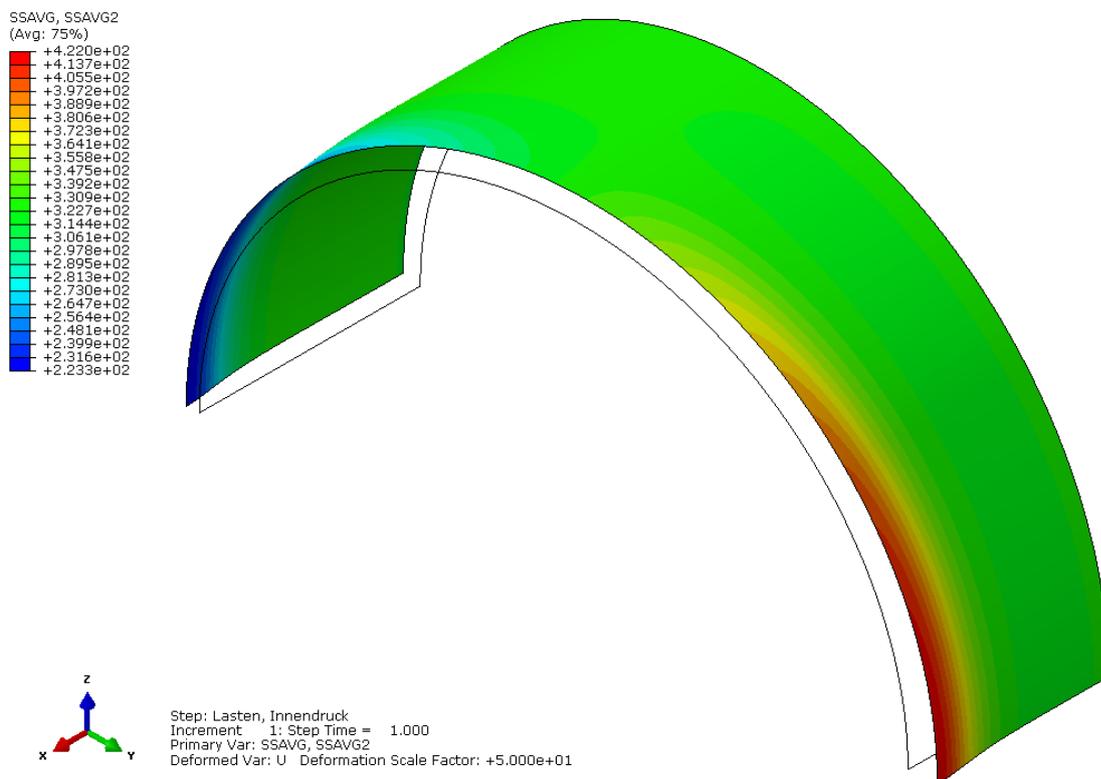


Abbildung 57: D4300_t39_7_5 FE- Plot, Umfangsspannung in der Mittelebene

5.2 Berechnung D4300_t39_7_5_x mit gesperrter Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres

Erklärung der Bezeichnung:

D4300 ... Innendurchmesser = 4300mm, $r_m = 2170.5$ mm
t39 ... Dicke des Rohres ($t = 40 - 1 = 39$ mm, 1mm Korrosionsabschlag)
7_5 ... Winkel α (Knickwinkel des Krümmers)
x ... Die Verdrehungen in y- und z- Richtung und die Verschiebung in x- Richtung sind am Ende des Rohres gesperrt. (Kapitel 4.1.2)
 $r/t = 55$

Belastung:

$p_i = 5.788$ N/mm² (Dieser Innendruck wird angenommen)

Berechnungsmethode ist eine GNA (Geometrisch nichtlinear elastische Berechnung). Die analytische Lösung wird gleich wie Kapitel 5.1 berechnet.

5.2.1 Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen

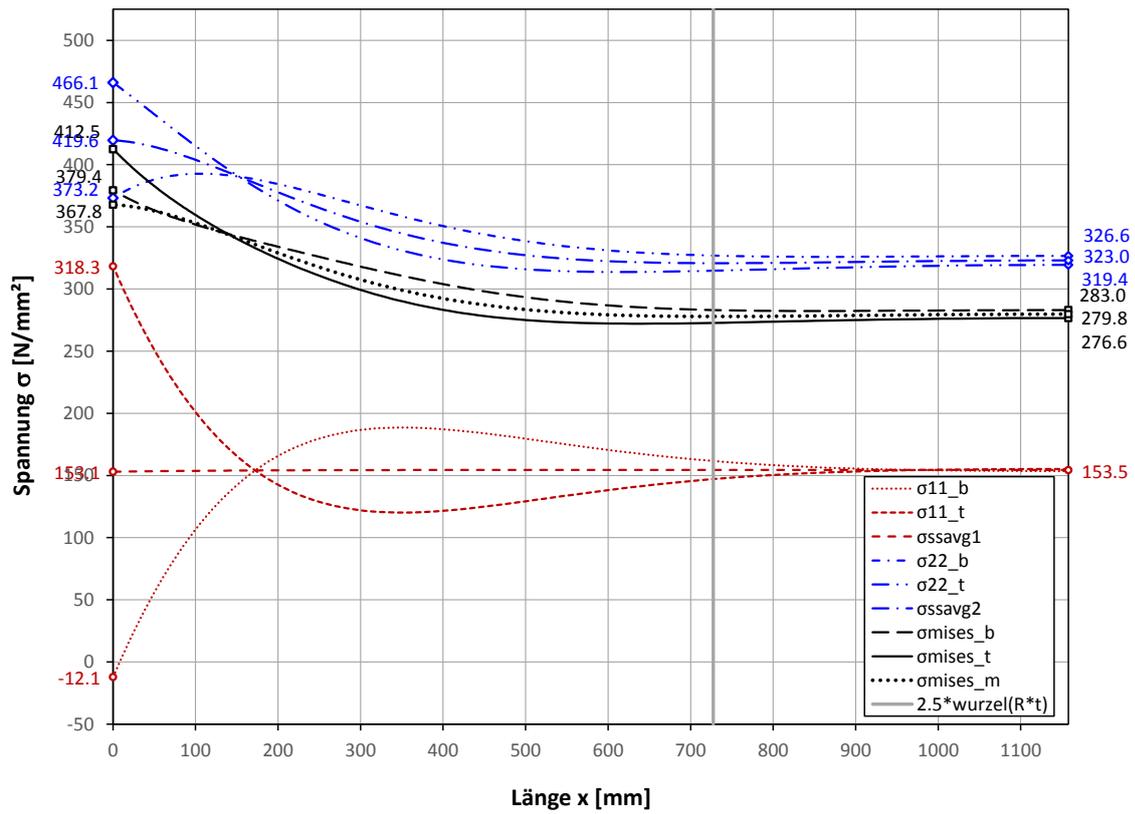


Abbildung 58: D4300_t39_7_5_x Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

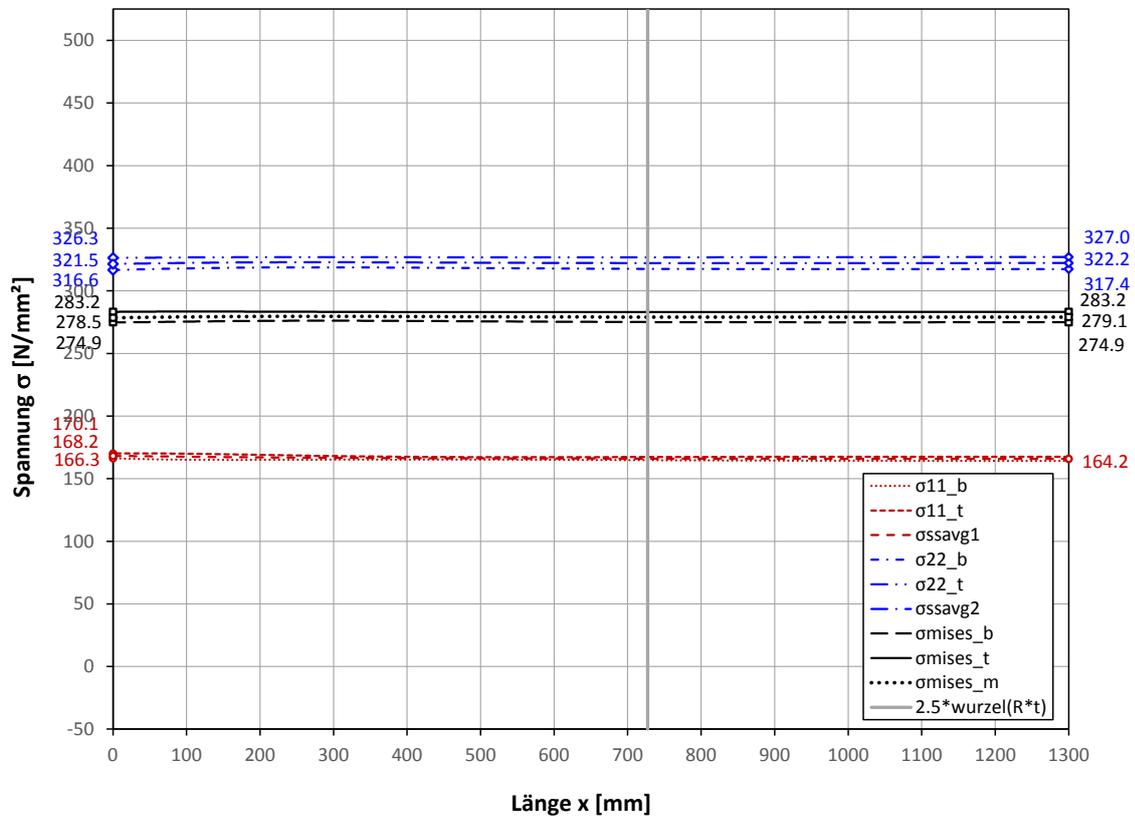


Abbildung 59: D4300_t39_7_5_x Spannungen bei $\Phi = 90^\circ$

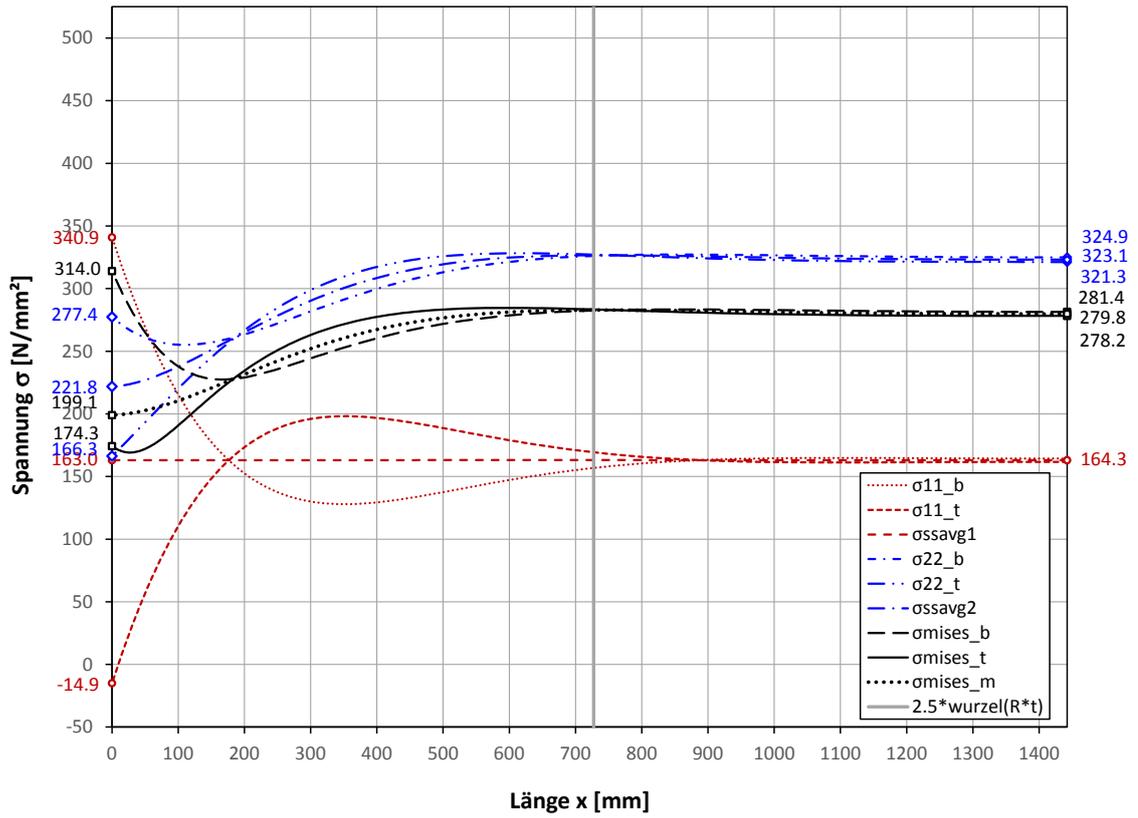


Abbildung 60: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

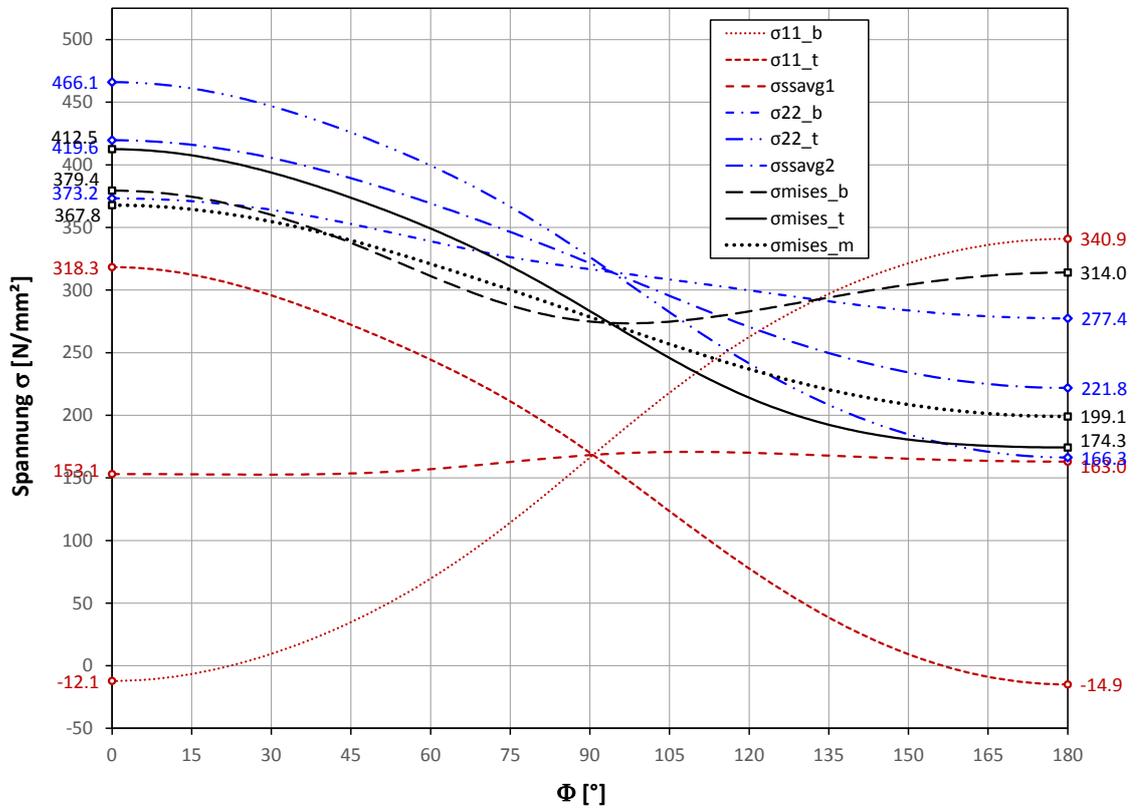


Abbildung 61: D4300_t39_7_5_x Spannungen entlang der Verschneidungslinie

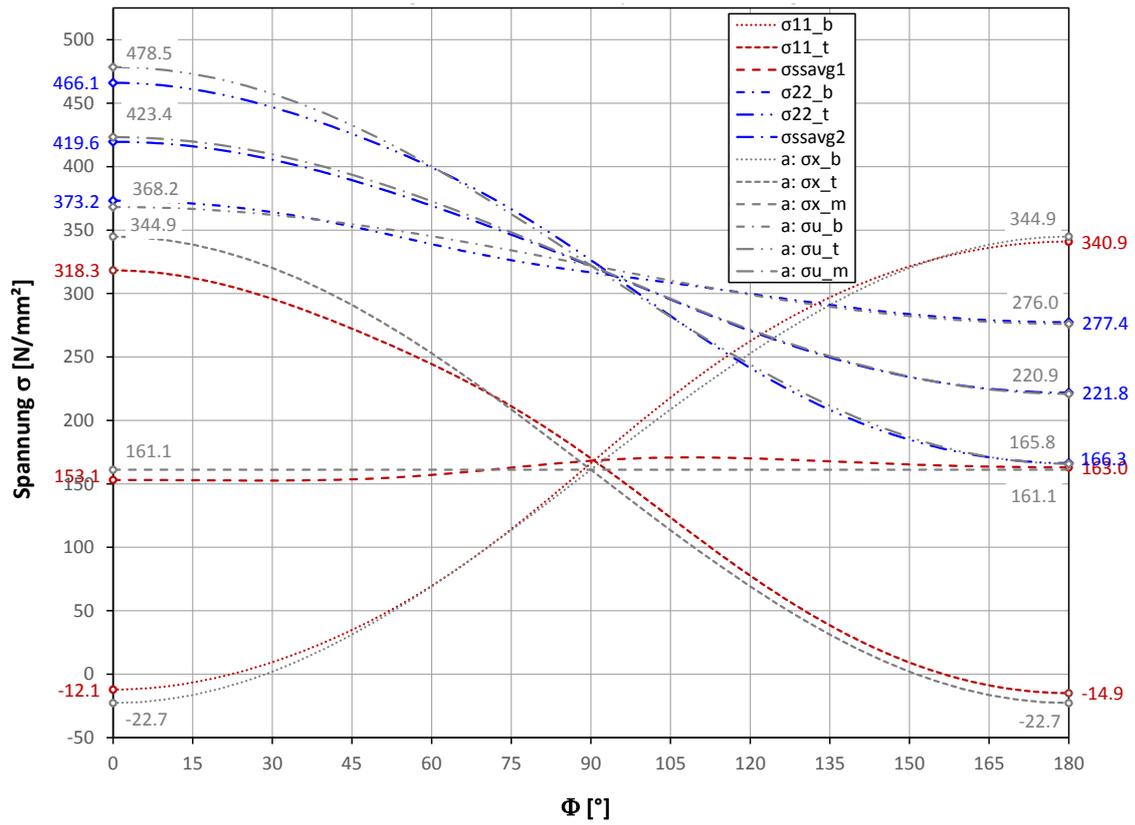


Abbildung 62: D4300_t39_7_5_x Spannungen entlang der Verschneidungslinie, Vergleich mit der analytischen Lösung

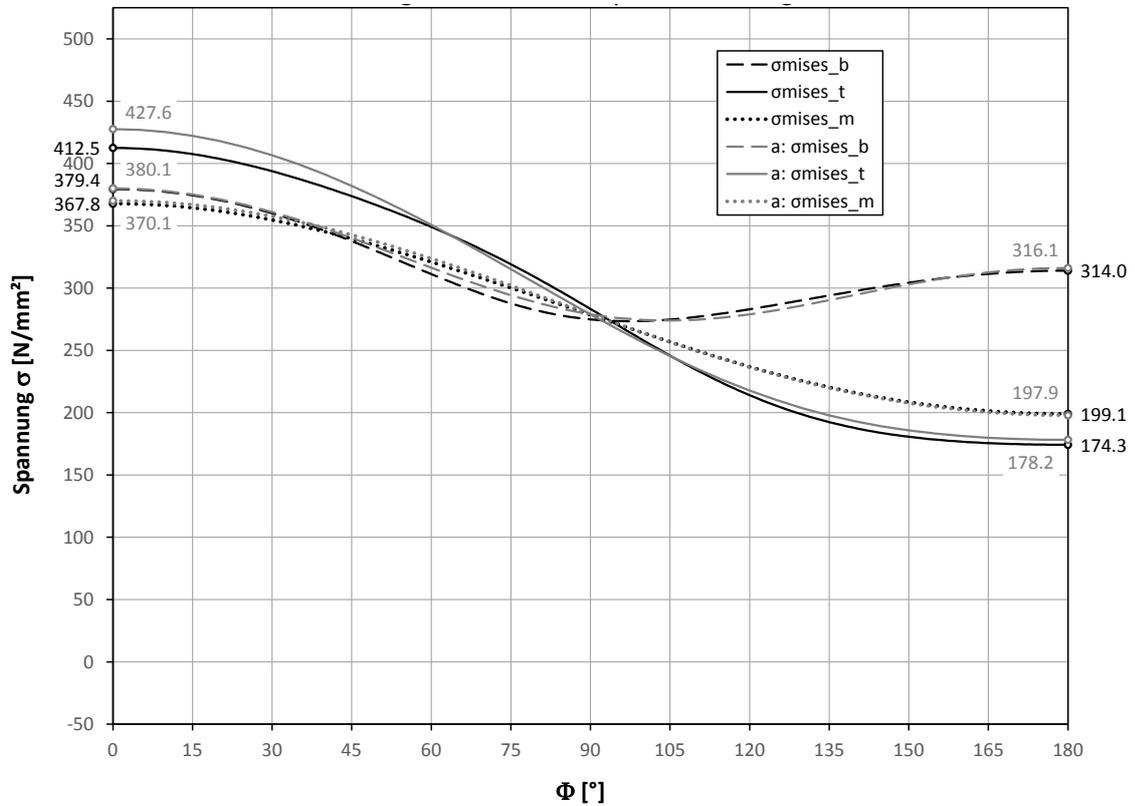


Abbildung 63: D4300_t39_7_5_x Spannungen entlang der Verschneidungslinie, Vergleich mit der analytischen Lösung

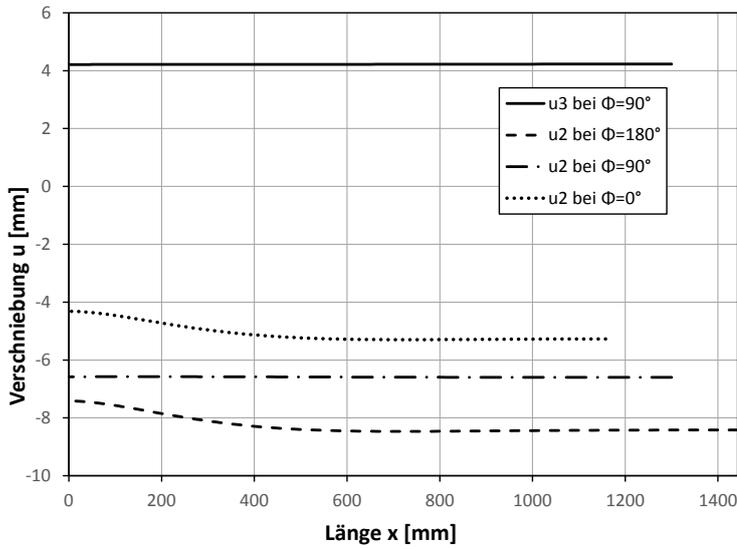


Abbildung 64: D4300_t39_7_5_x Verschiebungen

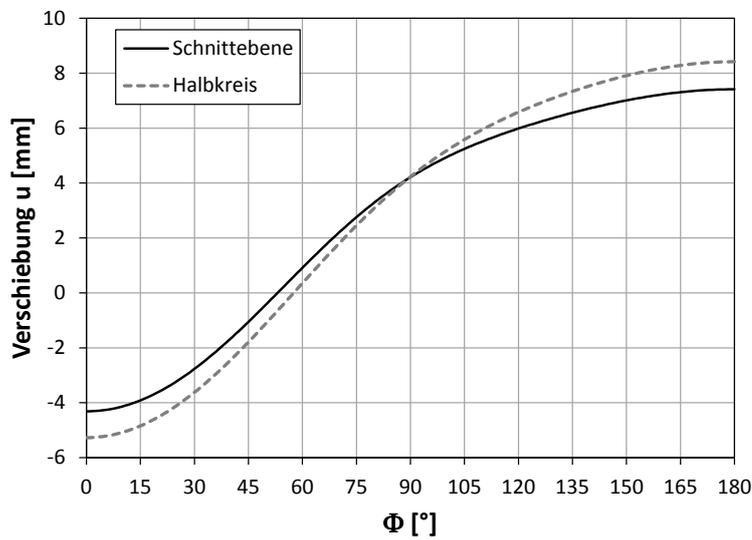


Abbildung 65: D4300_t39_7_5_x Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

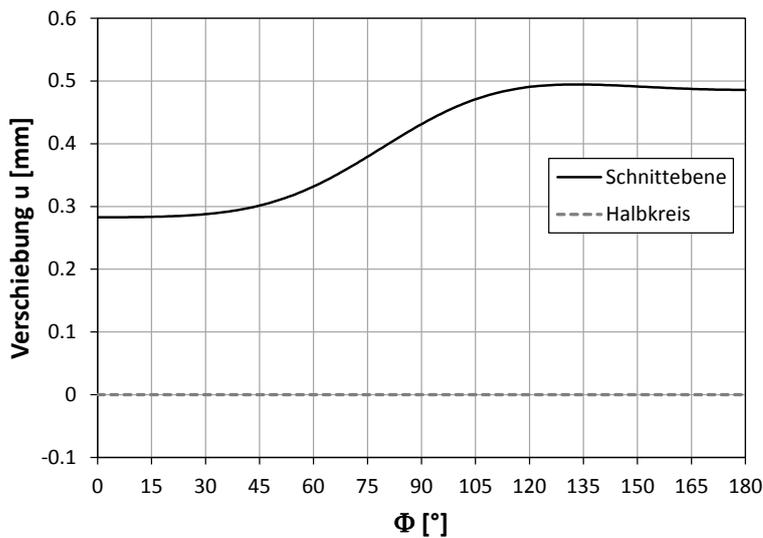


Abbildung 66: D4300_t39_7_5_x Verschiebung in x- Richtung (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

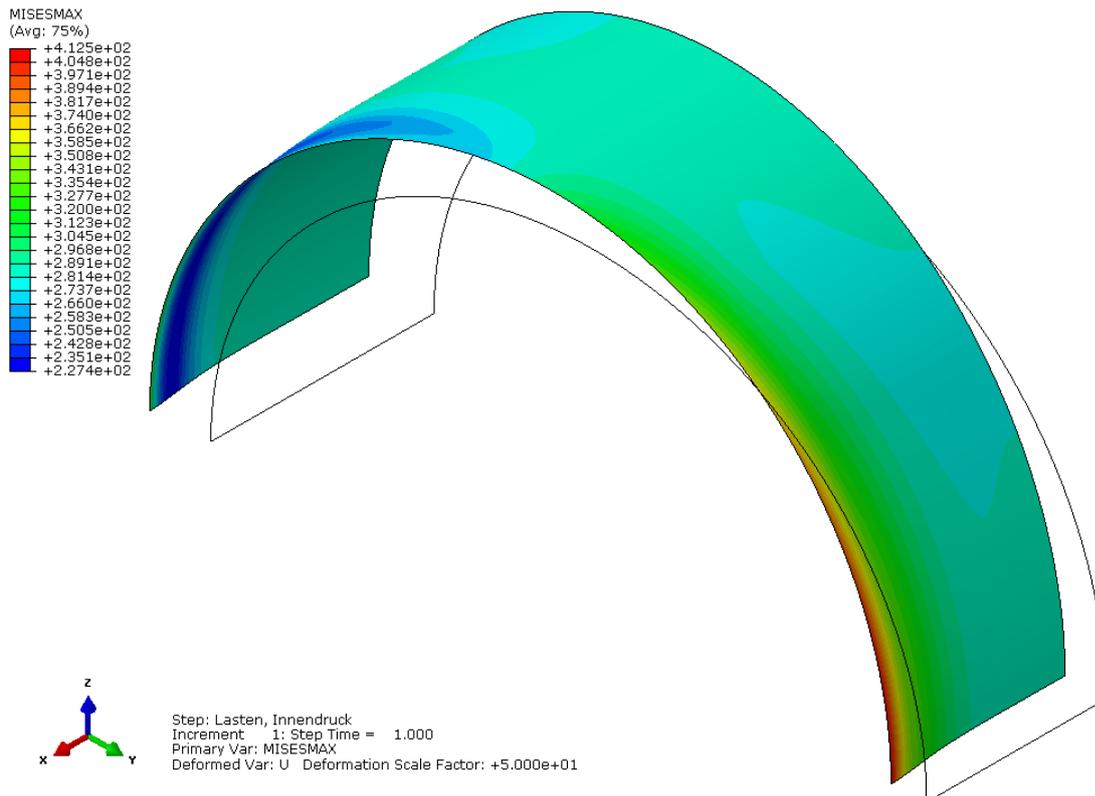


Abbildung 67: D4300_t39_7_5_x FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

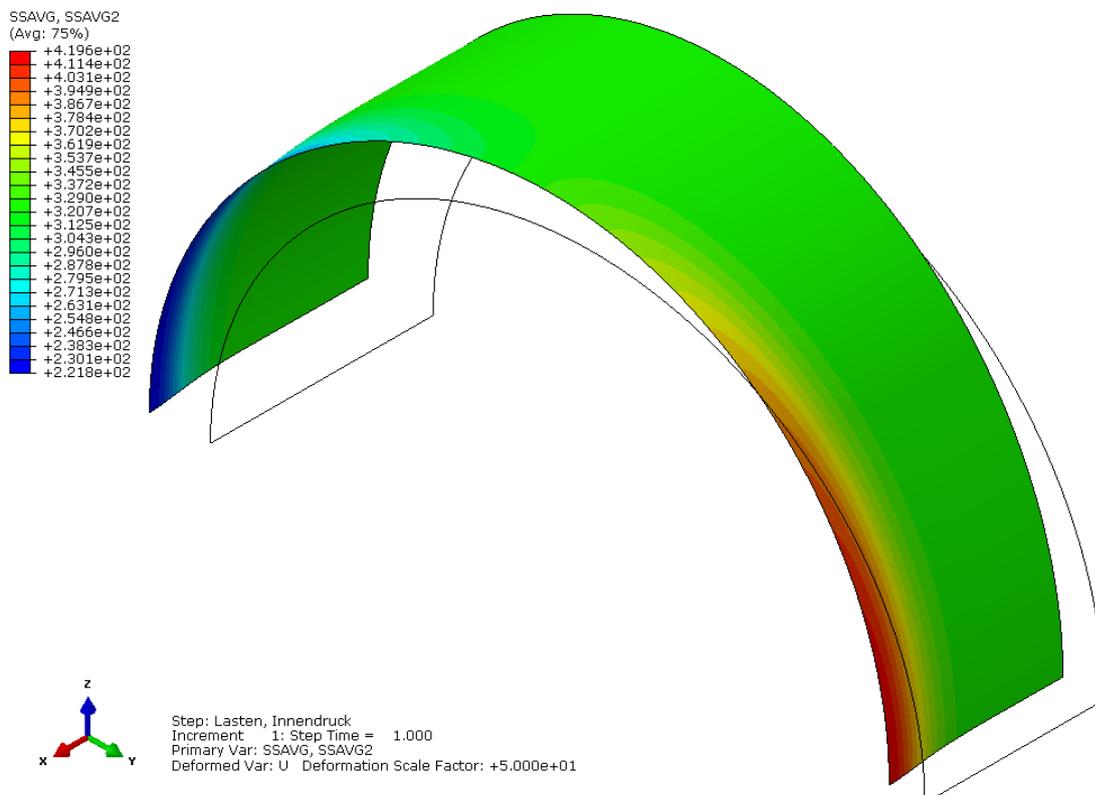


Abbildung 68: D4300_t39_7_5_x FE- Plot, Umfangspannung in der Mittelebene

Zu erkennen ist, dass die Diagramme in Kapitel 5.1 und die Diagramme in diesem Kapitel ganz ähnliche Spannungsverläufe zeigen, obwohl die Randbedingungen anders gewählt worden sind. Im Grunde bewirken der aufgebrauchte Deckeldruck und die Symmetrieebene am Ende des Rohrs das Gleiche. Die globale Verschiebung ist anders als beim System mit aufgebrauchtem Deckeldruck, denn der Segmentkrümmer wandert mehr in Richtung des Abtriebes als beim System mit aufgebrauchtem Deckeldruck. Allerdings sind die lokalen Verschiebungen fast ident.

Diese Tabelle zeigt analog zur Berechnung mit freier Verschiebung in x-Richtung den Vergleich der analytischen mit der numerischen Berechnung.

analytische Lösung		$\sigma_{xBb} = -183.80$		$\sigma_{xBt} = 183.80$
GNA	$\sigma_{11b} =$	166.51	-0.906	$\sigma_{11t} =$ 163.91 0.892

analytische Lösung		$\sigma_{xm} = 161.06$		$\sigma_{xm,0} = 161.06$
GNA	$\sigma_{ssavg1} =$	153.06	0.950	$\sigma_{ssavg1,0} =$ 154.36 0.958

analytische Lösung		$\sigma_{um} = 423.35$		$\sigma_{um,0} = 322.12$
GNA	$\sigma_{ssavg2} =$	419.63	0.991	$\sigma_{ssavg2,0} =$ 322.99 1.003

analytische Lösung		$\sigma_{ub} = 368.21$		$\sigma_{ut} = 478.50$
GNA	$\sigma_{22b} =$	373.20	1.014	$\sigma_{22t} =$ 466.06 0.974

analytische Lösung		$\sigma_{misesb} = 380.09$		$\sigma_{mises t} = 427.64$
GNA	$\sigma_{misesb} =$	379.42	0.998	$\sigma_{mises t} =$ 412.52 0.965

Abkürzungen:

- σ_{xBb} = Biegeanteil der Längsspannung, bottom
- σ_{xBt} = Biegeanteil der Längsspannung, top
- σ_{11b} = (FE) Biegeanteil der Längsspannung, bottom
- σ_{11t} = (FE) Biegeanteil der Längsspannung, top
- σ_{xm} = Längssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{xm,0}$ = Längssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{ssavg1} = (FE) Längssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{ssavg1,0}$ = (FE) Längssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{um} = Umfangssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{um,0}$ = Umfangssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{ssavg2} = (FE) Umfangssp. in der Mittelebene
- $\sigma_{ssavg2,0}$ = (FE) Umfangssp. in der Mittelebene am Ende des Rohres
- σ_{ub} = max. Umfangssp., bottom
- σ_{ut} = max. Umfangssp., top
- σ_{22b} = (FE) max. Umfangssp., bottom
- σ_{22t} = (FE) max. Umfangssp., top
- σ_{misesb} = Mises-Vergleichsspannung, bottom
- $\sigma_{mises t}$ = Mises-Vergleichsspannung, top

Tabelle 4: Vergleich der FE- Berechnung mit der analytischen Berechnung

5.3 Parameterstudie

5.3.1 Darstellung der Ergebnisse

Die Parameter werden wie in Tabelle 1 dargestellt variiert. Für die Parameterstudie wird die geometrisch nichtlineare elastische Berechnungsmethode (GNA) herangezogen, denn diese berücksichtigt die Glättungserscheinungen des Rohres. Für jede einzelne Berechnung gibt es Diagramme, in denen die verschiedenen Spannungen und Verschiebung, wie in Kapitel 5.1.1, dargestellt sind. Diese Diagramme sind im ANHANG B der erweiterten Version der Arbeit zu finden.

Die Ergebnisse der Parameterstudie sind in der Abbildung 69 dargestellt. Die Erklärung der Ergebnisse erfolgt anschließend.

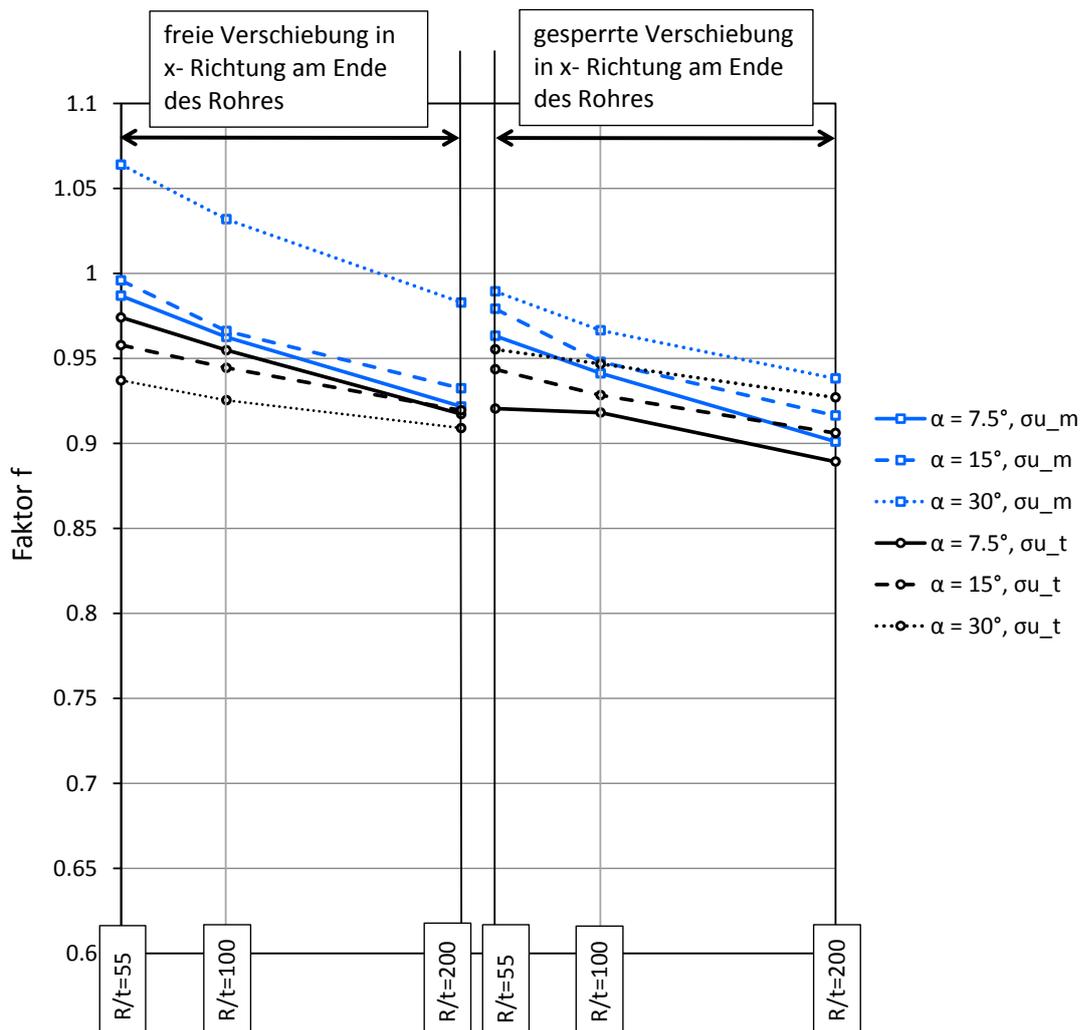


Abbildung 69: Faktor f in Abhängigkeit der R/t -Verhältnisse und des Winkels α

Der Faktor f , der in der Abbildung 69 dargestellt ist, soll die Unterschiede zwischen der FE-Berechnung und der analytischen Berechnung nach Green/Emmerson zeigen. Dargestellt sind die Faktoren f für die Umfangsspannung (σ_u) am Querschnitt middle (m...Mittelfläche der Schale) und top (t...Außenfläche der Schale). Es sind nur Umfangsspannungen und keine Längsspannungen ausgegeben, denn die Umfangsspannungen sind bemessungsbestimmend für den Segmentkrümmer.

Bei der elastischen Berechnung ist die top- Umfangsspannung in jedem Fall größer als die bottom- Umfangsspannung, deshalb wird nur die top- Umfangsspannung dargestellt.

Analytische Rechnung:

$$\sigma_{u,t} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.9928 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \dots \text{nach Green/Emmerson}$$

$$\sigma_{u,m} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \dots \text{nach Green/Emmerson}$$

Spannungen aus der FE- Rechnung mit Hilfe des Faktors f dargestellt:

$$\sigma_{u,t,FE} = \frac{pr}{t} * \left(1 + f * 0.9928 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

$$\sigma_{u,m,FE} = \frac{pr}{t} * \left(1 + f * 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Darstellung des Faktors f wird anhand eines Ausschnittes der Umfangsspannungen in der Schnittebene in der Abbildung 70 erläutert. Auf der linken Seite des Bildes sind die Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$ dargestellt. Auf der rechten Seite des Bildes ist der Punkt bei $\Phi = 90^\circ$ an dem sich alle Umfangsspannungen schneiden. Grau dargestellt sind die analytischen Lösungen. Blau dargestellt sind die Lösungen der FE-Berechnung. Der Faktor A in der Abbildung 70 bedeutet:

$$A = \frac{pr}{t} * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2)$$

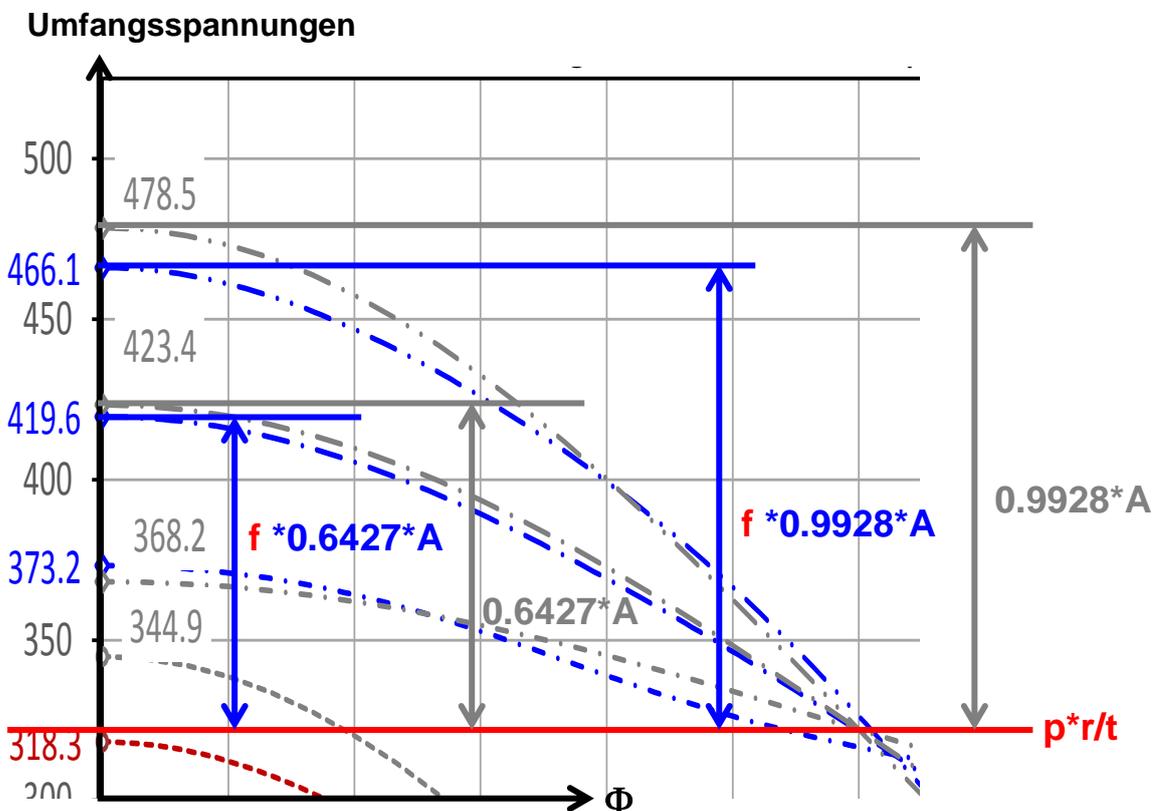


Abbildung 70: Graphische Darstellung des Faktors f anhand eines Ausschnittes der Spannungen in der Schnittebene

5.4 Zusammenfassung

Die Parameterstudie zeigt, dass die Membranspannungen im Falle gesperrter Randverschiebungen niedriger liegen, als bei freien Randverschiebungen. Von der Größenordnung der Faktoren f ist zu erkennen, dass bei dem Fall mit freier Verschiebung in x - Richtung und Knickwinkel $\alpha = 30^\circ$ der Faktor f der Umfangsmembranspannung den Wert von 1.0 übersteigt. Bei allen anderen Fällen sind die Faktoren kleiner als eins. Der Trend ist ganz deutlich zu erkennen, dass mit zunehmenden r/t -Verhältnissen, die analytische Rechnung zu einer Überschätzung der Spitzenspannungen führt.

Die Annahme, dass mit zunehmenden Knickwinkeln die Formeln konservativer werden, bestätigt sich nicht. Die Werte der analytischen Berechnung der Umfangsspannungen in der Mittelebene nehmen im Vergleich mit der FE-Berechnung mit zunehmenden Knickwinkeln zu.

Die Primärspannungen (Umfangsspannungen, σ_m) können für die untersuchten Fälle mit einem Streubereich des Faktors f von 0.9 bis 1.07 mit dieser analytischen Berechnung einfach und relativ genau bestimmt werden:

$$\sigma_{u,m,FE} = \frac{pr}{t} * \left(1 + f * 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Die Primärspannungen sind die Spannungen, die beim Anwachsen der Lasten zum Versagen führen. Diese Lasten werden auch als „nachdrängende“ Lasten bezeichnet. Die daraus entstehenden Spannungen sind zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts erforderlich.

Die Begrenzung der Primärspannungen (Umfangsspannungen in der Mittelebene) im Grenzzustand der Tragfähigkeit erfolgt durch die üblichen Beanspruchbarkeiten der Querschnittsnachweise:

$$f_{yd} = f_y / \gamma_{M0}$$

$$\text{Nachweis: } \sigma_p \leq f_{yd}$$

Dabei dürfen in der Regel plastische Reserven, die in der späteren plastischen Untersuchung des Segmentkrümmers betrachtet werden, ausgenutzt werden.

Als die top- Umfangsspannung wird die maximale Umfangsspannung bezeichnet, die die Erhöhung durch den Biegeanteil der Spannungen mitberücksichtigt. Das bedeutet eine Spannung, die sich aus Primärspannungen und Sekundärspannungen zusammensetzt. Diese Spannung kann ebenfalls durch den Faktor f mit einem Streubereich der untersuchten Fälle von 0.89 bis 0.98 mit der analytischen Berechnung bestimmt werden:

$$\sigma_{u,t,FE} = \frac{pr}{t} * \left(1 + f * 0.9928 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Die Sekundärspannungen sind die Spannungen, die nicht zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts notwendig sind, sondern die Formänderungsbedingungen erfüllen. Sie entstehen aus Zwängungszuständen und werden auch als „nicht nachdrängende“ Lasten bezeichnet. Diese Primär- und Sekundärspannungen müssen begrenzt werden, um das zyklische Plastizieren zu vermeiden. Die Begrenzung der Primärspannungen plus Sekundärspannungen erfolgt folgendermaßen:

$$\text{Nachweis: } \sigma_p + \sigma_s \leq 2 * f_{yd}$$

Das bedeutet, dass die Spannungen nach dem „Einspielen“ auf ein elastisches Verhalten eingeschränkt werden, um das zyklische Plastizieren zu vermeiden. Die Sekundärspannungen sind bei Segmentkrümmern von Druckrohrleitungen im Wasserkraftwerksbau in der Regel nicht so groß, dass dieser Nachweis maßgebend wird.

5.4.1 Innendrucke der Parameterstudie

Um die Spannungen der einzelnen Segmentkrümmer zu berechnen, wurden die Innendrucke der einzelnen Fälle der Parameterstudie wie folgt angesetzt:

$$R/t = 55, \alpha = 7.5^\circ, D4300_t39_7_5_(\mathbf{x}):$$

(x)... bedeutet, dass dieser Innendruck für beide Randbedingungen gilt:

$$p_i = 5.788 \text{ N/mm}^2$$

Bei dem Segmentkrümmer mit freier Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres, wird zusätzlich zum Innendruck die Deckeldruckkraft am freien Ende angesetzt.

$$R/t = 55, \alpha = 15^\circ, D4300_t39_15_(\mathbf{x})^1 :$$

$$p_i = \frac{440 * 39}{2170.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{2170.5/39} * \tan(15/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 4.257 \text{ N/mm}^2$$

$$R/t = 55, \alpha = 30^\circ, D4300_t39_30_(\mathbf{x}):$$

$$p_i = \frac{440 * 39}{2170.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{2170.5/39} * \tan(30/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 3.295 \text{ N/mm}^2$$

$$R/t = 100, \alpha = 7.5^\circ, D3000_t15_7_5_(\mathbf{x}):$$

¹ Der Innendruck der elastischen Berechnung wird mit der nachfolgenden Formel berechnet (Woher der Faktor 0.4 kommt, wird in der plastischen Berechnung (Kapitel 6.1) beschrieben):

$$\frac{f_y}{1.5} \leq \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2)\right) * 0.8888$$

$$p_i \equiv \frac{f_y * t}{r * \left(1 + 0.4 * \sqrt{r/t} * \tan(\alpha/2)\right) * 0.8888 * 1.5}$$

Diese Formel hat zur Grundlage, dass die Längsspannungen folgende Größe an der Schnittebene haben: $\sigma_{x,m} = 0.3 * \sigma_{u,m} = 0.3 * pr/t \left(1 + 0.4 * \sqrt{r/t} * \tan(\alpha/2)\right)$ Dieser Wert tritt nicht auf, denn die Längsspannungen in der Mittelebene steigen zu Schnittebene hin nicht an (das zeigen die vorherigen Berechnungen), sondern bleiben konstant mit dem Wert: $\sigma_{x,m} = pr/(2t)$

Für die plastische Berechnung wird der Innendruck richtig angesetzt (Kapitel 6.1), denn dort bezieht sich der Laststeigerungsfaktor auf den Innendruck, der eine Bemessung per Hand darstellt.

$$p_i = \frac{440 * 15}{1507.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{1507.5/15} * \tan(7.5/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 2.600 \text{ N/mm}^2$$

R/t = 100, $\alpha = 15^\circ$, D3000_t15_15_(x):

$$p_i = \frac{440 * 15}{1507.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{1507.5/15} * \tan(15/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 2.149 \text{ N/mm}^2$$

R/t = 100, $\alpha = 30^\circ$, D3000_t15_30_(x):

$$p_i = \frac{440 * 15}{1507.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{1507.5/15} * \tan(30/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 1.583 \text{ N/mm}^2$$

R/t = 200, $\alpha = 7.5^\circ$, D3000_t5_7_5_(x):

$$p_i = \frac{440 * 15}{1002.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{1002.5/5} * \tan(7.5/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 1.200 \text{ N/mm}^2$$

R/t = 200, $\alpha = 15^\circ$, D3000_t5_15_(x):

$$p_i = \frac{440 * 15}{1002.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{1002.5/5} * \tan(15/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 0.943 \text{ N/mm}^2$$

R/t = 200, $\alpha = 30^\circ$, D3000_t5_30_(x):

$$p_i = \frac{440 * 15}{1002.5 * \left(1 + 0.4 * \sqrt{1002.5/5} * \tan(30/2)\right) * 0.8888 * 1.5} = 0.654 \text{ N/mm}^2$$

6 Plastische Berechnung - freitragender Segmentkrümmer

Die plastische Berechnung wird als GMNA (Geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung) durchgeführt. Das plastische Materialgesetz, das verwendet wird, ist in Kapitel 4.1 beschrieben.

Es werden ebenfalls, wie bei der elastischen Berechnung die Parameter, die in Tabelle 1 dargestellt sind, variiert.

Das FE- Modell ist in Kapitel 4.1 beschrieben.

Am Anfang dieses Kapitels wird das plastische Tragverhalten anhand derselben Geometrie, die auch in der elastischen Berechnung näher erläutert wurde, mit freier und gesperrter Verschiebung in x-Richtung dargestellt. Anschließend werden die Ergebnisse der Parameterstudie gezeigt.

6.1 Berechnung D4300_t39_7_5 mit freier Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohres

Der Innendruck wird folgendermaßen angesetzt und bis zum Versagen des Systems oder Erreichung der maximalen Dehnung von 20 % gesteigert:

Ausnutzung der Mises- Vergleichsspannung:

Die elastische Rechnung hat gezeigt, dass die Längsspannung in der Mittelebene über die ganze Länge des Rohres konstant bleibt und folgende Größe hat:

$$\sigma_{x,m} = \frac{pr}{2t}$$

Die Umfangsspannung in der Mittelebene bleibt nicht konstant über die Länge und hat folgende Maximalspannung in der Schnittebene:

$$\sigma_{u,m} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

In der plastischen Bemessung kann vorerst angenommen werden, dass der Faktor von 0.6427 auf 0.4 reduziert werden kann. (plastische Tragreserve des Stahls; Dies soll überprüft werden, ob diese Annahme getroffen werden kann):

$$\sigma_{u,m} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Unter der Annahme, die sich später als richtig herausstellt, dass die Längsspannungen auch in der plastischen Rechnung konstant bleiben kann folgende Mises-Vergleichsspannung für die Bemessung gebildet werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{v,m} &= \sqrt{\left(\frac{pr}{2t} \right)^2 + \left(\frac{pr}{t} \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \right)^2} - \frac{pr}{2t} * \frac{pr}{t} \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \\ \sigma_{v,m} &= \frac{pr}{t} \sqrt{\frac{1}{4} + \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)^2} - \frac{1}{2} \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \end{aligned}$$

Sicherheitskonzept:

laut CECT [7] gilt:

$$\sigma_{v,m,k} \leq \frac{f_y}{C'}$$

$C' = 1.5 \dots$ gilt für Rohrleitungen im Stollen verlegt mit Hinterfüllung aus Beton, die als freitragend berechnet werden (keine Mitwirkung des Gebirges); gilt für Primärspannungen;

Als Bedingung für die Handbemessung gilt, dass sie am Bemessungslimit liegt:

$$\sigma_{v,m,k} \equiv \frac{f_y}{C'} = \frac{f_y}{1.5}$$

aus dieser Bedingung errechnet sich der aufnehmbare Innendruck, der in plastischen Berechnung angesetzt wird, zu:

$$p_i = \frac{f_y * t}{C' * r * \sqrt{\frac{1}{4} + \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2)\right)^2} - \frac{1}{2} \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2)\right)}$$

Für diesen Fall errechnet sich der Innendruck zu:

$$\begin{aligned} p_i &= \\ &= \frac{440 * 39}{1.5 * 2170.5 * \sqrt{\frac{1}{4} + \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(3.75)\right)^2} - \frac{1}{2} \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(3.75)\right)} \\ &= 5.068 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

ANMERKUNG:

Aufgrund der schrittweisen Berechnung von ABAQUS können die einzelnen Spannungen und Verschiebungen nicht genau bei einem LPF von 1.5 ausgelesen werden, sondern es muss das nächst größere oder kleinere Inkrement der Berechnung herangezogen werden, um dort die Spannungen auszulesen.

6.1.1 Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen

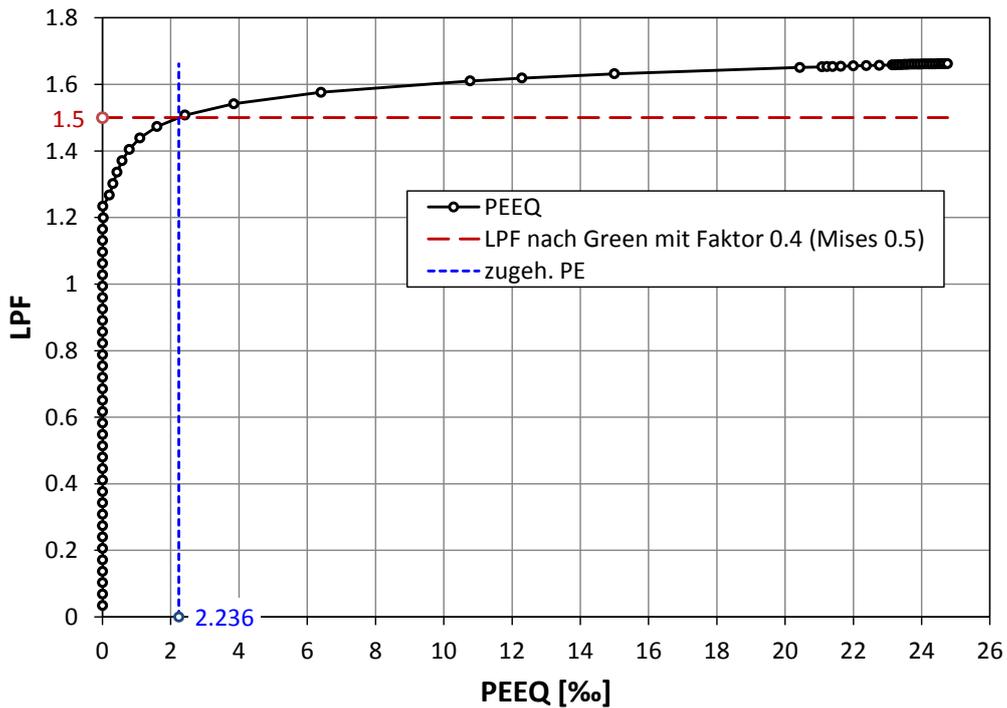


Abbildung 71: LPF in Abhängigkeit von PEEQ

Die rote Linie stellt den Laststeigerungsfaktor dar, der die Grenztragfähigkeit der analytischen Berechnung mit dem reduzierten Faktor der Green/Emmerson Formel und der Ausnutzung der Mises-Vergleichsspannung (Siehe Kapitel 6.1) widerspiegelt. PEEQ... (plastic equivalent strain); Vergleichsdehnung nach Mises

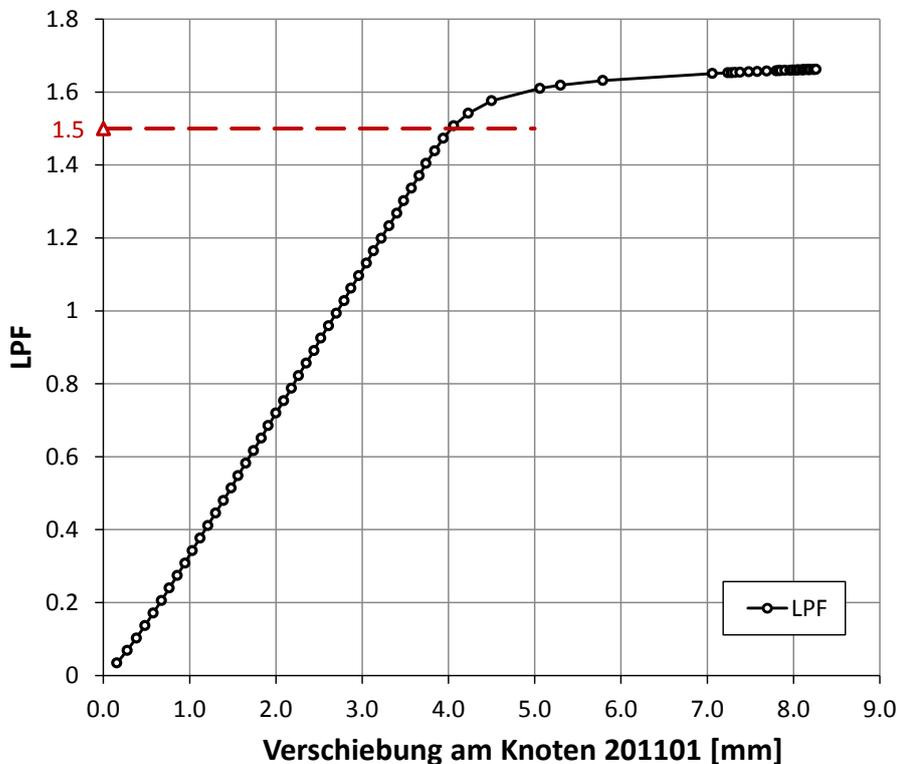


Abbildung 72: Verschiebung am Knoten 201101 (Knoten bei $\Phi = 90^\circ$ in der Schnittebene)

Darstellung der Verschiebung des Knoten 201101 (siehe Abbildung 22) in z-Richtung.

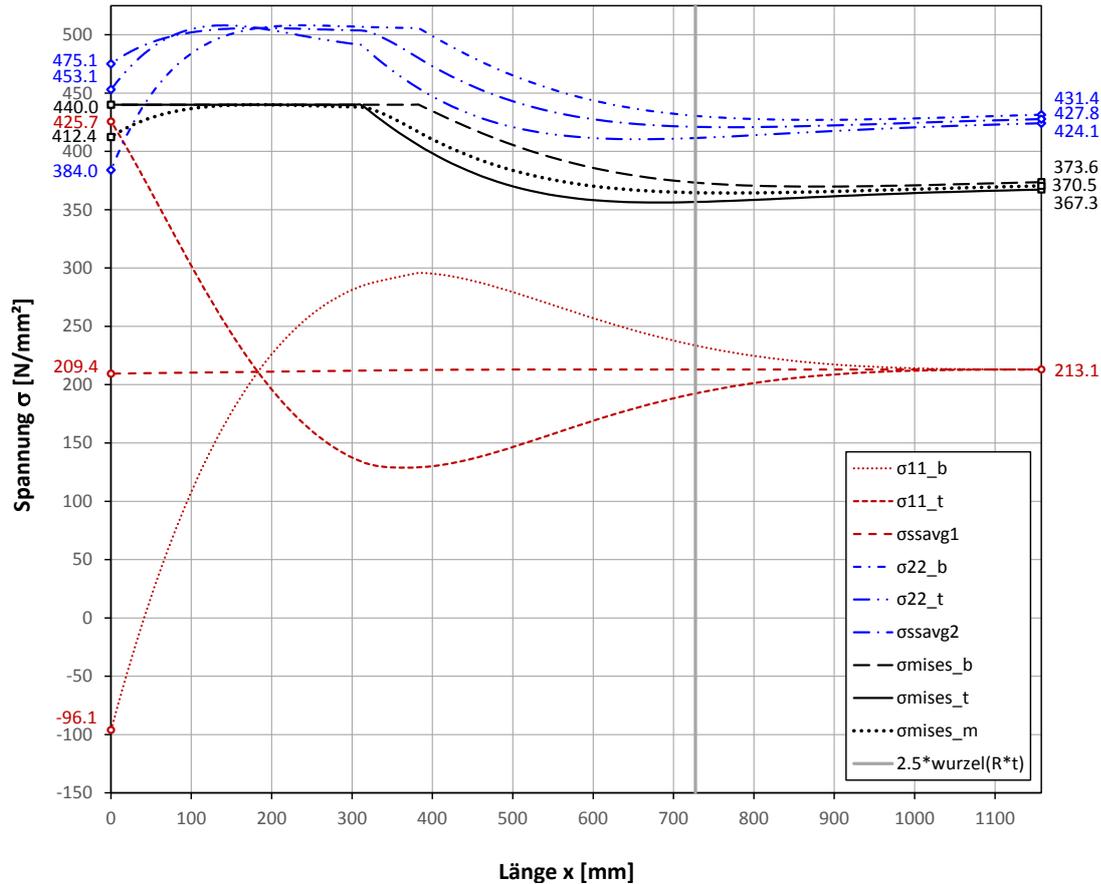


Abbildung 73: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$ (LPF = 1.51)

Die Spannungsdiagramme sind bei dem teilplastischen Zustand mit einem Laststeigerungsfaktor von 1.51 dargestellt. In Abbildung 73 zeigt sich, dass die Mises-Spannungen am Querschnitt top und bottom an der Schnittebene zu fließen beginnen. Die Biegespannungen klingen, anders als bei der elastischen Berechnung, erst nach der Länge $l_{x,0} = 2.5 * \sqrt{r * t}$ ab. Die Umfangsspannung fällt zur Schnittebene hin durch Spannungsumlagerungen ab. Die Umfangsspannungen werden weg von der Schnittebene in Richtung des Endes des Rohres umgelagert.

Die Spannungen bei $\Phi = 90^\circ$ (Abbildung 74) kommen nicht ins Fließen. Die Umfangsspannungen haben den Wert $p*r/t$ und die Längsspannungen den Wert $p*r/(2*t)$. Sie verhalten sich wie die Spannungen am geraden Rohr.

Die Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$ kommen ebenfalls nicht in Fließen. Sie besitzen die gleiche Symptomatik wie bei der elastischen Berechnung.

Bei den Spannungen entlang der Verschneidungslinie oder Schnittebene (Abbildung 76) stellt sich heraus wie weit die Spannungen um den Umfang ins Fließen kommen.

Wie die Verschiebungen zu verstehen sind, ist in der elastischen Berechnung in Kapitel 5.1.1 zu entnehmen.

Die Spannungsdiagramme der plastischen Rechnung mit gesperrter Verschiebung in x-Richtung (Kapitel 6.2) sind gleich zu verstehen wie diese und werden nicht näher erläutert.

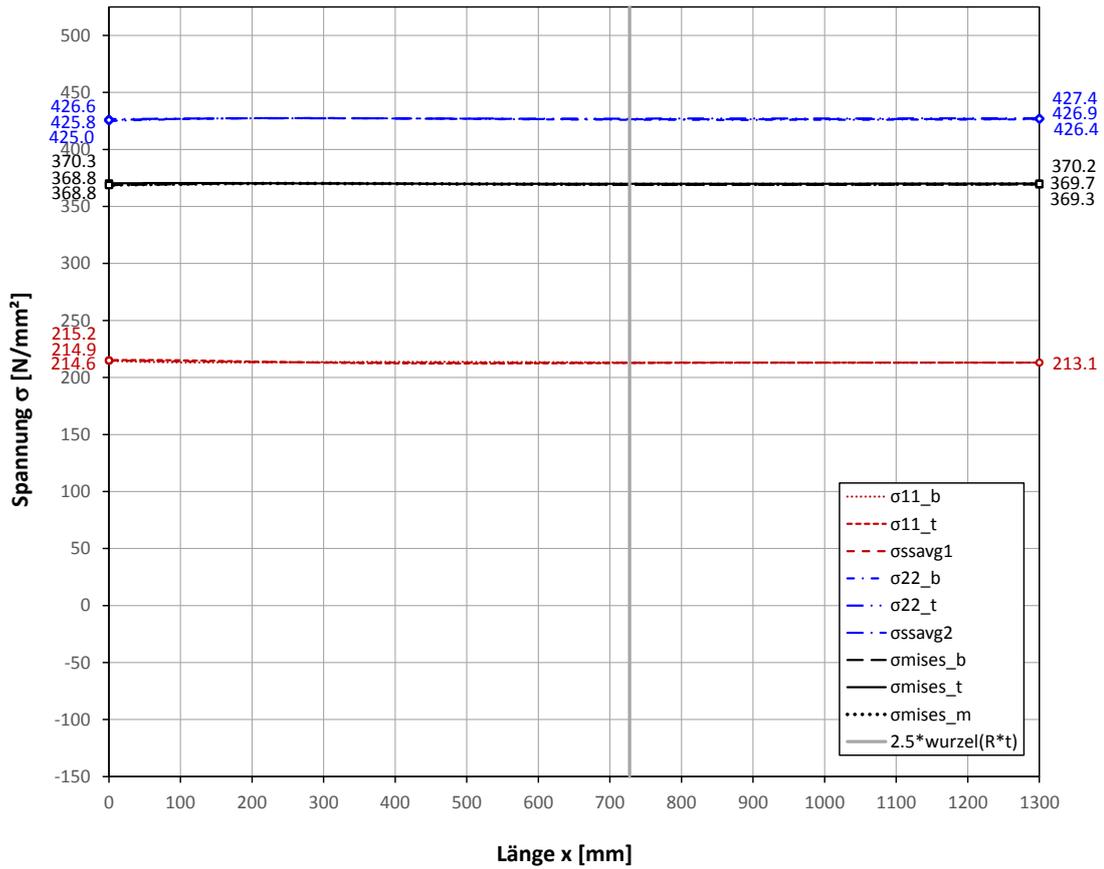


Abbildung 74: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.51)

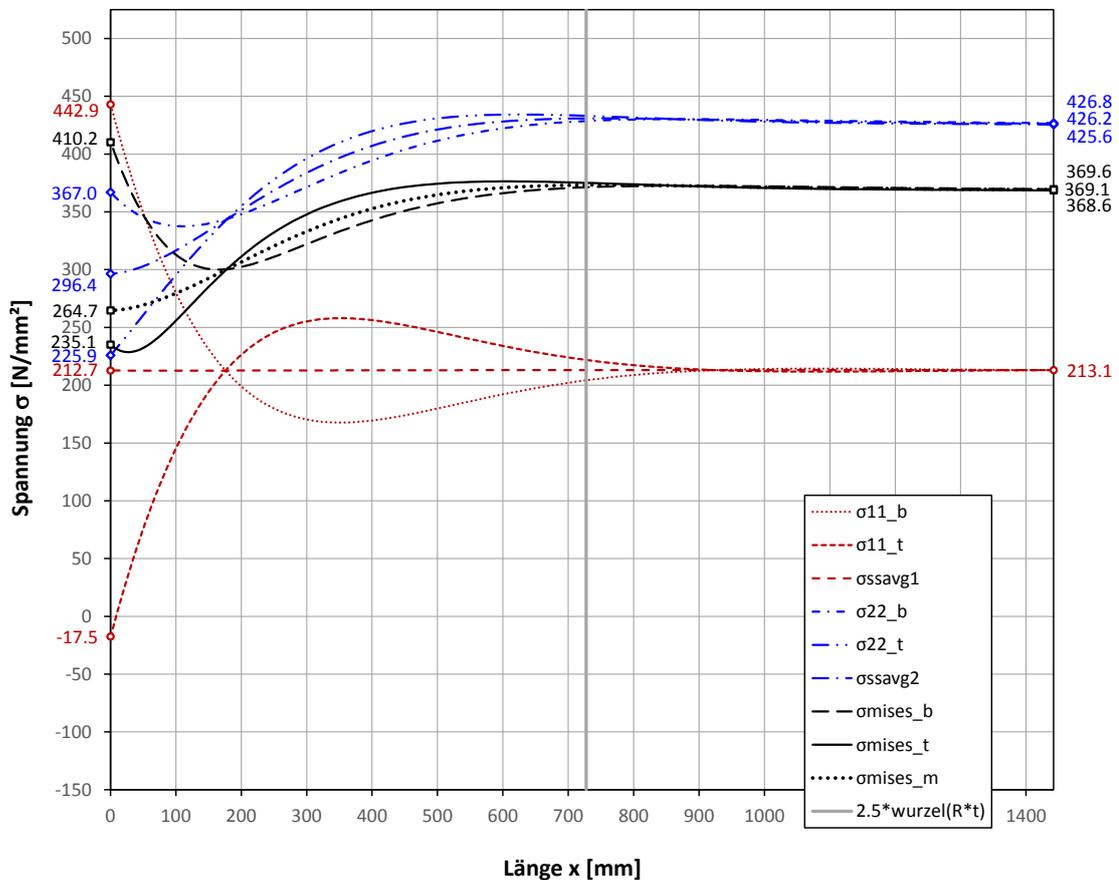


Abbildung 75: D4300_t39_7_5 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$ (LPF = 1.51)

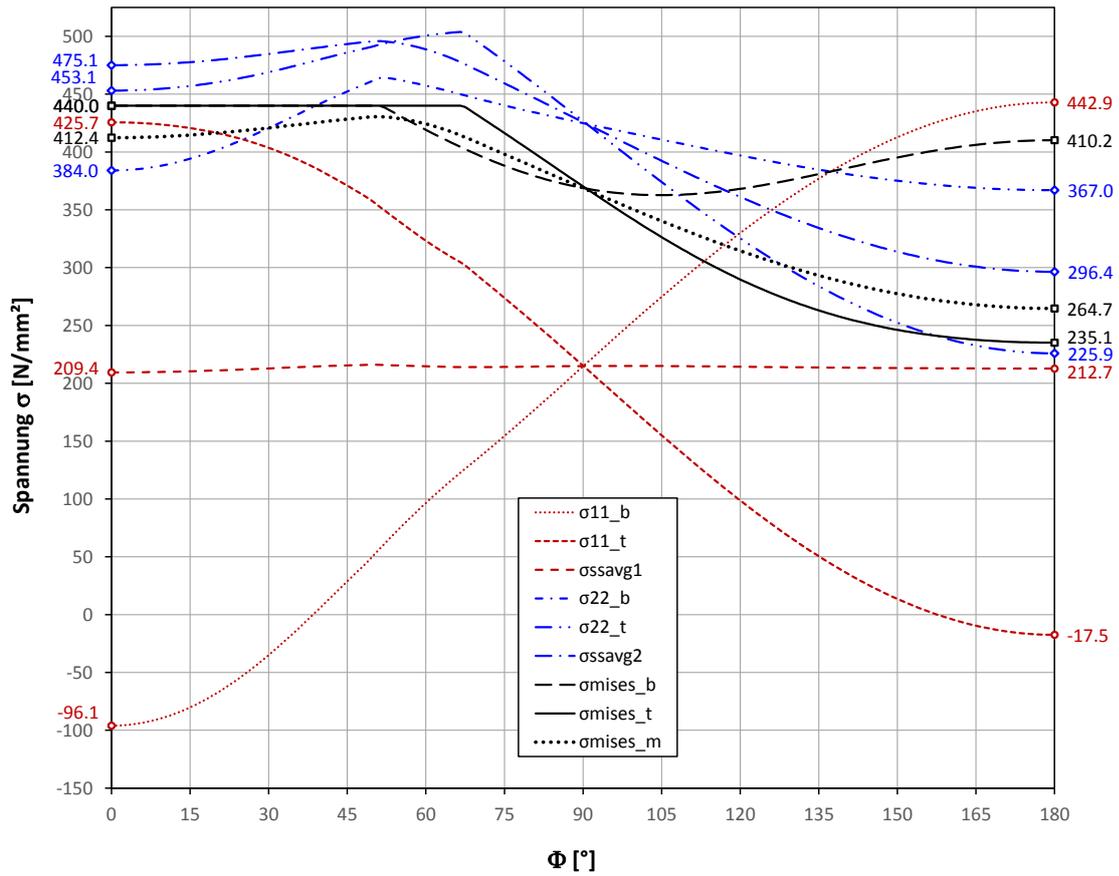


Abbildung 76: D4300_t39_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie (LPF = 1.51)

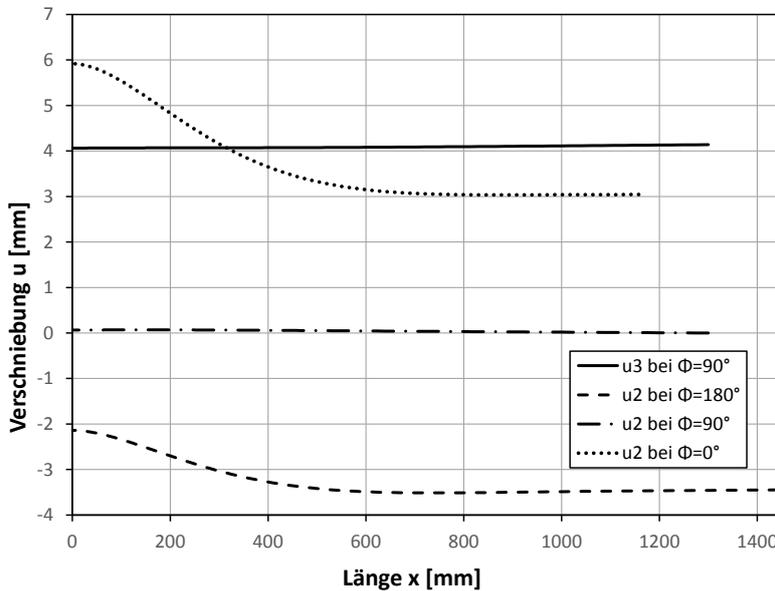


Abbildung 77: D4300_t39_7_5 Verschiebungen (LPF = 1.51)

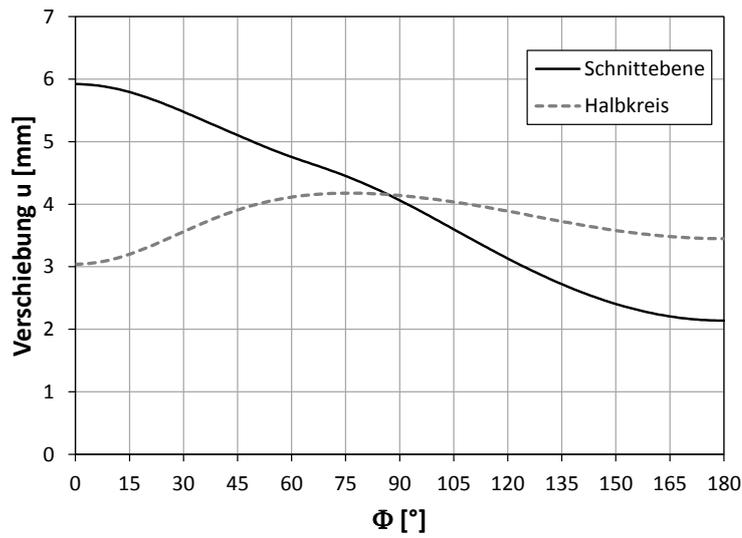


Abbildung 78: D4300_t39_7_5 Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres) (LPF = 1.51)

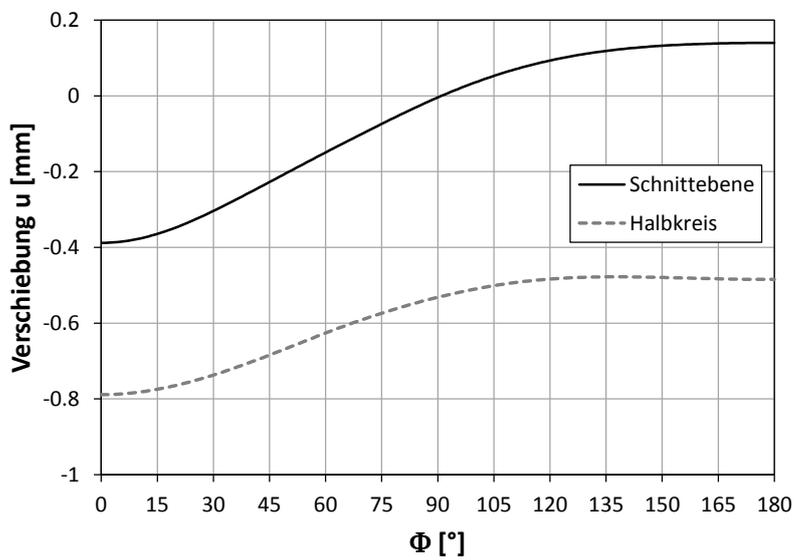


Abbildung 79: D4300_t39_7_5 Verschiebungen in x- Richtung (LPF = 1.51)

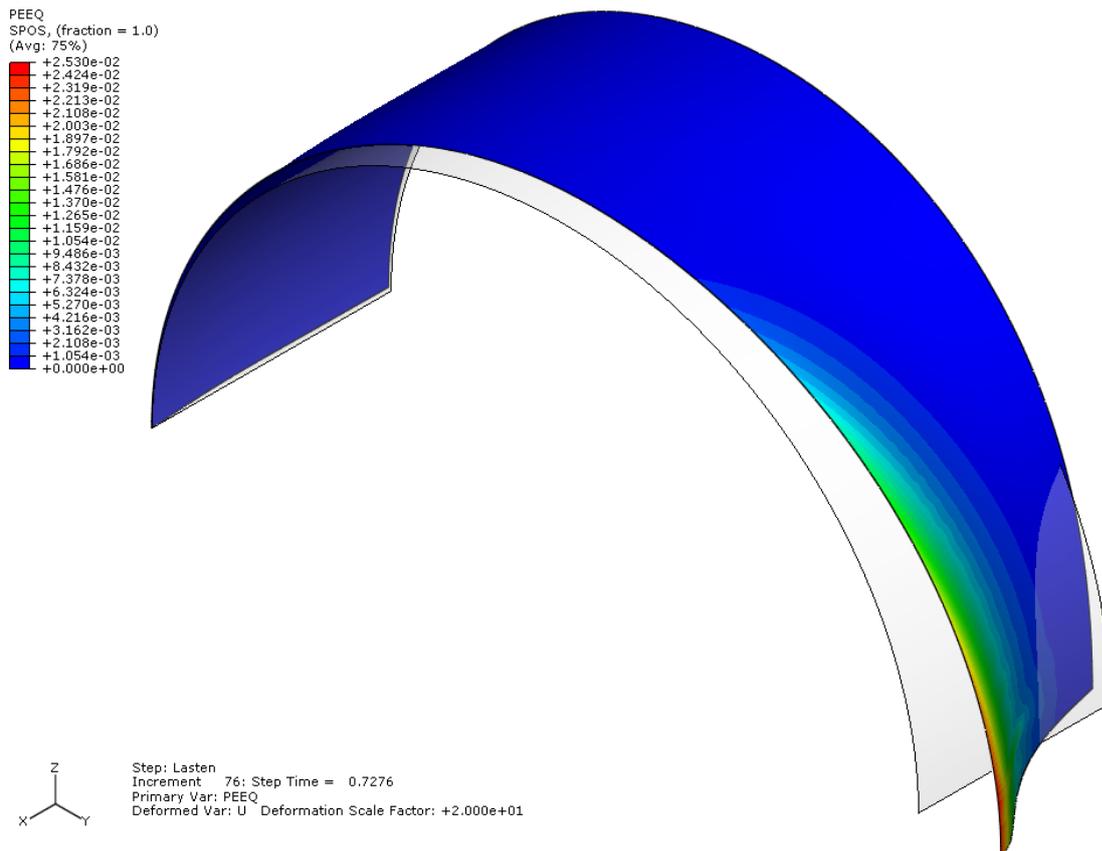


Abbildung 80: D4300_t39_7_5 FE- Plot, PEEQ (LPF = maximum)

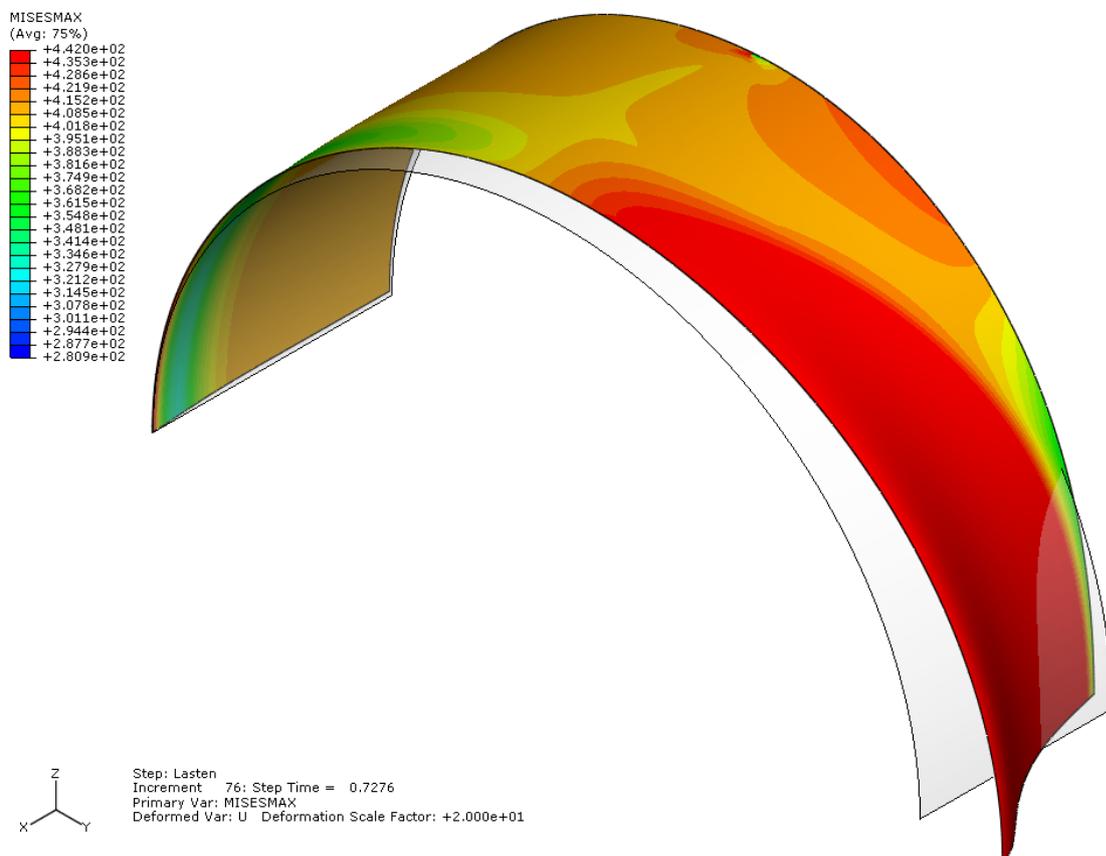


Abbildung 81: D4300_t39_7_5 FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt (LPF = maximum)

6.2 Berechnung D4300_t39_7_5 mit gesperrter Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohres

Der Innendruck wird gleich, wie in Kapitel 6.1 beschrieben, angesetzt.

6.2.1 Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen

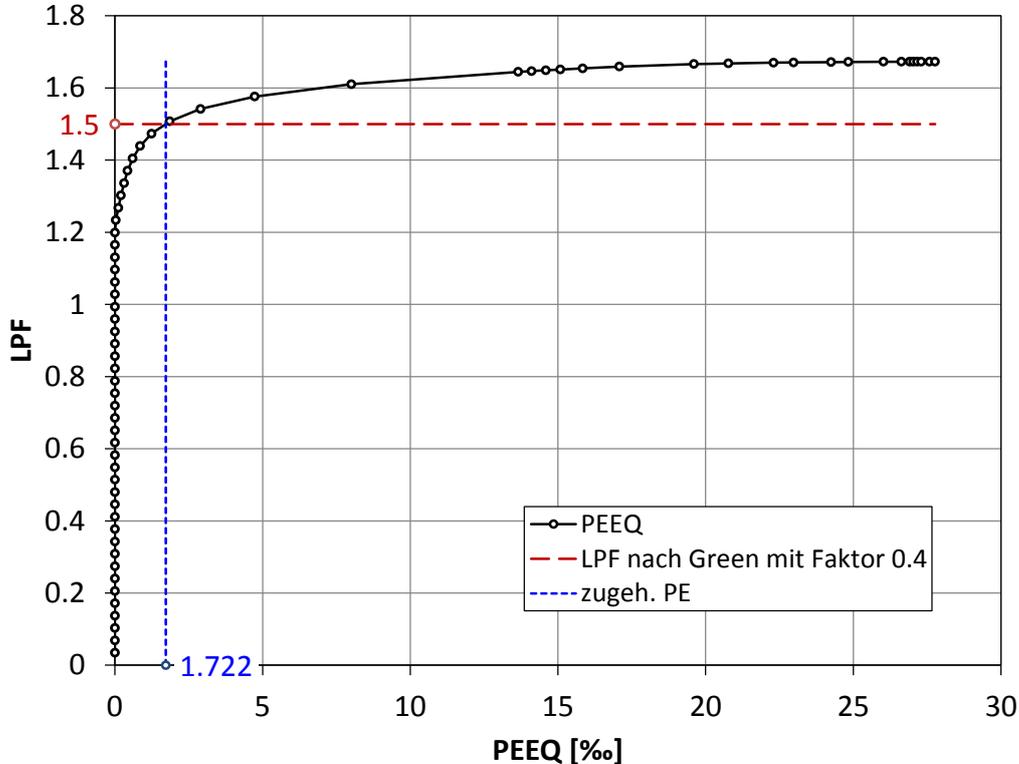


Abbildung 82: LPF in Abhängigkeit von PEEQ

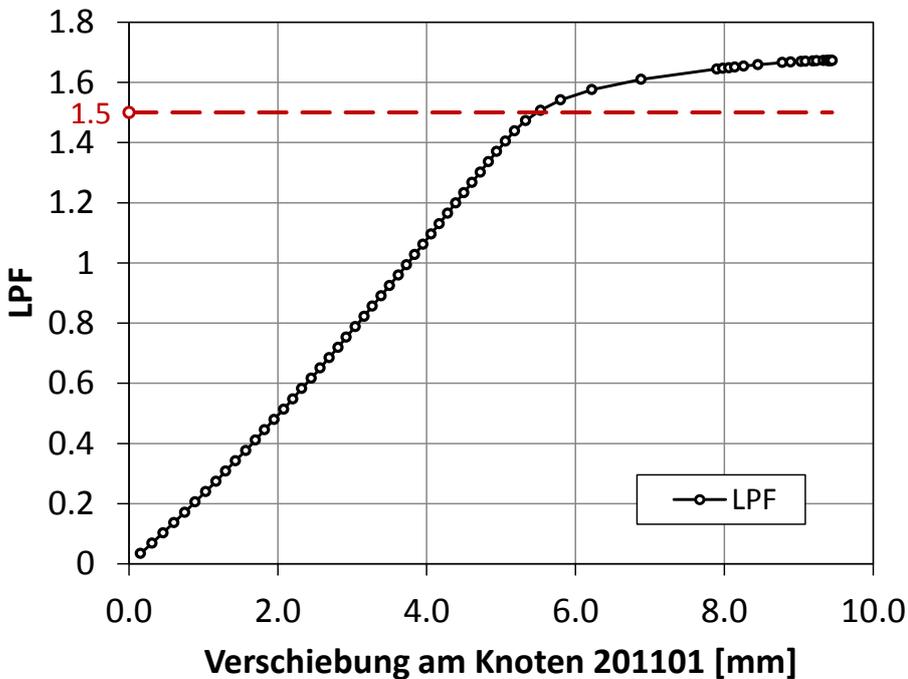


Abbildung 83: Verschiebung am Knoten 201101 (Knoten bei $\Phi = 90^\circ$ in der Schnittebene)

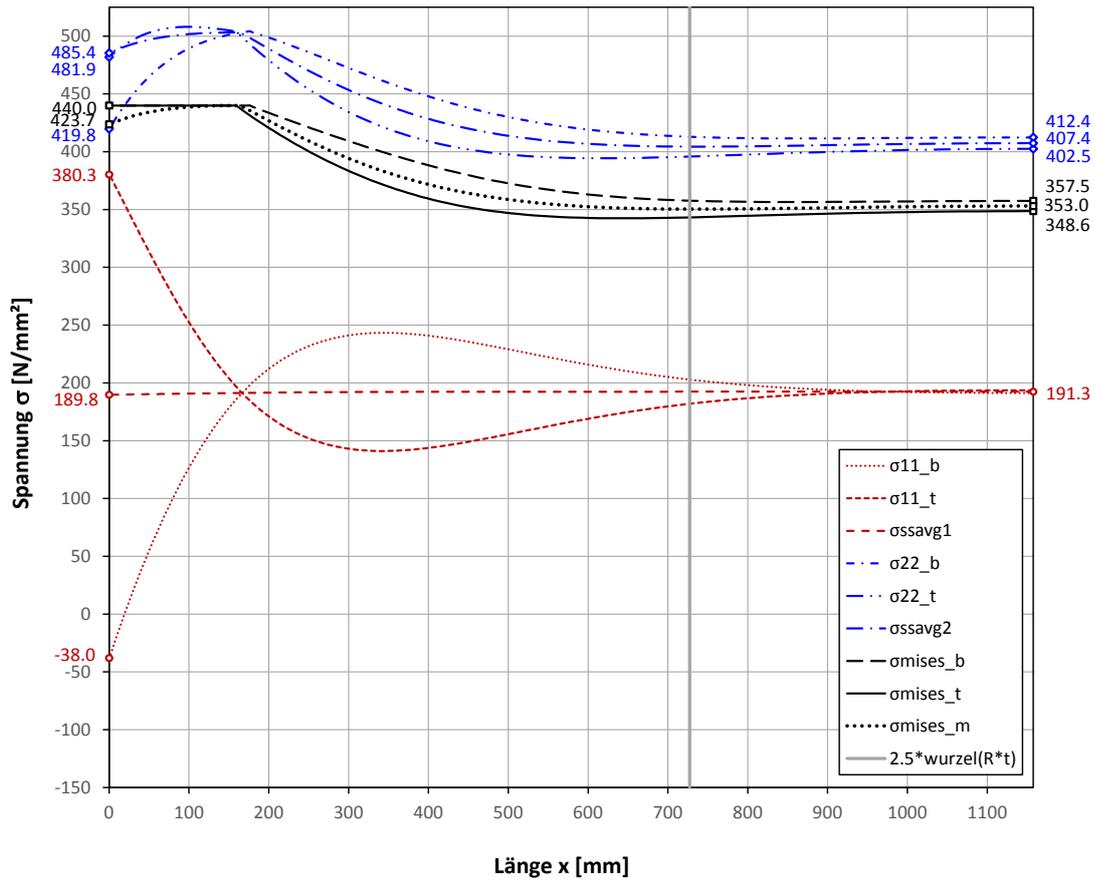


Abbildung 84: D4300_t39_7_5_x Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$ (LPF = 1.45)

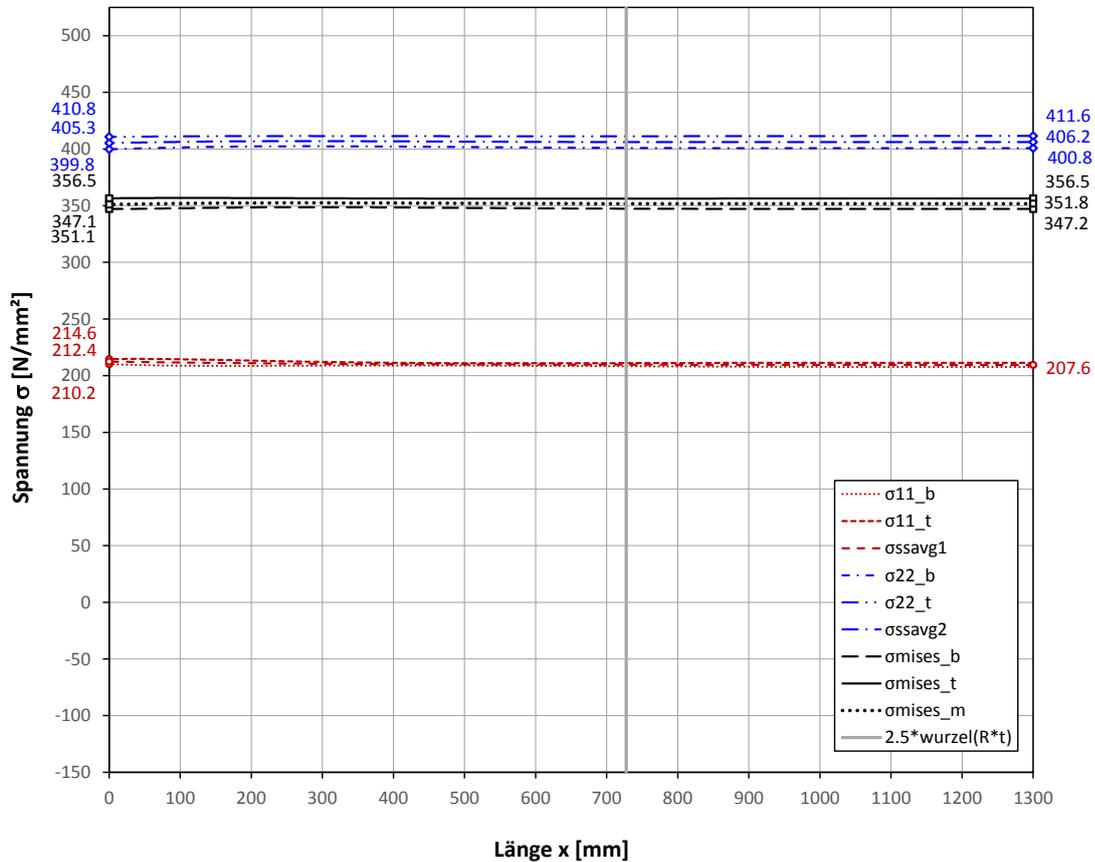


Abbildung 85: D4300_t39_7_5_x Spannungen bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.45)

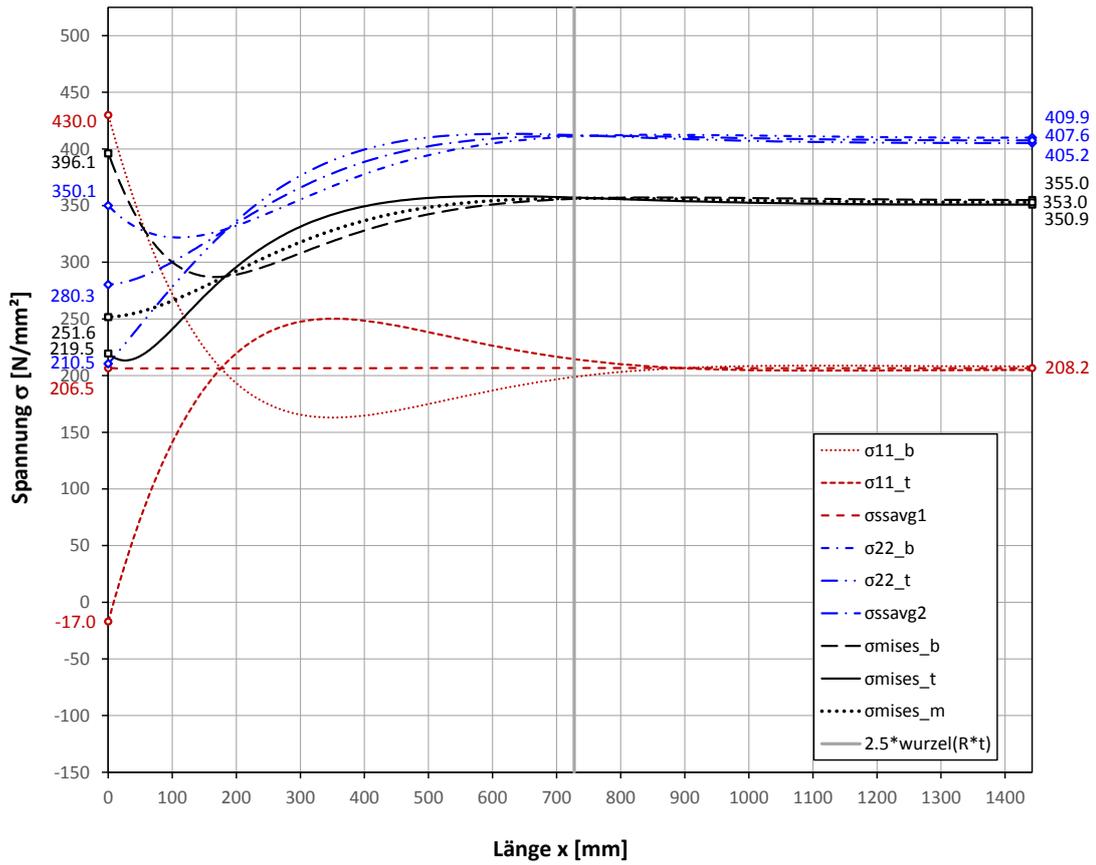


Abbildung 86: D4300_t39_7_5_x Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$ (LPF = 1.45)

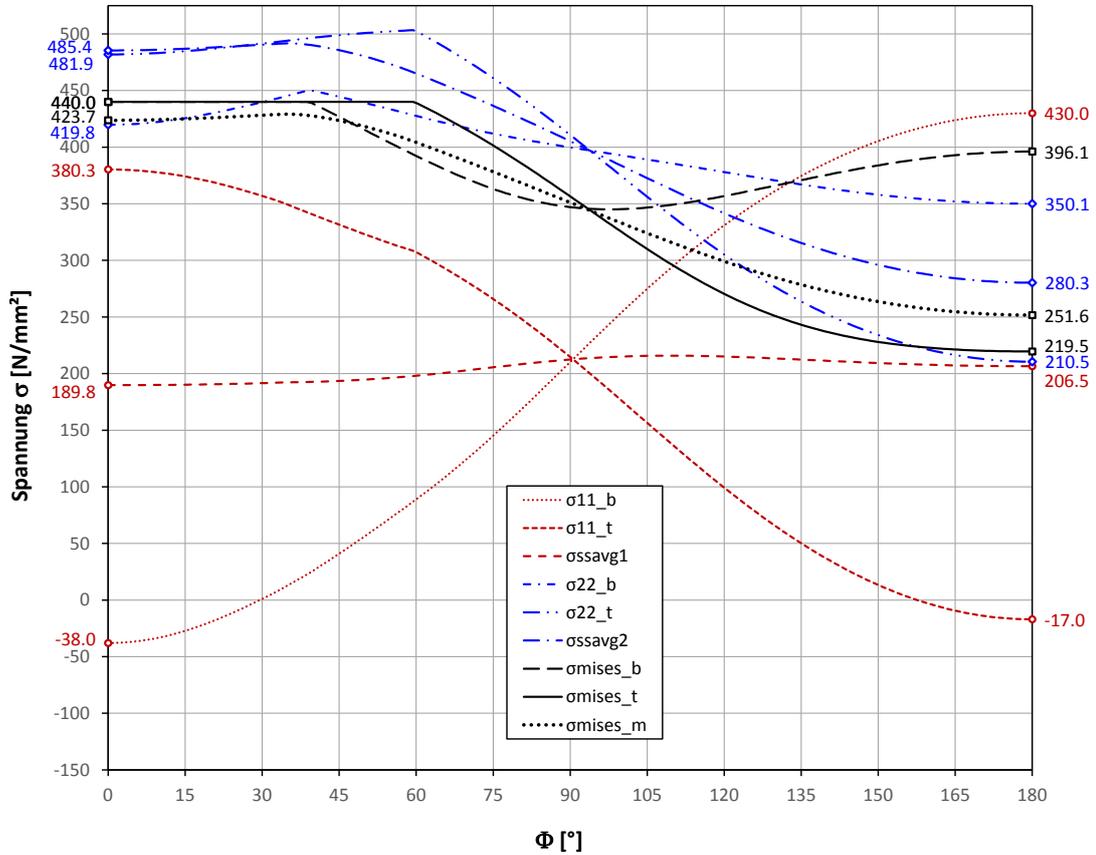


Abbildung 87: D4300_t39_7_5_x Spannungen entlang der Verschneidungslinie (LPF = 1.45)

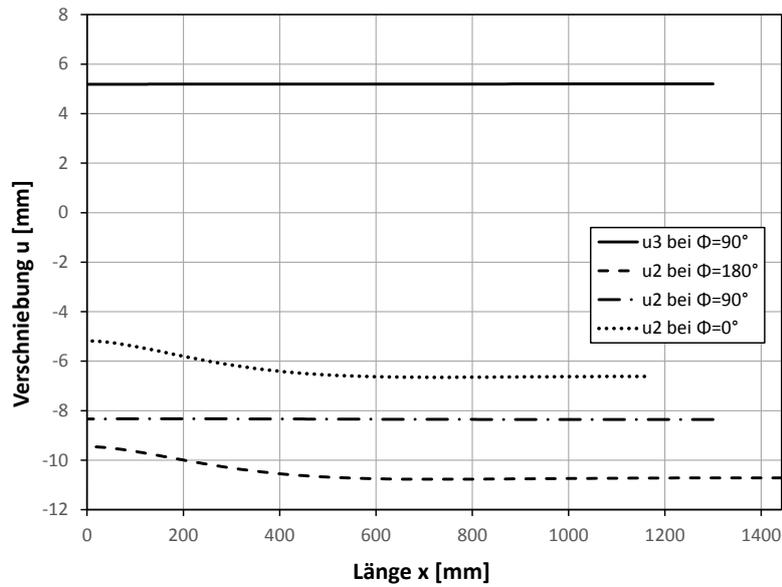


Abbildung 88: D4300_t39_7_5_x Verschiebungen (LPF = 1.45)

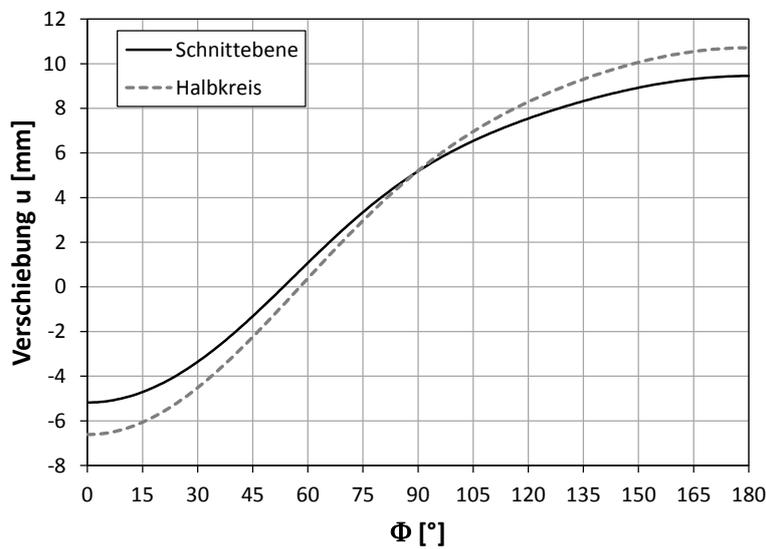


Abbildung 89: D4300_t39_7_5_x Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres) (LPF = 1.45)

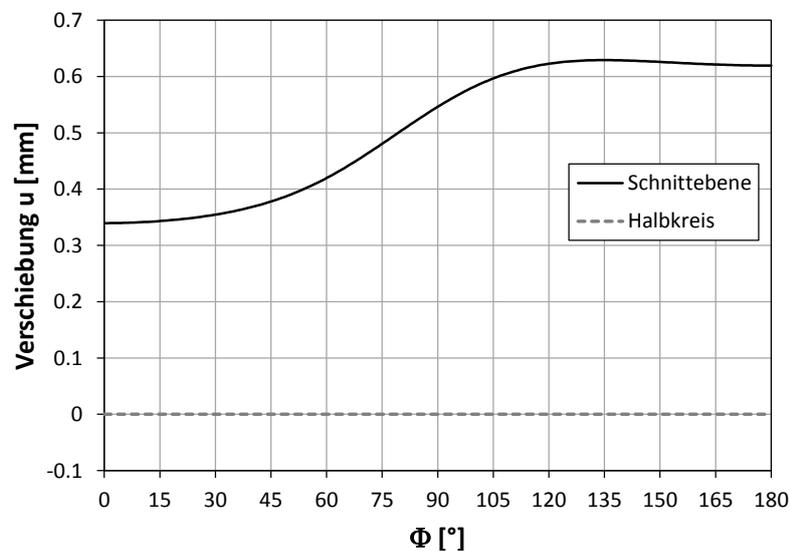


Abbildung 90: D4300_t39_7_5_x Verschiebungen in x-Richtung (LPF = 1.45)

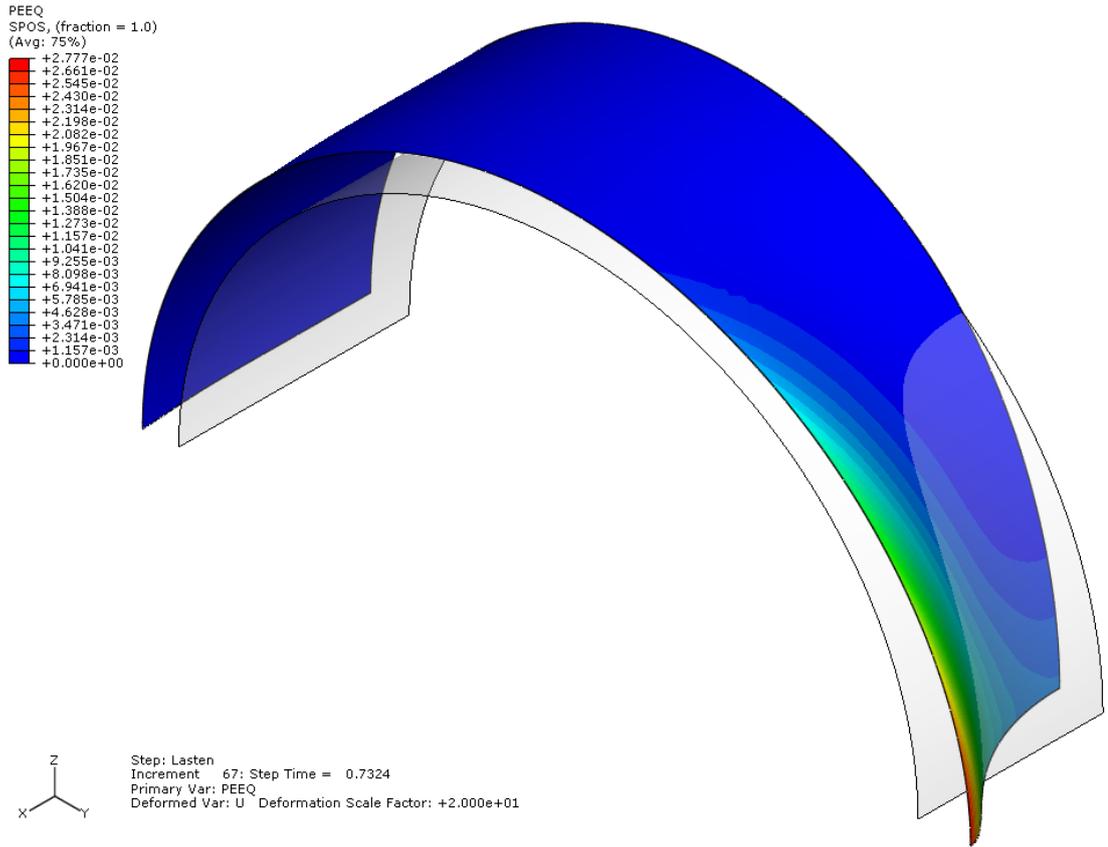


Abbildung 91: D4300_t39_7_5_x FE- Plot, PEEQ (LPF = maximum)

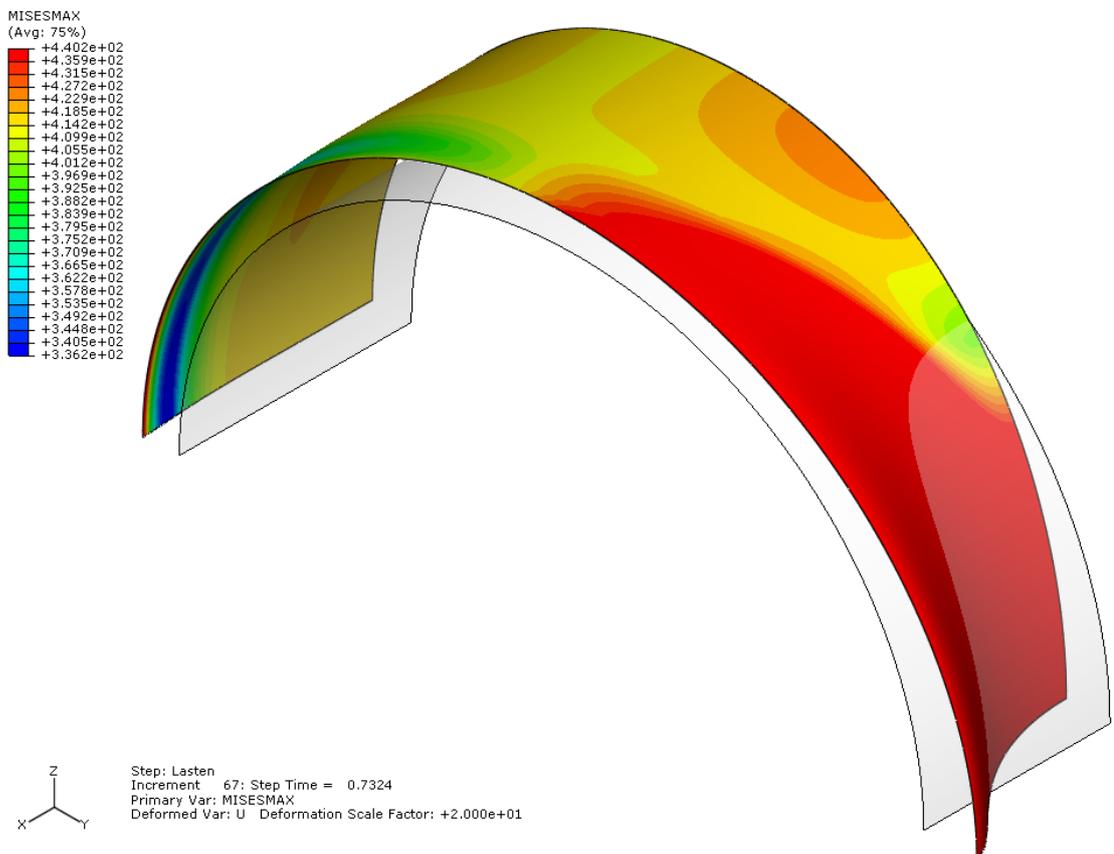


Abbildung 92: D4300_t39_7_5_x FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt (LPF = maximum)

6.3 Parameterstudie

6.3.1 Darstellung der Ergebnisse

Die Parameter werden, wie in Tabelle 1 dargestellt, variiert. Für die Parameterstudie wird die geometrische und materielle nichtlineare Berechnungsmethode (GNMA) herangezogen. Für jede einzelne Berechnung gibt es Diagramme in denen die verschiedenen Spannungen und Verschiebung, wie in Kapitel 6.1.1, dargestellt sind. Diese Diagramme sind im ANHANG B der erweiterten Version zu finden.

Die Innendrucke aller Berechnungen sind auf die gleiche Art und Weise, wie sie in Kapitel 6.1 beschrieben ist, angesetzt, um die Ergebnisse untereinander vergleichen zu können.

Diese plastischen Ergebnisse beziehen sich auf einen Laststeigerungsfaktor des Innendrucks, der sich aus der modifizierten Formel nach Green/Emmerson mit der Berücksichtigung der Mises-Bedingung berechnet. Die Mises-Vergleichsspannung wurde also aus folgenden Formeln berechnet:

$$\sigma_{u,m} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$
$$\sigma_{x,m} = \frac{pr}{2t}$$

Der Faktor 0.4 spiegelt einen Ansatz wieder, der zur Grundlage hat, dass die elastischen Spitzenspannungen in der Mittelebene auf Grund der plastischen Tragreserve reduziert werden können. Es ist in der Regel nämlich zulässig, dass bei der Bemessung mit Primärspannungen die plastische Tragreserve ausgenutzt werden kann.

Der Laststeigerungsfaktor spiegelt nun quasi den Sicherheitsbeiwert gegenüber diesem Bemessungszweck wieder.

Die folgenden Diagramme stellen für die untersuchten Fälle die plastische Tragreserve in Abhängigkeit der Dehnungen dar. Die Dehnungen müssen beschränkt werden, vor allem in den Bereichen, in denen Schweißnähte auftreten. Es zeigt sich, dass bei den untersuchten Fällen die größten Dehnungen immer an der Innenseite des Segmentkrümmers im Bereich des Knickes auftreten. In diesem Knick werden die Rohre zusammengeschweißt, daher ist es wichtig die Dehnungen zu bestimmen.

6.3.2 Ergebnisse für die Berechnung mit freier Verschiebung in x-Richtung

Diese Ergebnisse beziehen sich alle auf den Segmentkrümmer mit der freien Randbedingung am Ende des Rohres, auf den der Deckeldruck als Belastung angesetzt wird.

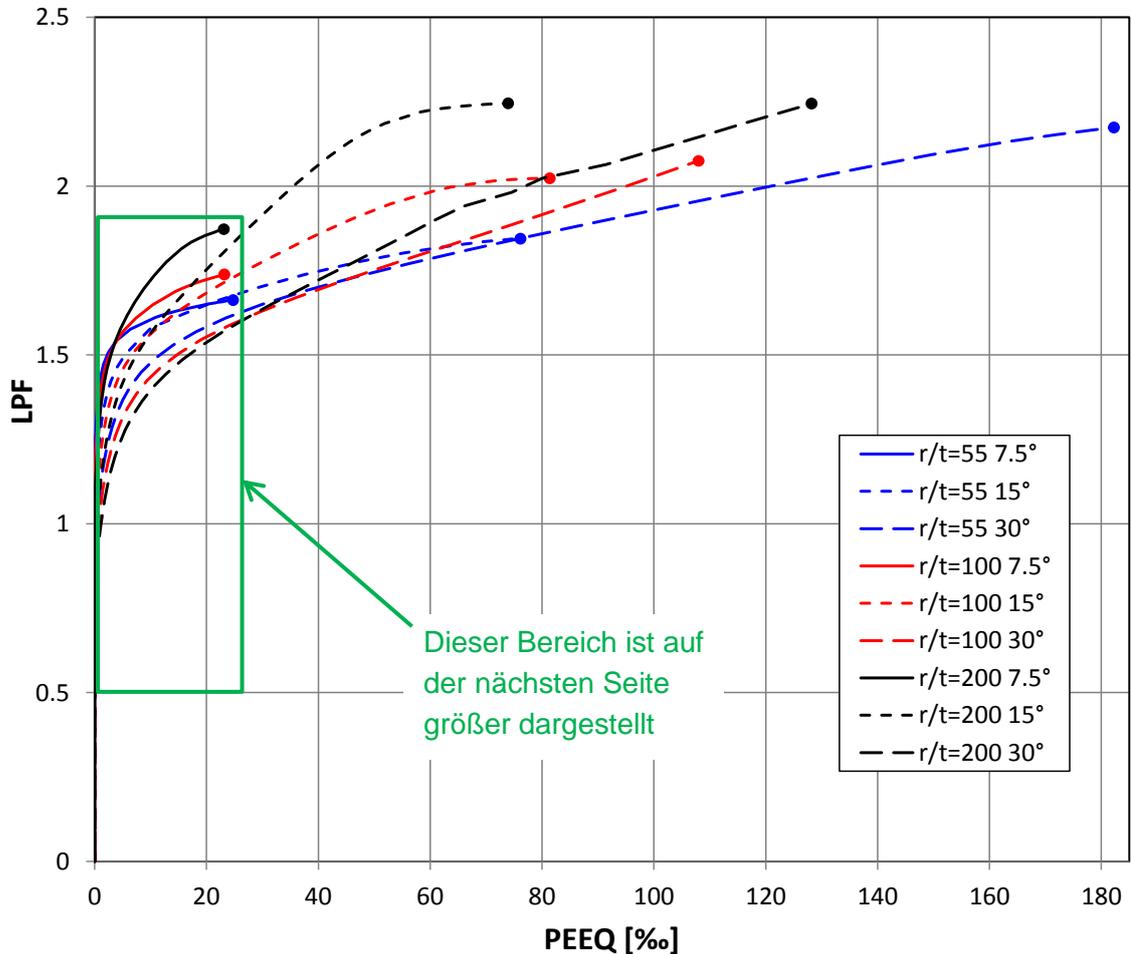


Abbildung 93: Parameterstudie, PEEQ in Abhängigkeit vom LPF

Dieses Diagramm stellt die plastische Vergleichsdehnung über den Verlauf der Laststeigerung mit Hilfe des Laststeigerungsfaktors dar. Die Segmentkrümmer mit kleinen Knickwinkeln weisen bei einem gleichen Laststeigerungsfaktor gegenüber größeren Knickwinkeln kleinere Dehnungen auf. Generell haben die Segmentkrümmer mit kleineren Knickwinkeln kleinere maximale Laststeigerungsfaktoren. Die großen Knickwinkel können sehr große Dehnungen aufnehmen.

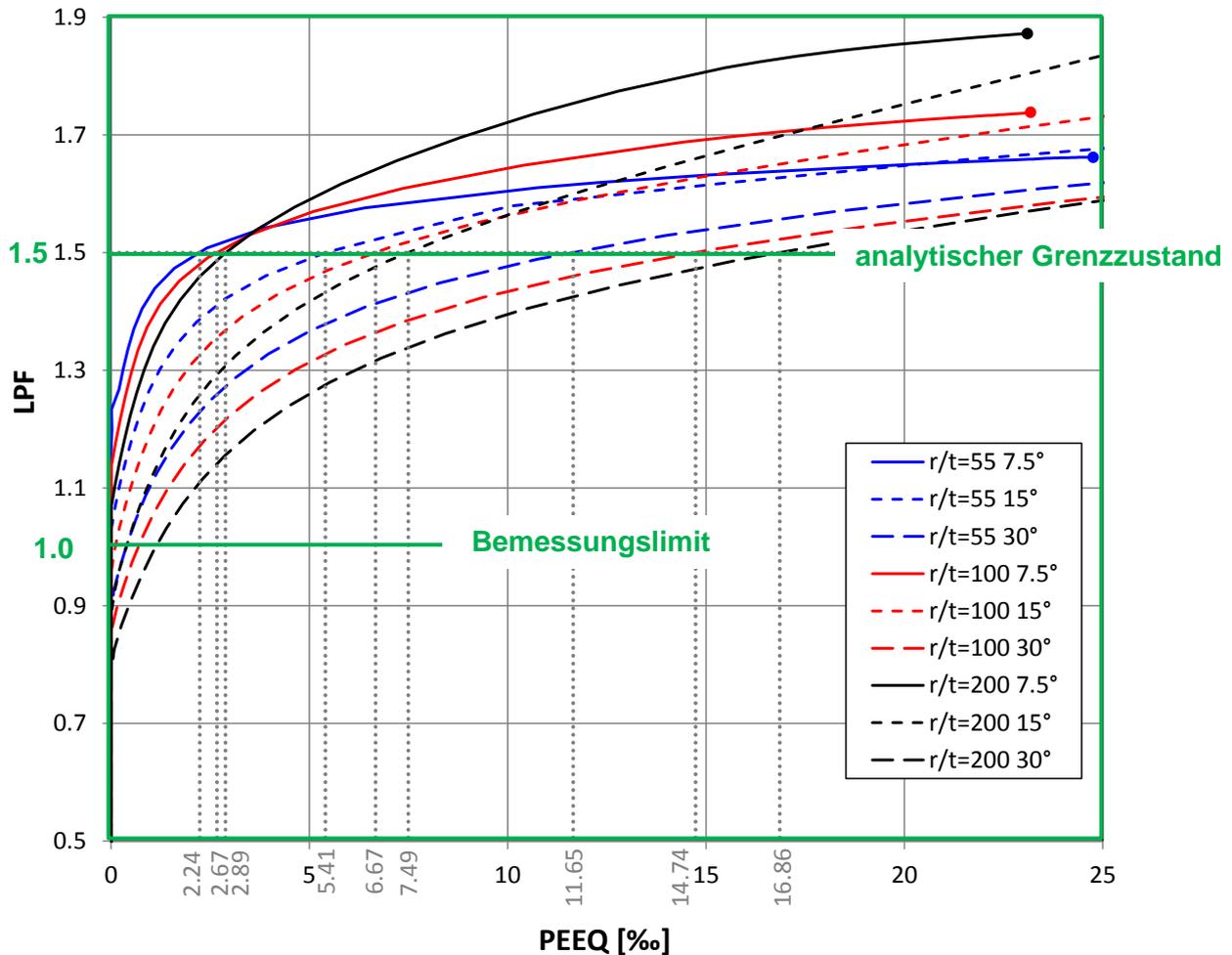


Abbildung 94: Größerer Ausschnitt der Dehnungen bei $LPF = 1.50$

Diese Abbildung stellt den in Abbildung 93 markierten Bereich größer dar. Beim $LPF = 1.0$ entspricht die „zulässige“ Innendruckgröße dem Ergebnis der Berechnungsformel (1) mit einem Sicherheitsfaktor C' von 1.5:

$$\sigma_{u,m} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

$$\sigma_{x,m} = \frac{pr}{2t}$$

Bildung der Mises-Vergleichsspannung:

$$(1) \sigma_{v,m} = \frac{pr}{t} \sqrt{\frac{1}{4} + \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)^2} - \frac{1}{2} \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Demgemäß kann die Druckstufe $LPF = 1.5$ als jene Beanspruchung aufgefasst werden, bei der gemäß der oberen Formel (1) der Grenzzustand erreicht wird.

Zusätzlich sind auf der x-Achse die plastischen Vergleichsdehnungen bei einem Laststeigerungsfaktor von 1.5 in grau (analytischer Grenzzustand) eingetragen. Es zeigt sich, dass die kleinen Knickwinkel und die kleinen r/t -Verhältnisse die kleinsten Dehnungen aufweisen. Die größeren Knickwinkel erreichen schon Dehnungen von 11‰ bis 17‰ bei einem LPF von 1.5.

	Winkel α	LPF bei $5 \cdot \varepsilon_y$	LPF bei $10 \cdot \varepsilon_y$
r/t= 55	7.5	1.592	1.608
	15	1.551	1.640
	30	1.450	1.574
r/t= 100	7.5	1.622	1.717
	15	1.535	1.672
	30	1.403	1.543
r/t= 200	7.5	1.685	1.847
	15	1.525	1.733
	30	1.361	1.524

	pl. Dehnung ‰	ges. Dehnung ‰
$5 \cdot \varepsilon_y =$	8.38	10.48
$10 \cdot \varepsilon_y =$	18.86	20.95

Tabelle 5: Darstellung des LPF bei einer Dehnung von der 5- fachen und 10- fachen Dehnung an der Fließgrenze

Auswertung der Laststeigerungsfaktoren bei bestimmten Dehnungsgrößen:

Die Dehnungsgrößen werden als Gesamtdehnung definiert und mit den Festwerten $5 \cdot \varepsilon_y$ und $10 \cdot \varepsilon_y$ festgesetzt.

Diese Tabelle stellt gelb hinterlegt die Laststeigerungsfaktoren dar, die bei einer gesamten Dehnung von der 5-fachen und 10-fachen Dehnung an der Fließgrenze erreicht werden.

Die kleine Tabelle soll erläutern, wie groß die plastische Dehnung gegenüber der gesamten Dehnung bei der 5-fachen und 10-fachen Dehnung der Fließgrenze ist.

Bei einer Dehnung gleich der zehnfachen Größe an der Fließgrenze ($10 \cdot \varepsilon_y$) haben alle untersuchten Segmentkrümmer einen LPF, der größer als die Sicherheit 1.5 ist. Bei einer Dehnung von $5 \cdot \varepsilon_y$ erreichen die großen Knickwinkel von 30° einen LPF von 1.5 nicht, jedoch wird 1.5 bis zu Knickwinkeln von 15° durchwegs erreicht.

6.3.3 Ergebnisse für die Berechnung mit gesperrter Verschiebung in x-Richtung

Diese Ergebnisse beziehen sich auf die Segmentkrümmer, die als Randbedingung die gesperrte Verschiebung in x- Richtung haben.

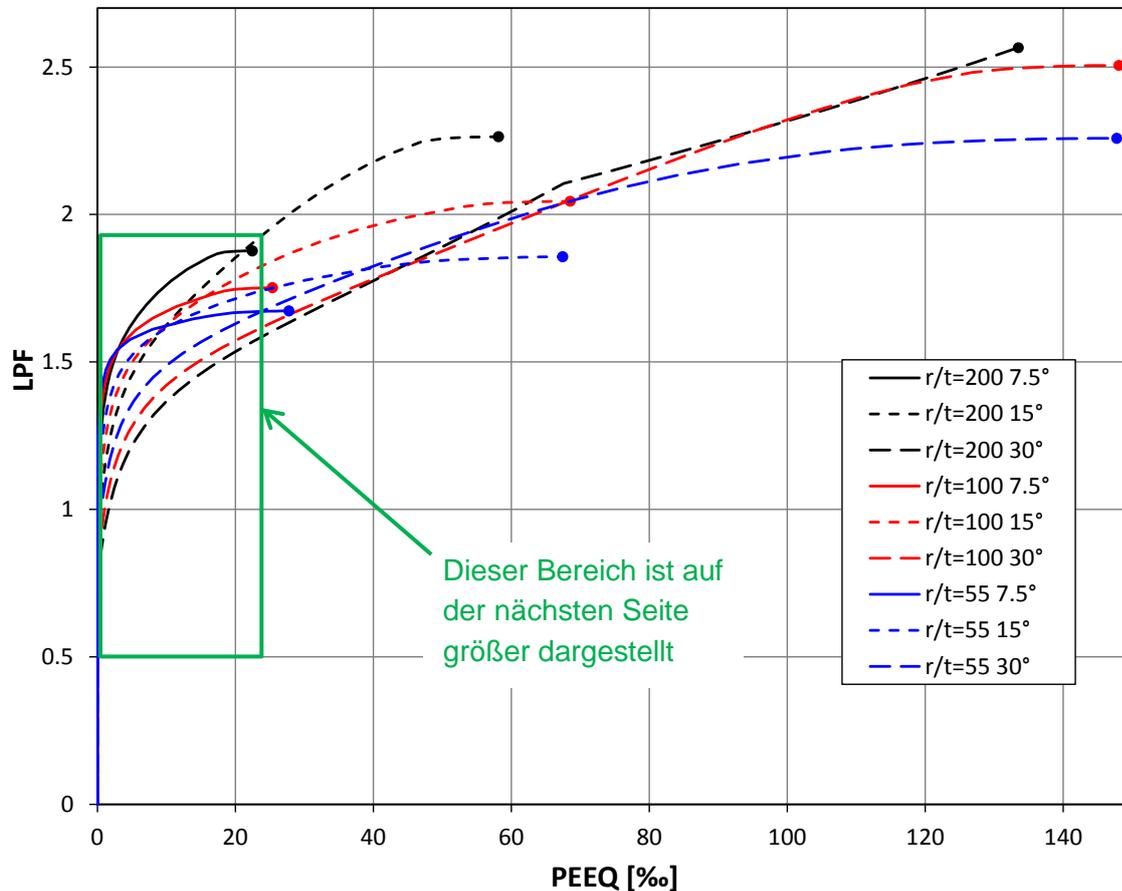


Abbildung 95: Parameterstudie, PEEQ in Abhängigkeit vom LPF

Diese Abbildung ist analog zur Abbildung 93 und wird dort analog beschrieben. Bemerkenswert ist, dass beide Diagramme ein sehr ähnliches Verhalten der Segmentkrümmer zeigen, obwohl die Randbedingungen anders gewählt wurden.

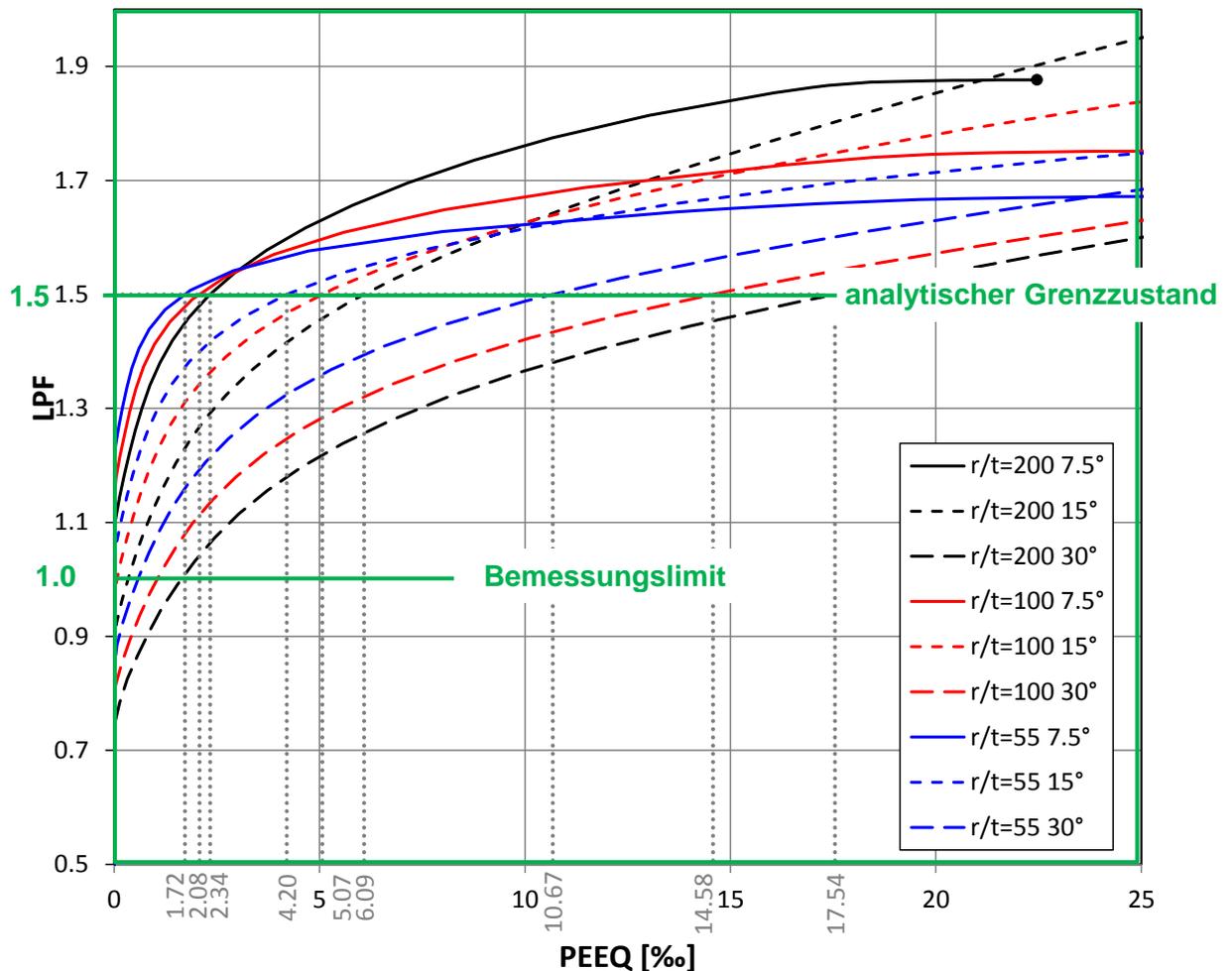


Abbildung 96: Größerer Ausschnitt der Dehnungen bei $LPF = 1.50$

Diese Abbildung stellt den in Abbildung 95 markierten Bereich größer dar. Die Beschreibung des Diagramms ist analog zum Fall mit freier Verschiebung in x-Richtung. Es zeigt sich, dass die kleinen Krümmungswinkel und die kleinen r/t-Verhältnisse die kleinsten Dehnungen aufweisen. Die größeren Krümmungswinkel erreichen schon eine Dehnung von 11‰ bis 17‰ bei einem LPF von 1.5.

Die Dehnungen der verschiedenen Längsrandbedingungen sind bei einem Laststeigerungsfaktor von 1.5 fast gleich.

	Winkel α	LPF bei $5 \cdot \varepsilon_y$	LPF bei $10 \cdot \varepsilon_y$
r/t= 55	7.5	1.613	1.634
	15	1.591	1.706
	30	1.454	1.617
r/t= 100	7.5	1.653	1.742
	15	1.592	1.766
	30	1.385	1.558
r/t= 200	7.5	1.726	1.873
	15	1.578	1.830
	30	1.326	1.519

	pl. Dehnung ‰	ges. Dehnung ‰
$5 \cdot \varepsilon_y =$	8.38	10.48
$10 \cdot \varepsilon_y =$	18.86	20.95

Tabelle 6: Darstellung des LPF bei einer Dehnung von der 5- fachen und 10- fachen Dehnung an der Fließgrenze

Die Auswertung der Laststeigerungsfaktoren bei bestimmten Dehnungsgrößen ist in analoger Form wie in Kapitel 6.3.2 durchgeführt worden.

6.4 Zusammenfassung

Die Parameterstudie zeigt, dass die Lagerungsverhältnisse des Segmentkrümmers (frei verschieblich oder gesperrte Verschiebung) -im Gegensatz zum elastischen Verhalten- keinen nennenswerten Einfluss auf das plastische Tragvermögen haben. In beiden Fällen stellt sich nahezu gleiches Verhalten dar, was dadurch erklärbar ist, dass die unterschiedlichen Verformungen und davon herrührenden elastischen Spannungen durch plastische Umlagerung abgebaut werden. Da beide Lagerungsfälle dieselben Gleichgewichtsfälle darstellen, spiegelt sich dies in der plastischen Untersuchung durch gleiche Traglasten wieder.

Gewisse charakteristische Ergebnisse lassen sich für die Größe der Dehnungen entnehmen. Bei größeren Knickwinkeln sind die plastischen Dehnungen bei einem Laststeigerungsfaktor von 1.5 größer als bei kleineren Knickwinkeln. Allerdings erreichen diese großen Knickwinkel einen größeren maximalen Laststeigerungsfaktor, dabei müssen jedoch sehr große Dehnungen in Kauf genommen werden.

Die größte plastische Dehnung (17 ‰) bei einem Laststeigerungsfaktor von 1.5 erreicht das r/t -Verhältnis von 200 bei einem Knickwinkel von 30°. (17‰ entsprechen ungefähr dem achtfachen der Fließdehnung ($\varepsilon_y = 2.095 ‰$))

Bezüglich der Anwendbarkeit der modifizierten analytischen Formel hat sich herausgestellt, dass der Ansatz, die Umfangsmembranspannungen (Primärspannungen) gegenüber der elastischen Berechnung zu reduzieren (Vorfaktor 0.4 statt 0.6427), zu guten Ergebnissen führt. Somit kann die plastische Berechnung mit folgender Umfangsspannung durchgeführt werden:

$$\sigma_{u,m} = \frac{pr}{t} * \left(1 + 0.4 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Die zugehörige Längsspannung hat folgende Größe:

$$\sigma_{x,m} = \frac{pr}{2t}$$

Aus diesen beiden Spannungen kann die Mises-Vergleichsspannung berechnet werden.

Die Primärspannungen können also aufgrund der plastischen Tragreserve zur elastischen Berechnung reduziert werden, um die Sicherheit von z.B. 1.5 einzuhalten. Die Vergleichsdehnungen liegen bei den Berechnungen mit den zwei unterschiedlichen Randbedingungen mit einem LPF von 1.5 bei Knickwinkeln bis 15° unter der Dehnung von $5 * \varepsilon_y$. Bei den Knickwinkeln von 30° treten größere Dehnungen auf. Da genau in der Schnittebene eine Schweißnaht vorhanden ist und dort die größten Dehnungen auftreten, ist besondere Vorsicht geboten.

7 Freitragende Segmentkrümmen mit Dickensprung in Umfangsrichtung

Eine Verstärkungsmöglichkeit des Segmentkrümmers ist die Wandstärke an der Innenseite des Krümmers zu erhöhen um dort die lokalen Spannungserhöhungen zu reduzieren. In diesem Kapitel wird herausgestellt, ob sich diese Verstärkungsmaßnahme als sinnvoll herausstellt.

Der Dickensprung wird an einem Rohr D4300_t39_t48_7_5 mit freier und mit gesperrter Verschiebung in x-Richtung berechnet. Das bedeutet, dass das Rohr bei einem Winkel $\Phi = 90^\circ$ von einer Dicke $t_2 = 39$ mm auf eine Dicke von $t_1 = 48$ mm verstärkt wird. Es gilt herauszufinden, ob dieser Dickensprung eine Verbesserung der Tragfähigkeit gegenüber dem Rohr mit einer durchgehenden Wanddicke von 39 mm ist. Für den Dickensprung wird keine Parameterstudie durchgeführt.

Die dickere Schale befindet sich an der Innenseite des Segmentknicks ($\Phi = 0^\circ$ bis $\Phi = 90^\circ$). Der Übergang der beiden unterschiedlich dicken Schalen ist verlaufend (Abbildung 98).

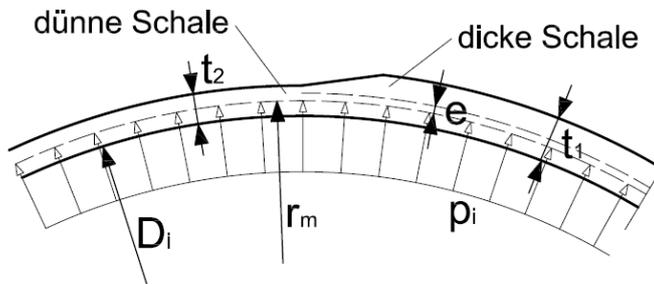


Abbildung 97: Dickensprung

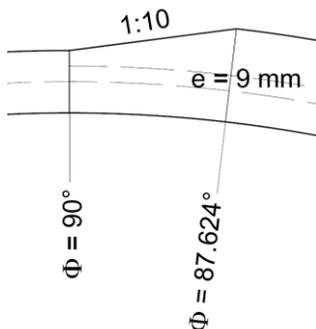


Abbildung 98: Geometrie des Dickensprungs

Das FE- Modell lehnt sich an das im Kapitel 4.1 beschriebene Modell an. Der einzige Unterschied ist, dass das Netz der Elemente im Bereich des Dickensprungs verfeinert wird. Randbedingungen, Materialgesetze, Koordinatensysteme und Belastungen bleiben gleich.

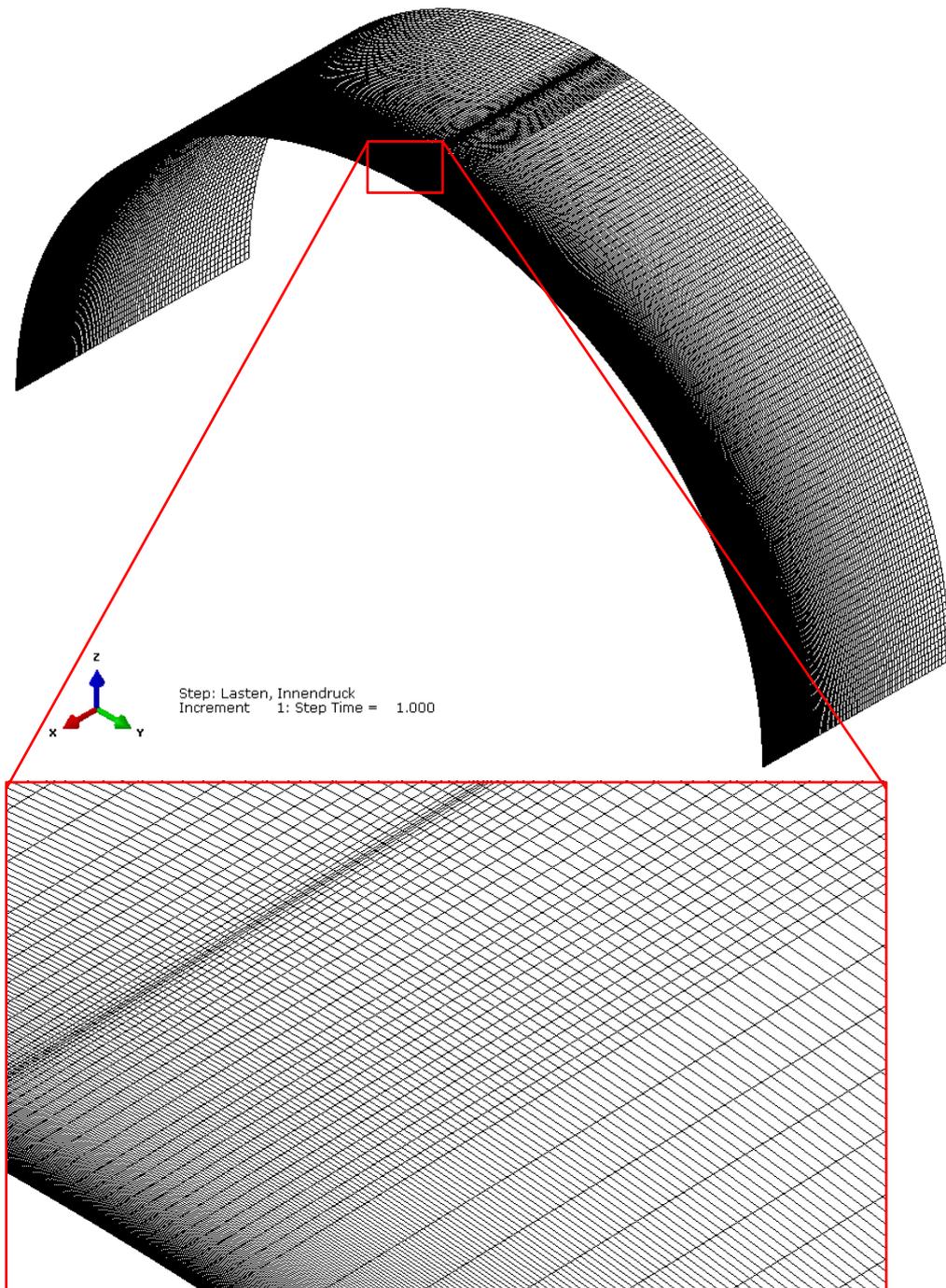


Abbildung 99: Netzverfeinerung im Bereich des Dickensprungs

Es sind 227 Elemente in Umfangsrichtung und 200 Elemente in Längsrichtung des Rohres definiert.

7.1 Elastische Berechnung

Berechnungsmethode der FE-Berechnung ist eine geometrisch nichtlinear elastische Berechnung (GNA). Bei der Berechnung mit der freien Verschiebung am Ende des Rohres wird der Deckeldruck angesetzt und dieser wird mit Hilfe von Längskräften am Ende des Rohres aufgebracht. Da diese angesetzten Längskräfte in dem FE-Programm ABAQUS immer in der Referenzebene angreift, (gleiche Ebene in der p_i angreift, Abbildung 97) müssen am Ende des Rohres an der dicken Schale Momente aufgebracht werden, die diesen Effekt wieder ausgleichen (Abbildung 100). Damit die Deckeldruckkraft in der Mittelebene der dicken Schale angreift.

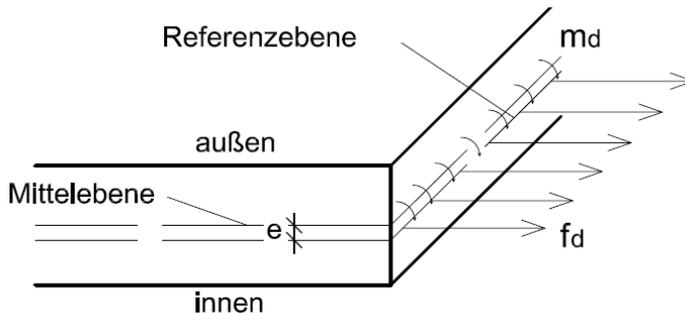


Abbildung 100: Lasten aus dem Deckeldruck

$$f_d = \frac{r_m * p_i}{2} \text{ [N/mm]}$$

$$m_d = f_d * e$$

An der dünnen Schale liegen die Mittelebene und die Referenzebene in einer Ebene und es muss somit kein m_d angebracht werden. Am Übergang zwischen der dicken und dünnen Schale muss m_d entsprechend der Änderung der Exzentrizität stufenweise angepasst werden. Diese Momente werden in ABAQUS als Eckmomente an der Kante am Ende des Rohres aufgebracht.

Bei dem Rohr mit der gesperrten Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres werden keine Lasten aus dem Deckeldruck angesetzt.

Der Innendruck hat folgende Größe:

$$p_i = 5.788 \text{ N/mm}^2$$

7.1.1 Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit freier Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohres

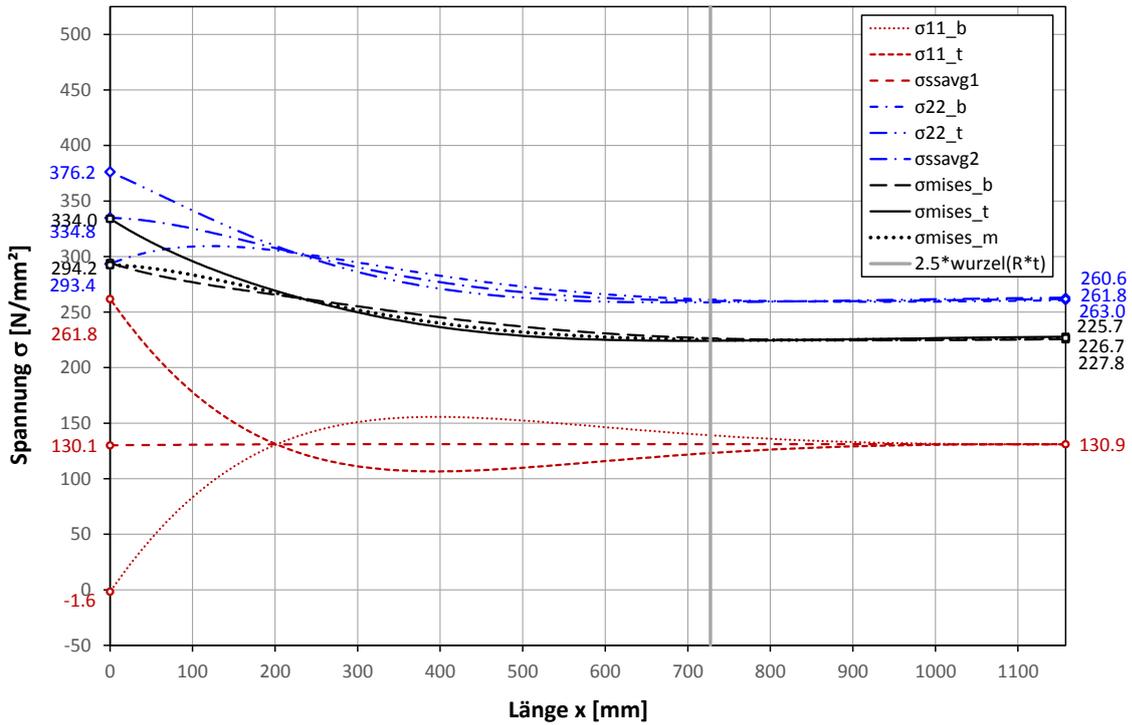


Abbildung 101: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

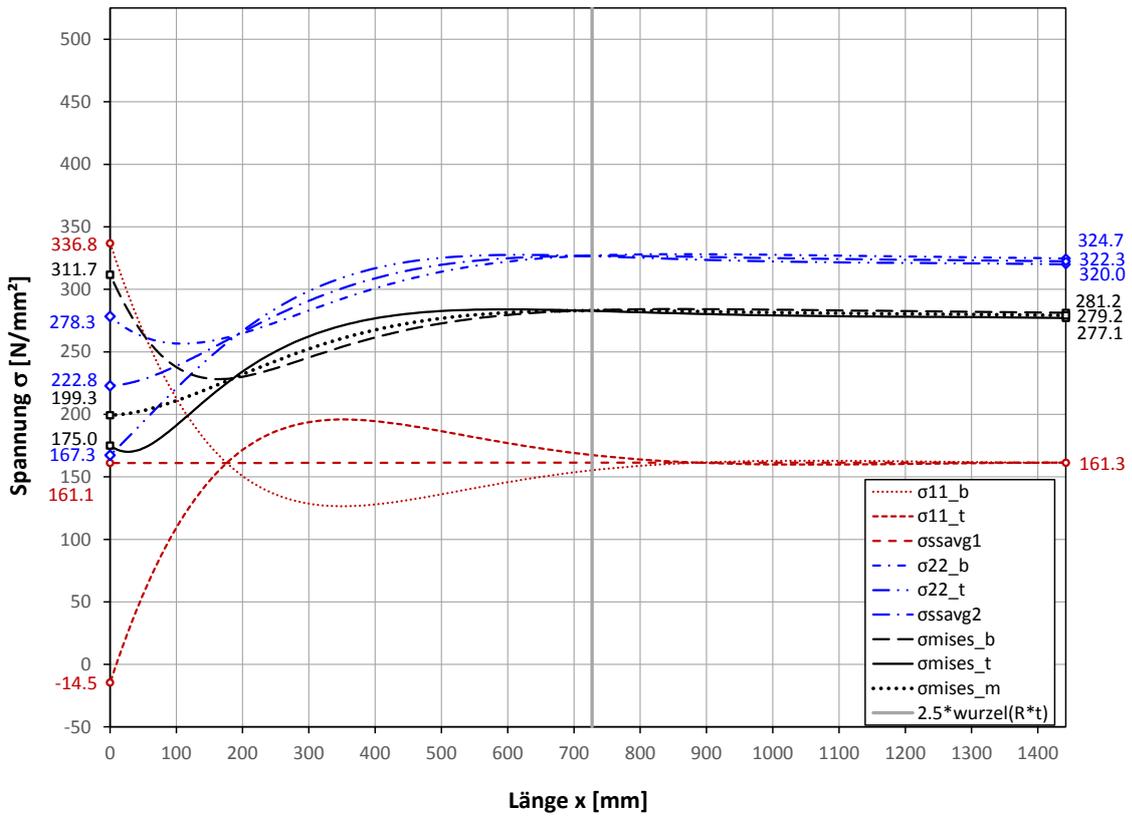


Abbildung 102: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

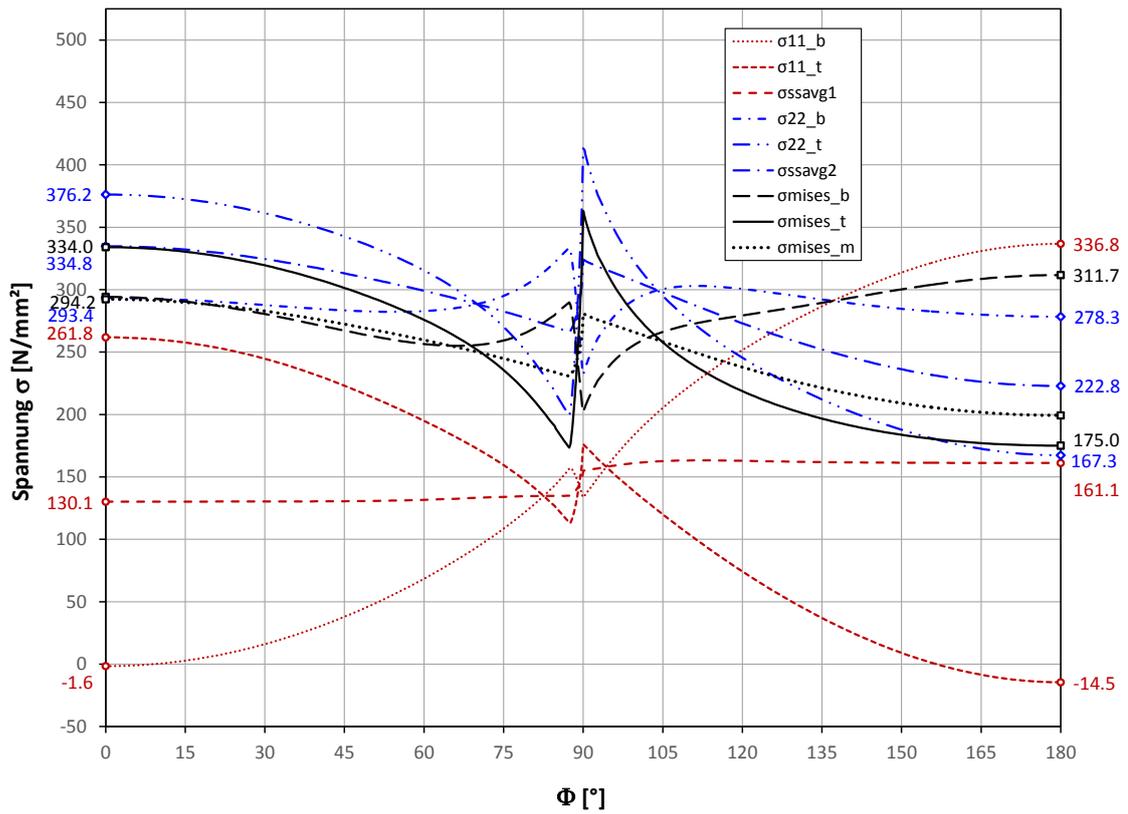


Abbildung 103: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie

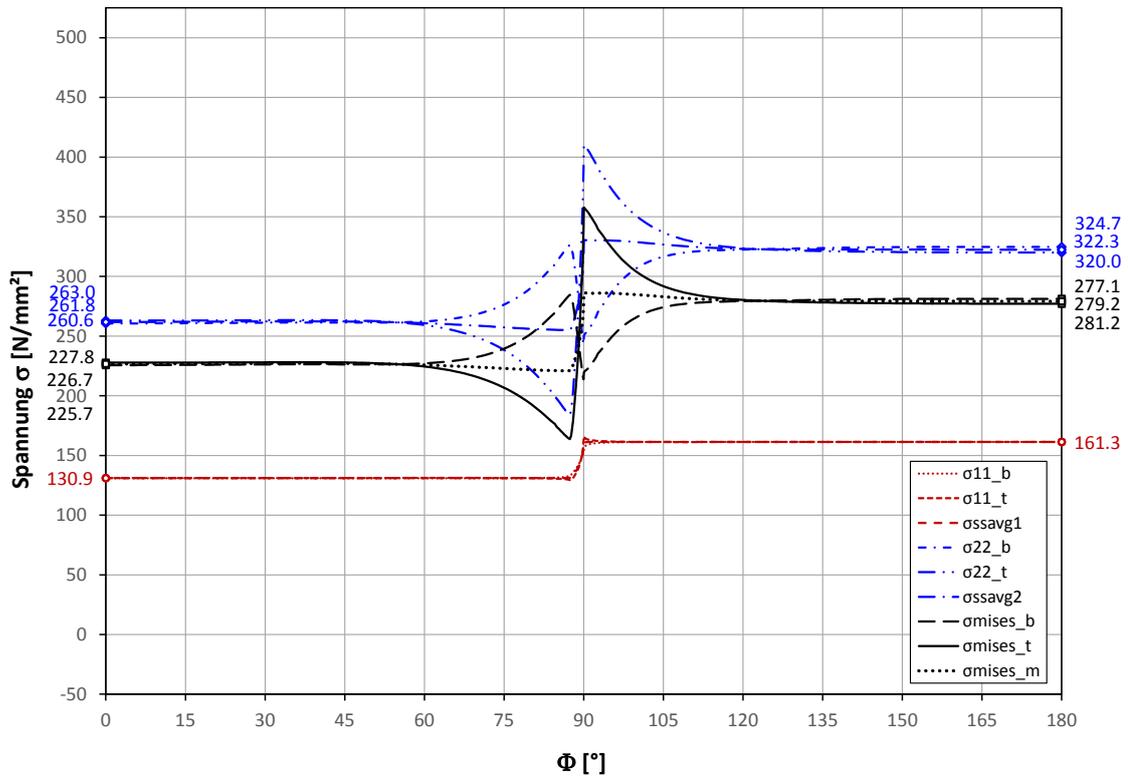


Abbildung 104: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen entlang des Halbkreises (Ende des Rohres)

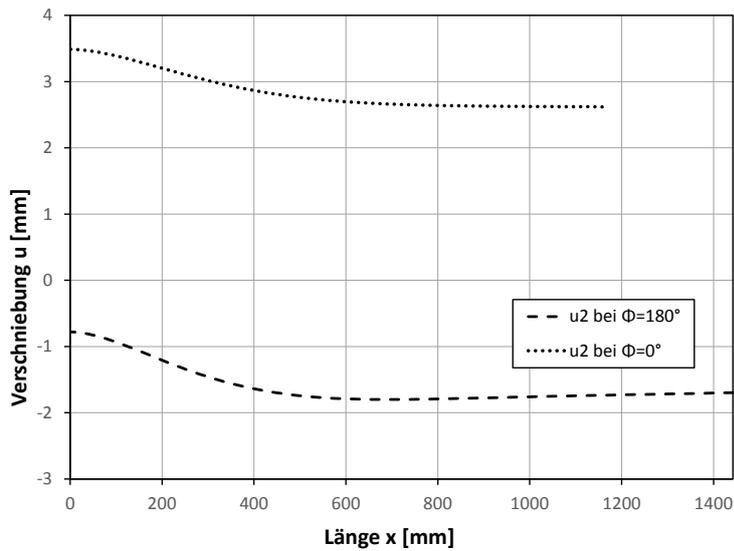


Abbildung 105: D4300_t39_t48_7_5 Verschiebungen

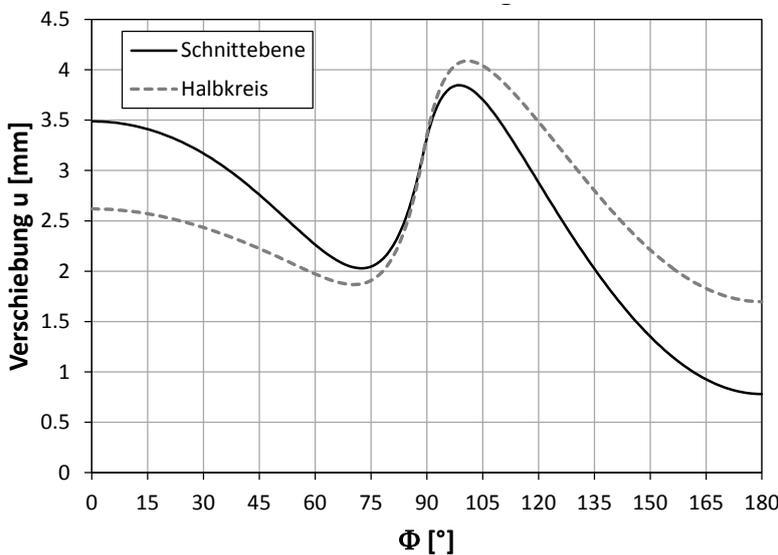


Abbildung 106: D4300_t39_t48_7_5 Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

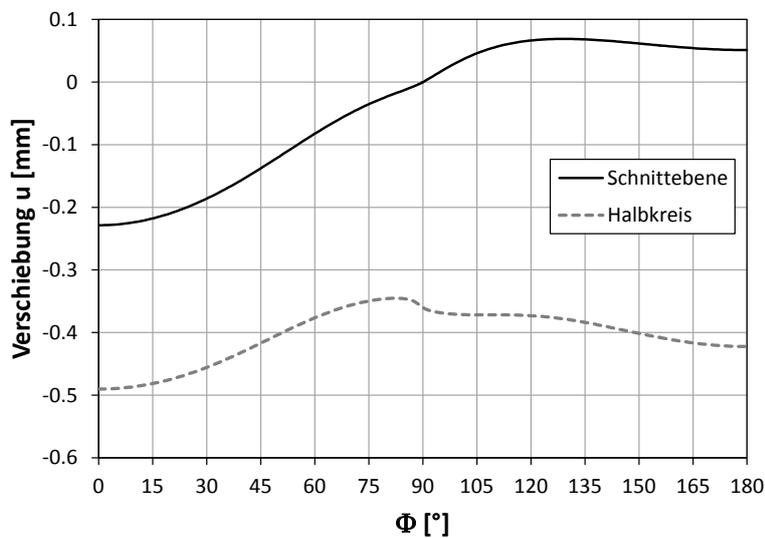


Abbildung 107: D4300_t39_t48_7_5 Verschiebung in x- Richtung (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

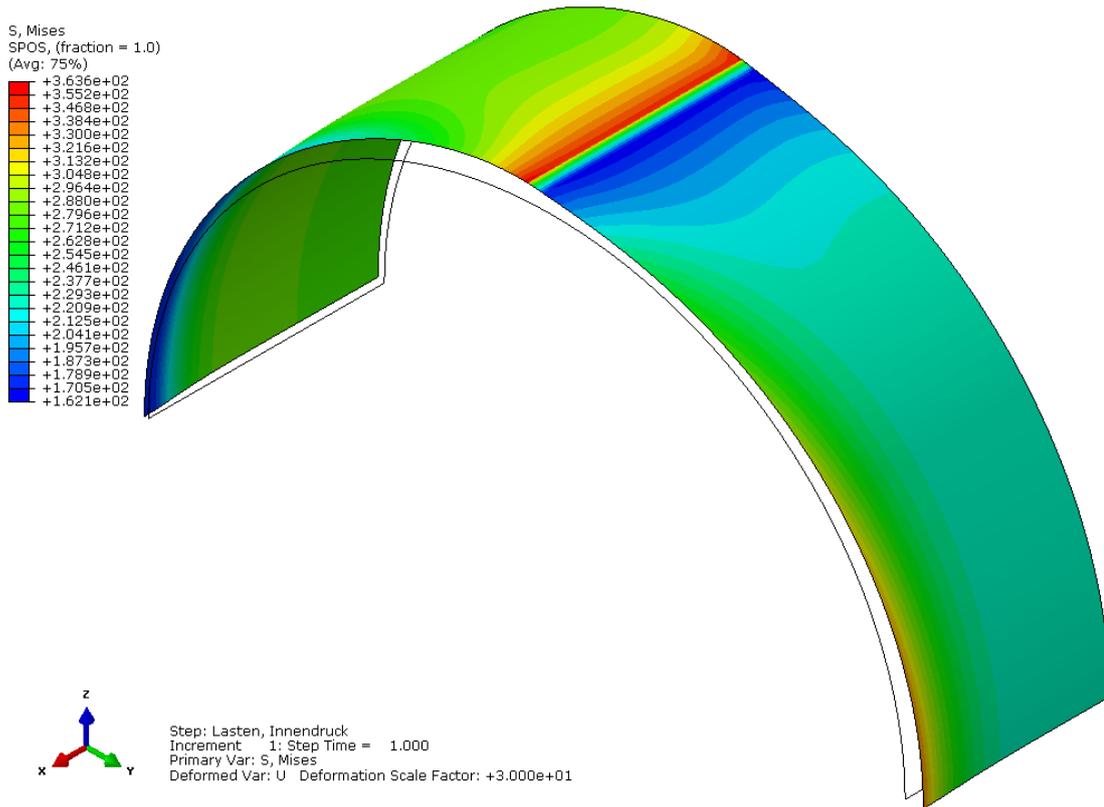


Abbildung 108: D4300_t39_t48_7_5 FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

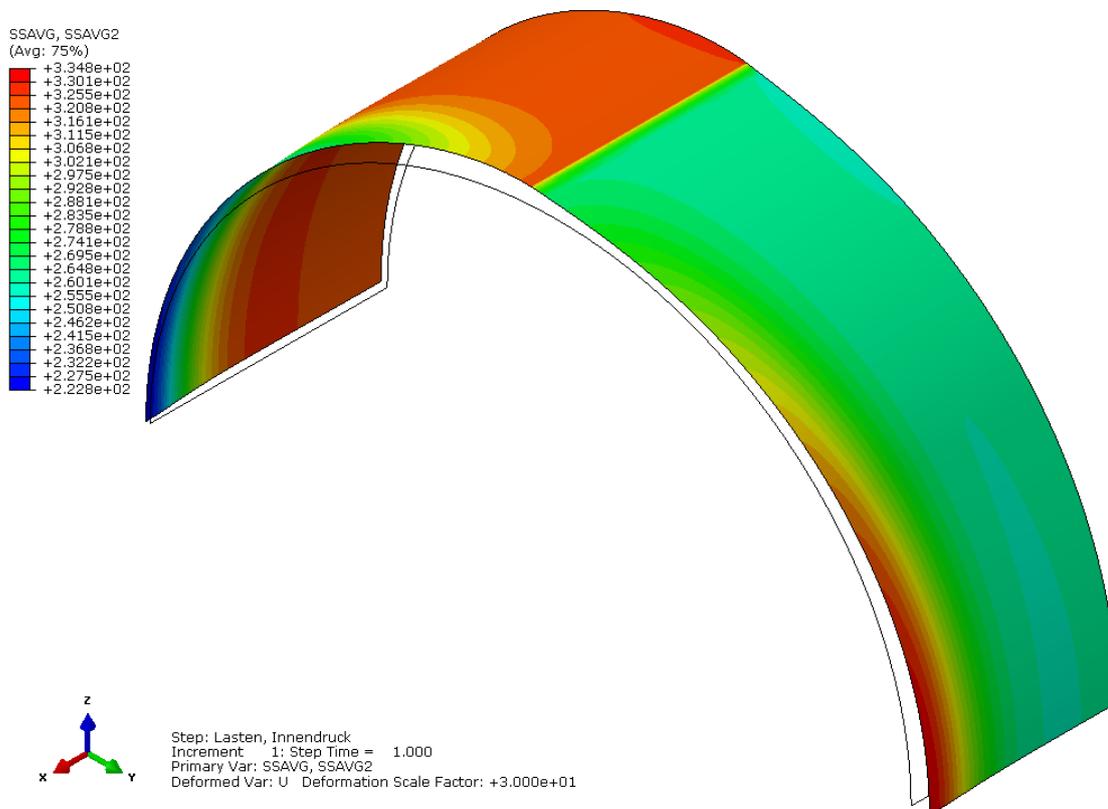


Abbildung 109: D4300_t39_7_5 FE- Plot, Umfangspannung in der Mittelebene

7.1.2 Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit gesperrter Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohres

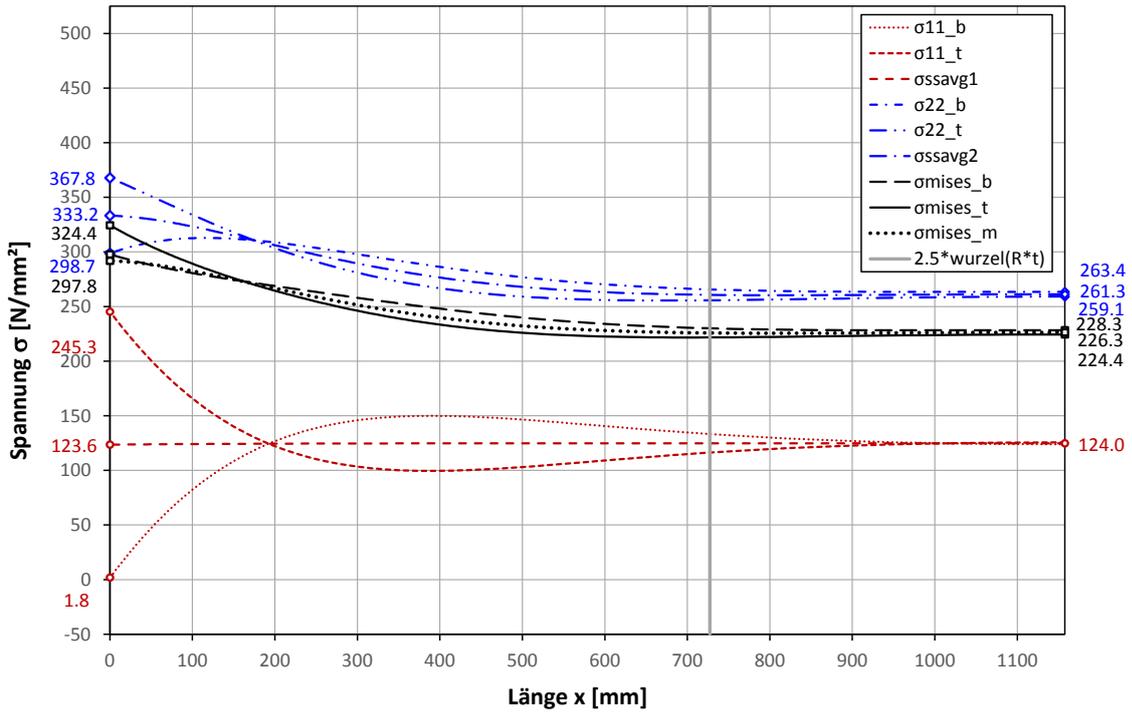


Abbildung 110: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

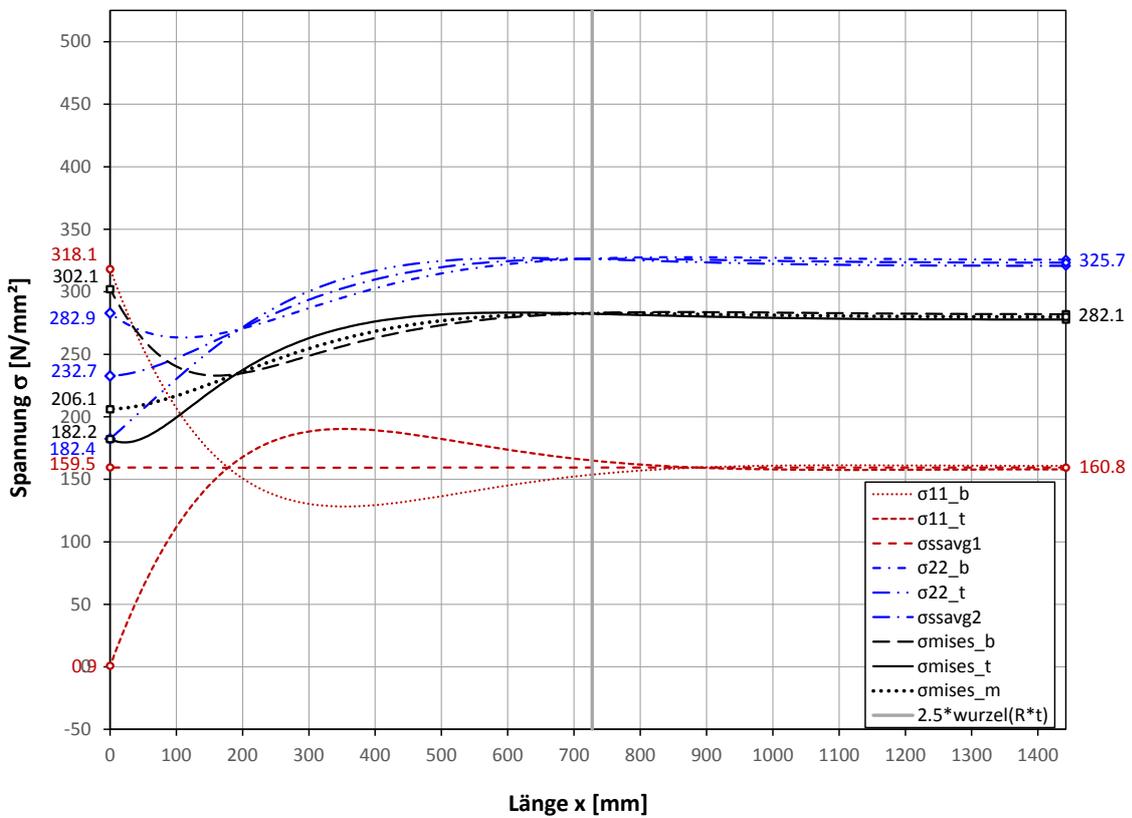


Abbildung 111: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

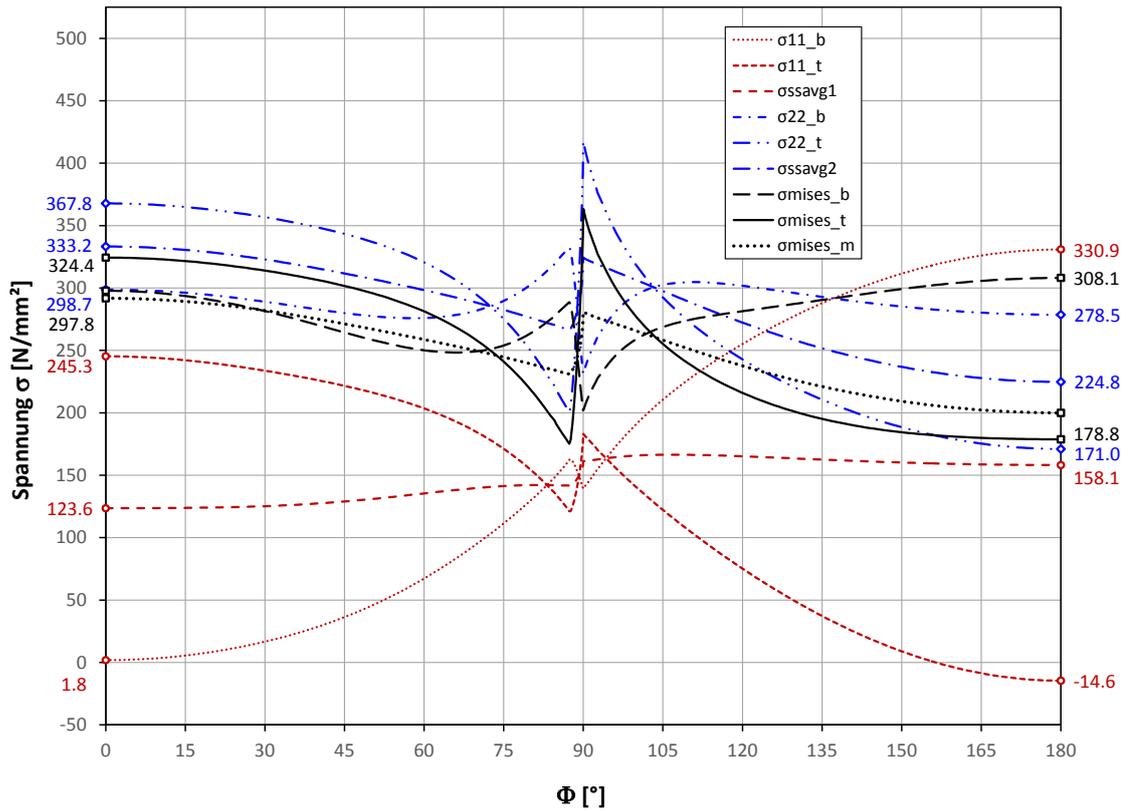


Abbildung 112: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen entlang der Verschneidungslinie

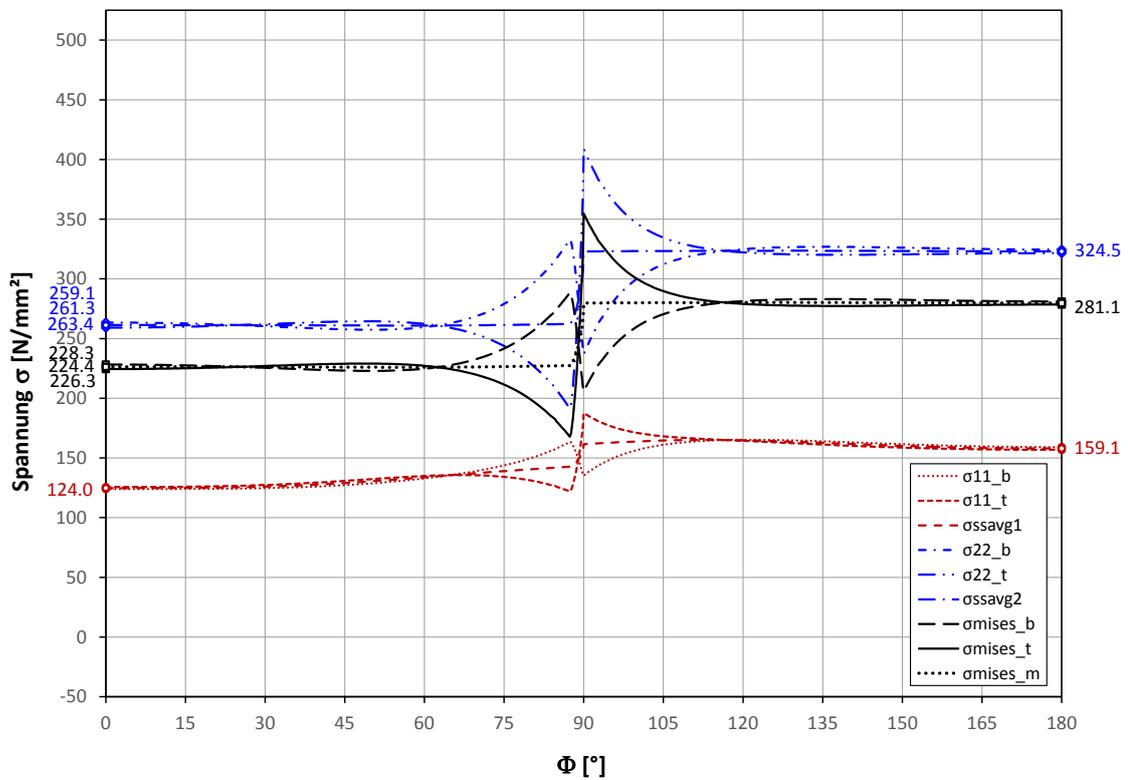


Abbildung 113: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen entlang des Halbkreises (Ende des Rohres)

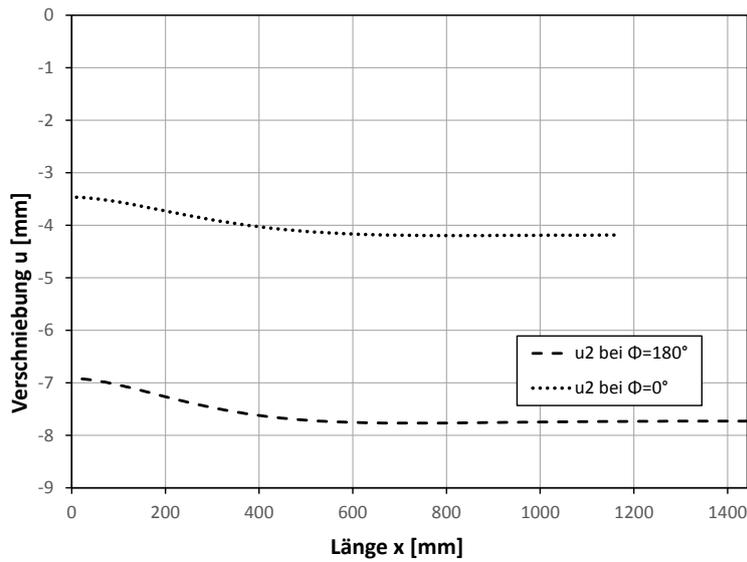


Abbildung 114: D4300_t39_t48_7_5_x Verschiebungen

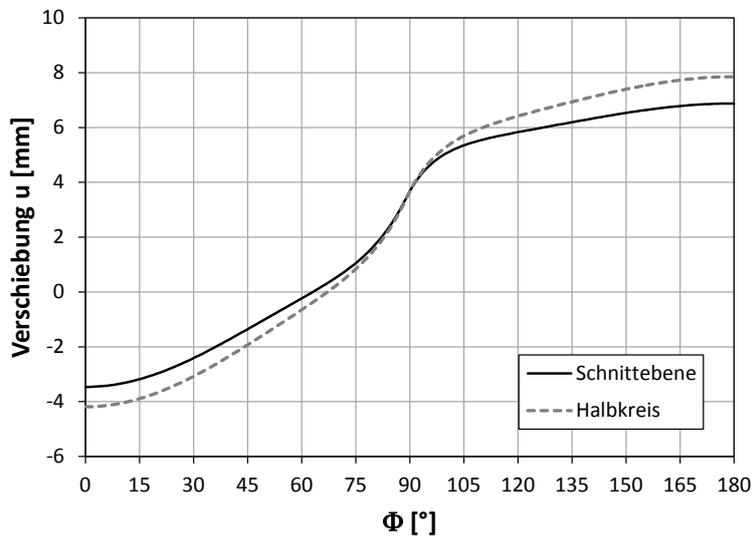


Abbildung 115: D4300_t39_t48_7_5_x Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

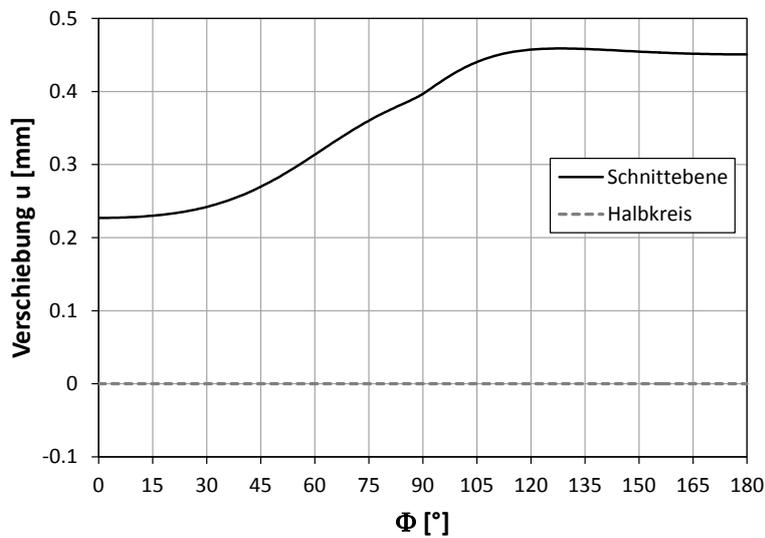


Abbildung 116: D4300_t39_t48_7_5_x Verschiebung in x- Richtung (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres)

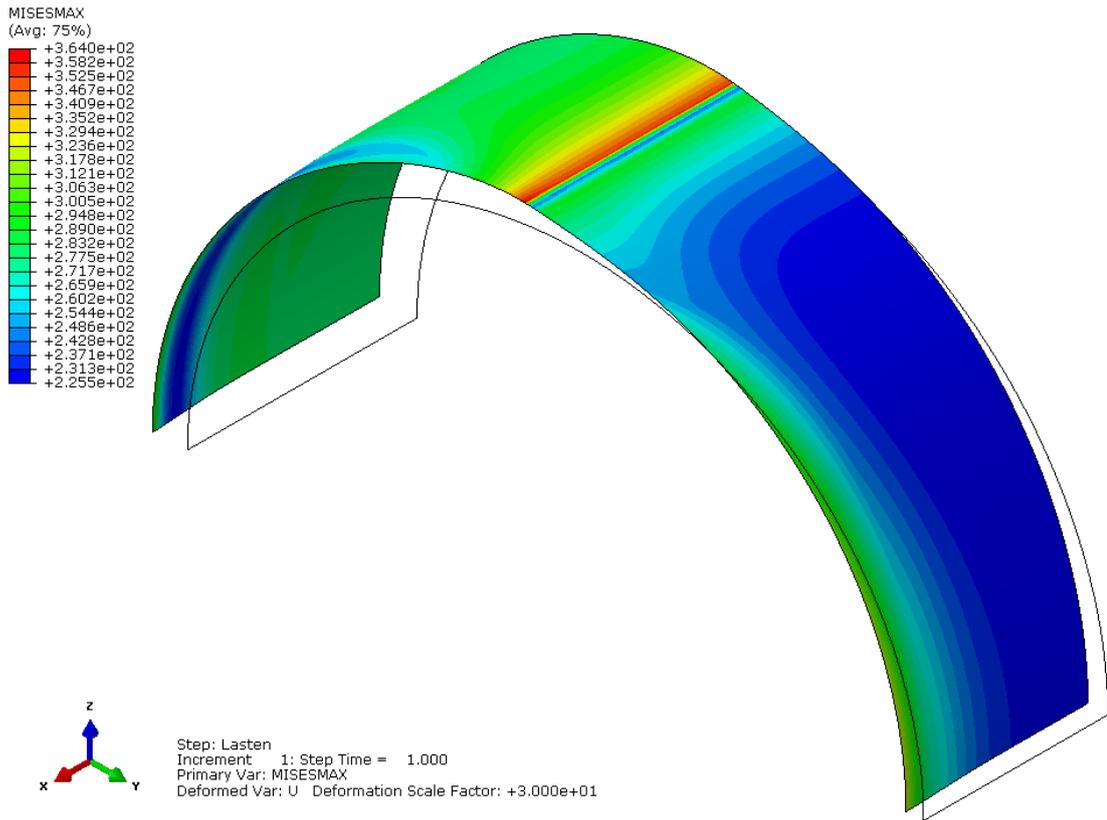


Abbildung 117: D4300_t39_t48_7_5_x FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

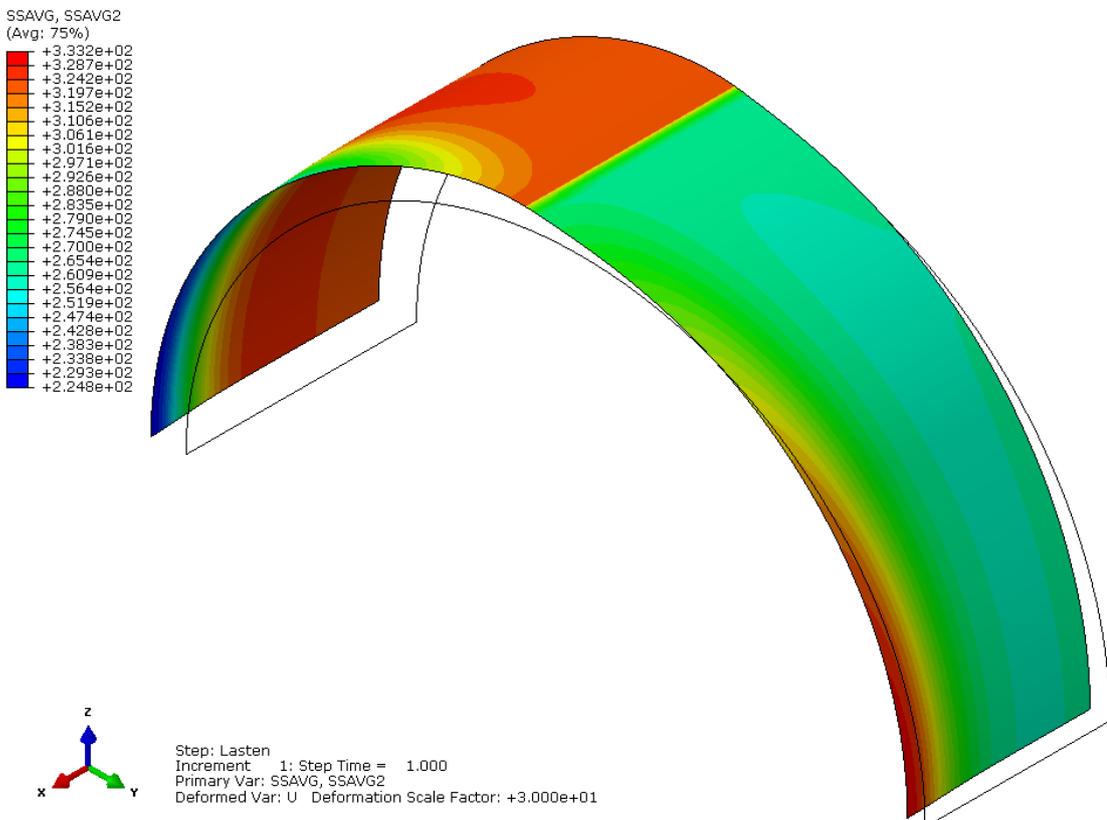


Abbildung 118: D4300_t39_7_5_x FE- Plot, Umfangsspannung in der Mittelebene

7.2 Plastische Berechnung

Die Berechnungsmethode ist eine geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung (GMNA). Das Modell und die Randbedingungen sind gleich wie bei der elastischen Berechnung. Das verwendete Materialgesetz ist in Abbildung 33 dargestellt.

Der Innendruck hat folgende Größe:

$p_i = 5.068 \text{ N/mm}^2$ (siehe Kapitel 6.1). Es wird der gleiche Innendruck angesetzt, wie bei der plastischen Berechnung des Segmentkrümmers ohne Dickensprung, um die Rechnungen besser vergleichen zu können. (LPF beziehen sich auf den gleichen Innendruck) Zuerst wird versucht den Laststeigerungsfaktor analytisch zu berechnen und anschließend wird die analytische Lösung mit der FE-Berechnung verglichen.

7.2.1 Analytische Berechnung des LPF

Unter der Annahme, dass der maßgebende Punkt, an dem das System zuerst versagt, direkt vor dem Übergang von der dünnen auf die dicke Schale ist, kann der LPF mit Hilfe einfacher Formeln berechnet werden.

Durch den exzentrischen Anschluss der beiden Rohrschalen entsteht ein zusätzliches Moment als Beanspruchung (Abbildung 97).

Dieses Moment teilt sich entsprechend der Steifigkeiten der einzelnen Rohrschalen auf. Das Moment einwirkende Moment errechnet sich zu:

$$M_{Ed,ges} = N_{Ed} * e$$

N_{Ed} ... Umfangsnormalkraft im Rohr

Das Trägheitsmoment für einen 1 mm breiten Streifen der einzelnen Rohrschalen ist:

$$I_1 = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 * 48^3}{12} = 9216 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = \frac{1 * 39^3}{12} = 4943.25 \text{ mm}^4$$

Mit diesen Trägheitsmomenten wird ein Bogenträger (soll die beiden Rohrschalen simulieren) mit dem angreifenden Moment in die Statik- Software Ruck-Zuck eingegeben, um herauszufinden wie sich das Moment auf die einzelnen Rohrschalen aufteilt. Es wird ein Moment mit der Größe „1“ aufgebracht.

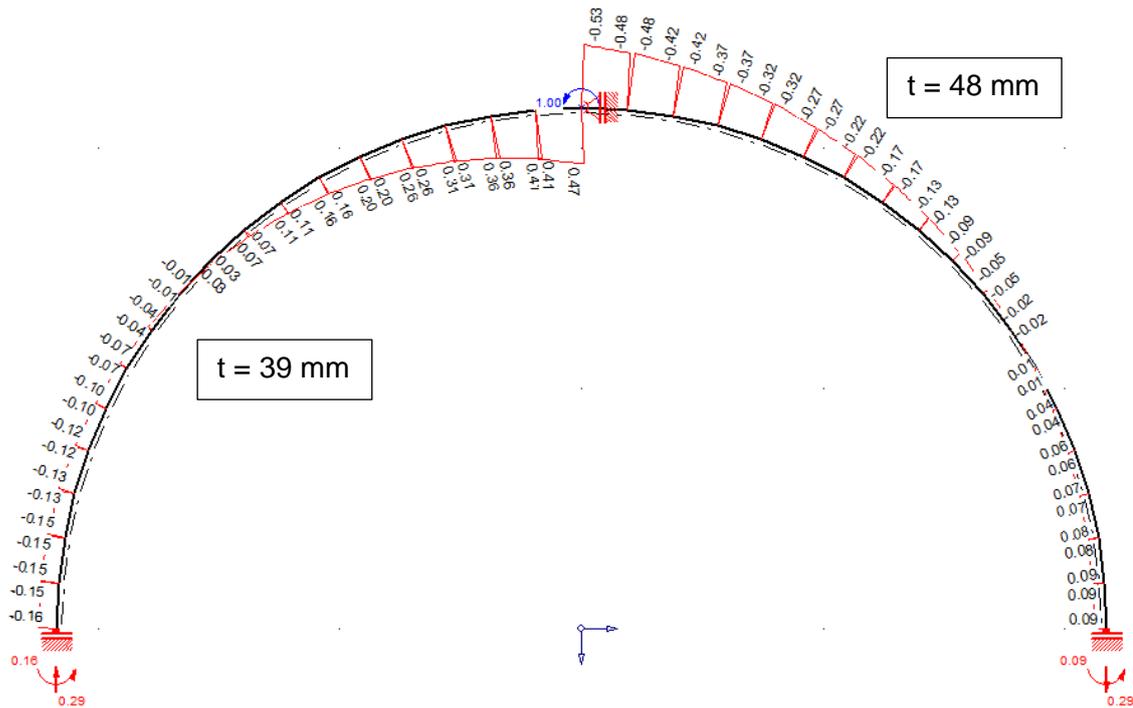


Abbildung 119: Aufteilung der Momente

Aus der Abbildung 119 ist zu entnehmen, dass die dünne Rohrschale 46.9 % vom gesamten einwirkenden Moment als Schnittkraft erhält.

In dem Querschnitt der dünnen Rohrschale sind also Normalkräfte und Momente vorhanden. Für die plastische M- N- Interaktion gilt:

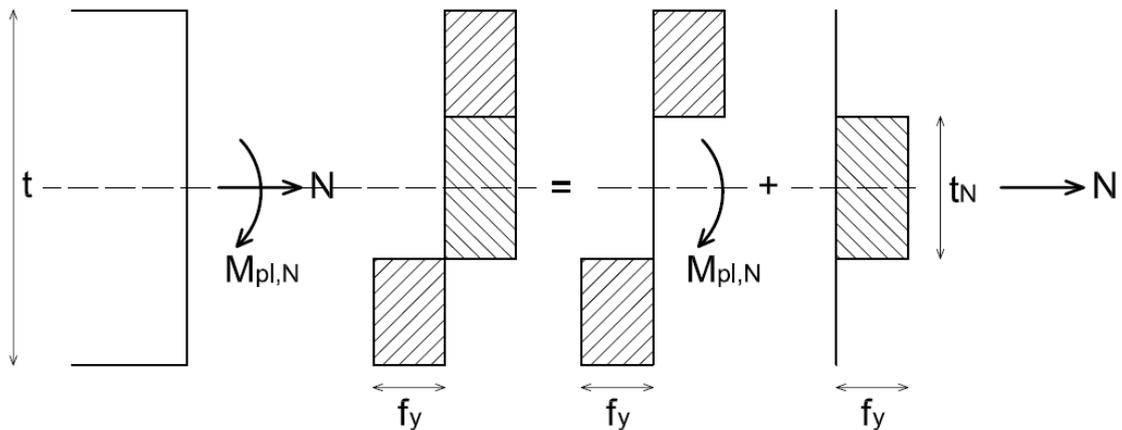


Abbildung 120: M- N- Interaktion

$$\frac{M_{pl,N,Ed}}{M_{pl}} = 1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \right)^2$$

$$M_{pl,N,Ed} = M_{pl} \left[1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \right)^2 \right]$$

Als Bedingung gilt, dass die einwirkende Normalkraft eine Spannung erzeugt, die der Fließspannung entspricht. Errechnet wird die Wanddicke, die für die Normalkraft aufgrund der zusätzlichen Momenten-Beanspruchung übrig bleibt:

$$M_{Ed} = N_{Ed} * 0.469 e = f_y * t_n * 0.469 e \equiv M_{pl} \left[1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \right)^2 \right]$$

$$f_y * t_n * 0.469 e = \frac{t^2}{4} * f_y \left[1 - \left(\frac{f_y * t_n}{f_y * t} \right)^2 \right]$$

$$t_n * 0.469 e * t^2 = \frac{t^2}{4} [t^2 - t_n^2]$$

$$4 * t_n * 0.469 e = t^2 - t_n^2$$

$$t_n^2 + 4 * t_n * 0.469 e - t^2 = 0$$

$$t_{n1,2} = -2 * 0.469 e \pm \sqrt{(2 * 0.469 e)^2 + t^2}$$

$$t_n = \sqrt{(2 * 0.469 e)^2 + t^2} - 2 * 0.469 e$$

$$t_n = \sqrt{(2 * 0.469 * 4.5)^2 + 39^2} - 2 * 0.469 * 4.5 = 35.01 \text{ mm}$$

Die vorherigen Berechnungen am Segmentkrümmer haben gezeigt, dass sich am Scheitel entlang der x- Richtung die Spannungen gleich verhalten wie beim geraden Rohr, d. h. es gibt keine Spannungserhöhungen durch den Krümmer- Effekt. Deshalb ist die Umfangsspannung:

$$\sigma_{u,max} \equiv f_y$$

mit der Ausnutzung der Mises- Bedingung mit $\sigma_x = 0.5 * \sigma_u$ (dieser Zustand stellt sich am Scheitel des Rohres ein) folgt:

$$\sigma_{u,max,v} \equiv 1.155 f_y$$

Unter Berücksichtigung der verminderten Querschnittshöhe auf Grund des Momentes ergibt sich die Umfangsspannung zu:

$$\sigma_{u,max,v,red.} = 1.155 t_n/t * f_y$$

$$\sigma_{u,max,v,red.} = 1.155 * 35.01/39 * 440 = 456.2 \text{ N/mm}^2$$

Die vorhanden Umfangsspannung mit dem angesetzten Innendruck ergibt sich zu:

$$\sigma_{u,vorh.} = \frac{pr}{t} = 5.068 * \frac{2170.5}{39} = 282.05 \text{ N/mm}^2$$

Der LPF ergibt:

$$LPF = \frac{\sigma_{u,max,v,red.}}{\sigma_{u,vorh.}} = \frac{456.2}{282.05} = 1.62$$

7.2.2 Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit freier Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohres

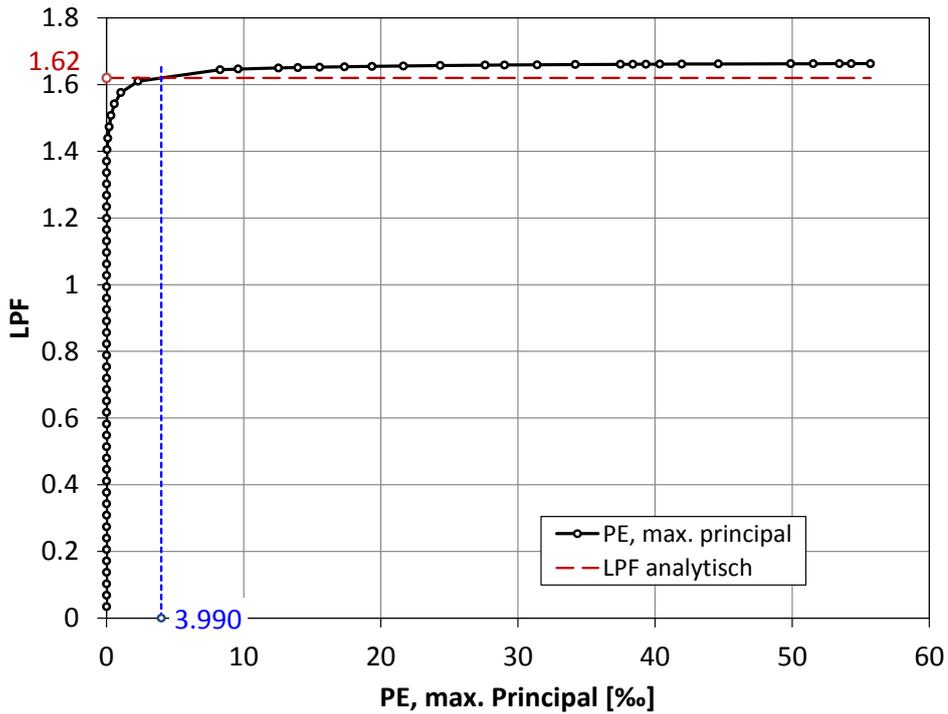


Abbildung 121: LPF in Abhängigkeit von PE, max. principal

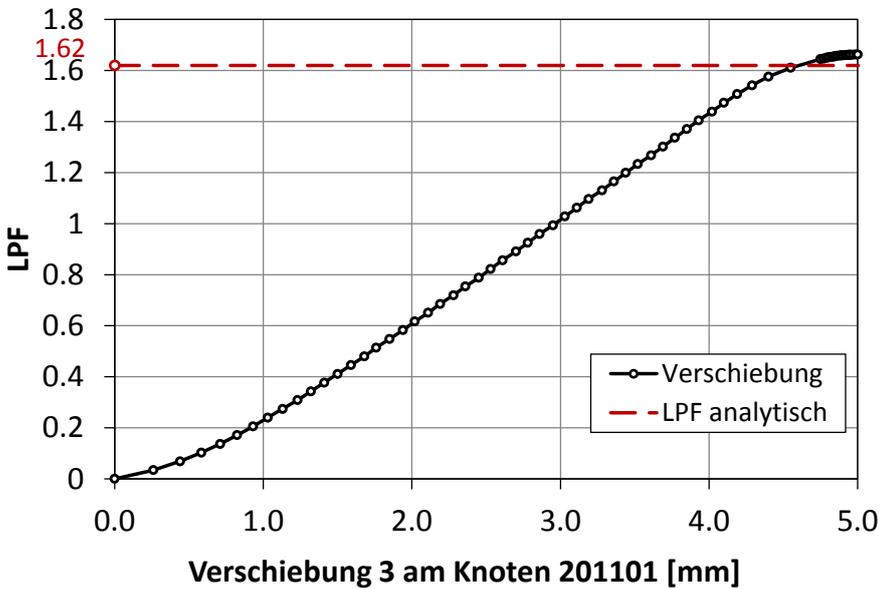


Abbildung 122: Verschiebung am Knoten 201101 (Knoten bei $\phi = 90^\circ$ in der Schnittebene)

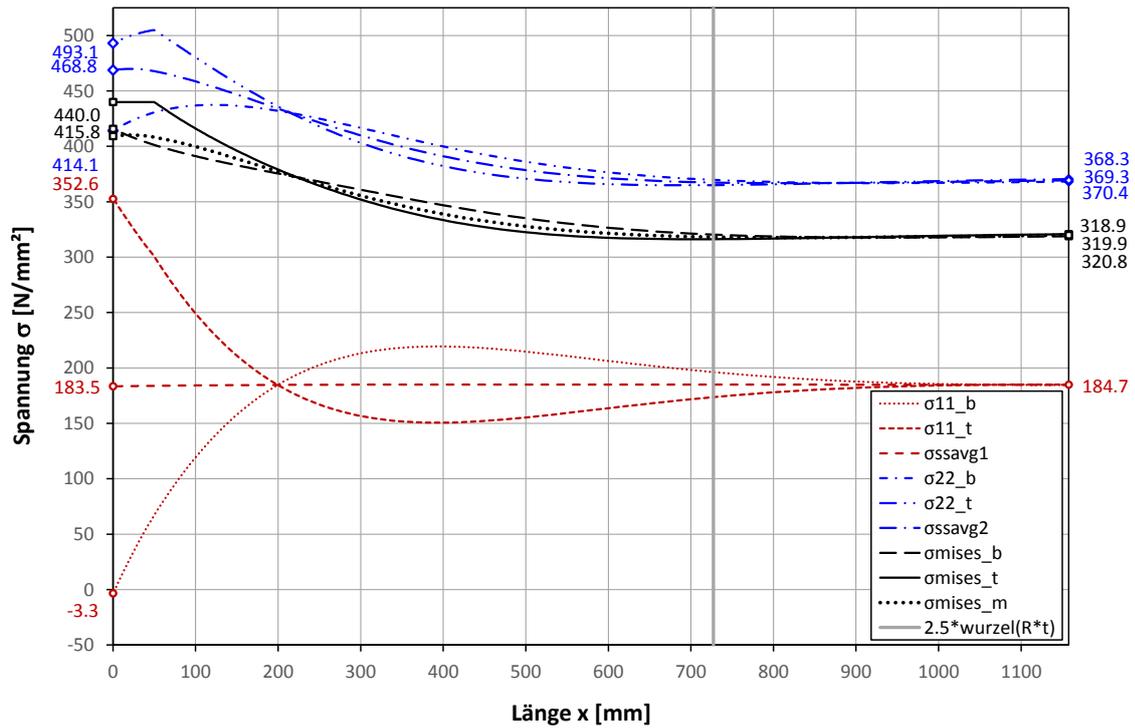


Abbildung 123: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen bei $\phi = 0^\circ$ (LPF = 1.61)

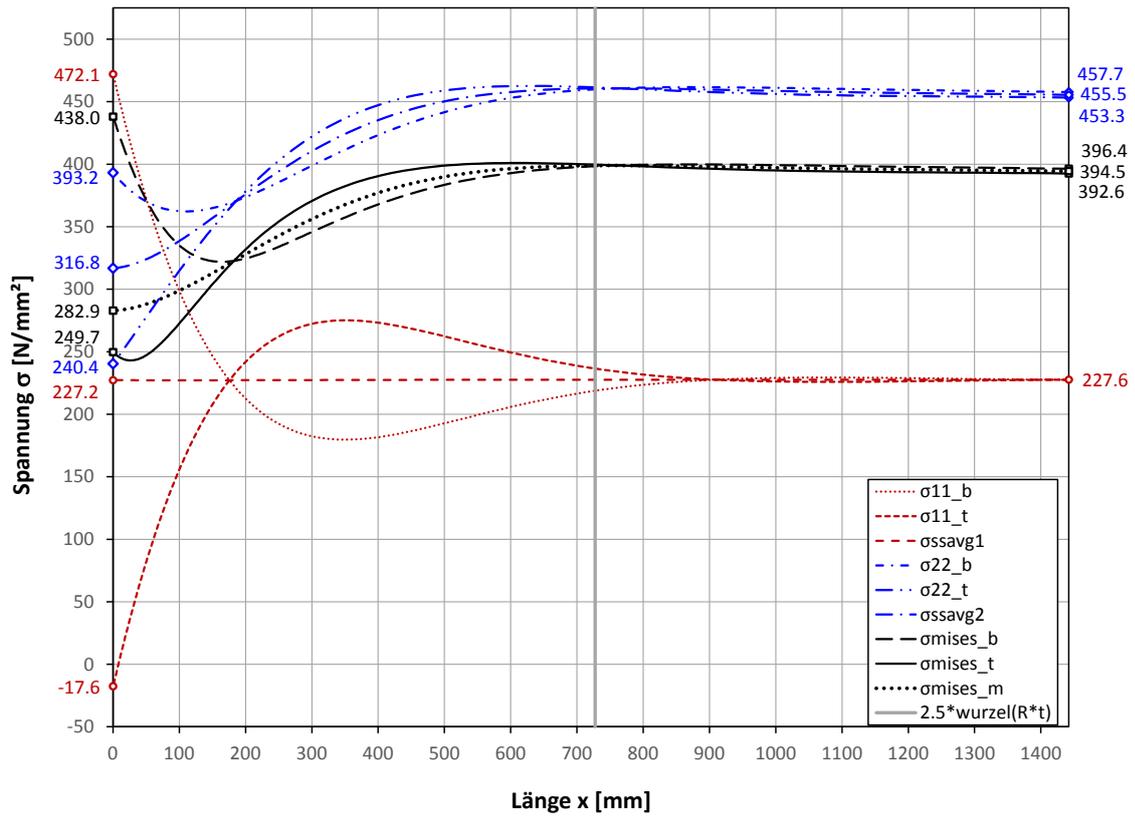


Abbildung 124: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie (LPF = 1.61)

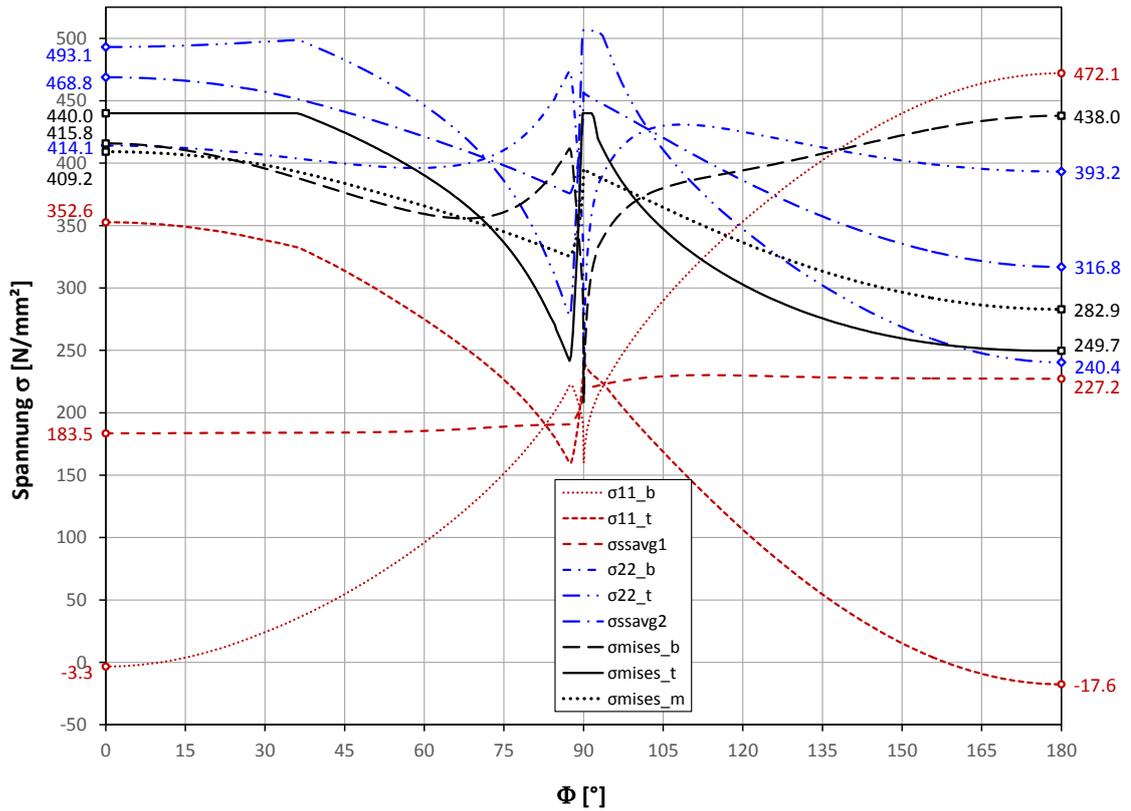


Abbildung 125: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie (LPF = 1.61)

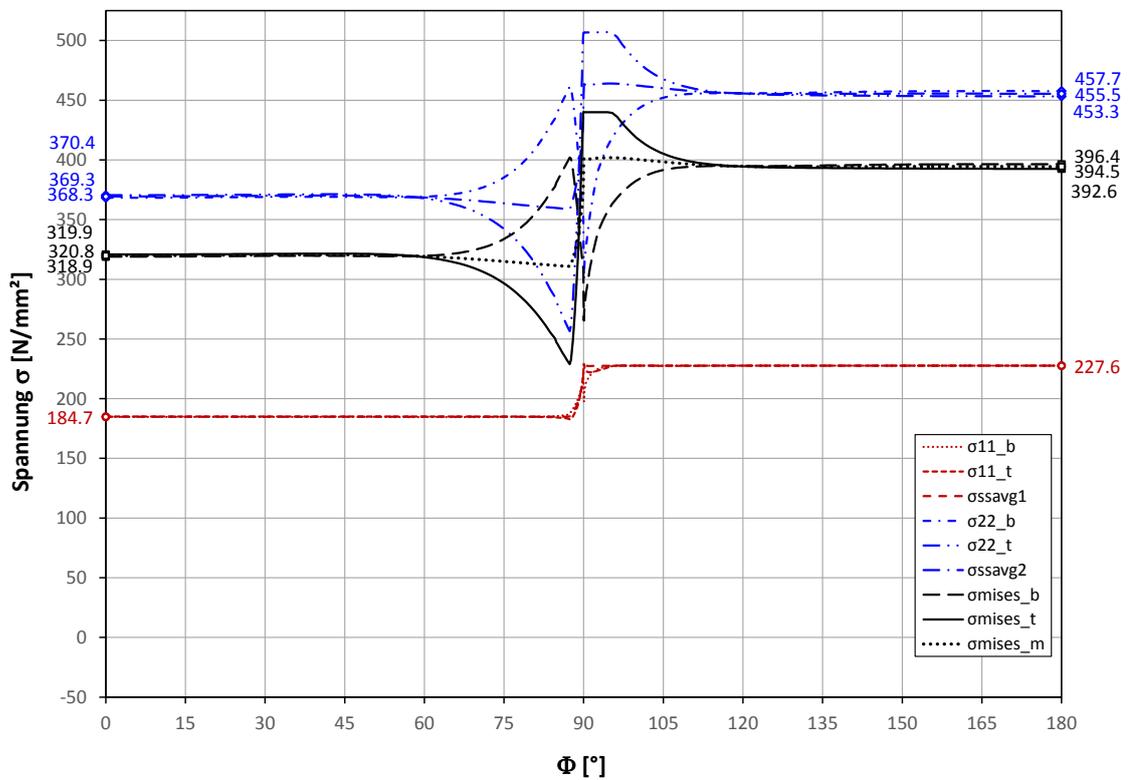


Abbildung 126: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen entlang des Halbkreises (Ende des Rohres) (LPF = 1.61)

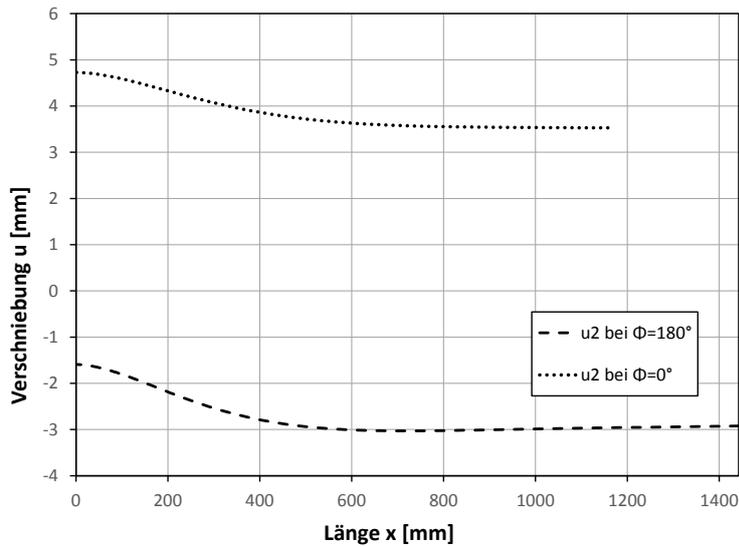


Abbildung 127: D4300_t39_t48_7_5 Verschiebungen ($LPF = 1.61$)

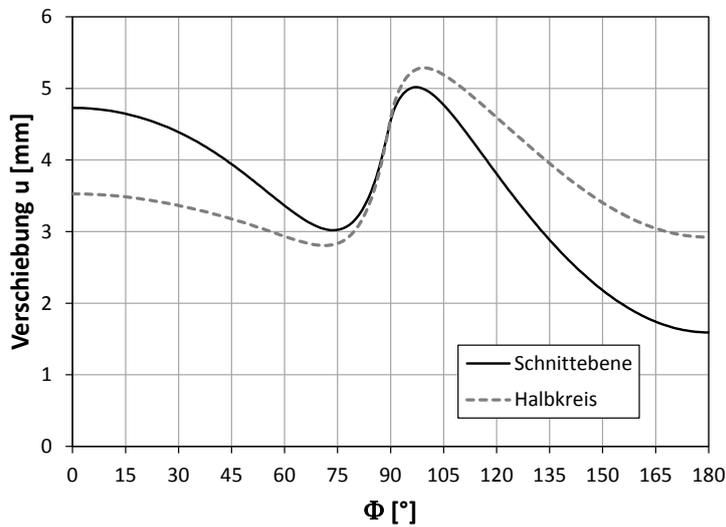


Abbildung 128: D4300_t39_t48_7_5 Radialverschiebungen (Schnittebene = Verschneidungslinie, Halbkreis = am Ende des Rohres) ($LPF = 1.61$)

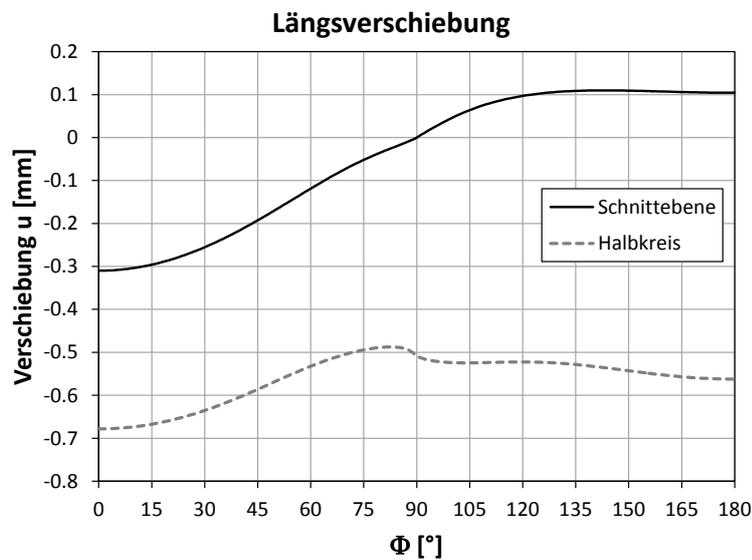


Abbildung 129: D4300_t39_t48_7_5 Verschiebungen in x- Richtung ($LPF = 1.61$)

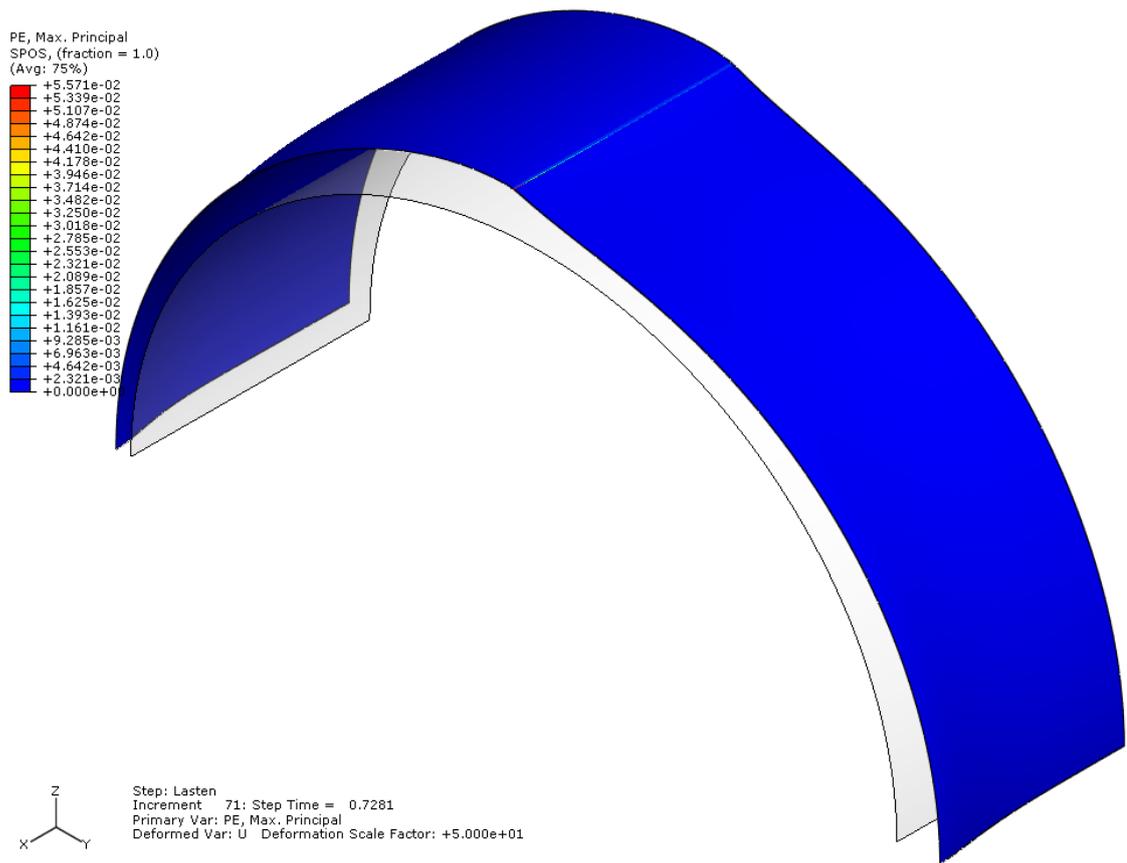


Abbildung 130: D4300_t39_t48_7_5_FE-Plot, PEEQ (LPF = maximum)

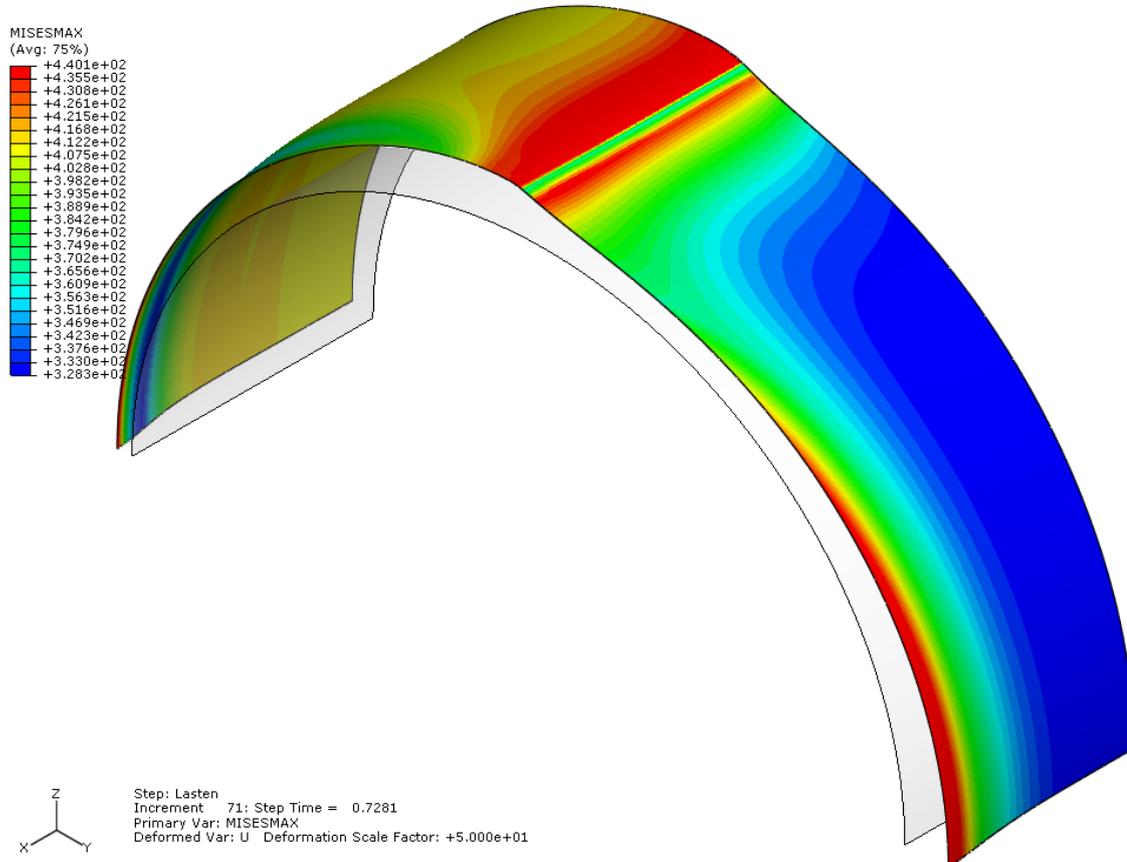


Abbildung 131: D4300_t39_7_5_x FE-Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt (LPF = maximum)

7.2.3 Berechnung D4300_t39_t48_7_5 mit gesperrter Verschiebung in x-Richtung am Ende des Rohres

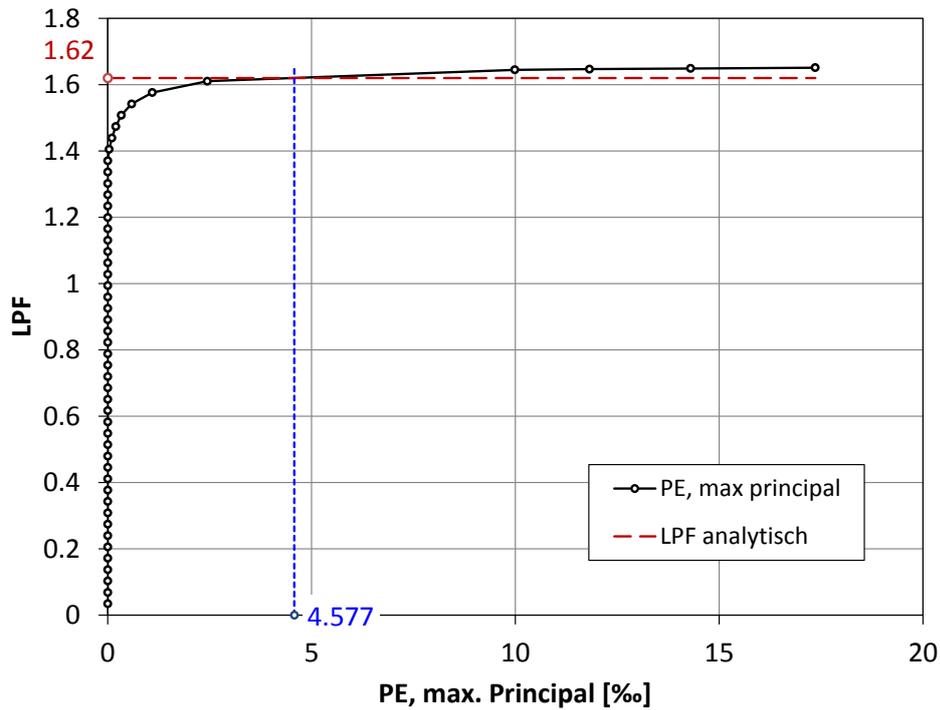


Abbildung 132: LPF in Abhängigkeit von PE, max. principal

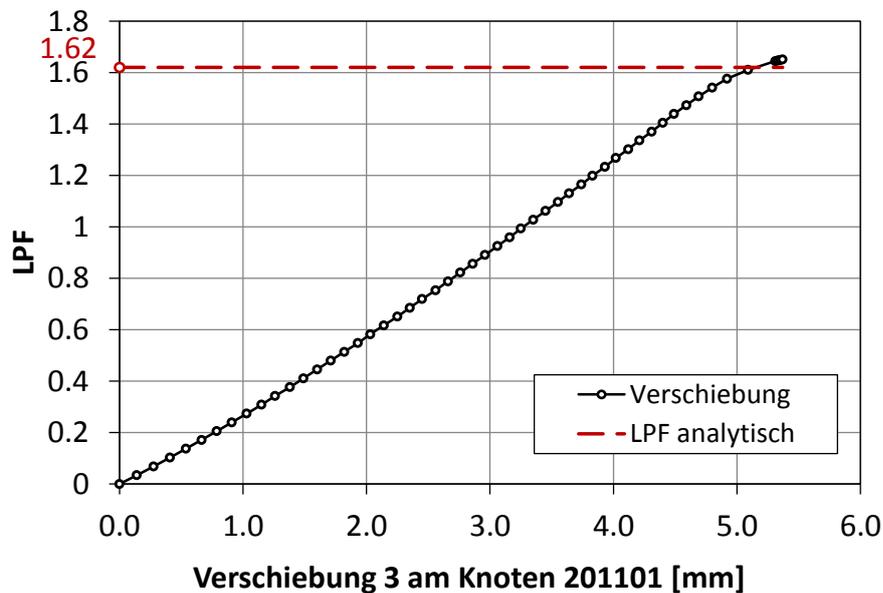


Abbildung 133: Verschiebung am Knoten 201101 (Knoten bei $\Phi = 90^\circ$ in der Schnittebene)

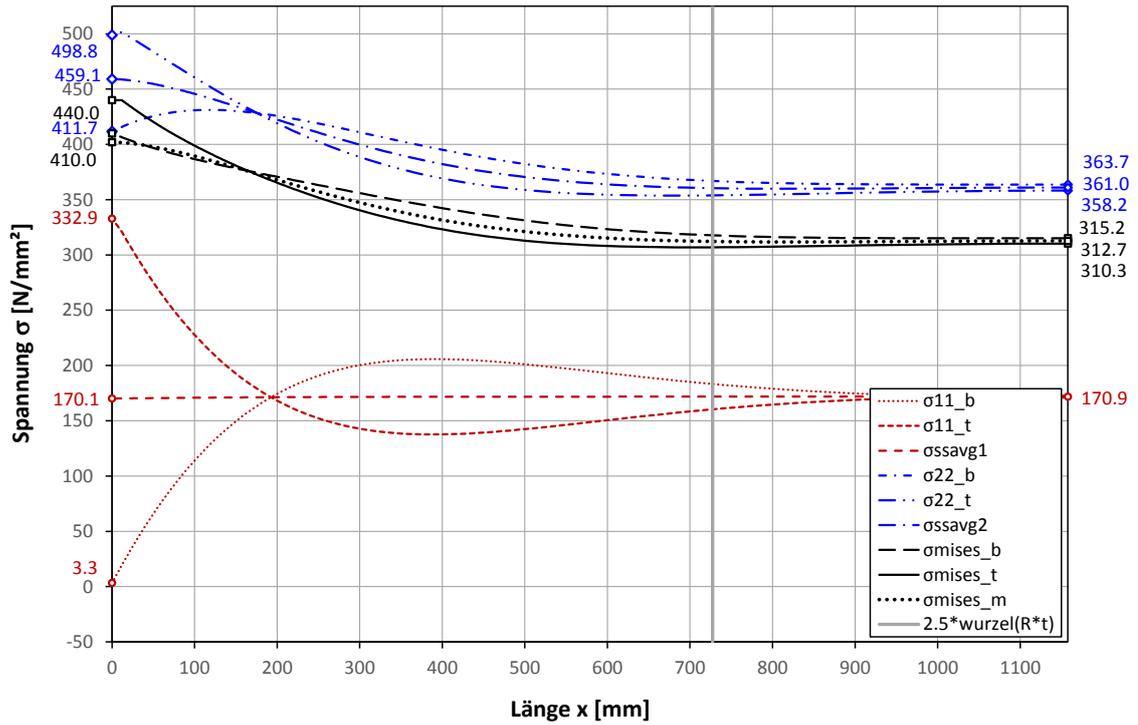


Abbildung 134: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen bei $\phi = 0^\circ$ (LPF = 1.58)

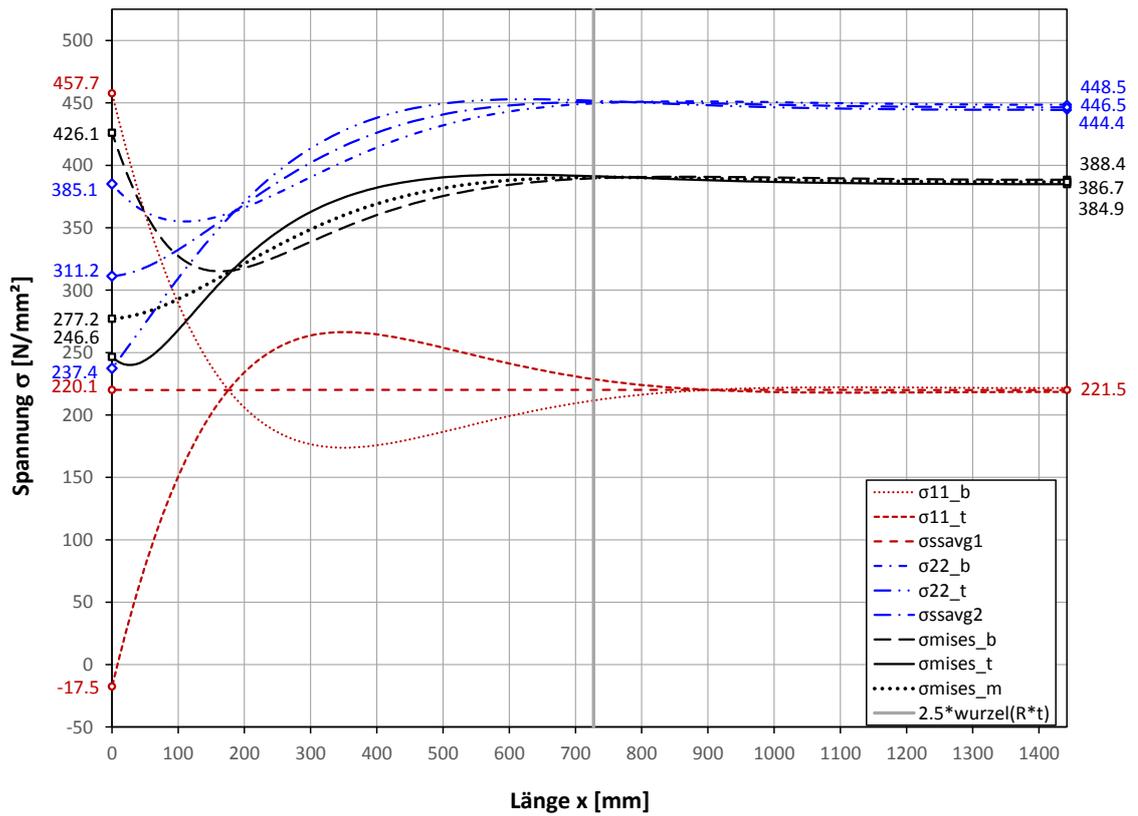


Abbildung 135: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen entlang der Verschneidungslinie (LPF = 1.58)

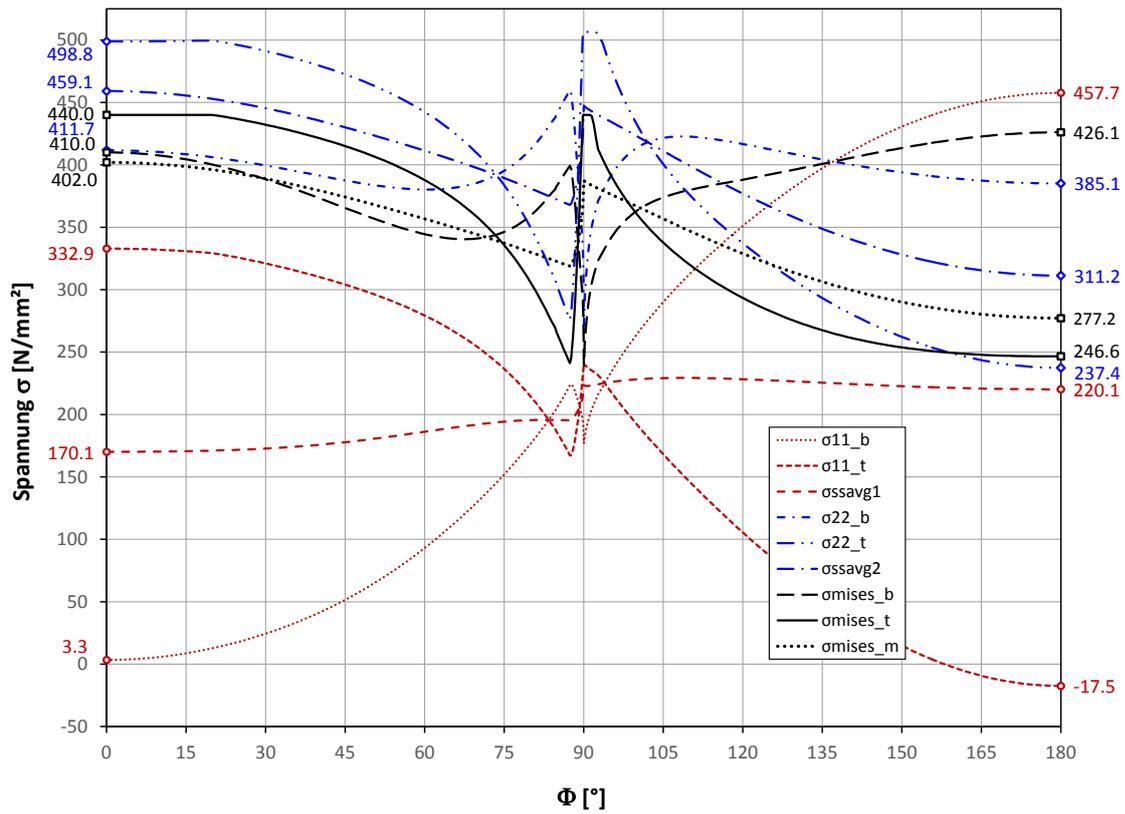


Abbildung 136: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen entlang der Verschneidungslinie (LPF = 1.58)

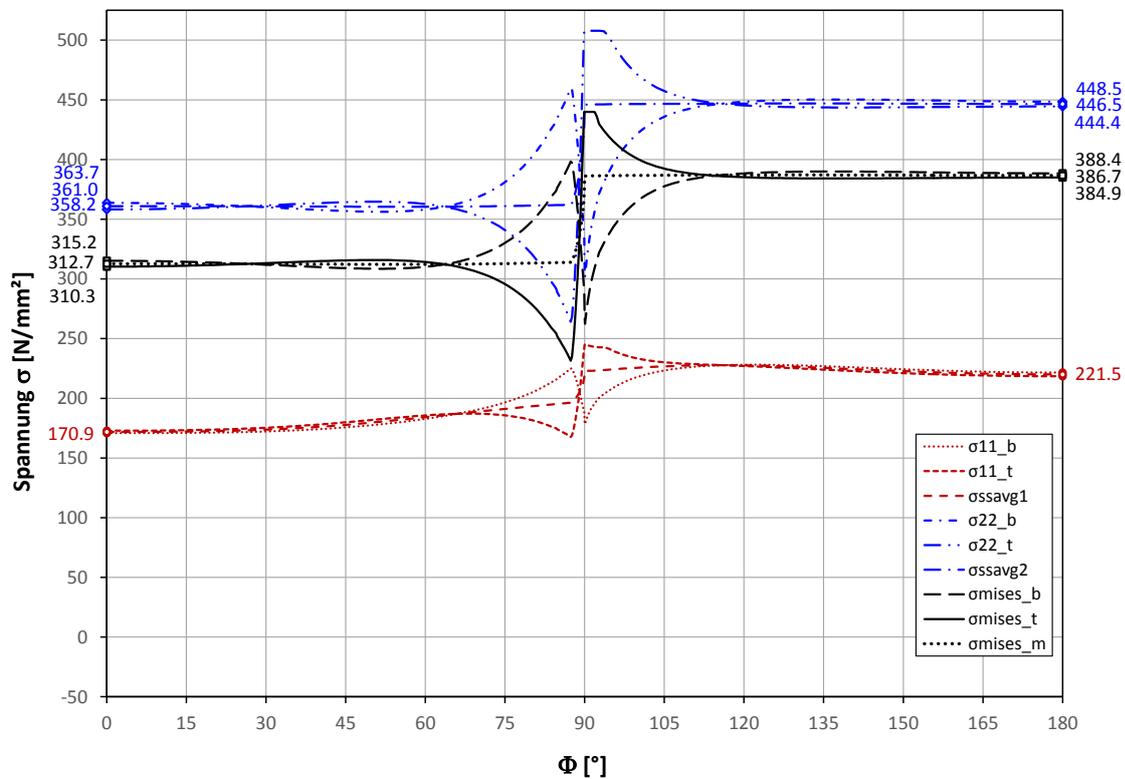


Abbildung 137: D4300_t39_t48_7_5_x Spannungen entlang des Halbkreises (Ende des Rohres) (LPF = 1.58)

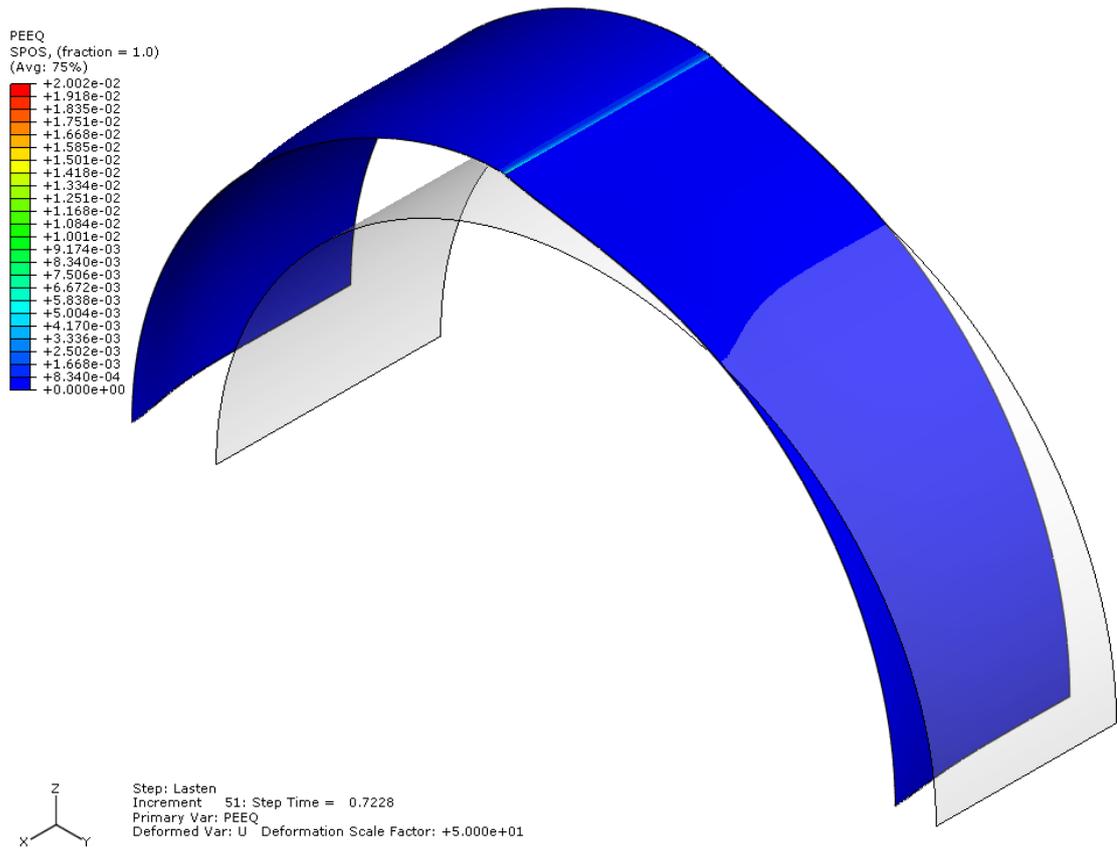


Abbildung 138: D4300_t39_t48_7_5_x FE- Plot, PEEQ (LPF = maximum)

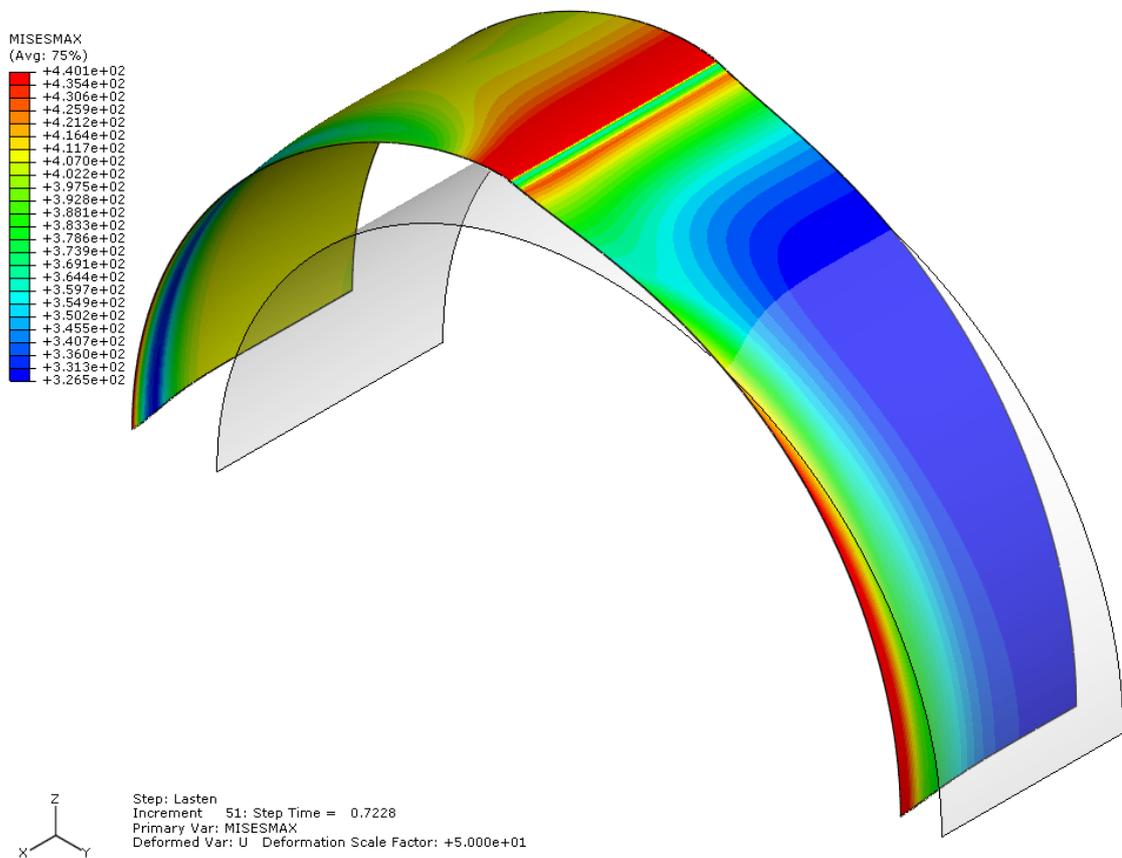


Abbildung 139: D4300_t39_t48_7_5_x FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt (LPF = maximum)

7.3 Zusammenfassung

Obwohl eine dickere Rohrschale an der Innenseite des Segmentkrümmers, an der die größten Spannungen bei konstanter Dicke auftreten, vorhanden ist, kann die Tragfähigkeit gegenüber einem Segmentkrümmer mit einer konstanten Dicke von 39 mm nicht verbessert werden. Der maximale Laststeigerungsfaktor des Krümmers mit Dickensprung ist sogar geringer als der des Krümmers ohne Dickensprung.

Die Ursache dafür ist, dass durch den exzentrischen Dickensprung in Umfangsrichtung die Membranwirkung des Rohres gestört wird. Die zwei unterschiedlichen Steifigkeiten der Rohrschalen und das zusätzliche Moment belasten die dünne Rohrschale am Dickensprung zusätzlich und es kommt am Übergang zwischen der dicken und dünnen Rohrschale zum Versagen.

Die analytische Berechnung liegt sehr nahe am maximalen Laststeigerungsfaktor der FE-Berechnung. Die unten stehende Tabelle soll den Unterschied zwischen der analytischen- und der FE-Berechnung darstellen. Es ist der maximale Laststeigerungsfaktor dargestellt, der bei der maximalen Dehnung auftritt und der Laststeigerungsfaktor, der bei einer Dehnung von ungefähr $5 \cdot \epsilon_y$ auftritt.

analytische Berechnung		LPF=1.62		
	LPF	LPF(FE)/ LPF(anlyt.)	zugeh. PE, principal [%]	
FE- Berechnung (GMNA)	1.663	1.027	55.71	max. Dehnung
freie Verschiebung in x- Richtung	1.645	1.015	8.28	$\sim 5 \cdot \epsilon_y$
FE- Berechnung (GMNA)	1.651	1.019	17.36	max. Dehnung
gesperzte Verschiebung in x- Richtung	1.645	1.015	9.99	$\sim 5 \cdot \epsilon_y$

Tabelle 7: Vergleich zwischen analytischer Berechnung und FE- Berechnung

7.4 Weitere Ausführungsmöglichkeiten von Dickensprüngen

7.4.1 Dickensprung mit einer Neigung von 15°

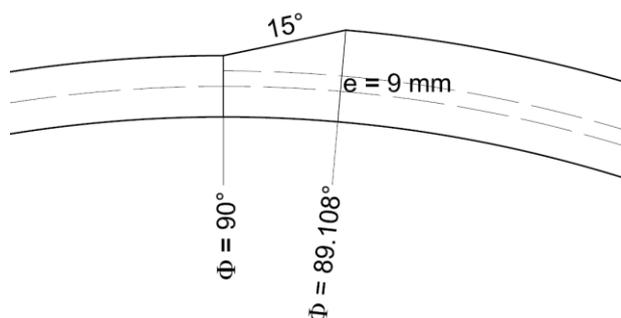


Abbildung 140: Geometrie des Dickensprungs

Berechnung, Belastung und Materialgesetze sind gleich wie beim Dickensprung mit einer Neigung von 1:10.

$p_i = 5.068 \text{ N/mm}^2$ (siehe Kapitel 6.1)

Die Ergebnisse der plastischen Berechnung werden nur kurz in 2 Diagrammen dargestellt, da die Spannungen, Verschiebungen und die Dehnungen ganz ähnlich gleich wie beim Dickensprung mit einer Neigung von 1:10 sind.

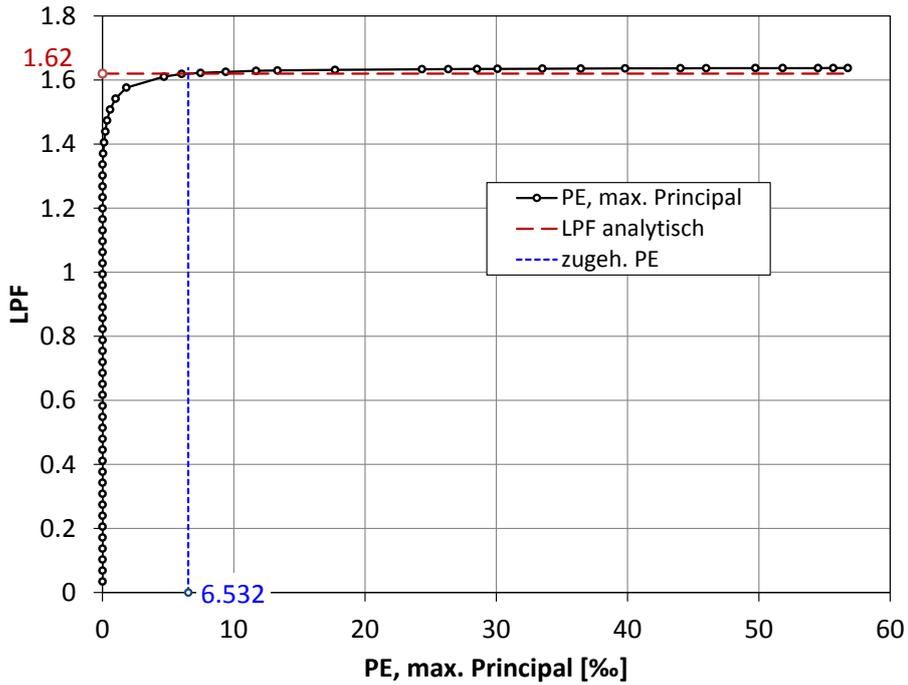


Abbildung 141: D4300_t39_t48_7_5 LPF in Abhängigkeit von PE, max. principal

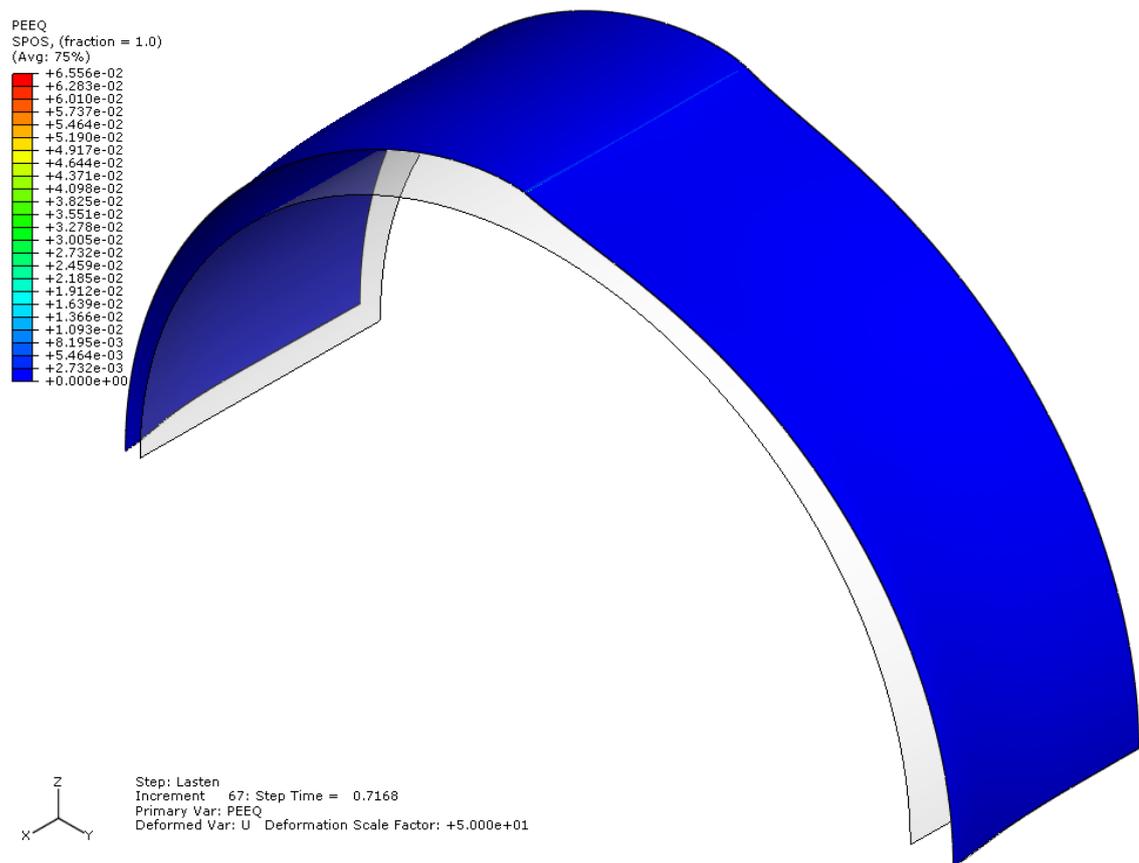


Abbildung 142: D4300_t39_t48_7_5 FE- Plot, PEEQ (LPF = maximum)

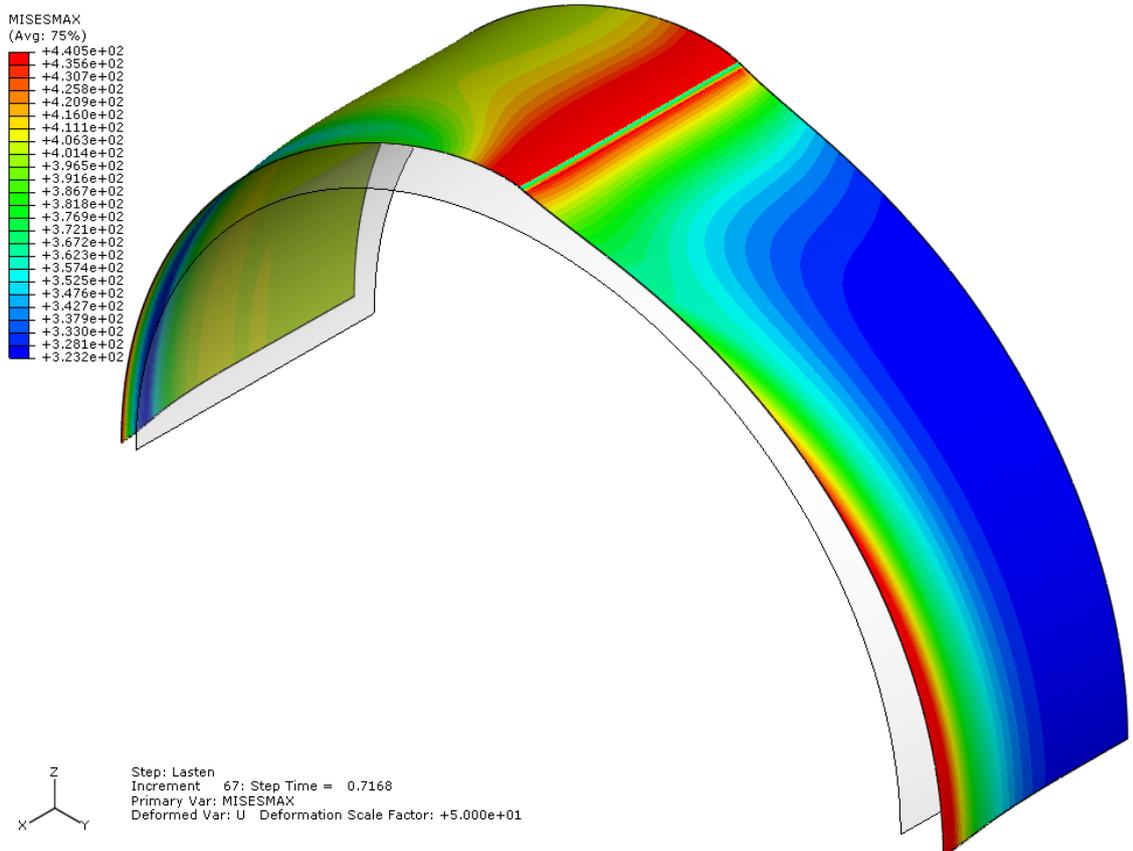


Abbildung 143: D4300_t39_t48_7_5 FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt (LPF = maximum)

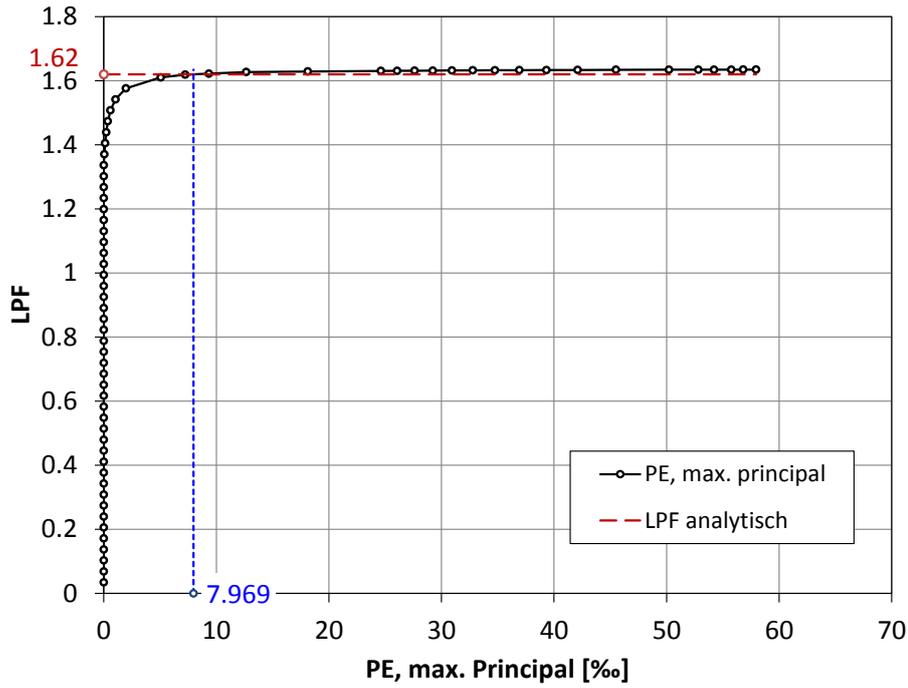


Abbildung 144: D4300_t39_t48_7_5_x LPF in Abhängigkeit von PE, max. principal

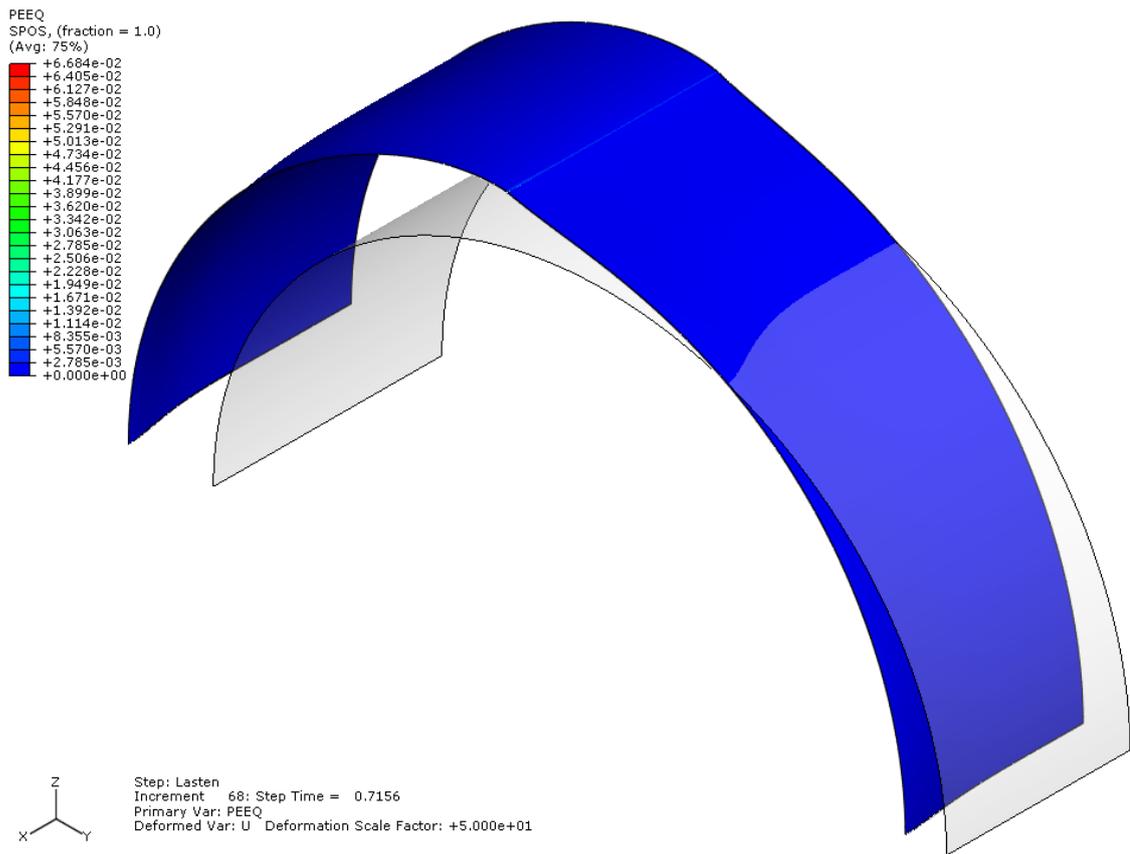


Abbildung 145: D4300_t39_t48_7_5_x FE- Plot, PEEQ (LPF = maximum)

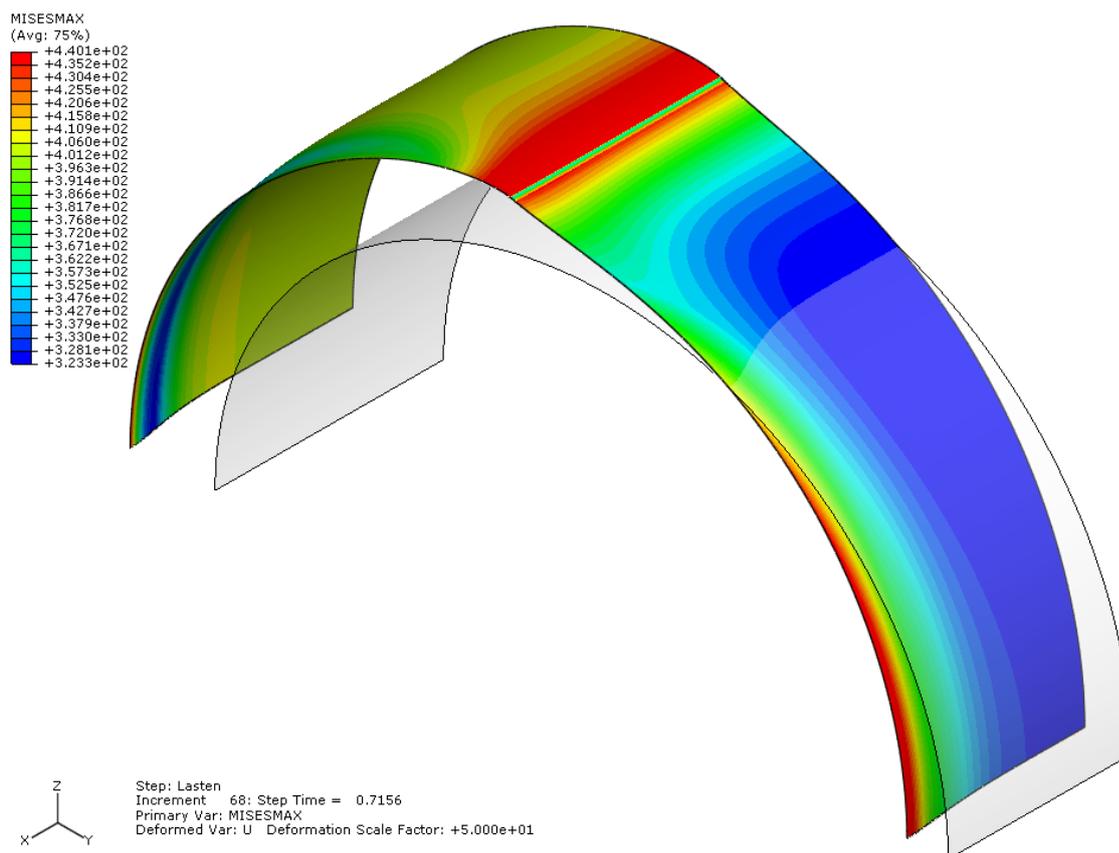


Abbildung 146: D4300_t39_t48_7_5_x FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt (LPF = maximum)

Mit welcher Neigung der Dicken sprung ausgeführt wird, hat wenig Einfluss auf das Tragverhalten und auf den maximalen Laststeigerungsfaktor. Der Laststeigerungsfaktor ist nur etwas geringer (1 bis 2 Prozent) als bei der Berechnung mit dem Dicken sprung mit einer Neigung von 1:10. Entscheidend ist, wie groß die Exzentrizität des Dicken sprungs ist und dieser bleibt bei beiden Ausführungsmöglichkeiten gleich. Die untere Tabelle zeigt den Vergleich der analytischen- mit der FE- Berechnung. Es ist der maximale Laststeigerungsfaktor verglichen, der bei der maximalen Dehnung auftritt und der Laststeigerungsfaktor, der bei einer Dehnung von ungefähr $5 \cdot \epsilon_y$ auftritt.

analytische Berechnung		LPF=1.62		
	LPF	LPF(FE)/LPF(anlyt.)	zugeh. PE, principal [%]	
FE- Berechnung (GMNA)	1.637	1.011	56.78	max. Dehnung
freie Verschiebung in x- Richtung	1.622	1.001	7.48	$\sim 5 \cdot \epsilon_y$
FE- Berechnung (GMNA)	1.635	1.009	57.96	max. Dehnung
freie Verschiebung in x- Richtung	1.619	0.999	7.24	$\sim 5 \cdot \epsilon_y$

Tabelle 8: Vergleich zwischen analytischer Berechnung und FE- Berechnung

7.4.2 Dickensprung mit zentrischen Anschluss

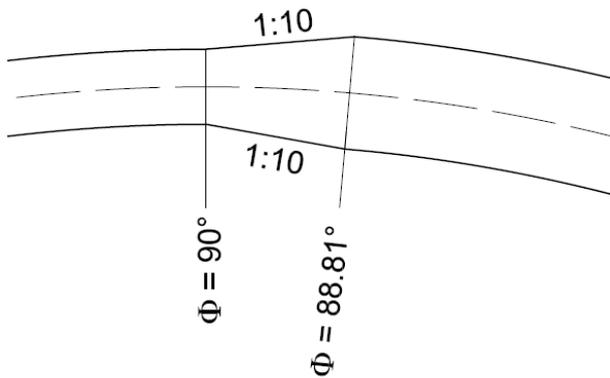


Abbildung 147: Geometrie des Dickensprungs

Berechnung, Belastung und Materialgesetze sind gleich wie beim exzentrischen Dickensprung mit einer Neigung von 1:10. Dieser Dickensprung wird nur mit der freien Verschiebung in x- Richtung am Ende des Rohres berechnet.

7.4.2.1 Elastische Berechnung (GNA), $p_i = 5.788 \text{ N/mm}^2$

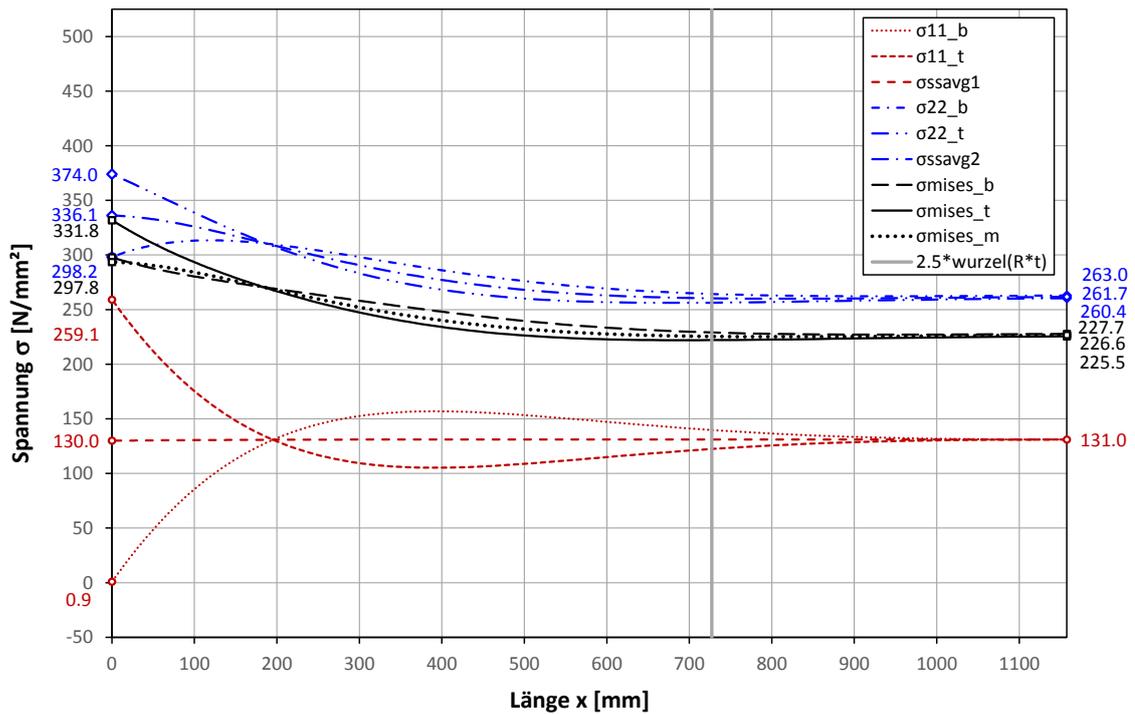


Abbildung 148: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

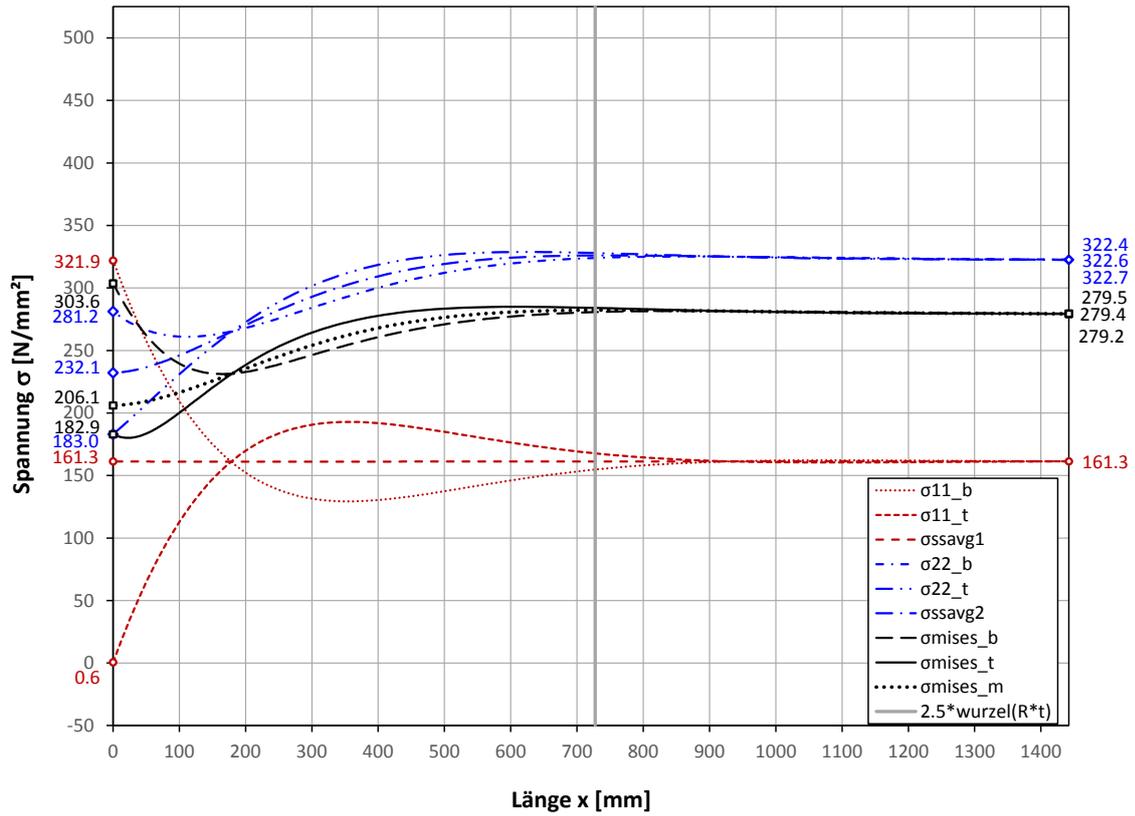


Abbildung 149: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

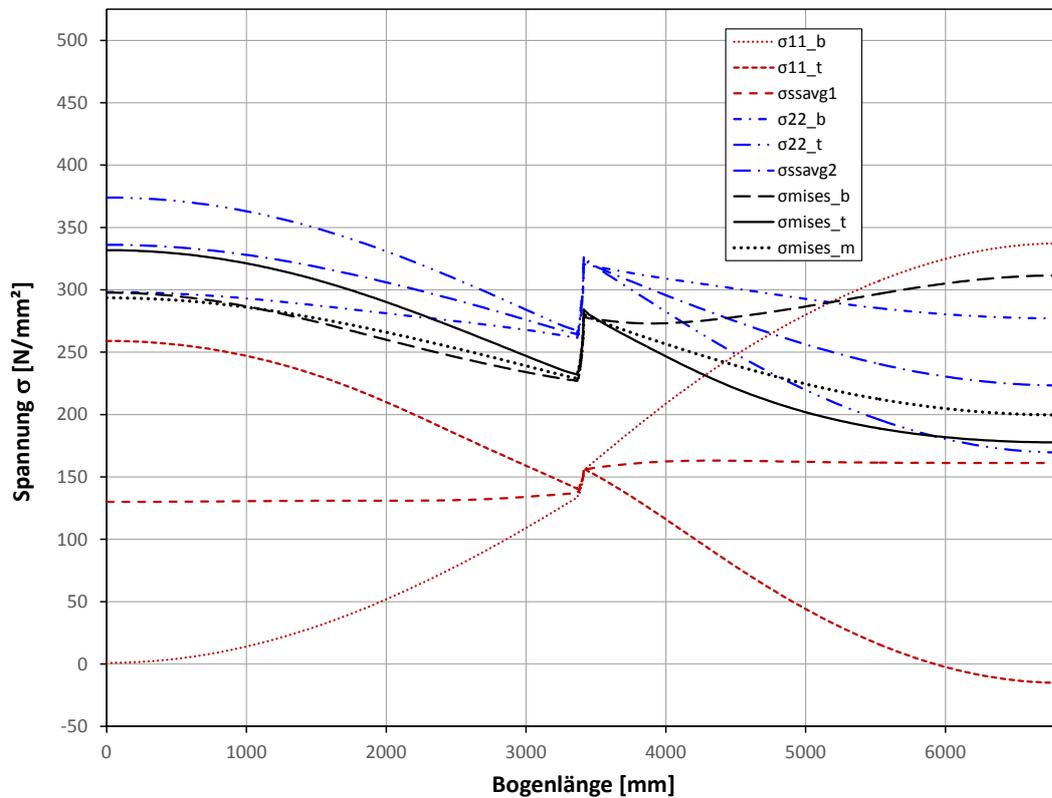


Abbildung 150: D4300_t39_t48_7_5 Spannungen entlang der Verschneidungslinie (bei $l = 0$ mm ist $\Phi = 0^\circ$)

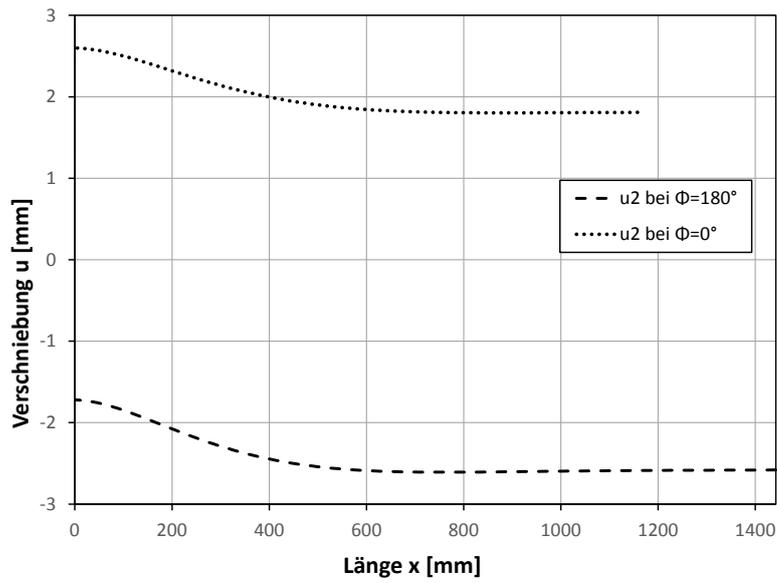


Abbildung 151: D4300_t39_t48_7_5 Verschiebung

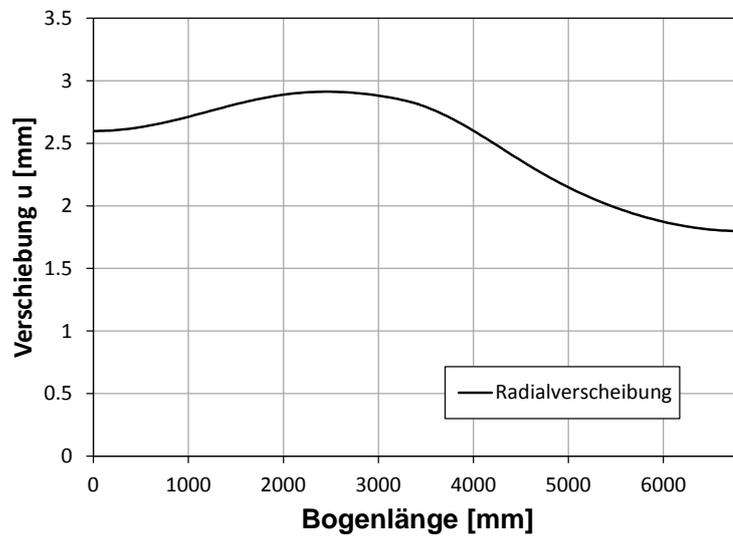


Abbildung 152: D4300_t39_t48_7_5 Radialverschiebung entlang der Verschneidungslinie (bei $l = 0$ mm ist $\Phi = 0^\circ$)

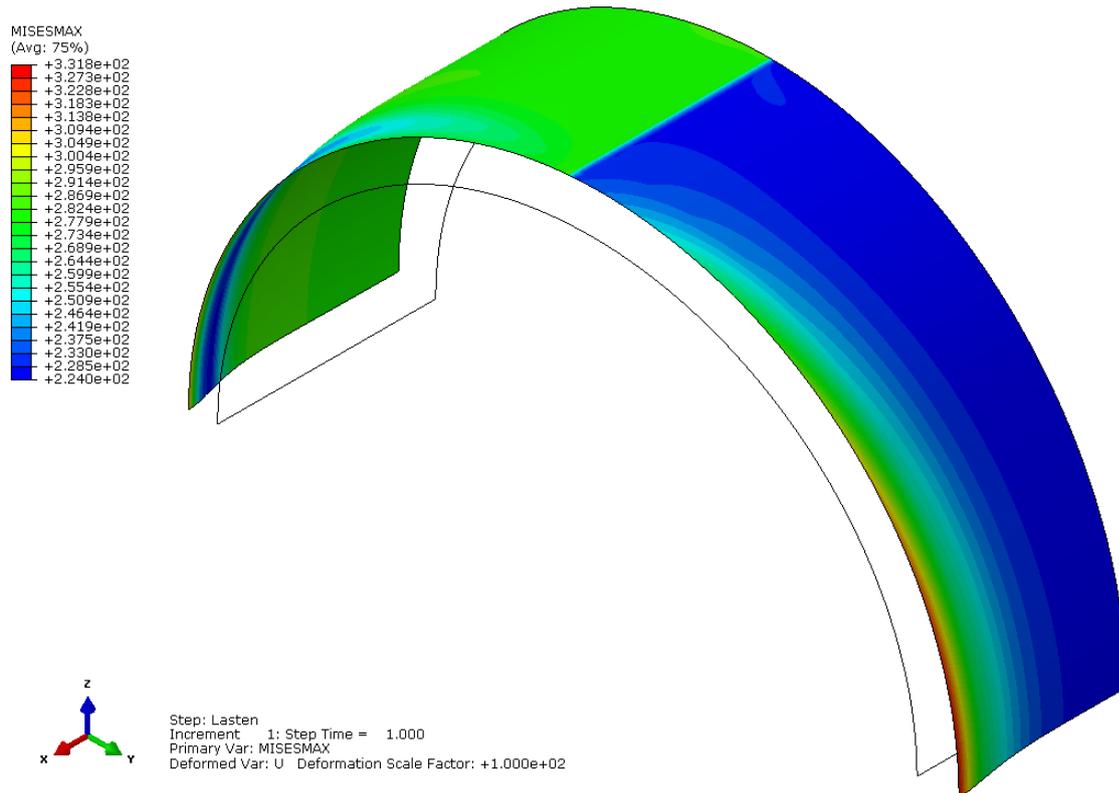


Abbildung 153: D4300_t39_t48_7_5 FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

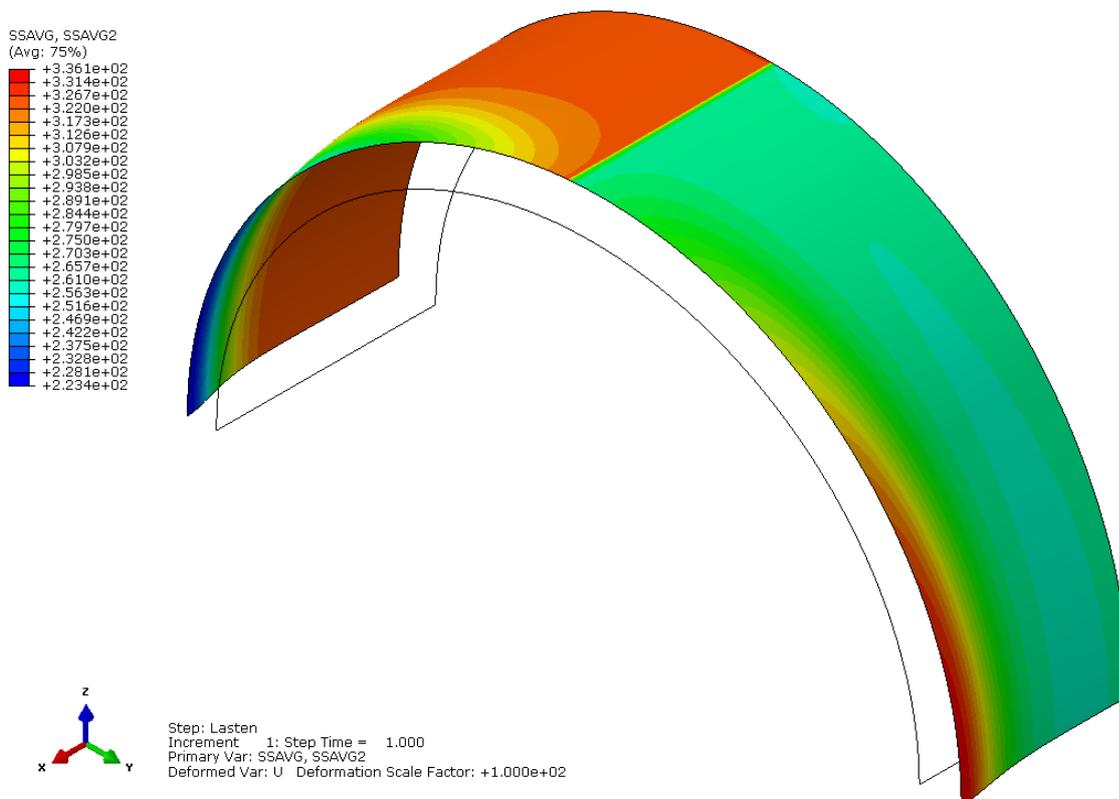


Abbildung 154: D4300_t39_7_5 FE- Plot, Umfangsspannung in der Mittelebene

7.4.2.2 Plastische Berechnung (GMNA), $p_i = 5.068 \text{ N/mm}^2$ (siehe Kapitel 6.1).

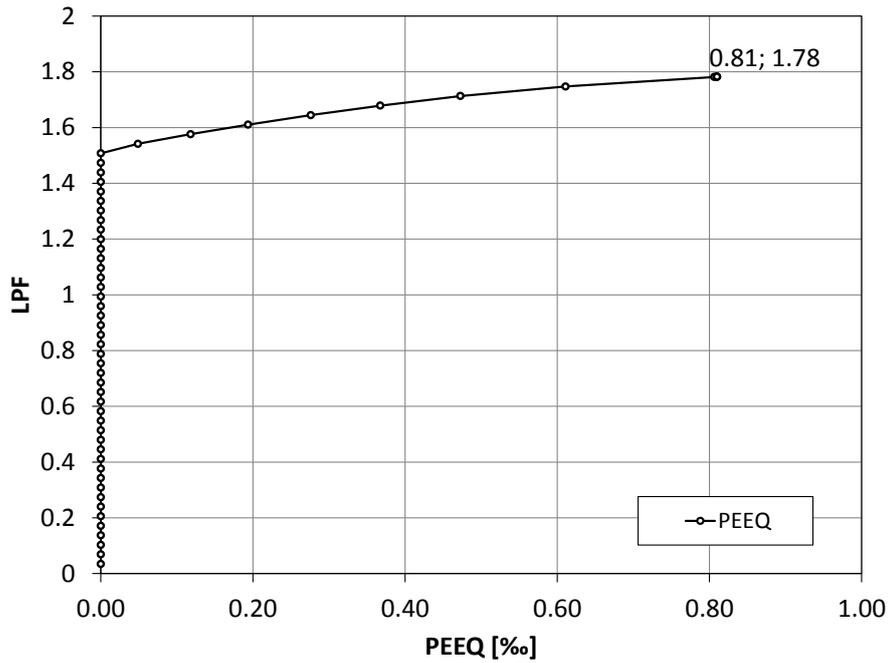


Abbildung 155: D4300_t39_t48_7_5 LPF in Abhängigkeit von PEEQ

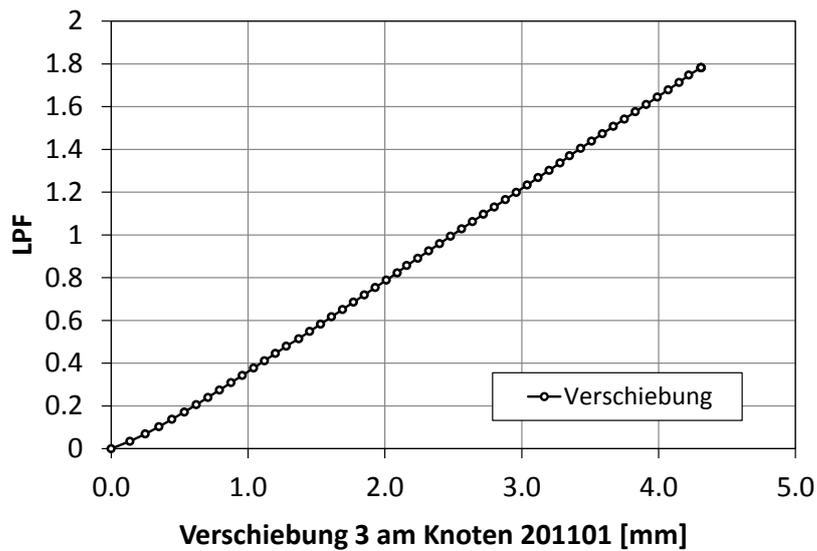


Abbildung 156: D4300_t39_t48_7_5 Verschiebung am Knoten 201101 (Knoten bei $\Phi = 90^\circ$ in der Schnittebene)

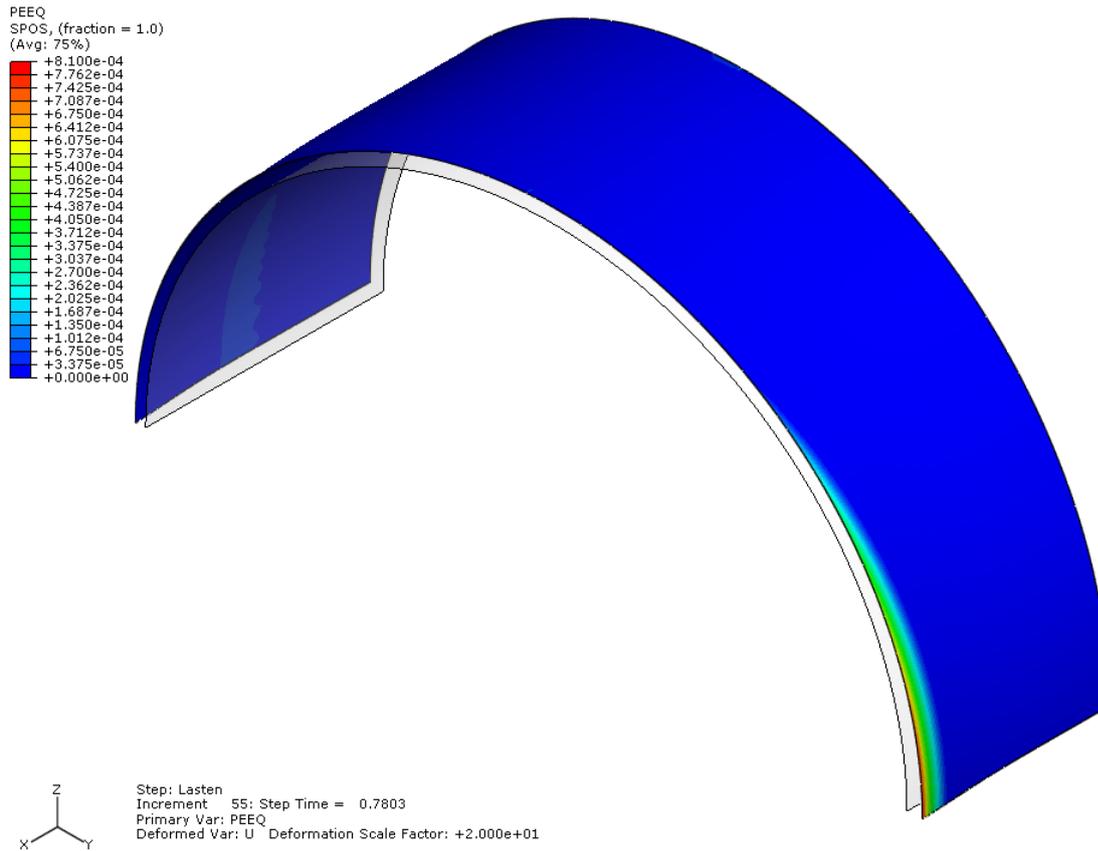


Abbildung 157: D4300_t39_t48_7_5 FE- Plot, PEEQ (LPF = maximum)

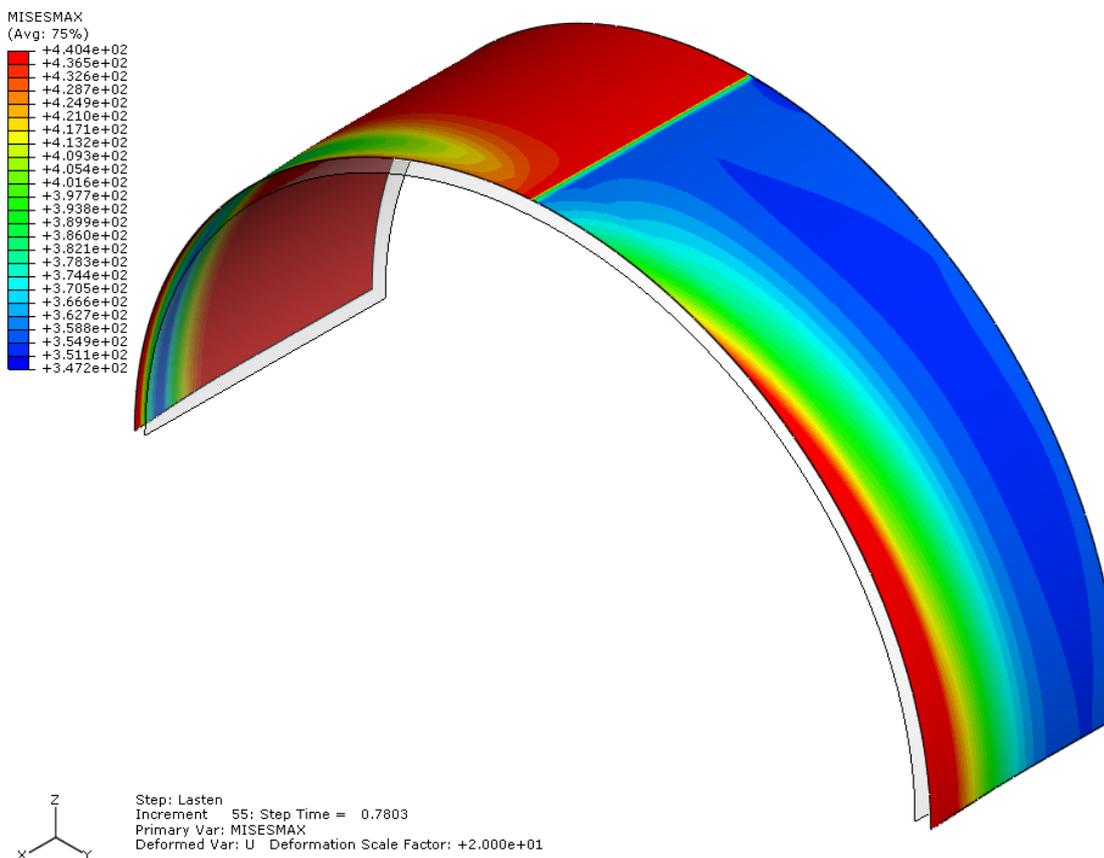


Abbildung 158: D4300_t39_7_5 FE- Plot, maximale Mises- Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt (LPF = maximum)

Wenn die Exzentrizität beim Dickensprung wegfällt, wird die Tragfähigkeit gegenüber dem System mit der Exzentrizität gesteigert. In diesem Fall versagt das System nicht mehr am Übergang zwischen der dicken und der dünnen Schale, sondern es versagt wie die Systeme mit einer durchgehend gleich großen Dicke an der Innenseite des Segmentknicks. Die Ergebnisse werden mit der analytischen Berechnung nach Kapitel 7.1.1 verglichen (Berechnung mit exzentrischem Anschluss), um zu zeigen wie viel die Last gegenüber einem exzentrischen Anschluss gesteigert werden kann.

analytische Berechnung	LPF=1.62		
	LPF	LPF(FE)/ LPF(anlyt.)	zugeh. PE, principal [%]
FE- Berechnung (GMNA)	1.782	1.100	0.81
			max. Dehnung

Tabelle 9: Vergleich zwischen der FE- Berechnung und der analytischen Berechnung mit exzentrischem Anschluss

Die Last kann um 10% gegenüber dem exzentrischen Anschluss gesteigert werden.

8 Berechnung des gebetteten Segmentkrümmers unter Innendruckbelastung

8.1 Allgemeines

Bei Richtungsänderungen von Druckrohrleitungen im Wasserkraftwerksbau, die im Gebirge verlegt sind, ist es üblich Segmentkrümmen zu verwenden.

Um einen Segmentkrümmen zu simulieren, der im Kraftwerksbau im Gebirge verlegt ist und radialsymmetrisch von einer Bettung (Hinterfüllbeton und Gebirge) umgeben ist, muss das Modell der Berechnung des Segmentkrümmers entsprechend gebettet werden.

Die Bettung wird bei allen Berechnungen radialsymmetrisch angesetzt.

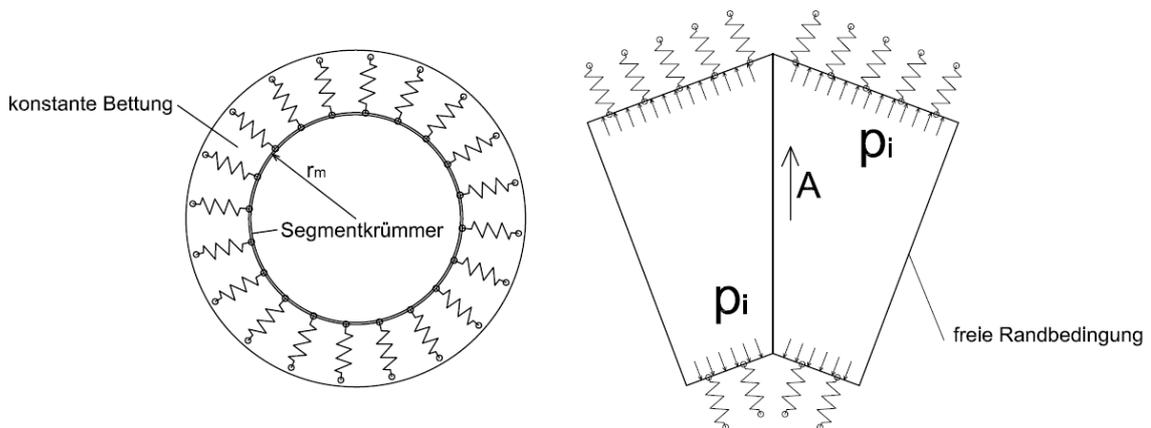


Abbildung 159: Konstante Bettung des Segmentkrümmers

Die analytische Berechnung erfolgt mit Theorien nach Gerhard Seeber [8] und ebenso wie beim freitragenden Segmentkrümmen mit den Formeln von Green/Emmerson [2].

Bei gebetteten Segmentkrümmen gibt es grundsätzlich zwei Spannungsarten. Die einen sind die Spannungen im Stahl (Stahlanteil), die anderen sind die Spannungen im Beton oder Fels. Diese beiden gilt es immer zu trennen.

Ein großes Thema bei gebetteten Rohrleitungen ist, wie groß die Reibung zwischen dem Stahlrohr und dem Hinterfüllbeton ist. Diese Reibungskoeffizienten sind unmöglich genau zu bestimmen. Deshalb werden, um verschiedene Reibungszustände zu simulieren, drei verschiedene Reibungskoeffizienten variiert.

Ebenfalls einen großen Einfluss auf das Tragverhalten eines Segmentkrümmers haben die Längskräfte, die in einem Rohrleitungssystem vorhanden sind. Bei dieser Studie werden deshalb unterschiedliche Längsbedingungen des Rohres untersucht. Die sind auch im Kapitel 3 „Grundlegendes Tragverhalten von Segmentkrümmern“ beschrieben.

Nun gilt zu untersuchen, wie sich ein Segmentkrümmen mit konstanter Bettung und unterschiedlicher Reibung unter unterschiedlichen Längskräften verhält. Die Frage ist, ob sich die Spannungen im Stahlanteil von einem gebetteten Segmentkrümmen ähnlich verhalten, wie die Spannungen am freitragenden Krümmen. Da ein sehr großer Unterschied in den Spitzenspannungen entsteht, wenn man unterschiedliche Längskräfte und Reibungskoeffizienten ansetzt, werden die wichtigsten Fälle anhand einer Parameterstudie untersucht und verglichen.

8.2 Parameterbereich der Untersuchungen

Die Parameter, die variiert werden sind einerseits die r/t - Verhältnisse:

- $r/t = 55$ (D4300, $t = 39$ mm)
- $r/t = 100$ (D3000, $t = 15$ mm)
- $r/t = 200$ (D2000, $t = 5$ mm)

und andererseits zwei verschiedene Knickwinkel:

- $\alpha = 7.5^\circ$
- $\alpha = 15^\circ$

Zusätzlich werden die Bettungssteifigkeit, die Reibungskoeffizienten und die unterschiedlichen Längsrandbedingungen variiert. Die untere Tabelle exemplarisch die Parameter beim r/t -Verhältnis von 55 und einem Knickwinkel von 7.5° . Insgesamt ergeben sich für die gesamte Parameterstudie 108 unterschiedliche Berechnungen. Alle Berechnungen werden mit der geometrisch nichtlinearen elastischen (GNA) Berechnung durchgeführt.

$r/t = 55, \alpha = 7.5^\circ$				
$E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$				
		Reibungskoeffizient		
		0	0.3	0.6
Längsspannung	$0 \cdot \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s	mit Initialspalt und E_s	mit Initialspalt und E_s
	$0.3 \cdot \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*
	$0.5 \cdot \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*

$E_F = 8000 \text{ N/mm}^2$				
		Reibungskoeffizient		
		0	0.3	0.6
Längsspannung	$0 \cdot \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s	mit Initialspalt und E_s	mit Initialspalt und E_s
	$0.3 \cdot \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*
	$0.5 \cdot \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*

Tabelle 10: verschiedene Parameter

Die Berechnung mit null Reibung kann aufgrund des FE- Modells nur ohne Initialspalt durchgeführt werden. Die restlichen Rechnungen mit Reibung können mit Initialspalt durchgeführt werden.

E_s ... Elastizitätsmodul des Stahles $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$

E_s^* ... Elastizitätsmodul des Stahles unter Berücksichtigung des Poisson-Effektes
 $E_s/(1-\nu^2)$

E_F ... Verformungsmodul der umgebenden Bettung (Hinterfüllbeton und Fels)

Die Bezeichnung der einzelnen Fälle erfolgt folgendermaßen:

D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m06

D4300... Innendurchmesser

t39... Wandstärke $t = 39 \text{ mm}$ ($r/t = 55$)

7_5... Knickwinkel $\alpha = 7.5^\circ$

ef3000... Verformungsmodul der Bettung $E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$

s03... Angabe zur Längsspannung, s03 bedeutet $\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u$

m06... Reibungsbeiwert, m06 bedeutet $\mu = 0.6$

In den Bezeichnungen erfolgt die Angabe der angesetzten Längsspannungen folgendermaßen:

s0 ... $\sigma_x = 0$

s03 ... $\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u$

s05 ... $\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u$

In den Bezeichnungen erfolgt die Angabe der Reibungskoeffizienten zwischen Stahlrohr und Bettung folgendermaßen:

m0 ... $\mu = 0.0$

m03 ... $\mu = 0.3$

m06 ... $\mu = 0.6$

8.3 Analytische Lösung

Um die Spannungen im Stahlteil zu ermitteln, werden die Spannungen entsprechend den Steifigkeiten von der Bettung und dem Stahlrohr aufgeteilt. Es wird für den Stahlteil ein entsprechender imaginärer Innendruck ermittelt und anschließend wird mit dem Innendruck, der für den Stahlteil wirksam ist, in die Formel von Green/Emmerson [2] eingesetzt um den Krümmer- Effekt zu berücksichtigen.

Der Initialspalt zwischen dem Stahlrohr und der Bettung wird mit dem Verhältnis $j/R = 0.0003$ angenommen (Erläutert in [8]).

Die analytische Berechnung erfolgt nur beispielsweise an einer bestimmten Geometrie, Längsbedingungen und Reibungskoeffizienten.

8.3.1 Beispiel: Analytische Berechnung des D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m06

Angaben:

- D4300 ($r_m = 2170.5 \text{ mm}$)
- $t = 39 \text{ mm}$
- $\alpha = 7.5^\circ$
- $p_i = 5.788 \text{ N/mm}^2$
- $E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$
- Längskraft soll $0.3 \cdot \sigma_u$ des Stahlanteils sein
- mit Initialspalt

Der Initialspalt ergibt sich zu:

$$j = 0.0003 \cdot r = 0.0003 \cdot 2170.5 = 0.65 \text{ mm}$$

E Modul des Stahls unter Berücksichtigung des Poisson- Effektes:

$$E_s^* = \frac{E_s}{1 - \nu^2} = \frac{210000}{1 - 0.3^2} = 230769 \text{ N/mm}^2$$

Über die Radialverschiebung wird der Druckanteil ausgerechnet, der zur Überwindung des Initialspaltes notwendig ist:

$$u_r = \frac{\Delta p \cdot r^2}{E_s^* \cdot t}$$

$$\Delta p = \frac{u_r \cdot E_s^* \cdot t}{r^2} = \frac{0.65 \cdot 230769 \cdot 39}{2170.5^2} = 1.244 \text{ N/mm}^2$$

Die Federsteifigkeit des Felsens bei radialer Bettung unter Innendruckbelastung errechnet sich zu:

$$C_F = \frac{E_F}{(1 + \nu_F) \cdot r} = \frac{3000}{(1 + 0.2) \cdot 2170.5} = 1.152 \text{ N/mm}^3$$

Die Federsteifigkeit des Stahls ergibt:

$$C_{st}^* = \frac{p_i}{u_r} = \frac{E_s^* \cdot t}{r^2} = \frac{230769 \cdot 39}{2170.5^2} = 1.910 \text{ N/mm}^3$$

Der Druckanteil, der nach der Überwindung des Initialspaltes übrig bleibt ist:

$$p_{i,rest} = p_i - \Delta p = 5.788 - 1.244 = 4.544 \text{ N/mm}^2$$

Aufteilung des Innendrucks auf Grund der unterschiedlichen Federsteifigkeiten (Seeber):

$$\Delta p_{i,st} = p_{i,rest} \cdot \frac{C_{st}^*}{C_{st}^* + C_F} = 4.544 \cdot \frac{1.910}{1.910 + 1.152} = 2.835 \text{ N/mm}^2$$

Der Innendruck, der auf den Stahlteil wirkt ergibt:

$$p_{i,st} = \Delta p_{i,st} + \Delta p = 2.835 + 1.244 = 4.079 \text{ N/mm}^2$$

Somit ergibt die Umfangsspannung im geraden Rohr (Seeber):

$$\sigma_u = \frac{p_{i,st} * r}{t} = \frac{4.079 * 2170.5}{39} = 227.01 \text{ N/mm}^2$$

Die Längsspannung ergibt:

$$\sigma_x = 0.3 * \sigma_u = 0.3 * 227.01 = 68.10 \text{ N/mm}^2$$

Folgende Längskräfte werden am Ende des Rohres angebracht:

$$f_d = 0.3 * p_{i,st} * r = 0.3 * 4.079 * 2170.5 = 2655.9 \text{ N/mm}$$

Der erhöhten Spannungen im Krümmer werden nach der Formel von Green/Emmerson im Stahlteil folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned} \sigma_{u,m} &= \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \\ &= \frac{4.079 * 2170.5}{39} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(7.5/2) \right) \\ &= 298.35 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{u,t} &= \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + 0.9928 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \\ &= \frac{4.079 * 2170.5}{39} * \left(1 + 0.9928 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(7.5/2) \right) \\ &= 337.21 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{u,b} &= \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + 0.2926 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \\ &= \frac{4.079 * 2170.5}{39} * \left(1 + 0.2926 * \sqrt{\frac{2170.5}{39}} * \tan(7.5/2) \right) \\ &= 259.49 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Diese errechneten Spannungen werden anschließend mit der FE- Berechnung verglichen.

Bei den Berechnungen in denen die Reibung null ist und somit kein Initialspalt angesetzt werden kann, wird der Innendruck so angesetzt, dass die gleichen Spannungen im Stahlteil, wie bei der Berechnung mit Initialspalt entstehen:

$$p_{i,\text{für } \mu = 0} = p_{i,st} * \frac{C_{st}^* + C_F}{C_{st}^*} = 4.079 * \frac{1.910 + 1.152}{1.910} = 6.538 \text{ N/mm}^2$$

Der Einfluss der Reibung kann in der analytischen nicht einfach erfasst werden und wird somit ausgelassen.

Wenn die Längsspannung null ist, wird statt E_s^* nur E_s eingesetzt. Die analytische Berechnung wird bei allen untersuchten Fällen durchgeführt und mit den Ergebnissen des FE- Berechnung verglichen.

8.4 Beschreibung des FE- Modells

Das FE- Modell ist grundsätzlich gleich, wie das in Kapitel 4.1 beschriebene Modell. Die Unterschiede dazu werden in diesem Kapitel erklärt.

Ein Unterschied ist, dass nur mit einer Randbedingung (freie Verschiebung und Verdrehung am Ende des Rohres) gerechnet wird. Am Ende des Rohres werden die unterschiedlichen Längskräfte aufgebracht.

Ein weiterer Unterschied ist, dass in diesem FE- Modell die Bettung simuliert werden soll. Die Bettung wird mit einem Kontaktmodell simuliert. D.h. es wird eine unverformbare, starre Oberfläche erstellt. Diese Oberfläche ist komplett ident mit dem FE-Netz des Rohres. Durch Kontaktbedingungen wird das Durchdringen dieser Oberfläche von dem Stahlrohr, das sich unter Innendruckbelastung ausdehnen will, beschrieben. Diese Kontaktbedingungen definieren in tangentialer Richtung die Reibung und in radialer Richtung die Federsteifigkeit der Bettung. Der Initialspalt wird ebenfalls in der Kontaktbedingung festgelegt. Das bedeutet, dass die Federsteifigkeit der Bettung erst aktiviert wird, wenn der Initialspalt überwunden ist. Das Rohr kann somit die Oberfläche bis zum Initialspalt, ohne von der Federsteifigkeit zurückgehalten zu werden, durchdringen (Abbildung 160 und Abbildung 161).

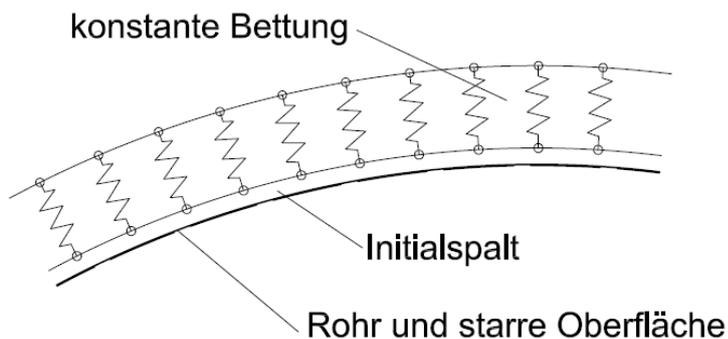


Abbildung 160: Modell: Rohr mit konstanter Bettung (unverformt)

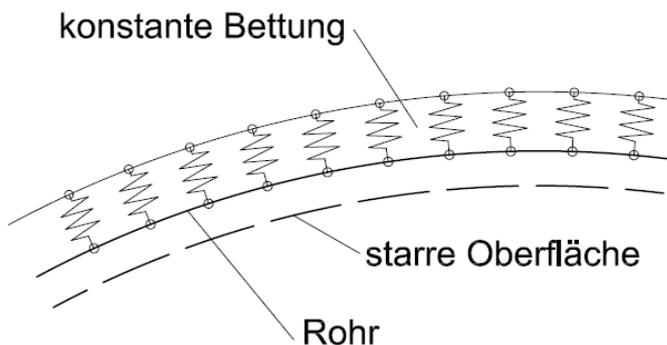


Abbildung 161: Modell: Rohr mit konstanter Bettung (verformt)

Bei den Berechnungen mit null Reibung und einem Initialspalt findet ABAQUS keine Lösung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass ABAQUS keinen Startwert für die Berechnung finden kann.

8.5 Darstellung der Ergebnisse

Gezeigt werden hier nur Ausschnitte der aus der Gesamtheit der Berechnungen. Alle Ergebnisse werden in der Parameterstudie 8.9 zusammengefasst. Alle Diagramme der einzelnen Berechnungen sind im Anhang B der erweiterten Version zu finden. Alle dargestellten Spannungen, Verschiebungen und Dehnungen beziehen sich nur auf den Stahlanteil.

Um die Längskraft bis zur Schnittebene zu bringen, muss die Berechnungen in 2 Schritten durchgeführt werden. Im ersten Schritt wird die Längskraft aufgebracht, damit die Reibung die Längskraft nicht behindert und im zweiten Schritt wird der Innendruck aufgebracht.

$r/t = 55, \alpha = 7.5^\circ$				
$E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$				
		Reibungskoeffizient		
		0	0.3	0.6
Längsspannung	$0 * \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s	mit Initialspalt und E_s	mit Initialspalt und E_s
	$0.3 * \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*
	$0.5 * \sigma_u$	ohne Initialspalt mit E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*	mit Initialspalt und E_s^*

In Kapitel 8.6 bis 8.8 dargestellt

Tabelle 11: Ausgewählte FE- Berechnungen

Im Folgenden wird aus dem Gesamtbereich der Untersuchungen hier nur ein Ausschnitt aus den FE-Berechnungen dargestellt. Diese sind in Tabelle 11 rot markiert.

8.6 Berechnung D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0

D4300...	Innendurchmesser
t39...	Wandstärke $t = 39 \text{ mm}$ ($r/t = 55$)
7_5...	Knickwinkel $\alpha = 7.5^\circ$
ef3000...	Verformungsmodul des umgebenden Mantels $E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$
s0...	Angabe zur Längsspannung, s0 bedeutet $\sigma_x = 0$
m0...	Reibungsbeiwert, m0 bedeutet $\mu = 0$

Die analytische Berechnung ist im vorherigen Kapitel 8.3 „Analytische Lösung“ gezeigt worden. In grün werden die analytischen Berechnungen mit Green/Emmerson bezogen auf den Stahlanteil in den Spannungsdiagrammen dargestellt.

Dabei bedeutet:

$\sigma_{u_max_el_t}$...	maximale Umfangsspannung nach Green/Emmerson bezogen auf den Stahlanteil am Querschnitt top (Rohraußenseite)
$\sigma_{u_max_el_m}$...	maximale Umfangsmembranspannung nach Green/Emmerson bezogen auf den Stahlanteil

$\sigma_{u_max_el_b}$...	maximale Umfangsspannung nach Green/Emmerson bezogen auf den Stahlanteil am Querschnitt bottom (Rohrinnenseite)
σ_{u_el} ...	Umfangsspannung am geraden Rohr nach Seeber
σ_{x_el} ...	Spannung aus der angesetzten Längskraft am geraden Rohr im Stahlanteil

Die maximalen Spannungen der Berechnung werden am Schluss in einer Tabelle zusammengefasst (Tabelle 12). Die Bedeutung des grün hinterlegten Faktors in der kleinen Tabelle wird im Kapitel 8.9 näher erläutert.

Die in der Tabelle 12 neu verwendeten Bezeichnungen lauten:

Edge 1...	Kante entlang der x- Richtung bei $\Phi = 0^\circ$
Edge m...	Kante entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$
Edge 2...	Kante entlang der x- Richtung bei $\Phi = 180^\circ$

Angaben:

$p_i = 6.538 \text{ N/mm}^2$

$C_f = 1.152 \text{ N/mm}^3$... Federsteifigkeit des Felsens bei radialsymmetrischer Bettung

$p_{i,st} = 4.079 \text{ N/mm}^2$... Innendruck im Stahlanteil nach Seeber am geraden Rohr

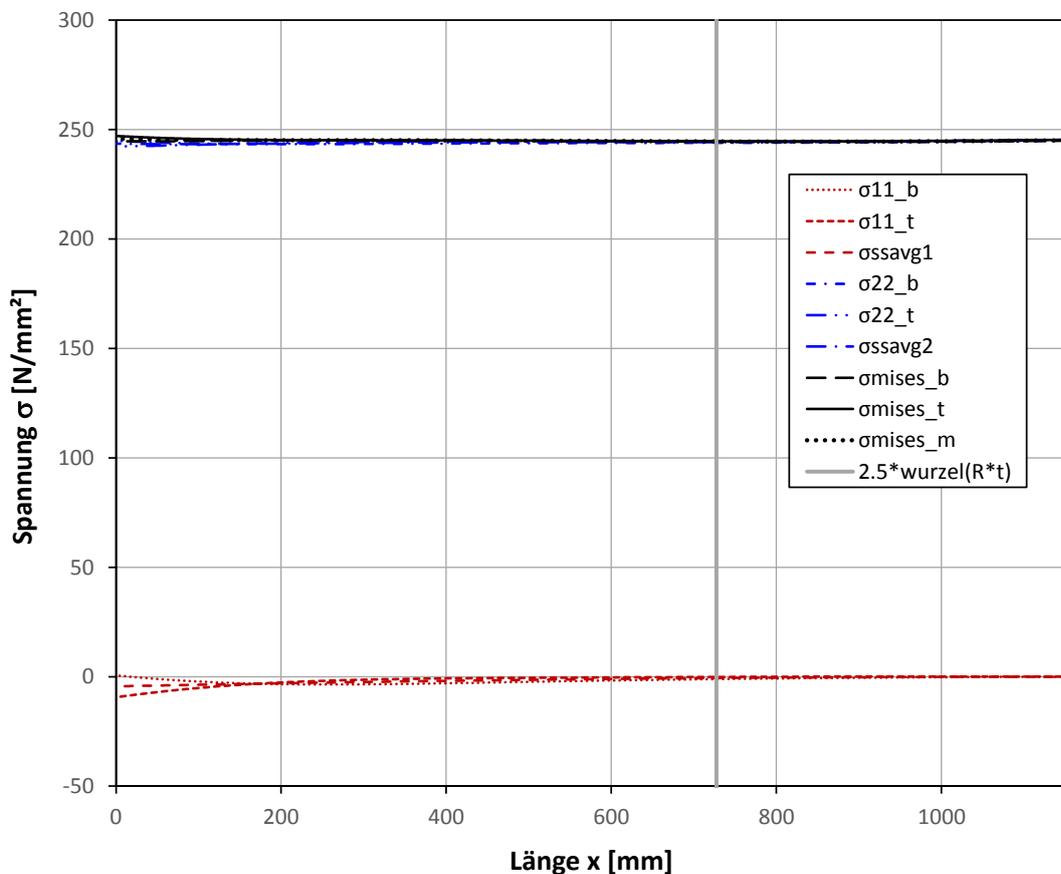


Abbildung 162: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

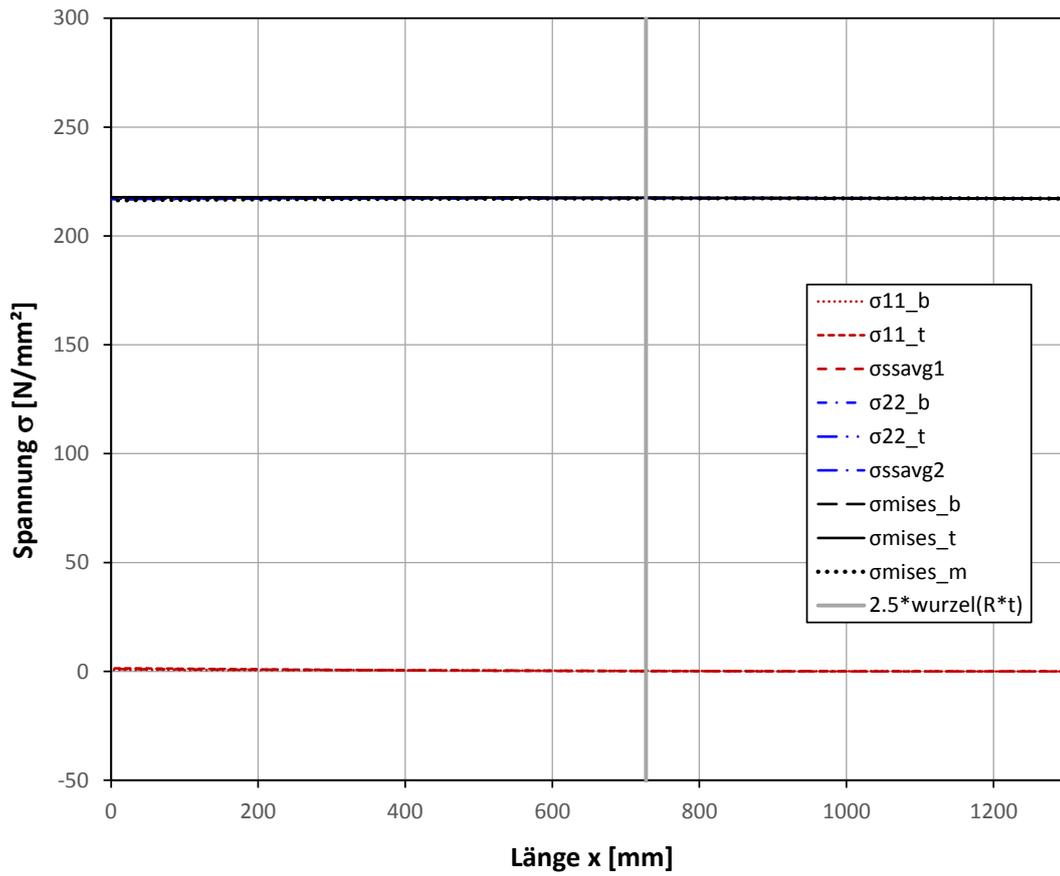


Abbildung 163: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Spannungen bei $\Phi = 90^\circ$

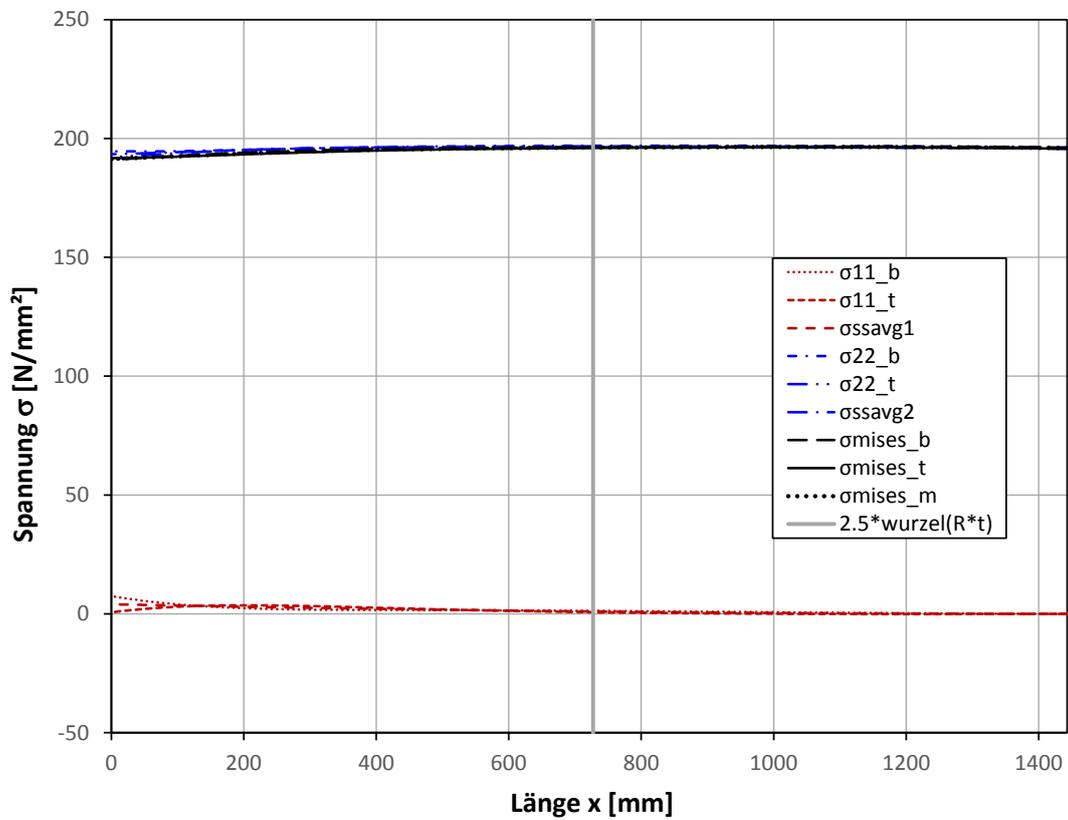


Abbildung 164: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

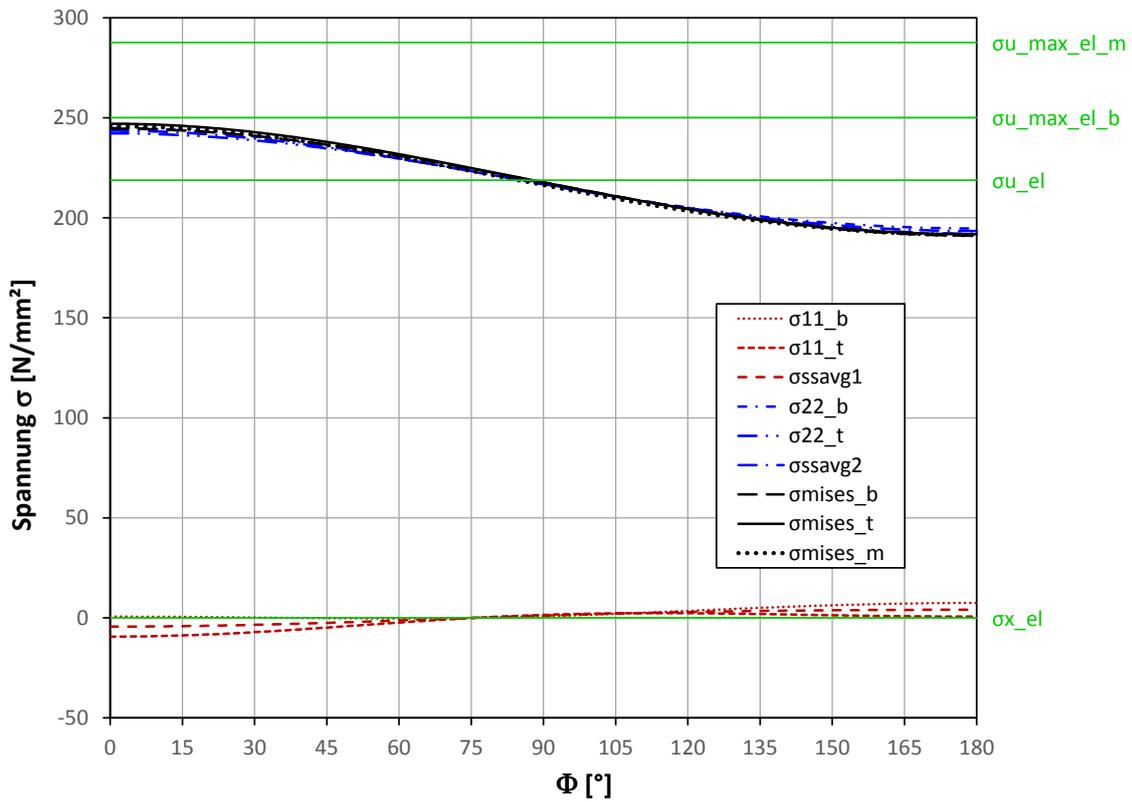


Abbildung 165: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Spannungen entlang der Schnittebene

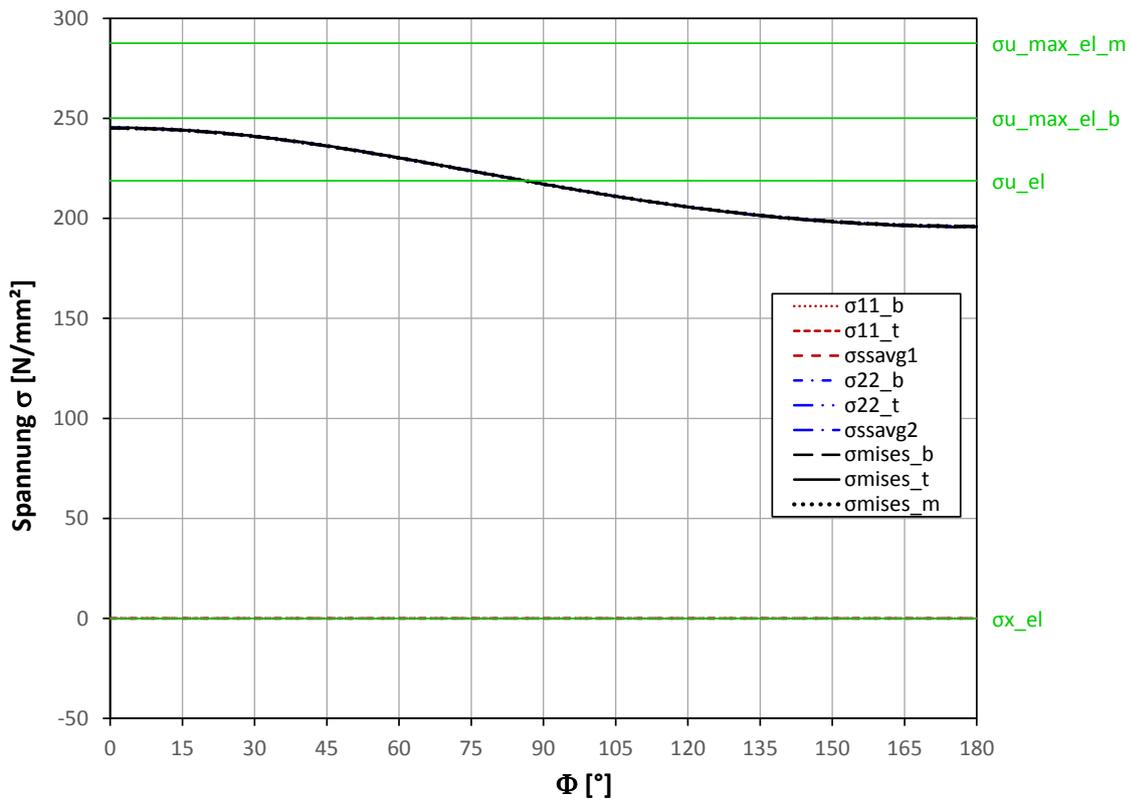


Abbildung 166: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Spannungen entlang des Halbkreises am Ende des Rohrs

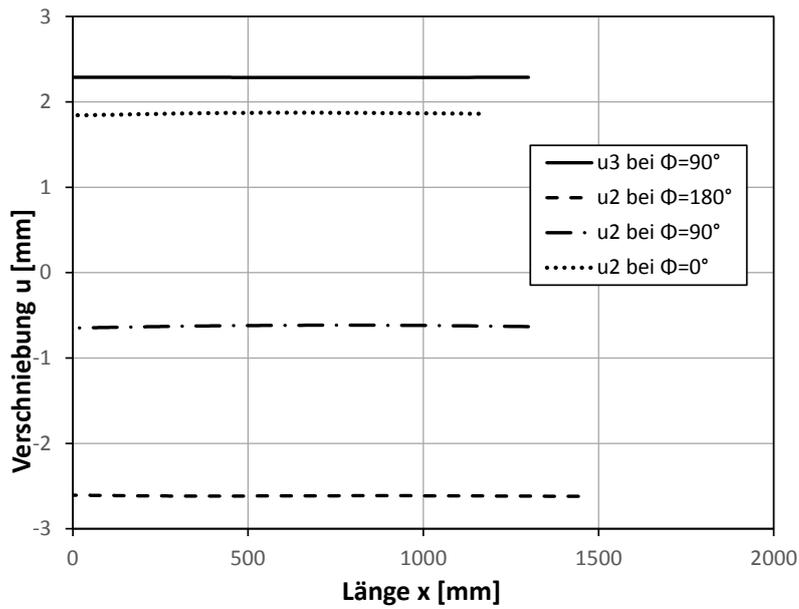


Abbildung 167: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Verschiebungen

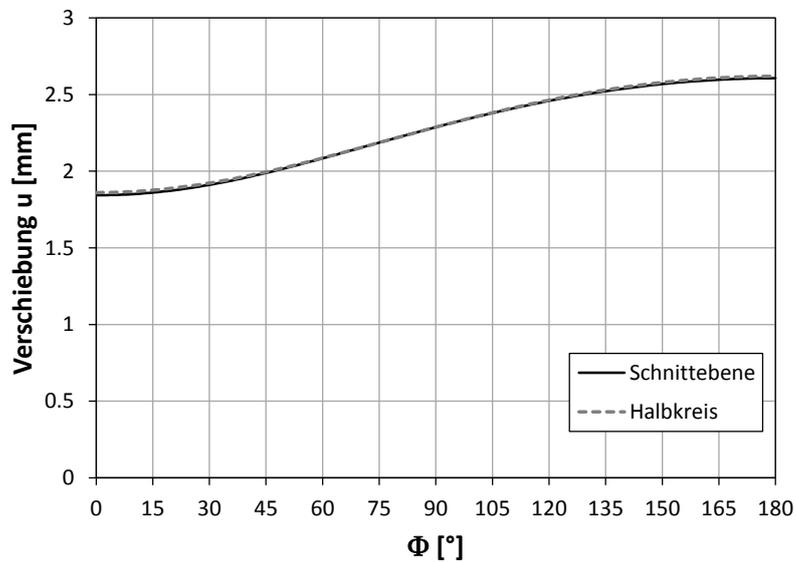


Abbildung 168: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Radialverschiebungen

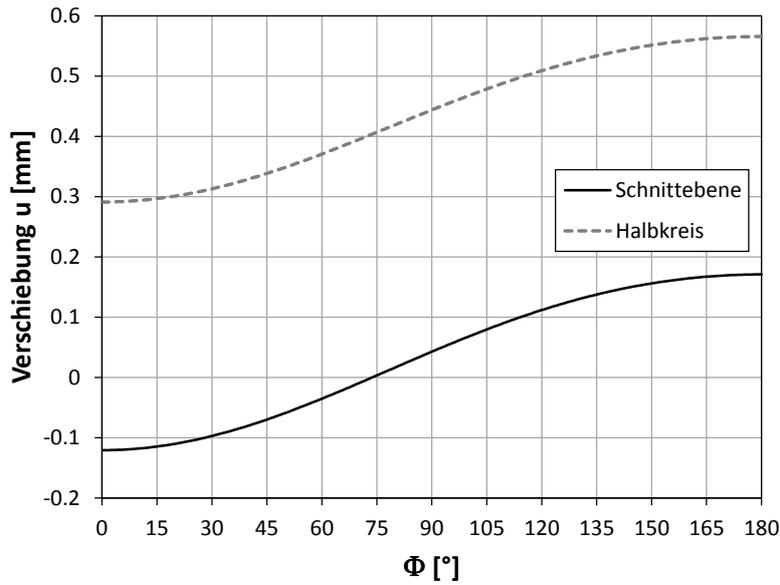


Abbildung 169: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 Verschiebung in x- Richtung

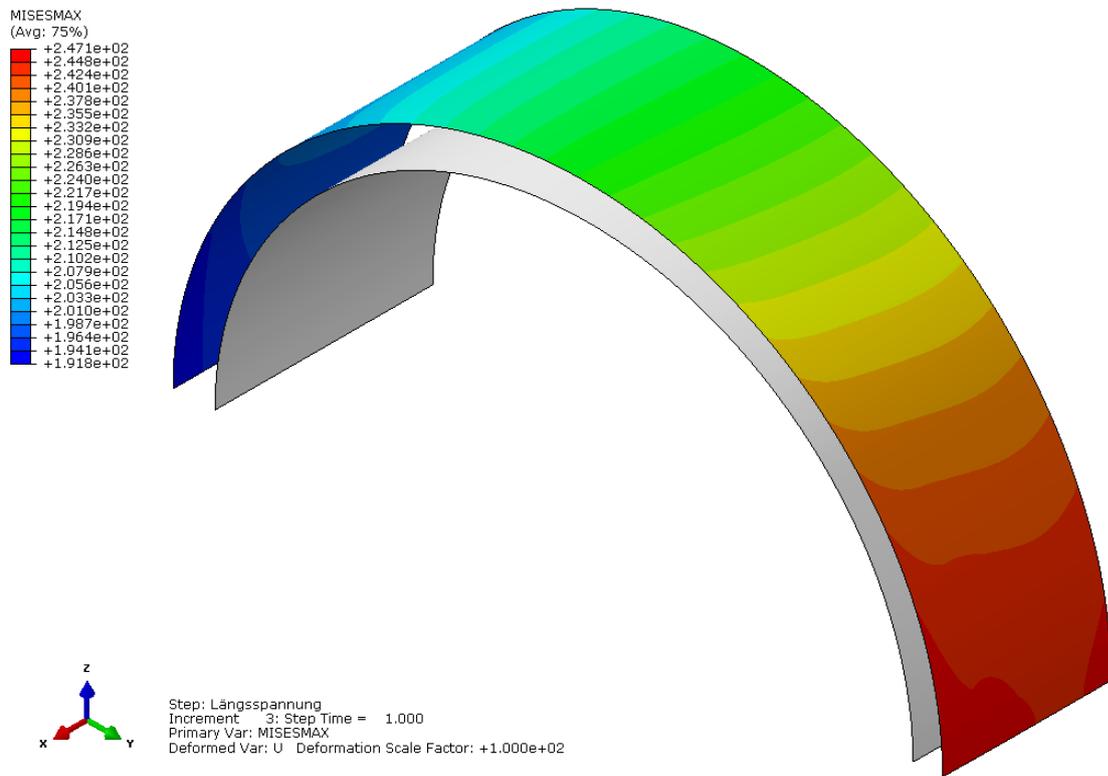


Abbildung 170: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 FE- Plot, maximale Mises-Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

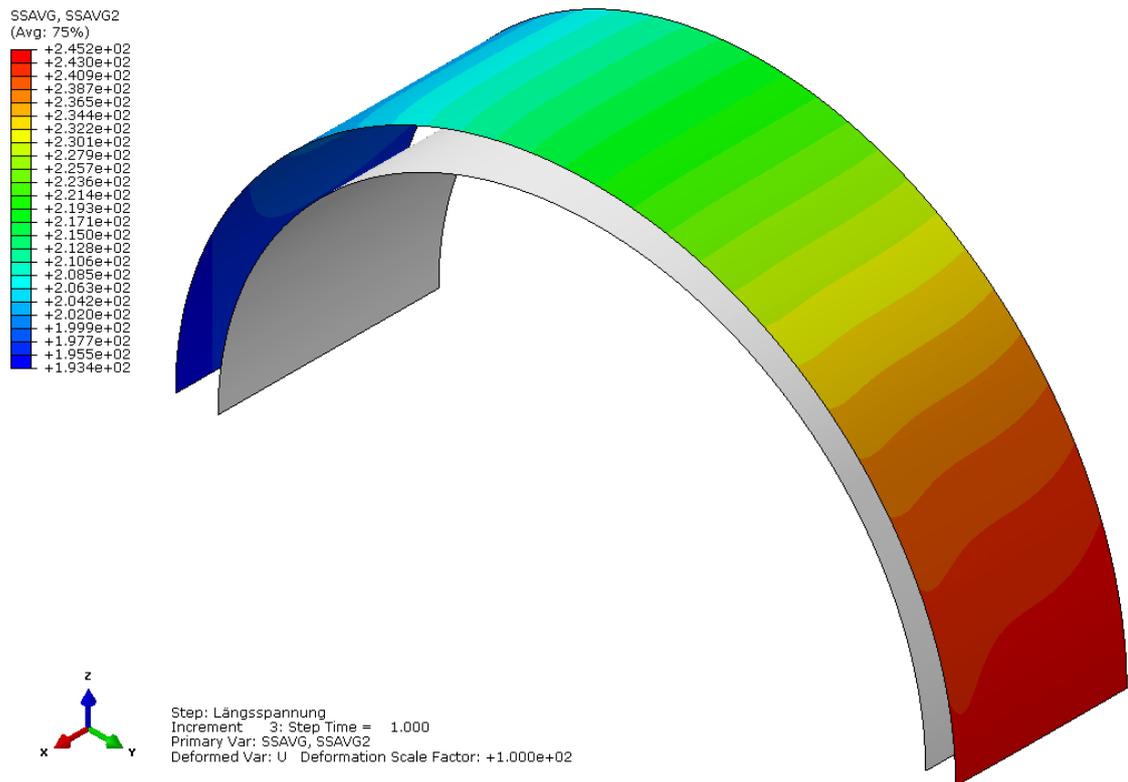


Abbildung 171: D4300_t39_7_5_ef3000_s0_m0 FE- Plot, Umfangspannung in der Mittelebene

Edge 1		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}			
	max	0.6	0.1	0.0			
	min	-3.5	-9.4	-4.4			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	245.0	245.4	245.2			
	min	243.3	242.2	243.3			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
	max	245.2	247.1	245.8			
	min	244.4	244.6	244.5			
	Edge m		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}		
max		0.8	1.5	1.1			
min		0.0	0.0	0.0			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
max		217.3	217.4	217.3			
min		216.7	217.1	216.9			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
max		217.8	217.8	217.3			
min		217.1	217.2	216.3			
Edge 2			σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}		
	max	7.5	3.6	4.0			
	min	0.0	-0.1	0.0			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	197.0	196.4	196.7			
	min	194.6	192.1	193.4			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
	max	196.6	196.3	196.4			
	min	191.1	191.8	191.4			
	Schnittebene		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}	σ_{u_el}	$\sigma_{22_max_FE}$
max		7.5	2.4	4.0	218.886577	245.368	245.168
min		-0.3	-9.4	-4.4			
					$\Delta\sigma_{FE}$	26.481	26.281
						$\sigma_{22_t_max_green}$	$\sigma_{22_m_max_green}$
max		244.9	242.2	243.6		325.144	287.673
min		194.7	192.1	193.4			
					$\Delta\sigma_{Green}$	106.257	68.787
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
max		244.6	247.1	245.8			
min		191.1	191.8	191.4	Faktor	top	membran
					0.249	0.382	

Tabelle 12: max/min Werte entlang bestimmten Pfaden; Darstellung der Differenzen der FE-Berechnung mit der analytischen Berechnung

Zur Überprüfung der FE-Berechnung wird eine Gleichgewichtsbetrachtung des Segmentkrümmers betrachtet. Zu beobachten ist, dass bei keiner Längskraft und bei keiner Reibung zwischen dem Stahlrohr und der Bettung alle Biegespannungen verschwindend gering werden. Dies entsteht dadurch, dass keine Umlenkung der Längskraft notwendig ist. Außerdem ist der Segmentkrümmer so steif, dass er die Spannungen aus dem Innendruck und dem daraus entstehenden Abtrieb konstant über die Länge an die Bettung abgeben kann.

Angaben:

- D4300 ($r_m = 2170.5 \text{ mm}$)
- $t = 39 \text{ mm}$
- $\alpha = 7.5^\circ$
- $p_i = 6.538 \text{ N/mm}^2$
- $p_{i,st} = 4.079 \text{ N/mm}^2$
- $E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$

Die gesamte Abtriebskraft des Segmentkrümmers errechnet sich zu:

$$A = 2 * \sin(\alpha/2) * D$$

Wobei D die Deckeldruckkraft ist:

$$D = r^2 * \pi * p_i$$

$$A = 2 * \sin(\alpha/2) * r^2 * \pi * p_i$$

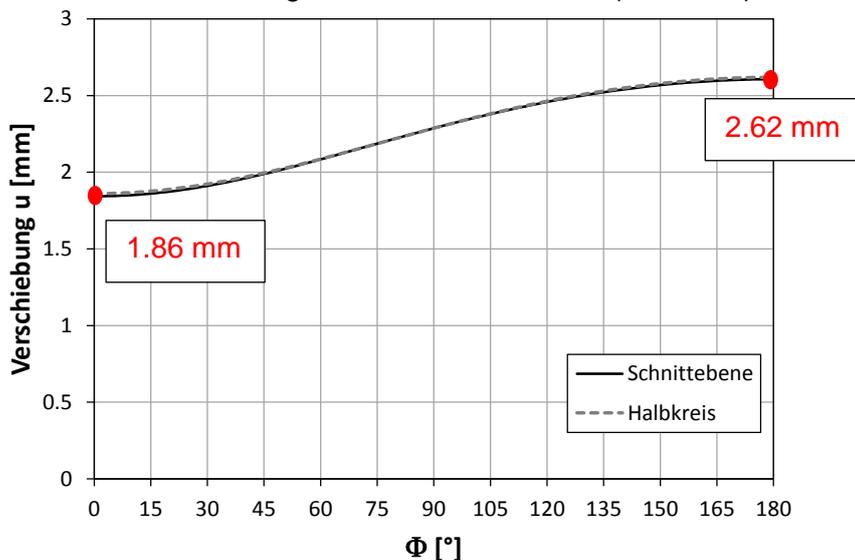
$$A = 2 * \sin(\alpha/2) * r^2 * \pi * p_i = 2 * \sin(7.5/2) * 2170.5^2 * \pi * 6.538 \\ = 12657 * 10^3 \text{ N}$$

Da nur der halbe Segmentkrümmer betrachtet wird ergibt sich für die Abtriebskraft:

$$\frac{A}{2} = 12657 * \frac{10^3}{2} = 6329 * 10^3 \text{ N}$$

Aus der Radialverschiebung des Segmentkrümmers, kann der Druckanteil berechnet werden, den die Bettung aufnimmt.

Die Radialverschiebungen am Ende des Rohrs (Halbkreis) sind folgende:



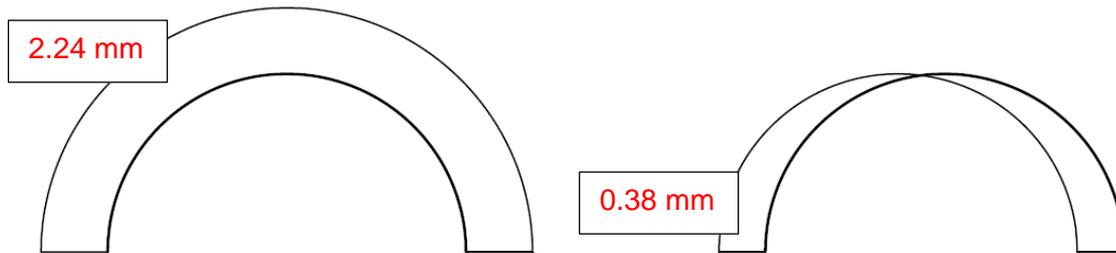
Es wird angenommen, dass die Verteilung der Radialverschiebung sich aus einem konstanten Anteil und einem veränderlichen Anteil, der einer Cosinus-Funktion entspricht, zusammensetzt.

Der konstante Teil der Radialverschiebung ist:

$$u_{r,konst.} = \frac{1.86 + 2.62}{2} = 2.24 \text{ mm}$$

Der veränderliche Teil hat bei $\Phi = 180^\circ$ folgende Verschiebung:

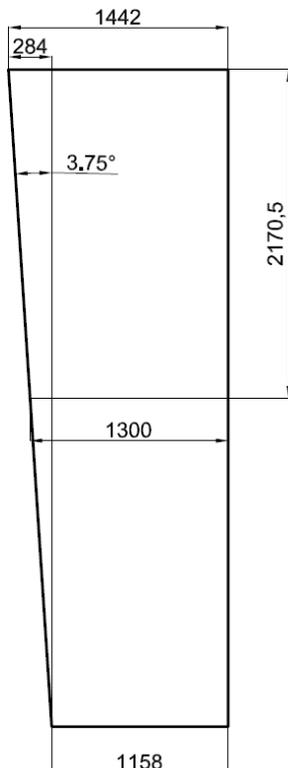
$$u_{r,veränd.} = \frac{2.62 - 1.86}{2} = 0.38 \text{ mm}$$



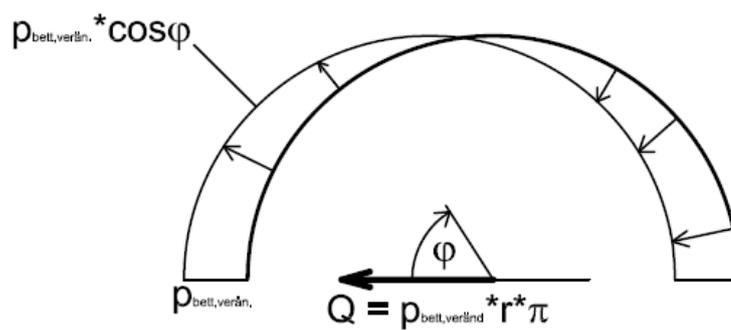
Die Abtriebskraft, die nach außen drückt, wird über die Bettung aufgenommen. Deshalb entstehen an der Außenkante die höheren Bettungsdrücke. Diese haben den gleichen Verlauf, und sind proportional zur Radialverschiebungen, Sie ergeben folgenden Werte:

$$p_{bett.,konst.} = u_{r,konst.} * C_f = 2.24 * 1.152 = 2.58 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{bett.,veränd.} = u_{r,veränd.} * C_f = 0.38 * 1.152 = 0.44 \text{ N/mm}^2$$



Den veränderlichen Teil des Bettungsdrucks nimmt die Abtriebskraft auf. Dieser Widerstand der Bettung hat folgende Resultierende für ein 1 mm langes gerades Rohrstück:



$$Q = 0.44 * 2170.5 * \pi = 3000 \text{ N/mm}$$

Der konstante Teil des Bettungsdrucks gibt am geraden Rohr keinen Anteil für die Rückhaltekraft. Aus dem Q ergibt sich die Rückhaltekraft des Abtriebes aus dem geraden Rohr aus dem veränderlichen Anteil zu:

$$R_{gerades Rohr} = Q * 1158 \text{ mm} = 3474 * 10^3 \text{ N}$$

Abbildung 172: Grundriss; Abmessungen des halben Segmentkrümmers

Für den Zwickelbereich gilt für die Rückhaltekraft des Abtriebs aus dem konstanten Bettungsdruck:

$$R_{Zwickel,konst.} = \frac{A}{2} * \frac{p_{bett.,konst.}}{p_i} = 6329 * 10^3 * \frac{2.58}{6.538} = 2498 * 10^3 N$$

Für den Zwickelbereich gilt für die Rückhaltekraft aus dem veränderlichen Bettungsdruck:

$$R_{Zwickel,veränd.} = p_{bett.,veränd.} * \frac{r * \pi * 284}{2} = 0.44 * \frac{2170.5 * \pi * 284}{2} = 426 * 10^3 N$$

Die Summe der Rückhaltekräfte ergibt:

$$R = R_{Zwickel,veränd.} + R_{Zwickel,konst.} + R_{gerades\ Rohr} = 6398 * 10^3 N$$

Daraus folgt der Unterschied zwischen der Rückhaltekraft R und der Abtriebskraft A/2:

$$\frac{R}{A/2} = \frac{6398 * 10^3}{6329 * 10^3} = 1.01$$

Es besteht 1% Abweichung zwischen den Rückhaltekräften und der Abtriebskraft. D.h. die Gleichgewichtsbetrachtung führt durchaus zu einem akzeptablen Ergebnis. Den Unterschied macht vermutlich die Radialverschiebung aus, die keinen cosinusförmigen Verlauf hat und an der Schnittebene größer als beim Halbkreis ist.

8.7 Berechnung D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03

D4300...	Innendurchmesser
t39...	Wandstärke t = 39 mm (r/t = 55)
7_5...	Knickwinkel $\alpha = 7.5^\circ$
ef3000...	Verformungsmodul des umgebenden Mantels $E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$
s03...	Angabe zur Längsspannung, s03 bedeutet $\sigma_x = 0.3 * \sigma_u$
m03...	Reibungsbeiwert, m03 bedeutet $\mu = 0.3$

Angaben:

$$p_i = 5.788 \text{ N/mm}^2$$

$C_f = 1.152 \text{ N/mm}^3$... Federsteifigkeit des Felsens bei radialsymmetrischer Bettung

$p_{i,st} = 4.079 \text{ N/mm}^2$... Innendruck im Stahlanteil nach Seeber am geraden Rohr

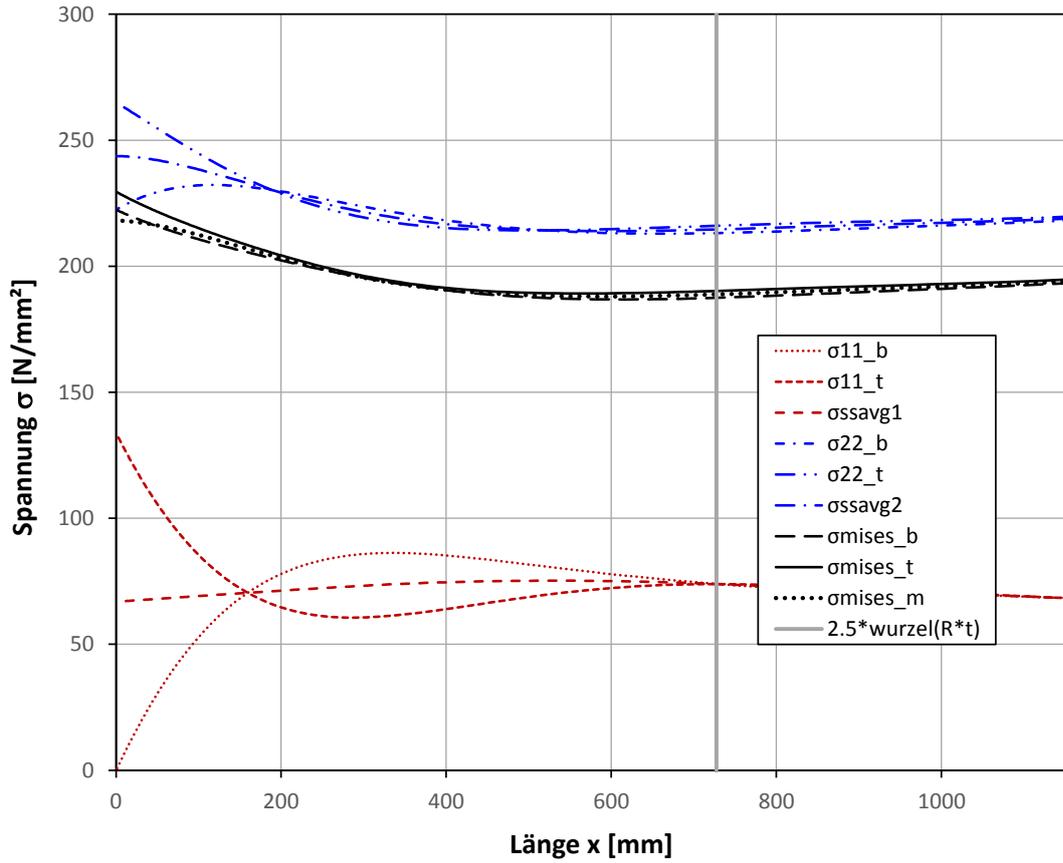


Abbildung 173: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Spannungen bei $\phi = 0^\circ$

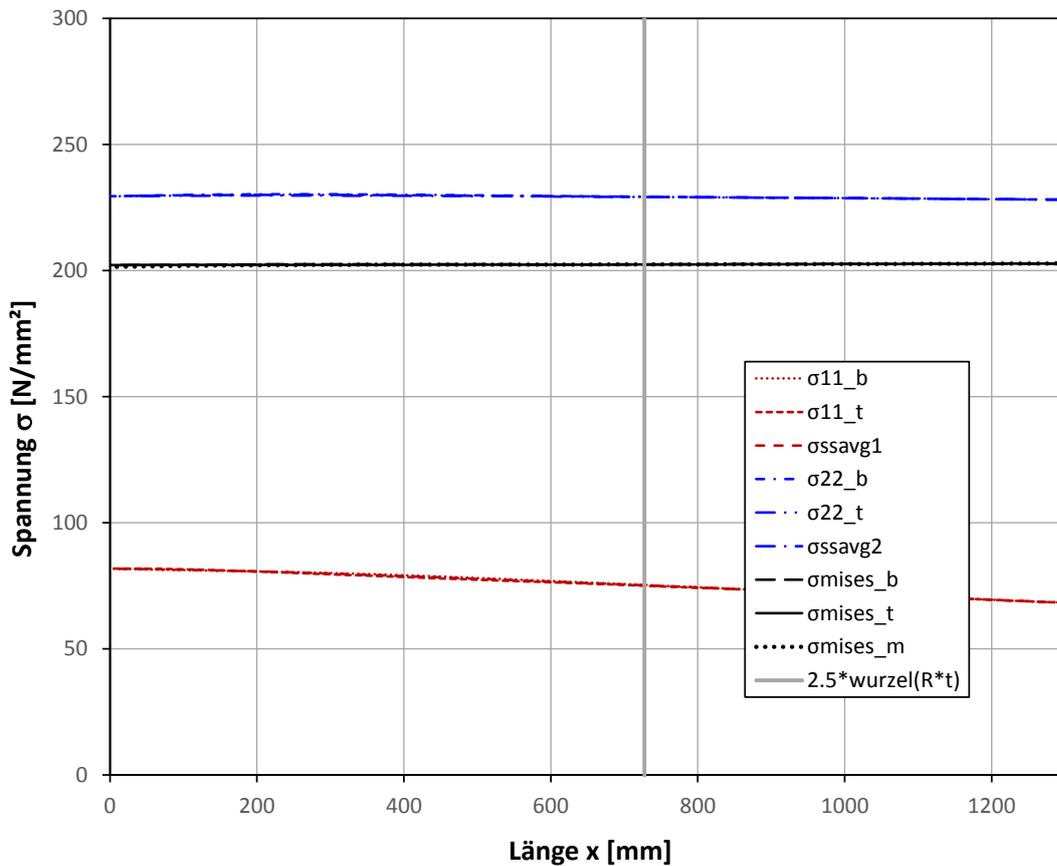


Abbildung 174: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Spannungen bei $\phi = 90^\circ$

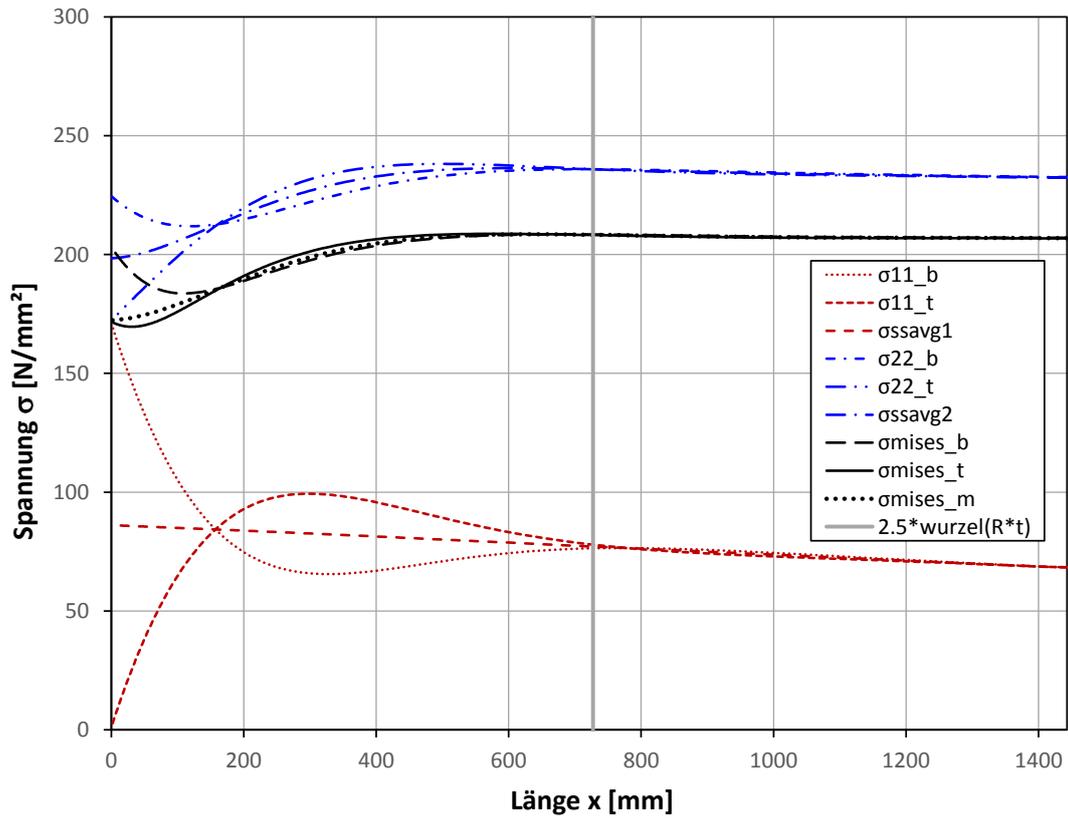


Abbildung 175: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

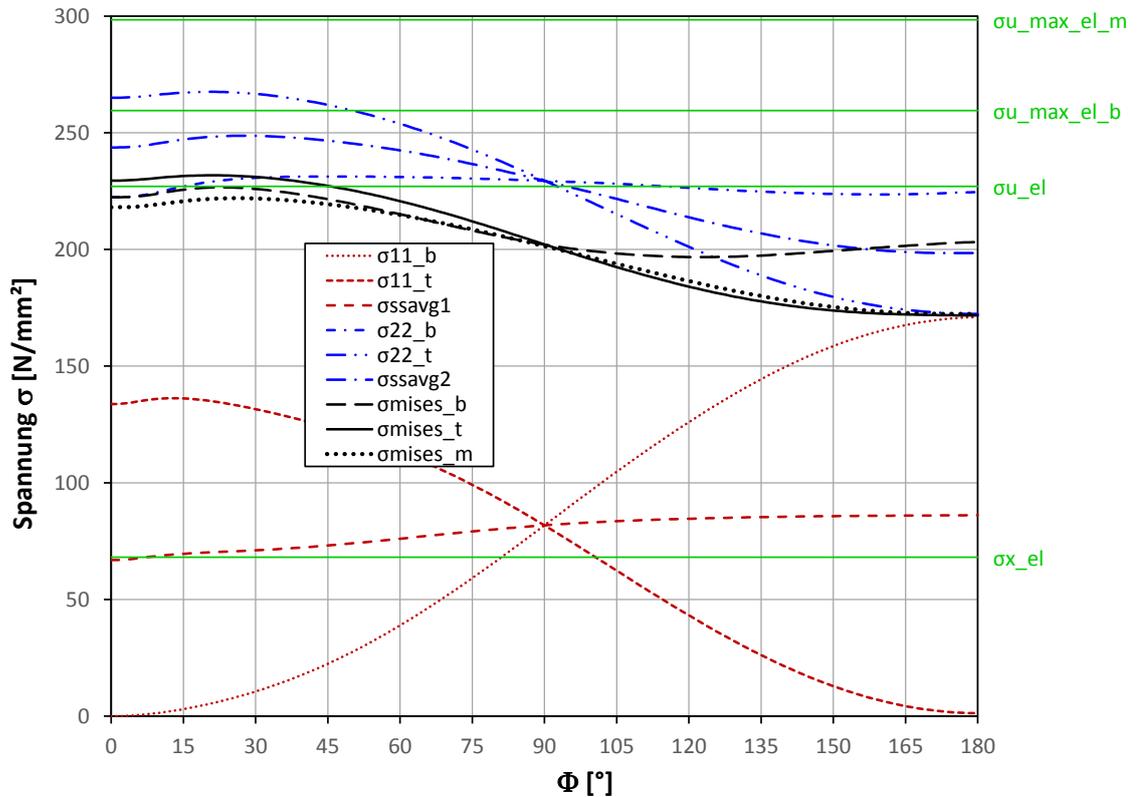


Abbildung 176: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Spannungen entlang der Schnittebene

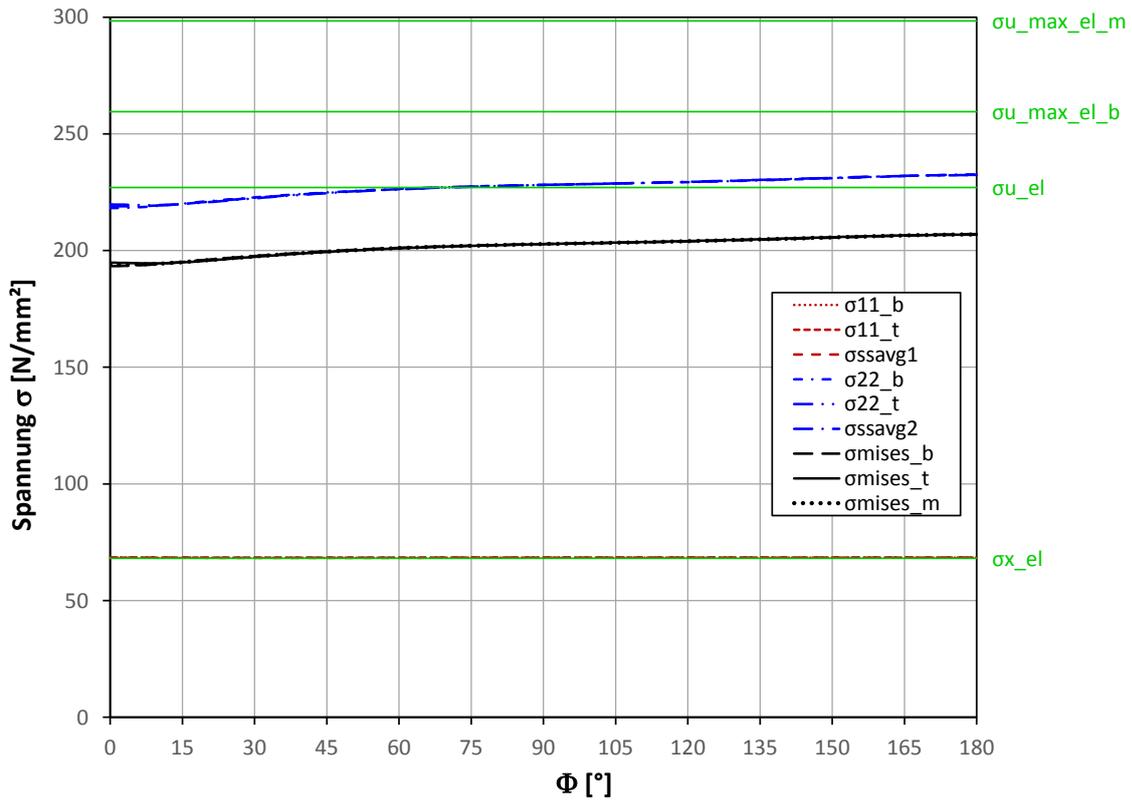


Abbildung 177: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Spannungen entlang des Halbkreises am Ende des Rohrs

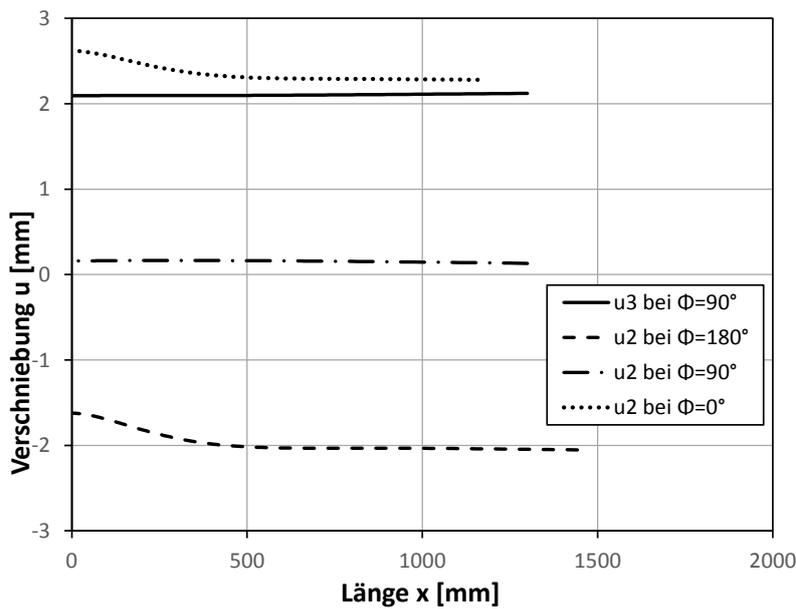


Abbildung 178: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Verschiebungen

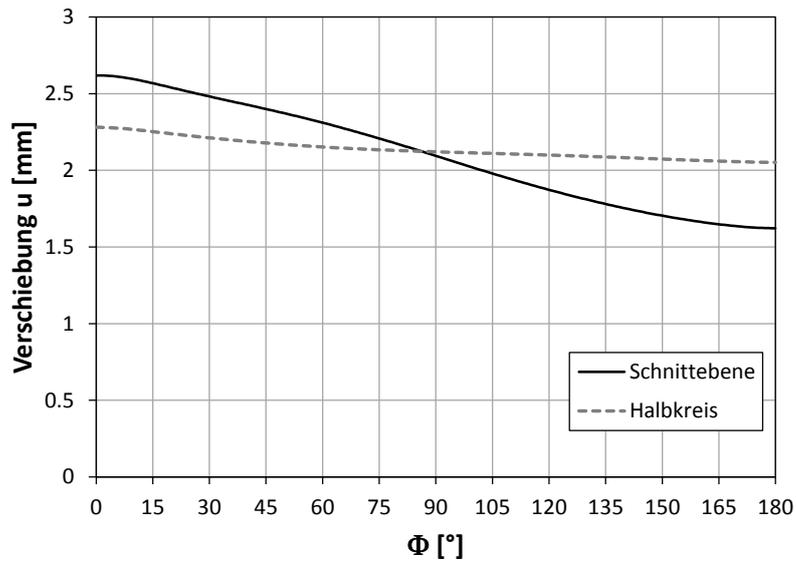


Abbildung 179: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Radialverschiebungen

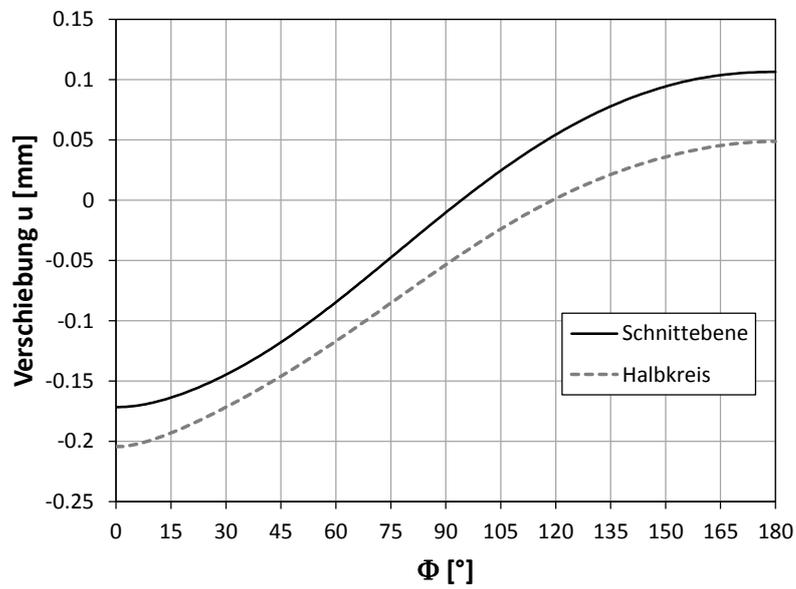


Abbildung 180: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 Verschiebung in x- Richtung

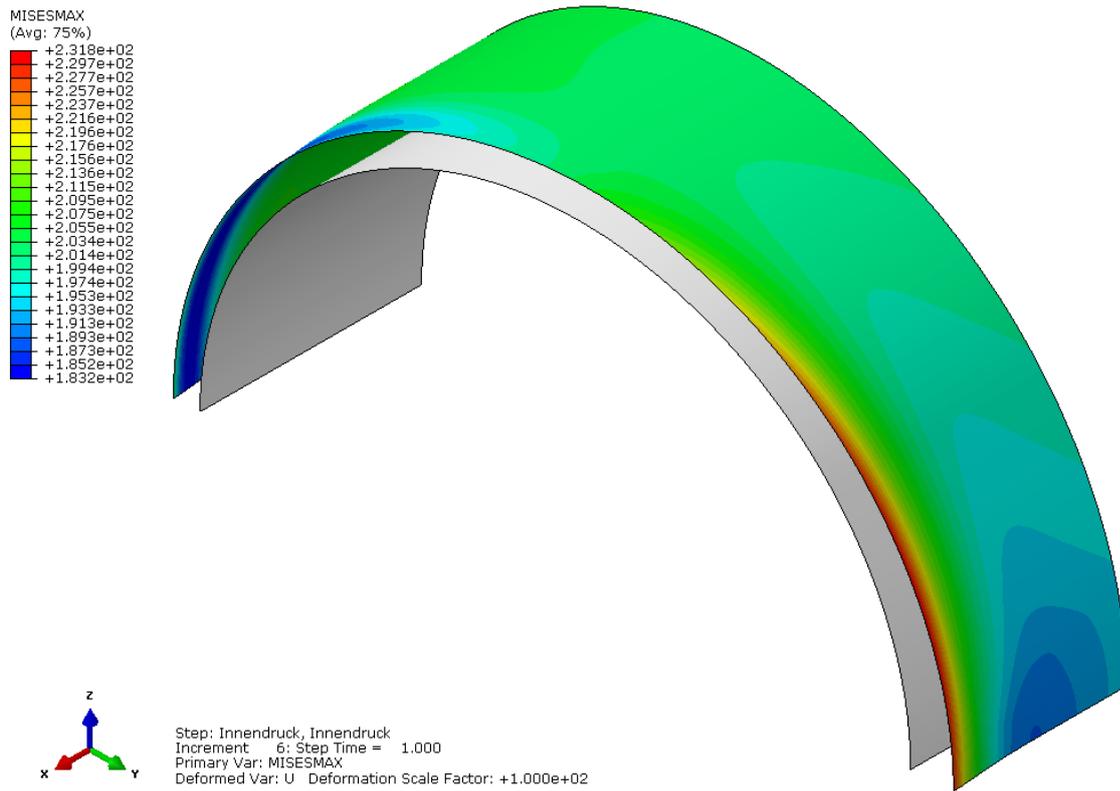


Abbildung 181: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 FE- Plot, maximale Mises-Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

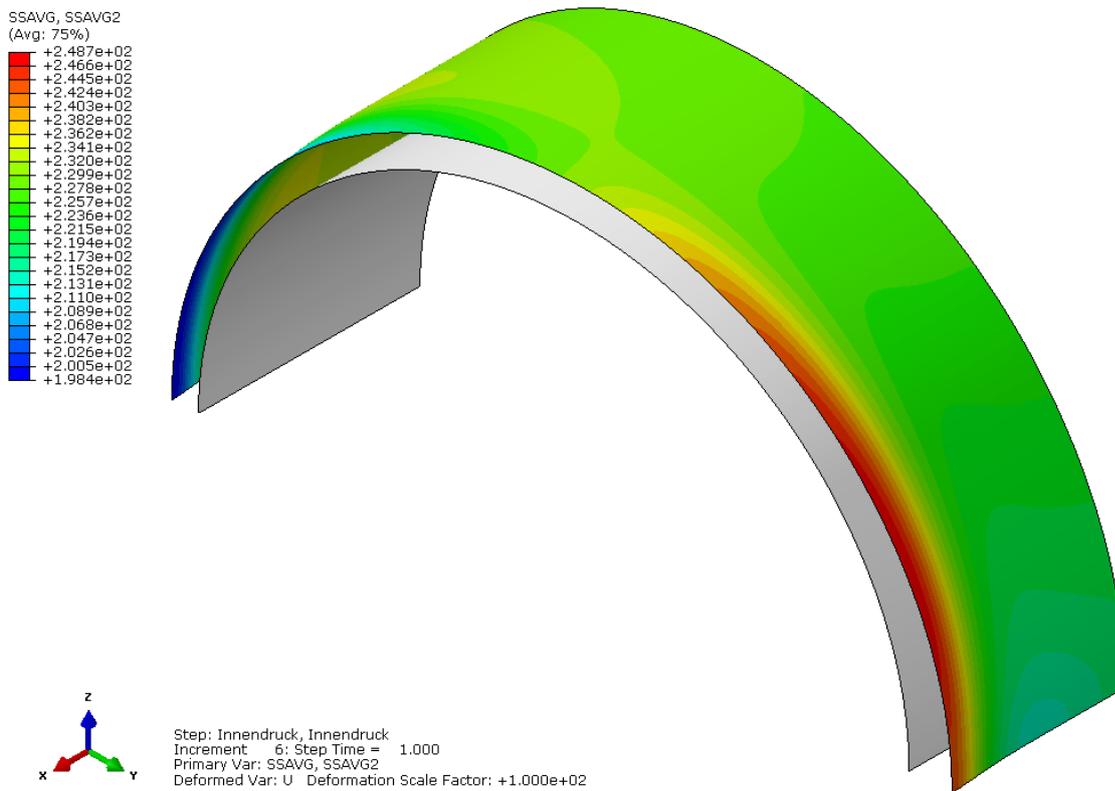


Abbildung 182: D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m03 FE- Plot, Umfangspannung in der Mittelebene

Edge 1		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}			
	max	86.3	133.8	75.2			
	min	0.0	60.6	66.9			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	232.2	265.0	243.7			
	min	212.9	214.2	214.0			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
max	222.4	229.5	218.1				
min	186.8	189.2	188.0				
Edge m		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}			
	max	81.8	81.8	81.8			
	min	68.3	68.4	68.4			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	230.3	229.7	230.0			
	min	228.1	228.1	228.1			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
max	202.8	202.8	202.8				
min	202.1	202.2	201.4				
Edge 2		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}			
	max	171.0	99.4	86.1			
	min	65.5	1.3	68.4			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	235.9	238.2	236.4			
	min	211.9	172.4	198.4			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
max	208.5	208.7	208.5				
min	183.6	169.6	172.4				
Schnittebene		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}	σ_{u_el}	$\sigma_{22_t_max_FE}$	$\sigma_{22_m_max_FE}$
	max	171.0	136.3	86.1	227.012038	267.543	248.726
	min	0.0	1.3	66.9	$\Delta\sigma_{FE}$	40.531	21.714
						$\sigma_{22_t_max_green}$	$\sigma_{22_m_max_green}$
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}		337.214	298.352
	max	231.3	267.5	248.7	$\Delta\sigma_{Green}$	110.202	71.340
	min	222.4	172.4	198.4			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
max	226.6	231.8	222.0				
min	196.7	171.7	172.3	Faktor	top	membran	
					0.368	0.304	

Abbildung 183: max/min Werte entlang bestimmten Pfaden; Darstellung der Differenzen der FE-Berechnung mit der analytischen Berechnung

8.8 Berechnung D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06

- D4300... Innendurchmesser
- t39... Wandstärke $t = 39 \text{ mm}$ ($r/t = 55$)
- 7_5... Knickwinkel $\alpha = 7.5^\circ$
- ef3000... Verformungsmodul des umgebenden Mantels $E_F = 3000 \text{ N/mm}^2$
- s05... Angabe zur Längsspannung, s05 bedeutet $\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u$
- m06... Reibungsbeiwert, m06 bedeutet $\mu = 0.6$

Angaben:

$p_i = 5.788 \text{ N/mm}^2$

$C_f = 1.152 \text{ N/mm}^3$... Federsteifigkeit des Felsens bei radialsymmetrischer Bettung

$p_{i,st} = 4.079 \text{ N/mm}^2$... Innendruck im Stahlanteil nach Seeber am geraden Rohr

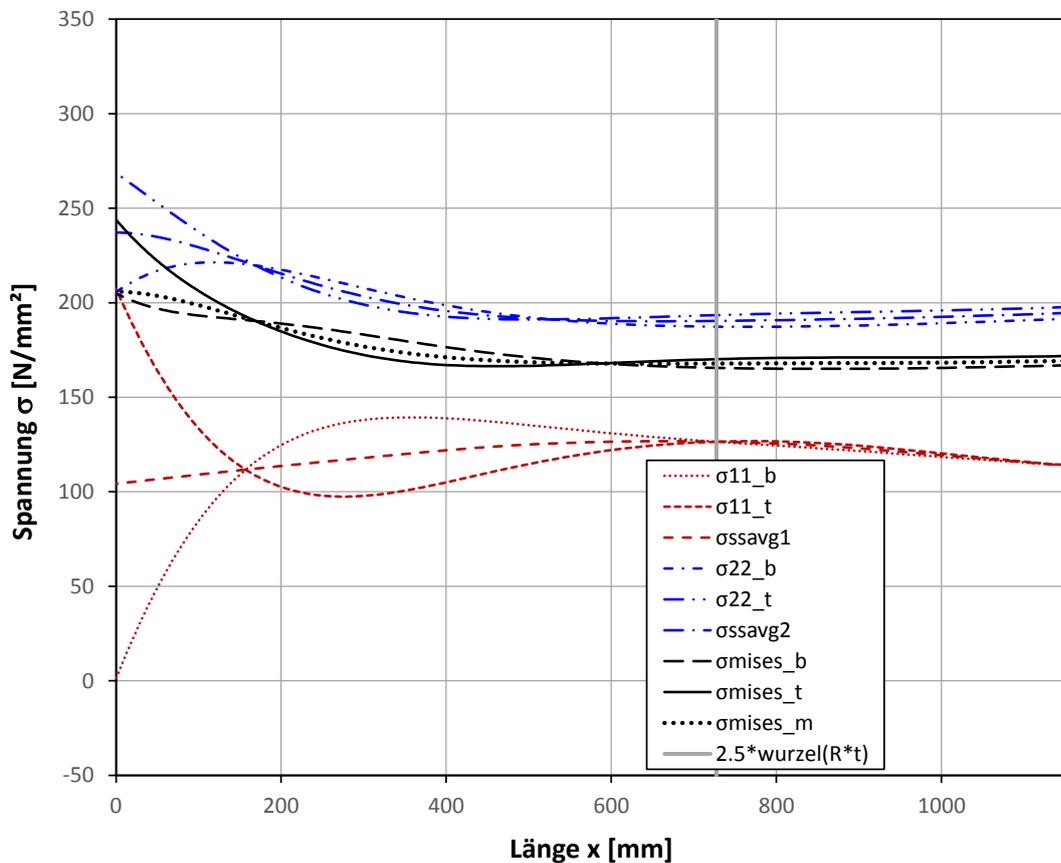


Abbildung 184: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Spannungen bei $\Phi = 0^\circ$

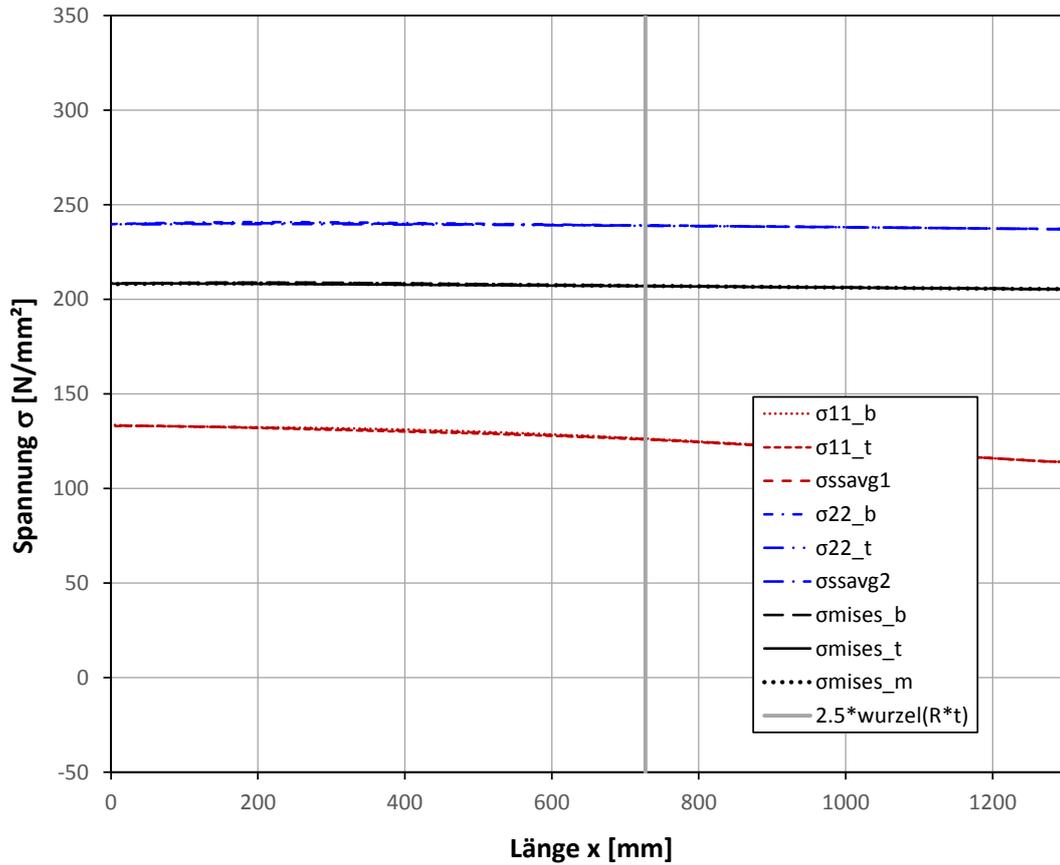


Abbildung 185: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Spannungen bei $\Phi = 90^\circ$

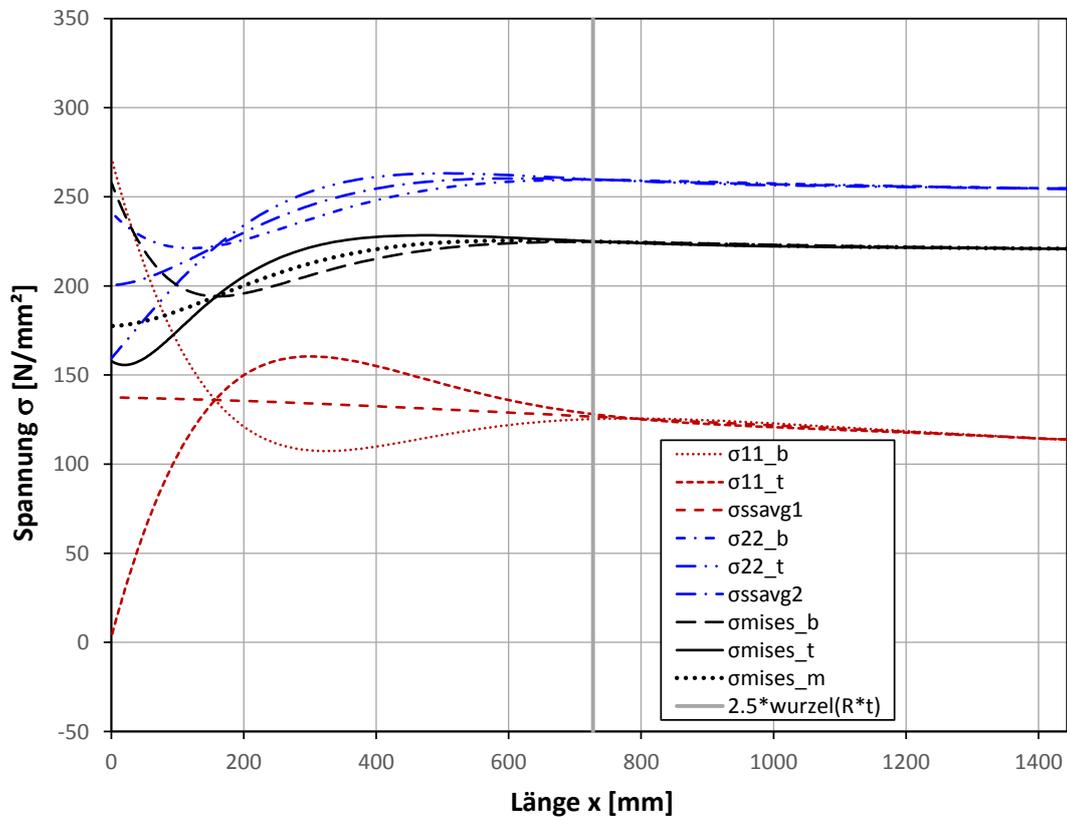


Abbildung 186: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Spannungen bei $\Phi = 180^\circ$

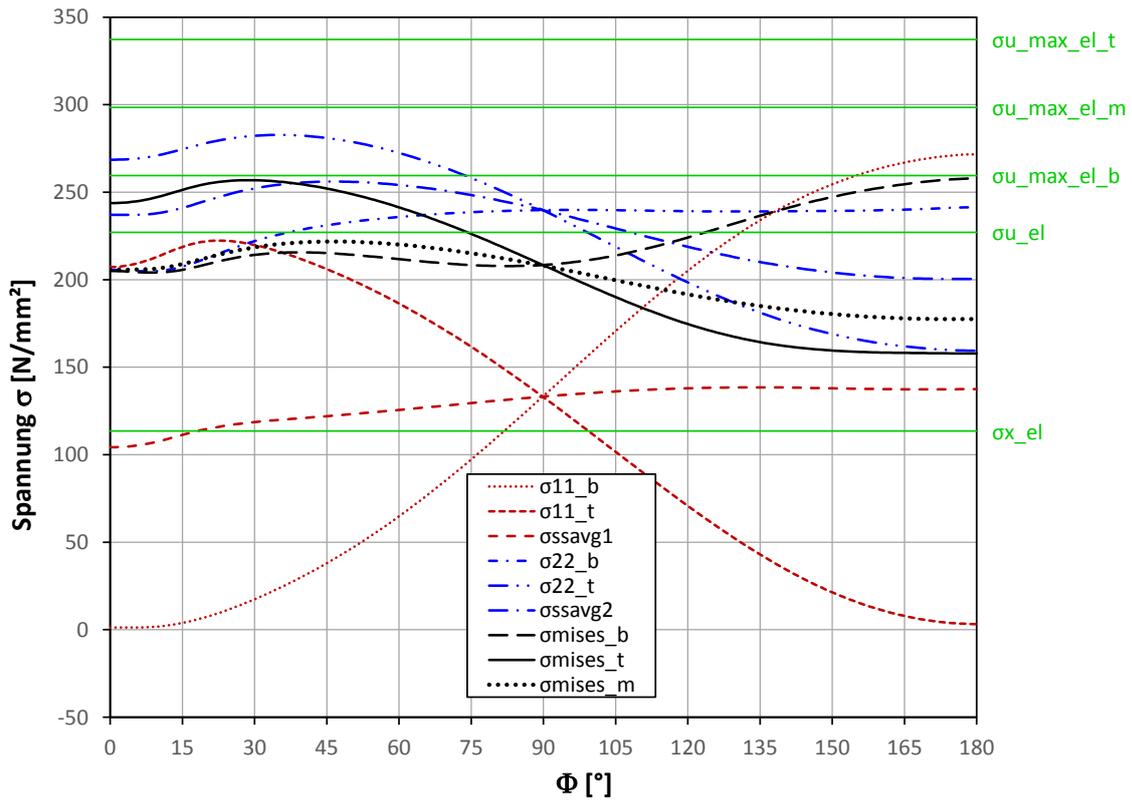


Abbildung 187: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Spannungen entlang der Schnittebene

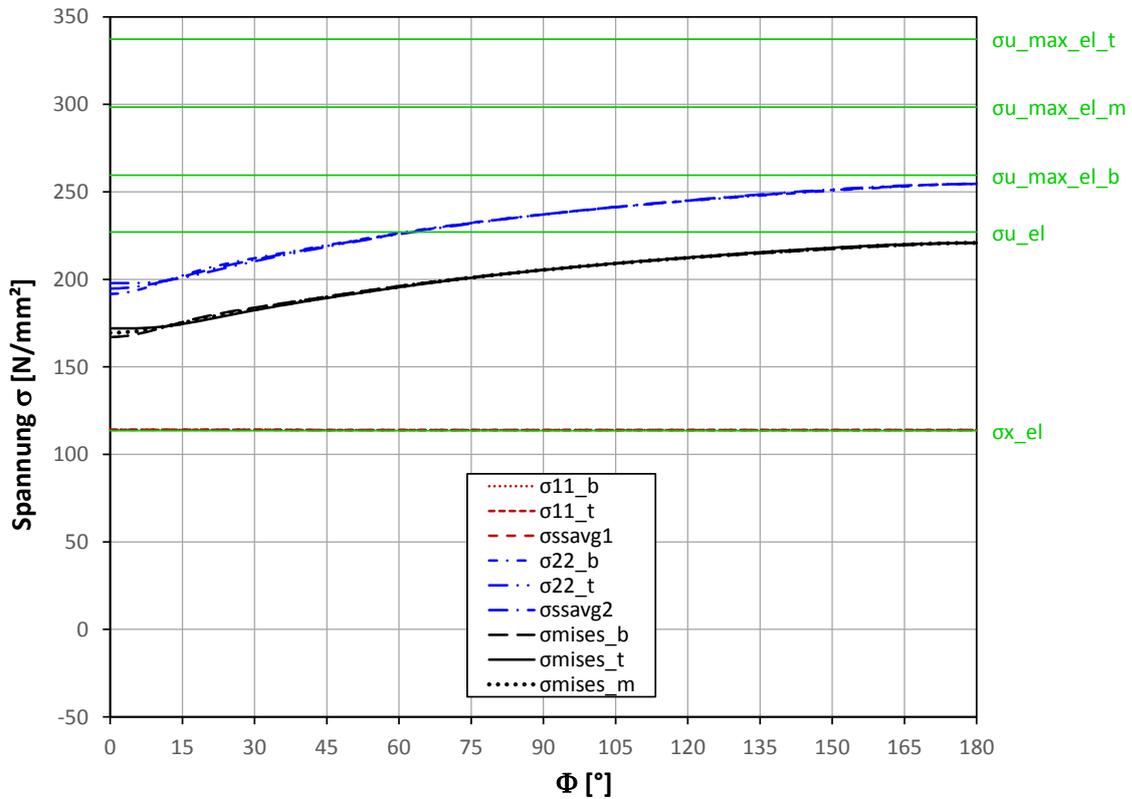


Abbildung 188: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Spannungen entlang des Halbkreises am Ende des Rohrs

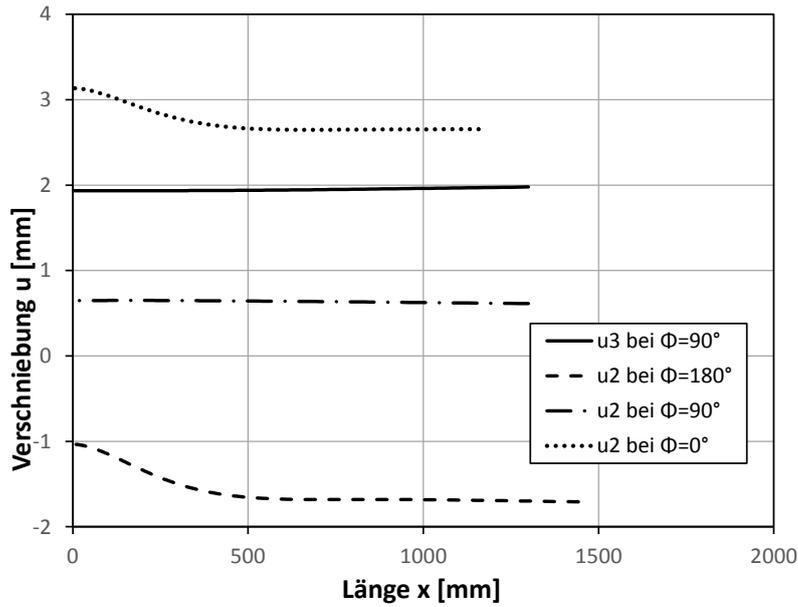


Abbildung 189: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Verschiebungen

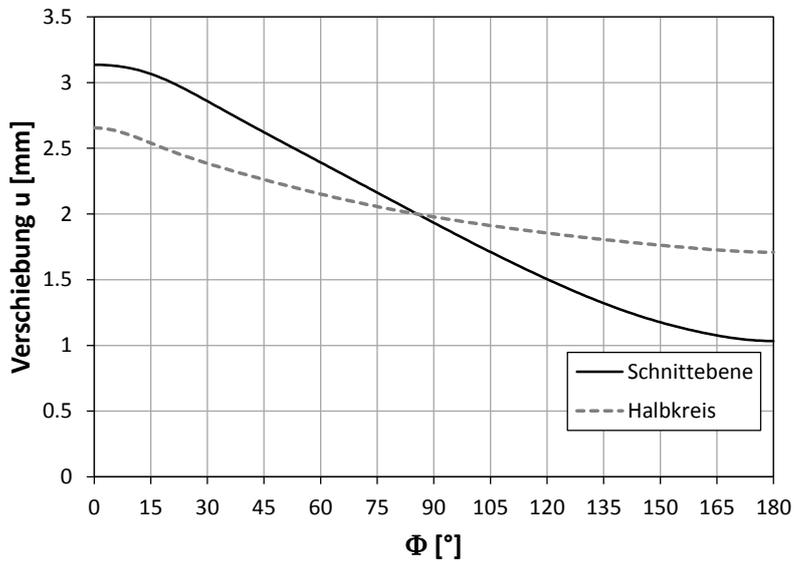


Abbildung 190: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Radialverschiebungen

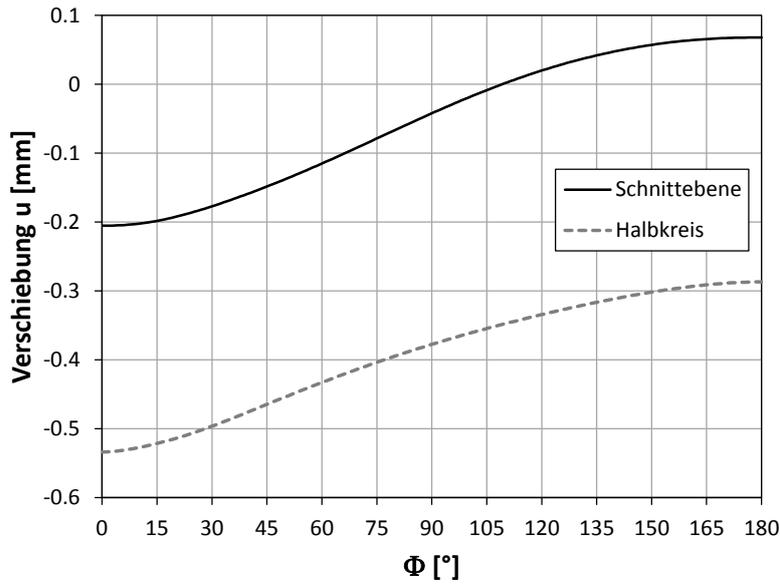


Abbildung 191: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 Verschiebung in x- Richtung

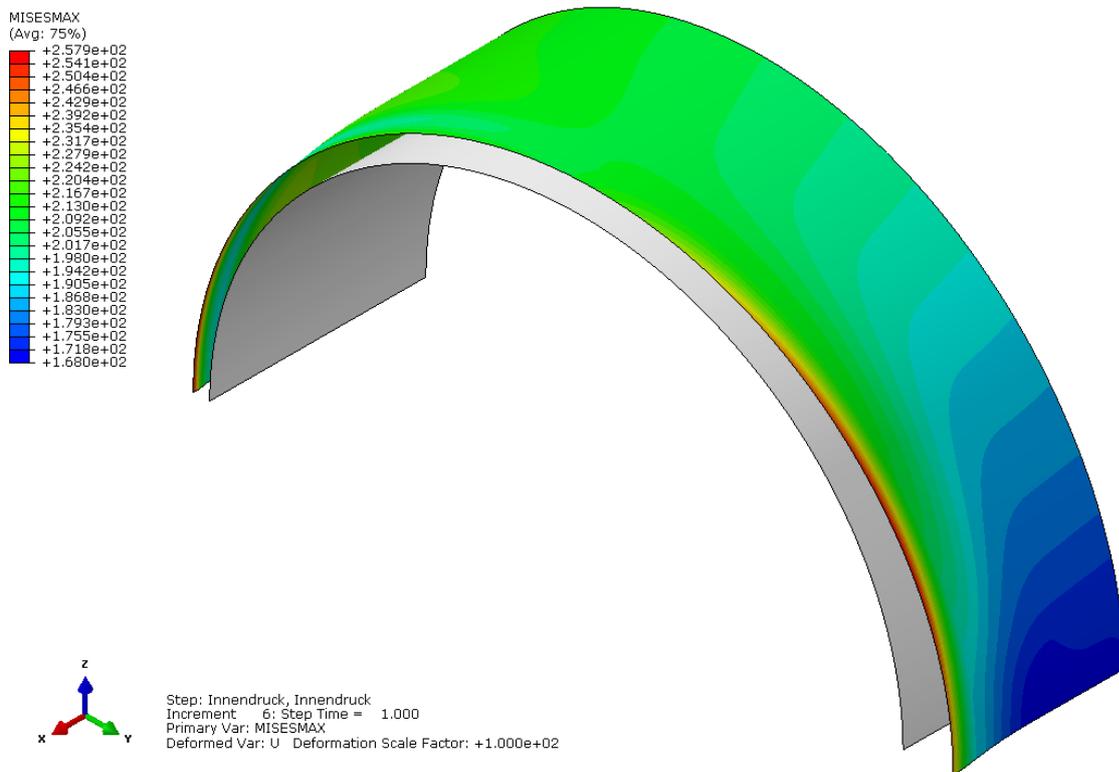


Abbildung 192: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 FE- Plot, FE- Plot, maximale Mises-Vergleichsspannung über den gesamten Querschnitt

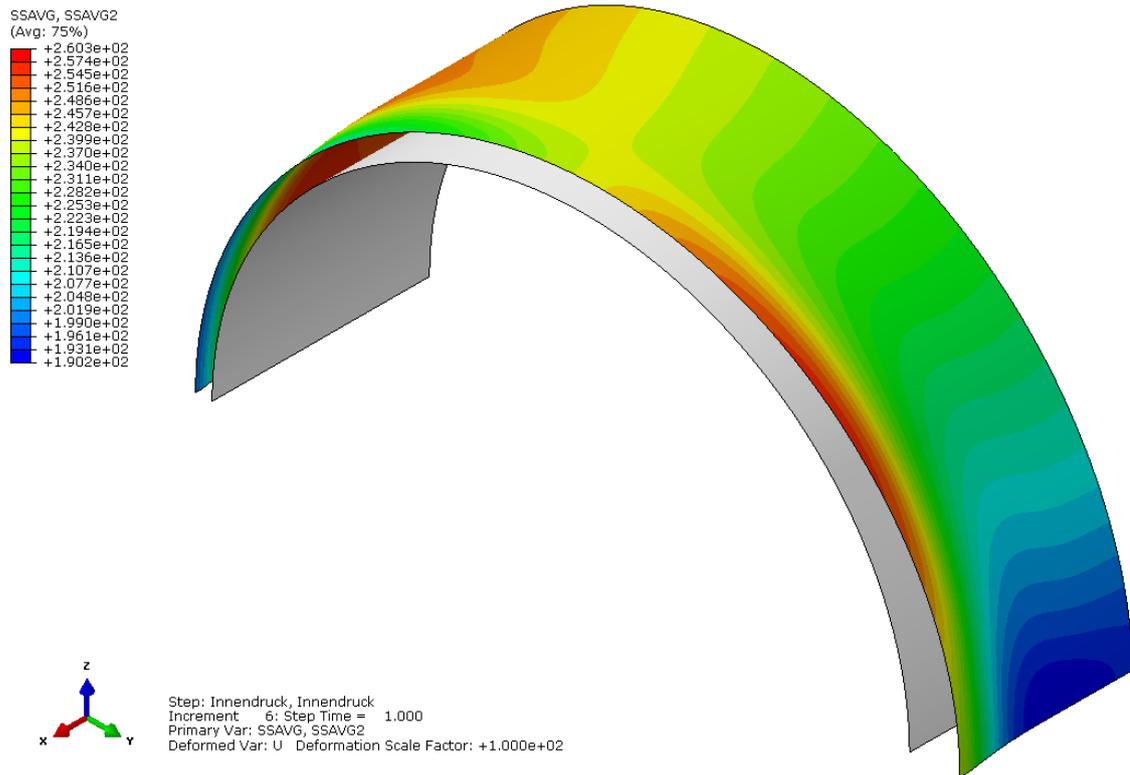


Abbildung 193: D4300_t39_7_5_ef3000_s05_m06 FE- Plot, Umfangspannung in der Mittelebene

Edge 1		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}			
	max	139.4	207.3	126.8			
	min	1.3	97.4	104.3			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	221.4	268.6	237.1			
	min	187.3	191.1	190.2			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
	max	205.0	243.8	205.8			
min	165.0	166.4	167.7				
Edge m		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}			
	max	133.6	133.0	133.2			
	min	114.0	114.0	114.0			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	240.8	239.7	240.3			
	min	237.2	237.1	237.1			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
	max	208.9	208.3	208.4			
min	205.5	205.4	205.4				
Edge 2		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}			
	max	271.7	160.4	137.5			
	min	107.4	3.3	113.9			
		σ_{22_b}	σ_{22_t}	σ_{savg_2}			
	max	259.5	263.2	260.3			
	min	221.2	159.4	200.4			
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
	max	257.9	228.4	225.5			
min	194.1	155.6	177.5				
Schnittebene		σ_{11_b}	σ_{11_t}	σ_{savg_1}	σ_{u_el}	$\sigma_{22_t_max_FE}$	$\sigma_{22_m_max_FE}$
	max	271.7	222.4	138.5	227.012038	282.769	260.325
	min	1.2	3.3	104.3			
					$\Delta\sigma_{FE}$	55.757	33.313
						$\sigma_{22_t_max_green}$	$\sigma_{22_m_max_green}$
	max	241.4	282.8	256.1		337.214	298.352
	min	204.8	159.4	200.4			
					$\Delta\sigma_{Green}$	110.202	71.340
		σ_{mises_b}	σ_{mises_t}	σ_{mises_m}			
max	257.9	256.9	221.9		top	membran	
min	204.1	157.8	177.5	Faktor	0.506	0.467	

Abbildung 194: max/min Werte entlang bestimmten Pfaden; Darstellung der Differenzen der FE-Berechnung mit der analytischen Berechnung

8.9 Parameterstudie

8.9.1 Darstellung der Ergebnisse

Die Parameter werden wie in Tabelle 10 dargestellt variiert.

Die angesetzten Innendrucke der Parameterstudie sind ident mit denen, die bei dem freitragenden Segmentkrümmers (siehe Kapitel 5.3) angesetzt werden, außer bei den Fällen mit null Reibung. Dort werden höhere Innendrucke angesetzt (siehe 8.3.1 „Beispiel: Analytische Berechnung des D4300_t39_7_5_ef3000_s03_m06“).

Für die Parameterstudie wird die geometrisch nichtlineare elastische Berechnungsmethode (GNA) herangezogen. Für jede einzelne Berechnung gibt es Diagramme, in denen die verschiedenen Spannungen und Verschiebung, wie in Kapitel 6.1.1, dargestellt sind. Diese Diagramme sind im ANHANG B der erweiterten Version dieser Arbeit zu finden.

Die Parameterstudie wird ähnlich wie bei der elastischen Parameterstudie des freitragenden Segmentkrümmers dargestellt (Kapitel 5.3).

Der Faktor f , der in den Ergebnisdiagrammen dargestellt ist, soll die Unterschiede zwischen der FE- Berechnung und der analytischen Berechnung nach Green/Emmerson bezogen auf den Stahlanteil zeigen. Dargestellt sind die Faktoren für die Umfangsspannung (σ_u) am Querschnitt middle (m) und top (t) oder bottom (b), je nachdem welche Spannung größer ist. Es kommt beim gebetteten Krümmers vor, dass die bottom- Spannung größer ist als die top- Spannung. Es sind nur Umfangsspannungen ausgegeben.

Analytische Rechnung (die Spannungen beziehen sich immer auf den Stahlanteil im Rohr):

$$\sigma_{u,t} = \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + 0.9928 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \dots \text{nach Green/Emmerson}$$

$$\sigma_{u,b} = \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + 0.2926 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \dots \text{nach Green/Emmerson}$$

$$\sigma_{u,m} = \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \dots \text{nach Green/Emmerson}$$

Spannungen aus der FE- Rechnung werden mit Hilfe des Faktors f dargestellt:

$$\sigma_{u,t \text{ oder } b,FE} = \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + f * 0.9928 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right) \text{ oder}$$

$$\sigma_{u,m,FE} = \frac{p_{i,st} * r}{t} * \left(1 + f * 0.6427 * \sqrt{\frac{r}{t}} * \tan(\alpha/2) \right)$$

Alle Innendrucke der Parameterstudie sind gleich angesetzt wie bei der Parameterstudie des freitragenden Segmentkrümmers in Kapitel 5.3.

Darstellung der einzelnen f-Faktoren in Abhängigkeit der variierten Parameter, bei $\alpha = 7.5^\circ$.

	ef3000		ef8000	
	σ_t od. σ_b	σ_m	σ_t od. σ_b	σ_m
$\sigma_x = 0 ; \mu = 0$				
R/t = 55	0.250	0.383	0.251	0.384
R/t = 100	0.197	0.303	0.198	0.303
R/t = 200	0.157	0.242	0.160	0.246
$\sigma_x = 0 ; \mu = 0.3$				
R/t = 55	0.241	0.352	0.413	0.617
R/t = 100	0.243	0.361	0.398	0.595
R/t = 200	0.276	0.414	0.412	0.611
$\sigma_x = 0 ; \mu = 0.6$				
R/t = 55	0.302	0.435	0.572	0.845
R/t = 100	0.323	0.480	0.505	0.765
R/t = 200	0.402	0.608	0.599	0.897
$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0$				
R/t = 55	0.561	0.591	0.475	0.491
R/t = 100	0.478	0.484	0.389	0.384
R/t = 200	0.388	0.372	0.307	0.286
$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.3$				
R/t = 55	0.367	0.304	0.248	0.331
R/t = 100	0.324	0.258	0.217	0.306
R/t = 200	0.260	0.191	0.216	0.244
$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.6$				
R/t = 55	0.322	0.256	0.387	0.573
R/t = 100	0.293	0.264	0.337	0.489
R/t = 200	0.234	0.264	0.327	0.397
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0$				
R/t = 55	0.837	0.825	0.726	0.710
R/t = 100	0.733	0.700	0.605	0.566
R/t = 200	0.601	0.544	0.477	0.418
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.3$				
R/t = 55	0.592	0.476	0.481	0.511
R/t = 100	0.504	0.384	0.412	0.461
R/t = 200	0.441	0.328	0.329	0.367
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.6$				
R/t = 55	0.505	0.466	0.500	0.732
R/t = 100	0.399	0.543	0.431	0.620
R/t = 200	0.362	0.517	0.413	0.498

Tabelle 13: Darstellung der f-Faktoren (grüne Zahlen: top Spannung ist größer, orange Zahlen: bottom Spannung ist größer)

Darstellung der einzelnen f-Faktoren in Abhängigkeit der variierten Parameter, bei $\alpha = 15^\circ$.

	ef3000		ef8000	
	σ_t	σ_m	σ_t	σ_m
$\sigma_x = 0; \mu = 0$				
R/t = 55	0.213	0.327	0.217	0.332
R/t = 100	0.178	0.273	0.180	0.277
R/t = 200	0.173	0.266	0.174	0.267
$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$				
R/t = 55	0.206	0.309	0.310	0.457
R/t = 100	0.207	0.312	0.311	0.453
R/t = 200	0.236	0.354	0.315	0.456
$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$				
R/t = 55	0.256	0.387	0.389	0.585
R/t = 100	0.241	0.363	0.395	0.580
R/t = 200	0.312	0.471	0.437	0.639
$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$				
R/t = 55	0.513	0.536	0.430	0.440
R/t = 100	0.444	0.446	0.358	0.349
R/t = 200	0.385	0.375	0.307	0.293
$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$				
R/t = 55	0.371	0.324	0.263	0.209
R/t = 100	0.307	0.254	0.235	0.181
R/t = 200	0.315	0.284	0.288	0.271
$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$				
R/t = 55	0.314	0.262	0.221	0.213
R/t = 100	0.253	0.199	0.196	0.172
R/t = 200	0.281	0.249	0.266	0.244
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$				
R/t = 55	0.782	0.752	0.653	0.610
R/t = 100	0.683	0.633	0.544	0.483
R/t = 200	0.575	0.509	0.448	0.378
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$				
R/t = 55	0.631	0.529	0.431	0.316
R/t = 100	0.524	0.411	0.346	0.256
R/t = 200	0.429	0.311	0.294	0.186
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$				
R/t = 55	0.523	0.418	0.337	0.451
R/t = 100	0.431	0.325	0.307	0.408
R/t = 200	0.355	0.241	0.247	0.316

Abbildung 195: Darstellung der f-Faktoren (grüne Zahlen: top Spannung ist größer, orange Zahlen: bottom Spannung ist größer)

Da der Streubereich der einzelnen Faktoren erheblich ist, weil das Tragverhalten der untersuchten Fälle sehr unterschiedlich ist, ist es sinnvoll die Fälle zu trennen. Es wurde im Kapitel 3 „Grundlegendes Tragverhalten von Segmentkrümmern“ die unterschiedliche Wirkung der Längsrandbedingung erklärt. Es ist daher zweckmäßig diese Fälle anhand der unterschiedlichen Längsrandbedingung zu trennen.

Diese sind:

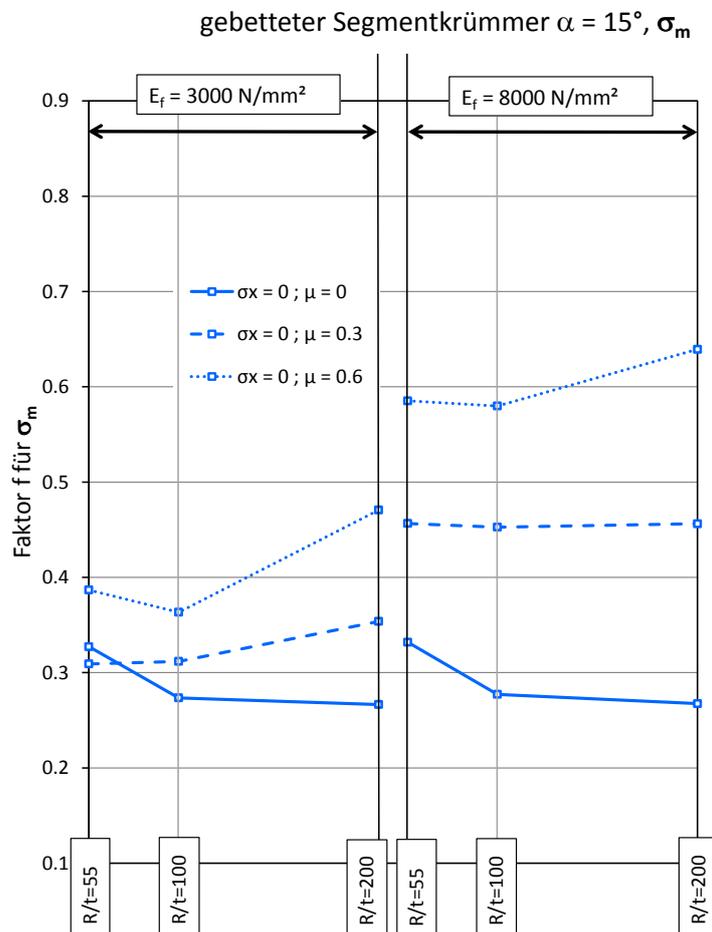
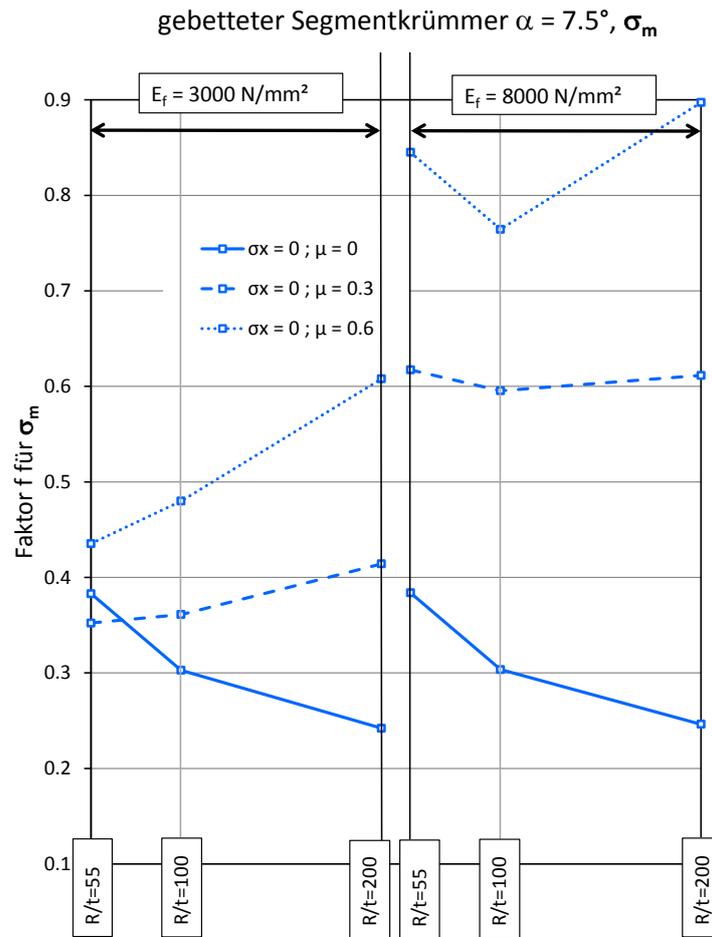
- Segmentkrümmer bei offener Bauweise ($\sigma_x = 0$)
- Segmentkrümmer im Druckschacht ($\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u$)
- Segmentkrümmer im Druckschacht mit Deckeldruck ($\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u$)

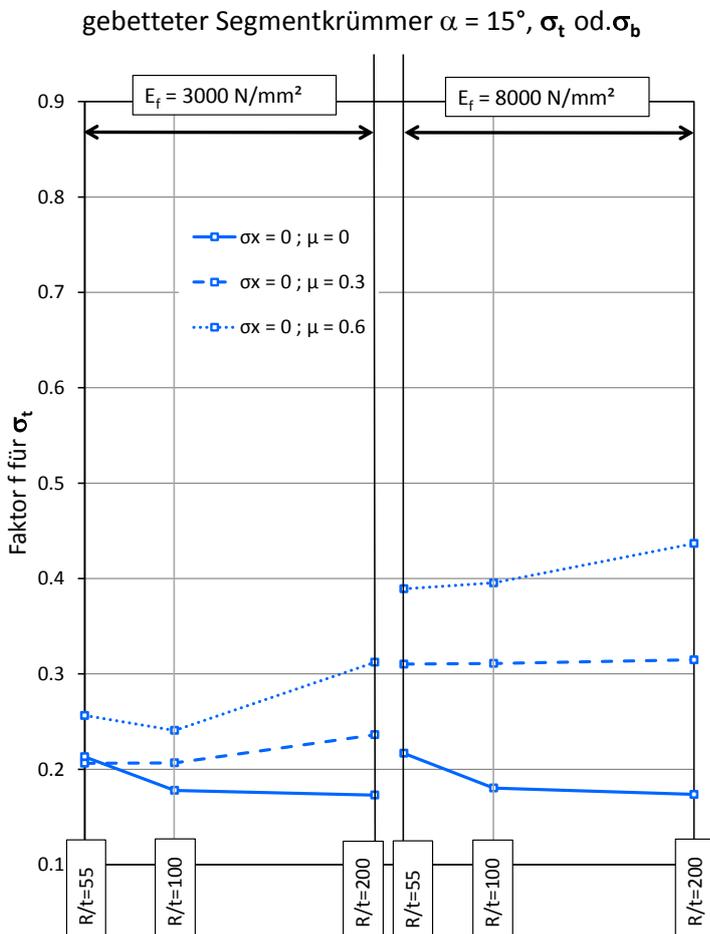
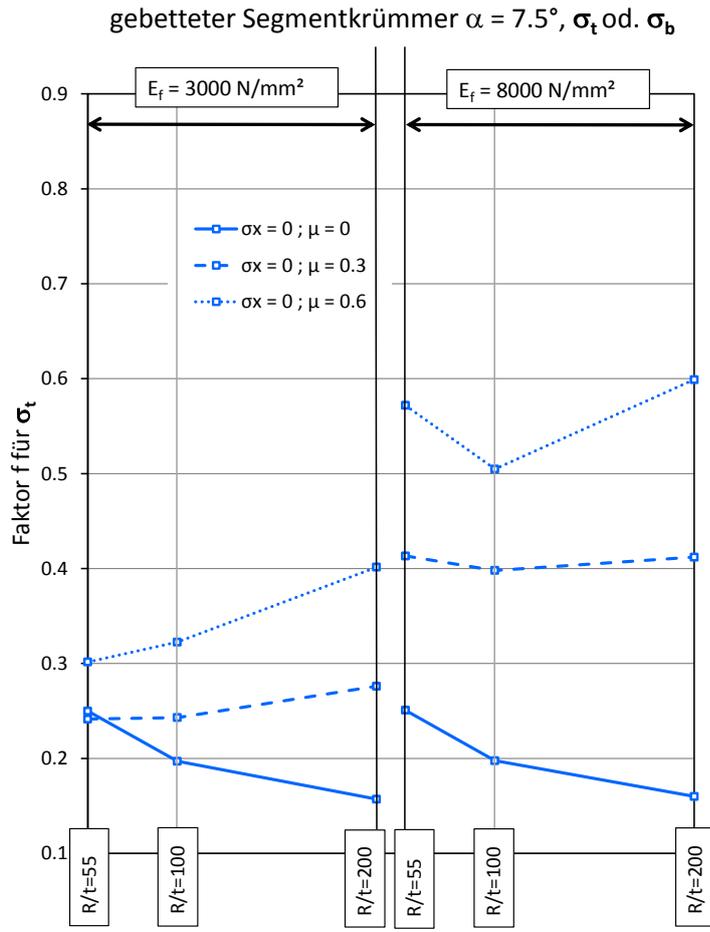
8.9.2 Segmentkrümmer bei offener Bauweise

Der Segmentkrümmer besitzt keine Längskräfte am Ende des Rohres, d.h. $\sigma_x = 0$. Dadurch, dass der Abtrieb nun nicht mehr mit den Deckelkräften im Gleichgewicht ist, muss die Bettung den ganzen Abtrieb aufnehmen. Es zeigt sich, dass der Segmentkrümmer so steif ist, dass er die Abtriebskräfte konstant über die Länge des Rohres abgeben kann. Es entsteht keine Biegung in der Rohrschale, da die Abtriebskräfte zufolge von Längskräften nicht aufgenommen werden müssen. (Siehe Kapitel 3 Grundlegendes Tragverhalten von Segmentkrümmern). Wenn Reibung zwischen dem Stahl und der Bettung auftritt können sich wieder Längskräfte aufbauen und es entsteht eine Biegung in der Rohrschale.

In den nachfolgenden Bildern werden die Faktoren in Diagrammen dargestellt. Es gibt eigene Diagramme für die Umfangsspannungen in der Mittelebene (σ_m), sowie für die top- oder bottom- Umfangsspannungen (σ_t oder σ_b), je nachdem welche maßgebend ist. Die Knickwinkel 7.5° und 15° werden ebenfalls in eigenen Diagrammen dargestellt. Die Interpretation der Diagramme folgt nach der Darstellung.

Der Faktor f bedeutet wird wie im Kapitel 8.9.1 „Darstellung der Ergebnisse“ angegeben, definiert.





Erkenntlich zeigt sich, dass die Werte, bei denen Reibungskoeffizient der zwischen Stahl und Bettung null ist, fast keinen Unterschied zu den verschiedenen Felssteifigkeiten haben. Das hat den Grund, dass die Formel von Green/Emmerson sich immer auf die Spannungen des Stahlteils bezieht und deshalb der Effekt der Felssteifigkeit bei null Reibung und fehlender Längsspannung herausfällt. Bei Reibung zwischen Stahl und Bettung hat die Felssteifigkeit einen erheblichen Einfluss, da je mehr das Strahlrohr auf die Bettung drückt die Reibung und damit die Längskraft in tangentialer Richtung erhöht wird.

Es scheint wenig sinnvoll, diese Längsbedingung mit der Lösung von Green/Emmerson bezogen auf den Stahlteil zu vergleichen, da die Lösung ein ganz anderes System (abgedeckeltes System) zur Grundlage hat. Dies erklärt die unterschiedlichen Größenordnungen der Faktoren.

Die Umfangmembranspannung wird deshalb gegenüber dem geraden Rohr (Umfangmembranspannung am geraden Rohr wäre bei $f = 0$) erhöht, weil der Abtrieb des Segmentknicks diese erhöht. (Unterschied der Membranzugspannung zwischen der Kante bei $\Phi = 0^\circ$ und $\Phi = 180^\circ$). Der Biegeanteil bei null Reibung ist nicht vorhanden. Das lässt sich daraus ablesen, dass die Umfangsspannungen mit Biegeanteil (σ_t oder σ_b) einen kleineren Faktor als die Umfangmembranspannung (σ_m) haben (mit dem Verhältnis von $0.6427/0.9928 \rightarrow$ Green/Emmerson Lösung)

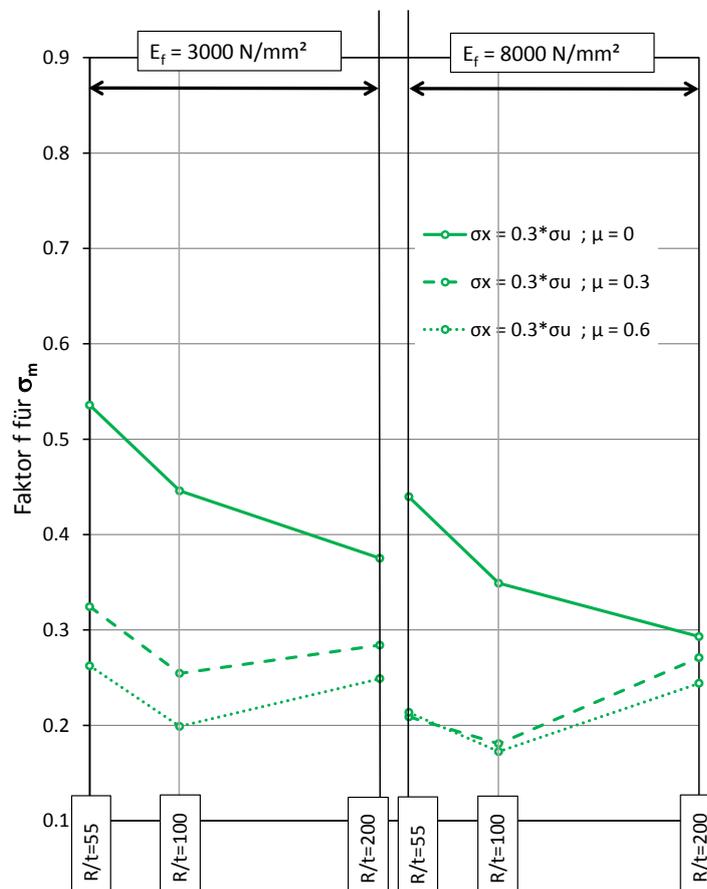
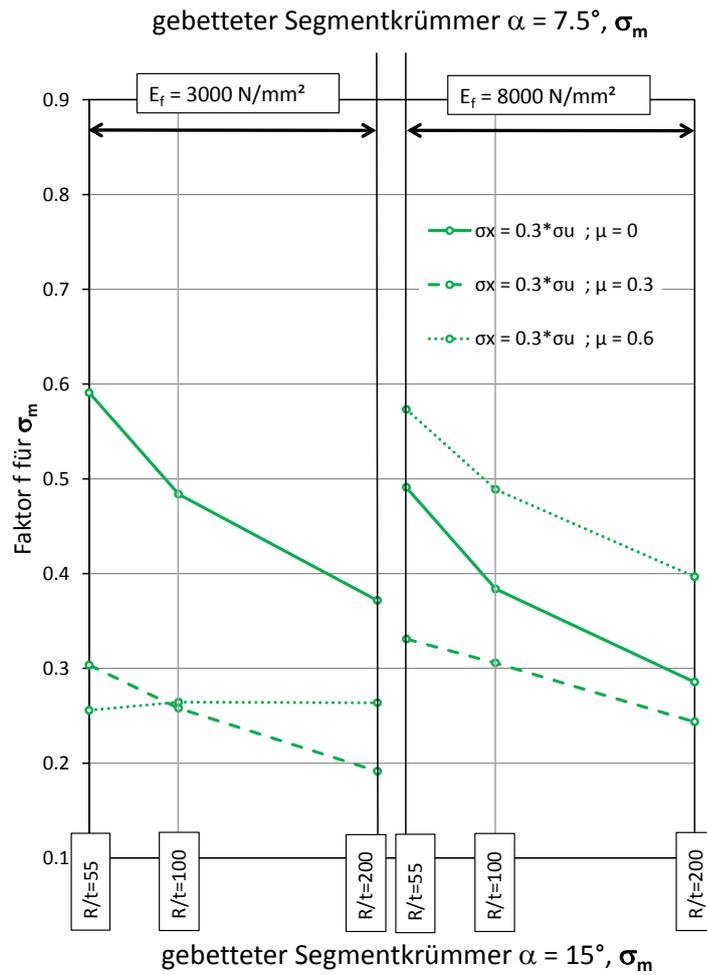
Welchen Effekt die Reibung genau hat, ist aus diesen Diagrammen schwer herauszulesen. Dies sollte mit den Spannungsdiagrammen der einzelnen Fälle, die im Anhang der erweiterten Version zur Verfügung stehen, verglichen werden. Generell kann gesagt werden, dass die Reibung die Spitzenspannungen erhöht.

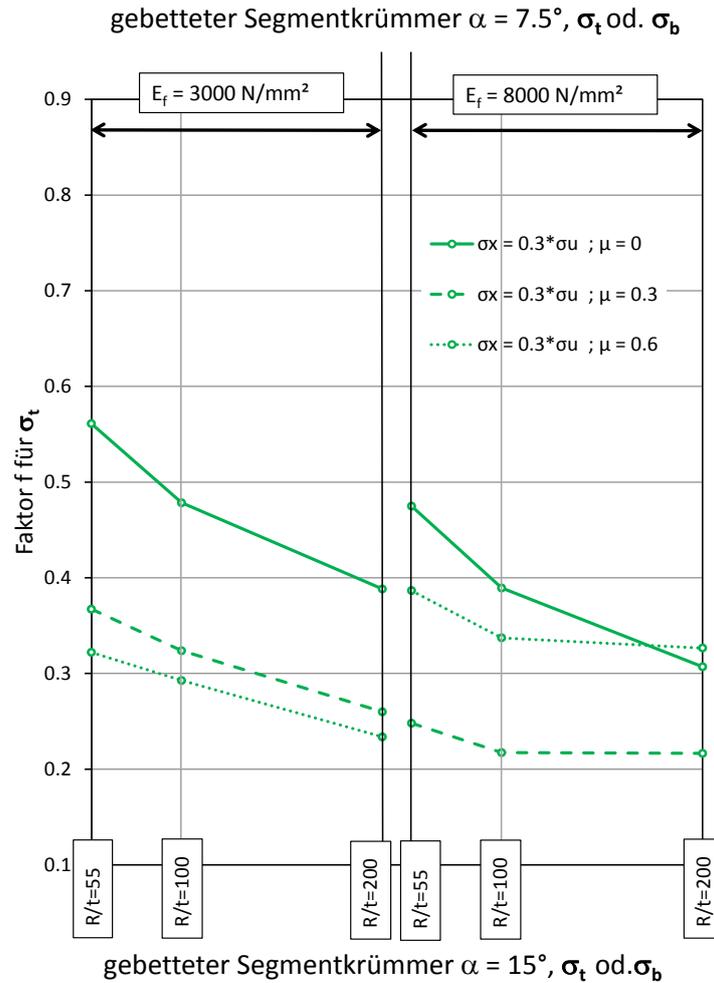
8.9.3 Segmentkrümmer im Druckschacht

Der Segmentkrümmer besitzt Längskräfte am Ende des Rohres in der Größe von $\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u$. Sie entstehen aus der Poisson-Kraft im Druckschacht, welcher zufolge Reibung in Längsrichtung dehnungsbehindert ist. Diese Längskräfte sind aber nicht so groß, dass sie den gesamten Abtrieb aufnehmen können. Dies würde erst passieren, wenn die Längskräfte aus dem Deckeldruck kommen. (Siehe Kapitel 3 Grundlegendes Tragverhalten von Segmentkrümmern). Das bedeutet, dass die Bettung einen Anteil der Abtriebswirkung aufnehmen muss. Wenn sich bei radialen Verschiebungen des Krümmers Reibung zwischen dem Stahl und der Bettung aufbaut, können sich die Längskräfte jedoch weiter erhöhen oder verringern.

In den nachfolgenden Bildern werden die Faktoren in Diagrammen dargestellt. Es gibt eigene Diagramme für die Umfangsspannungen in der Mittelebene (σ_m), sowie für die top- oder bottom- Umfangsspannungen (σ_t oder σ_b), je nachdem welche maßgebend ist. Die Knickwinkel 7.5° und 15° werden ebenfalls in eigenen Diagrammen dargestellt. Die Interpretation der Diagramme folgt nach der Darstellung.

Der Faktor f bedeutet wird wie im Kapitel 8.9.1 „Darstellung der Ergebnisse“ angegeben, definiert.





Da die Längsspannungen nun nicht mehr null sind, entstehen eine Erhöhung der Umfangsspannung und ein Biegeanteil der Umfangsspannungen an der Schnittebene (ähnlich wie beim freitragenden Segmentkrümmer). Ablesen lässt sich, dass die steifere Bettung immer einen günstigen Einfluss auf die Umfangsspannungen bei null Reibung hat. Die Biegespannungen treten daher auf, dass das Rohr nun eine Längsspannung besitzt. Diesen Biege-Effekt federt die steifere Bettung mehr als die weichere Bettung ab. Bei einem Knickwinkel von 15° sind die f-Faktoren bei null Reibung kleiner, als bei einem Knickwinkel von 7.5° . Der Segmentkrümmer mit dem größeren Knickwinkel kann seine Spitzenspannungen besser an die Bettung abgeben, da er größere Verformungen aufbaut (siehe elastische Berechnung des freitragenden Segmentkrümmers).

Welchen Effekt die Reibung genau hat, ist aus diesen Diagrammen schwer herauszulesen. Dies sollte mit den Spannungsdiagrammen der einzelnen Fälle, die im Anhang der erweiterten Version zur Verfügung stehen, verglichen werden. Generell kann gesagt werden, dass die Reibung die Spitzenspannungen eher vermindert, aber dies ist nicht in allen Fällen der Fall.

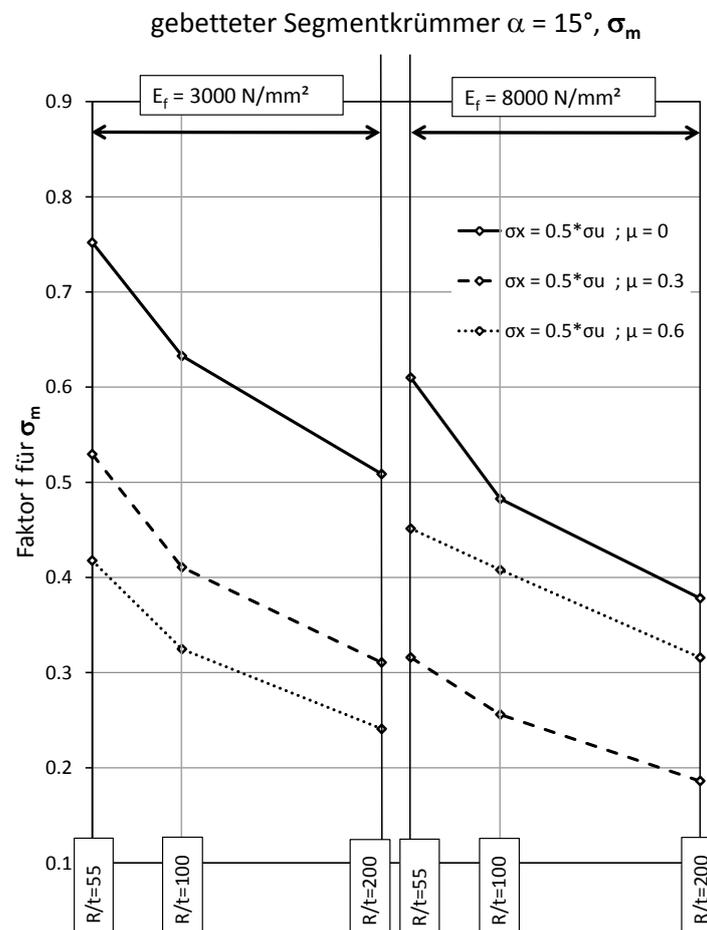
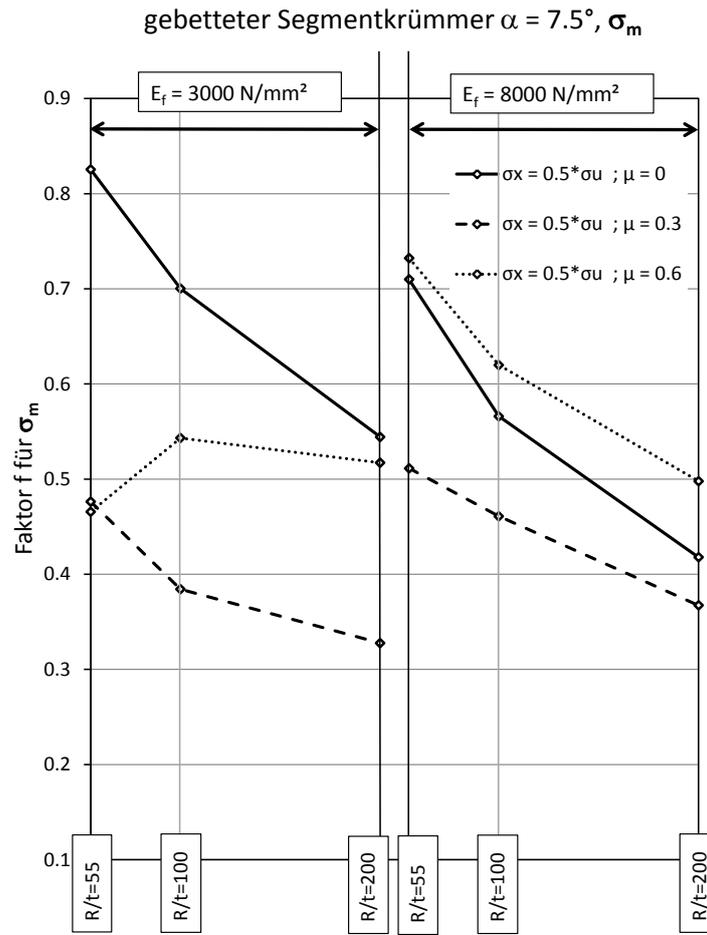
Bei null Reibung werden mit größeren r/t-Verhältnissen die f-Faktoren kleiner. Der Segmentkrümmer mit großem r/t-Verhältnis kann sich mehr an die Bettung anlegen und seine Spitzenspannungen durch den Krümmer-Effekt besser an die Bettung abgeben.

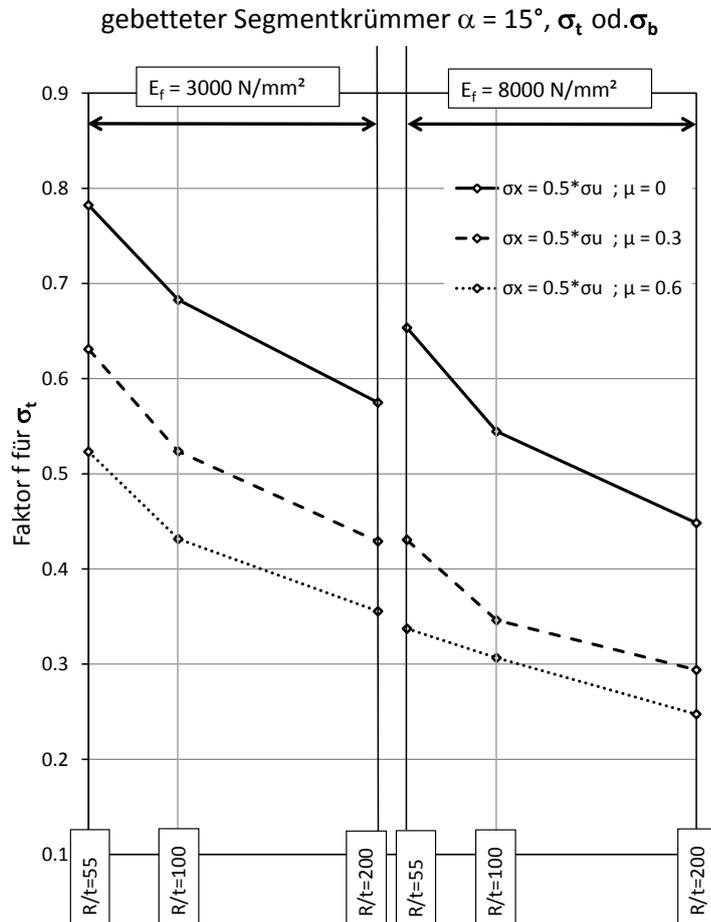
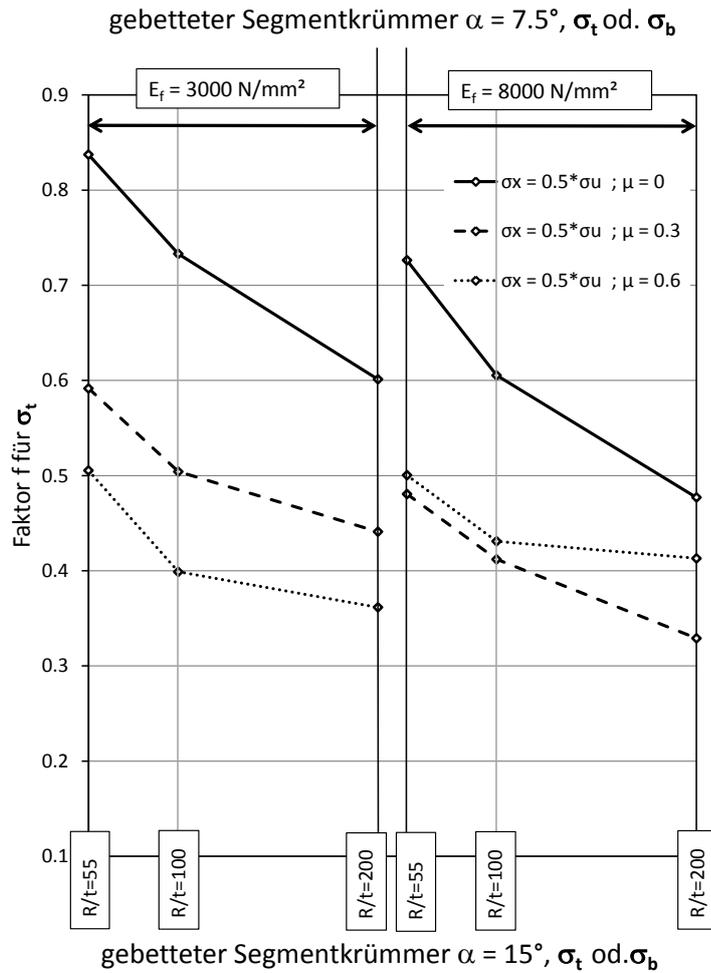
8.9.4 Segmentkrümmer im Druckschacht mit Deckeldruck

Der Segmentkrümmer besitzt Längskräfte am Ende des Rohres in der Größe von $\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u$. Sie entstehen aus der Deckeldruck-Kraft, die sich als obere Grenze eines Krümmers ergibt, der sich aufgrund einer angenommenen Verschieblichkeit im anschließenden Rohr verankert. Diese Längskräfte sind so groß, dass sie den gesamten Abtrieb aufnehmen können. Das bedeutet, dass das System auch ohne Bettung im Gleichgewicht wäre. Die Bettung ist nicht für die Erfüllung des Gleichgewichts notwendig. Dadurch, dass sich der Segmentkrümmer unter Innendruck ausdehnen will, bekommt die Bettung sehr wohl eine Wirkung. Wenn Reibung zwischen dem Stahl und der Bettung auftritt, können sich die Längskräfte weiter erhöhen oder verringern.

In den nachfolgenden Bildern werden die Faktoren in Diagrammen dargestellt. Es gibt eigene Diagramme für die Umfangsspannungen in der Mittelebene (σ_m), sowie für die top- oder bottom- Umfangsspannungen (σ_t oder σ_b), je nachdem welche maßgebend ist. Die Knickwinkel 7.5° und 15° werden ebenfalls in eigenen Diagrammen dargestellt. Die Interpretation der Diagramme folgt nach der Darstellung.

Der Faktor f bedeutet wird wie im Kapitel 8.9.1 „Darstellung der Ergebnisse“ angegeben, definiert.





Da die Längsspannungen nun in erheblicher Größe vorliegen, entstehen eine Erhöhung der Umfangsspannung und ein Biegeanteil der Umfangsspannungen an der Schnittebene (ähnlich wie beim freitragenden Segmentkrümmer). Die Spitzenspannungen sind im Vergleich zum Fall mit σ_x ist $0.3 \cdot \sigma_u$ größer, da die Abtriebskraft vom Segmentkrümmer und nicht von der Bettung aufgenommen werden muss. Ablesen lässt sich, dass die steifere Bettung immer einen günstigen Einfluss auf die Umfangsspannungen im Stahlanteil bei null Reibung hat. Die Biegespannungen treten auf, da das Rohr nun eine Längsspannung besitzt. Diesen Biege-Effekt mildert die steifere Bettung mehr als die weichere Bettung.

Bei einem Knickwinkel von 15° sind die f-Faktoren bei null Reibung kleiner, als bei einem Knickwinkel von 7.5° (siehe auch Kapitel 8.9.3).

Welchen Effekt die Reibung genau hat, ist aus diesen Diagrammen schwer herauszulesen. Dies sollte mit den Spannungsdiagrammen der einzelnen Fälle, die im Anhang der erweiterten Version zur Verfügung stehen, verglichen werden. Generell kann gesagt werden, dass die Reibung die Spitzenspannungen eher vermindert, aber dies ist nicht in allen Fällen der Fall.

Bei null Reibung werden mit größeren r/t-Verhältnissen die f-Faktoren kleiner. Der Segmentkrümmer mit großem r/t-Verhältnis kann sich mehr an die Bettung anlegen und seine Spitzenspannungen durch den Krümmer-Effekt besser an die Bettung abgeben.

8.9.5 Zusatzstudie zum Ausnutzungsgrad der Mises-Vergleichsspannung

Diese Tabelle soll klären ob die Mises- Vergleichsspannung in der Mittelebene mit den Umfangsspannungen der FE- Berechnung und mit der angesetzten Längsspannung gebildet werden kann. Die Spalte eins zeigt die Spannungen aus den angesetzten Längskräften. D.h. diese Längsspannungen sind analytisch berechnet und besitzen keinen Einfluss der Reibung. Die wahre Längsspannung im Rohr verändert sich aber mit der Reibung. Die zweite Spalte stellt die numerisch berechneten Werte der Umfangsspannungen in der Mittelebene dar. Die dritte Spalte bildet die Mises-Vergleichsspannung aus der Spalte eins und zwei.

Die vierte Spalte stellt die numerisch berechneten Mises- Vergleichsspannungen dar. Sie berücksichtigen den „echten“ Wert der Längsspannung mit dem Einfluss der Reibung.

Die fünfte Spalte bildet den Quotienten aus der berechneten Mises-Vergleichsspannung mit der numerischen Mises- Vergleichsspannung. Bei den roten Faktoren ist der Faktor kleiner als eins, bei den Grünen größer als eins.

Diese Tabelle gilt für Knickwinkel $\alpha = 7.5^\circ$

		σ_{x_el}	$\sigma_{22_m_max_FE}$	$\sigma_{mises_m_ber}$	$\sigma_{mises_m_max_FE}$	$\frac{\sigma_{mises_m_ber}}{\sigma_{mises_m_max_FE}}$	
R/t = 55	Er = 3000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	245.168	245.168	245.781	0.9975
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	243.029	243.029	243.986	0.9961
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	248.737	248.737	248.640	1.0004
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	68.104	269.226	242.457	243.188	0.9970
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	68.104	248.726	222.629	221.974	1.0030
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	68.104	245.318	219.344	217.799	1.0071
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	113.506	285.964	249.400	249.572	0.9993
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	113.506	261.051	226.717	226.445	1.0012
	$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	113.506	260.325	226.063	225.453	1.0027	
	Er = 8000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	175.504	175.504	176.165	0.9962
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	186.990	186.990	187.780	0.9958
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	198.201	198.201	197.747	1.0023
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	49.871	191.889	172.449	173.016	0.9967
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	49.871	183.528	164.368	160.661	1.0231
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	49.871	196.180	176.607	170.763	1.0342
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	83.119	203.324	177.057	177.206	0.9992
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$		83.119	192.950	167.633	167.141	1.0029	
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	83.091	204.497	178.133	177.462	1.0038		
R/t = 100	Er = 3000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	172.857	172.857	173.002	0.9992
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	176.635	176.635	177.419	0.9956
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	184.322	184.322	184.600	0.9985
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	48.361	194.127	175.031	175.555	0.9970
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	48.361	178.762	160.155	159.712	1.0028
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	48.361	179.198	160.576	157.117	1.0220
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	80.601	208.872	182.452	182.605	0.9992
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	80.601	187.364	162.788	162.575	1.0013
	$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	80.601	198.177	172.619	171.633	1.0057	
	Er = 8000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	124.492	124.492	124.838	0.9972
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	138.097	138.097	139.819	0.9877
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	145.975	145.975	147.636	0.9887
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	35.517	137.574	123.701	124.093	0.9968
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	35.517	133.670	119.923	116.632	1.0282
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	35.517	142.825	128.793	125.118	1.0294
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	59.195	146.687	127.820	127.934	0.9991
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$		59.195	141.435	123.027	122.599	1.0035	
$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	59.195	149.381	130.293	129.808	1.0037		

R/t = 200	E _f = 3000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	132.162	132.162	132.219	0.9996
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	144.020	144.020	145.587	0.9892
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	157.365	157.365	159.325	0.9877
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	36.992	150.635	135.967	136.342	0.9972
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	36.992	137.381	123.126	122.982	1.0012
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	36.992	142.696	128.265	123.981	1.0346
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	61.654	163.344	142.869	142.999	0.9991
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	61.654	147.409	128.227	128.146	1.0006
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	61.654	161.348	141.020	139.738	1.0092
	E _f = 8000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	99.797	99.797	99.968	0.9983
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	118.753	118.753	121.158	0.9801
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	133.588	133.588	136.760	0.9768
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	28.331	110.519	99.428	99.711	0.9972
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	28.331	108.158	97.142	95.145	1.0210
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	28.331	116.779	105.506	103.693	1.0175
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	47.218	117.971	102.841	102.930	0.9991
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	47.218	115.121	100.233	99.883	1.0035
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	47.218	122.475	106.989	106.656	1.0031
						min	0.9768
						max	1.0346
						Mittelwert	1.0024
						σ_x (Standard- abweichung)	0.0117

Tabelle 14: Vergleich der Mises-Vergleichsspannung aus den angesetzten Längskräften mit der Mises-Vergleichsspannung aus den Längsspannung der FE- Berechnung

Diese Tabelle gilt für Knickwinkel $\alpha = 15^\circ$

		$\sigma_{x,el}$	$\sigma_{22,m,max,FE}$	$\sigma_{mises,m,ber}$	$\sigma_{mises,m,max,FE}$	$\frac{\sigma_{mises,m,ber}}{\sigma_{mises,m,max,FE}}$	
R/t = 55	Er = 3000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	202.254	202.254	202.843	0.9971
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	200.341	200.341	202.556	0.9891
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	208.546	208.546	211.238	0.9873
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	52.159	232.651	211.453	213.179	0.9919
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	52.159	209.459	188.861	189.846	0.9948
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	52.159	202.648	182.255	183.353	0.9940
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	86.931	256.384	225.836	226.509	0.9970
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	86.931	231.973	202.985	203.088	0.9995
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	86.931	219.703	191.644	191.656	0.9999
	Er = 8000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	152.202	152.202	152.271	0.9995
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	162.101	162.101	165.316	0.9806
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	172.322	172.322	175.875	0.9798
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	40.054	170.558	154.476	155.830	0.9913
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	40.054	151.121	135.606	136.543	0.9931
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	40.054	151.502	135.974	133.110	1.0215
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	66.757	184.930	162.204	162.740	0.9967
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	66.757	160.144	139.326	139.352	0.9998
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	66.757	171.552	149.781	148.641	1.0077
R/t = 100	Er = 3000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	163.431	163.431	163.856	0.9974
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	167.746	167.746	170.549	0.9836
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	173.550	173.550	177.120	0.9798
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	41.848	192.249	175.116	176.417	0.9926
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	41.848	169.597	153.026	154.365	0.9913
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	41.848	163.020	146.645	148.365	0.9884
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	69.747	214.363	189.380	189.959	0.9970
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	69.747	188.094	164.697	164.978	0.9983
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	69.747	177.916	155.273	155.356	0.9995
	Er = 8000 N/mm ²	$\sigma_x = 0; \mu = 0$	0.000	122.885	122.885	122.923	0.9997
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.3$	0.000	137.698	137.698	141.475	0.9733
		$\sigma_x = 0; \mu = 0.6$	0.000	148.432	148.432	153.298	0.9683
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	32.049	138.456	125.538	126.532	0.9921
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	32.049	123.206	110.717	111.638	0.9917
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	32.049	122.454	109.989	108.333	1.0153
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0$	53.416	150.562	132.211	132.634	0.9968
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.3$	53.416	130.021	113.197	112.678	1.0046
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u; \mu = 0.6$	53.416	143.798	125.897	124.624	1.0102

R/t = 200	E _f = 3000 N/mm ²	$\sigma_x = 0 ; \mu = 0$	0.000	132.258	132.258	132.258	1.0000		
		$\sigma_x = 0 ; \mu = 0.3$	0.000	142.746	142.746	145.191	0.9832		
		$\sigma_x = 0 ; \mu = 0.6$	0.000	156.784	156.784	159.810	0.9811		
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0$	32.120	155.186	141.880	142.645	0.9946		
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.3$	32.120	143.503	130.443	131.584	0.9913		
		$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.6$	32.120	138.991	126.039	127.629	0.9875		
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0$	53.534	172.324	152.762	153.137	0.9976		
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.3$	53.534	146.909	128.777	129.113	0.9974		
		$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.6$	53.534	137.955	120.467	120.704	0.9980		
		E _f = 8000 N/mm ²	$\sigma_x = 0 ; \mu = 0$	0.000	105.895	105.895	105.895	1.0000	
	$\sigma_x = 0 ; \mu = 0.3$		0.000	124.041	124.041	127.067	0.9762		
	$\sigma_x = 0 ; \mu = 0.6$		0.000	141.635	141.635	145.617	0.9727		
	$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0$		26.045	117.300	106.689	107.286	0.9944		
	$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.3$		26.045	114.983	104.426	105.025	0.9943		
	$\sigma_x = 0.3 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.6$		26.045	112.197	101.707	102.430	0.9929		
	$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0$		43.408	126.147	111.002	111.264	0.9976		
	$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.3$		43.408	106.172	92.456	92.434	1.0002		
	$\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u ; \mu = 0.6$		43.408	119.660	104.922	104.874	1.0005		
								min	0.9683
								max	1.0215
							Mittelwert	0.9937	
							σ_x (Standardabweichung)	0.0099	

Tabelle 15: Vergleich der Mises-Vergleichsspannung aus den angesetzten Längskräften mit der Mises-Vergleichsspannung aus den Längsspannung der FE- Berechnung

Die Untersuchung ergibt, dass die Standardabweichung bei beiden Knickwinkel ungefähr ein Prozent liegt und somit die Mises-Vergleichsspannung vereinfacht mit den angesetzten Längskräften am Rand, die nicht die Erhöhung durch die Reibung mitberücksichtigen, berechnet werden kann, ohne dass nennenswerte Abweichungen daraus entstehen.

9 Zusammenfassung der Arbeit

Da im Druckrohrleitungsbau von Wasserkraftanlagen in der Regel für die Richtungsänderung des Rohrleitungsstranges Segmentkrümmer eingesetzt werden, wurden die vorliegenden Untersuchungen auf die dort vorherrschenden Bedingungen hin ausgerichtet. Segmentkrümmer stellen für Innendruckbelastung schwierige komplexe Konstruktionen dar, deren Berechnung nur unter speziellen Bedingungen mittels formelmäßiger Beziehungen gelingt. Bei allgemeineren Fällen scheiden analytische Lösungen praktisch aus.

Es wurden daher numerische Berechnungsmethoden angewandt, um die maßgebenden Spannungen bei verschiedenartigen Lagerungsbedingungen des Segmentkrümmers zu ermitteln. Um diese Berechnungen nachvollziehen zu können, wurde am Anfang dieser Arbeit das grundlegende Tragverhalten der Segmentkrümmer unter Innendruckbelastung in Abhängigkeit der Lagerungsverhältnisse gezeigt.

Es bestand einerseits die Aufgabe einen abgedeckelten freitragenden Segmentkrümmer mit zwei unterschiedlichen Randbedingungen zu berechnen und die Ergebnisse mit der heutzutage angewandten analytischen Berechnung nach Green/Emmerson zu vergleichen. Da diese analytische Berechnung in den 60er Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelt wurde, bestand der Bedarf den Gültigkeitsbereich der Berechnung für die im Wasserkraftwerksbau eingesetzten großen Abmessungen von Rohrleitungen zu untersuchen.

Der freitragende Segmentkrümmer wurde numerisch mit einem elastischen Materialgesetz berechnet und anschließend mit der analytischen Berechnung nach Green/Emmerson für verschiedene Geometrien anhand einer Parameterstudie verglichen. Es hat sich gezeigt, dass sich für die untersuchten Fälle die Erhöhungen der Umfangsmembranspannung und der maximalen Umfangsspannung an der Außenseite des Rohres im ungünstigsten Falle mit einer Abweichung von 10% zur numerischen Berechnung bestimmen lassen. Dies kann für praktische Zwecke als ausreichend angesehen werden.

Ebenso wurde die plastische Tragfähigkeit des freitragenden Segmentkrümmers mit denselben Abmessungen, wie in der elastischen Berechnung, untersucht. Die numerische Berechnung zeigt, dass der Segmentkrümmer durchaus plastische Tragreserven besitzt. Diese können mit einer modifizierten analytischen Berechnung nach Green/Emmerson, die die maximalen Umfangsmembranspannungen gegenüber der elastischen Berechnung reduziert, mit ausreichender Genauigkeit berücksichtigt werden. Diese plastischen Tragreserven dürfen üblicherweise für den Spannungsnachweis der Primärspannungen herangezogen werden.

Diese Ergebnisse, sowohl bei elastischen als auch plastischem Tragverhalten, erlauben daher, nun die Berechnung von Segmentkrümmern unterschiedlicher Abmessungen bei freitragenden Krümmer-Verhältnissen mit guter Genauigkeit mittels einfacher, von analytischen Herleitungen übernommenen Berechnungsformeln durchführen zu können. Es ist damit eine wesentliche Fragestellung bei der Auslegung von Krümmer-Bereichen im Druckrohrleitungsbau beantwortet worden.

Eine besondere Herausforderung bestand darin, die Gebirgsmitwirkung des im Druckschacht verlegten Segmentkrümmers mit zu berücksichtigen. Da im Druckschacht verschiedene Längsrandbedingungen (keine Längskräfte, Poisson-Kraft

oder volle Deckeldruckkraft) vorherrschen können und der Einfluss der Reibungskoeffizienten zwischen dem Stahlrohr und der Bettung zu erfassen ist, ergibt sich eine große Bandbreite für die Spannungszustände in den einzelnen Segmentkrümmern.

Der Versuch die Ergebnisse des gebetteten Krümmers mit den analytischen Formeln des freitragenden Krümmers kalibrieren zu können, wurde so durchgeführt, dass zunächst eine Trennung der vom Stahlrohr allein aufgenommenen Innendrucke und der von der Bettung übernommenen Drücken nach den Regeln für das gerade Rohr vorgenommen wurde. Auf Grundlage dieser Drücke des Stahlrohrs wurde dann der Vergleich zwischen den Spannungen der numerischen Berechnung und den analytischen Formeln geführt. Es zeigte sich, dass die analytischen Formeln die Verhältnisse des gebetteten Krümmers nur mit großer Streubreite abbilden können. Dies gilt umso mehr, je weiter das Systemverhalten (Randlagerung, Reibung) von jenen des freitragenden Systems abweicht. In Fällen, in denen diese Unterschiede wegfallen, nähern sich diese Ergebnisse umso besser an, je steifer bzw. dickwandiger das Rohr ausgebildet ist. Dies liegt daran, dass die Bettungswirkung dort wenig Einfluss hat, während bei dünnwandigen weichen Rohren die lokale Biegewirkung am Segmentknick durch die Bettung deutlich abgebaut werden kann. Daraus folgt, dass bei den anders gelagerten Fällen von Längslagerung und Reibung erweiterte Studien zur Klärung der Zusatzeinflüsse erforderlich sind, um die Streubreite der Vergleichsergebnisse verringern zu können.

Literaturverzeichnis

- [1] **B. S. Owen, W. C. Emmerson.** Elastic stresses in single mitred bends. *Journal mechanical engeneering science.* 1963, Bd. Vol. 5.
- [2] **A. E. Green, W. C. Emmerson.** Stresses in a pipe with a discontinous bend. *J. Mechs. Phys. Solids.* Vol. 9 1961, S. 91- 104.
- [3] **M. P. Bond, R. Kitching.** Multi- mitred and single- mitred bends subjected to internal pressure. *Int. J. mech. Sci.* 1971, Vol. 13, S. 471-488.
- [4]. **Rodabaugh, E. C.** *Review of data on mitre joints in piping to establish maximum angularity for fabrication of girth butt welds.* Columbus, Ohio : Welding Research Council, 1975.
- [5] **ABAQUS Documentation 6.10.** USA : Dassault Systèmes, 2010.
- [6] **Europäische Norm EN 1993-1-6:2007 (D).**
- [7] **C.E.C.T, Comite Europeen de la Chaudronnerie et de la Tolerie.** *Recommondations for the Design, Manufrature an Erection of steel penstocks of welded Construction for Hydro Electric Installations.* Janvier : s.n., 1979.
- [8] **Seeber, Gerhard.** *Druckstollen und Druckschächte.* Stuttgart : Enke, 1999. ISBN: 3-13-117511-7.

ANHANG A

1 Plastische Untersuchungen am geraden Rohr

1.1 Allgemeines

Die Fragestellung in diesem Kapitel lautet: Kann die Grenztragfähigkeit eines Rohres unter Innendruck durch zusätzliche axiale Zwängungsspannungen (nicht nachdrängende Lasten) günstig oder ungünstig beeinflusst werden?

Um zu verstehen, wie sich ein Segmentkrümmer unter Innendruck und Zwängungsspannungen verhält, ist es sinnvoll, diesen Sachverhalt vorerst an einem geraden Rohr darzustellen.

Ein Ziel ist es ebenfalls, die Zusammenhänge der Umfangs- und Längsspannungen mit der Mises-Vergleichsspannung darzustellen und verstehen zu lernen.

Betrachtet werden zwei Fälle:

- Gerades Rohr ohne Dickensprung
- Gerades Rohr mit Dickensprung in Rohrlängsrichtung (mit und ohne Exzentrizität)

Es handelt sich um ein gerades Rohrstück, das an beiden Enden unverschieblich gehalten ist.

1.2 Gerades Rohr ohne Dickensprung

Das Rohr wird mit folgender Geometrie und folgenden Materialeigenschaften berechnet:

$$D_i = 3300 \text{ mm}$$

$$r_m = 1662.5 \text{ mm}$$

$$l_x = 500 \text{ mm (Länge des FE-Modells)}$$

$$t = 25 \text{ mm}$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2 \text{ - Stahl S420}$$

$$E_{st} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

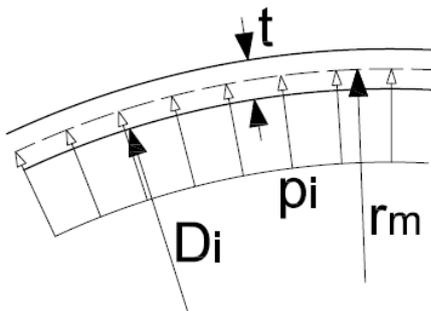


Abbildung 196: Definition der geometrischen Abmessungen und der Angriffsebene des Innendrucks

1.2.1 Beschreibung des FE- Modells

Die Berechnung wird mittels der in Kapitel 4 Grundlagen der FE-Berechnung beschriebenen Elemente durchgeführt. Um eine gute Auflösung der Ergebnisse zu bekommen, sind 200 Elementreihen in Umfangsrichtung und 10 Elementreihen in Längsrichtung definiert (Abbildung 197). Durch die symmetrische Belastung und Geometrie braucht nur die halbe Rohrschale modelliert werden.

Randbedingungen:

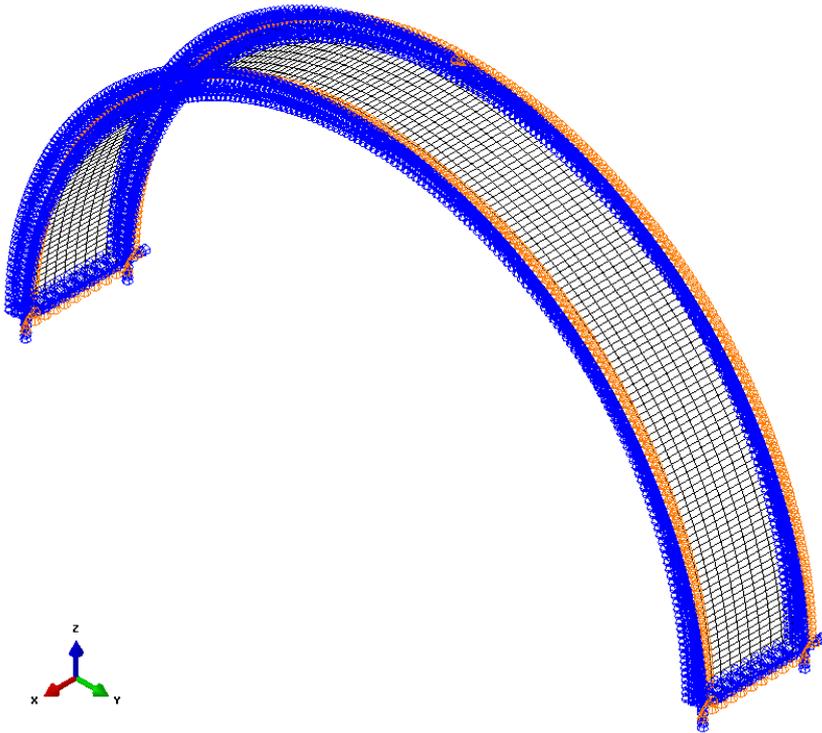


Abbildung 197: Randbedingungen des FE- Modells (ohne Dickensprung); Blau = Verdrehung, Orange = Verschiebung

Die Randbedingungen in der x-y Ebene stellen eine Symmetrieebene dar. D. h. die Verschiebung in z- Richtung und die Verdrehungen um die x- und y- Achse sind gesperrt.

Die Randbedingungen an der y-z Ebene an beiden Enden des Rohres sind folgende: Die Verschiebung in x- Richtung und die Verdrehungen um die y- und z- Achse sind gesperrt. Um das ganze System unverschieblich in y- Richtung zu machen wird zusätzlich ein Knoten am Scheitel des Rohres in y- Richtung gehalten (Abbildung 197). Das Materialverhalten des Stahls wird mit einer bilinearen Arbeitslinie mit einem unendlich langen Fließplateau eingegeben (Abbildung 198). Um keine unrealistisch großen Dehnungen zuzulassen, sind die plastischen Dehnungen bei jeder Berechnung mitausgegeben. Es hat sich jedoch gezeigt, dass keiner der unten beschriebenen Fälle zu hohe Dehnungen aufweist.

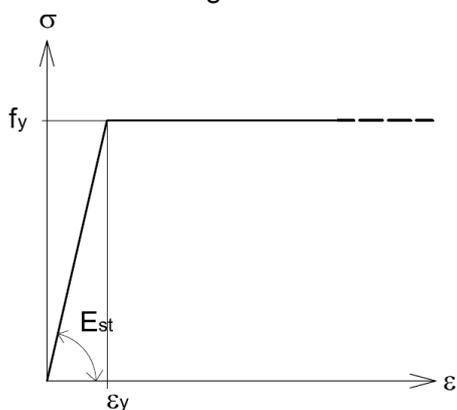


Abbildung 198: Arbeitslinie Stahl FE- Berechnung

Die Berechnungsmethode ist eine materiell nichtlineare Berechnung (MNA), die somit den Innendruck immer auf die Ausgangsgeometrie bezieht.

1.2.2 Lastfälle

Es werden verschiedene Fälle der Zwangsbeanspruchung untersucht. Im ersten Schritt der Berechnung wird die Zwangsbeanspruchung aufgebracht und anschließend der Innendruck bis zur Grenztragfähigkeit gesteigert.

Die berechneten Fälle lauten:

1. Es wird nur der Innendruck p_i allein als Last auf das Rohr aufgebracht. (p_i)
2. Im ersten Schritt wird auf das System eine Temperaturerhöhung um 20° C aufgebracht und anschließend der Innendruck p_i gesteigert. ($p_i + \Delta T$)
3. Im ersten Schritt wird auf das System ein Temperaturabfall um 20° C aufgebracht und anschließend der Innendruck p_i gesteigert. ($p_i + \Delta T$)
4. Im ersten Schritt wird auf das Rohr eine Stauchung aufgebracht, die zur Folge hat, dass die Längsspannung im Rohr die negative Fließspannung f_y erreicht.
($p_i + \varepsilon(-f_y)$)
5. Im ersten Schritt wird auf das Rohr eine Dehnung aufgebracht, die zur Folge hat, dass die Längsspannung im Rohr die Fließspannung f_y erreicht. ($p_i + \varepsilon(+f_y)$)

1.2.3 Fall 1 p_i

1.2.3.1 Analytische Rechnung des maximal aufnehmbaren Innendruck

Analytisch berechnet sich der maximal aufnehmbare Innendruck zu: (unter der Annahme, die sich später als richtig herausstellt, dass im vollplastischen Zustand die Poissonziffer ν vom Stahl von 0.3 zu 0.5 wird d. h. $\sigma_x = 0.5 * \sigma_u$ und dass die Mises-Vergleichsspannung genau die Fließgrenze erreicht)

$$\sigma_u = \frac{p_i * r_m}{t} \dots \text{Kesselformel für große } r/t\text{-Verhältnisse}$$

Die Mises-Vergleichsspannung errechnet sich zu:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_x^2 - \sigma_u \sigma_x} \dots \text{mit Vernachlässigung der Radial - u. Schubspannungen}$$

Die Bedingung $\sigma_x = 0.5 * \sigma_u$ in die obere Formel eingesetzt gibt:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_u^2 + 0.5^2 * \sigma_u^2 - 0.5 * \sigma_u^2} \rightarrow \sigma_v = 0.8660 * \sigma_u \rightarrow \sigma_u = 1.155 * \sigma_v$$

$$\sigma_v = 0.8660 * \frac{p_i * r_m}{t}$$

Daraus berechnet sich der maximale aufnehmbare Innendruck zu:

$$p_i = \frac{\sigma_v * t}{0.8660 * r_m}$$

$$\sigma_v = f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$\max p_i = \frac{f_y * t}{0.8660 * r_m} = \frac{400 * 25}{0.8660 * 1662.5} = 6.946 \text{ N/mm}^2$$

D.h. beim maximal aufnehmbaren Innendruck ist die Mises-Vergleichsspannung auf die Fließgrenze ausgenutzt.

1.2.3.2 FE- Berechnung MNA

Die Berechnung des Lastfalls 1 wird mit dem im Kapitel 1.2.1 beschriebenen FE-Modell durchgeführt. Berechnungsmethode ist eine materiell nichtlineare Berechnung (GMA). D.h. der Innendruck greift immer an der unverformten Geometrie an.

Erläuterung zu den Diagrammen:

Die Abbildung 199 stellt die Längs-, Umfangs- und Mises-Spannungen über den Verlauf der Laststeigerung dar. Jeder Punkt in den Spannungsverläufen stellt eine Berechnung bei einem gewissen Laststeigerungsfaktor dar. Am Beginn der Laststeigerung ist jeder Schritt, um den die Last weiter gesteigert wird, gleich groß. Am Ende der Berechnung verdichten sich die Punkte, da die Schritte der Laststeigerung verkleinert werden, um die Grenztragfähigkeit des Systems zu ermitteln.

Die Umfangsspannung steigt anders als die Längsspannung über den gesamten Verlauf der Laststeigerung konstant an. Die Längsspannung steigt, sobald die Mises-Vergleichsspannung die Fließgrenze erreicht, analog zur Mises-Ellipse an (siehe Abbildung 200). Die Mises-Ellipse in Abbildung 200 stellt das Mises-Vergleichsspannungskriterium graphisch dar, d.h. an jedem Punkt der Ellipse

entspricht die Mises-Vergleichsspannung der Fließgrenze f_y . Das Verhältnis von der Längsspannung zur Umfangsspannung ist bis zur Erreichung der Fließgrenze der Mises-Vergleichsspannung 0.3.

Die Abbildung 201 stellt die plastischen Dehnungen über den Verlauf der Laststeigerung dar. Plastische Dehnungen treten erst dann auf, wenn die Mises-Vergleichsspannung die Fließgrenze erreicht. Die Radialverschiebungen steigen, (Abbildung 202) bis die Mises-Vergleichsspannung die Fließgrenze erreicht, konstant an. Wird die Last weiter gesteigert, steigen die Radialverschiebungen überproportional an.

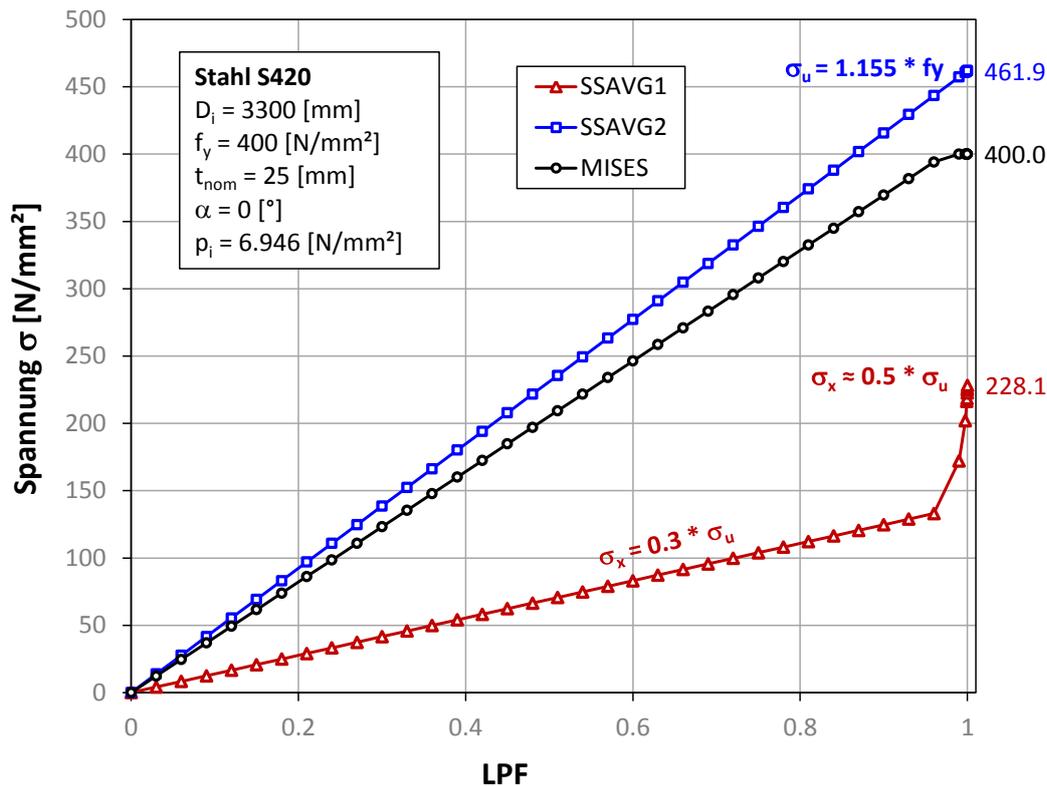


Abbildung 199: Spannungen infolge p_i in Abhängigkeit vom LPF

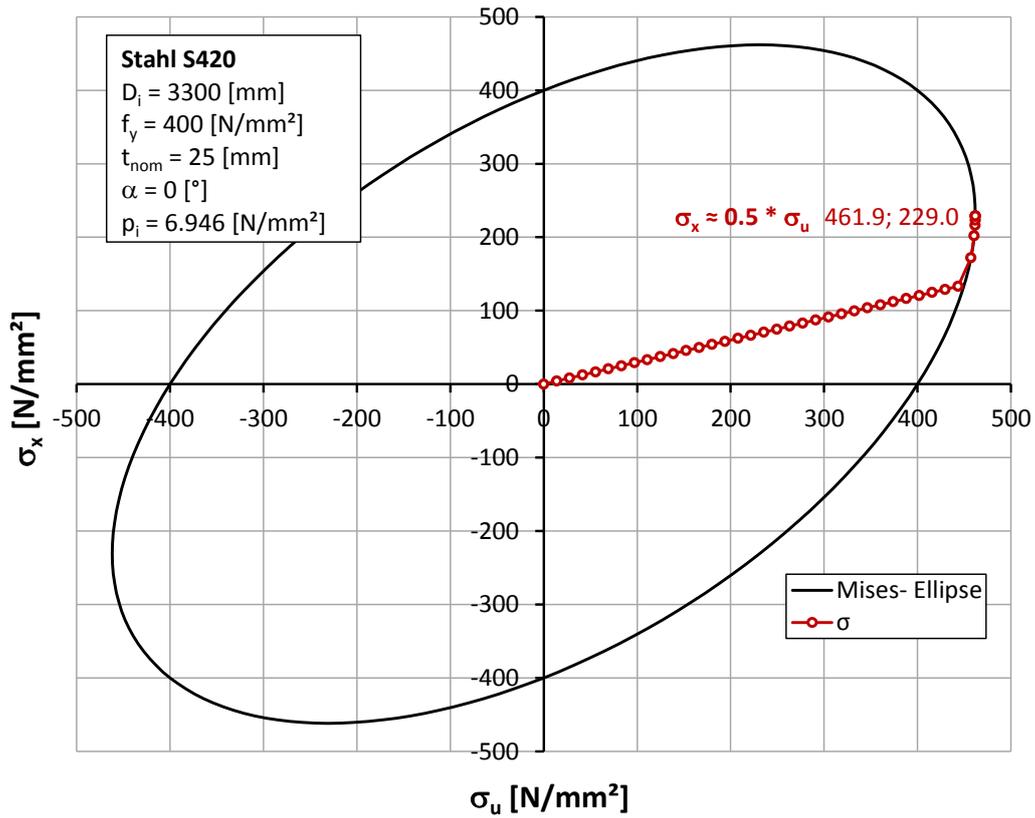


Abbildung 200: Spannungen infolge p_i dargestellt an der Mises- Ellipse

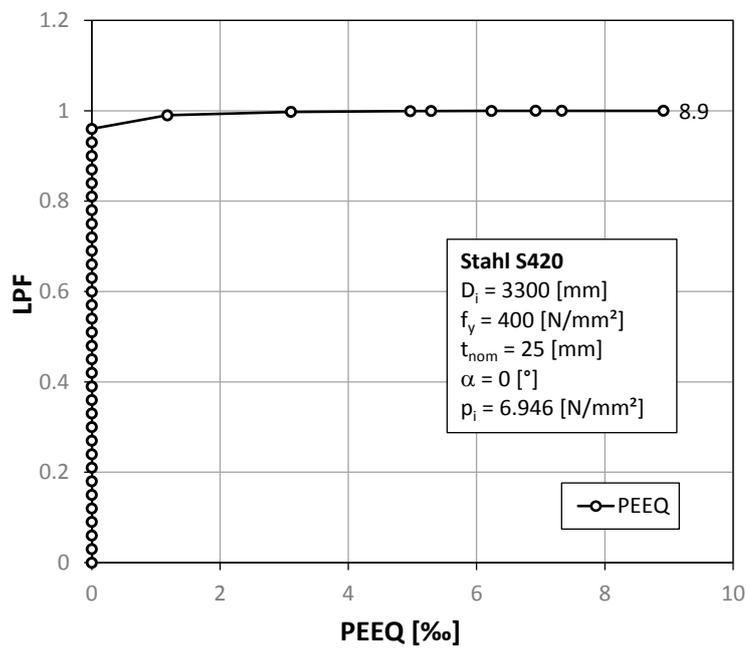


Abbildung 201: plastische Dehnung Fall 1

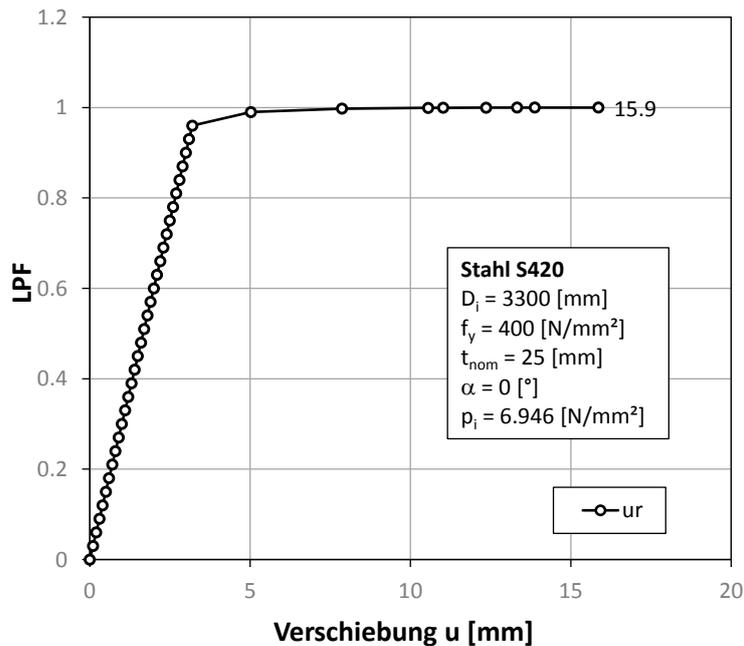


Abbildung 202: Radialverschiebung Fall 1

1.2.4 Fall 2 $p_i + \Delta T$

1.2.4.1 FE- Berechnung MNA

Der Innendruck wird wie im Kapitel 1.2.3.1 beschrieben angesetzt.

Der Temperaturunterschied und die damit verbundene Stauchung werden durch eine Auflagerverschiebung am Ende des Rohres eingegeben:

$$\Delta T = +20^\circ \text{ C}$$

$$\Delta l = \alpha_t * \Delta T * l = 1.2 * 10^{-5} * 20 * 500 = 0.120 \text{ mm}$$

Die Berechnung erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt (Step 1) wird das Rohr um 0.12 mm verkürzt und im zweiten Schritt (Step 2) wird der Innendruck gesteigert. Die Umfangsspannungen sind im ersten Schritt null, da die Stauchung des Rohres nur eine Längsspannung bewirkt (Abbildung 203). Im zweiten Schritt zeigt sich, wie in der vorhergehenden Berechnung, dass die Längsspannung, sobald die Mises-Vergleichsspannung die Fließgrenze erreicht, sich analog zu Mises-Ellipse erhöht.

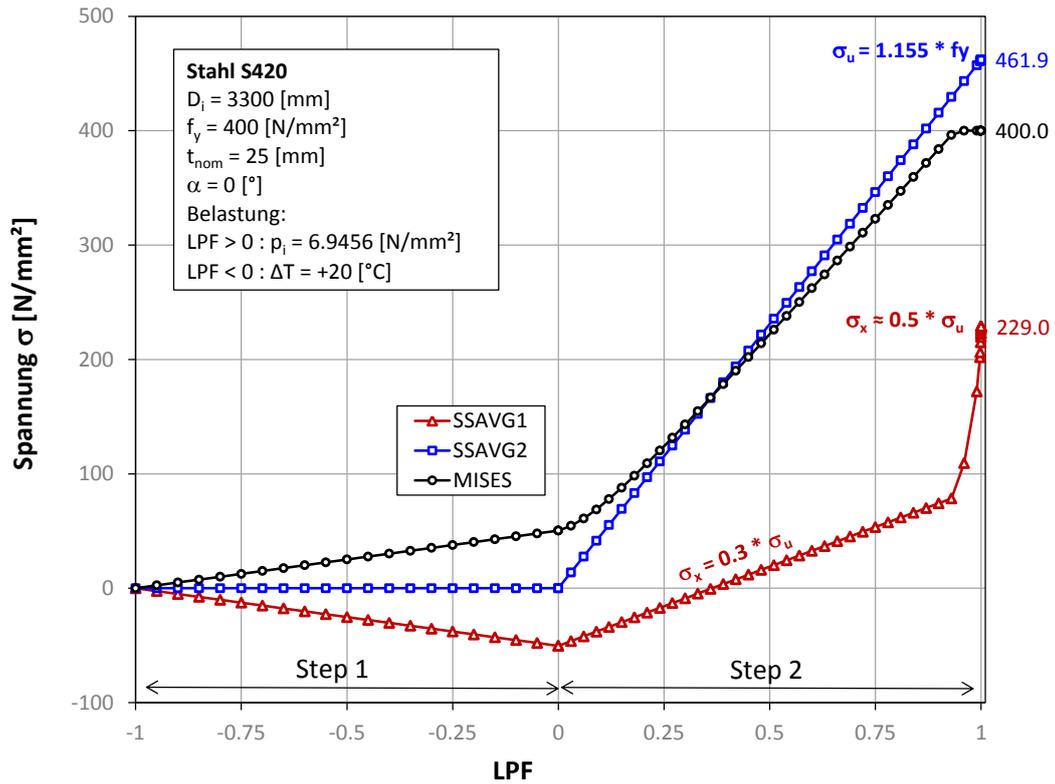


Abbildung 203: Spannungen in Folge $p_i + \Delta T$ in Abhängigkeit vom LPF

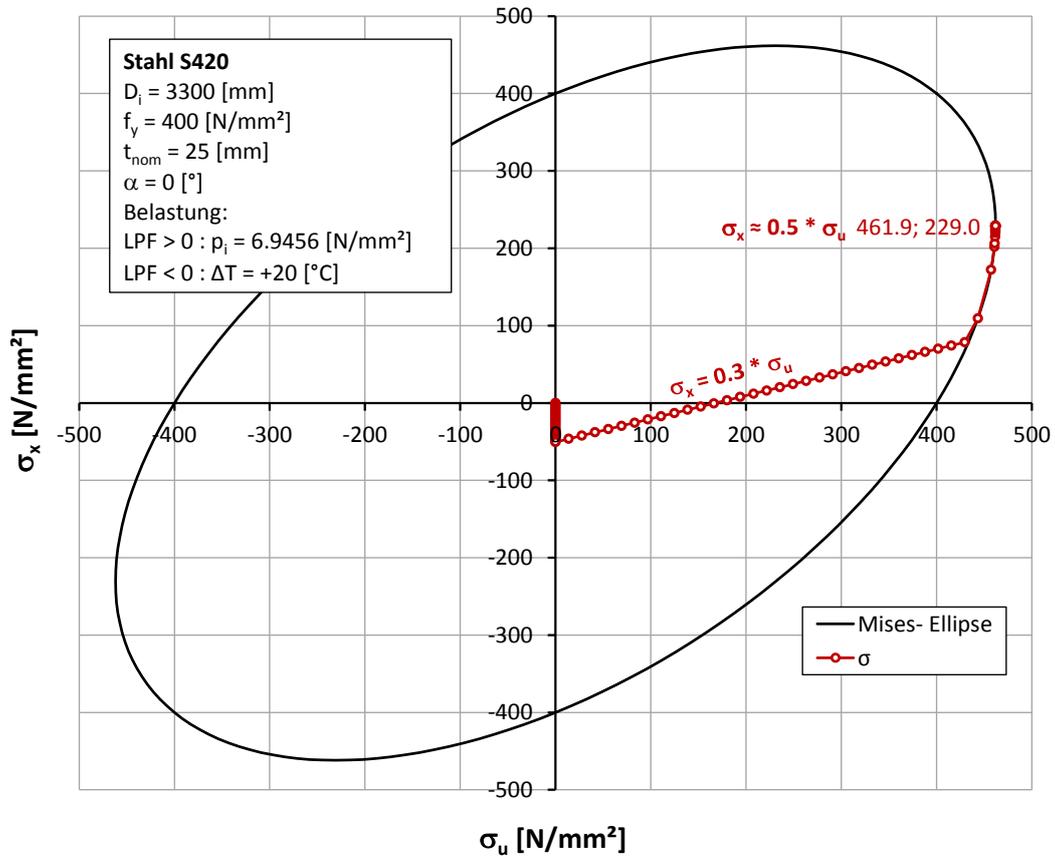


Abbildung 204: Spannungen infolge $p_i + \Delta T$ dargestellt an der Mises- Ellipse

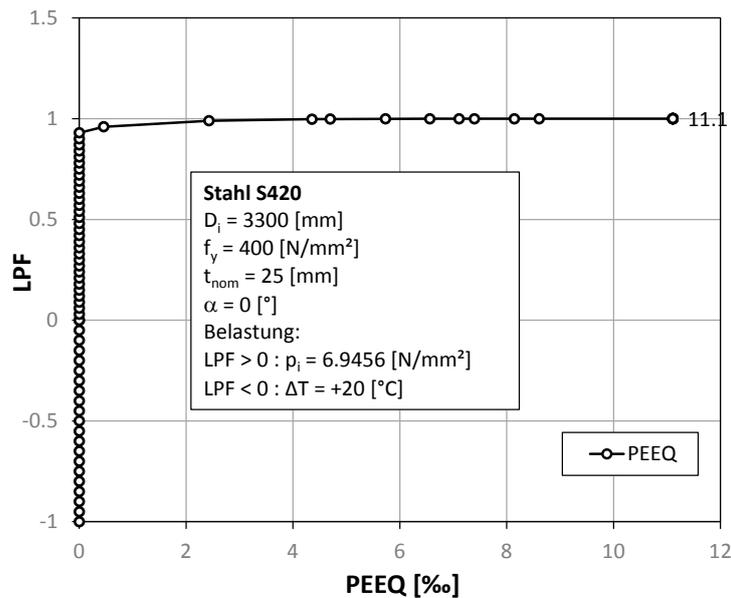


Abbildung 205: plastische Dehnung Fall 2

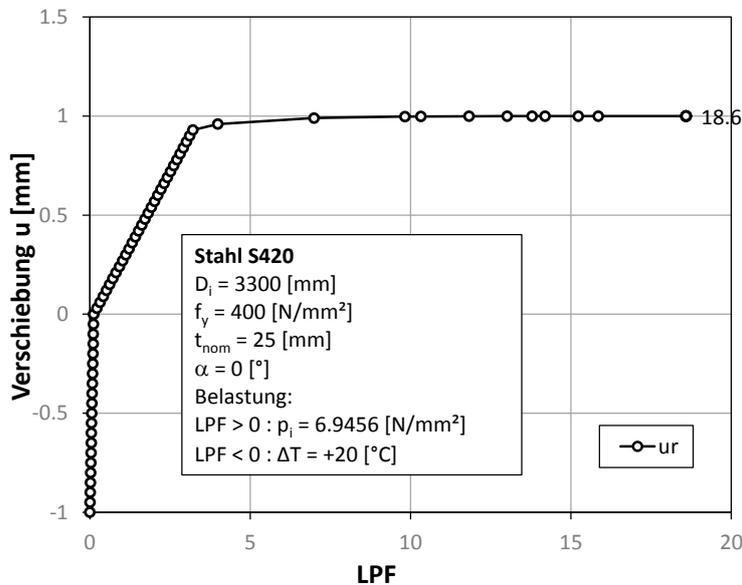


Abbildung 206: Radialverschiebung Fall 2

1.2.5 Fall (3) $p_i - \Delta T$

1.2.5.1 FE- Berechnung MNA

Der Innendruck wird wie im Kapitel 1.2.3.1 beschrieben angesetzt.

Der Temperaturunterschied und die damit verbundene Dehnung werden durch eine Auflagerverschiebung am Ende des Rohres eingegeben:

$$\Delta T = -20^\circ \text{C}$$

$$\Delta l = \alpha_t * \Delta T * l = 1.2 * 10^{-5} * (-20) * 500 = -0.120 \text{ mm}$$

D. h. das Rohr wird im ersten Schritt der Berechnung um 0.12 mm verlängert.

Analoge Vorgehensweise wie im Fall 2.

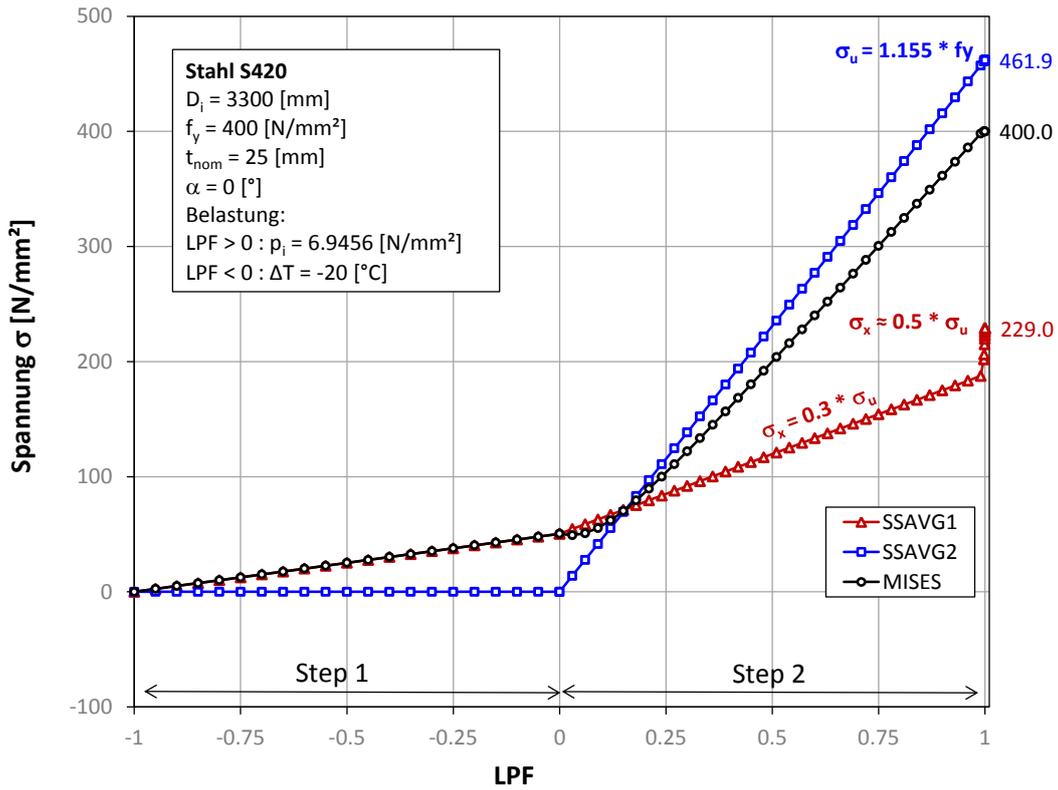


Abbildung 207: Spannungen in Folge p_i - ΔT in Abhängigkeit vom LPF

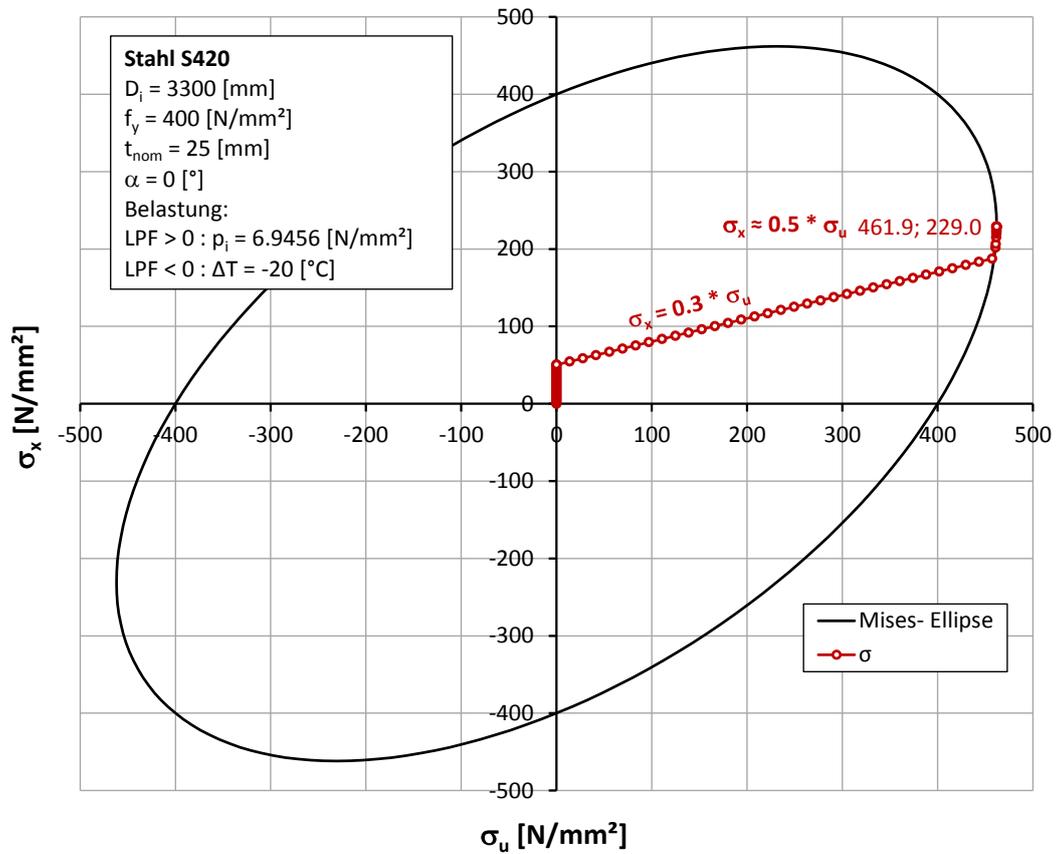


Abbildung 208: Spannungen infolge p_i - ΔT dargestellt an der Mises- Ellipse

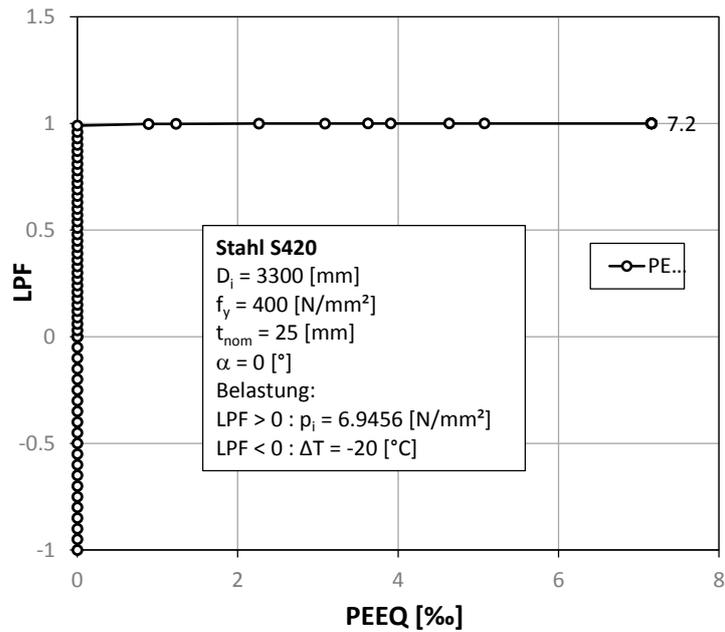


Abbildung 209: plastische Dehnung Fall 3

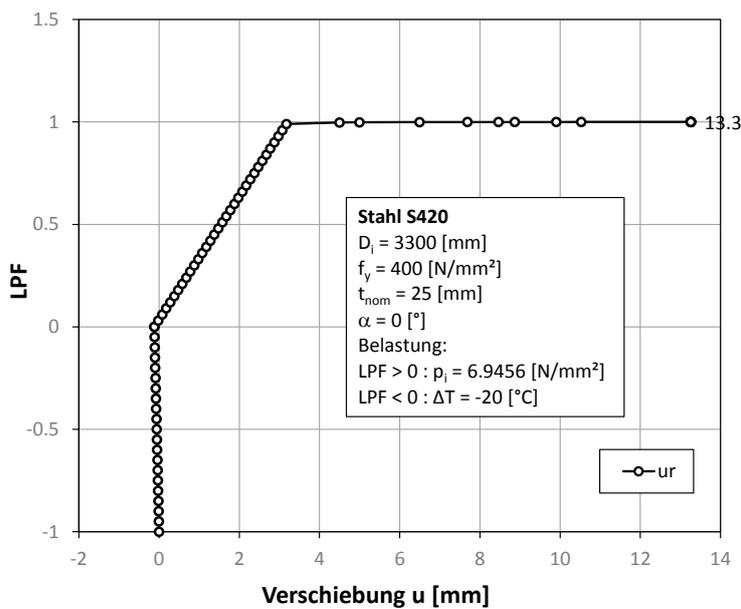


Abbildung 210: Radialverschiebung Fall 3

1.2.6 Fall (4) $p_i + \varepsilon(-f_y)$

1.2.6.1 FE- Berechnung MNA

Der Innendruck wird wie im Kapitel 1.2.3.1 beschrieben angesetzt.

Am Rohr soll eine Stauchung aufgebracht werden, die eine Längsspannung in der Höhe von der negativen Fließspannung erzeugt:

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_{st}} = \frac{400}{210000} = 1.9048 \text{ ‰}$$

Die Auflagerverschiebung errechnet sich zu:

$$\Delta l = \varepsilon_y * l = 1.9048 \text{ ‰} * 500 = 0.952 \text{ mm}$$

D. h. das Rohr wird im ersten Schritt der Berechnung um 0.952 mm verkürzt. Nun erreicht die Mises-Vergleichsspannung schon bevor der Innendruck gesteigert wird die Fließgrenze (Abbildung 211 und Abbildung 212) und dennoch kann der Innendruck gesteigert werden. Der Grund dafür ist, dass die aufgebrachte Stauchung keine „nachdrängende“ Last ist, und sich somit die Längsspannungen im Rohr analog zur Mises-Ellipse erhöhen können. Die Umfangsspannung steigt bis zu ihrem Maximum konstant an.

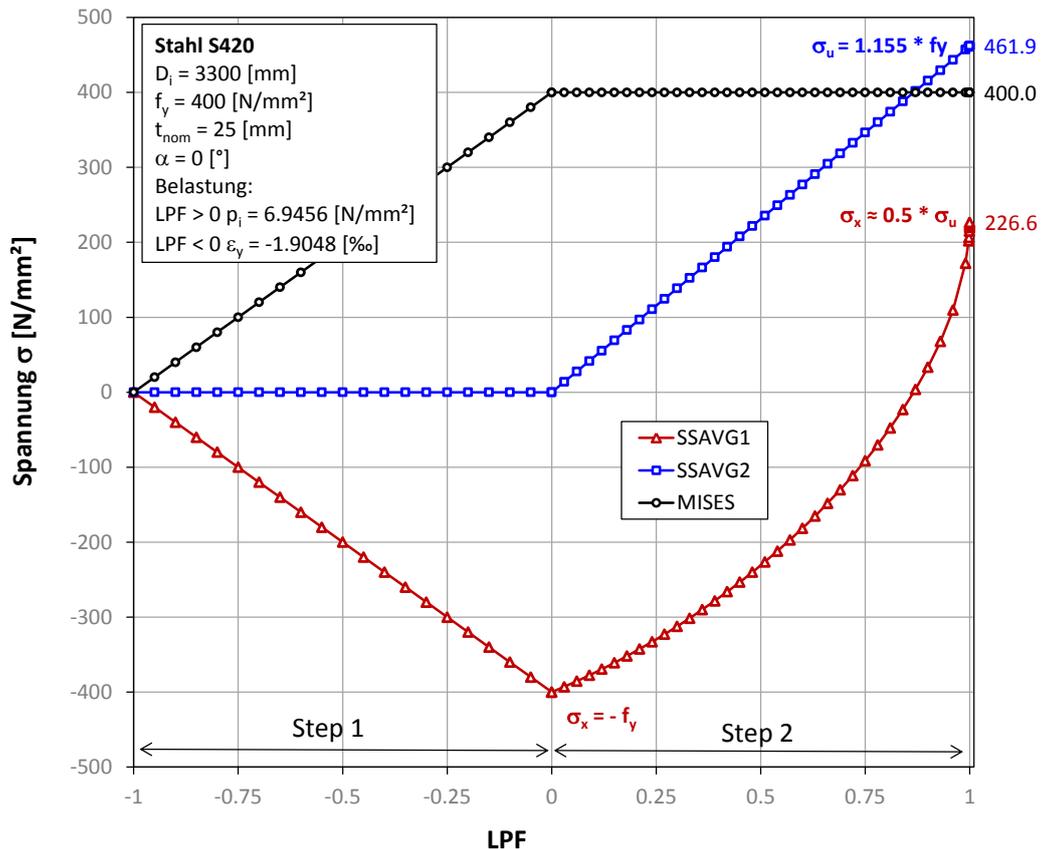


Abbildung 211: Spannungen in Folge $p_i + \varepsilon(-f_y)$ in Abhängigkeit vom LPF

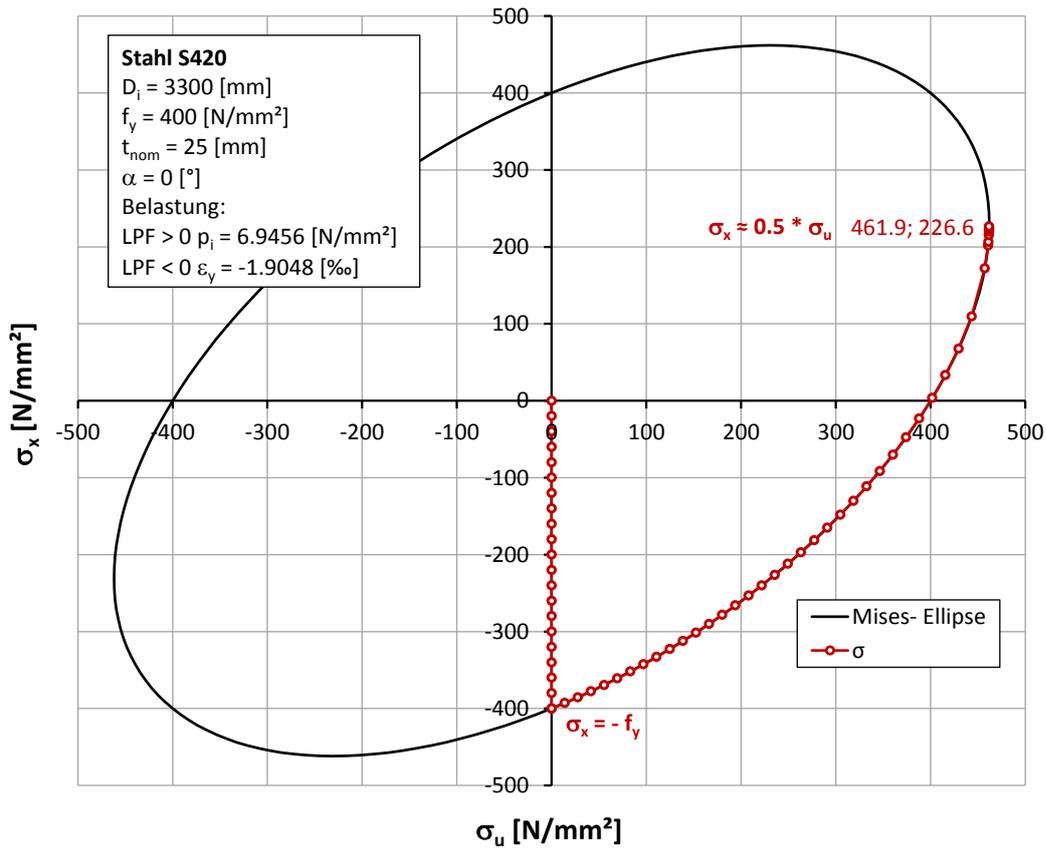


Abbildung 212: Spannungen infolge $p_i + \varepsilon(-f_y)$ dargestellt an der Mises- Ellipse

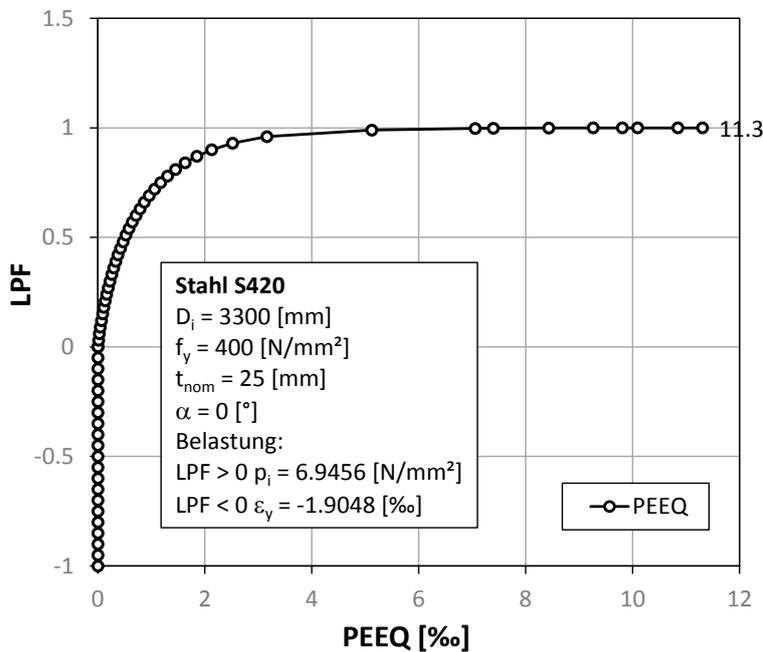


Abbildung 213: plastische Dehnung Fall 4

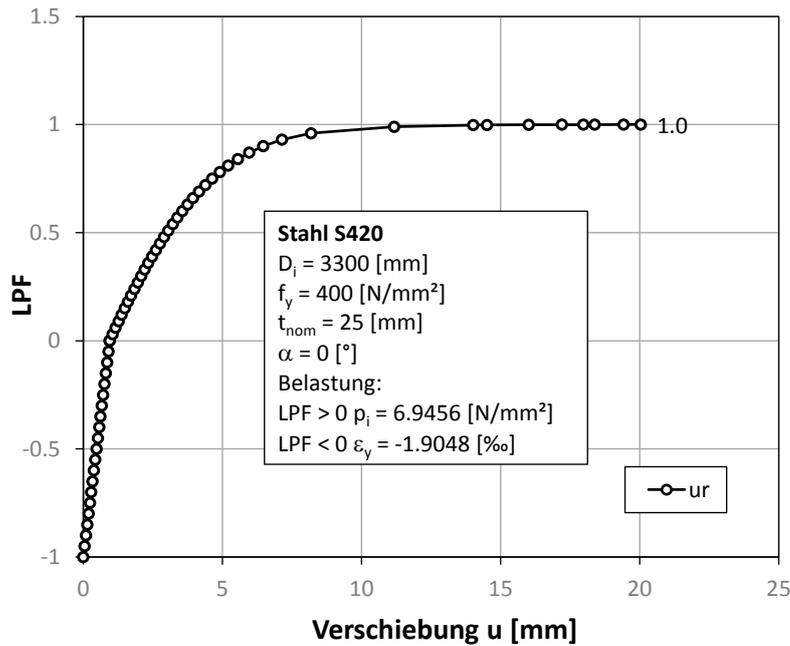


Abbildung 214: Radialverschiebung Fall 4

1.2.7 Fall (5) $p_i + \epsilon(+f_y)$

1.2.7.1 FE- Berechnung MNA

Der Innendruck wird wie im Kapitel 1.2.3.1 beschrieben angesetzt.

Am Rohr soll eine Dehnung aufgebracht werden, die eine Längsspannung in der Höhe von der Fließspannung erzeugt:

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_{st}} = \frac{400}{210000} = 1.9048 \text{ ‰}$$

Die Auflagerverschiebung errechnet sich zu:

$$\Delta l = \epsilon_y * l = 1.9048 \text{ ‰} * 500 = 0.952 \text{ mm}$$

D. h. das Rohr wird im ersten Schritt der Berechnung um 0.952 mm verlängert.

In diesem Fall können sich im zweiten Schritt die Längsspannungen, dadurch dass die Umfangsspannung durch den Innendruck einen günstigen Einfluss auf die Mises-Vergleichsspannung erzeugt, über die Fließgrenze gesteigert werden (Abbildung 215). Wenn die Mises-Vergleichsspannung durch die weitere Steigerung des Innendrucks wieder die Fließgrenze erreicht, beginnen die Längsspannungen analog zur Mises-Ellipse abzunehmen (Abbildung 216).

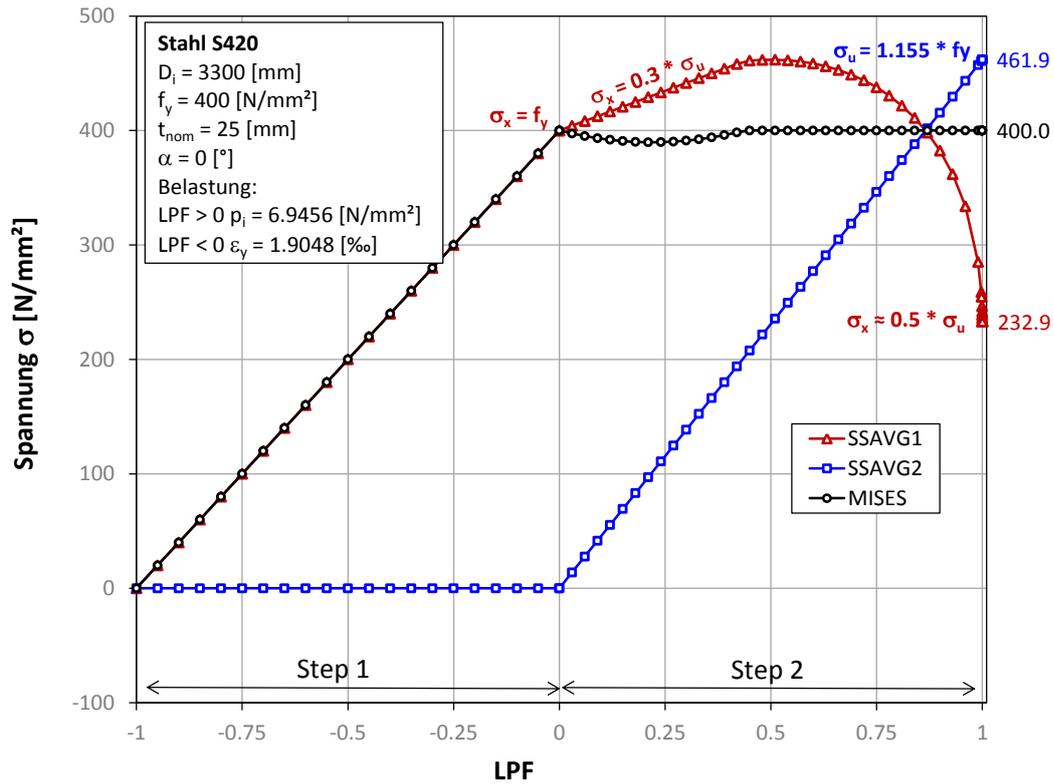


Abbildung 215: Spannungen in Folge $p_i + \varepsilon(+f_y)$ in Abhängigkeit vom LPF

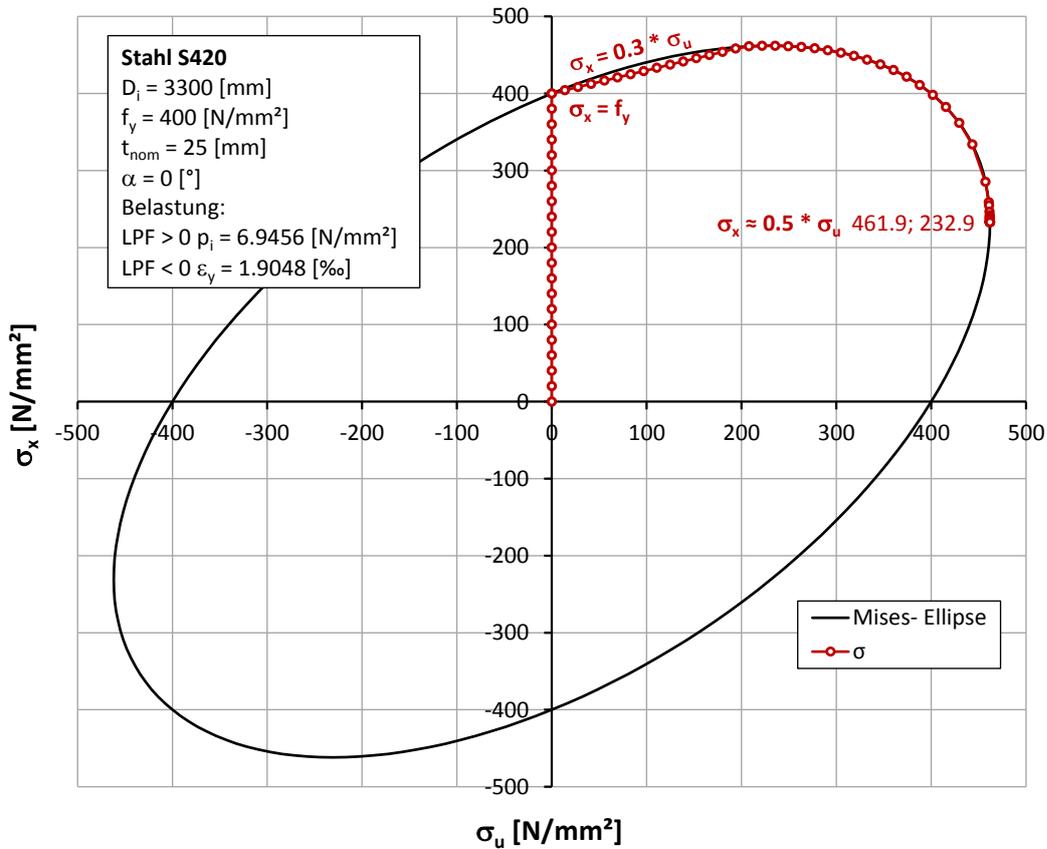


Abbildung 216: Spannungen infolge $p_i + \varepsilon(-f_y)$ dargestellt an der Mises- Ellipse

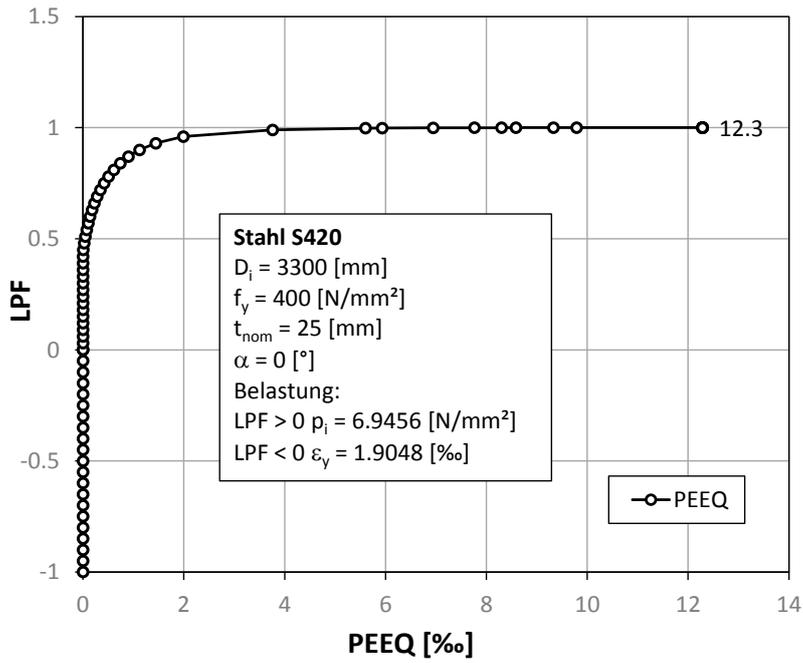


Abbildung 217: plastische Dehnung Fall 5

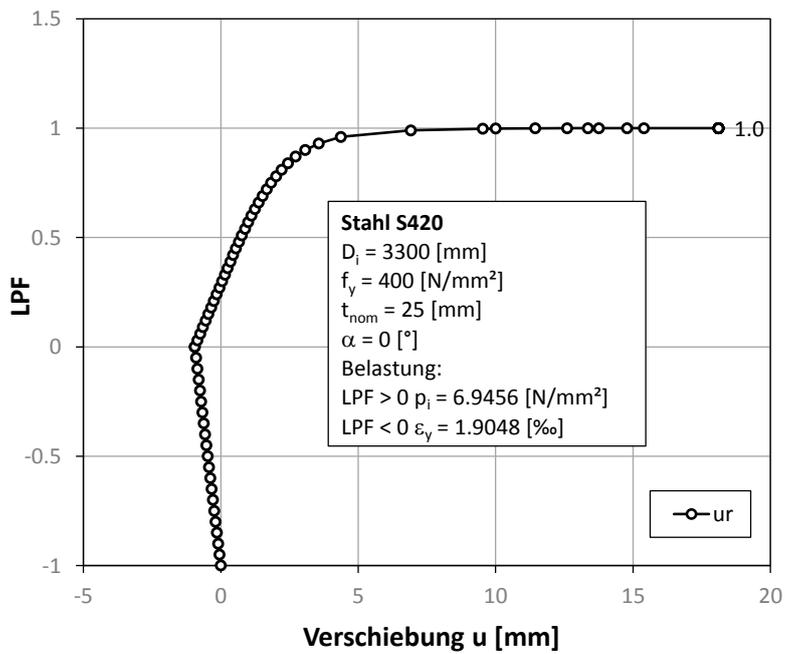


Abbildung 218: Radialverschiebung Fall 5

1.2.8 Zusammenfassung

Wie aus den Bildern hervorgeht ist es ohne Einfluss welche Zwangsbeanspruchungen (Temperatur, aufgebrachte Dehnungen) im ersten Schritt im Rohr aufgebracht werden. Die Umfangsspannung, die im zweiten Schritt durch den Innendruck erzeugt wird, erreicht in jedem Fall den Wert von:

$$\sigma_u = 1.155 * f_y$$

Der Faktor 1.155 kommt aus der Mises-Vergleichsspannung (siehe Kapitel 1.2.3.1). Das Rohr fängt dann an zu fließen, wenn die Vergleichsspannung den Wert von f_y erreicht. Darüber hinaus ist zu beobachten, dass sich im Rohr immer der Zustand einstellt, der auf der Mises- Ellipse die maximale Umfangsspannung ergibt. Der Punkt ist bei:

$$\sigma_x = 0.5 * \sigma_u$$

Wenn die Mises-Vergleichsspannung die Fließgrenze erreicht und die Last noch weiter gesteigert wird, beginnen die Dehnungen und Radialverschiebungen bis zum Versagen je nach den aufgebrachten Vordehnungen mehr oder weniger stark anzusteigen.

1.3 Gerades Rohr ($l_x = 3000$ mm) mit Dickensprung in Rohrlängsrichtung

Das Rohr wird mit folgender Geometrie und folgenden Materialeigenschaften berechnet:

$$D_i = 3300 \text{ mm}$$

$$r_m = 1660 \text{ mm}$$

$$l_x = 3000 \text{ mm (Länge des FE-Modells)}$$

$$t_1 = 25 \text{ mm}$$

$$t_2 = 20 \text{ mm}$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{st} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

Der Dickensprung befindet sich bei $l_x = 1500$ mm.

Das Rohr wird mit einem Dickensprung mit und ohne exzentrischen Anschluss berechnet.

Beim exzentrischen Anschluss beträgt die Exzentrizität: $e = 2.5$ mm

1.3.1 Beschreibung des FE- Modells

Die Berechnung wird mittels der in Kapitel 4 „Grundlagen der FE-Berechnung“ beschriebenen Elemente durchgeführt. Um eine gute Auflösung der Ergebnisse zu bekommen, sind 200 Elementreihen in Umfangsrichtung und 80 Elementreihen in Längsrichtung definiert (Abbildung 219). Um sicher zu gehen, dass die lokalen Spannungsänderungen im Bereich des Dickensprungs gut erfasst werden, wird das Netz dort verfeinert. Die kleinste Elementlänge (in x- Richtung) beträgt 3.38 mm.

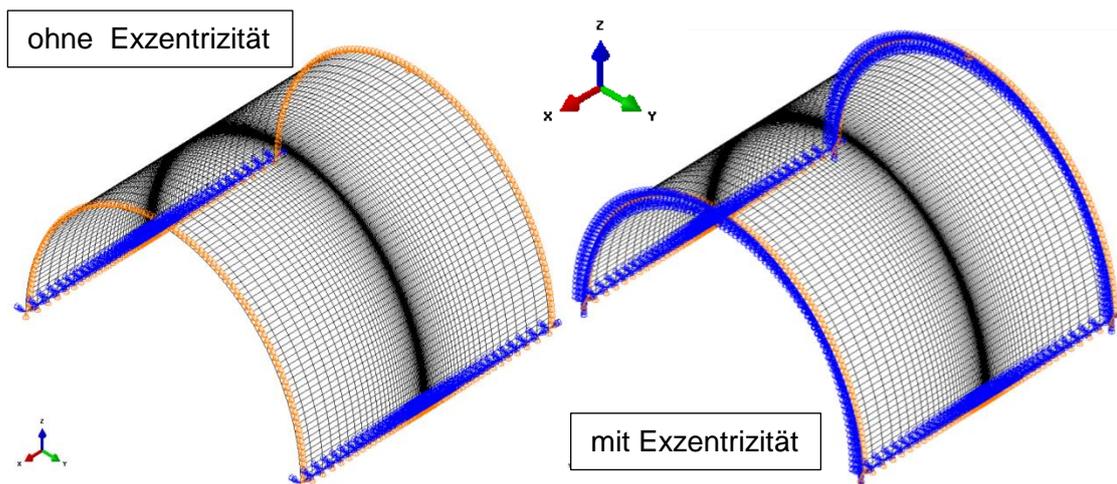


Abbildung 219: Randbedingungen des FE- Modells (Dickensprung); Blau = Verdrehung, Orange = Verschiebung

Beim Rohr mit exzentrischem Dickensprung entsprechen die Randbedingungen denen im Kapitel 1.2.1.

Mit zentrischem Dickensprung sind die in der y-z Ebene liegenden Verdrehungen jedoch frei. Dies ist beim exzentrischen Dickensprung nicht möglich, da die Auflager am Ende des Rohrs immer in der Bezugsebene, an der auch der Innendruck angreift

(siehe Abbildung 221), liegen und sich somit ein zusätzliches Moment im Auflagerbereich ergeben würde. Damit das System keine zusätzlichen Tragreserven auf Grund der gesperrten Verdrehungen in der plastischen Rechnung aufbauen kann, (die wie sich später jedoch herausstellt verschwindend gering sind) werden die Randbedingungen freigegeben.

Das Material wird wie in der Abbildung 198 dargestellt eingegeben.

Da die Spannungen über die Länge nicht mehr konstant sind, wie im Rohr ohne Dicken sprung, sind die Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen, die in Abhängigkeit vom LPF dargestellt sind, im Fall (1a) bis (2b) am Anfang und am Ende des Rohres ausgelesen. Für den Fall (3a) und (3b) mit dem linear veränderlichen Druck sind die maßgebenden Elemente in Abbildung 220 dargestellt.

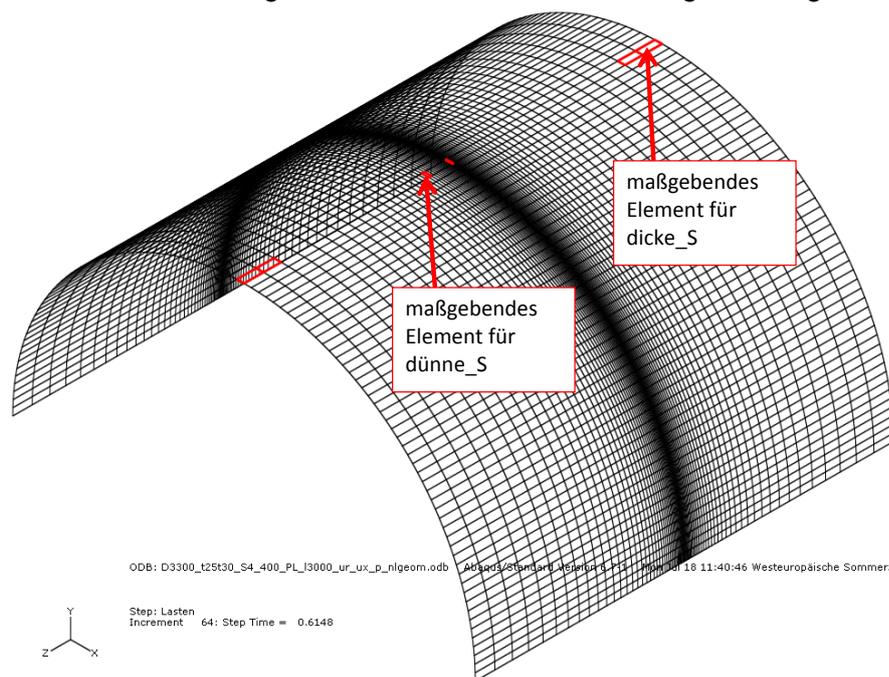


Abbildung 220: Maßgebende Elemente für den Fall (3a) und (3b)

1.3.2 Lastfälle

Die Abbildung 221 zeigt die verschiedenen untersuchten Lastfälle. Untersucht werden unterschiedliche Formen des Innendrucks bzw. der Ausführung des Dicken sprungs (zentrisch oder exzentrisch).

Die Innendrucke sind anders als beim Rohr ohne Dicken sprung (Kapitel 1.2.2) so ausgelegt, dass die Umfangsspannung und nicht die Mises- Vergleichsspannung die Fließgrenze erreicht.

Fall (1a) und (1b) (siehe Abbildung 221):

Der Innendruck erzeugt in der dünneren Rohrschale eine Umfangsspannung, die genau der Spannung an der Fließgrenze entspricht.

$$p_i = \frac{f_y * t_2}{r_m} = \frac{400 * 20}{1660} = 4.819 \text{ N/mm}^2$$

Fall (2a) und (2b) (siehe Abbildung 221):

Der Innendruck erzeugt in der dünneren und in der dickeren Rohrschale eine Umfangsspannung, die genau der Spannung an der Fließgrenze entspricht.

$$p_{i,1} = \frac{f_y * t_2}{r_m} = \frac{400 * 25}{1660} = 6.024 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{i,2} = \frac{f_y * t_2}{r_m} = \frac{400 * 20}{1660} = 4.819 \text{ N/mm}^2$$

Fall (3a) und (3b) (siehe Abbildung 221):

Der Innendruck nimmt linear ab und an den Stellen, die in der Skizze mit $p_{i,1}$ und $p_{i,2}$ markiert sind, ist der Innendruck gleich groß wie im Fall 2.

D. h. Die Umfangsspannungen erreichen beim Laststeigerungsfaktor 1.0 am Anfang des dicken und am Anfang des dünnen Rohrs die Fließgrenze.

Berechnungsmethode:

Die Berechnungsmethode ist eine geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung.

Ergebnisdarstellung:

Bei der Auswertung des Lastfalls (1a) ist jedes Diagramm einzeln beschrieben. Die allgemeinen Beschreibungen der Diagramme gelten für jeden berechneten Lastfall.

In jedem der ausgewerteten Lastfälle (außer Lastfall 3a und 3b) ist ein Diagramm dargestellt, das den Laststeigerungsfaktor auf die Umfangsspannungen bezieht und nicht auf den Innendruck.

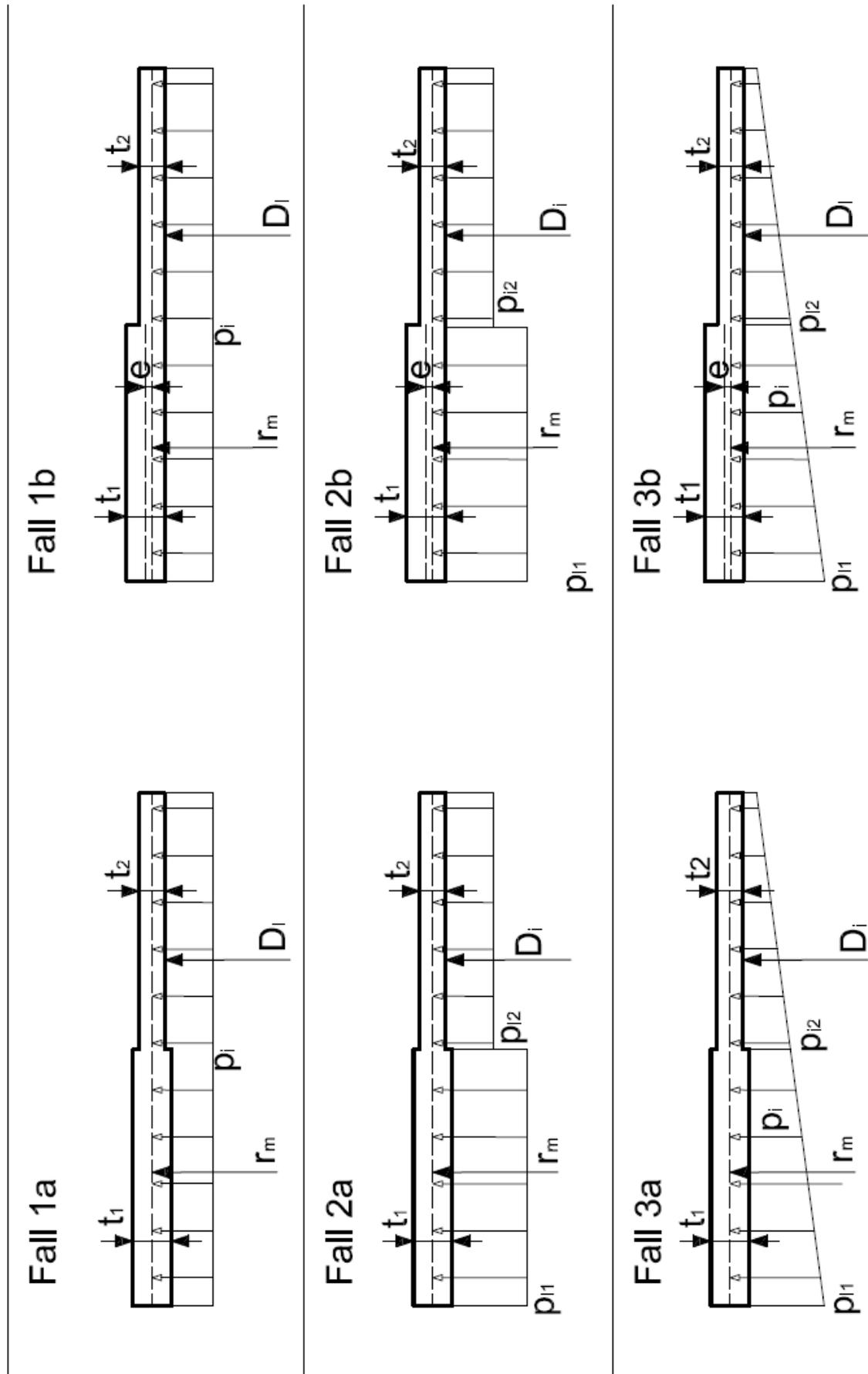


Abbildung 221: verschiedenen untersuchten Lastfälle

1.3.3 Fall (1a)

1.3.3.1 FE- Berechnung GMNA

Die allgemeinen Beschreibungen der Diagramme gelten für jeden berechneten Lastfall.

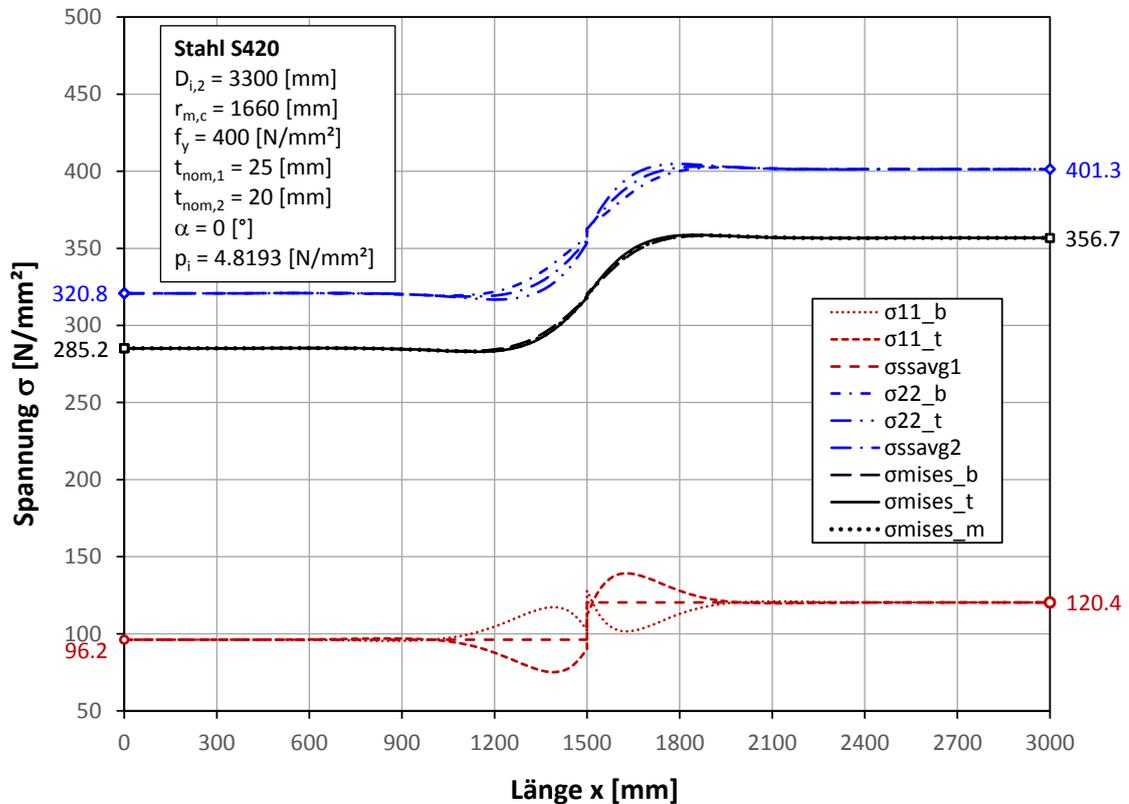


Abbildung 222: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.00); Fall (1a)

Abbildung 222: Darstellung der Farben:

- Rot – Längsspannungen
- Blau – Umfangsspannungen
- Schwarz – Mises-Vergleichsspannungen

Dieses Diagramm zeigt die Spannungen beim Laststeigerungsfaktor 1.00, d.h. die Umfangsspannungen in der dünnen Rohrschale erreichen die Fließgrenze. Da die Spannungen über den Umfang radialsymmetrisch sind, werden die Spannungen über die Länge nur in einem bei Schnitt $\Phi = 90^\circ$ dargestellt.

Auf der rechten Seite des Diagrammes befindet sich das dünne Rohrstück.

Auf der linken Seite des Diagrammes befindet sich das dickere Rohrstück.

In diesem Fall ist der Innendruck konstant über das ganze Rohr aufgebracht, dadurch ergeben sich in der dünneren Rohrschale höhere Umfangs- und Längsspannungen, als in der dickeren Schale. Dadurch, dass das dünne Rohr das Bestreben hat sich mehr auszudehnen als das Dicke, entstehen Biegemomente im Übergangsbereich der dicken zur dünnen Schale.

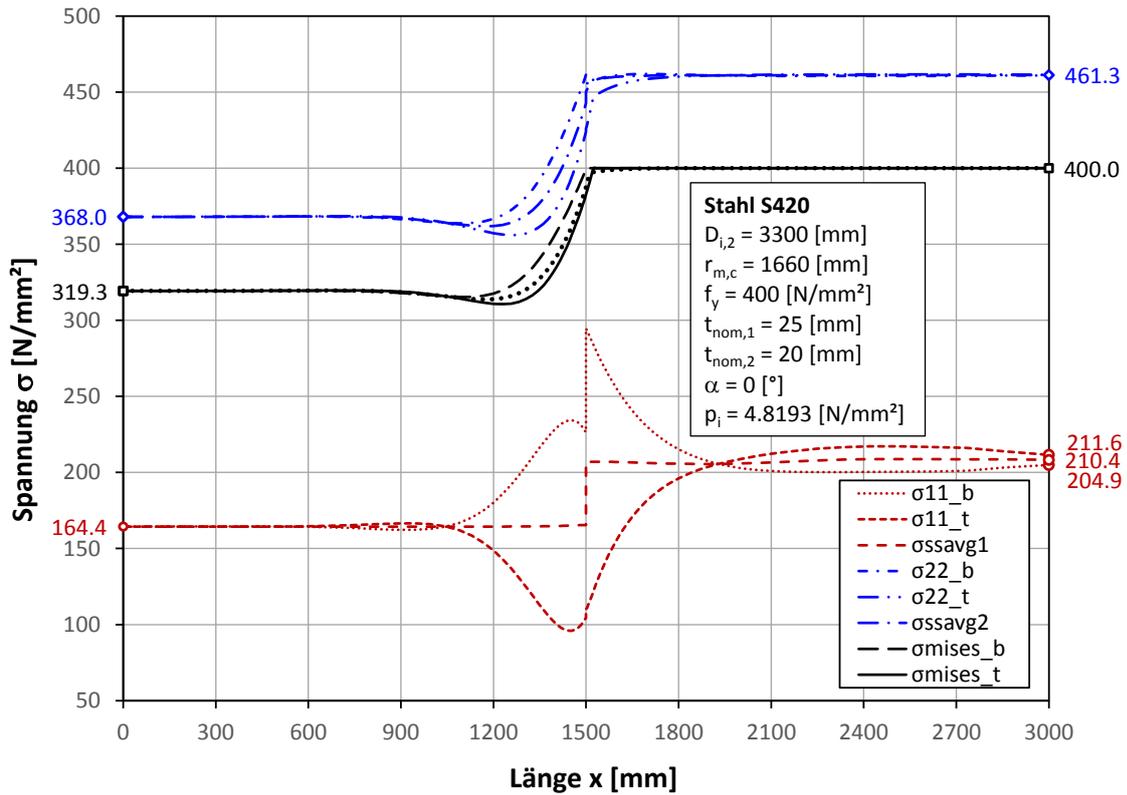


Abbildung 223: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.15); Fall (1a)

Abbildung 223: Dieses Diagramm zeigt die Spannungen beim maximalen Laststeigerungsfaktor 1.15. Die gesamten Mises-Vergleichsspannungen im dünnen Rohr erreichen die Fließgrenze. Die Biegemomente werden größer, aufgrund der noch größeren unterschiedlichen radialen Aufweitung.

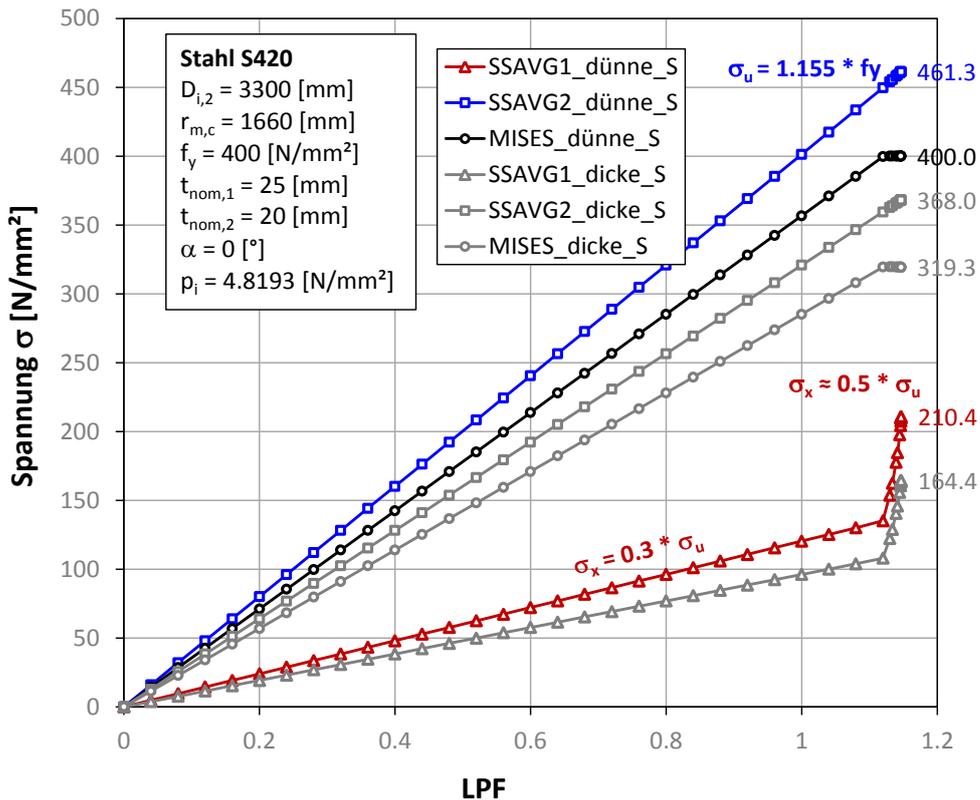


Abbildung 224: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (1a)

Abbildung 224: Diese Abbildung stellt die Längs-, Umfangs- und Mises-Spannungen über den Verlauf der Laststeigerung dar. Jeder Punkt in den Spannungsverläufen stellt eine Berechnung bei einem gewissen Laststeigerungsfaktor dar. Am Beginn der Laststeigerung ist jeder Schritt, um den die Last weiter gesteigert wird, gleich groß. Am Ende der Berechnung verdichten sich die Punkte, da die Schritte der Laststeigerung verkleinert werden, um die Grenztragfähigkeit des Systems zu ermitteln.

Grau dargestellt sind die Spannungen in der dicken Rohrschale. Bunt dargestellt sind die Spannungen in der dünnen Rohrschale. Die Umfangsspannungen steigen in jedem Schritt der Berechnung konstant an. Die Längsspannungen verhalten sich ähnlich, wie bei dem geraden Rohrteil ohne Dickensprung. Siehe Kapitel 1.2

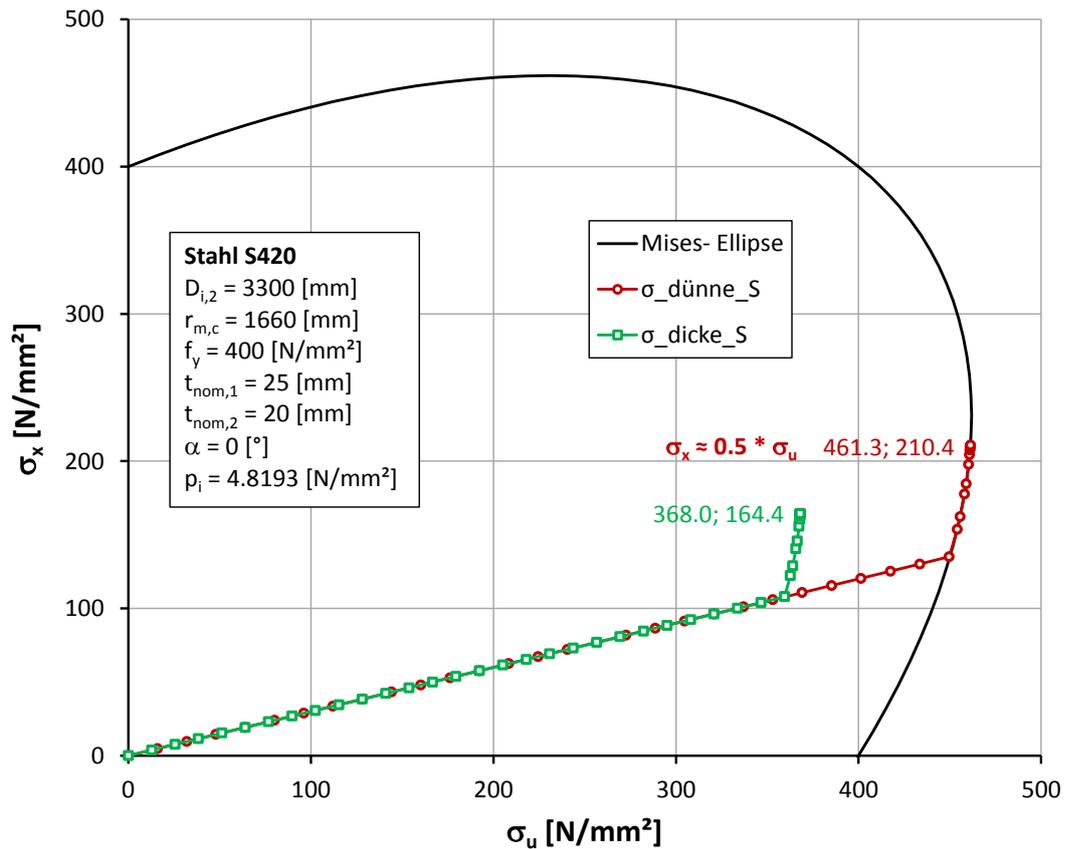


Abbildung 225: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (1a)

Diese Abbildung beschreibt das Verhältnis der Längsspannungen zu den Umfangsspannungen in der Mittelebene des Rohres. Die dünne Rohrschale trifft als erste auf die Mises-Ellipse, da die Spannungen in der dünnen Rohrschale höher sind. Erreichen die Spannungen in der dünnen Rohrschale die Mises-Ellipse, beginnen die Längsspannungen analog zur Mises-Ellipse anzusteigen. Im Rohr müssen über die gesamte Länge gleich große Längskräfte wirken, das heißt die Längsspannungen in der dicken Rohrschale steigen ebenfalls analog zur Mises-Ellipse an.

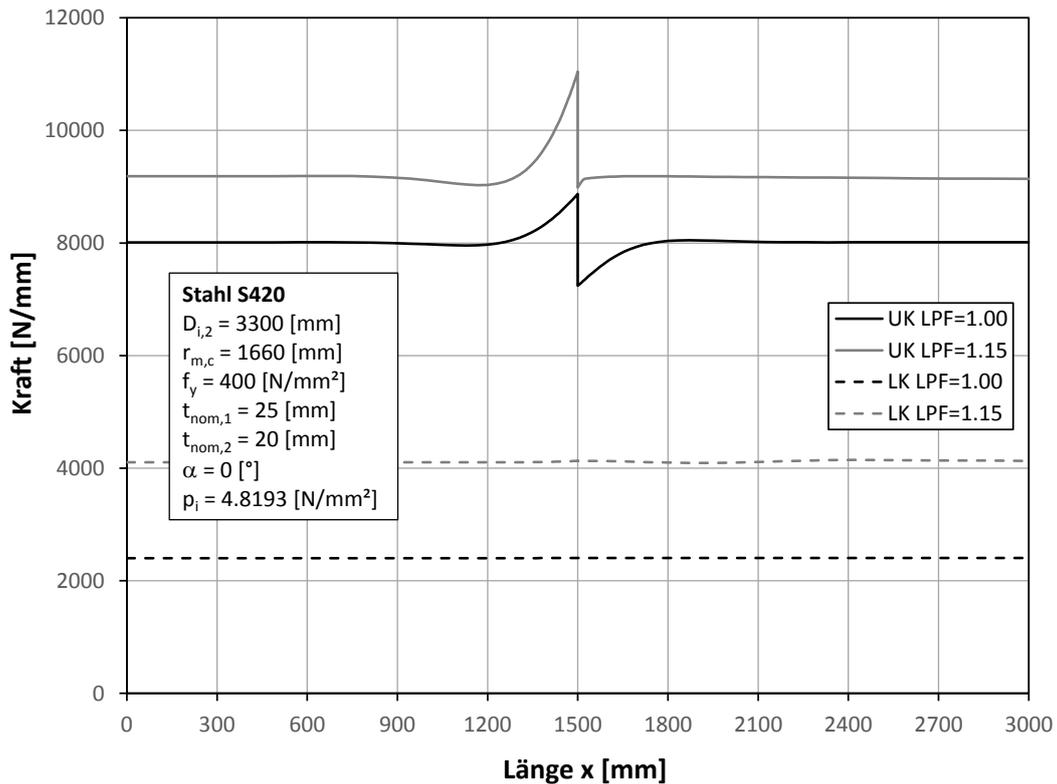


Abbildung 226: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x - Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (1a)

Dieses Diagramm stellt die Normalkräfte in Umfangs- und Längsrichtung dar. Die Normalkraft in der Längsrichtung bleibt über die gesamte Länge konstant. Die Umfangsnormalkraft springt im Bereich des Dickensprungs, da Querkräfte und Schubspannungen durch die unterschiedliche radiale Aufweitung aktiviert werden. Es sind die Kräfte bei einem Laststeigerungsfaktor von 1.00 und bei dem maximalen Laststeigerungsfaktor aufgetragen.

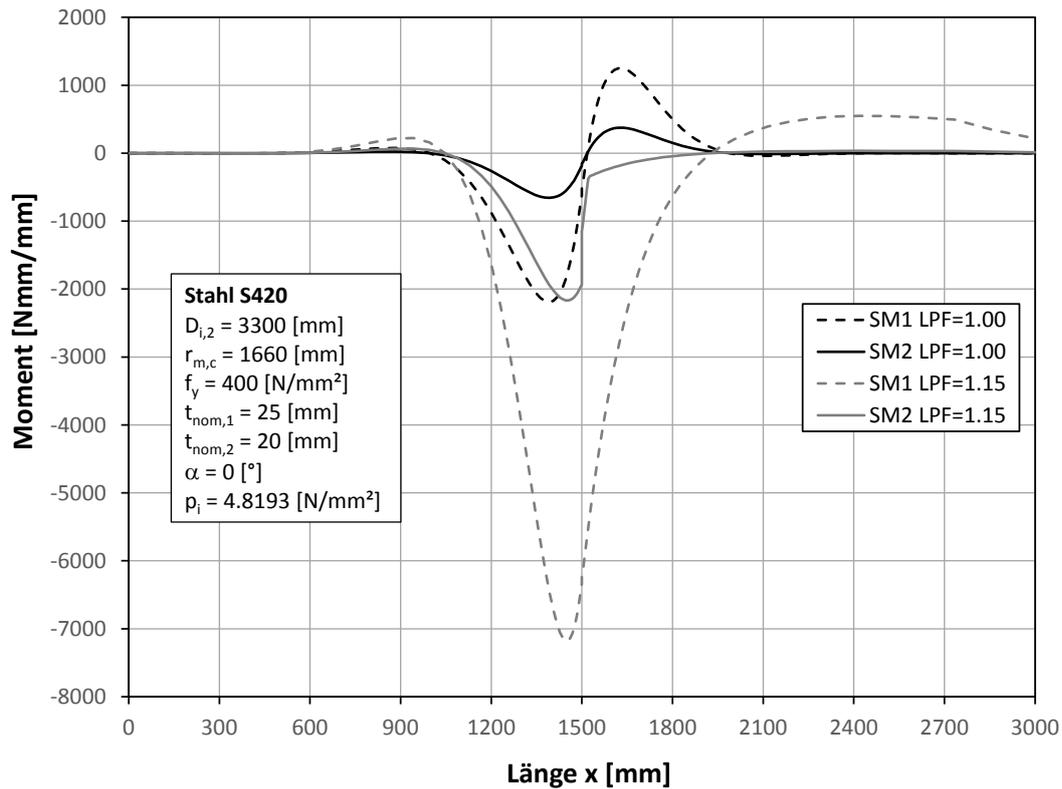


Abbildung 227: Momente entlang der x- Richtung bei $\phi = 90^\circ$; Fall (1a)

Abbildung 227 zeigt die Momente, die in den Rohrschalen wirken. Die Bezeichnungen SM1 und SM2 sind in dem Abkürzungsverzeichnis definiert. Das Moment entsteht durch die unterschiedliche radiale Aufweitung der beiden Rohrschalen. Es sind die Momente bei einem Laststeigerungsfaktor von 1.00 und bei dem maximalen Laststeigerungsfaktor aufgetragen.

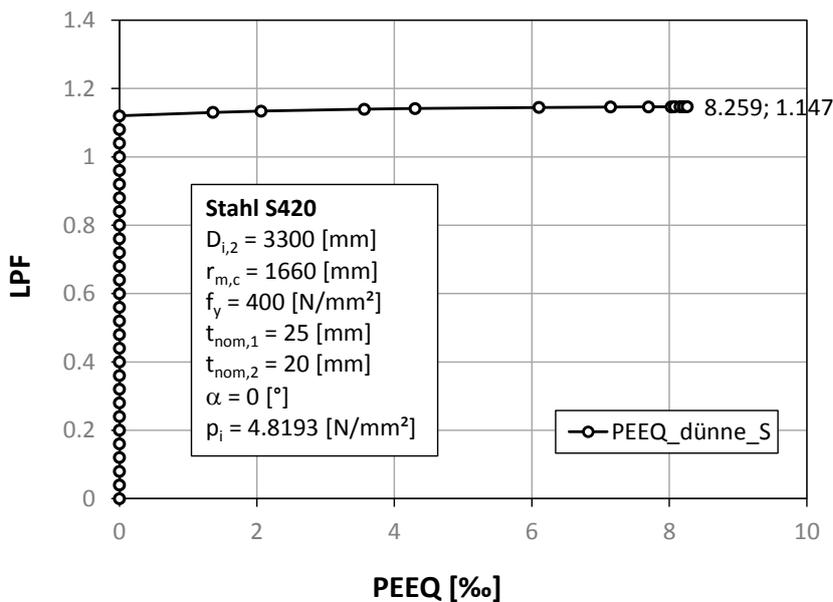


Abbildung 228: PEEQ in der dünnen Schale; Fall (1a)

Die Abbildung zeigt, die plastische Vergleichsdehnung in der dünnen Rohrschale. Die dicke Schale gerät nie ins Fließen, deshalb entstehen plastische Dehnungen nur in der dünnen Schale.

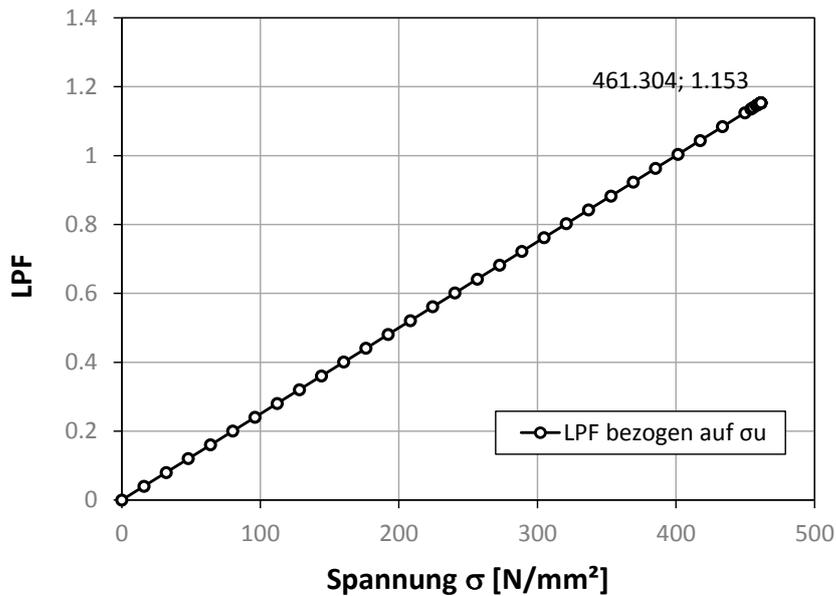


Abbildung 229: LPF bezogen auf die Umfangsspannung; Fall (1a)

Abbildung 229 zeigt den Laststeigerungsfaktor bezogen auf die Umfangsspannung und nicht auf den Innendruck. Der Grund dafür ist, dass der Innendruck auch am verformten System immer gleich groß ist und somit bei radialer Aufweitung des Rohres mehr Angriffsfläche auf das Rohr hat. Das bewirkt, dass die Umfangsspannungen zusätzlich zum gesteigerten Innendruck auch mit der radialen Aufweitung zunehmen. Die Folge daraus ist, dass der Laststeigerungsfaktor bezogen auf die Umfangsspannungen größer ist als der, der auf den Innendruck bezogen ist.

Der Laststeigerungsfaktor bezogen auf die Umfangsspannungen errechnet sich zu:

$$LPF_u = \frac{\sigma_u}{f_y}$$

Dies soll deutlich machen, dass der Laststeigerungsfaktor, bezogen auf die Umfangsspannungen, auch bei der geometrisch und materiell nichtlinearen Berechnung, bei der der Innendruck immer am verformtem System angreift, fast den Wert von 1.155 erreicht.

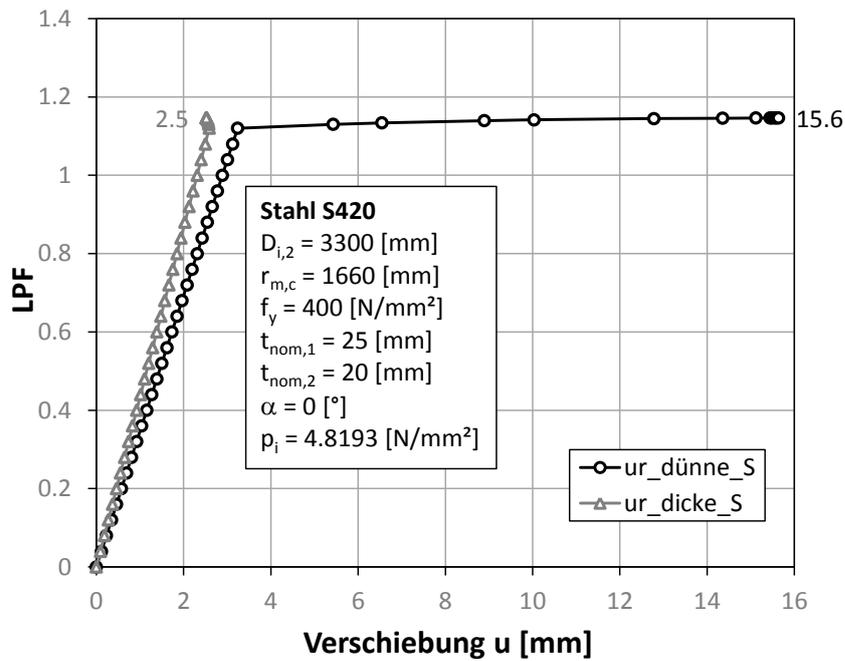


Abbildung 230: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (1a)

Diese Abbildung zeigt die Radialverschiebung in einem Punkt am Anfang der dicken Schale und am Ende der dünnen Schale. Ab dem Zeitpunkt an dem die dünne Schale fließt, steigen die Radialverschiebungen überproportional an.

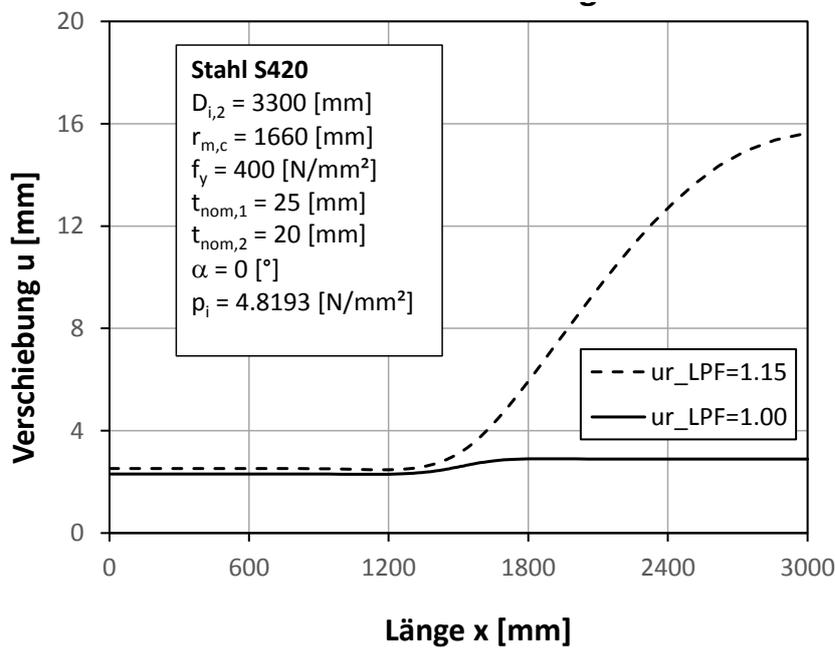


Abbildung 231: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (1a)

Die Abbildung

1.3.4 Fall (1b)

1.3.4.1 FE- Berechnung GMNA

Diese Diagramme sind nicht einzeln erläutert. Die allgemeinen Beschreibungen sind dem vorherigen Kapitel zu entnehmen.

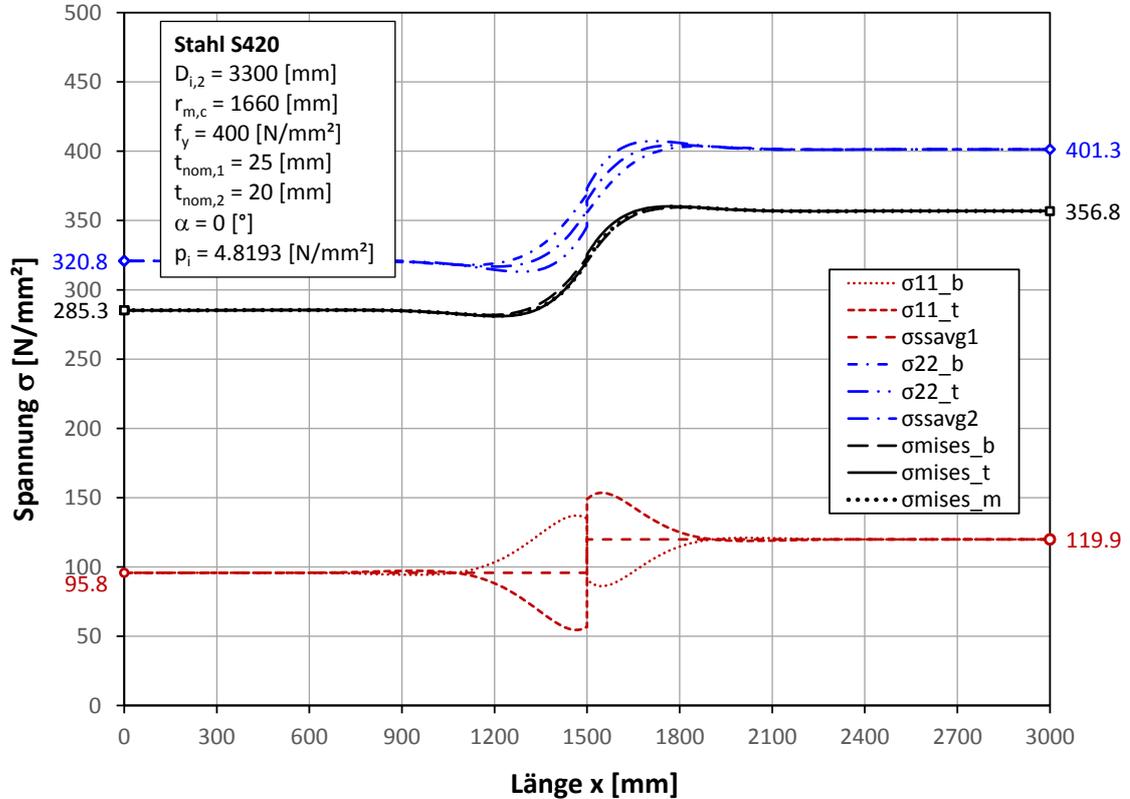


Abbildung 232: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\phi = 90^\circ$ ($LPF = 1.00$); Fall (1b)

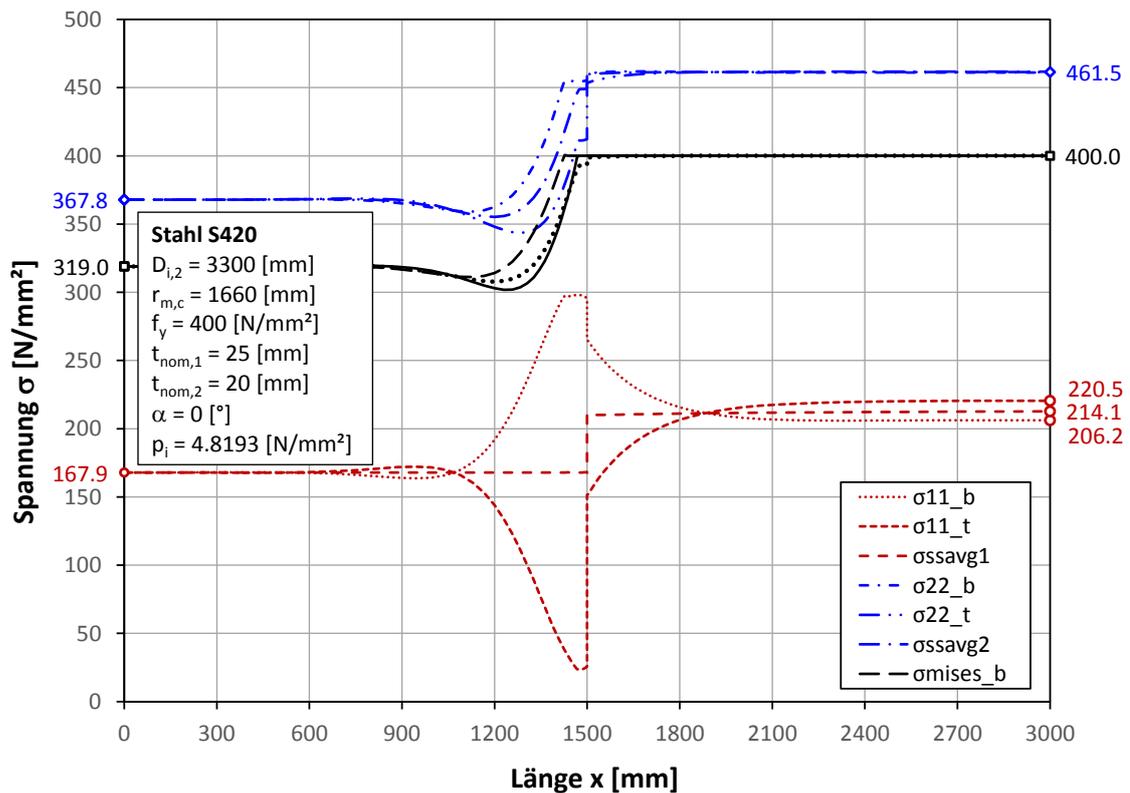


Abbildung 233: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\phi = 90^\circ$ ($LPF = 1.15$); Fall (1b)

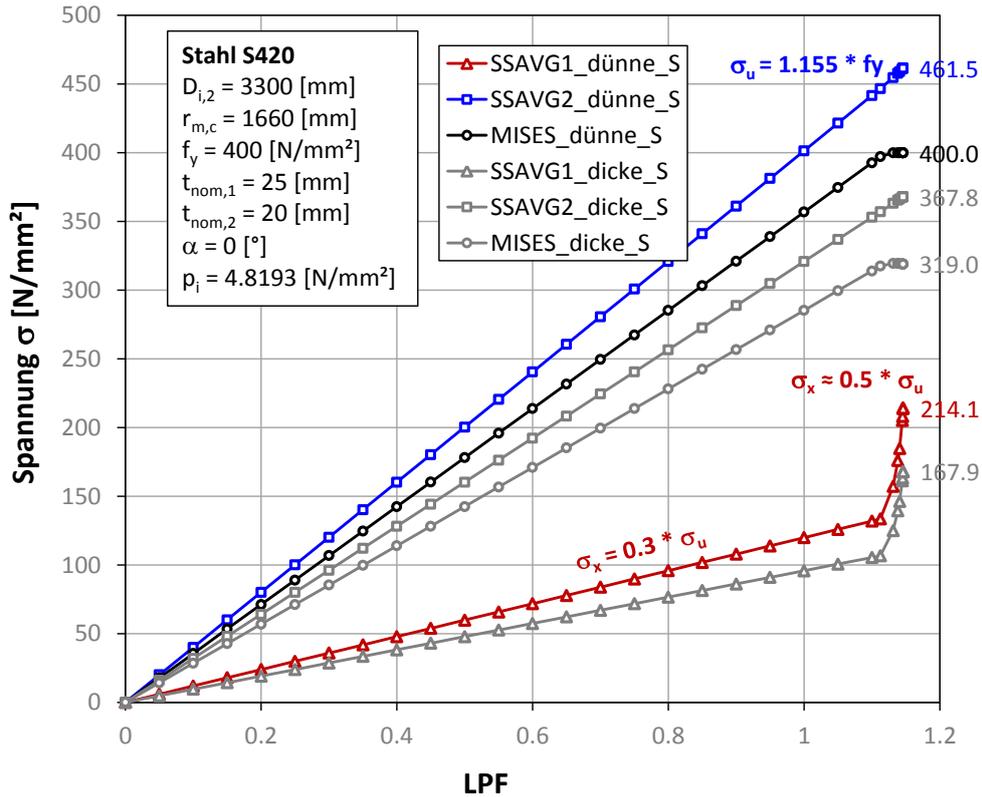


Abbildung 234: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (1b)

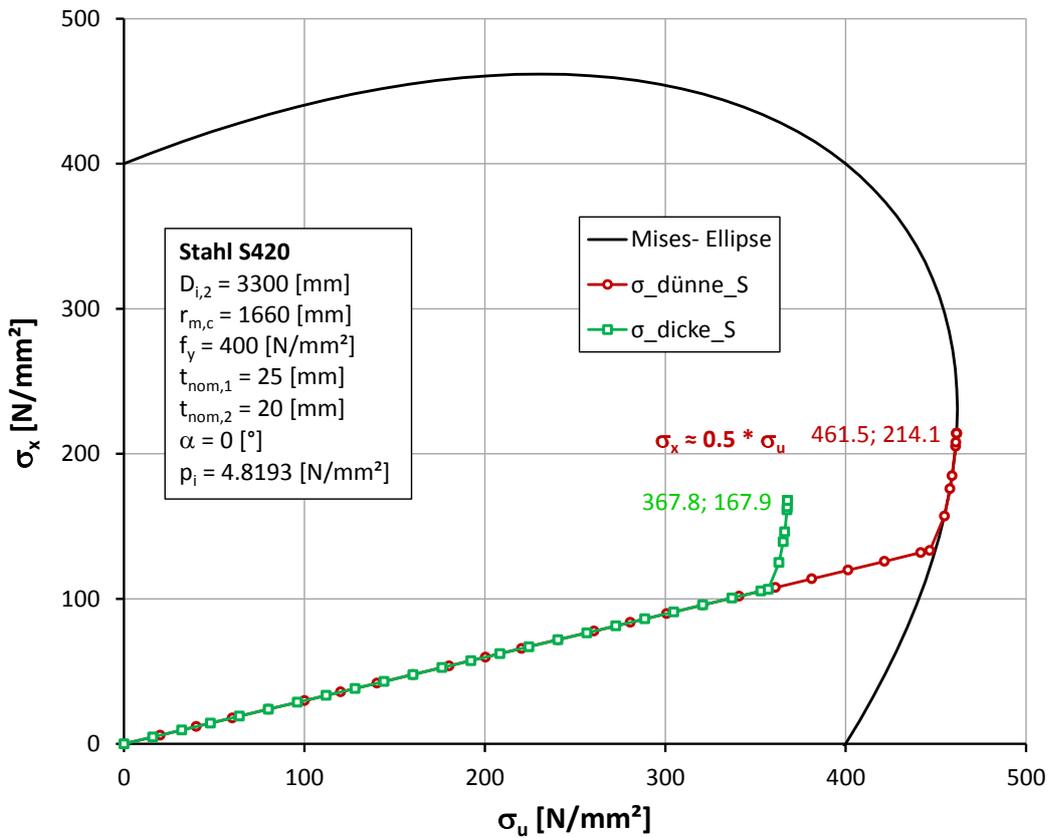


Abbildung 235: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (1b)

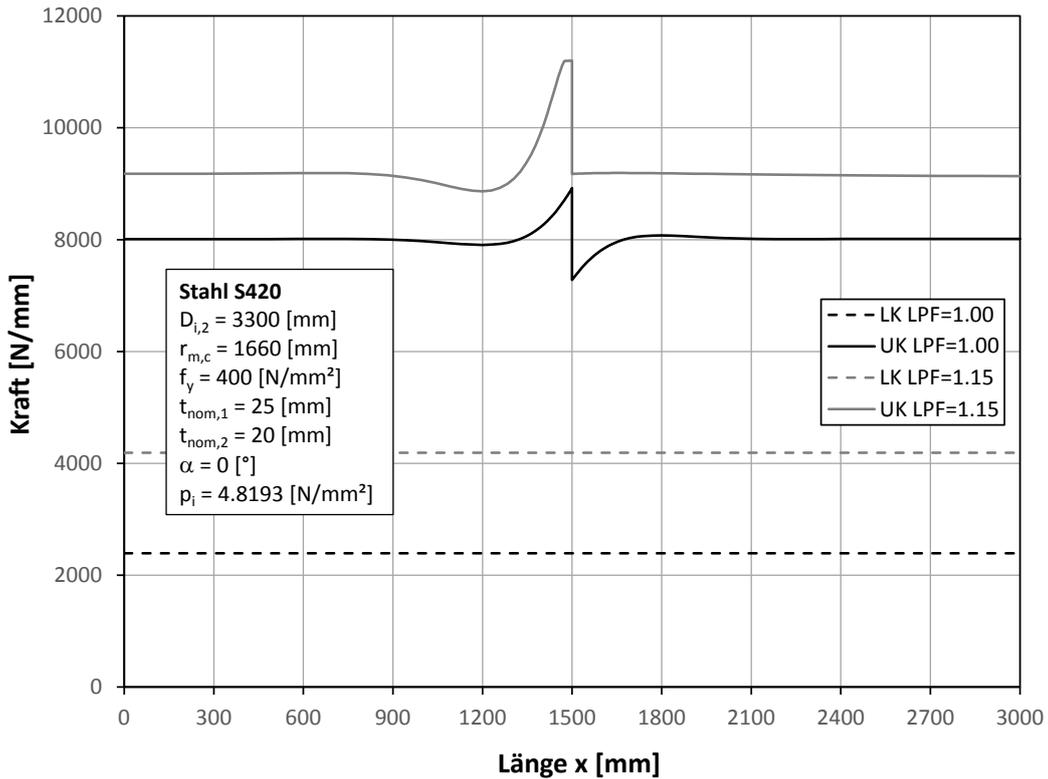


Abbildung 236: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (1b)

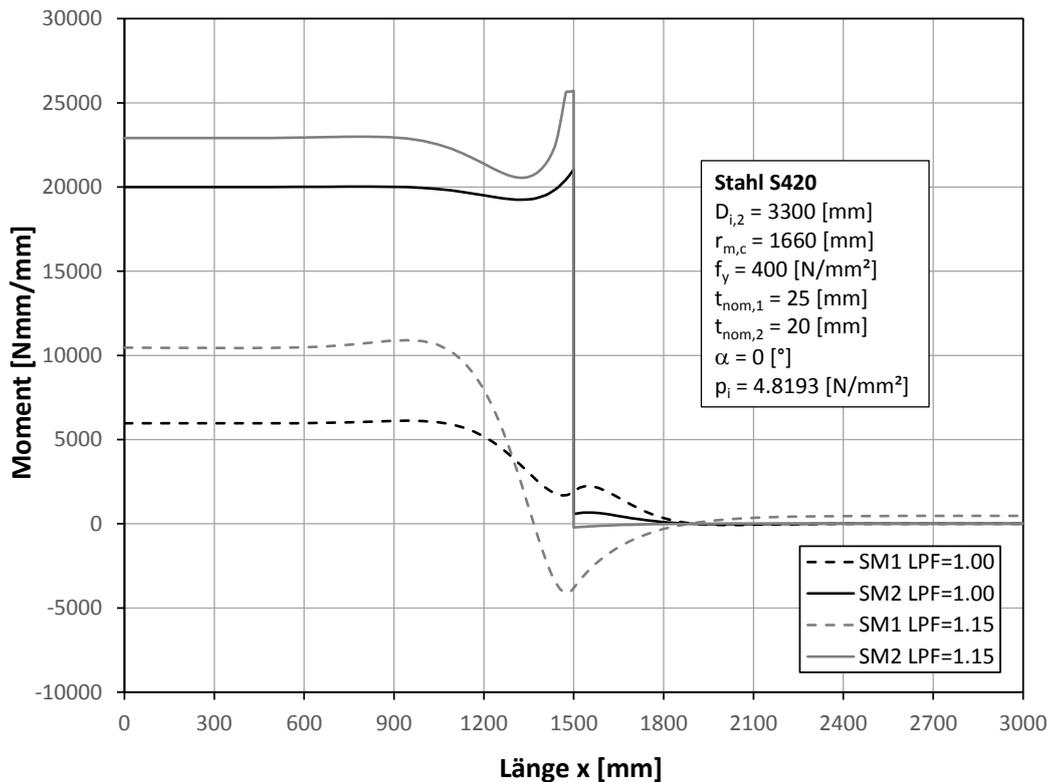


Abbildung 237: Momente entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (1b)

ANMERKUNG: Das Moment in der dicken Schale (linke Seite des Diagramms) bezieht sich auf die Referenzfläche, die sich nicht in der Mittelebene der Schale befindet, an der auch der Innendruck angreift. Würde man das Moment auf die Mittelebene der dicken Schale beziehen, so wäre das Moment am Anfang der dicken Schale null.

Dieses SM1 am Anfang der dicken Schale ist genau ($e=2.5$ mm):

$$SM1 = LK * e$$

Das SM2 am Anfang der dicken Schale ist:

$$SM2 = UK * e$$

Beim zentrischen Anschluss fallen die Mittelebene und die Referenzebene des dicken Rohrs in eine Ebene zusammen, deshalb das Moment am Anfang der dicken Schale null.

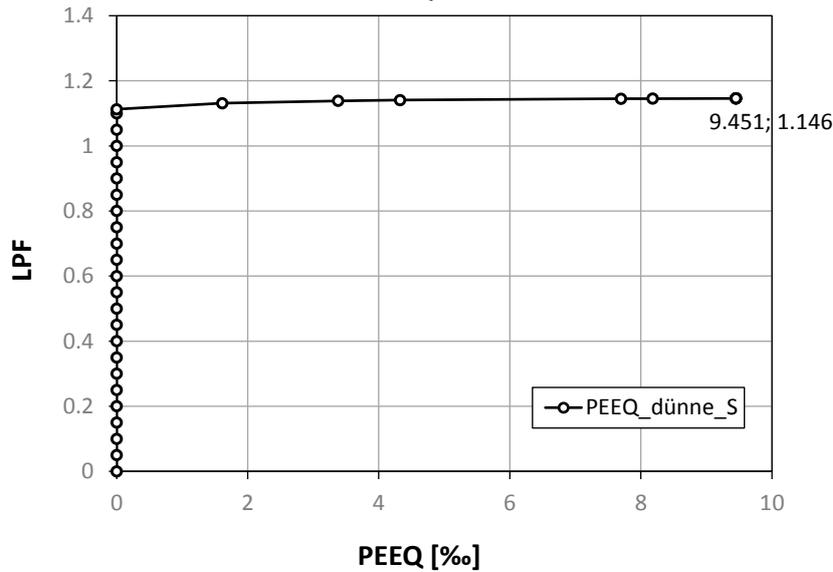


Abbildung 238: PEEQ in der dünnen Schale; Fall (1b)

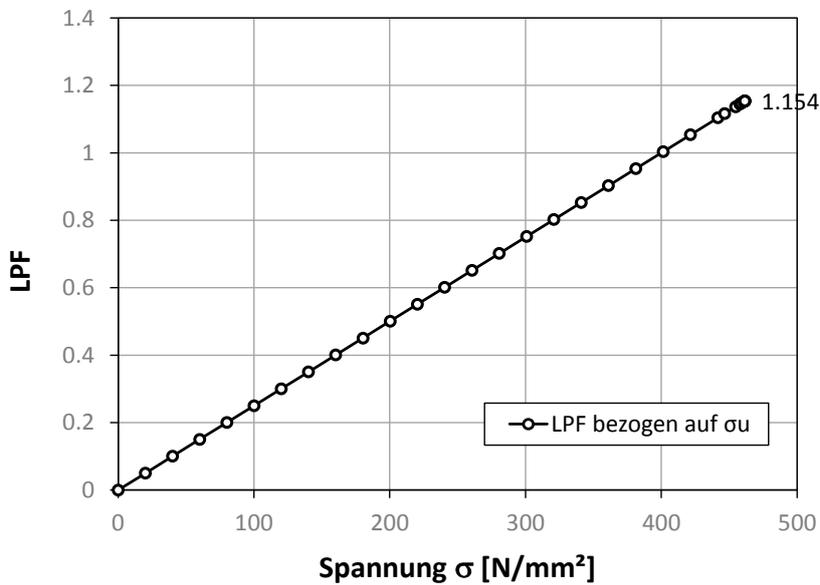


Abbildung 239: LPF bezogen auf die Umfangsspannung; Fall (1b)

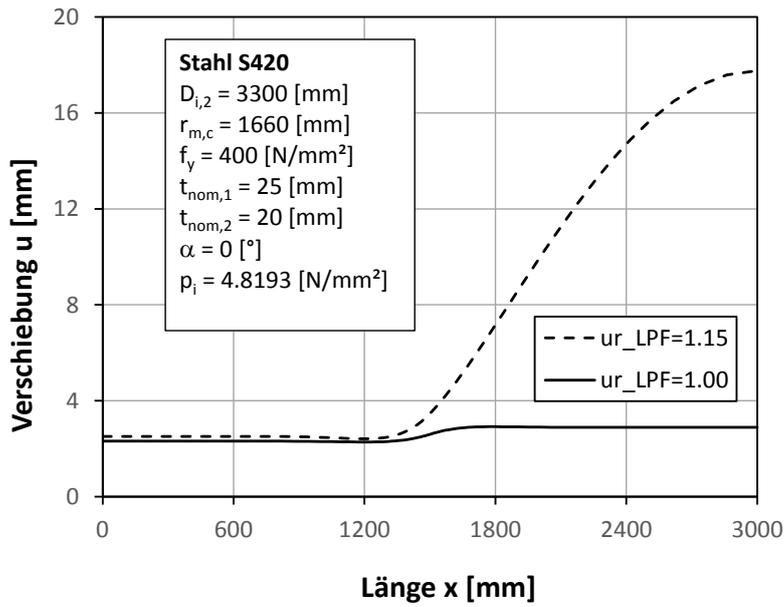


Abbildung 240: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (1b)

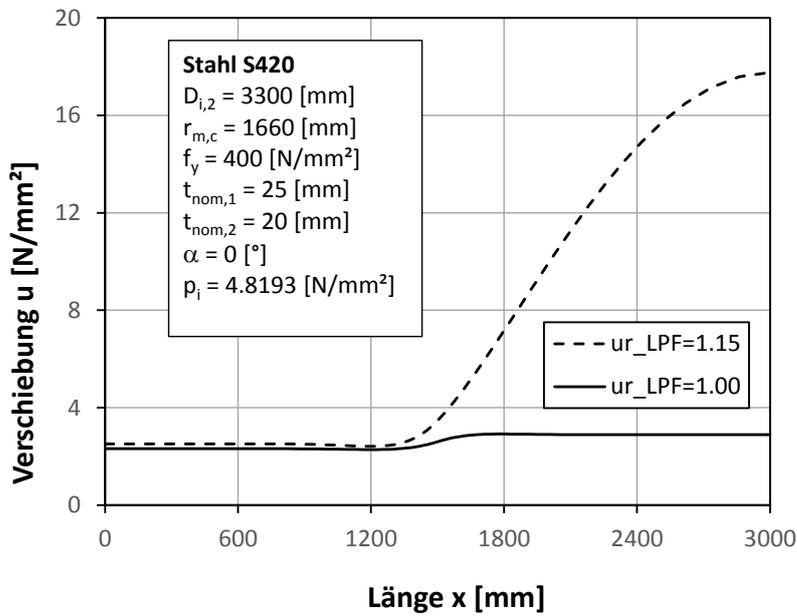


Abbildung 241: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (1b)

1.3.5 Fall (2a)

1.3.5.1 FE- Berechnung GMNA

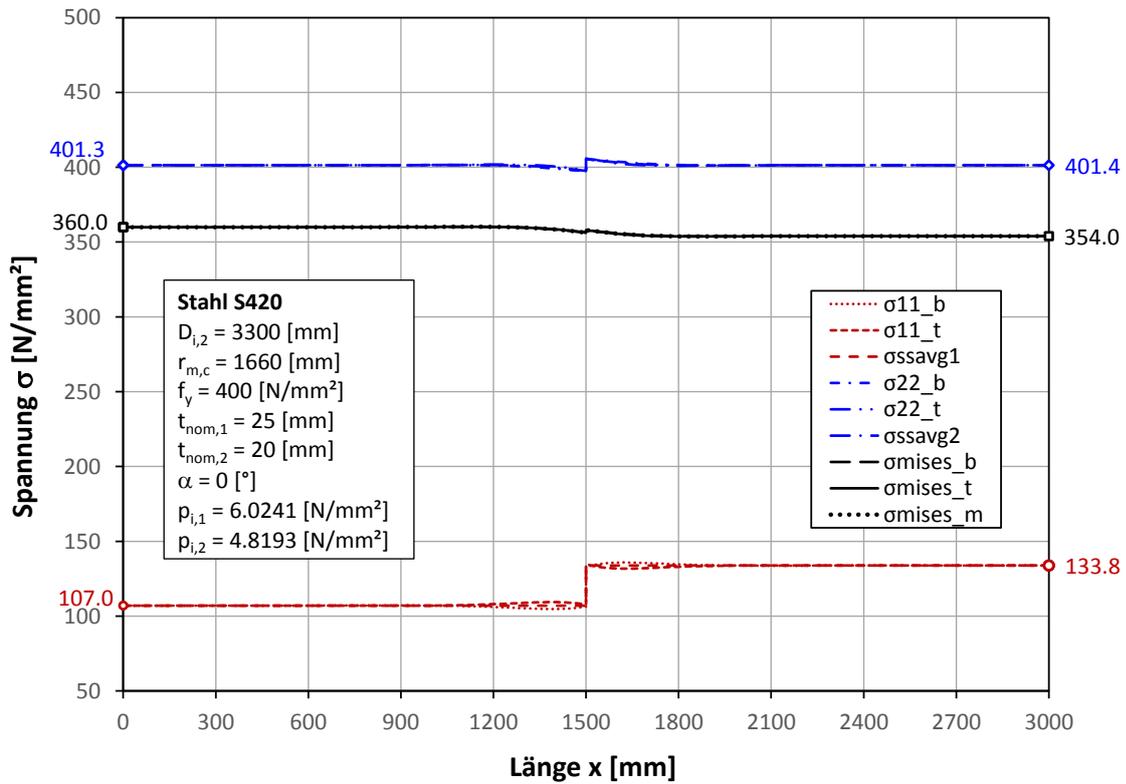


Abbildung 242: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.00); Fall (2a)

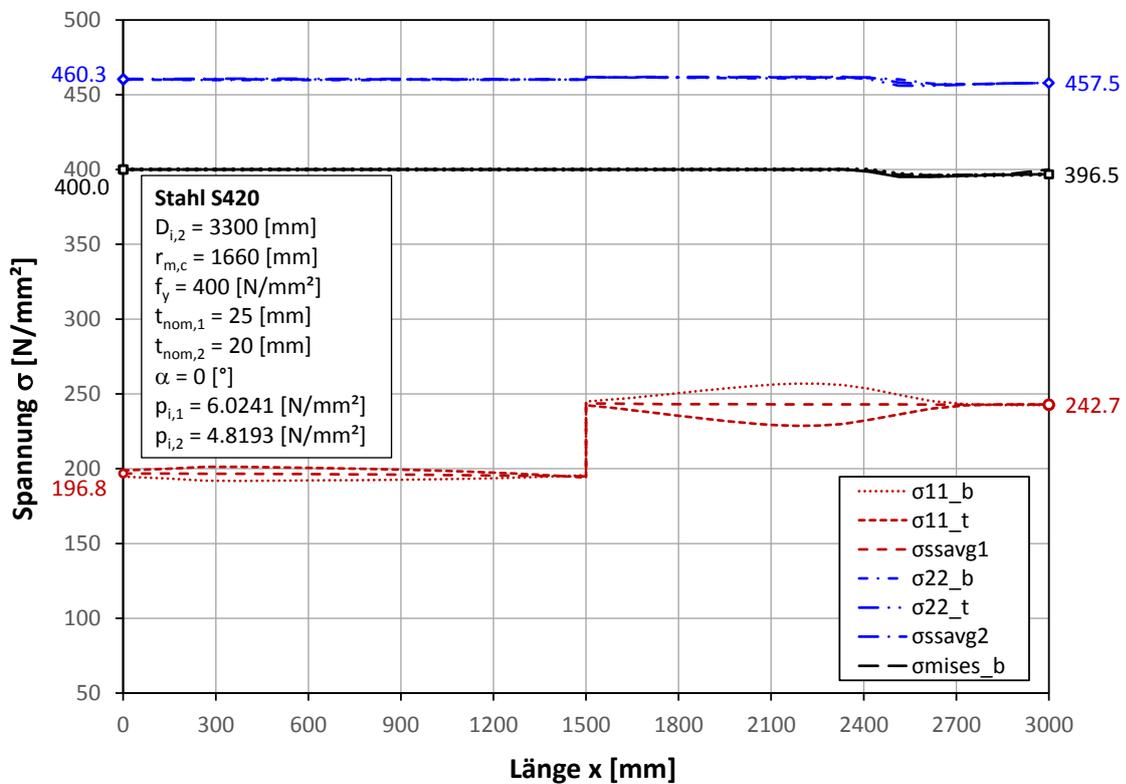


Abbildung 243: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.14); Fall (2a)

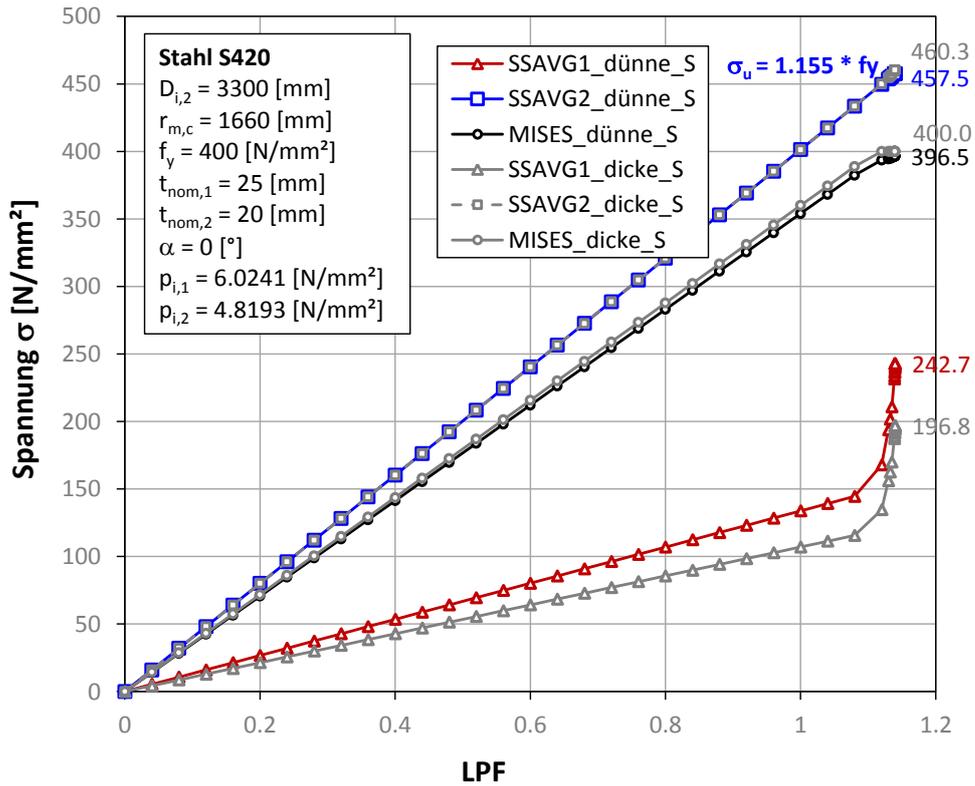


Abbildung 244: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (2a)

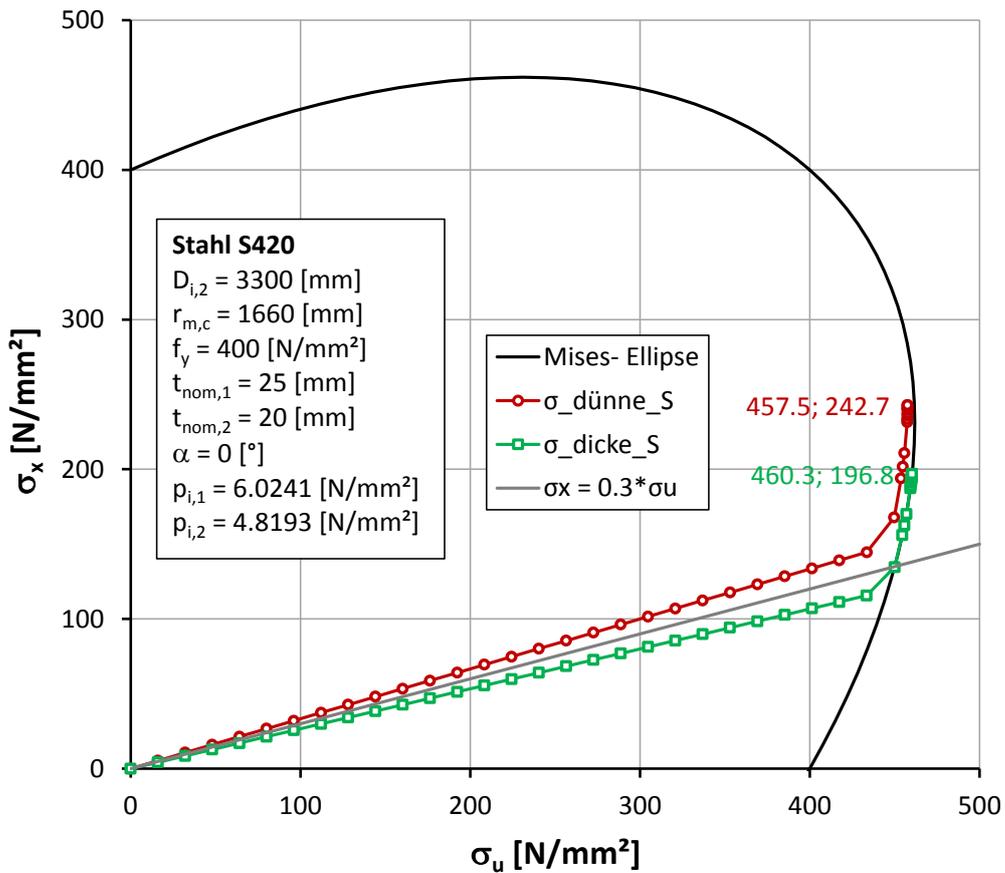


Abbildung 245: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (2a)

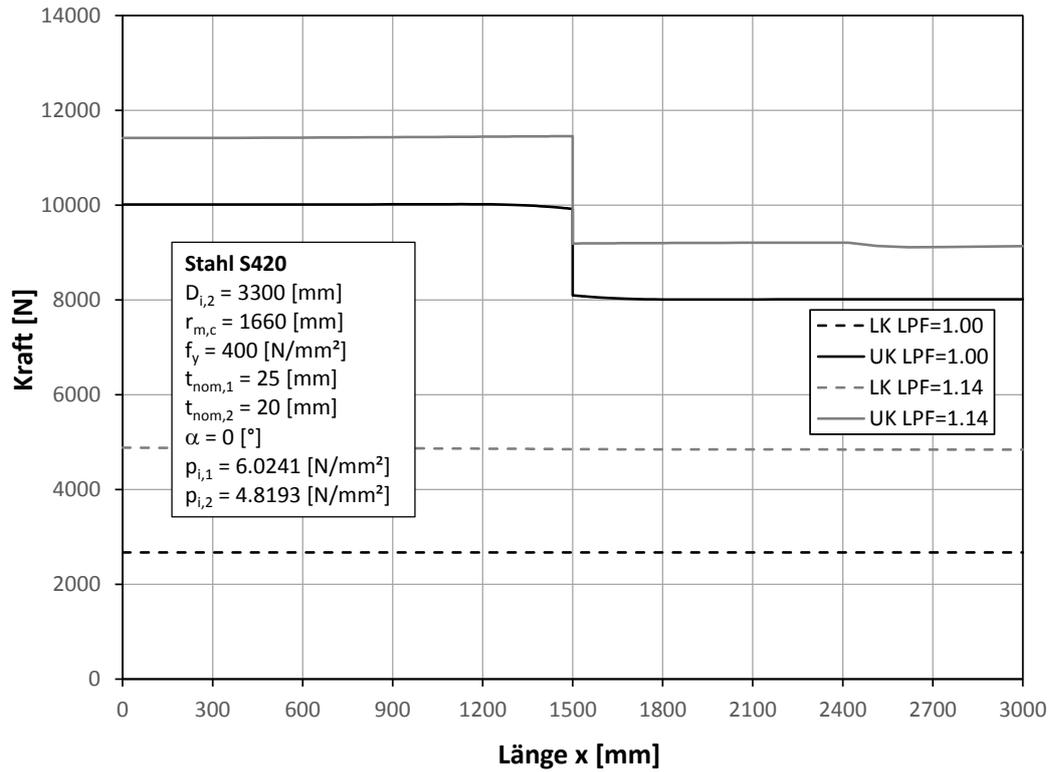


Abbildung 246: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (2a)

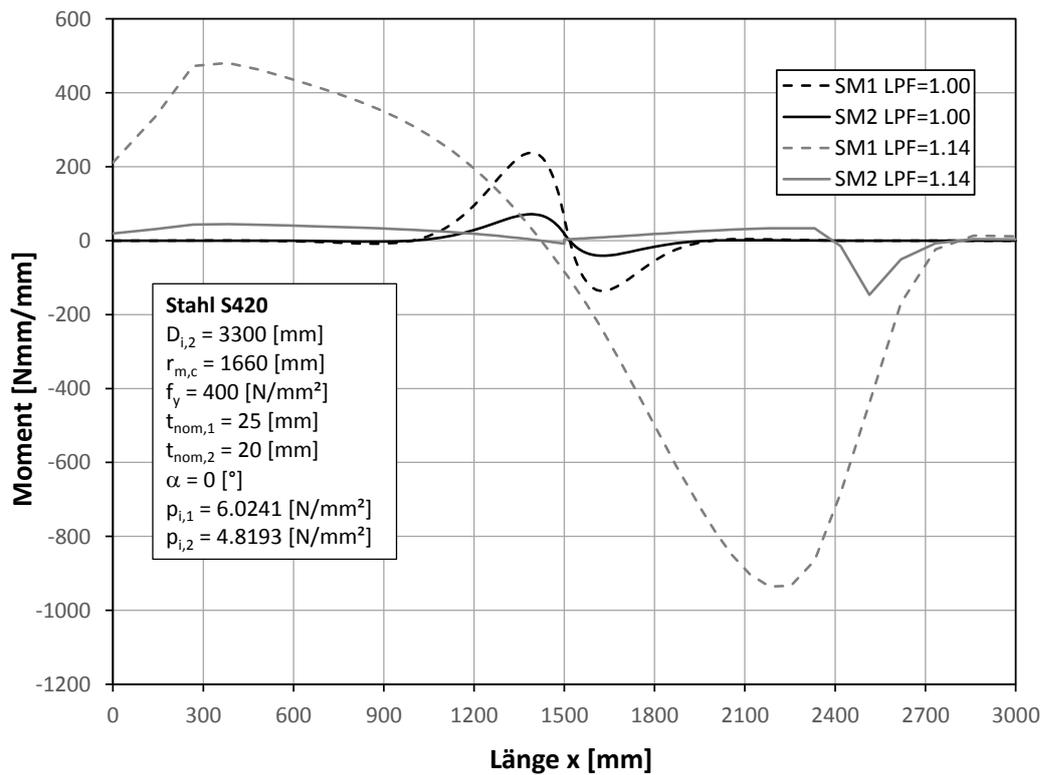


Abbildung 247: Momente entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (2a)

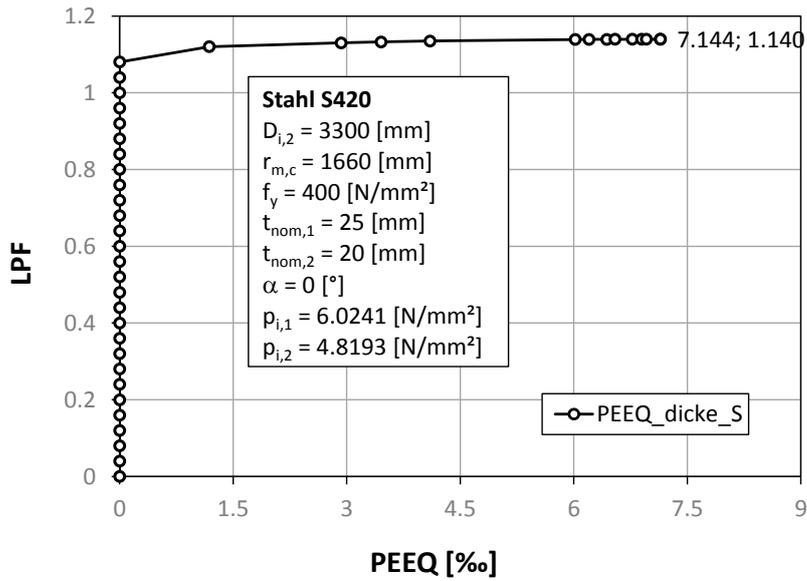


Abbildung 248: PEEQ in der dicken Schale; Fall (2a)

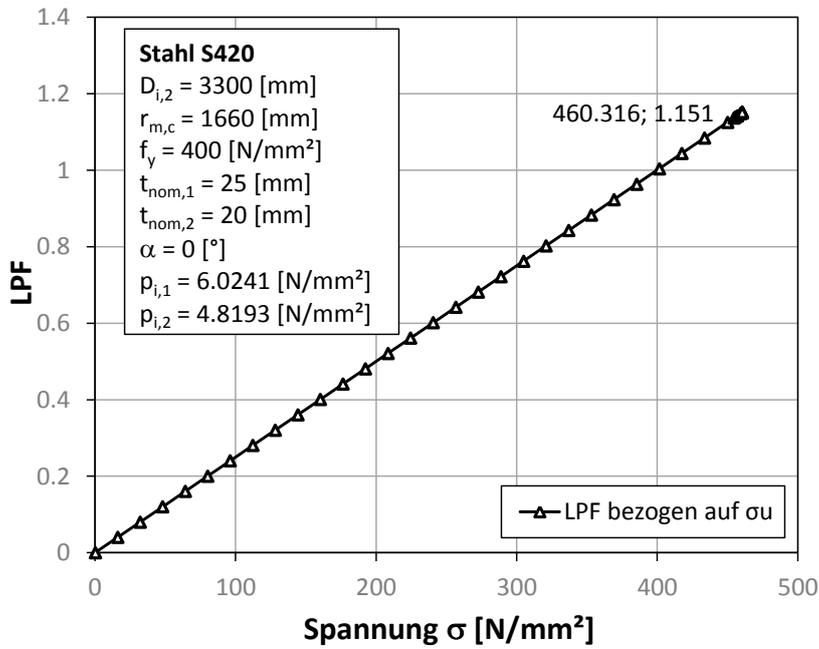


Abbildung 249: LPF bezogen auf die Umfangsspannung; Fall (2a)

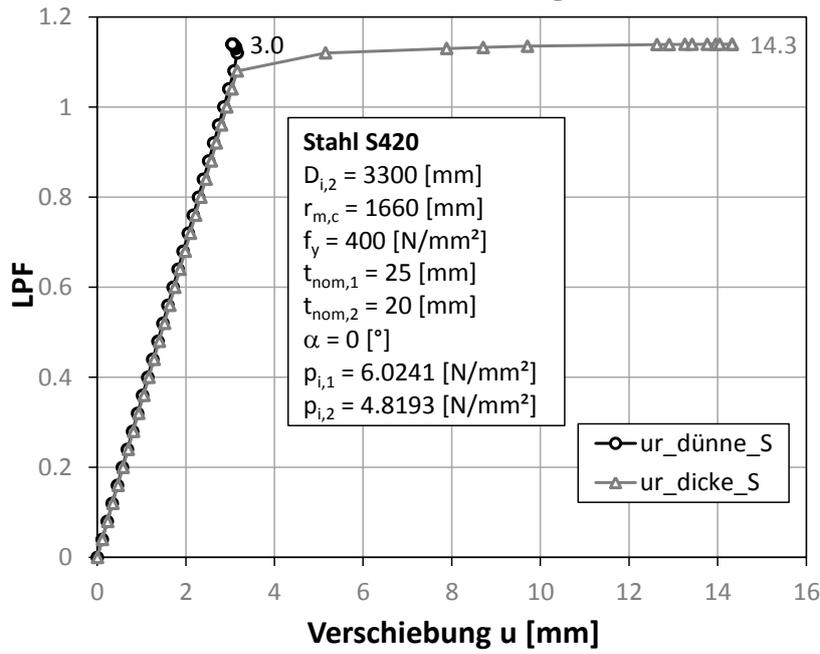


Abbildung 250: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (2a)

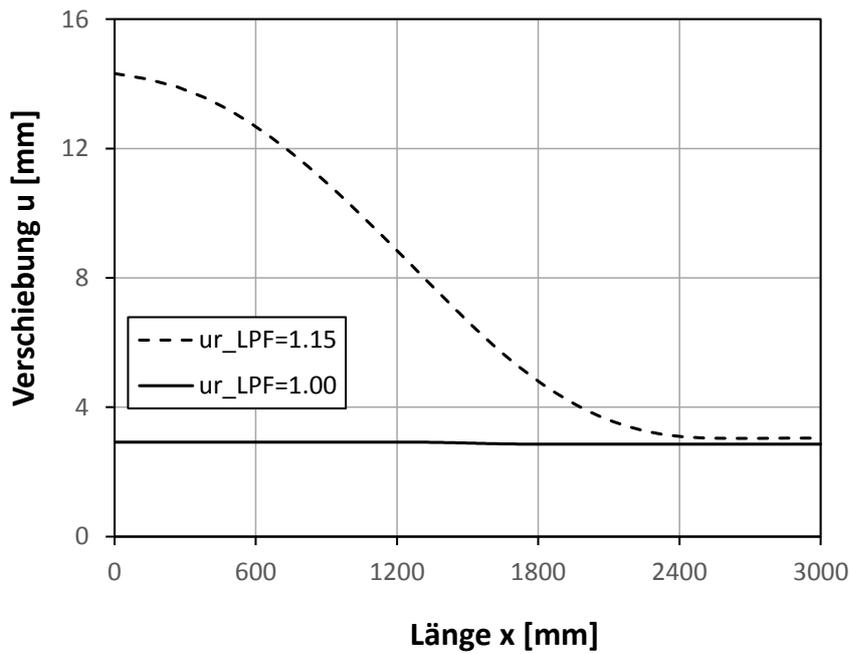


Abbildung 251: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (2a)

1.3.6 Fall (2b)

1.3.6.1 FE- Berechnung GMNA

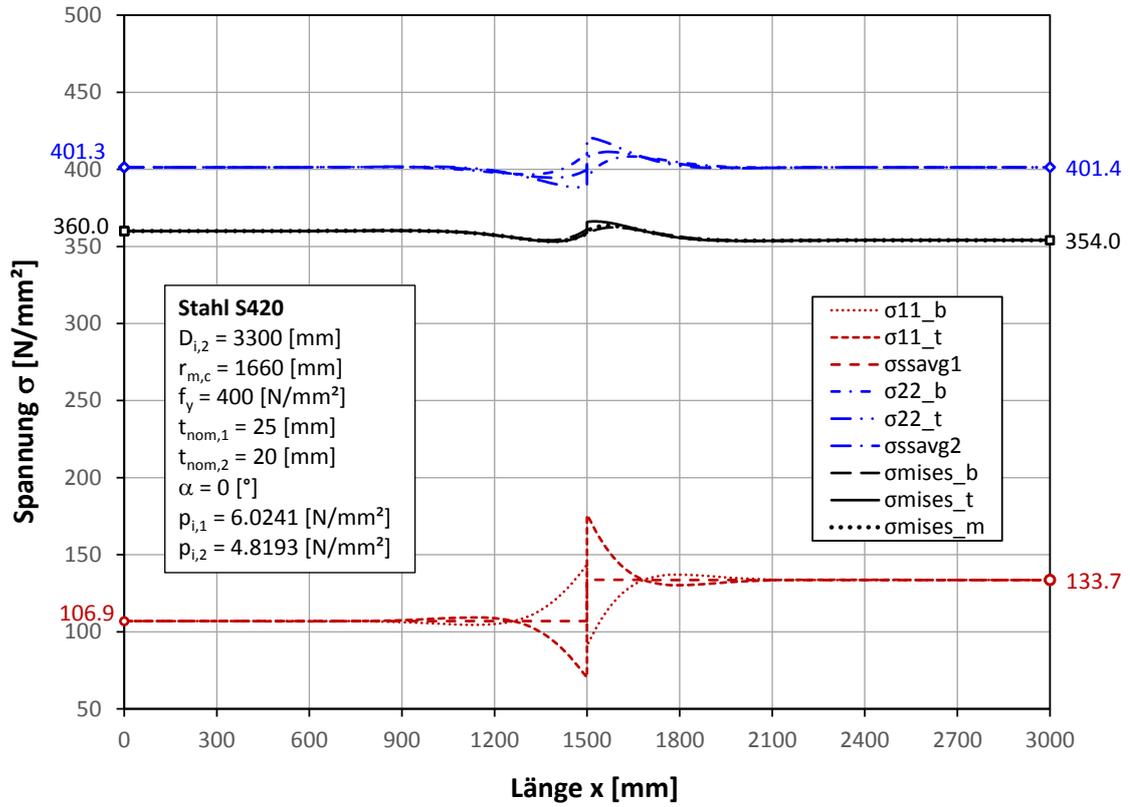


Abbildung 252: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ ($LPF = 1.00$); Fall (2b)

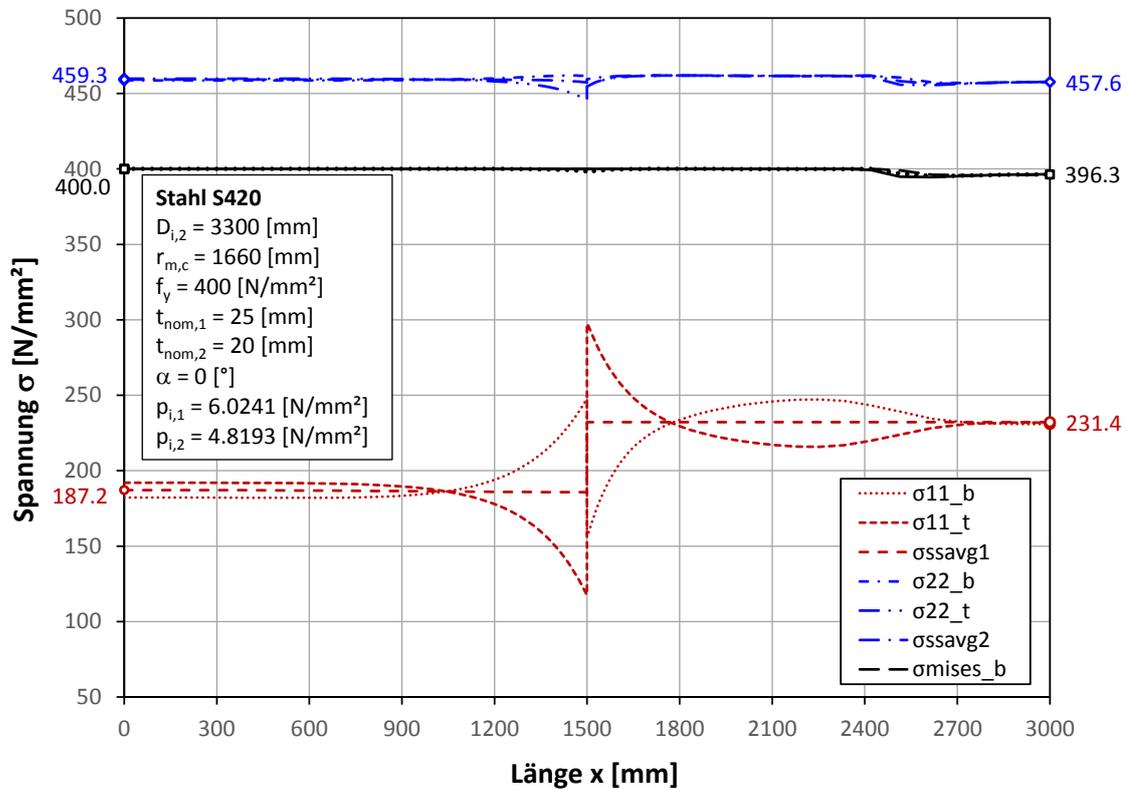


Abbildung 253: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ ($LPF = 1.14$); Fall (2b)

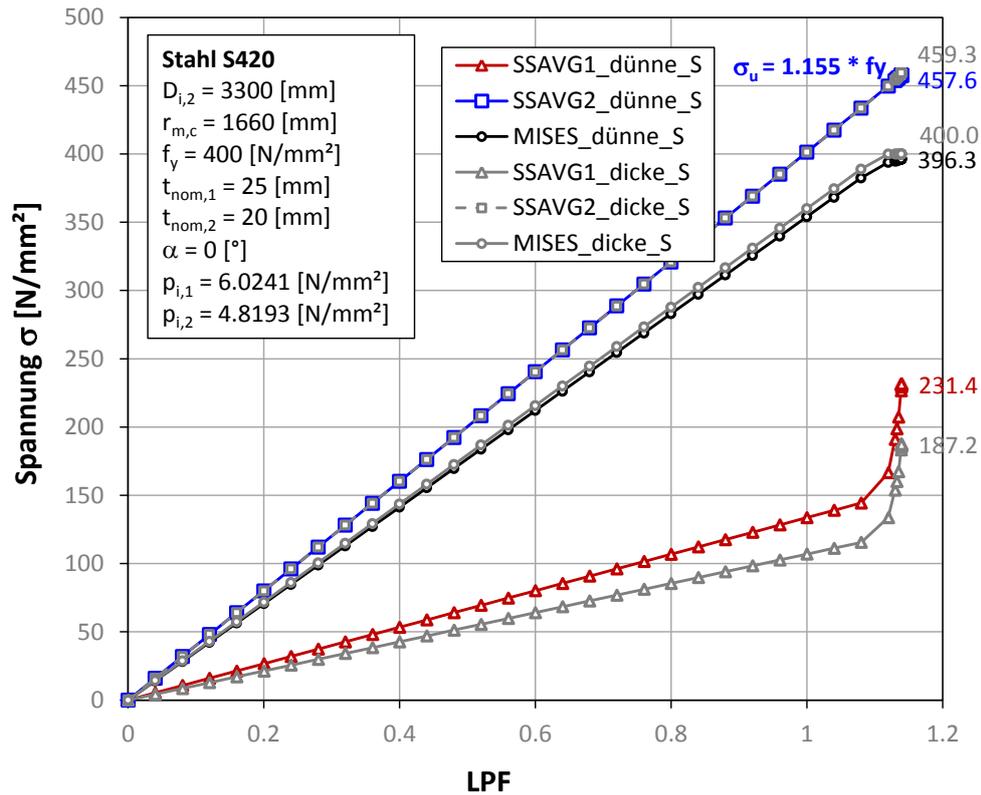


Abbildung 254: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (2b)

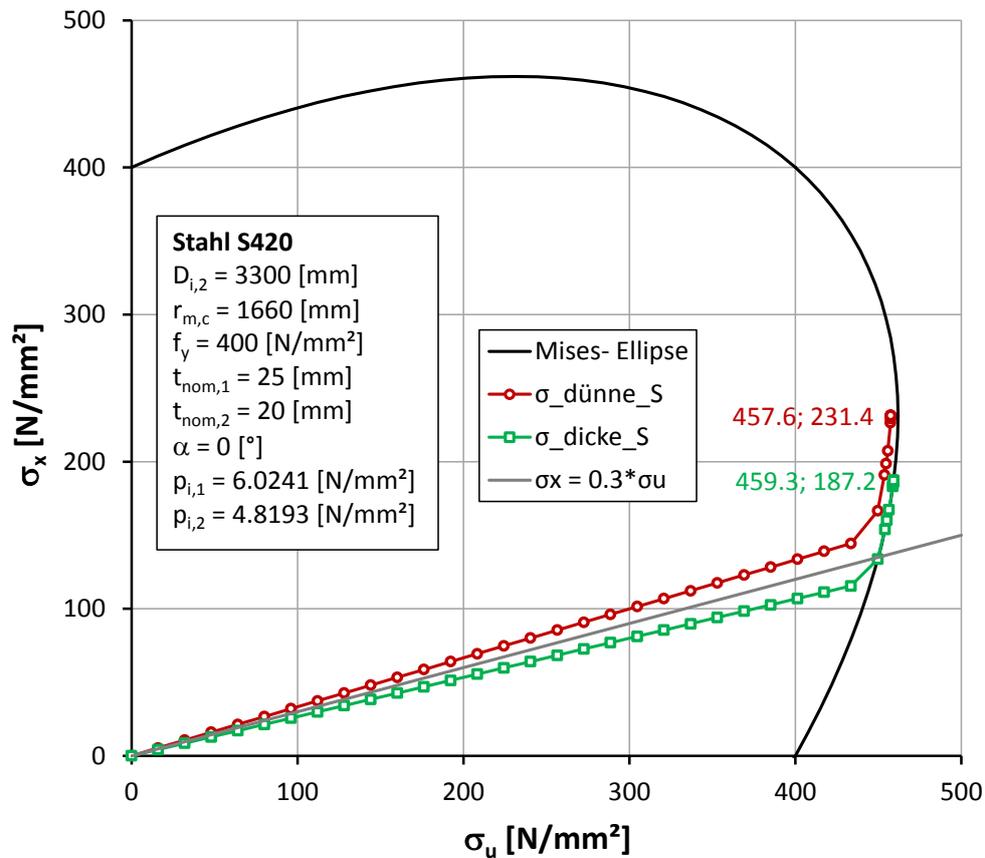


Abbildung 255: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (2b)

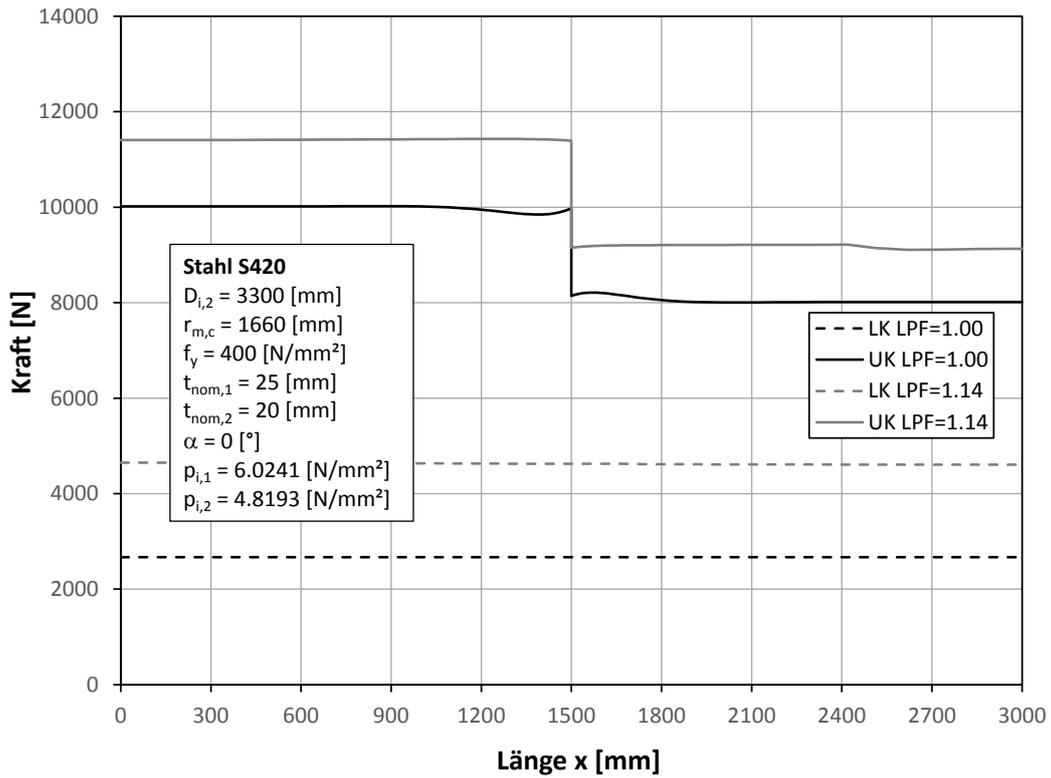


Abbildung 256: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x- Richtung bei $\phi = 90^\circ$; Fall (2b)

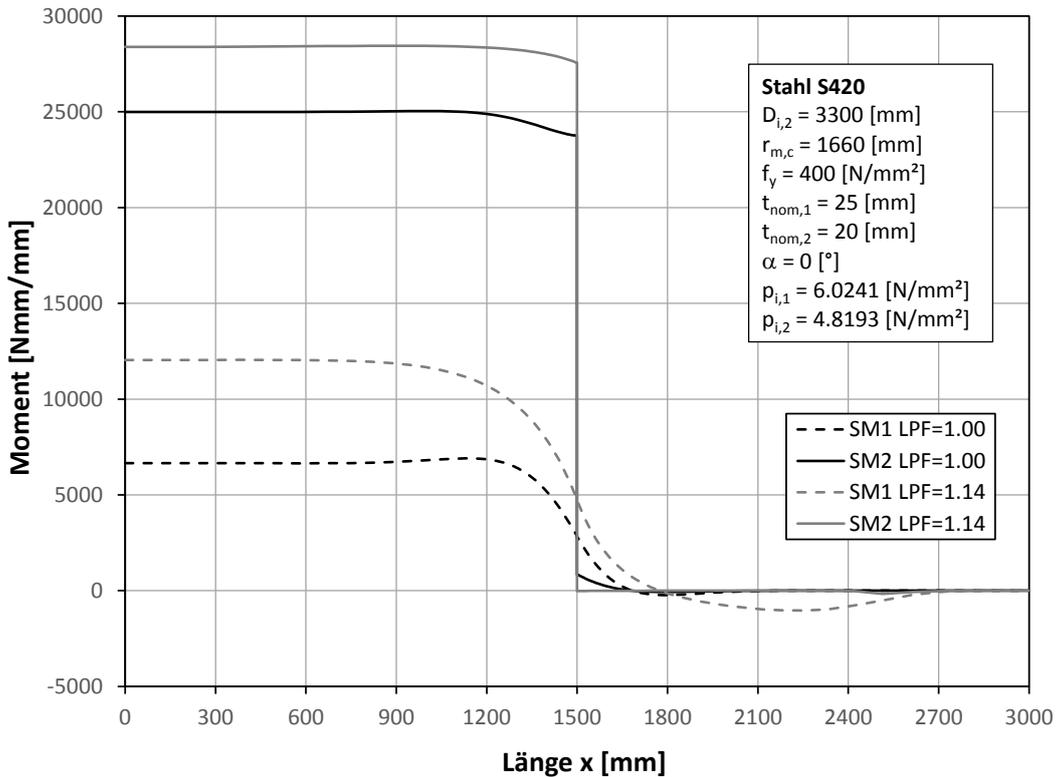


Abbildung 257: Momente entlang der x- Richtung bei $\phi = 90^\circ$; Fall (2b)

Siehe ANMERKUNG zur Abbildung 237!

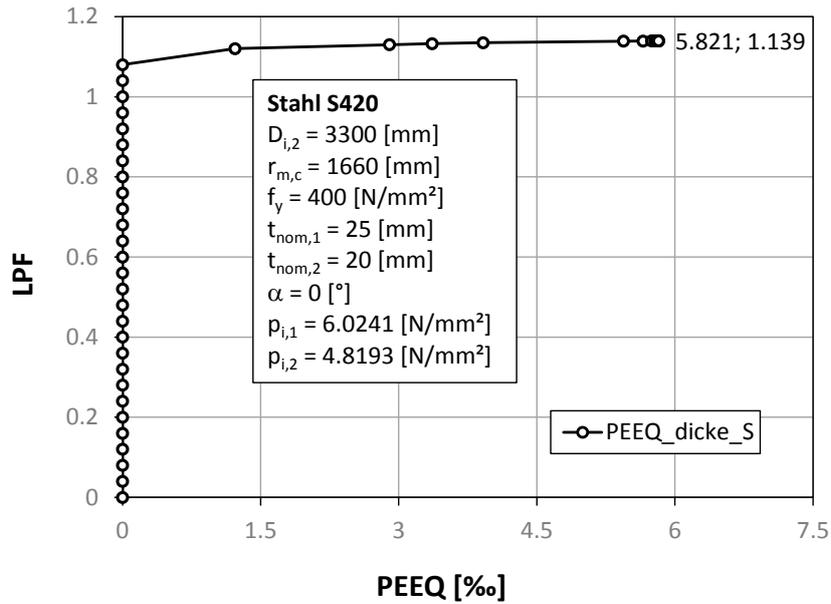


Abbildung 258: PEEQ in der dicken Schale; Fall (2b)

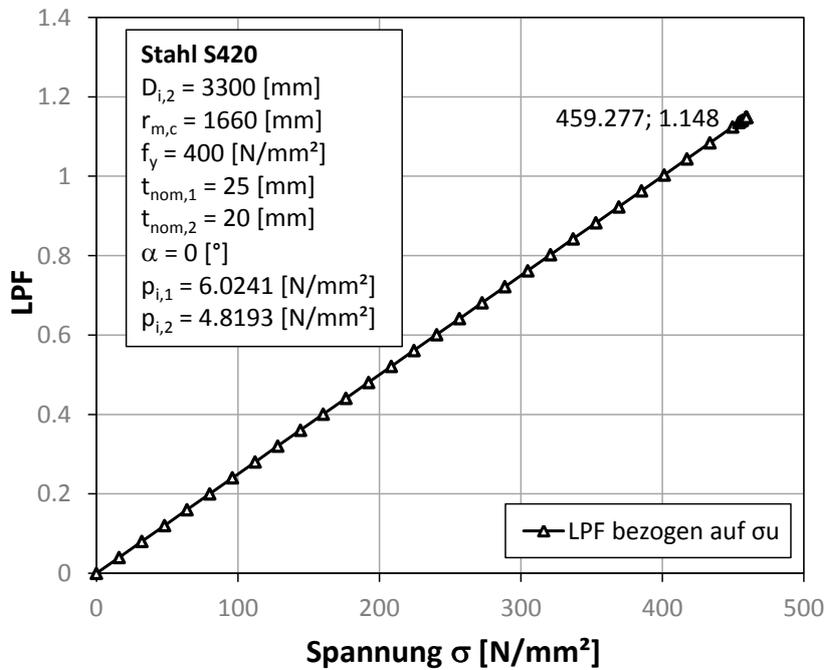


Abbildung 259: LPF bezogen auf die Umfangsspannung; Fall (2b)

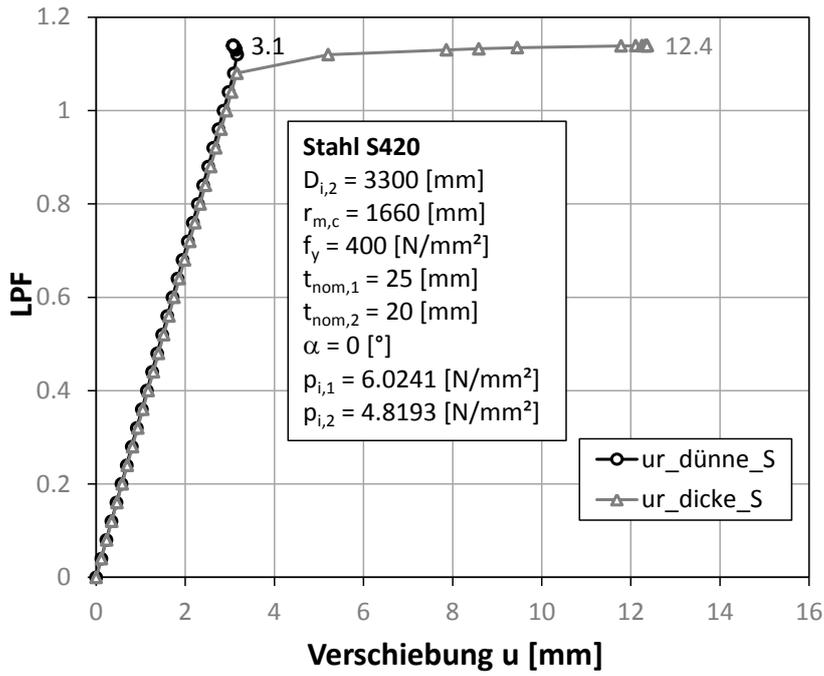


Abbildung 260: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (2b)

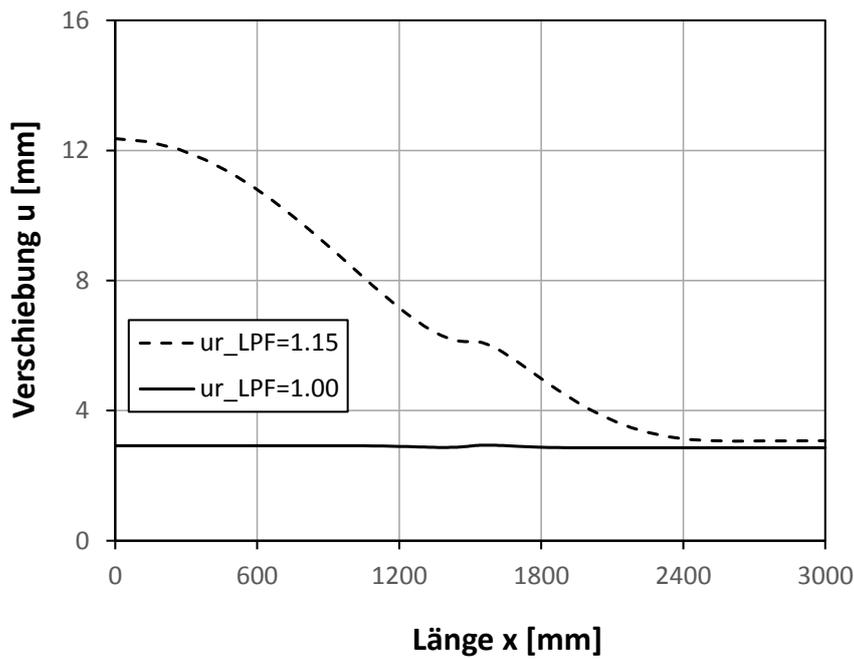


Abbildung 261: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (2b)

1.3.7 Fall (3a)

1.3.7.1 FE- Berechnung GMNA

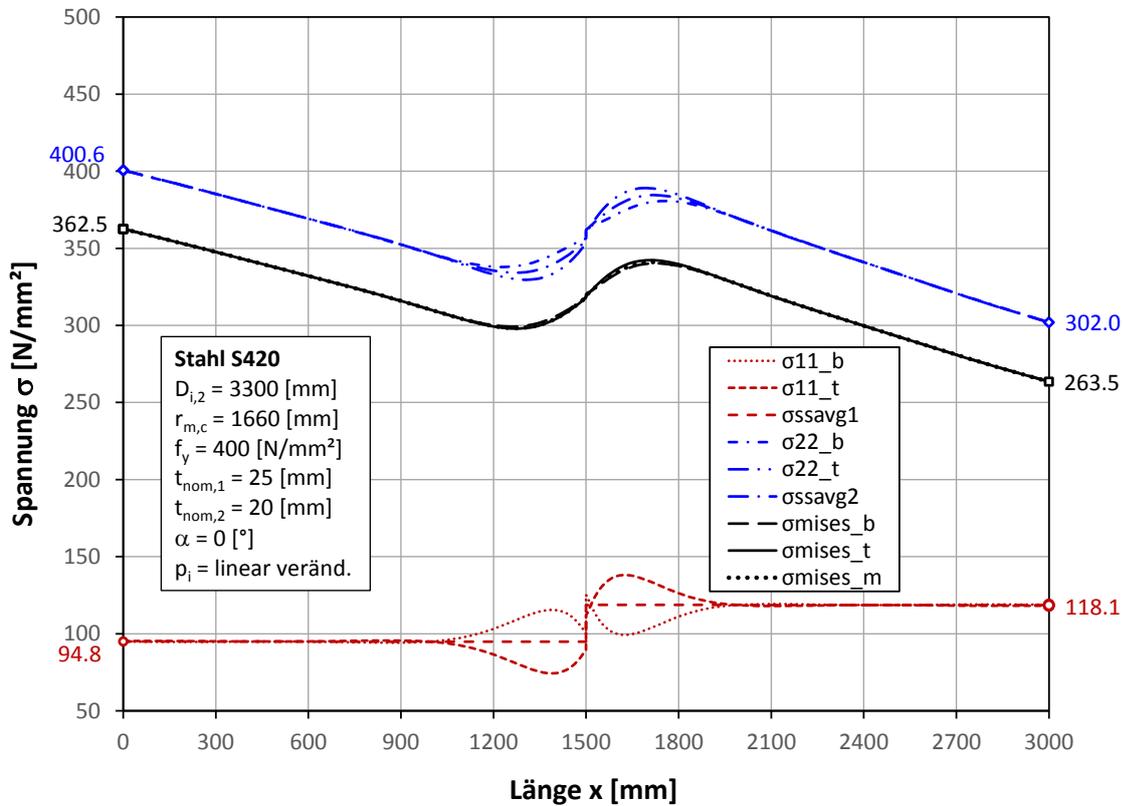


Abbildung 262: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.00); Fall (3a)

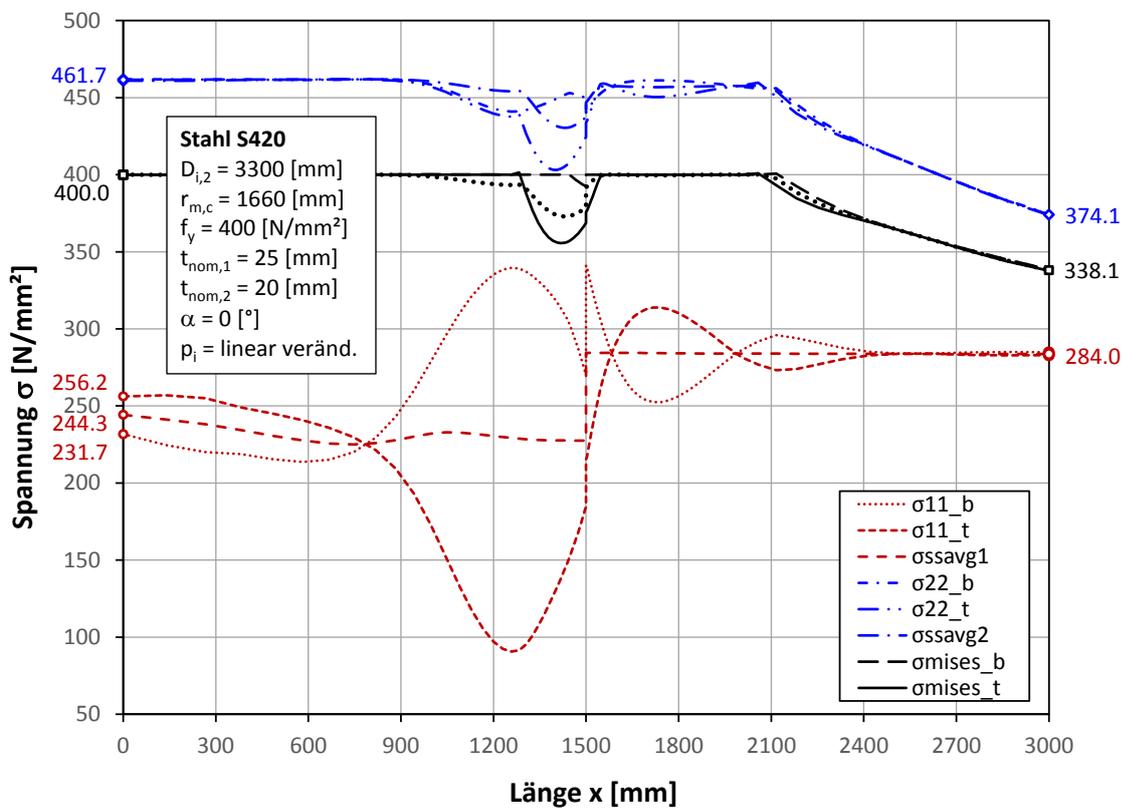


Abbildung 263: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.23); Fall (3a)

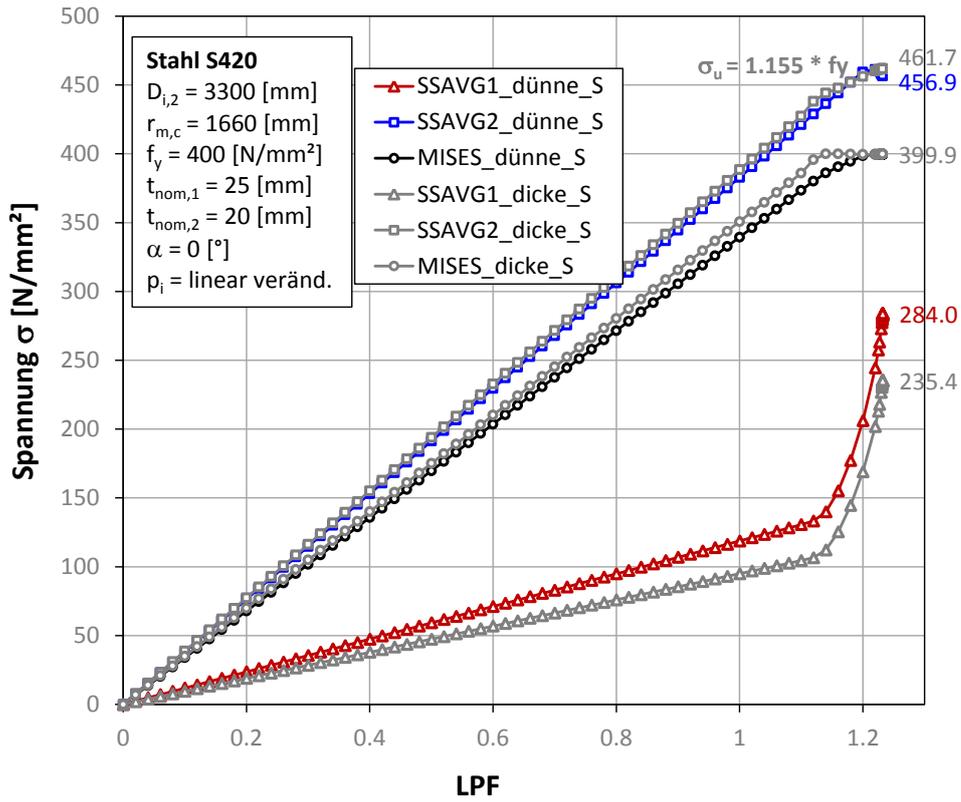


Abbildung 264: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (3a)

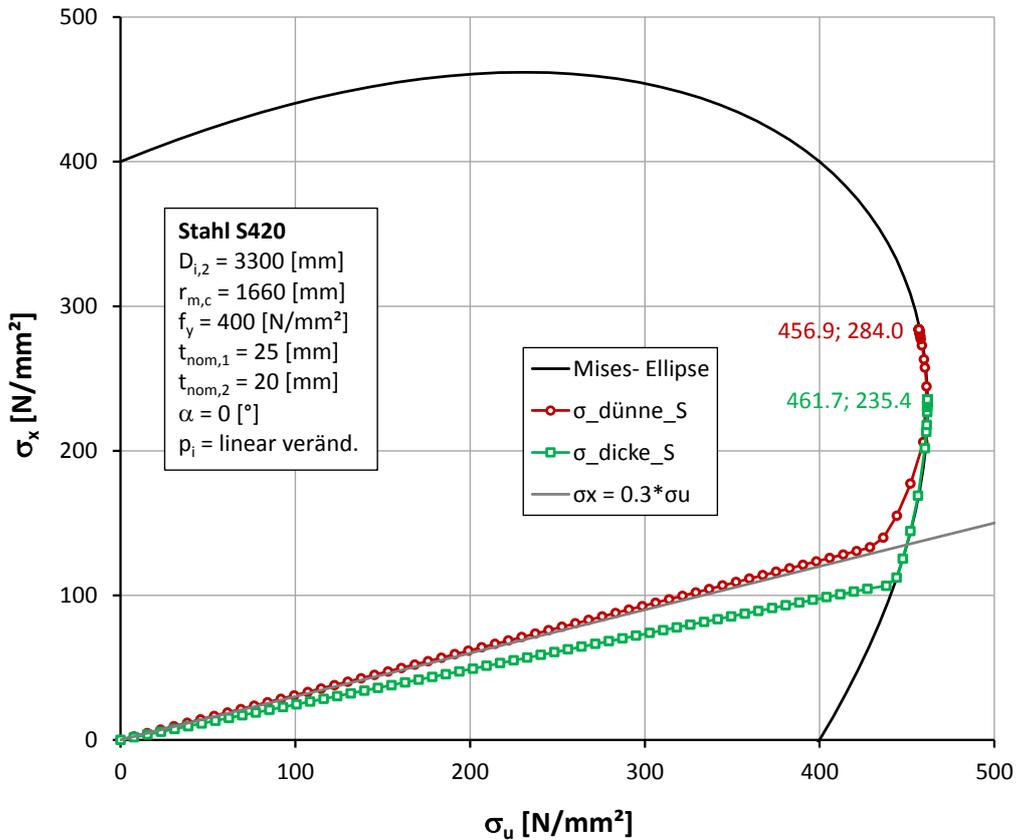


Abbildung 265: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (3a)

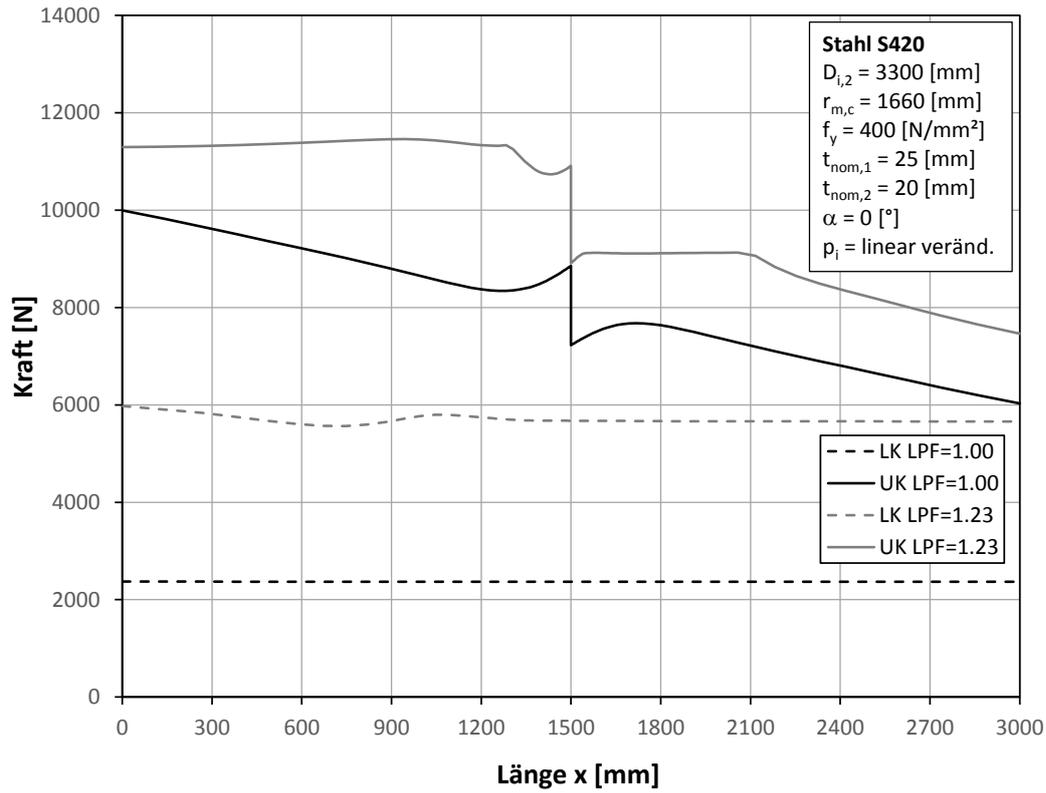


Abbildung 266: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (3a)

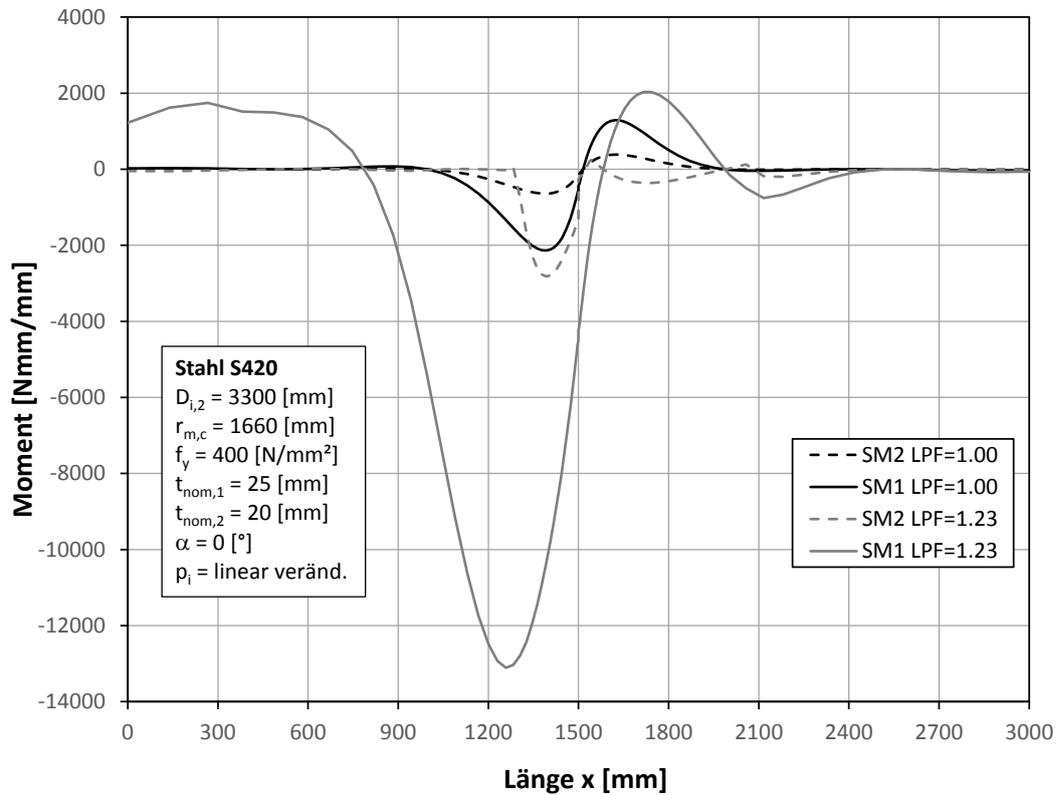


Abbildung 267: Momente entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (3a)

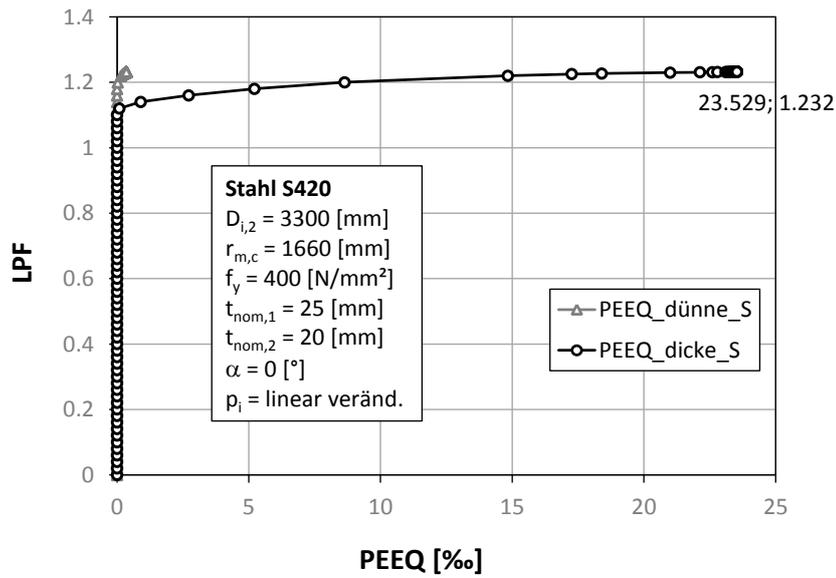


Abbildung 268: PEEQ; Fall (3a)

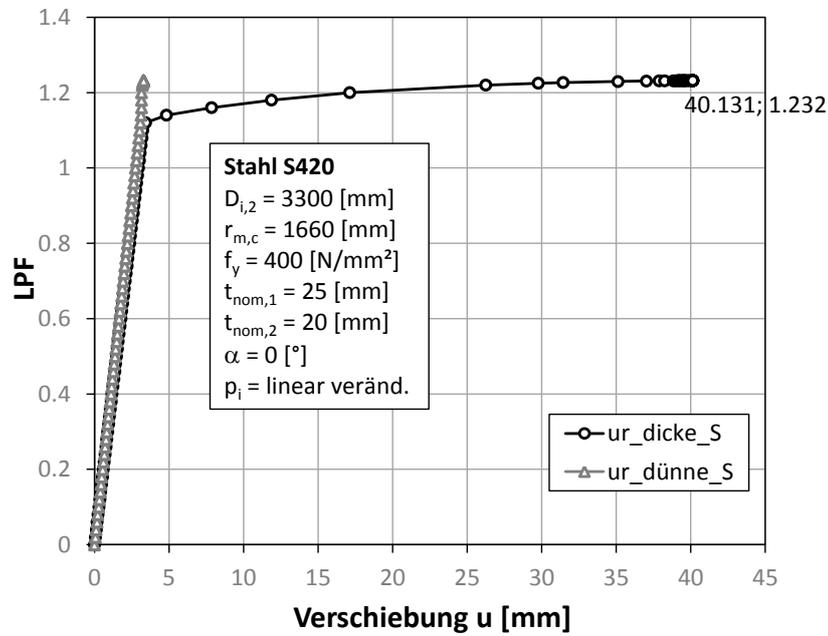


Abbildung 269: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (3a)

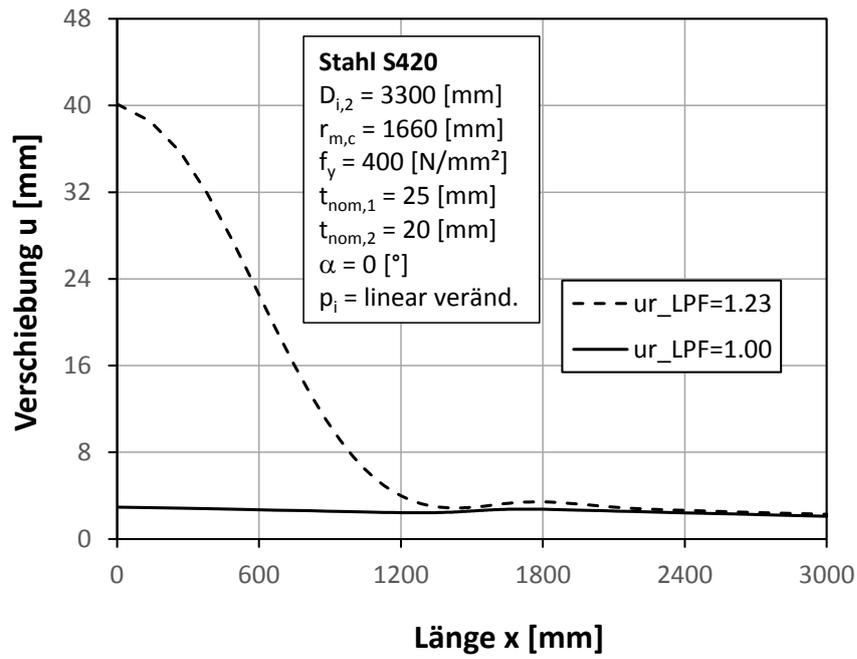


Abbildung 270: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (3a)

1.3.8 Fall (3b)

1.3.8.1 FE- Berechnung GMNA

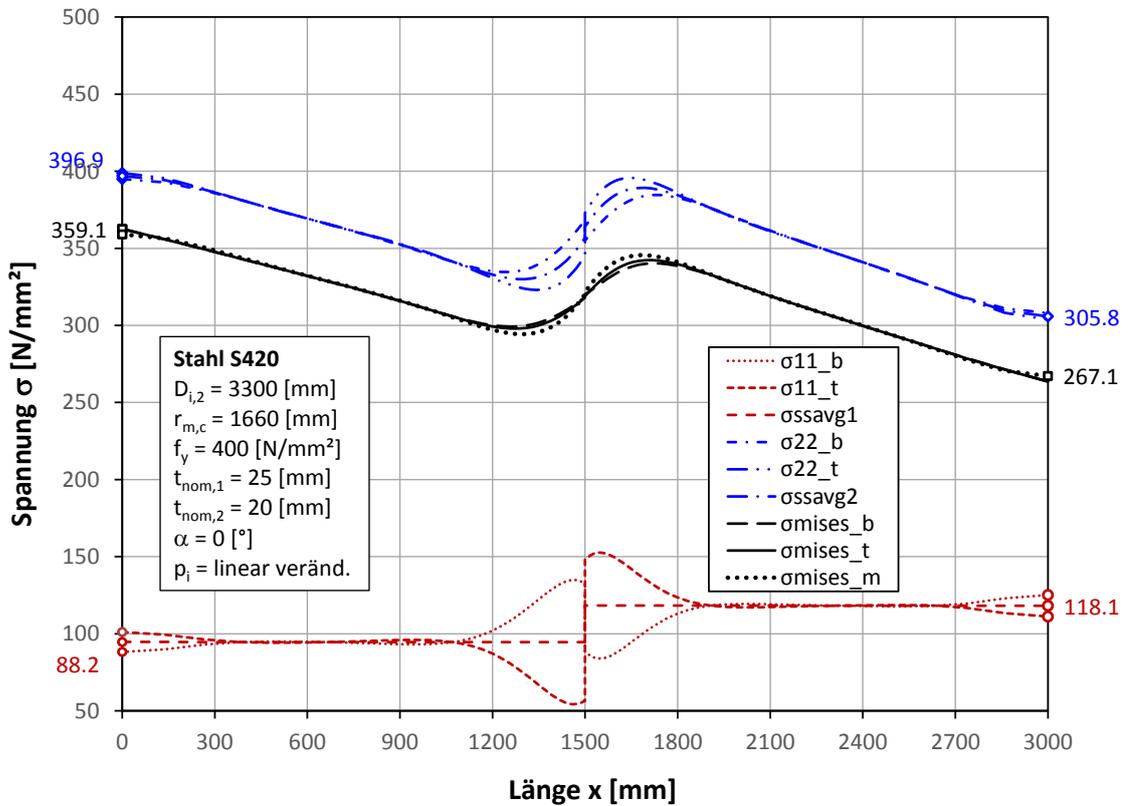


Abbildung 271: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\phi = 90^\circ$ ($LPF = 1.00$); Fall (3b)

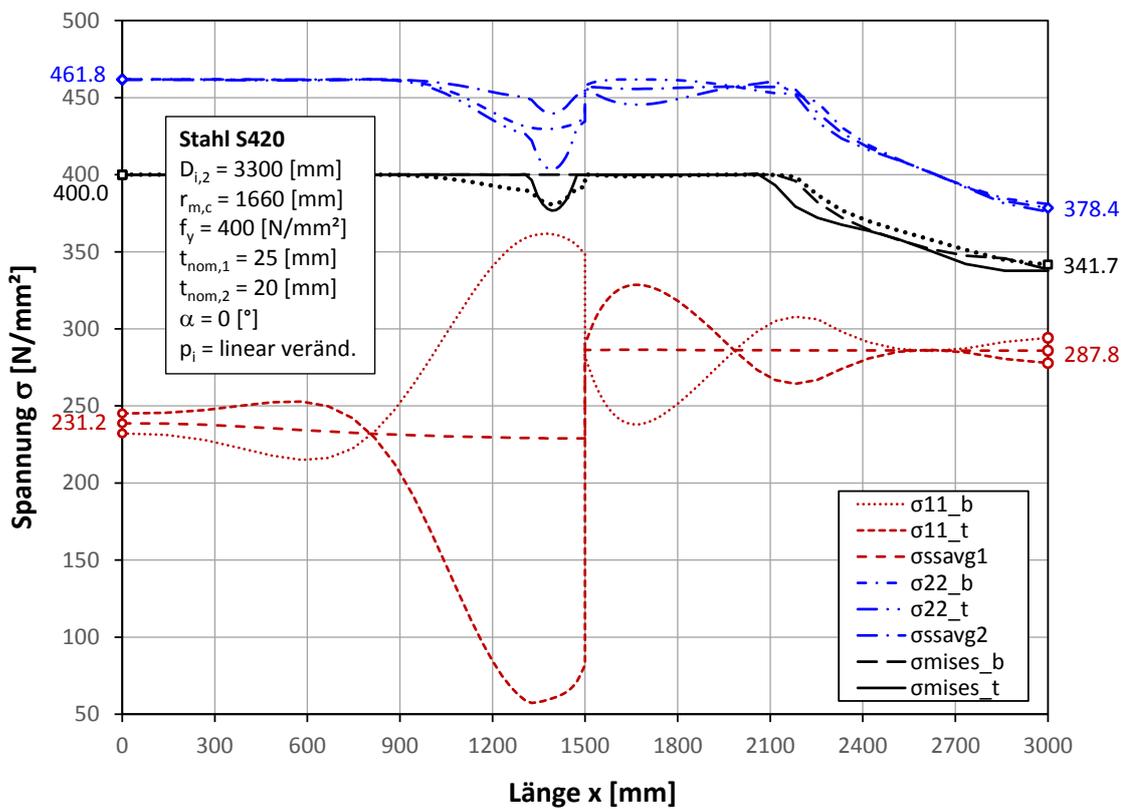


Abbildung 272: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\phi = 90^\circ$ ($LPF = 1.23$); Fall (3b)

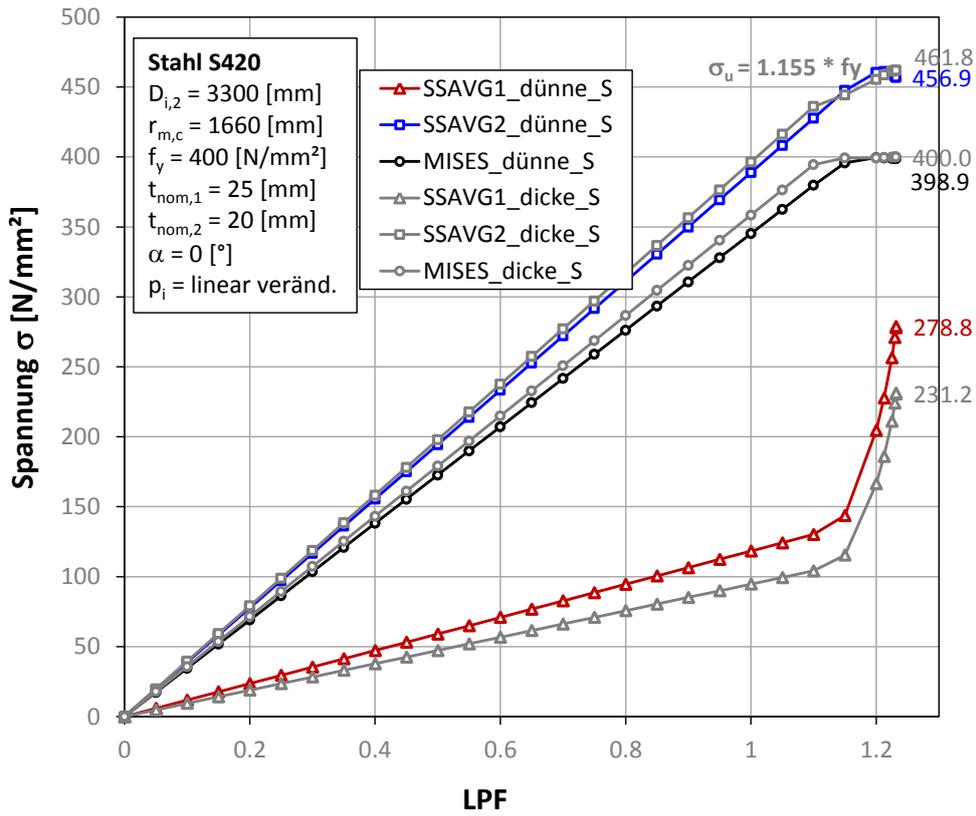


Abbildung 273: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (3b)

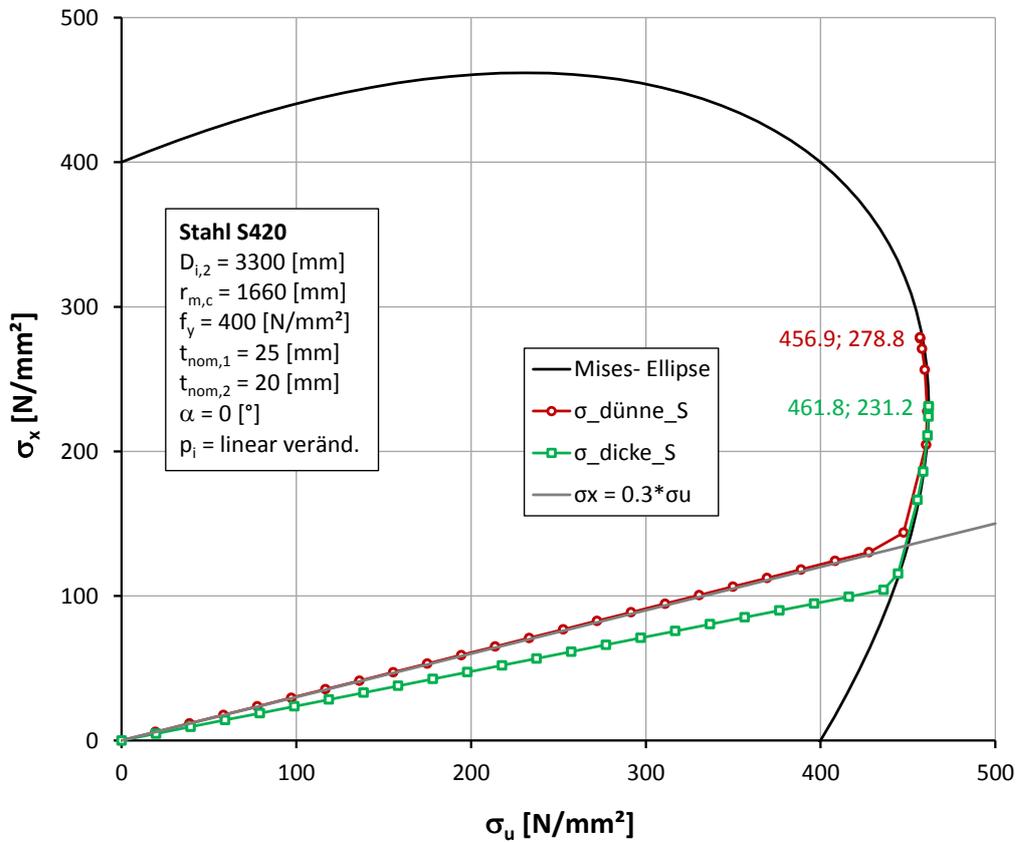


Abbildung 274: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (3b)

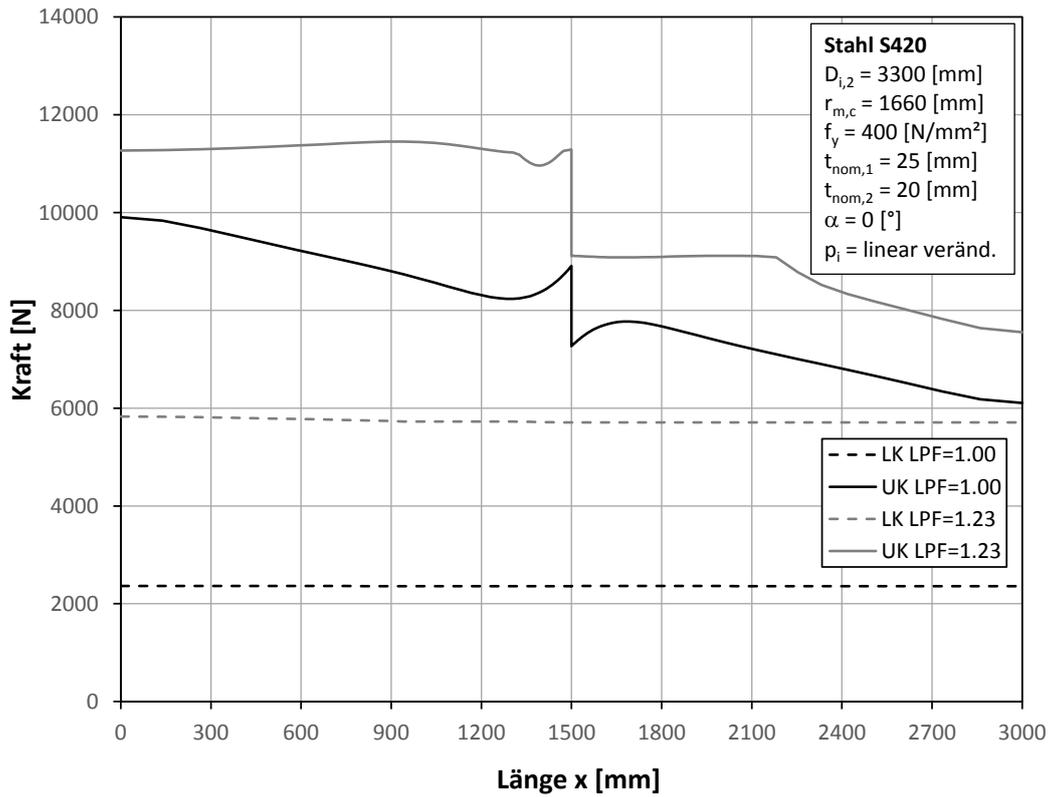


Abbildung 275: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (3b)

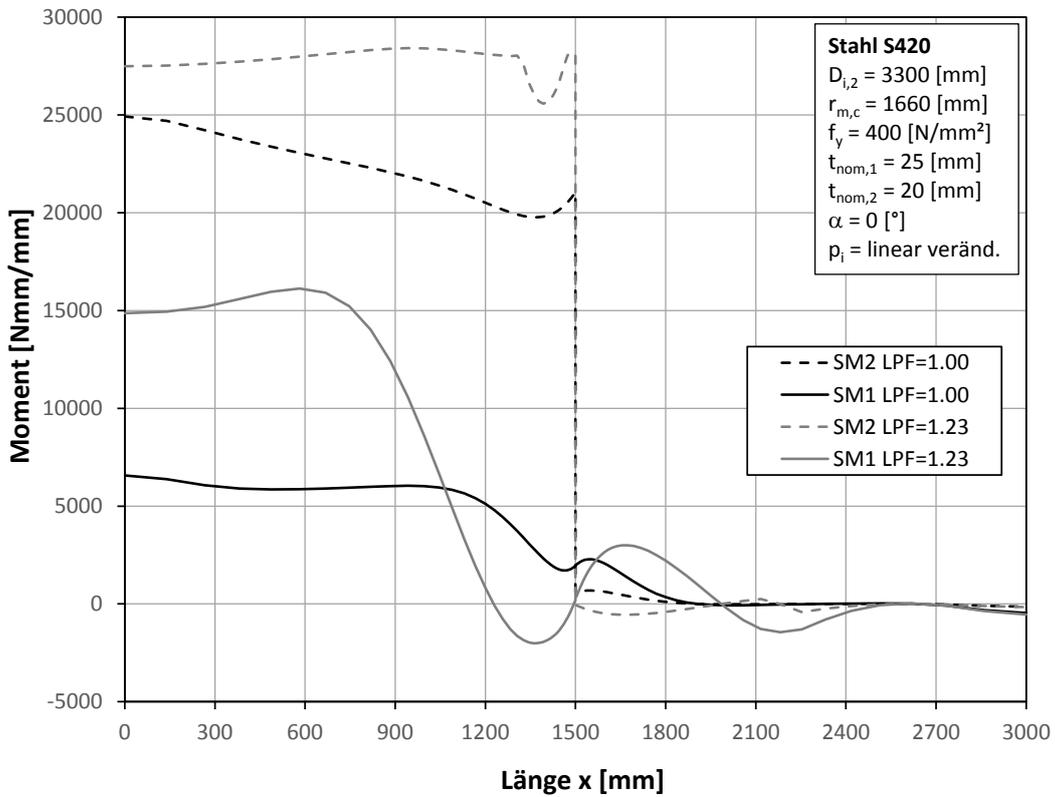


Abbildung 276: Momente entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (3b)

Siehe ANMERKUNG zur Abbildung 237!

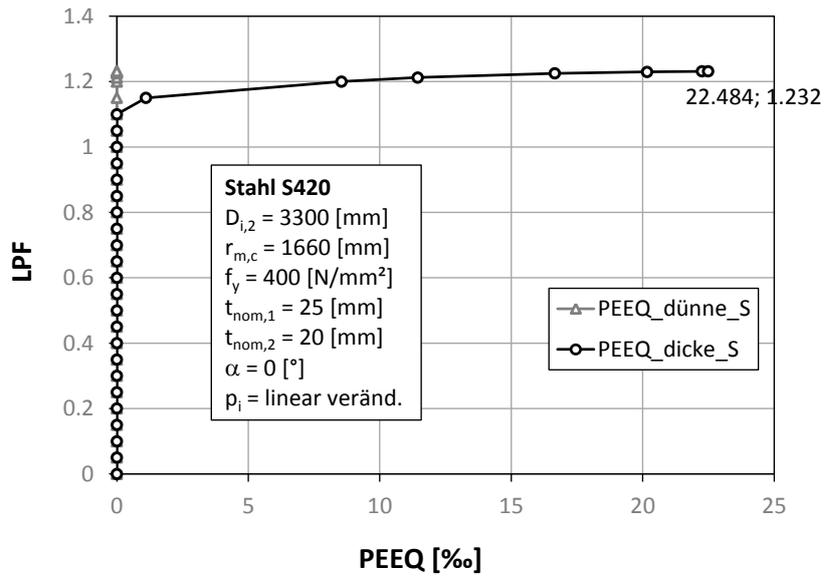


Abbildung 277: PEEQ; Fall (3b)

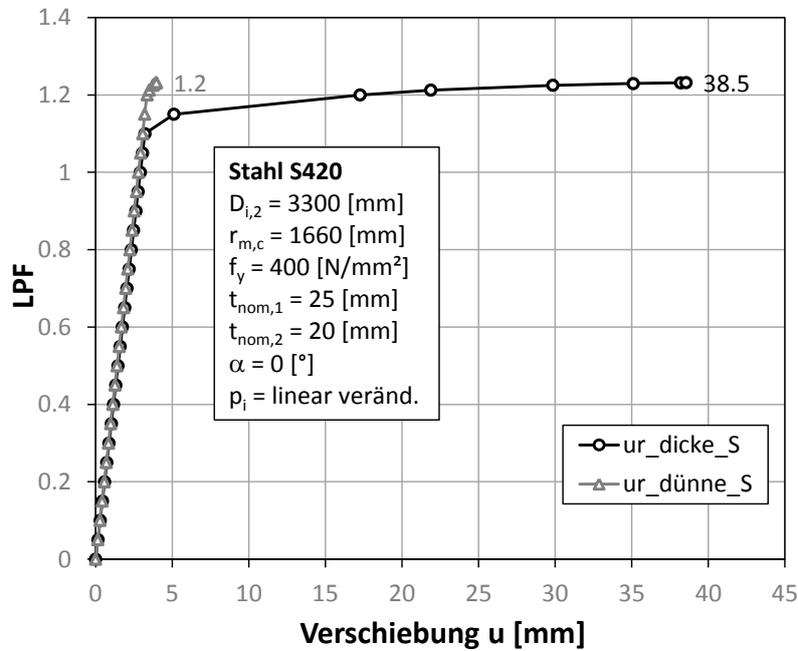


Abbildung 278: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (3b)

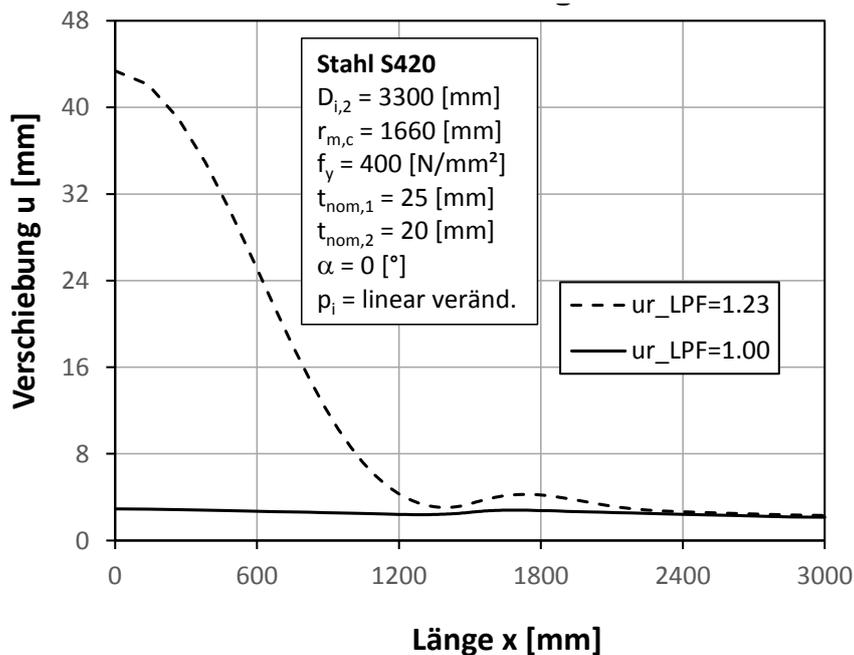


Abbildung 279: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (3b)

1.3.9 Zusammenfassung

Das gerade Rohr mit Dickensprung verhält sich ähnlich wie das gerade Rohr ohne Dickensprung. Aus den Diagrammen ist zu entnehmen, dass sich in dem dicken oder dem dünnen Rohrabschnitt (je nach Lastfall, ob die Mises- Vergleichsspannung vom dicken oder dünnen Rohr zuerst die Fließgrenze erreicht) aber nicht ganz der günstige Zustand von $\sigma_x = 0.5 * \sigma_u$ einstellt. Das bedeutet die Umfangsspannung erreicht nicht ganz Wert von:

$$\sigma_u = 1.155 * f_y$$

Der Laststeigerungsfaktor bezogen auf die Umfangsspannung ist aber in jedem Lastfall größer als 1.125. Das bedeutet $\sigma_u > 1.125 * f_y$

Der Faktor 1.125 kommt aus der Misesbedingung, wenn $\sigma_x = 0.3 * \sigma_u$ ist:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_x^2 - \sigma_u \sigma_x}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_u^2 + 0.3^2 * \sigma_u^2 - 0.3 * \sigma_u^2} \rightarrow \sigma_v = 0.8888 * \sigma_u \rightarrow \sigma_u = 1.125 * \sigma_v$$

Ein Dickensprung mit oder ohne exzentrischen Anschluss hat kaum einen Einfluss auf die Grenztragfähigkeit des Systems. Generell ist bei dem Dickensprung mit exzentrischem Anschluss die Grenztragfähigkeit, bezogen auf den Laststeigerungsfaktor, um ungefähr ein Prozent geringer.

Beim Rohr mit dem linear veränderlichen Innendruck ist der LPF größer als bei den anderen Fällen, weil das Rohr mehr Möglichkeiten hat die Spannungen umzulagern, da das Rohr aufgrund des Innendrucks nur punktwise zu Fließen beginnt.

Wenn die Mises- Vergleichsspannung des dicken oder dünnen Rohrabschnittes die Fließgrenze erreicht und die Last noch weiter gesteigert wird, beginnen die Dehnungen und Radialverschiebungen bis zum Versagen stark anzusteigen.

1.4 Gerades Rohr ($l_x = 40000$ mm) mit Dickensprung in Rohrlängsrichtung

Die im vorherigen Kapitel untersuchten Fälle (3a) und (3b) weisen Innendrucke auf, die sich an dem kurzen Rohrstück von 3 m sehr stark verändern (Der Druckunterschied auf 3 m beträgt 2.4 N/mm^2 . Das entspricht einer Wassersäule von ca. 240 m). Dies wird in der Praxis nicht vorkommen, deswegen wird hier ein Fall untersucht, der sehr realitätsnahe ist.

Das Rohr wird mit folgender Geometrie und folgenden Materialeigenschaften berechnet:

$$D_i = 3990 \text{ mm}$$

$$r_m = 2000 \text{ mm}$$

$$l_x = 40000 \text{ mm}$$

$$t_1 = 12 \text{ mm}$$

$$t_2 = 10 \text{ mm}$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{st} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

Der Dickensprung befindet sich in der Mitte des Rohres, d. h. bei $l_x = 20000$ mm.

1.4.1 Beschreibung des FE- Modells

Die Berechnung wird mittels der in 4 „Grundlagen der FE-Berechnung“ beschriebenen Elemente durchgeführt. Um eine gute Auflösung der Ergebnisse zu bekommen, sind 200 Elementreihen in Umfangsrichtung und 160 Elementreihen in Längsrichtung definiert (Abbildung 280). Um sicher zu gehen, dass die lokalen Spannungsänderungen im Bereich des Dickensprungs gut erfasst werden wird das Netz dort verfeinert. Die kleinste Elementlänge (in x- Richtung) beträgt 2.06 mm.

Die Randbedingungen für das Modell mit und ohne Exzentrizität im Dickensprung sind gleich wie im Kapitel 1.3.1 definiert.

Das Material wird wie in der Abbildung 198 dargestellt eingegeben.

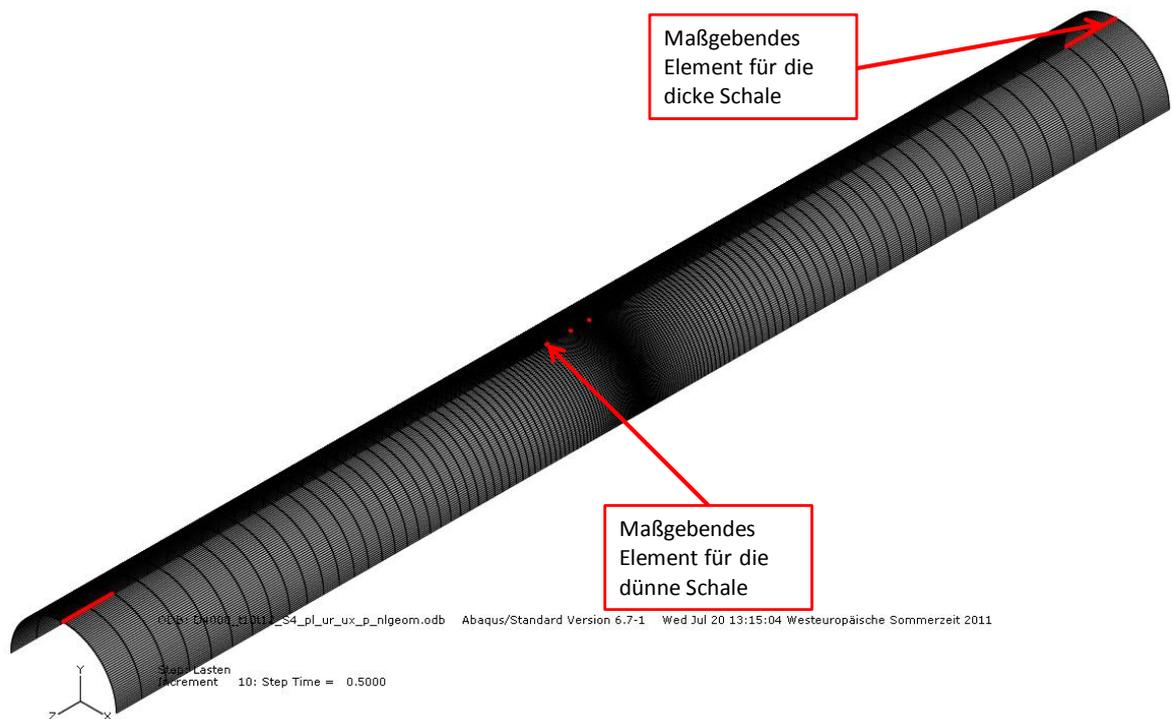


Abbildung 280: Maßgebende Elemente (siehe Kapitel 1.3.1) für die Auswertung und die Darstellung der Netzteilung

1.4.2 Lastfälle

Die Abbildung 281 zeigt die unterschiedlichen untersuchten Lastfälle. Untersucht werden verschiedene Ausführungen des Dickensturms (zentrisch oder exzentrisch). Der Innendruck ist so ausgelegt, dass die Umfangsspannung am Anfang des dünnen Rohres genau die Fließgrenze erreicht.

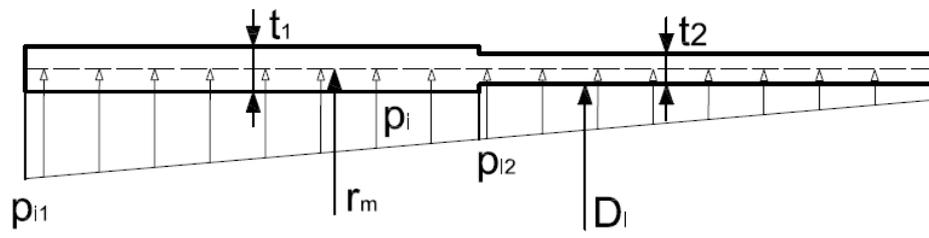
Fall (a) und (b) (siehe Abbildung 281):

Die Gradiente des Innendruckes entspricht genau der Gradiente des hydrostatischen Drucks des Wassers.

$$p_{i,2} = \frac{f_y * t_2}{r_m} = \frac{400 * 10}{2000} = 2.000 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{i,1} = p_{i,2} + \frac{l_x}{2} * \rho_w * g = 2.00 + 20000 * 1000 * 10 * 10^{-9} \\ = 2.200 \text{ N/mm}^2 \quad \dots \text{ mit } g \approx 10 \text{ m/s}^2$$

Fall a



Fall b

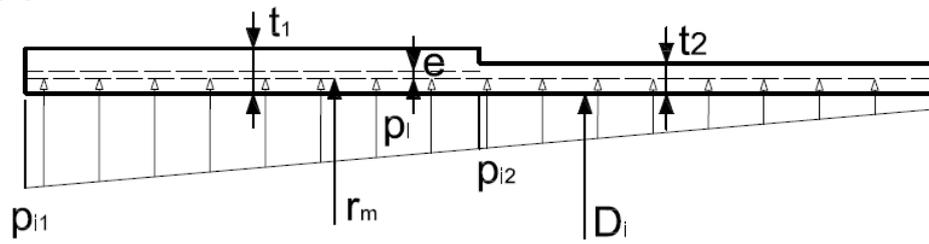


Abbildung 281: Darstellung der zwei Fälle im Längsschnitt

1.4.3 Fall (a)

1.4.3.1 FE- Berechnung GMNA

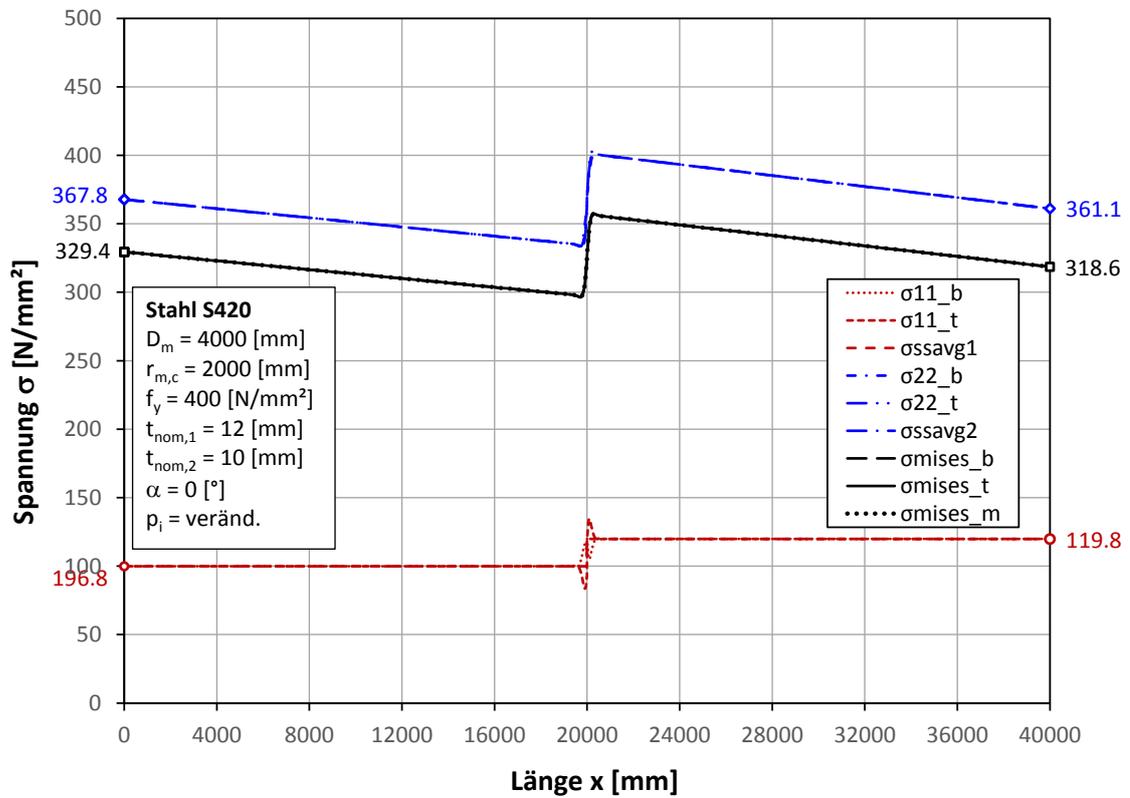


Abbildung 282: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.00); Fall (a)

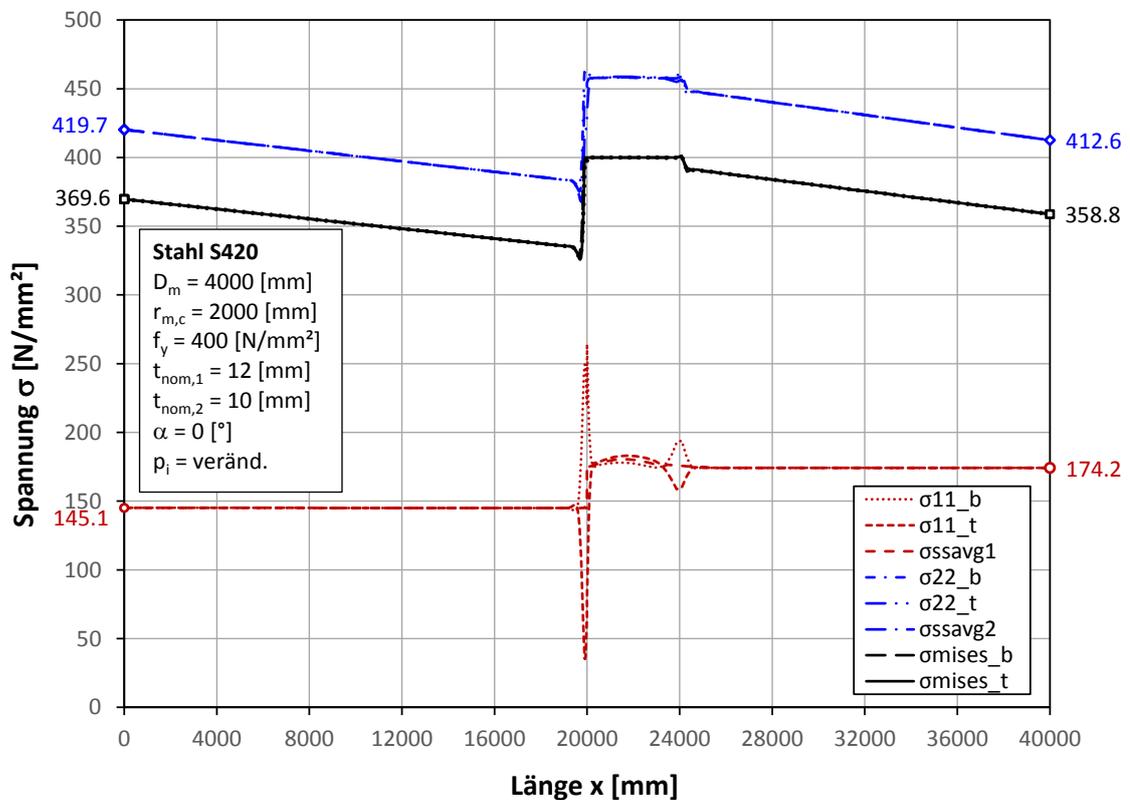


Abbildung 283: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.14); Fall (a)

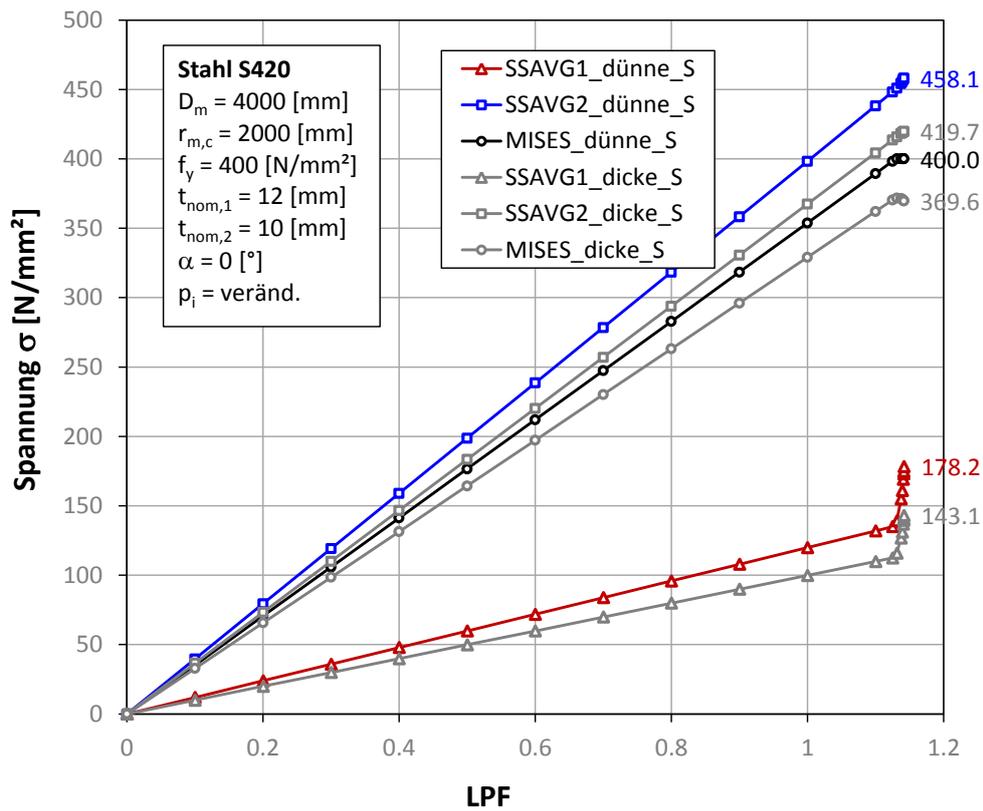


Abbildung 284: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (a)

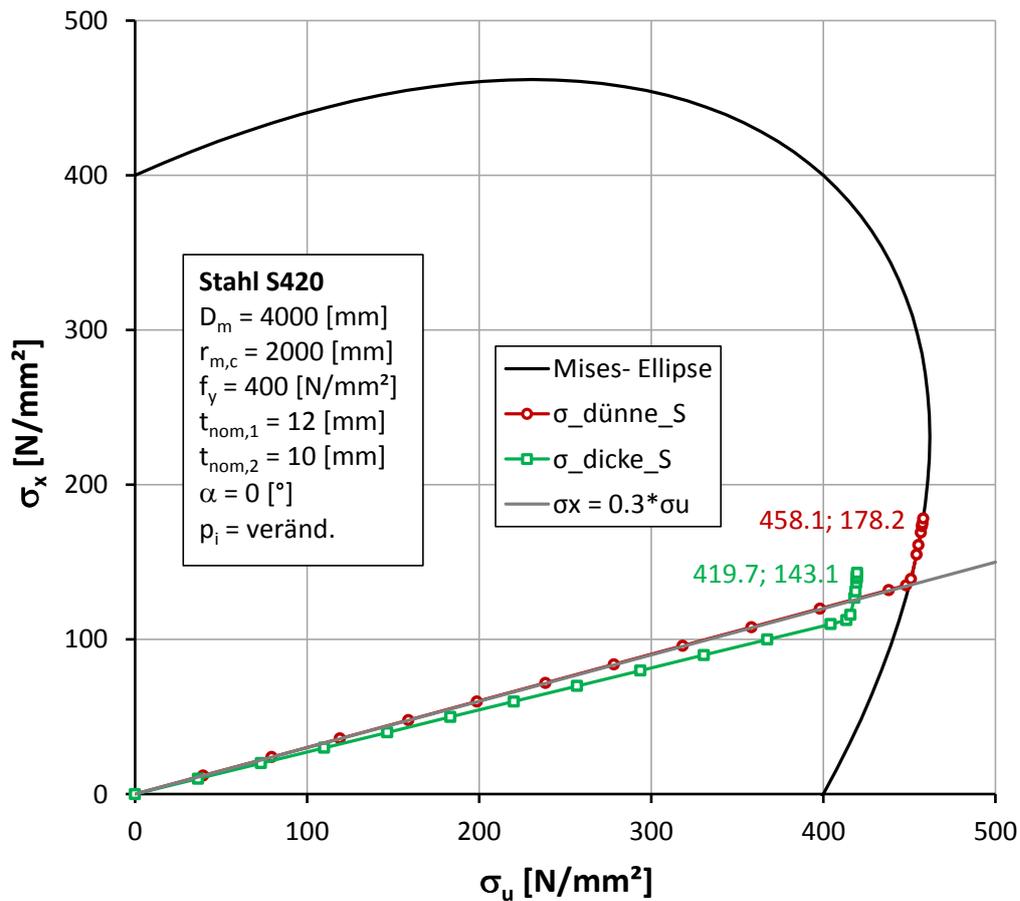


Abbildung 285: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (a)

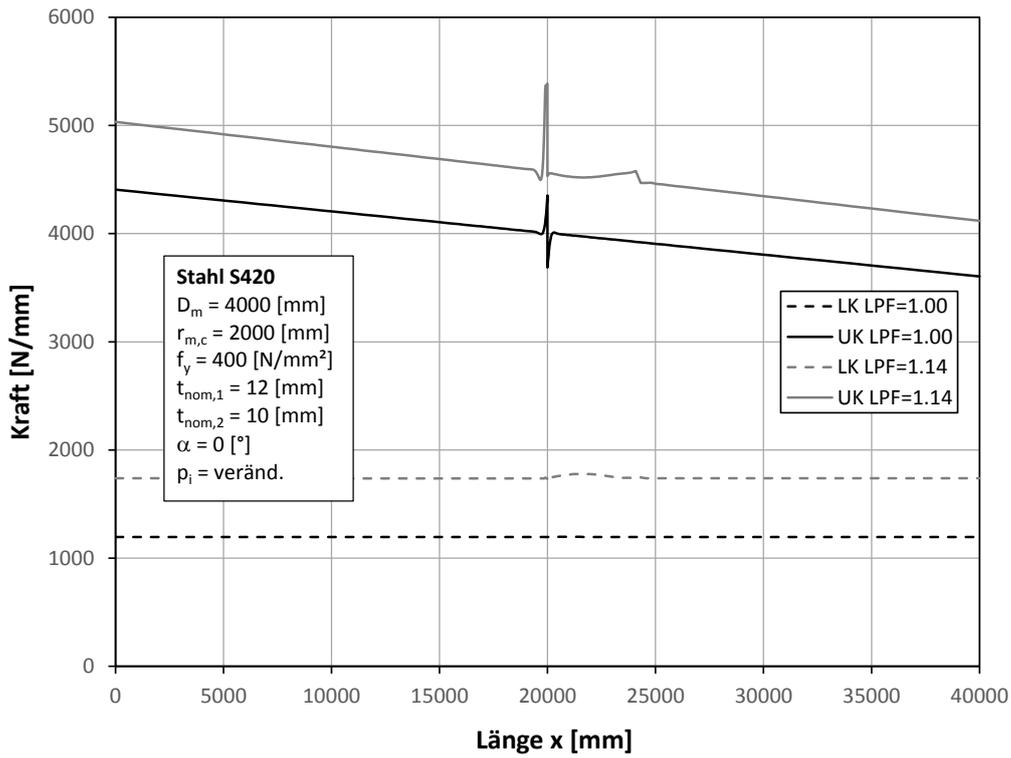


Abbildung 286: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x - Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (a)

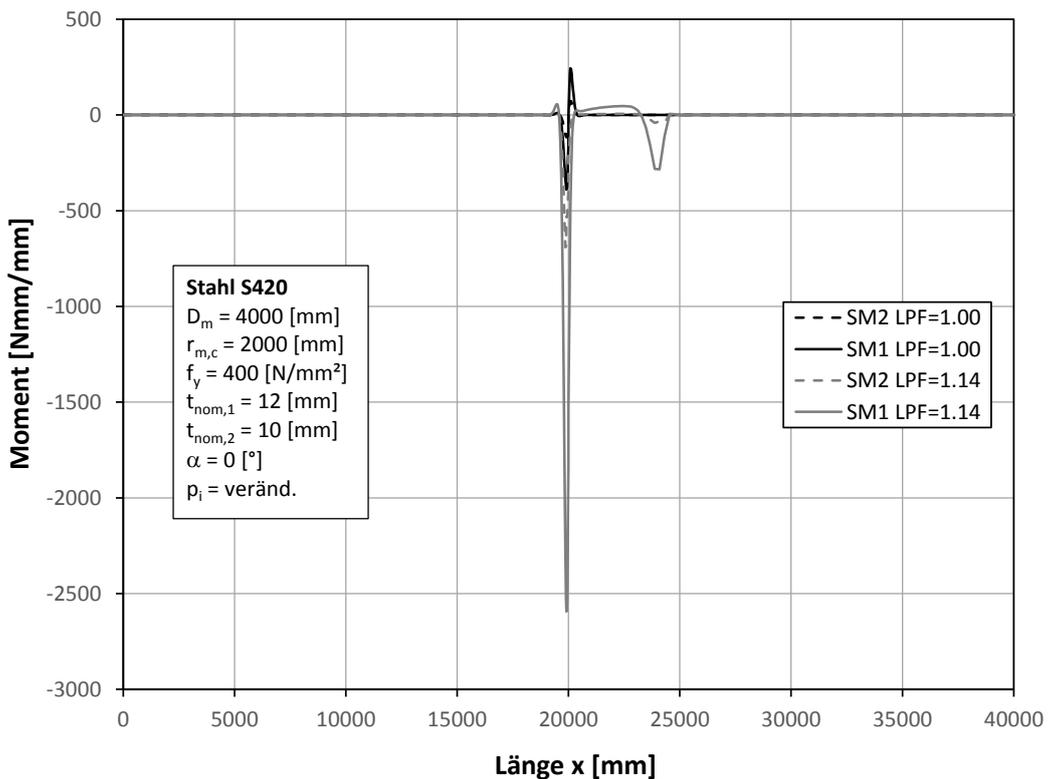


Abbildung 287: Momente entlang der x - Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (a)

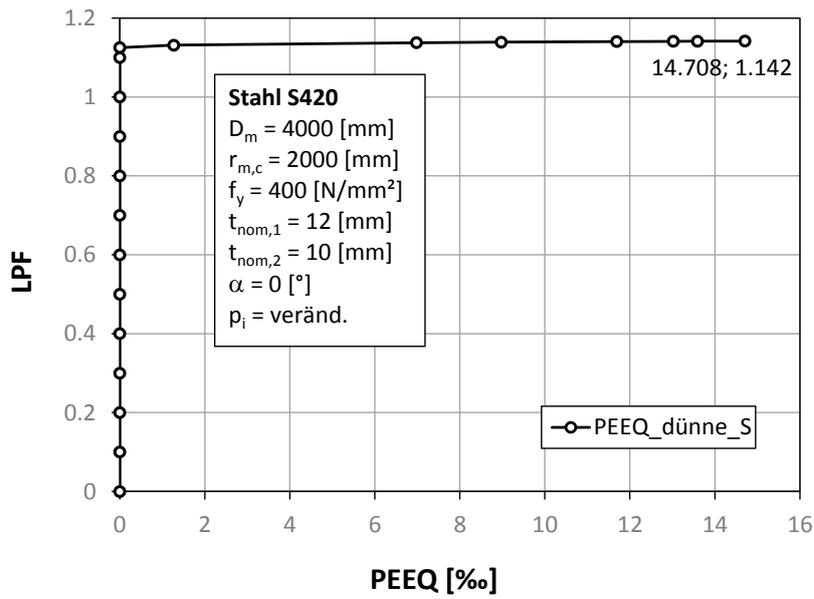


Abbildung 288: PEEQ in der dünnen Schale; Fall (a)

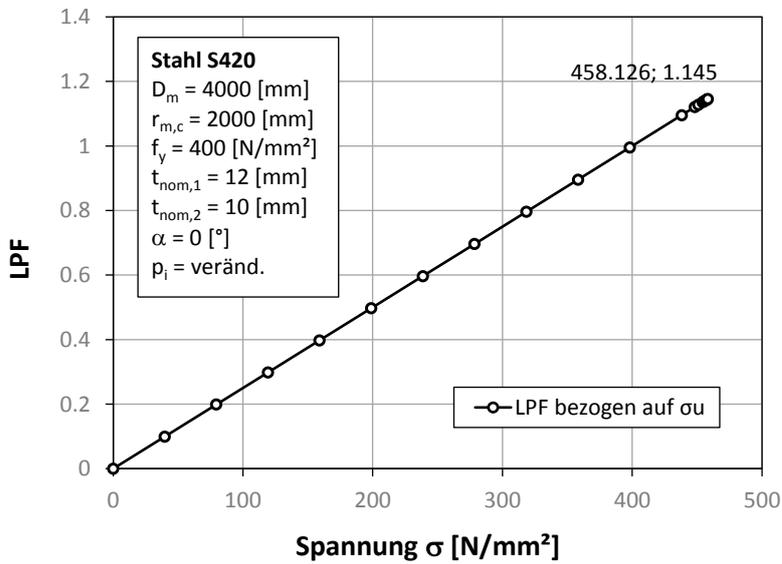


Abbildung 289: LPF bezogen auf die Umfangsspannung; Fall (a)

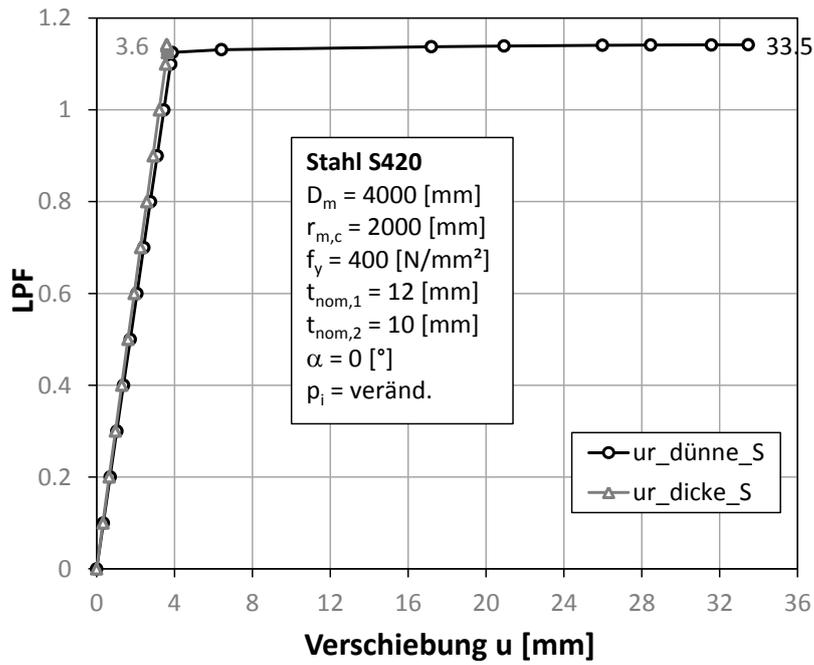


Abbildung 290: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (a)

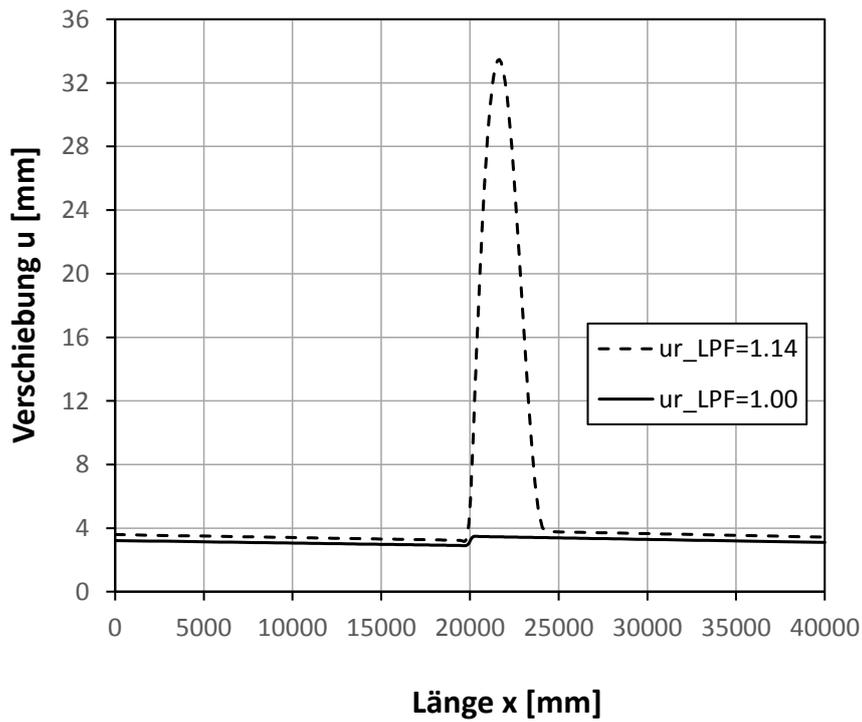


Abbildung 291: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (a)

1.4.4 Fall (b)

1.4.4.1 FE- Berechnung GMNA

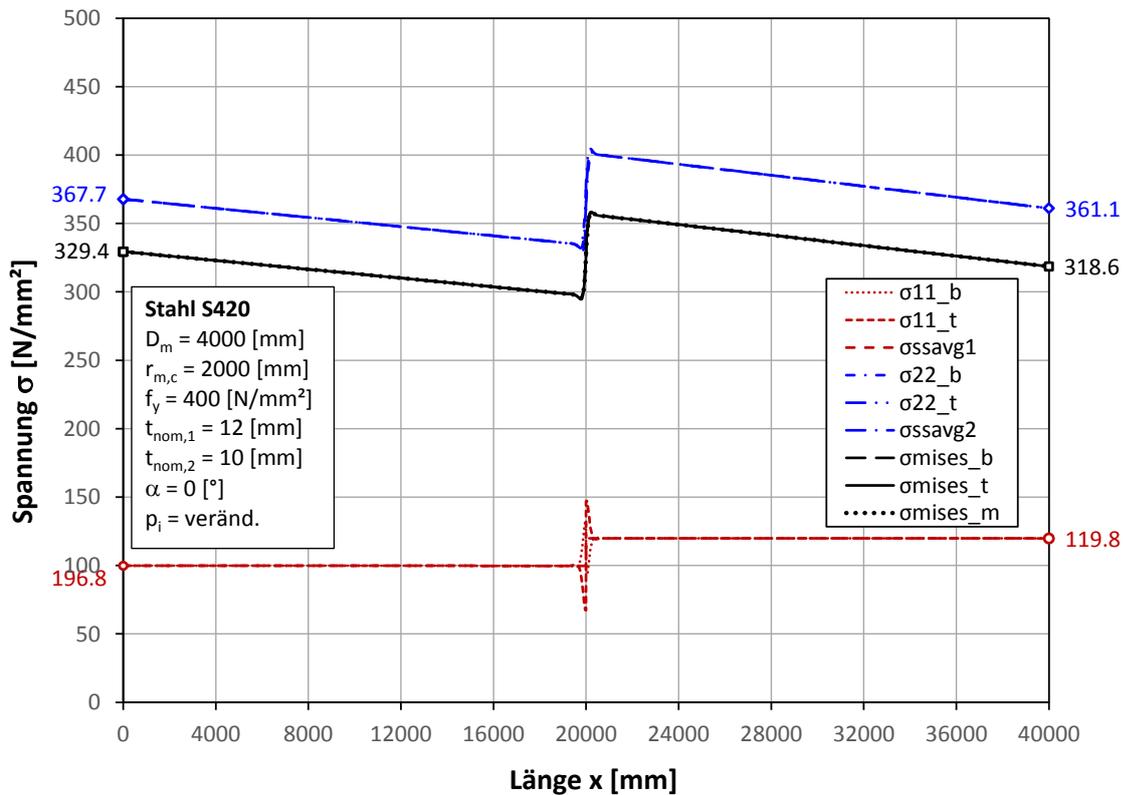


Abbildung 292: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.00); Fall (b)

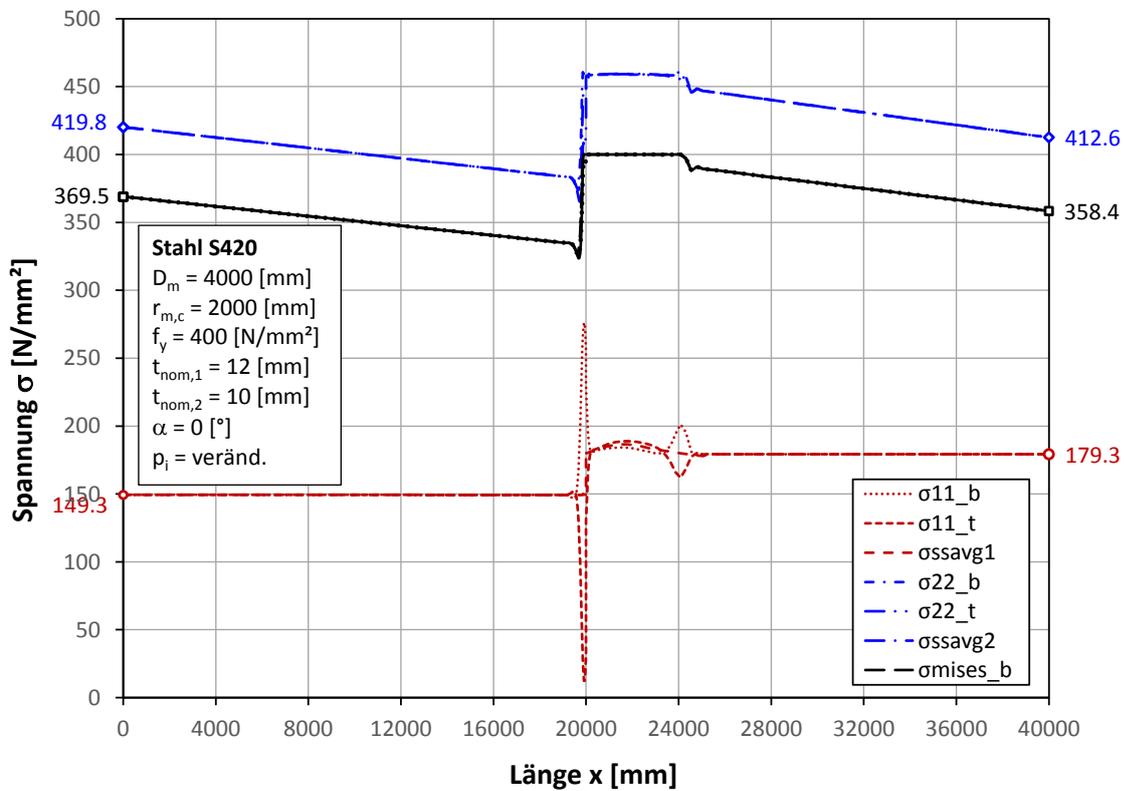


Abbildung 293: Spannungen entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$ (LPF = 1.14); Fall (b)

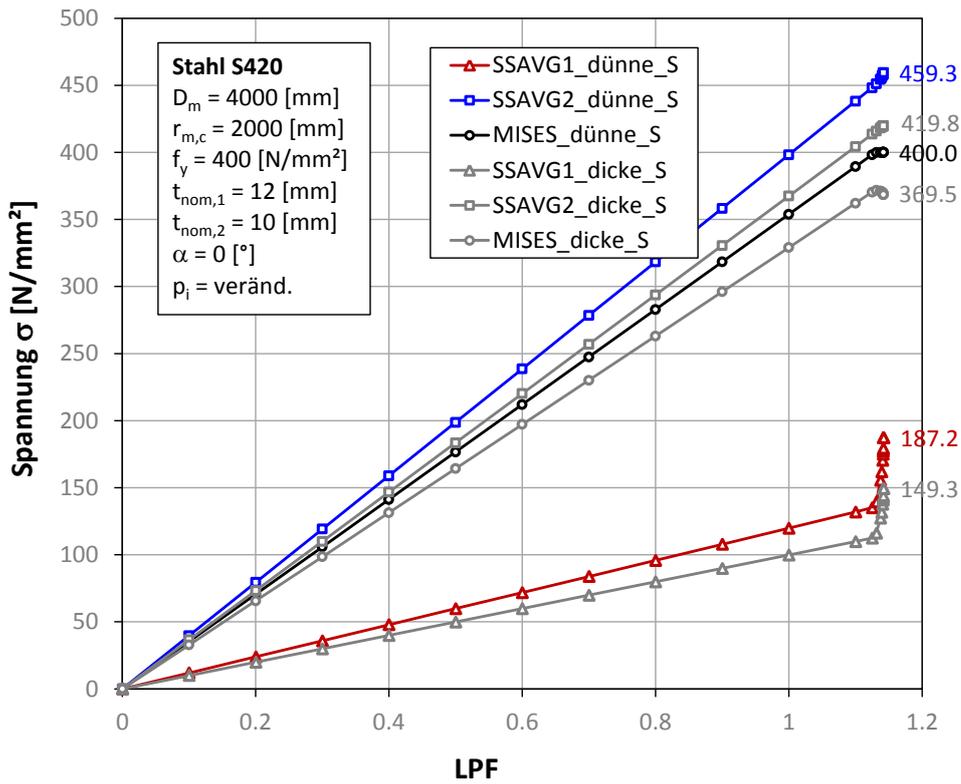


Abbildung 294: Spannungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (b)

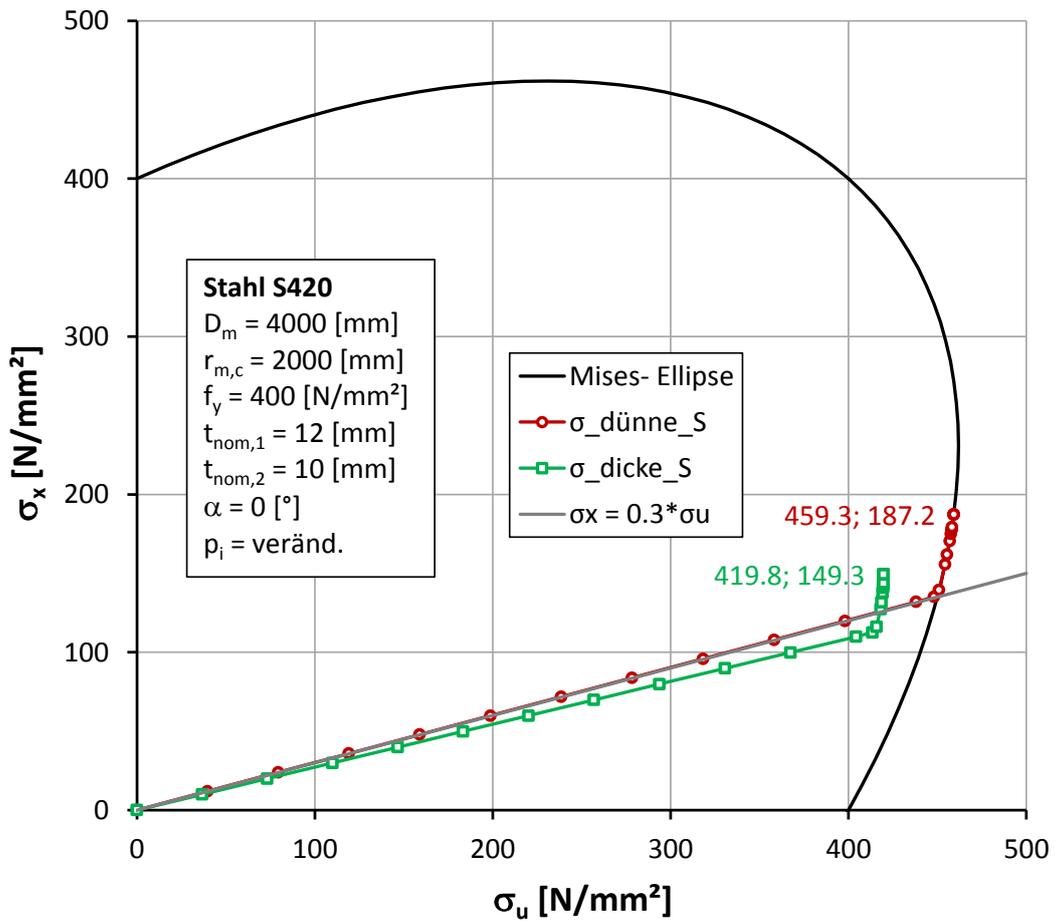


Abbildung 295: Spannungen an der Mises- Ellipse; Fall (b)

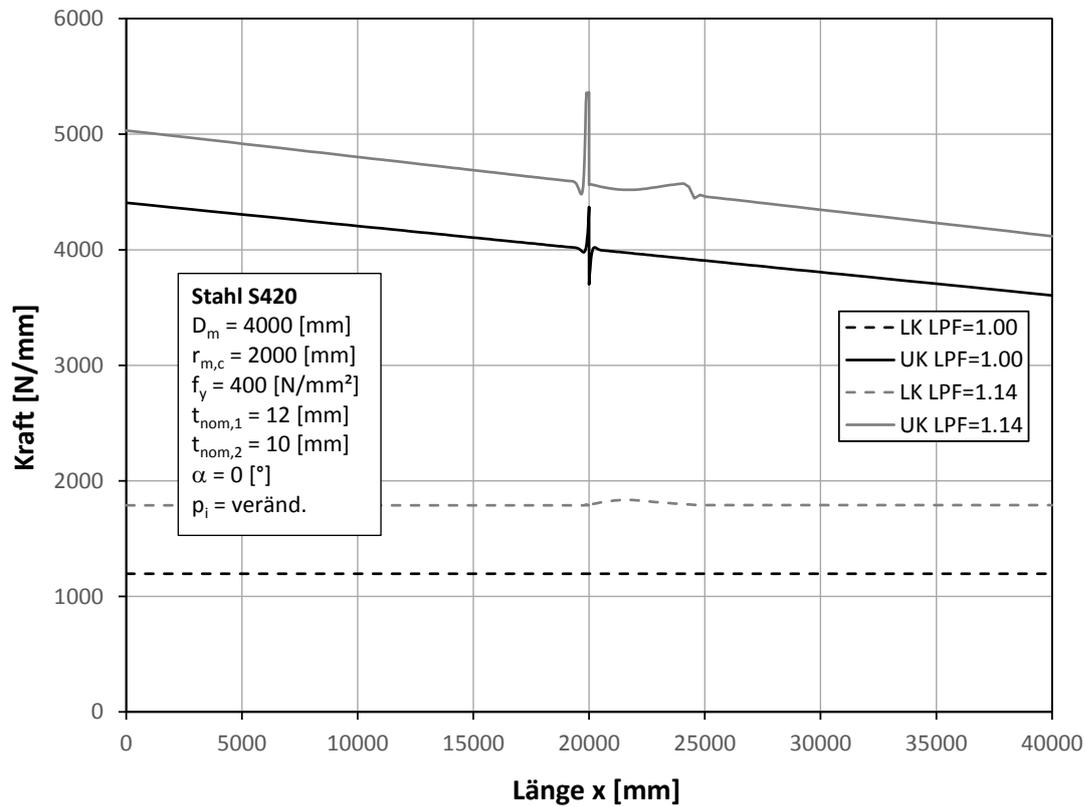


Abbildung 296: Längs- und Umfangsschnittkräfte entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (b)

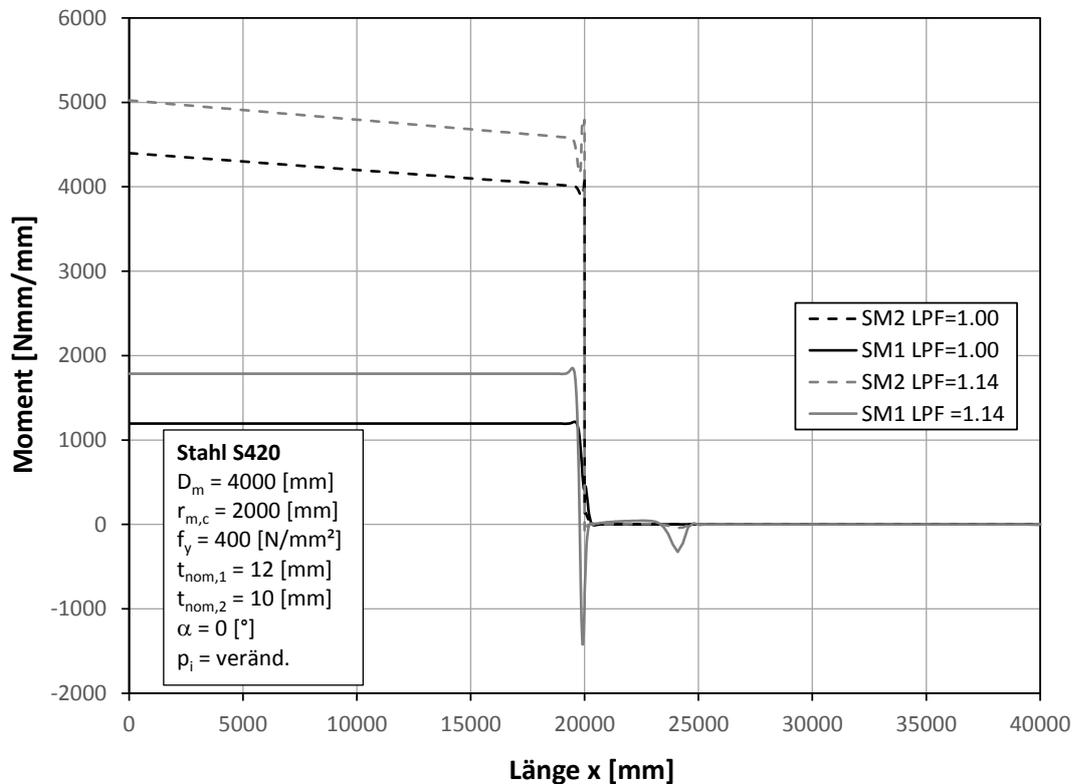


Abbildung 297: Momente entlang der x- Richtung bei $\Phi = 90^\circ$; Fall (b)

Siehe ANMERKUNG zur Abbildung 237!

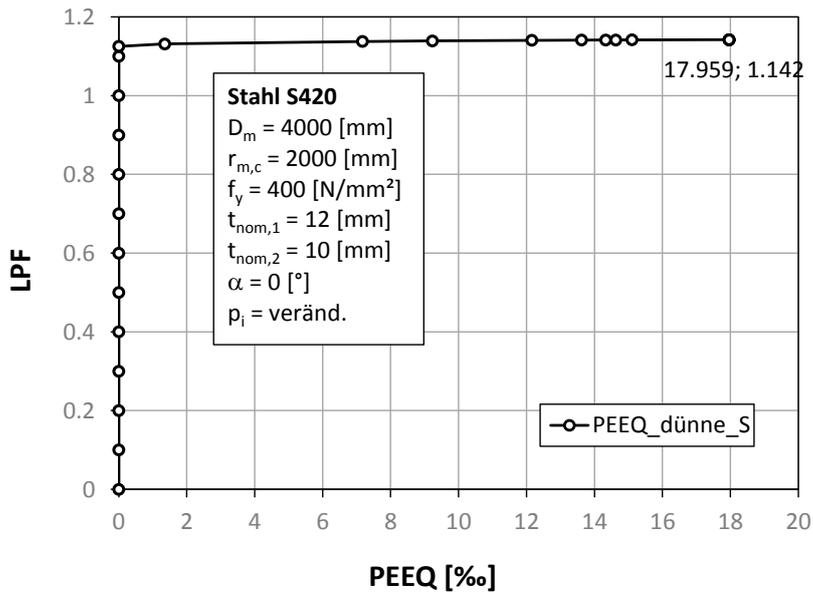


Abbildung 298: PEEQ in der dünnen Schale; Fall (b)

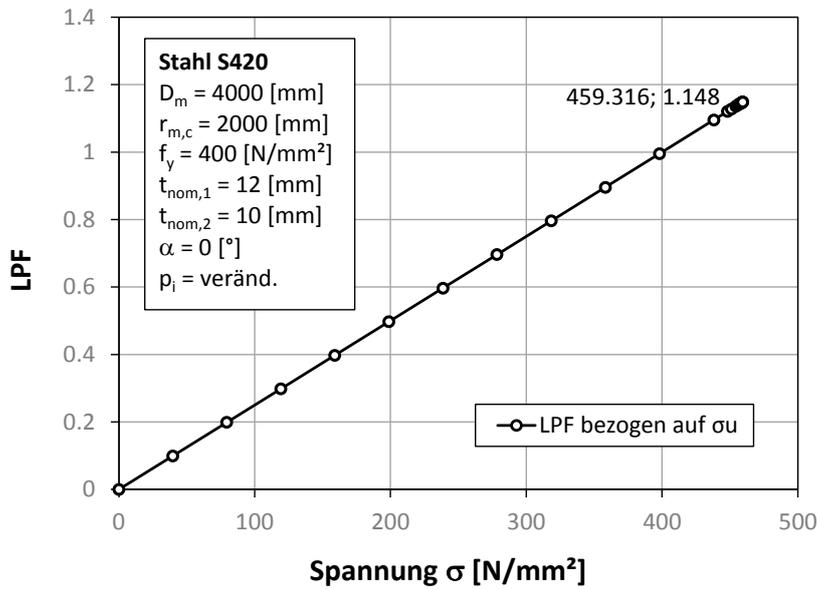


Abbildung 299: LPF bezogen auf die Umfangsspannung; Fall (1b)

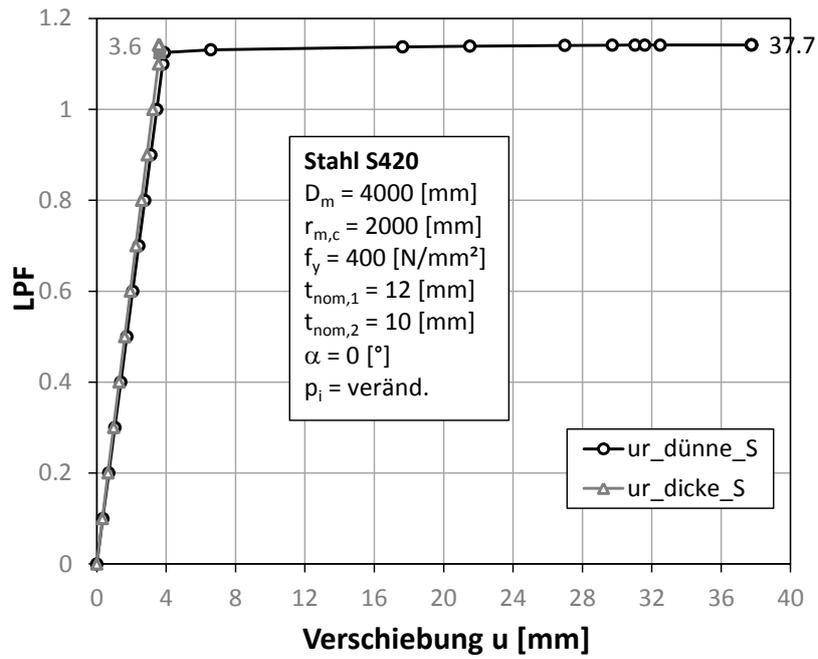


Abbildung 300: Radialverschiebungen in Abhängigkeit vom LPF; Fall (b)

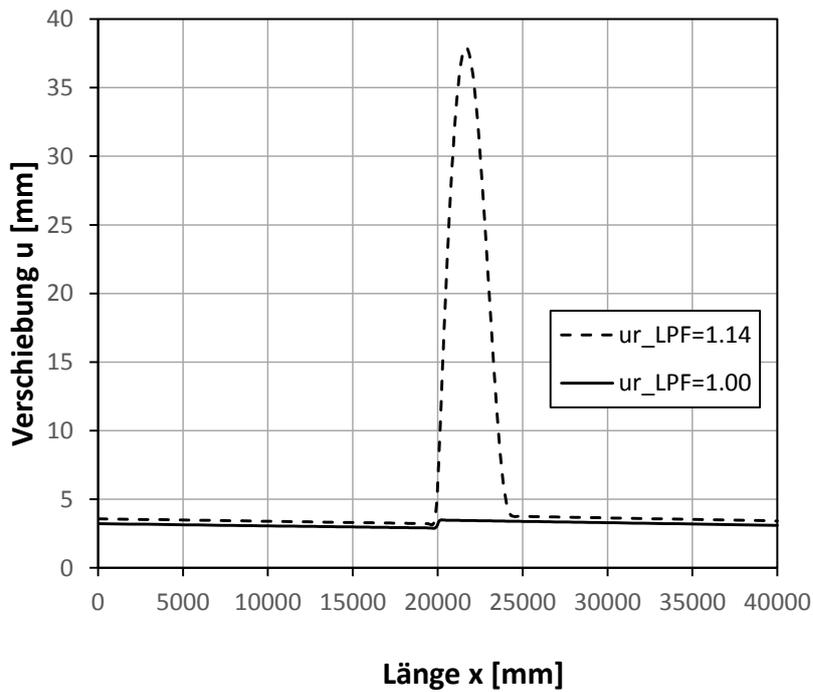


Abbildung 301: Radialverschiebungen entlang der Rohrlängsrichtung; Fall (1b)

1.4.5 Zusammenfassung

Aus den Diagrammen ist zu entnehmen, dass sich der günstigste Zustand mit $\sigma_x = 0.5 * \sigma_u$ in den maßgebenden Elementen der FE- Berechnung nicht einstellen kann, jedoch sind die Längsspannungen in den maßgebenden Elementen größer als $0.3 * \sigma_u$.

Der Laststeigerungsfaktor erreicht einen Wert in beiden Fällen von 1.142 (im Vergleich dazu ist der Laststeigerungsfaktor am kurzen Rohr mit einer veränderlichen Druckbeanspruchung ungefähr 1.23; siehe Kapitel 1.3.7 und Kapitel 1.3.8)

Das bedeutet, dass die Berechnungen am kurzem geraden Rohr mit $l_x = 3000$ mm einen günstigen Effekt (der LPF ist höher) durch die kürzere Länge aufweisen.

Der Dickensprung mit oder ohne exzentrischen Anschluss hat keinen Einfluss auf die Grenztragfähigkeit des Systems.

Wenn die Mises- Vergleichsspannung des dicken oder dünnen Rohrabschnittes (je nachdem welches maßgebend ist) die Fließgrenze erreicht und die Last noch weiter gesteigert wird, beginnen die Dehnungen und Radialverschiebungen bis zum Versagen sehr stark anzusteigen.

ANHANG B

**Darstellung aller FE-Berechnungen am Segmentkrümmer
Ist nur in der erweiterten Version dieser Arbeit verfügbar!**