

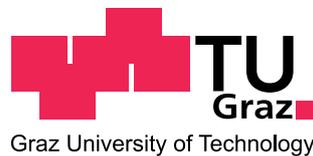
JÜRGEN ILLK, BSc

**Entwicklung eines externen Ringresonators
für die Frequenzverdopplung von
Laserstrahlung bei 800 nm**

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades
Diplom-Ingenieur

Masterstudium Technische Physik



Technische Universität Graz

Betreuer:
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Laurentius Windholz
Institut für Experimentalphysik

Graz, Februar 2014

Deutsche Fassung:
Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008
Genehmigung des Senates am 1.12.2008

EIDESSTÄTTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

.....
(Unterschrift)

Englische Fassung:

STATUTORY DECLARATION

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

.....
date

.....
(signature)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die mir bei der Anfertigung dieser Masterarbeit behilflich waren.

An erster Stelle gilt mein Dank meinem Betreuer Prof. Windholz, der es mir überhaupt erst ermöglichte, meine Masterarbeit über dieses Gebiet der Physik abzufassen. Aus vielen Gesprächen im Laufe dieser Arbeit ergaben sich für mich wertvolle Erkenntnisse im Umgang mit Lasern und interessante Einblicke in mögliche Anwendungsgebiete.

Weiters möchte ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen am Institut für Experimentalphysik bedanken, unter anderem für die jederzeitige Hilfsbereitschaft und für so manche auflockernde Gespräche. Insbesondere möchte ich mich bei Herrn DI Andreas Kautsch für den Erfahrungsaustausch auf dem Gebiet der Laseroptik und für die Zurverfügungstellung diverser Messgeräte bedanken.

Mein besonderer Dank gilt auch den Mitarbeitern der Werkstätte für die zuverlässige und fachgerechte Anfertigung mechanischer Komponenten, ohne die eine Realisierung dieser Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Ganz besonders möchte ich mich bei meiner Freundin Magdalena für die schöne Zeit und den Ausgleich abseits des Studiums bedanken.

Nicht zuletzt bin ich meiner Familie für die jahrelange Unterstützung während der gesamten Studiendauer dankbar.

Kurzfassung

Die Untersuchung der diskreten Energieniveaus von chemischen Elementen erfolgt am Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz mittels Methoden der Laserspektroskopie. Der für die Elementanalyse verwendete Wellenlängenbereich reicht dabei vom ultravioletten bis in den infraroten Bereich des Lichts. Für die diesbezüglichen Untersuchungen stand am Institut vor Beginn dieser Arbeit noch keine Strahlungsquelle für den blauen Bereich des sichtbaren Lichts bei 400 nm zur Verfügung. Aus diesem Grund soll im Rahmen dieser Masterarbeit ein externer Ringresonator für die Frequenzverdopplung der von einem Titan:Saphir-Laser emittierten Laserstrahlung bei 800 nm unter Verwendung eines nichtlinearen LBO-Kristalls entwickelt werden.

Zum Erreichen dieses Ziels werden folgende Schritte getätigt: Nach einer kurzen Behandlung der theoretischen Grundlagen zur Frequenzverdopplung wird vorerst anhand der Boyd-Kleinman-Theorie die optimale Fokussierung im Kristall ermittelt. Basierend auf dieser Information wird daraufhin die Geometrie des Ringresonators unter Berücksichtigung des Astigmatismus und unter der Zielsetzung maximaler Verdopplungseffizienz erarbeitet. Der Resonator wurde anhand der erhaltenen Ergebnisse aufgebaut und in Betrieb genommen, wobei das Frequenzstabilisierungsverfahren nach Hänsch und Couillaud zum Einsatz kam. Die erhaltenen experimentellen Ergebnisse werden präsentiert und diskutiert, abschließend wird eine Prognose für die zu erwartende Verdopplungseffizienz bei höheren als den gegenwärtig im Experiment zur Verfügung stehenden Eingangsleistungen getroffen.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	vii
Tabellenverzeichnis	ix
1. Einleitung	1
2. Grundlagen	2
2.1. Polarisierung in nichtlinearen optischen Medien	2
2.1.1. Der tensorielle Zusammenhang zwischen Polarisierung 2. Ordnung und elektrischer Feldstärke	3
2.2. Gaußsche Strahlen	3
2.3. Doppelbrechung	6
2.3.1. Uniaxiale Kristalle	7
2.3.2. Biaxiale Kristalle	8
2.3.3. Der Doppelbrechungswinkel	10
2.4. Die Sellmeier-Gleichung	12
3. Frequenzverdopplung	13
3.1. Phasenanpassung	13
3.1.1. Winkelkritische Phasenanpassung	14
3.1.2. Nichtkritische Phasenanpassung	15
3.2. Der LBO-Kristall	16
3.2.1. Wahl des Kristallschnitts	17
3.2.2. Ermittlung des Phasenanpassungswinkels	17
3.2.3. Ermittlung des Doppelbrechungswinkels	19
3.3. Boyd-Kleinman-Theorie	19
3.3.1. Erweiterung für elliptische Strahlen	23
3.3.2. Auswertung für den LBO-Kristall	23
3.4. Zusammenfassung der Eigenschaften des LBO-Kristalls	24
4. Resonante Frequenzverdopplung	26
4.1. Matrizenoptik	27
4.2. Transformation Gaußscher Strahlen	28
4.2.1. Abbildung Gaußscher Strahlen durch eine Linse	28
4.3. Stabilitätskriterien	30
4.4. Resonatorgeometrie	31
4.4.1. Astigmatismus des Resonators	31

4.4.2. Berechnung der Resonatorgeometrie	33
4.5. Impedanzanpassung und Leistungsüberhöhung	36
4.6. Finesse des Ringresonators	40
4.7. Frequenzstabilisierung	41
4.7.1. Hänsch-Couillaud-Stabilisierung	42
4.8. Modenanpassung	44
4.9. Zusammenfassung der Eigenschaften des Resonators	45
5. Umsetzung und Ergebnisse	46
5.1. Justage des Ti:Sa-Lasers	47
5.2. Betrieb des Verdopplungsresonators	48
5.2.1. Erzielte Leistung der 2. Harmonischen	51
6. Zusammenfassung und Ausblick	57
A. Analytische Näherung für das Boyd-Kleinman-Integral	59
B. Kristallgehäuse	60
Literaturverzeichnis	61

Abbildungsverzeichnis

2.1.	Axiales Profil eines Gaußschen Strahls	4
2.2.	Transversales Profil eines Gaußschen Strahls	5
2.3.	Doppelbrechung in einem doppelbrechenden Medium	6
2.4.	Verlauf der Brechungsindizes bei uniaxialen Kristallen	7
2.5.	Verlauf der Brechungsindizes bei biaxialen Kristallen	8
2.6.	Doppelbrechungswinkel am Beispiel eines negativen uniaxialen Kristalls .	10
2.7.	Allgemeine Zusammensetzung des Doppelbrechungswinkels bei Typ I Phasen- anpassung	12
3.1.	Winkelkritische Phasen Anpassung	15
3.2.	Nichtkritische Phasen Anpassung	15
3.3.	Verlauf der Brechungsindizes beim LBO-Kristall	16
3.4.	Der Boyd-Kleinman-Theorie zugrundeliegende Geometrie für die Frequenz- verdopplung eines fokussierten Gaußschen Strahls	19
3.5.	Die h -Funktion für unterschiedliche Werte des Doppelbrechungsparame- ters B	22
3.6.	Numerische Auswertung des Boyd-Kleinman-Integrals für $B = 2, 64$	24
4.1.	Grundsätzlicher Aufbau des zum Einsatz kommenden Ringresonators	26
4.2.	Komponenten des Vektors \mathbf{r} am Beispiel einer geradlinigen Ausbreitung .	27
4.3.	Abbildung eines Gaußschen Strahls durch eine Linse	29
4.4.	Grundlegende Resonatorgeometrie	31
4.5.	Fokusradien in der Kristallmitte für $\beta = 14,1^\circ$	34
4.6.	Verlauf der Strahlradien in sagittaler und tangentialer Ebene, $\beta = 14,1^\circ$.	34
4.7.	Fokusradien in der Kristallmitte für $\beta = 13,55^\circ$	35
4.8.	Verlauf der Strahlradien in sagittaler und tangentialer Ebene, $\beta = 13,55^\circ$	35
4.9.	Reflektivitäten und Unterteilung der Leistungen für den Ringresonator . .	37
4.10.	Optimaler Reflexionsgrad des Einkoppelspiegels	39
4.11.	Leistungsüberhöhung und zirkulierende Leistung in Abhängigkeit von der Eingangsleistung	39
4.12.	Frequenzabhängigkeit der im Resonator zirkulierenden Leistung	41
4.13.	Aufbau für die Hänsch-Couillaud-Frequenzstabilisierung	42
4.14.	Verhältnis von zirkulierender zu eingestrahelter Leistung im Resonator und analytisches Hänsch-Couillaud-Fehlersignal	44
5.1.	Schematische Darstellung des Gesamtaufbaus	46
5.2.	Aufbau des Ti:Sa-Laserresonators	47

5.3. Fotografie des Ti:Sa-Laserresonators	48
5.4. Fotografie des Verdopplungsresonators	49
5.5. Transmissionssignal und Dreieckspannung	50
5.6. Transmissionssignal und Hänsch-Couillaud-Fehlersignal	51
5.7. Ausgangsleistung der 2. Harmonischen in Abhängigkeit von der Eingangsleistung	52
5.8. Vergleich der hochgerechneten Messwerte mit der theoretischen Kurve für $N = 90$	53
5.9. Vergleich der hochgerechneten Messwerte mit der theoretischen Kurve für $N = 108$	54
5.10. Prognose für die Gesamtkonversionseffizienz und die zur Verfügung stehende Ausgangsleistung für höhere Eingangsleistungen	55
B.1. Kristallgehäuse	60

Tabellenverzeichnis

3.1. Zusammenfassung der wichtigsten Parameter des LBO-Kristalls	25
4.1. Auflistung einiger elementarer Strahltransfermatrizen	28
4.2. Zusammenfassung der Eigenschaften des berechneten Resonators	45

1. Einleitung

Die theoretischen Grundlagen für die Entwicklung des Lasers legte Albert Einstein in seiner 1917 veröffentlichten Arbeit [1] zur Quantentheorie elektromagnetischer Strahlung. 1954 wurde durch Charles Townes, James Gordon und Herbert Zeiger mit dem Maser das erste Gerät zur Erzeugung resonanter elektromagnetischer Strahlung unter Ausnutzung der induzierten Emission vorgestellt [2]. Nach der Fertigstellung des ersten Lasers im Jahr 1960 durch Theodore Maiman [3] erfolgte eine rasante Entwicklung unterschiedlicher Lasertypen. Gleichzeitig stieg auch die Anzahl der vielfältigen Anwendungen des Lasers im technischen, medizinischen und wissenschaftlichen Bereich in einem hohen Ausmaß.

Zu den wissenschaftlichen Anwendungen des Lasers zählt unter vielen anderen die Laserspektroskopie. Eines der aktuellen Forschungsgebiete am Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz ist die Untersuchung von Elementen mit offener d- oder f-Schale, im Speziellen u.a. Pr, La und Ta, mittels laserinduzierter Fluoreszenzspektroskopie [4] und optogalvanischer Spektroskopie [5]. Der für die Analyse dieser und anderer Elemente verwendete Wellenlängenbereich erstreckt sich vom ultravioletten bis in den infraroten Bereich. Für die spektroskopischen Untersuchungen stand vor Beginn dieser Arbeit noch keine Strahlungsquelle für den blauen Bereich des sichtbaren Lichts bei 400 nm zur Verfügung.

Daher soll im Rahmen dieser Masterarbeit ein externer Verdopplungsresonator entwickelt werden, welcher die von einem Titan:Saphir-Laser emittierte Strahlung von 800 nm auf 400 nm konvertiert. Nach einer in Abschnitt 2 gegebenen Darstellung der benötigten Grundlagen wird vorerst eine theoretische Behandlung des für die Frequenzkonversion verwendeten nichtlinearen LBO-Kristalls durchgeführt (Abschnitt 3). Zentrales Ergebnis dieses Abschnitts ist der optimale Fokusradius hinsichtlich maximaler Konversionseffizienz in der Mitte des nichtlinearen Kristalls. Anhand der erhaltenen Ergebnisse erfolgt in Abschnitt 4 eine Dimensionierung des Resonators im Hinblick auf maximale Verdopplungseffizienz und unter Berücksichtigung des Astigmatismus. Der Resonator wurde nach den berechneten Ergebnissen aufgebaut und in Betrieb genommen (Abschnitt 5), wobei die Frequenzstabilisierung gemäß dem Verfahren nach Hänsch und Couillaud erfolgte. Die erhaltenen Ergebnisse werden diskutiert und der Theorie gegenübergestellt, um Aussagen über die in die Berechnungen eingeflossenen Annahmen tätigen zu können und diese gegebenenfalls zu korrigieren. Zudem wird abschließend eine Prognose für die zu erwartende Verdopplungseffizienz bei höheren Eingangsleistungen als den gegenwärtig im Experiment zur Verfügung stehenden getroffen.

2. Grundlagen

2.1. Polarisation in nichtlinearen optischen Medien

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird von einer zeitlich harmonischen Schwingung der elektrischen Feldstärke in einem Medium ausgegangen. Die hier geschilderte Darstellung orientiert sich an [6].

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \quad (2.1)$$

Die Polarisation wird als Potenzreihe der elektrischen Feldstärke entwickelt:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t) &= \epsilon_0 [\chi^{(1)} \mathbf{E}(t) + \chi^{(2)} \mathbf{E}^2(t) + \chi^{(3)} \mathbf{E}^3(t) + \dots] \\ &= \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(2)} + \mathbf{P}^{(3)} + \dots \\ &= \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{\text{NL}}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

wobei im weiteren Verlauf auf die Angabe der Zeitabhängigkeit von \mathbf{P} und \mathbf{E} verzichtet wird. $\chi^{(n)}$ beschreibt den elektrischen Suszeptibilitätstensor n-ter Ordnung, der Ausdruck \mathbf{P}^{NL} fasst alle nichtlinearen Anteile der Polarisation zusammen, ϵ_0 ist die Dielektrizitätskonstante des Vakuums. Ausgehend von der für die Frequenzverdopplung maßgebenden Polarisation 2. Ordnung, vgl. (2.2)

$$\mathbf{P}^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}^2, \quad (2.3)$$

führt das Einsetzen von (2.1) in (2.3) zu

$$\mathbf{P}^{(2)} = \epsilon_0 [\chi^{(2)} E_0^2 e^{-i2\omega t} + 2\chi^{(2)} E_0 E_0^* + \chi^{(2)} E_0^{*2} e^{i2\omega t}]. \quad (2.4)$$

Der Beitrag 2. Ordnung besteht somit aus einem Gleichanteil und einem komplex konjugierten Paar, welches mit der Frequenz 2ω oszilliert. Die Dipole des vom Feld (2.1) durchstrahlten Mediums reagieren also neben einer durch den Gleichanteil hervorgerufenen Versetzung auch mit einer Oszillation, welche die doppelte Frequenz der Grundwelle aufweist.

Um die Auswirkung der nichtlinearen Anteile der Polarisation zu untersuchen, wird von der inhomogenen Wellengleichung ausgegangen:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}^{\text{NL}} \quad (2.5)$$

Eine von den Maxwell-Gleichungen ausgehende Herleitung dieser Wellengleichung (in Gauß-Einheiten) ist in [6] ausgeführt. Die nichtlinearen Anteile der Polarisation treten in der Wellengleichung als Erregerterm auf. Die mit der Frequenz 2ω schwingenden Anteile der Polarisation 2. Ordnung aus (2.4) werden also gemäß (2.5) zur Aussendung

elektromagnetischer Strahlung mit der Frequenz 2ω führen. Voraussetzung für die Beobachtung frequenzverdoppelter Strahlung ist neben einem nichtverschwindenden $\chi^{(2)}$ eine ausreichend hohe Feldstärke bzw. Intensität, da die Größenordnungen der nichtlinearen Suszeptibilitätstensoren $\chi^{(n)}$ mit steigender Ordnung n deutlich abnehmen [6].

2.1.1. Der tensorielle Zusammenhang zwischen Polarisation 2. Ordnung und elektrischer Feldstärke

Der in (2.3) auftretende Suszeptibilitätstensor $\chi^{(2)}$ kann unter Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften des Kristalls [6] in einer einfacheren Form dargestellt werden:

$$d_{il} = \frac{1}{2}\chi_{ijk}^{(2)} \quad (2.6)$$

wobei nachstehende Auflistung die Zuweisungen der Indizes j, k zum Index l wiedergibt:

$$\begin{array}{l} jk: \quad 11 \quad 22 \quad 33 \quad 23, 32 \quad 13, 31 \quad 12, 21 \\ l: \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \end{array}$$

Bei dieser kontrahierten Schreibweise wurde von der Tatsache Gebrauch gemacht, dass im Falle der Frequenzverdopplung $\chi^{(2)}$ bzgl. der Indizes j und k symmetrisch ist. Die Anzahl der unabhängigen Komponenten reduziert sich damit vorerst von 27 auf 18. Der Zusammenhang zwischen Polarisation 2. Ordnung und elektrischer Feldstärke wird dann durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\begin{pmatrix} P_x^{(2)} \\ P_y^{(2)} \\ P_z^{(2)} \end{pmatrix} = 2\epsilon_0 \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_y E_z \\ 2E_x E_z \\ 2E_x E_y \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Unter Berücksichtigung weiterer Symmetrieeigenschaften des verwendeten Kristalls kann die Anzahl der unabhängigen Komponenten im d-Tensor weiter reduziert werden [6].

In der Praxis ist durch Kristallart und -schnitt festgelegt, welche räumlichen Komponenten der elektrischen Feldstärke einen Beitrag zur Polarisation 2. Ordnung leisten. Die betroffenen Elemente d_{il} werden zum effektiven Wert d_{eff} zusammengefasst. Die Polarisation 2. Ordnung folgt dann der skalaren Beziehung

$$P(2\omega) = 2\epsilon_0 d_{\text{eff}} E(\omega)^2 \quad (2.8)$$

Für den LBO-Kristall bei winkelkritischer Typ I - Phasenanpassung (ooe) gilt $d_{\text{eff}} = d_{32} \cos(\varphi)$, φ ist hier der Phasenanpassungswinkel (Abschnitt 3.1).

2.2. Gaußsche Strahlen

Ein idealer Laserstrahl in der Grundmode TEM_{00} wird durch einen Gaußschen Strahl beschrieben. Die radialsymmetrische elektrische Feldstärkeverteilung eines Gaußschen

Für den konfokalen Parameter b_0 gilt $b_0 = 2z_R$.

Der halbe Divergenzwinkel θ beschreibt die annähernd lineare Aufweitung des Strahls im Fernfeld:

$$\theta = \lim_{z \gg z_R} \frac{w(z)}{z} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (2.14)$$

Der Krümmungsradius der Phasenflächen $R(z)$ ist gegeben durch

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}. \quad (2.15)$$

$\zeta(z)$ bezeichnet die Gouy-Phase. Sie beschreibt die Phasenverschiebung um π rad, die ein Gaußscher Strahl beim Durchlaufen des Fokus erfährt:

$$\zeta(z) = \arctan \frac{z}{z_R} \quad (2.16)$$

Aus den Gleichungen (2.11) bis (2.15) ist ersichtlich, dass bereits die Kenntnis einer dieser Größen ausreicht, um mithilfe der Wellenlänge im Medium λ die restlichen Größen zu bestimmen. Abb. 2.2 zeigt, dass die Begrenzung des axialen Profils durch jene Punkte

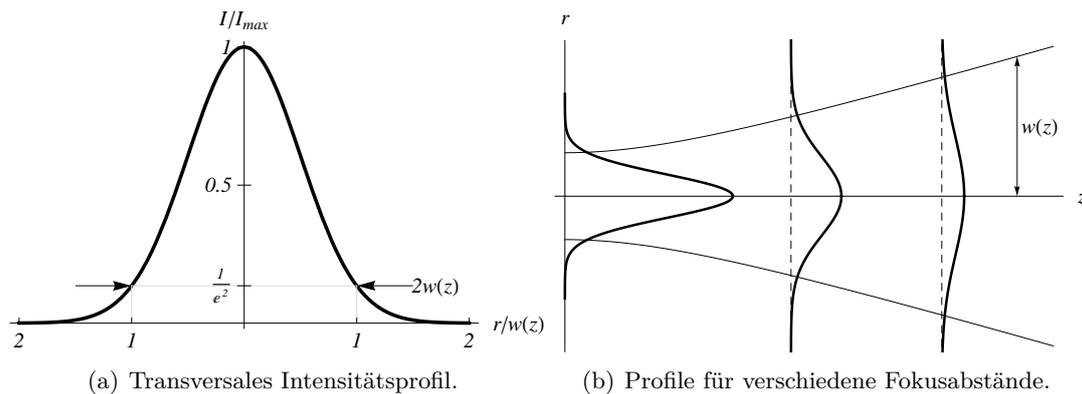


Abbildung 2.2.: Transversales Profil eines Gaußschen Strahls (Gaußprofil).

r normal zur z -Achse gegeben ist, an welchen die Intensität bezogen auf den Spitzenwert I_{max} auf der z -Achse auf den Wert I_{max}/e^2 abgefallen ist. Die Abnahme der Spitzenintensität I_{max} mit zunehmendem Abstand vom Fokus wird durch den Term $(w_0/w(z))^2$ in (2.10) beschrieben und ist in Abb. 2.2(b) dargestellt.

Im Hinblick auf die in Abschnitt 4.1 behandelte Matrizenoptik soll an dieser Stelle der komplexe Strahlparameter q eingeführt werden:

$$q(z) = z + iz_R \quad (2.17)$$

Der Imaginärteil von q enthält durch die in (2.13) gegebene Rayleighlänge z_R und der daraus ableitbaren Größen sämtliche Informationen über die Strahltaile. Zusammen mit der reellwertigen Ausbreitungsordinate z wird ein Gaußscher Strahl über den Strahlparameter q an jeder beliebigen Position entlang der Ausbreitungsrichtung eindeutig charakterisiert. In einigen Fällen ist es hilfreich, die Beziehung für den q -Parameter in der Form

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \quad (2.18)$$

anzugeben.

2.3. Doppelbrechung

Doppelbrechung tritt in optisch anisotropen Materialien auf. Eine Eigenschaft von doppelbrechenden Substanzen ist die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Ausbreitungs- und Polarisationsrichtung des einfallenden Lichtes. Doppelbrechende Materialien weisen eine oder zwei Achsen auf, entlang jener - bei längs dieser Achsen stattfindender Lichtausbreitung - für beide Polarisationsrichtungen der gleiche Brechungsindex vorliegt. Man unterscheidet daher anhand der Anzahl dieser Achsen zwischen uniaxialen und biaxialen Kristallen. Wie sich später zeigen wird, lässt sich die Theorie der biaxialen Kristalle unter gewissen Voraussetzungen auf die Theorie der uniaxialen Kristalle zurückführen. Zum besseren Verständnis der Eigenschaften des in dieser Arbeit verwendeten biaxialen LBO-Kristalls soll im Folgenden zunächst die Theorie der uniaxialen Kristalle behandelt werden.

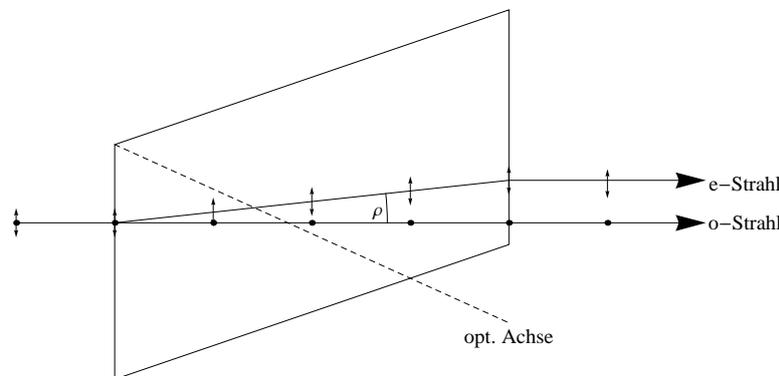


Abbildung 2.3.: Doppelbrechung in einem doppelbrechenden Medium.

Für die weiteren Betrachtungen ist vorerst die Definition einiger für die Doppelbrechung relevanter Begriffe notwendig: Als Hauptschnitt bezeichnet man jene Ebene, die durch die optische Achse des Kristalls und die Ausbreitungsrichtung des Lichts aufgespannt wird, in Abb. 2.3 ist das gleichzeitig die Papierebene. Der ordentliche Strahl (o-Strahl) ist normal zum Hauptschnitt polarisiert, die Polarisationsrichtung des außerordentlichen

Strahls (e-Strahl) liegt hingegen in der Ebene des Hauptschnitts. Das Snelliussche Brechungsgesetz gilt nur für den o-Strahl, der e-Strahl wird auch bei senkrechtem Einfall gebrochen, es sei denn die Ausbreitungsrichtung des Lichts verläuft parallel zur optischen Achse. Den Winkel ρ zwischen o-Strahl und e-Strahl bezeichnet man als Doppelbrechungswinkel.

2.3.1. Uniaxiale Kristalle

Uniaxiale Kristalle besitzen nur eine optische Achse, welche in der Regel mit der z-Achse übereinandergelegt wird, siehe Abb. 2.4. Der o-Strahl erfährt, unabhängig von seiner

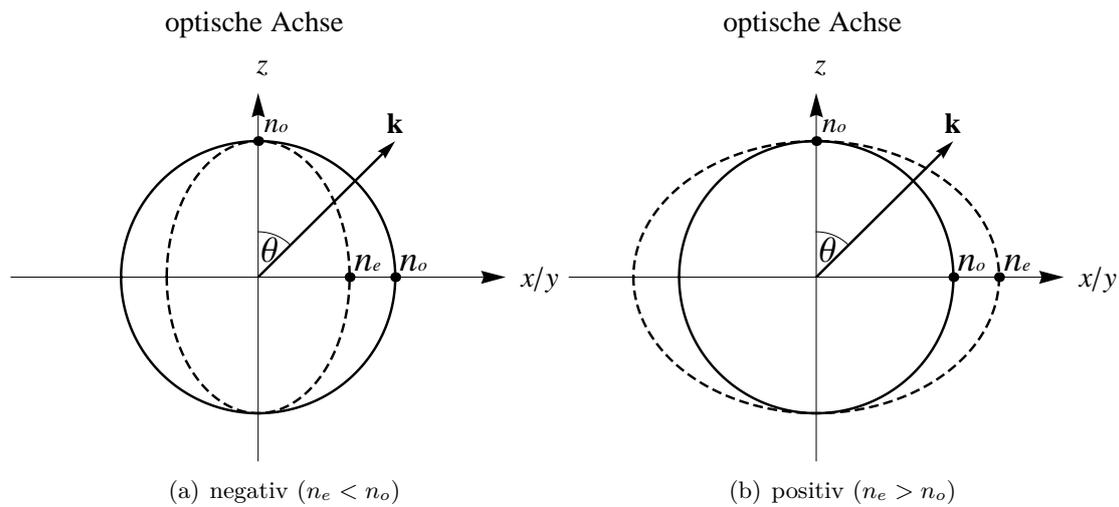


Abbildung 2.4.: Verlauf der Brechungsindizes (Indikatrix) für einen negativen (a) und einen positiven (b) uniaxialen Kristall (durchgezogen: o-Strahl, strichliert: e-Strahl).

Ausbreitungsrichtung, immer den gleichen Brechungsindex, die Indikatrix, welche den Verlauf der Brechzahl in Abhängigkeit vom Winkel zur optischen Achse wiedergibt, ist somit ein Kreis. Für den e-Strahl hängt der Brechungsindex vom Winkel θ zwischen Ausbreitungsrichtung und optischer Achse ab, sein Verlauf wird durch eine Ellipse beschrieben. Stimmt also die Propagationsrichtung des Lichts nicht mit der optischen Achse überein, d.h. $\theta \neq 0$, so wird der e-Strahl einen anderen Brechungsindex als der o-Strahl erfahren. Die sich aus den Schnittpunkten der Indikatrix mit den Achsen ergebenden Werte der Brechungsindizes, n_o und n_e , werden als Hauptwerte der Brechungsindizes bezeichnet. Je nachdem, ob der Hauptwert des Brechungsindex des e-Strahls kleiner oder größer als jener des o-Strahls ist, unterscheidet man zwischen negativen und positiven uniaxialen Kristallen. Für negative uniaxiale Kristalle gilt $n_e < n_o$, d.h. die Ellipse ist in den Kreis eingeschrieben. Für positive uniaxiale Kristalle gilt $n_o < n_e$, der Kreis ist also in die Ellipse eingeschrieben. Der Brechungsindex des e-Strahls in Abhängigkeit

vom Winkel zur optischen Achse ist gegeben durch [8]

$$n_e(\theta) = n_o \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + (n_o/n_e)^2 \tan^2 \theta}}, \quad (2.19)$$

wobei für n_o und n_e die entsprechenden Hauptwerte einzusetzen sind.

2.3.2. Biaxiale Kristalle

Ein besonderes Merkmal von uniaxialen Kristallen ist die Invarianz der optischen Eigenschaften bei Drehung um die optische Achse, sie sind vom Azimutalwinkel φ in der xy -Ebene unabhängig und hängen nur vom Polarkwinkel θ ab. Durch das Vorhandensein von zwei optischen Achsen ist dieses Merkmal bei biaxialen Kristallen nicht mehr gegeben. Die z -Achse kann nicht mehr eindeutig mit der optischen Achse zusammengelegt werden, weiters macht die Unterscheidung zwischen o- und e-Strahlen keinen Sinn mehr, da auch der Begriff des Hauptschnitts nicht mehr eindeutig ist.

Die Index-Oberfläche ist bei biaxialen Kristallen eine komplizierte zweischalige Struktur, wobei sich die beiden Schalen an vier Punkten, durch jene die optischen Achsen verlaufen, schneiden [8]. Um die Darstellung zu vereinfachen, soll im Weiteren die Lichtausbreitung in einer der Hauptebenen (xy , xz , yz) des Kristalls erfolgen. Abb. 2.5 zeigt die Verläufe der Brechungsindizes für die beiden möglichen Fälle $n_x < n_y < n_z$ und $n_x > n_y > n_z$.

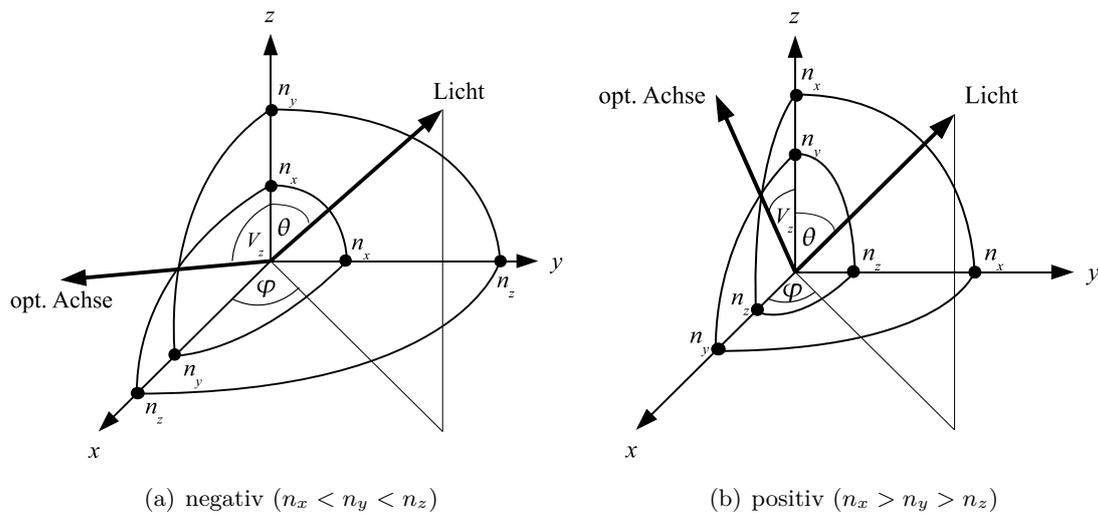


Abbildung 2.5.: Qualitativer Verlauf der Brechungsindizes für a) negative und b) positive biaxiale Kristalle, nach [8]. Die eingezeichneten Hauptwerte der Brechungsindizes beziehen sich - anders als in der Grafik dargestellt - auf Lichtausbreitung in der entsprechenden Hauptebene.

Die Interpretation einer Indikatrix soll nun anhand Abb. 2.5(a) gezeigt werden: Erfolgt

die Lichtausbreitung in der xy -Ebene, so erfährt normal zu dieser Ebene polarisiertes Licht immer den Brechungswinkel n_z , und zwar unabhängig vom Winkel φ zwischen x -Achse und Ausbreitungsrichtung des Lichtstrahls. Für in der xy -Ebene polarisiertes Licht variiert der Brechungsindex mit steigendem φ von n_y nach n_x . Ein negativer biaxialer Kristall verhält sich somit - bei Lichtausbreitung in der xy -Ebene - wie ein negativer uniaxialer Kristall, wobei $n_o = n_z$ gilt. (2.19) kann damit umgeschrieben werden in [8]

$$n_e(\varphi) = n_y \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \varphi}{1 + (n_y/n_x)^2 \tan^2 \varphi}}. \quad (2.20)$$

Der Winkel zwischen den beiden optischen Achsen beträgt $2V_z$, wobei

$$\sin(V_z) = \frac{n_z \sqrt{n_y^2 - n_x^2}}{n_y \sqrt{n_z^2 - n_x^2}} \quad (2.21)$$

gilt [8].

Erfolgt die Lichtausbreitung gemäß Abb. 2.5(a) in der yz -Ebene, so erfährt normal zu dieser Ebene polarisiertes Licht unabhängig vom Polarwinkel θ immer den Brechungsindex n_x , der Brechungsindex für in der yz -Ebene polarisiertes Licht durchläuft mit zunehmendem θ die Werte von n_y nach n_z . Ein negativer biaxialer Kristall verhält sich also bei Lichtausbreitung in der yz -Ebene wie ein positiver uniaxialer Kristall, mit $n_o = n_x$. Somit berechnet sich der Brechungsindex für in der xy -Ebene polarisiertes Licht gemäß

$$n_e(\theta) = n_y \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + (n_y/n_z)^2 \tan^2 \theta}}. \quad (2.22)$$

Für den Winkel V_z behält (2.21) nach wie vor seine Gültigkeit.

Erfolgt die Lichtausbreitung in der xz -Ebene, so verhält sich ein negativer biaxialer Kristall für $\theta < V_z$ wie ein negativer uniaxialer Kristall, für $\theta > V_z$ wie ein positiver uniaxialer Kristall.

Die soeben getroffenen Überlegungen lassen sich auch für den in Abb. 2.5(b) dargestellten Fall eines positiven biaxialen Kristalls anstellen. Für den Winkel zwischen optischer Achse und z -Achse gilt in diesem Fall [8]

$$\cos(V_z) = \frac{n_x \sqrt{n_y^2 - n_z^2}}{n_y \sqrt{n_x^2 - n_z^2}}. \quad (2.23)$$

Durch die Rückführung auf die Theorie der uniaxialen Kristalle ist es somit wieder möglich, von ordentlichen und außerordentlichen Strahlen zu sprechen, vorausgesetzt, die Lichtausbreitung erfolgt entlang einer der Hauptebenen.

2.3.3. Der Doppelbrechungswinkel

Der Zusammenhang zwischen dielektrischer Verschiebung \mathbf{D} und elektrischer Feldstärke \mathbf{E} ist gegeben durch

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.24)$$

In optisch anisotropen Medien ist die Permittivität ϵ ein Tensor, wodurch die Parallelität von \mathbf{D} und \mathbf{E} im Allgemeinen aufgehoben wird. Eine Auswertung der Maxwell-Gleichungen ergibt, dass der Wellenvektor \mathbf{k} im Falle eines anisotropen Mediums im Allgemeinen nicht mehr normal auf \mathbf{E} , sondern auf \mathbf{D} steht. Die Vektoren \mathbf{k} , \mathbf{D} und \mathbf{E} sind koplanar [9]. Diese drei Vektoren sind orthogonal zum Vektor der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} .

Der Poyntingvektor \mathbf{S} beschreibt den Energietransport des elektromagnetischen Feldes:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (2.25)$$

\mathbf{S} steht somit normal auf \mathbf{E} und \mathbf{H} , \mathbf{k} jedoch normal auf \mathbf{D} und \mathbf{H} . \mathbf{S} und \mathbf{k} sind somit im Allgemeinen nicht parallel, d.h. die Richtung des Energietransports weicht von der Ausbreitungsrichtung des Lichts ab.

Der Doppelbrechungswinkel in uniaxialen Kristallen

Abb. 2.6 zeigt den Verlauf des Brechungsindex für den e-Strahl am Beispiel eines negativen uniaxialen Kristalls. \mathbf{D} steht, wie eben besprochen, immer normal auf \mathbf{k} , \mathbf{E} verläuft

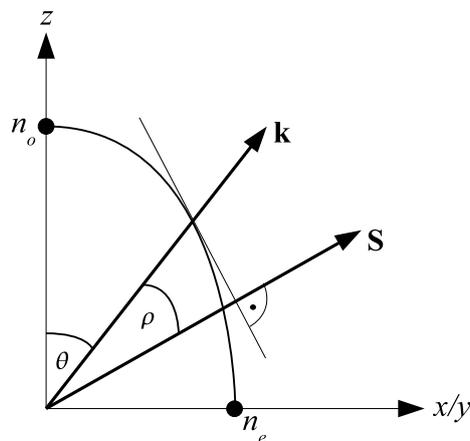


Abbildung 2.6.: Doppelbrechungswinkel ρ am Beispiel eines negativen uniaxialen Kristalls, nach [8].

parallel zu jener Tangente der Indikatrix, welche durch den Schnittpunkt der Ellipse mit dem Wellenvektor \mathbf{k} definiert ist. \mathbf{E} steht somit auch normal auf \mathbf{S} .

Der Doppelbrechungswinkel ρ ist der Winkel zwischen \mathbf{k} und \mathbf{S} , er beschreibt die Abweichung des durch \mathbf{S} beschriebenen Energietransports von der durch \mathbf{k} gegebenen Ausbreitungsrichtung der Lichtwelle.

Für den Doppelbrechungswinkel gilt, mit Ausnahme der Fälle $\theta = 0^\circ$ und $\theta = 90^\circ$, die Beziehung

$$\rho(\theta) = \pm \arctan \left[\left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \tan(\theta) \right] \mp \theta, \quad (2.26)$$

wobei die oberen Vorzeichen für negative und die unteren Vorzeichen für positive uniaxiale Kristalle gelten [8].

Für den Fall $\theta = 0^\circ$ und $\theta = 90^\circ$ verschwindet der Doppelbrechungswinkel, da die Indikatrix die Achsen unter einem Winkel von 90° schneidet, und somit die Tangente normal auf \mathbf{k} steht, was zur Parallelität von \mathbf{E} und \mathbf{D} führt. Somit müssen auch \mathbf{k} und \mathbf{S} parallel sein. Von dieser Tatsache wird bei der nichtkritischen Phasenanpassung (Abschnitt 3.1.2) Gebrauch gemacht.

Ebenso verschwindet ρ für ordentlich polarisierte Strahlen: Die Winkelabhängigkeit des Brechungsindex wird hier bekanntlich durch einen Kreis beschrieben, d.h. die Tangente steht immer normal auf \mathbf{k} , woraus wiederum die Parallelität von \mathbf{k} und \mathbf{S} folgt.

Der Doppelbrechungswinkel in biaxialen Kristallen

Der Übersichtlichkeit wegen beschränkt sich die folgende Darstellung auf die in dieser Arbeit verwendeten Typ I - Phasenanpassung (Abschnitt 3.1). Abb. 2.7 stellt die Zusammensetzung des Doppelbrechungswinkels in einem biaxialen Kristall graphisch dar, und zwar für den verallgemeinerten Fall $n_{2\omega,1} = n_{\omega,2}$, d.h. an die Polarisationsrichtungen der beteiligten Wellen werden keine Anforderungen gestellt, wodurch beide einen Beitrag zum Doppelbrechungswinkel leisten können¹. Der Doppelbrechungswinkel ρ ist hier der Winkel zwischen $\mathbf{S}_{2\omega,1}$ (beschreibt den Energietransport der 2. Harmonischen) und dem Poyntingvektor des Fundamentalstrahls $\mathbf{S}_{\omega,2}$. Die Komponenten ρ_i^2 , aus welchen sich der gesamte Doppelbrechungswinkel ρ zusammensetzt, sind gegeben durch [10]

$$\tan(\rho_i) = n^2 \left[\left(\frac{k_x}{n^{-2} - n_x^{-2}} \right)^2 + \left(\frac{k_y}{n^{-2} - n_y^{-2}} \right)^2 + \left(\frac{k_z}{n^{-2} - n_z^{-2}} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (2.27)$$

k_x , k_y und k_z sind die Komponenten des Einheitsvektors in Ausbreitungsrichtung des Lichts. n_x , n_y und n_z sind die entsprechenden Hauptwerte der Brechungsindizes, für n ist der Brechungsindex in Ausbreitungsrichtung des Lichts einzusetzen.

¹Diese Darstellung ist recht allgemein. Erfolgt die Lichtausbreitung entlang einer der Hauptebenen des Kristalls, so ist eine der beteiligten Wellen ordentlich polarisiert, wodurch sich die Verhältnisse vereinfachen.

² ρ_i steht an dieser Stelle für $\rho_{2\omega,1}$ bzw. $\rho_{\omega,2}$.

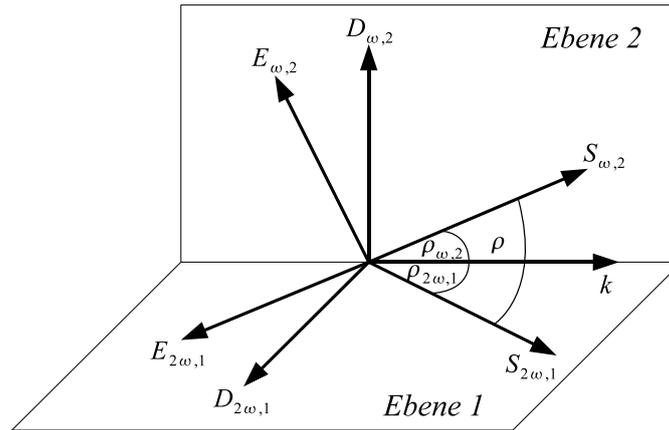


Abbildung 2.7.: Allgemeine Zusammensetzung des Doppelbrechungswinkels bei Typ I Phasen Anpassung, nach [10]. Die beiden Ebenen stehen senkrecht aufeinander.

Der gesamte Doppelbrechungswinkel bzw. Walk-Off-Winkel ρ berechnet sich schließlich gemäß [10]³

$$\cos(\rho) = \cos(\rho_{\omega,2}) \cos(\rho_{2\omega,1}) \quad (2.28)$$

2.4. Die Sellmeier-Gleichung

Die Sellmeier-Gleichung ist eine empirische Formel zur Ermittlung des Brechungsindex eines Materials in Abhängigkeit von der Wellenlänge [7]:

$$n(\lambda)^2 = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \quad (2.29)$$

Die Koeffizienten B_i und C_i werden von den Materialherstellern angegeben, die Wellenlänge λ ist in μm einzusetzen.

Bei anisotropen Materialien können für unterschiedliche Polarisationsrichtungen unterschiedliche Sätze von Koeffizienten angegeben werden, was z.B. die Bestimmung der Hauptwerte n_x , n_y und n_z bei einem biaxialen Kristall ermöglicht.

³Die Gleichungen (2.27) und (2.28) gelten in gleicher Form für Typ II - Phasen Anpassung, welche in [10] ebenfalls behandelt wird.

3. Frequenzverdopplung

3.1. Phasenanpassung

Wenn sich Licht mit der Fundamentalfrequenz ω in einem nichtlinearen Kristall ausbreitet, wird es, wie im letzten Abschnitt besprochen, in Abhängigkeit von seiner Ausbreitungs- und Polarisationsrichtung einem gewissen Brechungsindex n_ω ausgesetzt sein. Die frequenzverdoppelte Welle im Kristall wird im Allgemeinen einen anderen Brechungsindex $n_{2\omega}$ erfahren, was zu unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten der beiden beteiligten Wellen führt. Dieser Sachverhalt wirkt sich negativ auf den Überlapp von Fundamental- und Oberwelle mit fortschreitender Ausbreitung aus, und kann in Folge von Interferenzeffekten zu bedeutenden Effizienzminderungen führen.

Die Phasenanpassungsbedingung für Frequenzverdopplung kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$\mathbf{k}_\omega + \mathbf{k}_\omega = \mathbf{k}_{2\omega} \quad (3.1)$$

Anhand der Polarisationsrichtungen der beteiligten Photonen wird zwischen unterschiedlichen Typen von Phasenanpassungen unterschieden, die im Weiteren besprochen werden. Die Darstellungen beschränken sich auf die in der Praxis übliche kollineare Phasenanpassung, d.h. alle beteiligten Wellenvektoren sind parallel, wodurch auf die Vektornotation verzichtet werden kann.

Typ I Phasenanpassung

Bei der Typ I Phasenanpassung werden zwei Photonen der Frequenz ω mit gleichartiger Polarisation in ein Photon mit der Frequenz 2ω konvertiert, welches die komplementäre Polarisation aufweist:

$$k_{\omega,o} + k_{\omega,o} \rightarrow k_{2\omega,e} \quad (3.2)$$

oder

$$k_{\omega,e} + k_{\omega,e} \rightarrow k_{2\omega,o} \quad (3.3)$$

Fundamental- und Oberwelle sind bei diesem Typ orthogonal zueinander polarisiert. Die Oberwelle erfährt - unter der Annahme normaler Dispersion - aufgrund ihrer höheren Frequenz einen größeren Brechungsindex als die Fundamentalwelle. Dadurch kann bestimmt werden, ob die Fundamentalwelle ein o- oder ein e-Strahl sein muss: Für einen negativen uniaxialen Kristall - oder einen biaxialen Kristall, der auf einen solchen zurückgeführt werden kann - gilt $n_{\omega,e} < n_{\omega,o}$ (vgl. Abb. 2.4), d.h. die Fundamentalwelle muss hier ordentlich und die Oberwelle außerordentlich polarisiert sein, andernfalls könnten die Brechungsindizes (die dann als $n_{2\omega,o}$ und $n_{\omega,e}$ zu bezeichnen wären) nicht

zur Überdeckung gebracht werden [7]. Für negative Kristalle ist somit (3.2) anzuwenden. Bei einem positiven uniaxialen Kristall sind die Verhältnisse genau umgekehrt.

Typ II Phasenanpassung

Bei diesem Typ der Phasenanpassung werden zwei Photonen der Frequenz ω mit unterschiedlicher Polarisierung zu einem Photon mit der Frequenz 2ω konvertiert:

$$k_{\omega,o} + k_{\omega,e} \rightarrow k_{2\omega,e} \quad (3.4)$$

oder

$$k_{\omega,o} + k_{\omega,e} \rightarrow k_{2\omega,o}, \quad (3.5)$$

d.h. die Polarisationsrichtung der eingestrahlten Fundamentalwelle muss bezogen auf den Hauptschnitt (bei uniaxialen Kristall) bzw. auf die entsprechende Hauptebene (bei biaxialen Kristall) jeweils 45° betragen. Der Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen von Fundamental- und Oberwelle beträgt dann ebenfalls 45° .

Im weiteren Verlauf dieses Abschnitts sollen zwei häufig verwendete Arten der Phasenanpassung besprochen werden. Die Darstellung beschränkt sich der Übersichtlichkeit wegen auf uniaxiale Kristalle und die in dieser Arbeit verwendeten Typ I - Phasenanpassung (ooe), die Typ II - Phasenanpassung wird beispielsweise in [8] näher besprochen. Die Phasenanpassungsbedingung 3.1 kann in skalarer Form unter Zuhilfenahme der Relation $k = \omega/c$ mit $c = c_0/n^1$ für Typ I - Phasenanpassung vorerst allgemein umgeschrieben werden in

$$n_\omega = n_{2\omega}, \quad (3.6)$$

wobei noch zwischen negativen und positiven Kristallen zu unterscheiden ist. Für negative Kristalle gilt, wie oben besprochen, Gl. (3.2), welche in Brechungsindizes ausgedrückt

$$n_{\omega,o} = n_{2\omega,e} \quad (3.7)$$

lautet.

3.1.1. Winkelkritische Phasenanpassung

Abb. 3.1 zeigt den Verlauf der Brechungsindizes der o- und e-Strahlen im ersten Quadranten für die zwei unterschiedlichen Frequenzen ω und 2ω . Weiters ist jener Wellenvektor \mathbf{k} eingezeichnet, für dessen Ausbreitungsrichtung die Brechungsindizes der Fundamental- und Oberwelle übereinstimmen. Der Winkel θ , für den diese Gleichheit erfüllt ist, wird als Phasenanpassungswinkel bezeichnet. Zur Ermittlung des Phasenanpassungswinkels ist unter den gegebenen Voraussetzungen (2.19) in (3.7) einzusetzen und nach dem Winkel θ aufzulösen.

Die Bestimmung des Phasenanpassungswinkels wird in Abschnitt 3.2 am Beispiel des biaxialen LBO-Kristalls ausführlicher behandelt.

¹ c_0 beschreibt die Lichtgeschwindigkeit des Vakuums, n ist der Brechungsindex.

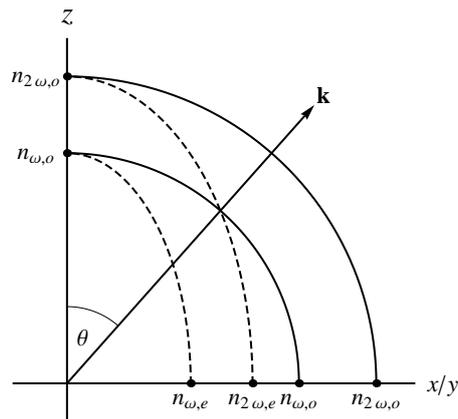


Abbildung 3.1.: Winkelkritische Phasenanpassung am Beispiel eines negativen uniaxialen Kristalls (Typ I, ooe): Die Fundamentalstrahlung ist hier ordentlich polarisiert (kleiner Kreis, durchgezogen), die 2. Harmonische ist außerordentlich polarisiert (große Ellipse, strichliert).

3.1.2. Nichtkritische Phasenanpassung

Bei der nichtkritischen Phasenanpassung, engl. Non Critical Phase Matching (NCPM), auch Temperatur- oder 90° -Phasenanpassung genannt, wird von der Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes Gebrauch gemacht. Der Phasenanpassungswinkel θ beträgt bei dieser Methode entweder 0° oder 90° . Durch Aufheizen des Kristalls auf eine bestimmte Temperatur soll erreicht werden, dass die Brechungsindizes von Fundamentalfrequenz und Oberwelle bei gegebenem θ den gleichen Wert erreichen. Abb. 3.2 zeigt dies am Beispiel eines negativen uniaxialen Kristalls. Da der Brechungsindex von der Wellenlänge abhängt, ist auch die benötigte Temperatur für die Phasenanpassung eine Funktion der

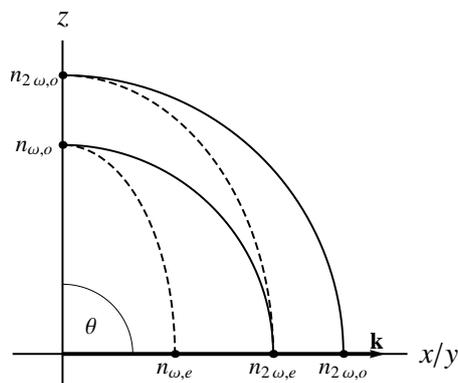


Abbildung 3.2.: Nichtkritische Phasenanpassung ($n_{\omega,o} = n_{2\omega,e}$) am Beispiel eines negativen uniaxialen Kristalls, $\theta=90^\circ$.

Wellenlänge des eingestrahnten Lichts.

Der Wellenvektor \mathbf{k} steht, wie in Abschnitt 2.3.3 besprochen, bei dieser Art der Phasenanpassung für beide Frequenzen normal auf die Indikatrix. Somit kommt es zu keinem Walk-Off zwischen Fundamental- und Oberwelle, d.h. $\rho = 0$. Dieser Sachverhalt bringt den Vorteil mit sich, dass aufgrund der großen Wechselwirkungslänge besonders hohe Konversionseffizienzen ermöglicht werden [7], v.a. in Verbindung mit längeren Kristallen. Auch die Einstellung des Einstrahlungswinkels ist, wie der Name andeutet, weniger problematisch als bei der winkelkritischen Methode.

Nicht jeder nichtlineare Kristall ist für diese Art der Phasenanpassung geeignet. Beim LBO-Kristall ist die Nutzung von NCPM möglich, jedoch nur für einen eingeschränkten Wellenlängenbereich [11]. Für die in dieser Arbeit verwendete Fundamentalwellenlänge von 800 nm kommt NCPM aufgrund der dafür (theoretisch) benötigten hohen Temperatur nicht in Frage.

3.2. Der LBO-Kristall

Bei LiB_3O_5 , Lithiumtriborat oder kurz LBO, handelt es sich um einen negativen biaxialen Kristall. Die Abhängigkeit der Brechungsindizes von der Ausbreitungsrichtung des Lichts und die Zuweisung der kristallographischen Achsen zu den dielektrischen ist in Abb. 3.3 dargestellt. Die Zuweisung der kristallographischen Achsen (a,b,c) zu den di-

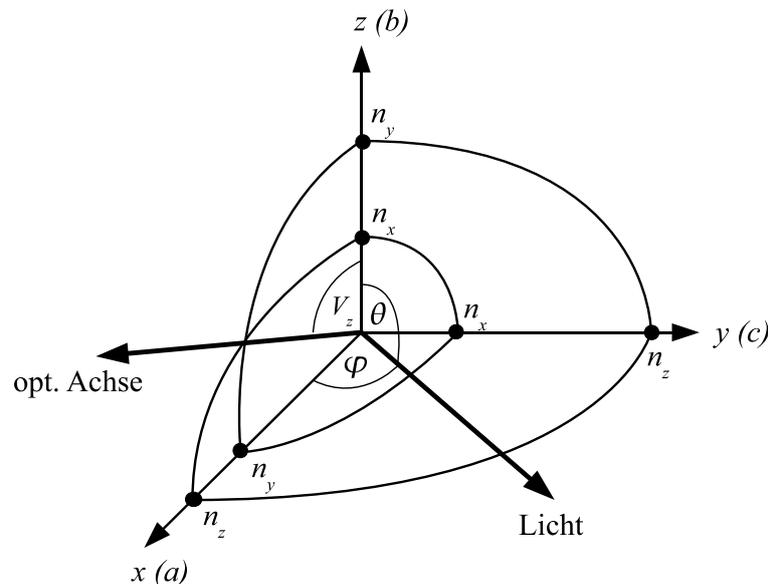


Abbildung 3.3.: Qualitativer Verlauf der Brechungsindizes und Zuweisung der kristallographischen Achsen beim LBO-Kristall, nach [8]. Hier ist der Spezialfall der Lichtausbreitung in der xy -Ebene dargestellt ($\theta=90^\circ$).

elektrischen (x,y,z) erfolgt bei biaxialen Kristallen allgemein in einer Weise, so dass die optischen Achsen immer in der xz -Ebene zu liegen kommen.

3.2.1. Wahl des Kristallschnitts

Für diese Arbeit standen zwei LBO-Kristalle mit jeweils 8 mm Länge zur Verfügung, wovon der eine im Brewsterschnitt und der andere im Rechteckschnitt für die Frequenzverdopplung von 800 nm auf 400 nm geschnitten war. Der rechteckig geschnittene Kristall verfügt über eine AR-Beschichtung für 800 nm und 400 nm an den Ein- und Austrittsflächen, beim Brewsterschnitt ist keine AR-Beschichtung notwendig. Unabhängig vom Schnitt erfolgt die winkelkritische Typ I - Phasenanpassung in der xy -Ebene.

Die Vorteile des Brewsterschnitts sind zum einen die deutlich geringeren Verluste der Fundamentalstrahlung an den Endflächen des Kristalls im Gegensatz zum Rechteckschnitt mit AR-Beschichtung, wodurch eine bessere Leistungsüberhöhung im Resonator erzielt werden kann (Abschnitt 4.5). Auch ist die Zerstörschwelle durch das Nichtvorhandensein einer AR-Beschichtung geringer, was aufgrund der moderaten Eingangsleistungen aber weniger von Bedeutung war. Weiters wird durch den Brewsterschnitt ausgeschlossen, dass der Laserstrahl an der Eintrittsfläche des Kristalls in den Laser rückreflektiert wird, was sich störend auf die Laserstabilisierung auswirken kann und somit den Einsatz einer optischen Diode erfordern würde.

Als Nachteil des Brewsterschnitts ist die elliptische Aufweitung des Strahls beim Durchgang durch den Kristall zu nennen. Dadurch vermindert sich die Konversionseffizienz um einen Faktor, der näherungsweise durch das Verhältnis der Fokaldurchmesser in tangentialer und sagittaler Ebene im Kristall gegeben ist (Abschnitt 3.3.1). Da die 2. Harmonische normal zur Polarisationsrichtung der Fundamentalstrahlung polarisiert ist (Typ I), kommt es gemäß den Fresnelschen Formeln auch zu merklichen Reflexionsverlusten für die frequenzverdoppelte Strahlung an der Austrittsfläche des Kristalls.

Der Resonator wurde für beide Kristallschnitte separat eingestellt und in Betrieb genommen. Beim rechteckig geschnittenen Kristall wirkte sich der Reflex an der Eintrittsfläche des Kristalls tatsächlich negativ auf die Laserstabilisierung aus, was einen stabilen Laserbetrieb ohne den Einbau einer optischen Diode zwischen Laser und Verdopplungsresonator unmöglich machte.

Die Wahl fiel letztlich auf den Kristall im Brewsterschnitt, in erster Linie wegen der Vermeidung des Rückreflexes in die Laserstabilisierung und der geringeren Verluste der Fundamentalstrahlung im Resonator.

3.2.2. Ermittlung des Phasenanpassungswinkels

Für die Phasenanpassung beim biaxialen LBO-Kristall soll nochmals Abb. 3.3 herangezogen werden. Die im Abschnitt 3.1.1 getroffenen Überlegungen gelten hier in der xy -Ebene. Es gilt also jenen Winkel φ herauszufinden, für welchen die Gleichheit der Brechungsindizes von Fundamental- und Oberwelle gegeben ist. Dazu denkt man sich einen

weiteren größeren Kreis und eine größere Ellipse in der xy-Ebene eingezeichnet, welche die Verläufe der Brechungsindizes für die Frequenz 2ω repräsentieren. Der Phasenanpassungswinkel ergibt sich aus dem Schnittpunkt des kleinen Kreises mit der großen Ellipse, analog zu Abb. 3.1. Bei der in dieser Arbeit verwendeten Phasenanpassung handelt es sich um eine winkelkritische Phasenanpassung vom Typ I (ooe). Die Phasenanpassungsbedingung ist somit gegeben durch (3.7).

Zur Bestimmung des Phasenanpassungswinkels ist es vorerst notwendig, die Hauptwerte der Brechungsindizes n_x , n_y und n_z in Abhängigkeit von der Wellenlänge zu ermitteln. Dies gelingt grundsätzlich mithilfe der Sellmeier-Gleichung (2.29). Die Firma Castech gibt für den in dieser Arbeit verwendeten LBO-Kristall in ihrem Kristallkatalog [11] einen modifizierten Satz von Sellmeier-Gleichungen an (λ in μm):

$$\begin{aligned} n_x^2(\lambda) &= 2,454140 + \frac{0,011249}{\lambda^2 - 0,011350} - 0,014591\lambda^2 - 6,60 \cdot 10^{-5}\lambda^4 \\ n_y^2(\lambda) &= 2,539070 + \frac{0,012711}{\lambda^2 - 0,012523} - 0,018540\lambda^2 + 2,00 \cdot 10^{-5}\lambda^4 \\ n_z^2(\lambda) &= 2,586179 + \frac{0,013099}{\lambda^2 - 0,011893} - 0,017968\lambda^2 - 2,26 \cdot 10^{-5}\lambda^4 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Der Fundamentalstrahl muss im vorliegenden Fall (Typ I, ooe) normal zur xy-Ebene polarisiert sein, und weist somit den Brechungsindex $n_z(\lambda)$ auf, wobei für λ die Fundamentalwellenlänge einzusetzen ist. Die Polarisationsrichtung der Oberwelle liegt dann in der xy-Ebene. Der Brechungsindex des e-Strahls kann nun folgendermaßen ermittelt werden:

Zuerst werden mittels der Gleichungen (3.8) die Hauptwerte der Brechungsindizes für die Frequenz 2ω gewonnen, wobei für λ die Wellenlänge der Oberwelle einzusetzen ist, im vorliegenden Fall der Frequenzverdopplung also $\lambda/2$. Die berechneten Hauptwerte sind dann in (2.20) einzusetzen, womit der Brechungsindex der 2. Harmonischen in Abhängigkeit vom Winkel φ ermittelt werden kann. Anstelle von (2.20) kann auch die in [12] angegebene, äquivalente Form

$$\frac{1}{n_{2\omega,e}(\varphi)^2} = \frac{\sin^2 \varphi}{n_x^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{n_y^2} \quad (3.9)$$

verwendet werden.

Nur ein bestimmter Phasenanpassungswinkel φ_{pm} (engl. Phase Match) erfüllt schließlich die Phasenanpassungsbedingung (3.7)

$$n_{2\omega,e}(\varphi_{\text{pm}}) = n_{\omega,o}, \quad (3.10)$$

wobei hier $n_{\omega,o}$ durch $n_z(\lambda)$ gegeben ist.

Die Auswertung von (3.10) liefert für den Phasenanpassungswinkel den Wert

$$\varphi_{\text{pm}} = 31,6^\circ.$$

der infinitesimalen Dicke dz unterteilt. Die Fundamentalstrahlung, welche durch einen (zirkularen) Gaußschen Strahl beschrieben wird, erzeugt in jeder Scheibe durch Wechselwirkung mit dem nichtlinearen Medium elektromagnetische Strahlung mit der Frequenz 2ω . Diese frequenzverdoppelte Strahlung propagiert durch den Kristall, wobei sie dem Doppelbrechungswinkel ρ unterworfen ist (Typ I, ooe). Durch diesen Walk-Off kommt es zur räumlichen Trennung der Beiträge aus den unterschiedlichen Scheiben, und es entsteht die in der Beobachtungsebene dargestellte Feldverteilung für die 2. Harmonische. Die Grafik deutet auch die Abnahme der Strahlqualität und der Spitzenintensität mit zunehmendem Doppelbrechungswinkel ρ an.

Ausgehend von diesen Überlegungen erhielten Boyd und Kleinman für die Leistung der frequenzverdoppelten Strahlung den Ausdruck [13, 14]

$$P_{2\omega} = KP_{\omega}^2 l_k h(\xi, \sigma, B, \kappa, \mu) e^{-\alpha' l_k} \quad (3.12)$$

mit

$$K = \frac{16\pi^2 d_{\text{eff}}^2}{\epsilon_0 c \lambda^3 n_1 n_2}. \quad (3.13)$$

l_k bezeichnet die Kristalllänge, P_{ω} die Leistung der Fundamentalstrahlung, d_{eff} ist der in Abschnitt 2.1.1 beschriebene effektive Wert der Suszeptibilität, der Absorptionskoeffizient $\alpha' = \alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2$ setzt sich aus Anteilen für Fundamentalstrahlung (α_1) und Oberwelle (α_2) zusammen. Für die Lichtgeschwindigkeit c und die Fundamentalwellenlänge λ sind die Werte des Vakuums einzusetzen, n_1 und n_2 sind die Brechungsindizes für Fundamental- und Oberwelle, wobei durch die in Abschnitt 3.1 beschriebene Phasenanpassung die Gleichheit von n_1 und n_2 erreicht wird.

Um eine von der Leistung unabhängige Größe für die Konversionseffizienz zu erhalten, kann mittels (3.12) der nichtlineare Koeffizient γ definiert werden:

$$\gamma = \frac{P_{2\omega}}{P_{\omega}^2} = Kl_k h(\xi, \sigma, B, \kappa, \mu) e^{-\alpha' l_k} \quad (3.14)$$

Das Boyd-Kleinman-Integral h ist gegeben durch

$$h(\xi, \sigma, B, \kappa, \mu) = \frac{1}{4\xi} \iint_{-\xi(1-\mu)}^{\xi(1+\mu)} \frac{\exp\left[-\kappa(\tau + \tau') + i\sigma(\tau - \tau') - \frac{B^2}{\xi}(\tau - \tau')^2\right]}{(1 + i\tau)(1 - i\tau')} d\tau d\tau'. \quad (3.15)$$

Die im Integralausdruck 3.15 vorkommenden Größen sollen im Folgenden erläutert werden.

Der Parameter ξ beschreibt die Länge des Kristalls in Einheiten des konfokalen Parameters b_0 :

$$\xi = \frac{l_k}{b_0} \quad (3.16)$$

Durch Einsetzen von (3.16) in (2.11) erhält man unter Zuhilfenahme der Beziehung $b_0 = 2z_R$ für den Strahltaillenradius w_0

$$w_0 = \sqrt{\frac{l_k \lambda}{2\pi\xi}}, \quad (3.17)$$

wobei für λ die Wellenlänge im Medium einzusetzen ist ($\lambda = \lambda_0/n$). Je höher der Wert für ξ bei gegebener Kristalllänge l_k ist, desto stärker ist der Fokus im Kristall ausgeprägt.

σ ist ein Maß für die Phasenverstimmung zwischen Fundamental- und Oberwelle

$$\sigma = \frac{b_0}{2} \Delta k, \quad (3.18)$$

wobei Δk gegeben ist durch

$$\Delta k = 2k_1 - k_2 = \frac{2\omega_1}{c}(n_1 - n_2). \quad (3.19)$$

k_1 und k_2 sind hierbei die Wellenzahlen für Fundamental- und Oberwelle, und ω_1 ist die Frequenz der Fundamentalstrahlung³.

Für den Doppelbrechungsparameter B gilt

$$B = \frac{\rho}{2} \sqrt{l_k k_1}. \quad (3.20)$$

Der Fokusparameter μ ist gegeben durch

$$\mu = \frac{l_k - 2f}{l_k}, \quad (3.21)$$

wobei f die Fokusposition im Kristall angibt. Liegt der Fokus in der Mitte des Kristalls ($f = l_k/2$), so erhält man für den Fokusparameter $\mu = 0$.

Die Absorption im Kristall wird durch den Parameter κ beschrieben:

$$\kappa = \frac{1}{2} \alpha b_0 \quad (3.22)$$

α ist hier der Absorptionskoeffizient, er setzt sich aus Anteilen für Fundamentalstrahlung (α_1) und Oberwelle (α_2) zusammen:

$$\alpha = \alpha_1 + \frac{1}{2} \alpha_2 \quad (3.23)$$

³ $\sigma = 0$ gilt nur für den Grenzfall ebener Wellen, bei Gaußschen Strahlen ist der optimale Wert für σ stets positiv [13].

Das Boyd-Kleinman-Integral (3.15) vereinfacht sich unter der Annahme vernachlässigbarer Absorption ($\kappa = 0$) und bei Fokusposition in der Kristallmitte ($\mu = 0$) zu

$$h(\xi, \sigma, B) = \frac{1}{4\xi} \iint_{-\xi}^{\xi} \frac{\exp\left[i\sigma(\tau - \tau') - \frac{B^2}{\xi}(\tau - \tau')^2\right]}{(1 + i\tau)(1 - i\tau')} d\tau d\tau'. \quad (3.24)$$

Die Leistung der 2. Harmonischen ist nach (3.12) proportional zum Boyd-Kleinman-Integral h , es ist daher erstrebenswert, die Funktion $h(\xi, \sigma, B)$ bzgl. der Parameter ξ und σ zu maximieren, was i.d.R. nur numerisch möglich ist.

Im Folgenden soll die Abhängigkeit der Funktion $h(\xi, \sigma, B)$ von ihren Parametern untersucht werden. Da die numerische Berechnung des Funktionswerts von h recht aufwändig ist, wurden für die Erstellung der nachfolgenden Grafik anstelle von (3.24) einfachere, analytische Funktionen verwendet, welche in Anhang A beschrieben sind.

In Abb. 3.5 ist die h -Funktion gemäß (A.5) für unterschiedliche Werte des Doppelbrechungsparameters B dargestellt. Aus der Grafik ist ersichtlich, dass der höchste erzielbare Wert der h -Funktion mit größer werdendem B deutlich abnimmt. Der Maximalwert $h = 1,068$ kann nur für den Fall $B = 0$ erreicht werden, d.h. wenn $\rho = 0$ gilt. Bei nichtverschwindendem ρ kann der Wert von B nur durch Kompromisse bei der verwendeten Kristalllänge in Grenzen gehalten werden (siehe (3.20)). Ebenfalls erkennbar ist die Tatsache, dass mit zunehmendem B eine schwächere Fokussierung, d.h. kleineres ξ , vonnöten ist, um das Maximum der h -Funktion zu erreichen.

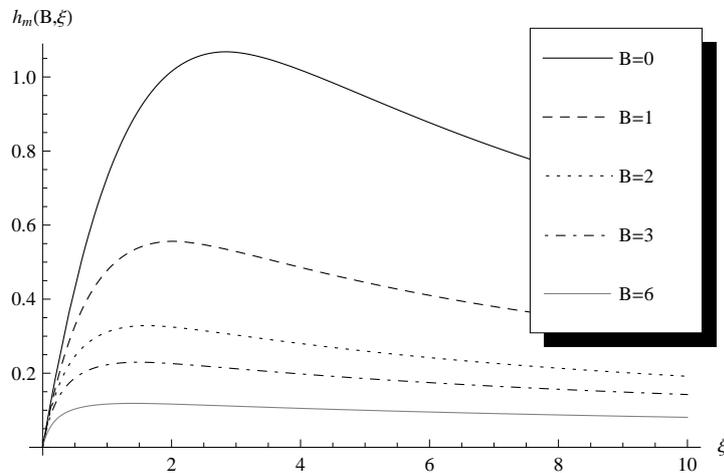


Abbildung 3.5.: Die h -Funktion nach (A.5) für unterschiedliche Werte des Doppelbrechungsparameters B bei jeweils optimaler Phasenverstimmung σ .

3.3.1. Erweiterung für elliptische Strahlen

Die soeben behandelte Boyd-Kleinman-Theorie wurde für Strahlen mit kreisrundem Durchmesser entwickelt. Beim Einsatz eines Kristalls im Brewsterschnitt kommt es jedoch beim Durchgang durch den Kristall zwangsweise zu einer Strahlaufweitung in der Einfallsebene (Tangentialebene).

Bourzeix et al. erarbeiteten in [15] eine Erweiterung der Boyd-Kleinman-Theorie für elliptische Strahlen und fanden für die Leistung der 2. Harmonischen den Ausdruck

$$P_{2\omega} = K P_{\omega}^2 l_k h(\xi, \sigma, B) e^{-\alpha' l_k} \cdot \frac{w_s}{w_t}, \quad (3.25)$$

d.h. (3.12) ist lediglich mit dem Verhältnis w_s/w_t der Fokusradien zu multiplizieren, um den richtigen Ausdruck für elliptische Strahlen zu erhalten. Dementsprechend ist auch der nichtlineare Koeffizient γ (vgl. (3.14)) anzupassen⁴:

$$\gamma = \frac{P_{2\omega}}{P_{\omega}^2} = K l_k h(\xi, \sigma, B) e^{-\alpha' l_k} \cdot \frac{w_s}{w_t} \quad (3.26)$$

Der Fokusradius in der Sagittalebene w_s ist durch (3.17) gegeben. Bei unbekanntem w_t kann das Verhältnis w_s/w_t über die aus der geometrischen Optik stammenden Beziehung $w_s/w_t = 1/n_k$ (siehe Abschnitt 4.4.1) angenähert werden.

Der Absorptionsterm wurde aus Transmissionswerten für den LBO-Kristall, welche dem Programm SNLO [16] für die Wellenlängen von 800 nm und 400 nm entnommen wurden, zu $\exp(-\alpha' l_k) \approx 0,98$ bestimmt.

3.3.2. Auswertung für den LBO-Kristall

Die Berechnung des Boyd-Kleinman-Integrals 3.24 erfolgte numerisch mithilfe der Software Mathematica. Zunächst war noch der Eingangsparameter B zu bestimmen. Aus (3.20) erhält man mit $\rho = 16,6$ mrad (Abschnitt. 3.2.3) für die gegebene Kristalllänge von 8 mm den Wert

$$B = 2,64.$$

Das Boyd-Kleinman-Integral war nun bezüglich der verbleibenden Parameter ξ und σ zu maximieren. Die Ergebnisse der numerischen Auswertung für den ermittelten Doppelbrechungsparameter B sind in Abb. 3.6 dargestellt. Die dargestellten Werte gelten jeweils für optimale Phasenverstimung σ^{opt} , welche den Wert der h -Funktion bei gegebenem ξ maximiert. Die Auswertung lieferte die Ergebnisse:

$$\begin{aligned} h^{opt} &= 0,254 \\ \xi^{opt} &= 1,58 \\ \sigma^{opt} &= 0,75 \end{aligned}$$

⁴Die Gleichungen (3.25) und (3.26) sind hier für den Fall $\kappa = \mu = 0$ angegeben.

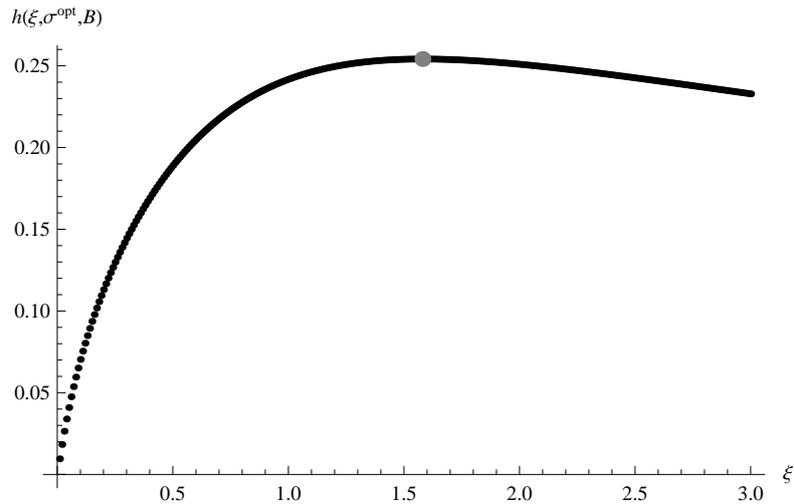


Abbildung 3.6.: Numerische Auswertung des Boyd-Kleinman-Integrals nach (3.24) für $B = 2,64$.

Durch Einsetzen des ermittelten Optimalwerts ξ^{opt} in (3.17) gelingt die Ermittlung des optimalen Fokusradius w_0^{opt} in der Mitte des Kristalls:

$$w_0^{\text{opt}} = 20 \mu\text{m}$$

3.4. Zusammenfassung der Eigenschaften des LBO-Kristalls

In Tabelle 3.1 sind die wichtigsten bisher erarbeiteten Parameter des LBO-Kristalls für Frequenzverdopplung aufgelistet. Alle Werte beziehen sich, soweit davon beeinflusst, auf die in dieser Arbeit verwendete winkelkritische Typ I - Phasenanpassung (ooe). Weitere Eigenschaften sind in [11] angeführt.

Tabelle 3.1.: Zusammenfassung der wichtigsten Parameter des LBO-Kristalls.

Größe	Formelzeichen	Wert	Referenz/Anmerkung
Kristalllänge	l_k	8 mm	
Hauptwerte der Brechungsindizes für die Fundamentalarstrahlung ($\lambda = 800$ nm)	$n_x(\lambda)$	1,57	(3.8)
	$n_y(\lambda)$	1,60	
	$n_z(\lambda)$	1,61	
Hauptwerte der Brechungsindizes für die 2. Harmonische ($\lambda/2 = 400$ nm)	$n_x(\lambda/2)$	1,59	(3.8)
	$n_y(\lambda/2)$	1,62	
	$n_z(\lambda/2)$	1,63	
Brechungsindex in Ausbreitungsrichtung	$n_{\omega,o} = n_{2\omega,e}$	1,61	entspricht $n_z(\lambda)$
Phasenpassungswinkel	φ_{pm}	31,6°	(3.10)
Doppelbrechungswinkel (Walk Off)	ρ	16,6 mrad	(3.11)
Effektive Suszeptibilität	$d_{\text{eff}} = d_{32} \cos(\varphi_{\text{pm}})$	-0,83 pm/V	[11]
Optimaler Wert des Boyd-Kleinman-Integrals	$h(\xi^{\text{opt}}, \sigma^{\text{opt}}, B)$	0,254	
Optimale normierte Kristalllänge	ξ^{opt}	1,58	Abschnitt 3.3.2
Optimale Phasenverstimmung	σ^{opt}	0,75	
Optimaler Fokusradius	w_0^{opt}	20 μm	(3.17)
Nichtlinearer Koeffizient ^{1,2}	γ	$3,86 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$	(3.26)
Transmissionsgrad Kristall ¹	T_k	(99,28 \pm 0,26) %	experimentell bestimmt

¹ Angeführte Werte gelten für den Brewsterschnitt.

² Es wurde die Näherung $\frac{w_s}{w_t} = \frac{1}{n_k}$ verwendet. Der Wert wird in Abschnitt 4.4 korrigiert.

4. Resonante Frequenzverdopplung

Die Berechnungen im letzten Abschnitt ergaben für den nichtlinearen Koeffizienten, der die Konversionseffizienz bei einfachem Durchgang durch den Kristall angibt, einen Wert von $\gamma = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. Bei einer Fundamentalleistung von beispielsweise 1 W beträgt die Leistung der 2. Harmonischen ohne Berücksichtigung der Verluste an der Endfläche des Kristalls (Abschnitt 5.2) damit lediglich knapp $40 \mu\text{W}$, was eine unbefriedigende Situation darstellt. Durch den Einsatz eines optischen Resonators (Abb. 4.1), welcher um den Verdopplungskristall aufgebaut ist, wird eine Überhöhung der eingestrahelten Leistung im Resonator ermöglicht, wodurch sich auch die Gesamtkonversionseffizienz erhöht. Dieser zentrale Aspekt wird in Abschnitt 4.5 behandelt.

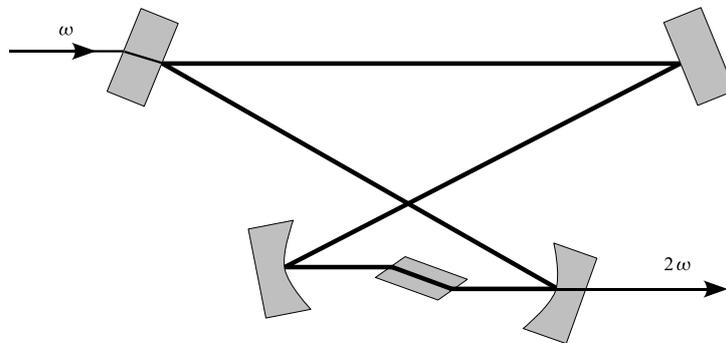


Abbildung 4.1.: Grundsätzlicher Aufbau des zum Einsatz kommenden Ringresonators für den LBO-Kristall im Brewsterschnitt. Die dargestellte Anordnung wird auch als Doppel-Z- oder Bow-Tie-Konfiguration bezeichnet.

Zuvor erfolgt eine kurze Einführung in die Matrizenoptik (Abschnitt 4.1), mithilfe welcher sich die Abbildungsgleichungen für Gaußsche Strahlen ableiten lassen (Abschnitt 4.2.1). Unter Berücksichtigung der Stabilitätskriterien und des durch die sphärischen Spiegel und den im Brewsterschnitt geschnittenen Kristall eingeführten Astigmatismus wird anschließend die Resonatorgeometrie berechnet (Abschnitt 4.4). Ausgangspunkt für die Berechnung der Resonatorgeometrie ist dabei der im letzten Abschnitt berechnete optimale Fokusradius w_0^{opt} in der Mitte des Kristalls.

Eine Abstimmung der Resonatorlänge auf die eingestrahelte Frequenz wird durch die in Abschnitt 4.7 behandelte Frequenzstabilisierung gewährleistet. Durch die Modenanpassung (Abschnitt 4.8) wird schließlich die Anpassung der Lasermode an die Resonatormode erzielt.

4.1. Matrizenoptik

In diesem Abschnitt wird von der Ausbreitung eines Lichtstrahls unter kleinen Winkeln zur optischen Achse ausgegangen (paraxiale Näherung). Der Strahl ist in jedem Punkt durch Angabe des Abstandes r zur z -Achse und der Steigung $r' = \tan \alpha$ im Punkt r festgelegt (Abb. 4.2). In der paraxialen Näherung kann der Strahl durch Linearisierung

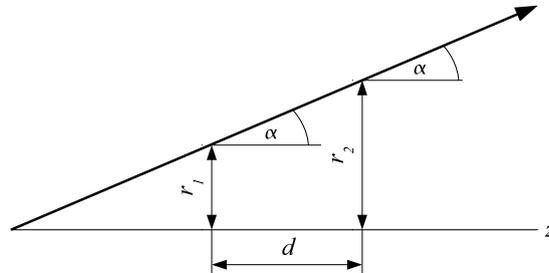


Abbildung 4.2.: Komponenten des Vektors \mathbf{r} am Beispiel einer geradlinigen Ausbreitung, nach [7].

der trigonometrischen Funktionen ($\tan \alpha \approx \alpha$) in der vektoriellen Form

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

angegeben werden. Bezugnehmend auf Abb. 4.2 kann die Ausbreitung des Lichtstrahls entlang einer Strecke d mit Hilfe einer Strahltransfermatrix beschrieben werden ($n = 1$):

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Da es sich in diesem Beispiel um eine geradlinige Ausbreitung handelt, gilt $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$.

Die Wirkung optischer Elemente auf die Strahlausbreitung kann ebenfalls durch Angabe entsprechender 2×2 -Matrizen beschrieben werden. Eine Auflistung einiger elementarer Strahltransfermatrizen ist in Tab. 4.1 gegeben. Setzt sich ein optisches System aus mehreren Komponenten zusammen, so kann die Gesamtwirkung des Systems durch Angabe einer einzelnen Matrix M_{ges} beschrieben werden, welche sich durch Multiplikation der einzelnen Komponenten zugehörigen Strahltransfermatrizen berechnet. Ein aus N Komponenten bestehendes optisches System, dessen Komponenten in der Reihenfolge von 1 bis N durchlaufen werden, wird durch die Gesamtmatrix

$$M_{\text{ges}} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \prod_{i=N}^1 M_i \quad (4.3)$$

beschrieben. Strahltransfermatrizen werden aufgrund ihrer vier Matrixelemente auch oft als ABCD-Matrizen bezeichnet.

Tabelle 4.1.: Auflistung einiger elementarer Strahltransfermatrizen

Operation	Matrix
Ausbreitung entlang einer Strecke d in einem Medium mit Brechungsindex n	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Durchgang durch eine dünne Linse mit Brennweite f ($f > 0$ für Konvexlinse, $f < 0$ für Konkavlinse)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
Reflexion an einem Spiegel mit Krümmungsradius R ($R > 0$ für Konkavspiegel, $R < 0$ für Konvexspiegel)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}$
Reflexion an einem Planspiegel	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Eintritt in einen Kristall im Brewsterschnitt, (nur Tangentialebene betroffen)	$\begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$

4.2. Transformation Gaußscher Strahlen

Unter Zuhilfenahme der Strahltransfermatrizen ist es möglich, den in (2.17) definierten q -Parameter zu transformieren: Sei q_1 der (bekannte) Strahlparameter am Startpunkt eines optischen Systems, dann ist der komplexe Strahlparameter q_2 am Ausgang des optischen Systems gegeben durch [17]

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}, \quad (4.4)$$

wobei die Komponenten A , B , C und D der Gesamttransfermatrix des Systems zu entnehmen sind. Gleichung (4.4) wird auch als ABCD-Gesetz bezeichnet.

4.2.1. Abbildung Gaußscher Strahlen durch eine Linse

Um den Umgang mit dem soeben eingeführten Matrixformalismus besser zu verdeutlichen, soll an dieser Stelle die Abbildung eines Gaußschen Strahls durch eine Linse behandelt werden. Die Ergebnisse werden bei der Modenanpassung (Abschnitt 4.8) eine zentrale Rolle spielen.

Eine ideale dünne Linse mit der Brennweite f transformiert eine Kugelwelle mit Radius R_1 beim Durchgang in eine Kugelwelle mit Radius R_2 :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad (4.5)$$

Die Linse transformiert die Phasenfront eines Laserstrahls in der gleichen Weise wie die Phasenfront einer Kugelwelle [18]. Da der Strahldurchmesser unmittelbar vor und nach der dünnen Linse der gleiche ist, folgen die q -Parameter der Beziehung

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f}, \quad (4.6)$$

wobei für die q -Parameter die Werte an der Position der Linse einzusetzen sind.

In Abb. 4.3 ist die Abbildung einer gegenstandseitigen Strahltaile w_{01} in eine bildseitige Strahltaile w_{02} durch eine dünne Linse mit der Brennweite f dargestellt. Um (4.6) auf

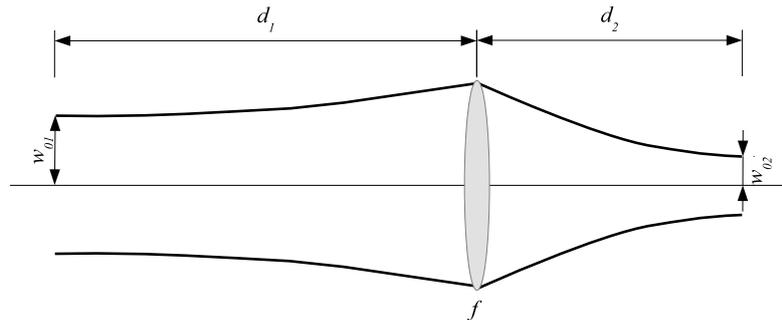


Abbildung 4.3.: Abbildung eines Gaußschen Strahls durch eine Linse.

dieses Problem anwenden zu können, sind die den Strahltaillen zugehörigen komplexen Strahlparameter q entsprechend (2.17) zu transformieren:

$$\begin{aligned} q_1 &\rightarrow q_1 + d_1 \\ q_2 &\rightarrow q_2 - d_2 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieser transformierten q -Parameter in (4.6) erhält man für den bildseitigen Strahlparameter

$$q_2 = \frac{(1 - d_2/f)q_1 + (d_1 + d_2 - d_1d_2/f)}{(-q_1/f) + (1 - d_1/f)}. \quad (4.7)$$

Man beachte die Ähnlichkeit zum ABCD-Gesetz (4.4), welches eine verallgemeinerte Form von (4.7) darstellt und für beliebige optische Systeme eingesetzt werden kann.

Die in (4.4) einzusetzenden Matrixelemente A , B , C und D erhält man gemäß (4.3) durch Multiplikation der beteiligten Strahltransfermatrizen (Tab. 4.1, $n = 1$):

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - d_2/f & d_1 + d_2 - d_1d_2/f \\ -1/f & 1 - d_1/f \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Einsetzen der Matrixelemente aus (4.8) in (4.4) liefert dasselbe Ergebnis für q_2 wie (4.7).

Aus dem ABCD-Gesetz lassen sich die Modenanpassungsformeln ableiten [17, 18], welche

die Abbildung eines gegenstandsseitigen Fokus in einen bildseitigen Fokus beschreiben (Abb. 4.3):

$$d_1 = f \pm \frac{w_{01}}{w_{02}} \sqrt{f^2 - f_0^2} \quad (4.9)$$

$$d_2 = f \pm \frac{w_{02}}{w_{01}} \sqrt{f^2 - f_0^2} \quad (4.10)$$

Die charakteristische Länge f_0 ist gegeben durch

$$f_0 = \pi \frac{w_{01} w_{02}}{\lambda}. \quad (4.11)$$

Für die Modenanpassung ist eine geeignete Linse oder Linsenkombination mit Brennweite $f > f_0$ zu wählen.

4.3. Stabilitätskriterien

Mit der Einführung des Stabilitätsparameters

$$m = \frac{A + D}{2}, \quad (4.12)$$

dessen Wert der Hälfte der Spur der ABCD-Matrix entspricht, welche den Resonator beschreibt, lautet die Stabilitätsbedingung für den Resonator [19]

$$-1 \leq m \leq 1. \quad (4.13)$$

Ein stabiler Resonatorbetrieb erfordert die Selbstkonsistenz des q -Parameters nach einmaligem (und damit mehrmaligem) Durchlauf des Resonators, $q_2 = q_1$. In einfachen Worten ausgedrückt muss der Strahl nach einem Umlauf wieder genau die gleichen Eigenschaften besitzen wie beim Start. Der Startpunkt (repräsentiert durch q_1), welcher für einen einzelnen Umlauf gleichzeitig den Endpunkt (repräsentiert durch q_2) darstellt, kann dabei beliebig gewählt werden. Einsetzen der Gleichheit $q_2 = q_1 = q$ in das ABCD-Gesetz (4.4) liefert zusammen mit der Bedingung [17, 18]

$$AD - BC = 1^1 \quad (4.14)$$

das Ergebnis

$$\frac{1}{q} = \frac{D - A}{2B} \mp i \frac{\sqrt{1 - m^2}}{B}. \quad (4.15)$$

Abhängig vom Vorzeichen des Matrixelements B ist jene Lösung zu wählen, die mit positiv reellwertigen Strahltaillen verbunden ist. Bei Kenntnis der Matrixelemente ist durch Vergleich von (4.15) mit (2.18) die direkte Bestimmung von $R(z)$ und $w(z)$ möglich. Der Strahlradius ist gegeben durch [19]

$$w^2(z) = \frac{|B|\lambda}{\pi\sqrt{1 - m^2}}. \quad (4.16)$$

¹(4.14) setzt die Gleichheit der Brechungsindizes am Start- und Endpunkt des durch die ABCD-Matrix beschriebenen Systems voraus [20], welche für den einmaligen Resonatorumlauf auf jeden Fall gegeben ist, da Start- und Endpunkt identisch sind.

4.4. Resonatorgeometrie

Ausgangspunkt für die Berechnung der Resonatorgeometrie bildet der über die Boyd-Kleinman-Theorie ermittelte optimale Fokusradius im Kristall $w_0^{\text{opt}} = 20 \mu\text{m}$. Ausgehend von dieser Größe waren mit dem gegebenen Krümmungsradius $R = 50 \text{ mm}$ der sphärischen Spiegel die Spiegelabstände zu bestimmen. Die Lage der Strahltaillen und die für die Resonatorberechnung definierten Längen sind in Abb. 4.4 dargestellt. Der Spiegel

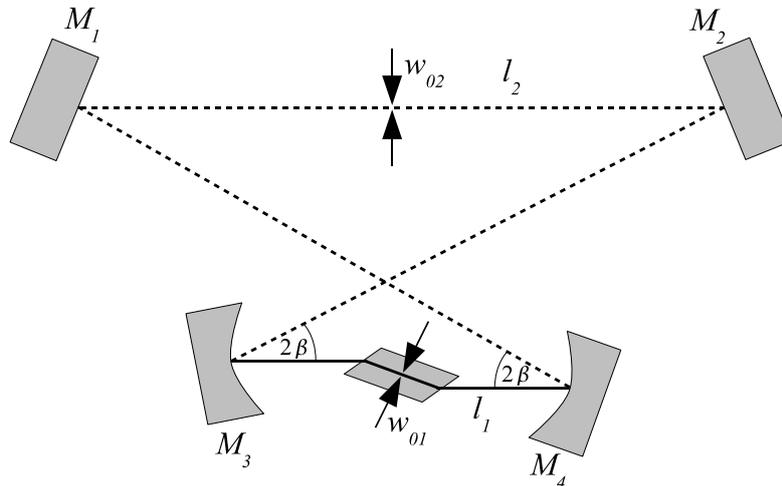


Abbildung 4.4.: Grundlegende Resonatorgeometrie. l_1 ist die Gesamtlänge des kurzen Resonatorarms (von M_3 über den Kristall nach M_4). l_2 (strichliert) ist die Länge des langen Resonatorarms (von M_4 über M_1 und M_2 nach M_3). Der Öffnungswinkel des Resonators beträgt 2β .

M_4 bildet den Kristallfokus w_{01} , welcher sich in der Mitte des Kristalls und in der Mitte des kurzen Arms befindet, in einen Fokus w_{02} ab, welcher die Distanz $l_2/2$ vom Spiegel M_4 entfernt liegt. Der Spiegel M_3 bildet den Fokus w_{02} wiederum in den Fokus w_{01} ab. Die Spiegel M_2 , M_3 und M_4 verfügen über eine Beschichtung, welche hochreflektierend für die Fundamentalwellenlänge von 800 nm ist ($R = 99,9 \%$) und einen hohen Transmissionsgrad nahe 100% bei 400 nm aufweist. Als Einkoppelspiegel M_1 standen vorerst zwei Spiegel mit den Reflexionsgraden $R_1 = 98,7 \%$ bzw. $R_1 \approx 95 \%$ zur Verfügung, wobei - vorausgreifend - die Entscheidung anhand der Ergebnisse aus Abschnitt 4.5 auf den erstgenannten fiel. Die Länge des Kristalls beträgt $l_k = 8 \text{ mm}$.

4.4.1. Astigmatismus des Resonators

Astigmatismus der sphärischen Spiegel

Trifft Licht unter einem schrägen Winkel auf eine Linse oder einen sphärischen Spiegel, so ergeben sich unterschiedliche Brennweiten in Tangential- und Sagittalebene. Abhängig vom Einfallswinkel β gilt für die Brennweite in der Tangentialebene, welche gleichzeitig

die Resonatorebene darstellt [21]

$$f_t = f \cos \beta = \frac{R}{2} \cos \beta \quad (4.17)$$

und für die Brennweite in der senkrecht dazu stehenden Sagittalebene

$$f_s = \frac{f}{\cos \beta} = \frac{R}{2} \frac{1}{\cos \beta}, \quad (4.18)$$

wobei für die Brennweite eines sphärischen Spiegels die Beziehung $f = R/2$ eingesetzt wurde.

Astigmatismus des Kristalls im Brewsterschnitt

Da die Laserstrahlung beim Einsatz eines Kristalls im Brewsterschnitt schräg auf die Stirnfläche des Kristalls auftrifft, kommt es in der Tangentialebene zu einer elliptischen Aufweitung des Strahls. Der Strahldurchmesser in der Sagittalebene bleibt dabei unverändert.

Basierend auf Überlegungen der geometrischen Optik beträgt der Strahlradius in der Tangentialebene im Brewsterkristall das n_k -fache des Strahlradius in der Sagittalebene [21, 22]:

$$w_t = n_k w_s \quad (4.19)$$

Verbunden mit dieser Strahlaufweitung ist eine verzögerte Fokussierung in der Tangentialebene, wodurch es zur Ausbildung von Astigmatismus kommt.

Astigmatismuskompensation beim Einsatz eines Kristalls im Brewsterschnitt

Während der Einsatz des Kristalls eine verzögerte Fokussierung in der Tangentialebene bedingt, führt eine Verkippung der Spiegel ($\beta \neq 0$) gemäß den Gleichungen (4.17) und (4.18) zu geringeren Brennweiten in der Tangentialebene als in der Sagittalebene.

Durch eine geeignete Wahl des Einfallswinkels β ist es möglich, dass sich beide Effekte kompensieren. Die Bedingung für diese Astigmatismuskompensation wird in [21] für eine im Brewsterwinkel eingebrachte planparallele Platte bei einem 3-Spiegel-Resonator hergeleitet. In [23] wird diese Bedingung auf einen 4-Spiegel-Resonator erweitert, bei welchem sich die Astigmatismuskompensation des Kristalls auf zwei sphärische Spiegel aufteilt, was auch die Verhältnisse bei der vorliegenden Arbeit widerspiegelt. Angepasst auf einen Kristall im Brewsterschnitt lautet die in [23] gegebene Bedingung für den vorliegenden Resonator

$$R \sin \beta \tan \beta = l_k \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^3} \right), \quad (4.20)$$

wobei für n der Brechungswinkel in Ausbreitungsrichtung, $n_k = 1,61$, einzusetzen ist. Mit dem Krümmungsradius der sphärischen Spiegel von $R = 50$ mm ergibt sich für den Einfallswinkel, bei welchem Astigmatismuskompensation vorliegt, der Wert

$$\beta = 14,1^\circ.$$

4.4.2. Berechnung der Resonatorgeometrie

Die soeben durchgeführte Berechnung des Einfallswinkels β , welcher die Astigmatismuskompensation im Resonator gewährleisten soll, basiert auf Grundlagen der geometrischen Optik. Die Ergebnisse sollen daher nochmals auf Basis des Matrixformalismus für Gaußsche Strahlen überprüft werden. Dazu ist es vorerst notwendig, die Gesamtmatrizen für einen Resonatorumlauf aufzustellen. Die Gesamtumlaufmatrix für die Sagittalebene lautet, ausgehend von der Mitte des Kristalls (vgl. Tab. 4.1):

$$M_s = \begin{pmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_k}{2n_k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_1-l_k}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos\beta}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \quad (4.21)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos\beta}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_1-l_k}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_k}{2n_k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bei der Zusammensetzung der Gesamtumlaufmatrix für die Tangentialebene sind zusätzlich die geneigten Ein- und Austrittsflächen des Kristalls im Brewsterschnitt zu berücksichtigen:

$$M_t = \begin{pmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_k}{2n_k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_k & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_1-l_k}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R\cos\beta} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \quad (4.22)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R\cos\beta} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_1-l_k}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{n_k} & 0 \\ 0 & n_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{l_k}{2n_k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nachdem die Gesamtumlaufmatrizen aufgestellt wurden, kann der Strahlradius $w(z)$ an Start- und Endpunkt durch Einsetzen der aus der jeweiligen Gesamtumlaufmatrix zu entnehmenden Matrixelemente in (4.16) für Sagittal- und Tangentialebene ermittelt werden. Da als Start- und Endpunkt die Mitte des Kristalls gewählt wurde, erhält man durch Auswertung von (4.16) für beide Gesamtumlaufmatrizen die Fokusradien in Sagittal- und Tangentialebene.

Abb. 4.5 zeigt die berechneten Fokusradien in Sagittal- und Tangentialebene in Abhängigkeit von der Länge des kurzen Arms l_1 für den oben berechneten Einfallswinkel $\beta = 14,1^\circ$. Für die Länge des langen Resonatorarms wurde $l_2 = 450$ mm gewählt. Es sind nur die stabilen Lösungen gemäß (4.12) dargestellt, für welche die Fokusradien rein reellwertig sind. Gemäß Tab. 3.1 ist der Fokusradius w_{01} im kurzen Arm auf den optimalen Wert $w_0^{\text{opt}} = 20\mu\text{m}$ einzustellen, wobei diese Anpassung für die Sagittalebene erfolgt. Um den optimalen Fokusradius von $20\mu\text{m}$ einzustellen, ist für die Länge des kurzen Arms $l_1 = 56,8$ mm zu wählen. Der Strahlradius in der Tangentialebene ist in etwa um einen Faktor n größer, vgl. (4.19)².

²(4.19) basiert auf Erkenntnissen der geometrischen Optik und stellt nur eine Näherung für Gaußsche Strahlen dar.

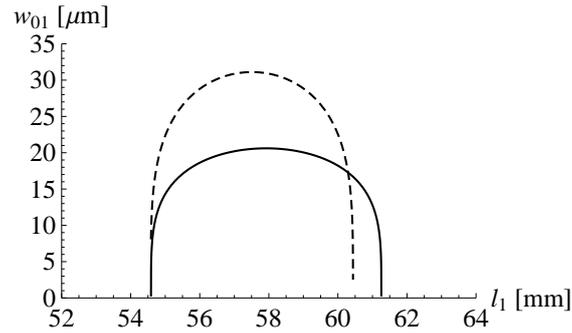


Abbildung 4.5.: Fokusradien in der Kristallmitte in Sagittalebene (durchgezogen) und Tangentialebene (strichliert) für $\beta = 14,1^\circ$.

Der Verlauf der Strahlradien für einen gesamten Resonatorumlauf ist in Abb. 4.6 dargestellt. Die Auswertung des Strahlradius entlang des Resonators erfolgte über das ABCD-

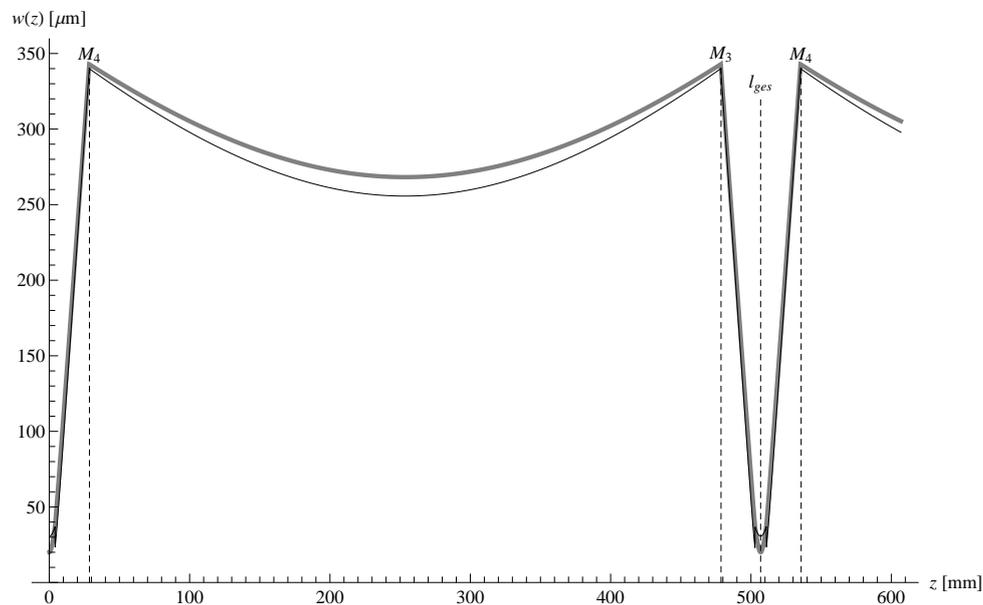


Abbildung 4.6.: Verlauf der Strahlradien in sagittaler (grau, dick) und tangentialer (schwarz, dünn) Ebene, $\beta = 14,1^\circ$

Gesetz (4.4), wobei die einzusetzenden Matrixelemente durch Zusammensetzung der Strahltransfermatrizen bis zur jeweiligen Position gegeben waren. Aus dem Imaginärteil des ermittelten q -Parameters wurde mittels (2.18) der Strahlradius $w(z)$ berechnet.

Der Resonator bildet bei dieser Konfiguration den Kristallfokus konsistent nach einem Umlauf mit der richtigen Größe wieder in die Mitte des Kristalls ab. Es ergibt sich jedoch ein elliptischer Fokus in der Mitte des langen Arms. Da die Strahlung des Ti:Sa-Lasers ein kreisrundes Strahlprofil aufweist, wird im Hinblick auf die Modenanpassung (Ab-

schnitt 4.8) im weiteren zusätzlich die Strategie verfolgt, einen möglichst kreisrunden Strahldurchmesser $2w_{02}$ in der Mitte des langen Arms zu erzielen.

In Abb. 4.7 sind die Verläufe der Strahlradien für den Einfallswinkel $\beta = 13,55^\circ$ dargestellt. Um den optimalen Fokusradius im Kristall zu erreichen, ist für die Länge des kurzen Arms $l_1 = 56,7$ mm zu wählen. Mit dieser Konfiguration ergibt sich ein über

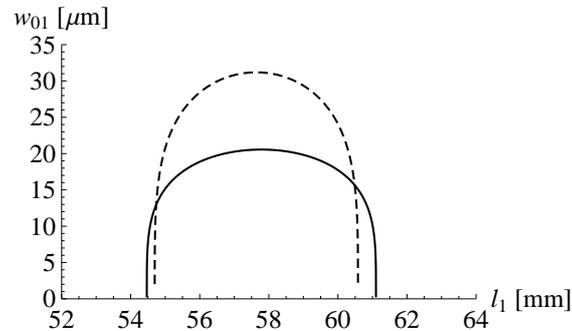


Abbildung 4.7.: Fokusradien in der Kristallmitte in Sagittalebene (durchgezogen) und Tangentialebene (strichliert) für $\beta = 13,55^\circ$

weite Bereiche runder Strahldurchmesser im Resonator, siehe Abb. 4.8. Die Länge des langen Arms beträgt wieder $l_2 = 450$ mm, damit ergibt sich für den Fokusradius im langen Arm der Wert $w_{02} = 266$ μm .

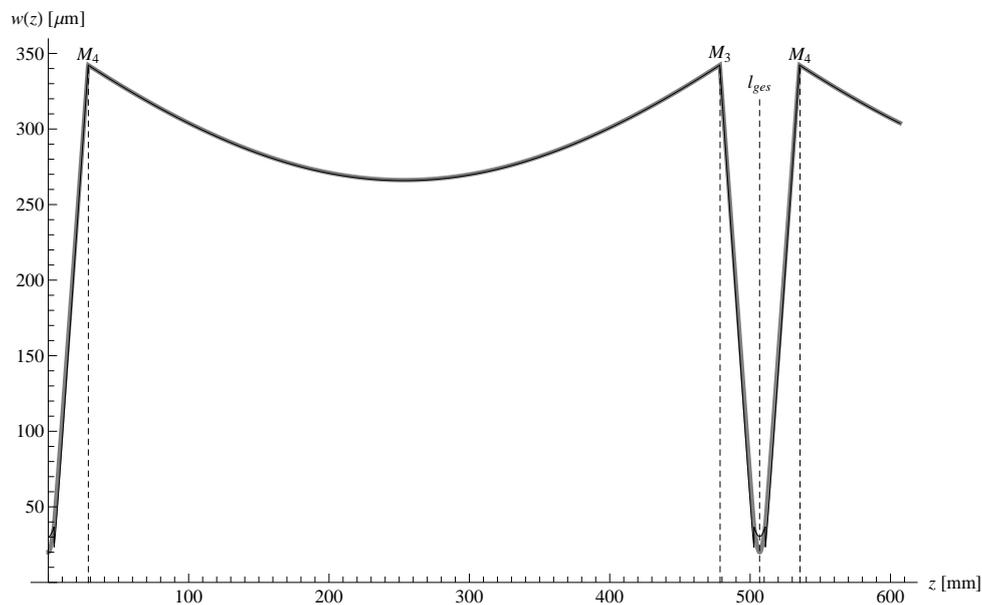


Abbildung 4.8.: Verlauf der Strahlradien in sagittaler (grau, dick) und tangentialer (schwarz, dünn) Ebene, $\beta = 13,55^\circ$

Mit den soeben gewählten Abmessungen erhält man für die Sagittal- und Tangentialebene die Fokusradien $w_{01,s} = 20 \mu\text{m}$ und $w_{01,t} = 30,4 \mu\text{m}$ (Abb. 4.7). Mit dem nun bekannten Verhältnis der Fokusradien ist eine genauere Bestimmung des nichtlinearen Koeffizienten γ gemäß (3.26) möglich. Es ergibt sich der korrigierte Wert

$$\gamma = 4,09 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}.$$

Abschließend soll noch auf den Einfluss der Länge des langen Arms l_2 eingegangen werden: Mit zunehmendem l_2 vergrößert sich die für die Einstellung des optimalen Fokusradius benötigte Länge des kurzen Arms l_1 . Ebenso führt eine Erhöhung des Werts für l_2 zu einem etwas flacheren Verlauf der Kurven in den Abbildungen 4.5 und 4.7. Es ist somit möglich, unter Beibehaltung des idealen Fokusradius durch Erhöhung des Werts für l_2 in den mittleren, flacheren Bereich der Abbildungen 4.5 und 4.7 zu gelangen, was auch zu betragsmäßig geringeren Werten für die durch (4.12) gegebenen Stabilitätsparameter m_s und m_t in Sagittal- und Tangentialebene führt, d.h. die geometrische Stabilität erhöht sich. Jedoch ist zu bedenken, dass sich die mechanische Stabilität des Resonators mit größer werdenden Spiegelabständen verschlechtert. Vor allem im vorläufigen Aufbau, der aus frei stehenden Resonatorspiegeln besteht, welche einzeln und unabhängig voneinander auf einer Grundplatte montiert sind, sollte der Aufbau relativ kompakt gehalten werden. Daher wird vorläufig für die Länge des langen Arms am Wert $l_2 = 450 \text{ mm}$ festgehalten. Für die Stabilitätsparameter in Sagittal- und Tangentialebene ergeben sich die Werte:

$$m_s = -0,32$$

$$m_t = -0,31$$

Beide Stabilitätsparameter befinden sich damit noch im mittleren Drittel des Stabilitätsbereichs (4.13).

4.5. Impedanzanpassung und Leistungsüberhöhung

Die im Resonator umlaufende Leistung wird durch Reflexions-, Absorptions-, Streuungs- und Konversionsverluste nach jedem Umlauf abgeschwächt. Ziel der Impedanzanpassung ist es, durch geeignete Wahl des Reflexionsgrads R_1 des Einkoppelspiegels die verlorene Energie wieder in den Resonator nachzuführen. Abb. 4.9 stellt die in diesem Abschnitt maßgebenden Größen graphisch dar. Im Resonanzfall gilt für das Verhältnis von reflektierter Leistung P_r zu eingestrahelter Leistung P_i [24]

$$\frac{P_r}{P_i} = \frac{(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_m})^2}{(1 - \sqrt{R_1 R_m})^2} \quad (4.23)$$

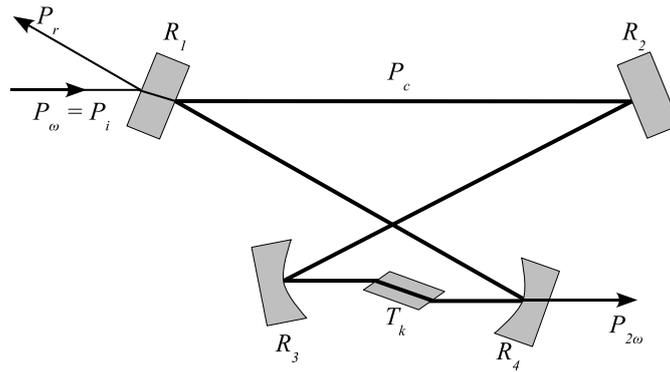


Abbildung 4.9.: Reflektivitäten und Unterteilung der Leistungen für den Ringresonator.

und für das Verhältnis von im Resonator zirkulierender Leistung P_c zu eingestrahelter Leistung

$$\frac{P_c}{P_i} = \frac{T_1}{(1 - \sqrt{R_1 R_m})^2}. \quad (4.24)$$

Die Spiegel werden im weiteren Verlauf als verlustfrei angenommen, so dass $R_i + T_i = 1$ für alle Spiegel gilt.

Der Reflexionskoeffizient R_m gibt an, welcher Anteil der umlaufenden Energie nach einem Umlauf noch vorhanden ist:

$$R_m = R_2 R_3 R_4 T_k T_\gamma \quad (4.25)$$

R_2 bis R_4 sind die Reflexionskoeffizienten der für die Fundamentalwellenlänge hochreflektierenden Spiegel, T_k gibt den Transmissionsgrad des Kristalls an. T_γ berücksichtigt die durch Frequenzverdopplung bedingten nichtlinearen Konversionsverluste

$$T_\gamma = 1 - \gamma P_c, \quad (4.26)$$

wobei der nichtlineare Koeffizient γ , welcher die Konversionseffizienz bei einmaligem Durchlauf beschreibt, durch (3.14) definiert ist.

Die gesamte eingestrahelte Leistung wird in den Resonator eingekoppelt, wenn (4.23) gleich Null ist. Daraus folgt die Impedanzanpassungsbedingung

$$R_1 = R_m. \quad (4.27)$$

Der Transmissionsgrad des Einkoppelspiegels T_1 muss somit den Verlusten des Resonators pro Umlauf entsprechen.

Setzt man (4.27) in (4.24) ein, so erhält man für die Leistungsüberhöhung N im impedanzangepassten und resonanten Fall:

$$N = \frac{P_c}{P_i} = \frac{T_1}{(1 - R_1)^2} = \frac{1}{T_1} \quad (4.28)$$

Mit zunehmenden Verlusten im Resonator (R_m wird kleiner) steigt gemäß (4.27) der Wert für T_1 . Dadurch sinkt der Wert für die erzielbare Leistungsüberhöhung N (vgl. (4.28)). Es ist daher erstrebenswert, die Verluste im Resonator möglichst gering zu halten, um eine hohe Leistung für die Fundamentalstrahlung im Resonator zu erzielen.

Um einen von den unterschiedlichen Resonatorverlusten abhängigen Ausdruck für den optimalen Transmissionsgrad des Einkoppelspiegels zu erhalten, wird zunächst von der Gesamtkonversionseffizienz ϵ ausgegangen:

$$\epsilon = \frac{P_{2\omega}}{P_\omega} = \frac{\gamma P_c^2}{P_i} \quad (4.29)$$

Polzik und Kimble [25] fanden für die gesamte Konversionseffizienz folgenden Ausdruck:

$$\sqrt{\epsilon} = \sqrt{\frac{P_{2\omega}}{P_i}} = \frac{4T_1\sqrt{\gamma P_i}}{[2 - \sqrt{1 - T_1}(2 - L - \sqrt{\epsilon\gamma P_i})]^2} \quad (4.30)$$

L fasst hierbei alle linearen Verluste des Resonators, exklusive der Verluste des Einkoppelspiegels, zusammen:

$$L = 1 - R_2R_3R_4T_k \quad (4.31)$$

Die maximale Konversionseffizienz nach (4.30) wird durch den optimalen Transmissionsgrad T_1^{opt} des Einkoppelspiegels erreicht [25]:

$$T_1^{\text{opt}} = \frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + \gamma P_i} \quad (4.32)$$

Durch Einsetzen von (4.28) in (4.29) erhält man für die Gesamtkonversionseffizienz bei optimaler Leistungseinkopplung

$$\epsilon^{\text{opt}} = \frac{\gamma P_i}{T_1^{\text{opt}^2}}. \quad (4.33)$$

In Abb. 4.10 ist der optimale Reflexionsgrad R_1^{opt} des Einkoppelspiegels in Abhängigkeit von den Resonatorverlusten aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass mit zunehmender Eingangsleistung ein geringerer Reflexionsgrad R_1^{opt} für optimale Impedanzanpassung erforderlich ist, perfekte Impedanzanpassung kann somit immer nur für eine bestimmte Eingangsleistung erzielt werden.

Im gegenwärtigen Experiment liegt die Laserleistung vor dem Einkoppelspiegel im Bereich von ca. 300 mW. Gemäß Abb. 4.10 liegt für diese Eingangsleistung der optimale Reflexionsgrad R_1^{opt} bei etwa 99 %. Der bestgeeignetste zur Verfügung stehende Einkoppelspiegel weist einen Reflexionsgrad von 98,7 % auf. Da dieser im Allgemeinen, abhängig von den tatsächlichen Resonatorverlusten und der Eingangsleistung, nicht dem optimalen Wert entspricht, stellt (4.28) nur eine Näherung für die tatsächliche Leistungsüberhöhung dar.

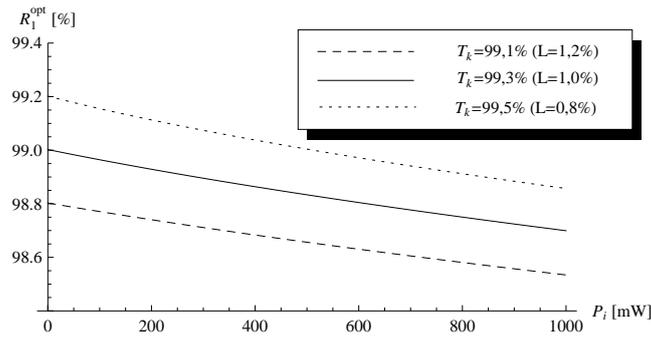


Abbildung 4.10.: Optimaler Reflexionsgrad R_1^{opt} des Einkoppelspiegels gemäß (4.32) in Abhängigkeit von der Eingangsleistung P_i für verschiedene Transmissionsgrade des Kristalls (Annahme: $R_2 = R_3 = R_4 = 99,9\%$).

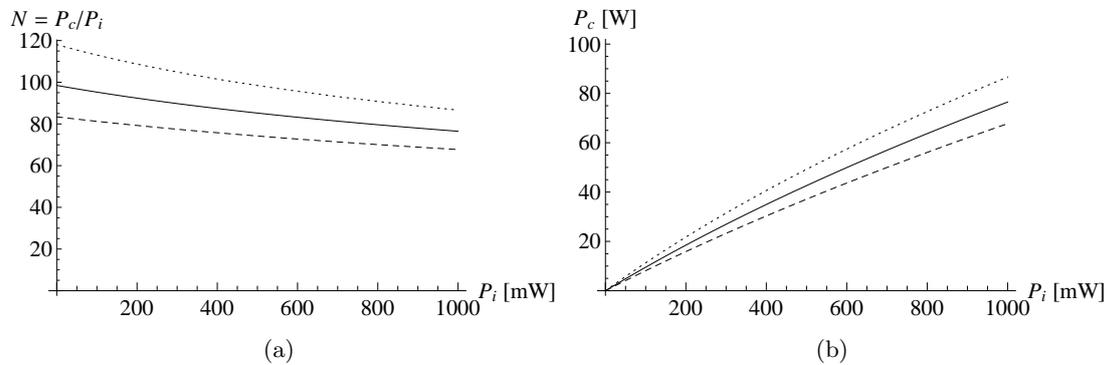


Abbildung 4.11.: Leistungsüberhöhung N (a) und zirkulierende Leistung P_c (b) in Abhängigkeit von der Eingangsleistung P_i für $R_1 = 98,7\%$ und verschiedene Transmissionsgrade des Kristalls (Annahmen: $R_2 = R_3 = R_4 = 99,9\%$). Es gilt die Legende aus Abb. 4.10.

In Abb. 4.11 sind die Leistungsüberhöhung N und die im Resonator zirkulierende Leistung P_c in Abhängigkeit von der Eingangsleistung für den verwendeten Einkoppelspiegel mit $R_1 = 98,7\%$ dargestellt. Für die Erstellung der Grafik wurde (4.24) herangezogen. Es handelt sich dabei um eine implizite Gleichung, da die zirkulierende Leistung P_c über T_γ in den Koeffizienten R_m einfließt. Die Lösung der Gleichung erfolgte mittels Mathematica. Für eine Eingangsleistung von beispielsweise 300 mW ergibt sich mit $T_k = 99,3\%$ rechnerisch eine Überhöhung von $N \approx 90$. Die im Resonator zirkulierende Leistung beträgt damit ca. 27 W.

4.6. Finesse des Ringresonators

Für die Finesse F eines Resonators gilt allgemein

$$F = \frac{\Delta\nu_{\text{FSR}}}{\Delta\nu_{\text{FWHM}}}, \quad (4.34)$$

wobei $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$ die Halbwertsbreite der Transmissionspeaks (bzw. Interferenzmaxima) und $\Delta\nu_{\text{FSR}}$ den freien Spektralbereich (Frequenzabstand benachbarter Interferenzmaxima) beschreiben (Abb. 4.12). Diese beiden einfließenden Größen sind in [26] für ein Fabry-Perot-Interferometer gegeben. Umgeschrieben auf den vorliegenden Ringresonator lauten diese³:

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{l_{\text{ges}}} \quad (4.35)$$

$$\Delta\nu_{\text{FWHM}} = \frac{2c}{\pi l_{\text{ges}}} \arcsin \left[\frac{1 - \sqrt{R_1 R_m}}{2(R_1 R_m)^{1/4}} \right] \quad (4.36)$$

Dabei wurde der Brechungsindex $n = 1$ für Luft angenommen. c ist die Lichtgeschwindigkeit, l_{ges} beschreibt die Gesamtlänge des Resonators, R_1 ist der Reflexionsgrad des Einkoppelspiegels und R_m ist durch (4.25) gegeben. Einsetzen von (4.35) und (4.36) in (4.34) führt zum Ergebnis

$$F = \frac{\pi}{2 \arcsin \left[\frac{1 - \sqrt{R_1 R_m}}{2(R_1 R_m)^{1/4}} \right]}. \quad (4.37)$$

Durch Linearisierung der trigonometrischen Funktion $\arcsin x \approx x$, was für kleine x gerechtfertigt ist, vereinfacht sich (4.37) zu

$$F \approx \frac{\pi(R_1 R_m)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_m}}. \quad (4.38)$$

Unter der Annahme perfekter Impedanzanpassung ($R_1 = R_m$) folgt weiters

$$F = \pi \frac{\sqrt{R_1}}{1 - R_1} \stackrel{(R_1 \rightarrow 1)}{\approx} \pi \frac{1}{1 - R_1} = \pi N, \quad (4.39)$$

wobei im letzten Schritt (4.28) eingesetzt wurde. Dadurch ist die näherungsweise Bestimmung der Leistungsüberhöhung N aus der Finesse oder umgekehrt möglich.

Die allgemeine Form von (4.24), welche eine beliebige Phasenverschiebung ϕ nach einem Resonatorumlauf berücksichtigt, lautet [24]

$$\frac{P_c}{P_i} = \frac{T_1}{(1 - \sqrt{R_1 R_m})^2 + 4\sqrt{R_1 R_m} \sin^2 \frac{\phi}{2}}. \quad (4.40)$$

Die Frequenzabhängigkeit der zirkulierenden Leistung ist in Abb. 4.12 dargestellt. Der Frequenzabstand zweier benachbarter Resonanzfrequenzen ν_n und ν_{n+1} ist durch den

³Ein recht ähnlicher Ansatz für die Ermittlung der Finesse wurde bereits in [27] angewendet.

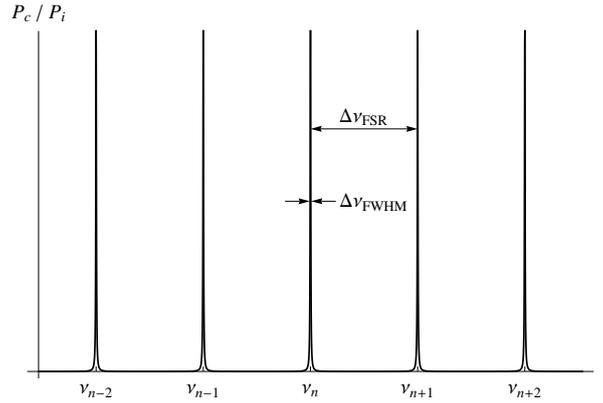


Abbildung 4.12.: Frequenzabhängigkeit der im Resonator zirkulierenden Leistung nach (4.40). $l_{\text{ges}} = 507$ mm, $R_1 = 98,7$ %, $R_m = 99$ %.

freien Spektralbereich $\Delta\nu_{\text{FSR}}$ gegeben. Er entspricht einer Phasendifferenz von $\phi = 2\pi$ nach einmaligem Umlauf des Resonators. Eine hohe Finesse ist verbunden mit hohen und schmalen Interferenzmaxima (vgl. (4.34) und Abb. 4.12).

Nach (4.35) ergibt sich mit $l_{\text{ges}} = 507$ mm ein freier Spektralbereich von

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} = 591 \text{ MHz.}$$

Gemäß (4.37) ergibt sich mit $R_1 = 98,7$ % für die Finesse der Wert

$$F = 223,$$

wobei die in (4.37) einfließende Größe R_m über (4.25) mit der Annahme $T_k = 99,3$ % für eine Eingangsleistung von 300 mW zu $R_m = 98,9$ % berechnet wurde.

Eine näherungsweise Bestimmung der Leistungsüberhöhung mittels (4.39) ergibt den Wert $N \approx 71$, die Abweichung vom berechneten Ergebnis aus Abschnitt 4.5 beträgt ca. 21 %.

4.7. Frequenzstabilisierung

Während des Resonatorbetriebs kann sich die Resonatorlänge durch Störungen, wie etwa Druck-, Temperaturschwankungen oder mechanische Schwingungen, laufend geringfügig ändern. Für einen effizienten Betrieb des Resonators ist es notwendig, ihn stets auf Resonanz zur eingestrahlten Wellenlänge zu halten. Dies kann grundsätzlich durch Anpassung der Wellenlänge des Lasers oder auch durch Nachregelung der Resonatorlänge geschehen.

Ein bewährtes Verfahren zur Frequenzstabilisierung ist das Pound-Drever-Hall-Locking [28, 29]. Bei diesem Verfahren werden der eingestrahlten Laserfrequenz Seitenbänder

aufmoduliert, mithilfe welcher das Fehlersignal generiert wird. Dieses Verfahren bedarf einer relativ aufwändigen Regelungselektronik.

In dieser Arbeit wurde das Stabilisierungsverfahren nach Hänsch und Couillaud [30] verwendet, welches auf ein vergleichsweise einfaches Regelungsverfahren beruht, und wofür bereits eine Regelungselektronik am Institut zur Verfügung stand.

4.7.1. Hänsch-Couillaud-Stabilisierung

Das grundsätzliche Stabilisierungsverfahren wird in [30] beschrieben. In Abb. 4.13 ist die Realisierung für den Verdopplungsresonator dargestellt. Unter Zuhilfenahme eines $\lambda/2$ -

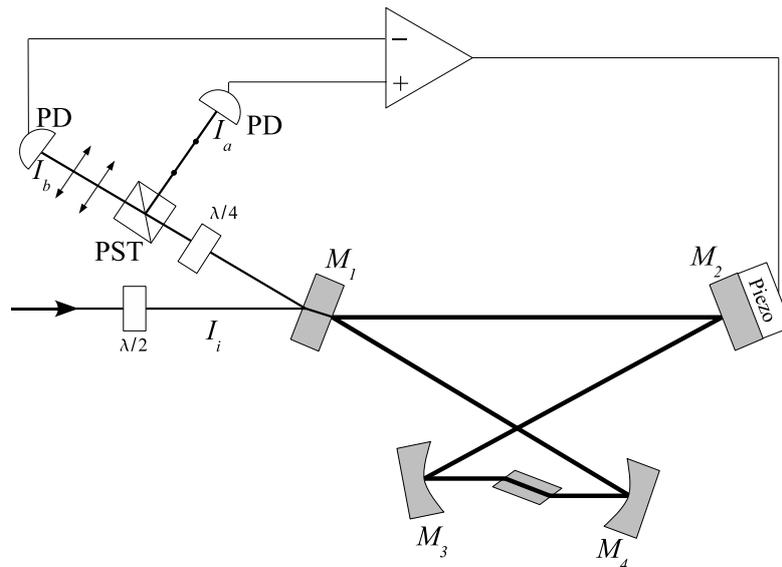


Abbildung 4.13.: Aufbau für die Hänsch-Couillaud-Frequenzstabilisierung.

Plättchens, welches vor dem Einkoppelspiegel in den Strahlengang eingebracht wird, ist es möglich, die Polarisationssebene des eingestrahnten, linear polarisierten Lichts zu drehen. Nach Durchlauf des $\lambda/2$ -Plättchens bildet die Polarisationssebene des eingestrahnten Lichts einen Winkel θ mit der Resonatorebene.

Das nach wie vor linear polarisierte Licht kann in Anteile parallel und senkrecht zur Resonatorebene zerlegt werden. Die parallele Komponente, für welche die Verluste im Resonator gering sind, erfährt nach einem Resonatorumlauf eine von der eingestrahnten Frequenz und der Resonatorlänge abhängige Phasenverschiebung. Die senkrechte Komponente wird direkt am Spiegel M_1 reflektiert und bleibt linear polarisiert.

Die nach einem Resonatorumlauf wieder am Spiegel M_1 austretende parallele Komponente überlagert sich mit der direkt reflektierten senkrechten Komponente. Im Resonanzfall sind beide Komponenten in Phase und überlagern sich zu linear polarisiertem Licht. Erfährt die parallele Komponente eine Phasenverschiebung, die keinem ganzzahligen

Vielfachen von 2π entspricht, so überlagern sich beide Anteile zu elliptisch polarisiertem Licht.

Elliptisch polarisiertes Licht kann als Superposition zweier gegenläufiger zirkular polarisierter Komponenten mit unterschiedlicher Amplitude verstanden werden. Bei linear polarisiertem Licht haben die beiden gegenläufigen zirkularen Komponenten die gleiche Amplitude. Ein $\lambda/4$ -Plättchen wandelt die beiden zirkular polarisierten Komponenten in linear polarisierte Komponenten um. Die schnelle Achse des $\lambda/4$ -Plättchens bildet einen Winkel von 45° zur senkrechten Transmissionsachse des Polarisationsstrahlteilerwürfels (PST). Linear polarisiertes Licht wird mit dieser Anordnung durch den Polarisationsstrahlteilerwürfel zu gleichen Anteilen auf die beiden Photodioden (PD) aufgeteilt. Das durch die Stabilisierungselektronik gebildete Differenzsignal ist dann gleich Null.

Bei elliptisch polarisiertem Licht erzeugt das $\lambda/4$ -Plättchen linear polarisierte Anteile mit unterschiedlicher Amplitude, somit ergeben sich unterschiedliche Intensitäten an den beiden Photodioden.

Das Differenzsignal der an den Photodioden anliegenden Intensitäten ist gegeben durch [30]

$$I_a - I_b = I_i 2 \cos \theta \sin \theta \frac{T_1 R_m \sin \phi}{(1 - R_m)^2 + 4R_m \sin^2 \frac{\phi}{2}}, \quad (4.41)$$

wobei I_i die eingestrahlte Intensität, T_1 den Transmissionsgrad des Einkoppelspiegels und ϕ die Phasenverschiebung bezeichnen. R_m ist durch (4.25) gegeben.

In Abb. 4.14 ist das Hänsch-Couillaud-Fehlersignal (4.41) in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung ϕ dargestellt. Dem Fehlersignal ist die Phasenabhängigkeit der im Resonator zirkulierenden Leistung nach (4.40) gegenübergestellt. Bei perfekter Resonanz ist die im Resonator zirkulierende Leistung maximal und das Fehlersignal gleich Null, für kleine Phasenverschiebungen erhält man ein der Phasenverschiebung proportionales Fehlersignal, welches eine starke Steigung in der Umgebung der Resonanzen aufweist. Die Stabilisierungselektronik transformiert das Fehlersignal bzw. die an den Photodioden anliegende Differenzspannung hoch und gibt diese an ein Piezoelement weiter, auf welchem der Spiegel M_2 befestigt ist. Dadurch wird eine laufende Anpassung der Resonatorlänge an die eingestrahlte Frequenz erzielt.

Die Amplitude des Fehlersignals (4.41) kann durch Variation des Winkels θ angepasst werden. Die maximale Leistung dann in den Resonator eingekoppelt, wenn die Polarisations Ebene des eingestrahlten Lichts mit der Resonatorebene übereinstimmt, d.h. $\theta=0$. In diesem Fall ist jedoch auch die Amplitude des Fehlersignals minimal. Es wird daher vonnöten sein, einen kleinen Winkel $\theta > 0$ mittels des $\lambda/2$ -Plättchens einzustellen, um ein ausreichend hohes Fehlersignal für die Stabilisierungselektronik zu erzielen.

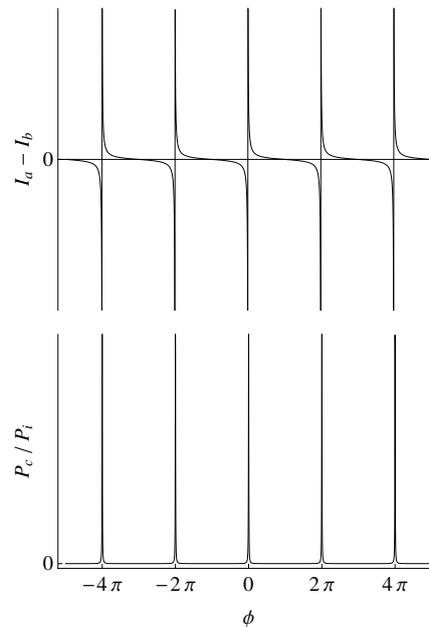


Abbildung 4.14.: Verhältnis von zirkulierender zu eingestrahelter Leistung im Resonator (unten) und analytisches Hänsch-Couillaud-Fehlersignal (oben) nach (4.41) als Funktion der Phasenverschiebung ϕ .

4.8. Modenanpassung

Um einen effizienten Resonatorbetrieb zu gewährleisten, ist es von zentraler Bedeutung, die Lasermode möglichst perfekt an die Resonatormode anzupassen. Die Anpassung erfolgt durch Abbildung der ausgangsseitigen Strahltaile des Lasers in eine der beiden Strahltaillen des Resonators. In dieser Arbeit erfolgte die Modenanpassung in den langen Arm des Resonators (Abb. 4.4).

Die Modenanpassungsformeln (4.9) und (4.10) wurden bereits in Abschnitt 4.2.1 eingeführt. Der Fokusradius im langen Arm des Resonators wird in diesem Abschnitt als w_{02} bezeichnet, der laserseitige Strahltaillenradius als w_{01} (Abb. 4.3).

Anhand der Geometrie des Ti:Sa-Laserresonators wurde die Größe der laserseitigen Strahltaile zu $w_{01} \approx 0,45$ mm bestimmt. Dieser Wert geht mit einem (vollen) Divergenzwinkel von ca. 1,1 mrad einher, was einen realistischen Wert für den Ti:Sa-Laser darstellt. Der berechnete Fokusradius im langen Arm des Verdopplungsresonators beträgt $w_{02} = 266$ μm (Abschnitt 4.4).

Mithilfe der durch (4.11) gegebenen charakteristischen Länge f_0 kann zunächst die benötigte Mindestbrennweite der abbildenden Linse (bzw. des abbildenden Linsensystems) bestimmt werden. Es ist anschließend eine Linse mit passender Brennweite $f > f_0$ zu wählen, für welche der laserseitige Fokus w_{01} im Abstand d_1 zur Linse möglichst exakt in

den Fokus w_{02} im Abstand d_2 zu Linse abgebildet wird. Nur jener Anteil der Lasermode, welcher mit der Resonatormode überlappt, wird in den Resonator eingekoppelt. In dieser Arbeit konnte die Modenanpassung mittels einer einzelnen Linse mit der Brennweite $f=500$ mm bewerkstelligt werden.

4.9. Zusammenfassung der Eigenschaften des Resonators

Die in Abschnitt 4 erarbeiteten Eigenschaften des Resonators sind in Tab. 4.2 zusammengefasst. Kristallbezogene Eigenschaften waren bereits in Tab. 3.1 aufgelistet.

Tabelle 4.2.: Zusammenfassung der Eigenschaften des berechneten Resonators.

Größe	Formelzeichen	Wert	Referenz	
Länge kurzer Arm	l_1	56,7 mm	Abschnitt 4.4.2	
Länge langer Arm	l_2	450 mm		
Gesamtlänge	$l_{\text{ges}} = l_1 + l_2$	507 mm		
Öffnungswinkel	2β	27,1°		
Fokusradius kurzer Arm (Sagittalebene)	$w_{01,s}$	20 μm		
Fokusradius kurzer Arm (Tangentialebene)	$w_{01,t}$	30,4 μm		
Fokusradius langer Arm	w_{02}	266 μm		
Nichtlinearer Koeffizient ¹	γ	$4,09 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$		
Berechnete Überhöhung ²	N	90		Abschnitt 4.5
Berechnete Finesse ²	F	223		Abschnitt 4.6
Freier Spektralbereich	$\Delta\nu_{\text{FSR}}$	591 MHz		
Reflexionsgrad Einkoppelspiegel	R_1	98,7 %	Herstellerangaben	
Reflexionsgrade restliche Spiegel ($\lambda = 800$ nm)	R_2, R_3, R_4	99,9 %		
Reflexionsgrade restliche Spiegel ($\lambda = 400$ nm)	R_2, R_3, R_4	0,1 %		

¹ Korrigierter Wert nach (3.26) mit bekanntem Verhältnis $w_{01,s}/w_{01,t}$.

² Die angegebenen Werte wurden für eine Eingangsleistung von 300 mW berechnet.

5. Umsetzung und Ergebnisse

Der Verdopplungsresonator wurde anhand der Ergebnisse aus Abschnitt 4 aufgebaut. In Abb. 5.1 ist der Aufbau der Gesamtanordnung für den Betrieb des Frequenzverdopplers dargestellt. Am Beginn der Anordnung steht ein Festkörperlaser vom Typ Cohe-

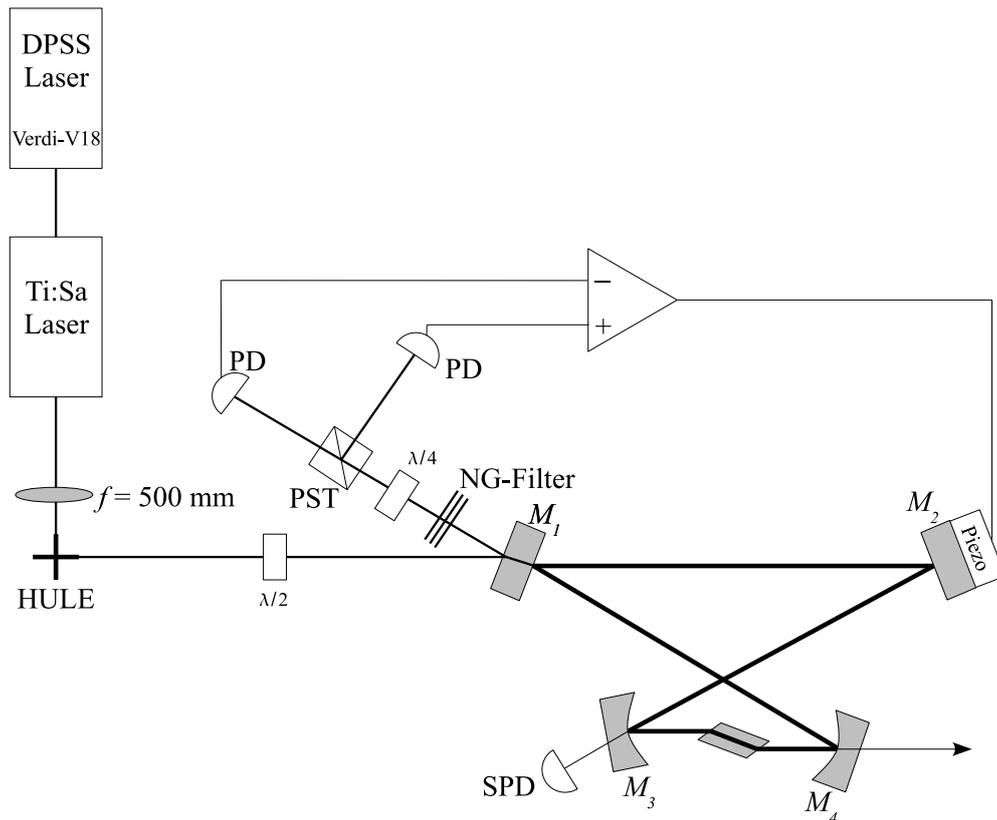


Abbildung 5.1.: Schematische Darstellung des Gesamtaufbaus.

rent Verdi-V18. Es handelt sich dabei um einen diodengepumpten Nd:YAG-Laser mit Intracavity-Frequenzverdopplung, für die ebenfalls ein LBO-Kristall, hier mit nichtkritischer Phasenanpassung, zum Einsatz kommt. Dieser Laser emittiert Licht mit einer Wellenlänge von 532 nm, welches den im folgenden Abschnitt beschriebenen Ti:Sa-Laser pumpt.

5.1. Justage des Ti:Sa-Lasers

Der Durchstimmbereich des Ti:Sa-Laserresonators reicht von etwa 700 bis 1000 nm [31], die Frequenzeinstellung erfolgt durch frequenzselektive Elemente im Laserresonator. Der grundsätzliche Aufbau des Ti:Sa-Laserresonators ist in Abb. 5.2 dargestellt.

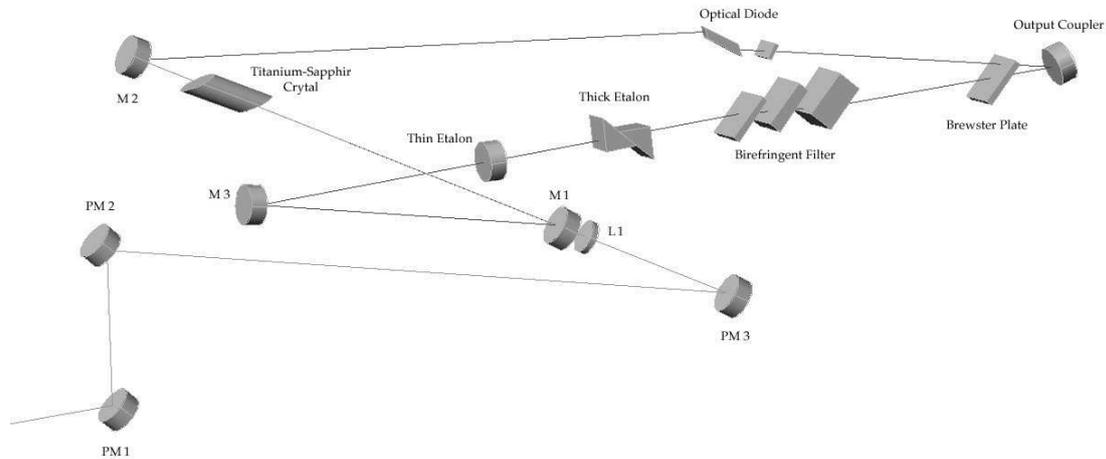


Abbildung 5.2.: Aufbau des Ti:Sa-Laserresonators, leicht abgeändert nach [31].

Die Grobselektion der Wellenlänge wird durch manuelle Verdrehung des doppelbrechenden Filters (Birefringent Filter) bewerkstelligt, durch ein dickes und ein dünnes Etalon wird eine longitudinale Mode selektiert. Bei der Justage der frequenzselektiven Elemente ist darauf zu achten, dass die Transmissionsmaxima der einzelnen Komponenten übereinander zu liegen kommen, um eine (hohe) Ausgangsleistung zu erzielen und Modensprünge zu vermeiden. Die Überprüfung der eingestellten Wellenlänge erfolgte mit einem Lambdameter.

Ein kleiner Anteil der emittierten Strahlung wird am Ausgang des Laserresonators in eine Referenz-Cavity abzweigt, mithilfe welcher das Fehlersignal für die Frequenzstabilisierung generiert wird. Das Fehlersignal wird durch die Stabilisierungselektronik in einen hoch- und niederfrequenten Anteil zerlegt, der hochfrequente Anteil wird an ein Piezoelement weitergegeben, auf welchem der in Abb. 5.2 als M3 beschriftete Spiegel (Tweeter) befestigt ist. Der niederfrequente Anteil wird für die Verdrehung einer im Laserresonator angebrachten planparallelen Platte (Brewster Plate) verwendet. Gleichzeitig wird der Abstand der Prismen des dicken Etalons angepasst und eine Verdrehung des dünnen Etalons veranlasst, so dass die Transmissionmaxima der einzelnen Komponenten wieder übereinander zu liegen kommen. Auf diese Weise wird die Resonatorlänge laufend an die Frequenz der Laserstrahlung angepasst. Bei aktiver Stabilisierung ergibt sich eine gemittelte Frequenzbreite des Laserlichts von ca. 1 MHz.

Ein Scan-Generator erlaubt die Durchstimmung des Lasers über einen Spektralbereich von 30 GHz, was durch eine Verdrehung der planparallelen Platte (Brewster Plate) und

gleichzeitige Anpassung der restlichen frequenzselektiven Elemente erreicht wird. Eine Durchstimmung über den vollen Bereich von 30 GHz führt zu einer Änderung der emittierten Wellenlänge in der Größenordnung von etwa einem Zehntel-Ångström, was für spektroskopische Anwendungen von besonderem Interesse ist. Eine Fotografie des Laserresonators ist in Abb. 5.3 wiedergegeben.

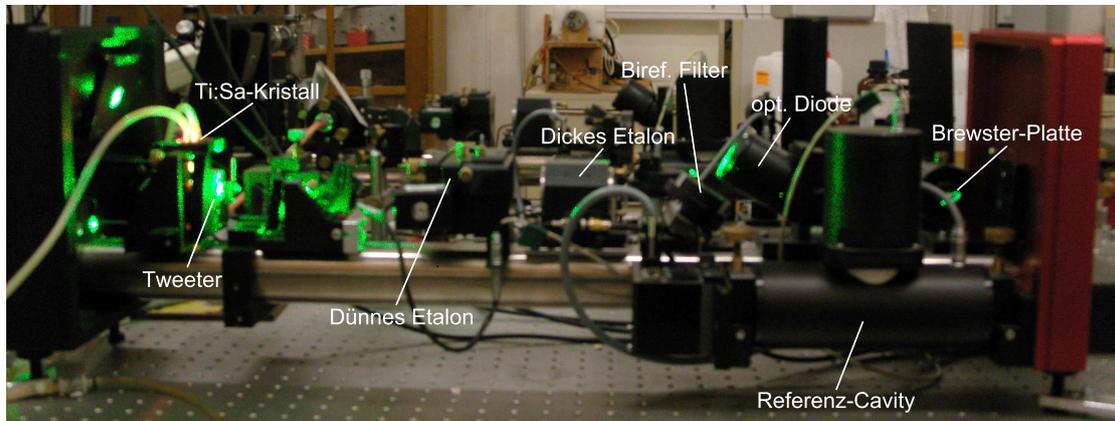


Abbildung 5.3.: Fotografie des Ti:Sa-Laserresonators. Die Anordnung der Komponenten entspricht jener aus Abb. 5.2.

5.2. Betrieb des Verdopplungsresonators

Das vom Ti:Sa-Laser emittierte Licht mit einer Wellenlänge von 800 nm ist senkrecht zur Zeichenebene in Abb. 5.1 und damit senkrecht zur Resonatorebene polarisiert. Durch die nach der Modenanpassungslinse angeordnete Höhenumlenkeinheit (HULE), welche aus zwei untereinander angebrachten Spiegeln besteht, die jeweils im Winkel von 45° zum Strahlengang geneigt sind, wird die Polarisationssebene in die Resonatorebene gedreht. Abb. 5.4 zeigt eine Fotografie des Verdopplungsresonators. Die Farbwiedergabe in der Fotografie weicht vom Farbeindruck des menschlichen Auges ab, da der Sensor der verwendeten Kamera eine höhere Sensitivität im Infrarotbereich als das Auge aufweist. Das Leuchten des Kristalls wird in hellem blau wahrgenommen, auch das infrarote Streulicht ist mit freiem Auge nicht erkennbar.

Da der LBO-Kristall leicht hygroskopisch ist [11], waren Vorkehrungen zu treffen, um einen Betrieb bei geringer Luftfeuchtigkeit zu gewährleisten. Daher wurde für den Kristall ein Gehäuse aus Aluminium angefertigt, welches mit Argon gespült wird. Durch den leichten Überdruck des Argon-Gases im Gehäuse im Vergleich zum Umgebungsdruck außerhalb des Gehäuses soll ein Eindringen von Luftfeuchtigkeit während des Betriebs verhindert werden. Außerhalb der Betriebszeiten wird der Kristall samt Gehäuse in einem geschlossenen Glas, welches mit Silikagel gefüllt ist, aufbewahrt. Um während des Einsetzens und des Herausnehmens des Gehäuses für trockene Bedingungen zu sorgen,

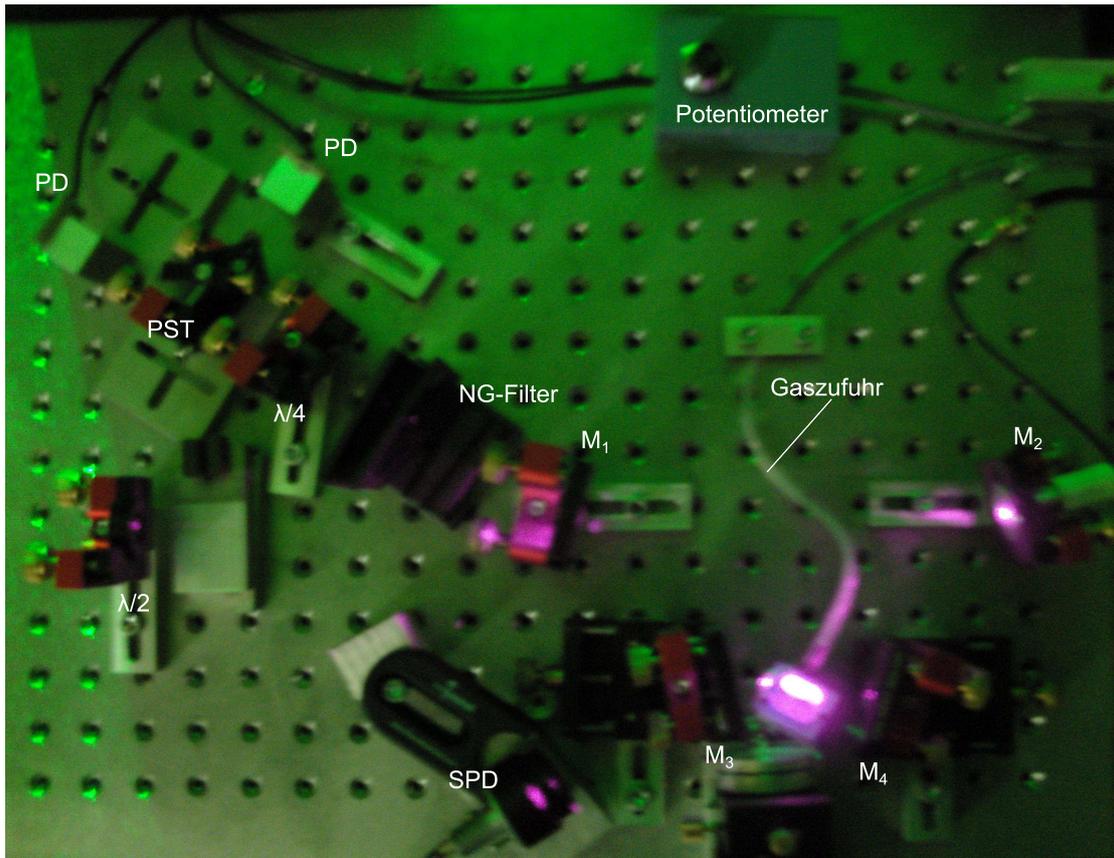


Abbildung 5.4.: Fotografie des Verdopplungsresonators. Die Anordnung der Komponenten entspricht jener aus Abb. 5.1.

wurde in einer Vertiefung im Inneren des Gehäuses ebenfalls Trocknungsmittel angebracht. Der Aufbau des Kristallgehäuses ist in Anhang B beschrieben.

Eine leichte Verdrehung der Polarisationssebene durch das $\lambda/2$ -Plättchen erlaubt eine Anpassung der Amplitude des Hänsch-Couillaud-Fehlersignals (Abschnitt 4.7). Vor der Anordnung für die Frequenzstabilisierung wurde ein Neutralglas-Filtersatz (NG-Filter) mit austauschbaren Filtern angebracht, um ein Übersteuern der Photodioden (PD) bei zu hohen Intensitäten zu verhindern, und die Höhe der von den Photodioden gebildeten Differenzspannung an den für die Stabilisierungselektronik vorgesehenen Wert anzupassen. Mithilfe eines Potentiometers konnten die Sensitivitäten der beiden Photodioden aneinander angepasst werden, bevor das Differenzsignal gebildet wurde.

Die Anbringung einer schnellen Photodiode (SPD) hinter dem Spiegel M_3 ermöglicht eine Erfassung des aus dem Resonator austretenden Lecklichts. Für die Leistung P_t des durch den Spiegel M_3 transmittierten Lecklichts gilt $P_t = T_3 P_c$, wobei P_c die im

Resonator zirkulierende Leistung und T_3 den Transmissionsgrad des für die Fundamentalwellenlänge hochreflektierenden Spiegels M_3 bezeichnen. Das transmittierte Lecklicht weist somit die gleiche Frequenz- bzw. Phasenabhängigkeit wie die im Resonator zirkulierende Leistung auf (vgl. Abb. 4.12 und 4.14).

In Abb. 5.5 ist das mit der schnellen Photodiode detektierte Signal in Abhängigkeit von der am Piezoelement anliegenden Spannung dargestellt, auf welchem der Spiegel M_2 angeklebt ist. Die Dreiecksspannung, welche gleichzeitig als Triggersignal dient, wird

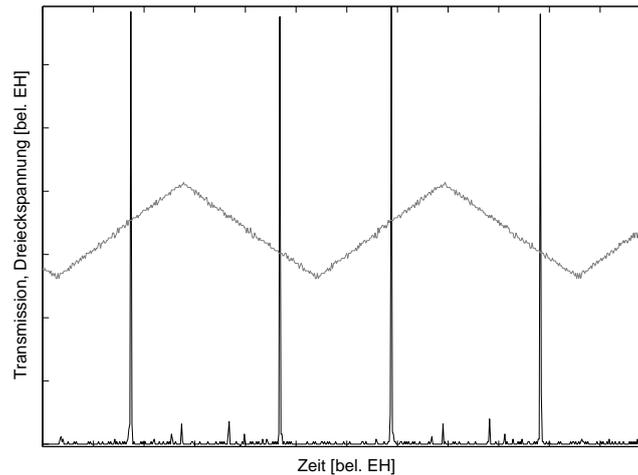


Abbildung 5.5.: Transmissionssignal des durch den Spiegel M_3 transmittierten Lecklichts in Abhängigkeit von der am Piezo-Spiegel anliegenden Dreiecksspannung.

von der Hänsch-Couillaud-Stabilisierungselektronik zur Verfügung gestellt. Mit der am Piezoelement anliegenden Spannung ändert sich die Position des Spiegels M_2 und damit die Länge des Resonators. Für eine bestimmte Resonatorlänge beträgt die Phasenverschiebung nach einmaligem Resonatorumlauf ein ganzzahliges Vielfaches von 2π und es ergeben sich scharfe Transmissionsspeaks.

In Abb. 5.6 sind das an der schnellen Photodiode anliegende Transmissionssignal und das Hänsch-Couillaud-Fehlersignal dargestellt. Am Piezoelement lag wieder die in Abb. 5.5 dargestellte Dreiecksspannung an, welche abermals als Triggersignal diente. Das gemessene Fehlersignal weist die in Abb. 4.14 dargestellte Form des analytischen Fehlersignals auf. Das gemessene Fehlersignal ist an der abfallenden Flanke der Dreiecksspannung spiegelverkehrt zum Fehlersignal an der ansteigenden Flanke, da sich der Resonanzfrequenz abhängig davon, ob die Spannungsflanke positiv oder negativ ist, von unterschiedlichen Seiten genähert wird. Die veränderte Lage der Transmissionsspeaks im Vergleich zu Abb. 5.5 ist durch eine leichte Änderung der am Piezoelement anliegenden Offset-Spannung zwischen den beiden Aufnahmen begründet.

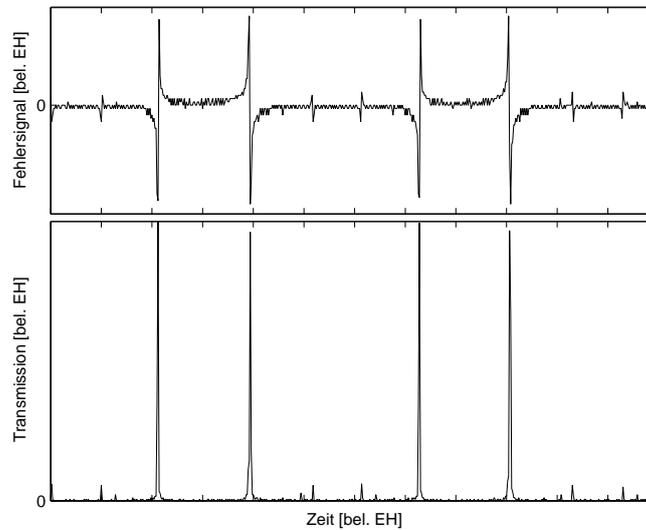


Abbildung 5.6.: Transmissionsignal (unten) und Hänsch-Couillaud-Fehlersignal (oben).

Sobald der Resonator so eingestellt ist, dass ein Anschwingen von Nebenmoden weitgehend unterdrückt wird und sich für das Transmissions- und das Fehlersignal qualitativ die in Abb. 5.6 gezeigte Form ergibt, kann die Stabilisierungselektronik vom Scan- in den Lock-Modus umgeschaltet werden. Die Stabilisierung erfolgt wie in Abschnitt 4.7 besprochen um den steilen Nulldurchgang des Fehlersignals, wo die zirkulierende Leistung im Resonator maximal ist. Bei aktiver Stabilisierung ist - abgesehen von geringfügigen Schwankungen - das Transmissionsignal durchgehend maximal und das Fehlersignal weist einen Wert von 0 V auf.

5.2.1. Erzielte Leistung der 2. Harmonischen

In Abb. 5.7 ist die mit dem Verdopplungsresonator erzielte Ausgangsleistung der 2. Harmonischen für unterschiedliche Eingangsleistungen der Fundamentalstrahlung dargestellt. Da am Institut kein passender Blaufilter zur Verfügung stand, wurde der Anteil des infraroten Lecklichts experimentell bestimmt: Dazu wurde der Resonator so eingestellt, dass er für die Fundamentalwellenlänge resonant ist und die Frequenzkonversion weitgehend unterdrückt wird. Danach wurden die Eingangsleistung der Fundamentalstrahlung gemessen und die Leistungsüberhöhung experimentell bestimmt¹, wodurch eine Ermittlung der im Resonator zirkulierenden Leistung möglich war. Anschließend konnte durch einen Vergleich der berechneten zirkulierenden Leistung mit der gemessenen Ausgangsleistung der Anteil des aus dem Resonator austretenden und auf den Detektor auftreffenden infraroten Lecklichts zu 0,2 ‰ der zirkulierenden Leistung be-

¹Das Verfahren zur experimentellen Bestimmung der Leistungsüberhöhung wird später erläutert.

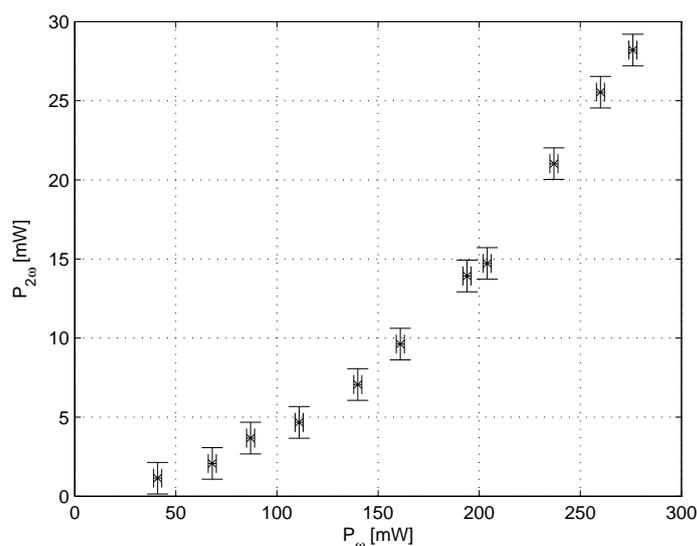


Abbildung 5.7.: Ausgangsleistung $P_{2\omega}$ der 2. Harmonischen in Abhängigkeit von der Eingangsleistung P_{ω} .

stimmt werden. Die in Abb. 5.7 dargestellten Messdaten wurden bereits entsprechend korrigiert. Für eine Eingangsleistung von $P_{\omega} = 276$ mW ergibt sich mit $P_{2\omega} = 28$ mW eine Verdopplungseffizienz von 10 %.

Die im Kristall erzeugte frequenzverdoppelte Strahlung ist normal zur Resonatorebene polarisiert (Abschnitt 3.2) und erfährt somit - anders als die in der Resonatorebene polarisierte Fundamentalstrahlung - an der Endfläche des Brewsterkristalls Reflexionsverluste, welche aus den Fresnelschen Formeln unter der Annahme vernachlässigbarer Absorption zu 20 % bestimmt wurden. Diese Verluste sind durch die vorliegende Verdopplungsgeometrie bedingt und unvermeidbar. Um einen Vergleich mit den theoretischen Werten gemäß (3.25) zu ermöglichen und Aussagen über die Gesamtkonversionseffizienz ϵ treffen zu können, wurden die Verluste nachträglich hochgerechnet. Hierbei wurden ebenfalls die Verluste der 2. Harmonischen am Auskoppelspiegel M_4 berücksichtigt, welche basierend auf Herstellerangaben zu 0,1 % angesetzt wurden. In Abb. 5.8 sind die bzgl. der Verluste korrigierten Messwerte der theoretischen Kurve nach (3.25) gegenübergestellt. Bei der Berechnung der theoretischen Werte ist zu beachten, dass die in (3.25) auftretende Leistung der Fundamentalstrahlung P_{ω} durch die im Resonator zirkulierende Leistung NP_{ω} zu ersetzen ist, wobei N die Leistungsüberhöhung bezeichnet. Es zeigt sich eine relativ schlechte Übereinstimmung der korrigierten experimentellen Werte mit der Theorie.

Für die Leistungsüberhöhung wurde einheitlich der in Abschnitt 4.5 berechnete Wert $N = 90$ eingesetzt, die ebenfalls in Abschnitt 4.5 behandelte Abhängigkeit der Leistungsüberhöhung von der Eingangsleistung wurde vernachlässigt. Als Legitimation für

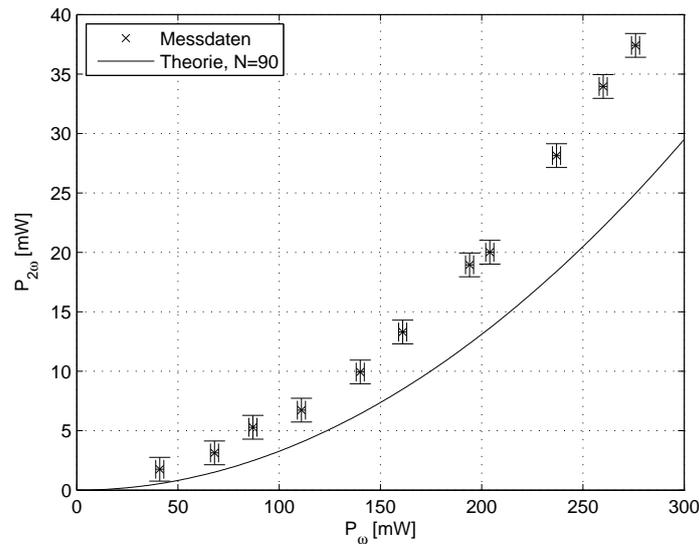


Abbildung 5.8.: Vergleich der hochgerechneten Messwerte mit der theoretischen Kurve nach (3.25) für $N = 90$.

diese Vereinfachung seien die nicht genau bekannten Resonatorverluste, von welchen der konkrete Wert für N abhängt, und die nicht zu stark ausgeprägte Abhängigkeit der Leistungsüberhöhung von der Eingangsleistung (Abb. 4.11) im betroffenen Leistungsbereich genannt.

In weiterer Folge wurde eine experimentelle Bestimmung der Leistungsüberhöhung durchgeführt, die folgendermaßen ermittelt wurde: Zunächst wurde bei aktiver Frequenzstabilisierung mit einem Oszilloskop das an der schnellen Photodiode anliegende Spannungssignal U_c gemessen, welches ein Maß für die im Resonator zirkulierende Leistung darstellt. Anschließend wurde der Strahlengang im Resonator nach dem Spiegel M_3 unterbrochen und es wurde wiederum das an der Photodiode anliegende Spannungssignal ermittelt. Dieser Spannungswert war bzgl. des Transmissionsgrads des Einkoppelspiegels zu korrigieren, um den Spannungswert U_i für die einlaufende Fundamentalstrahlung zu ermitteln. Die experimentell bestimmte Leistungsüberhöhung berechnet sich schließlich gemäß

$$N_{\text{exp}} = \frac{U_c}{U_i} \quad (5.1)$$

mit dem Ergebnis

$$N_{\text{exp}} = 108 \pm 21.$$

Die Messung erfolgte bei einer Eingangsleistung von $P_\omega = 220$ mW. Der relativ hohe Wert für die Unsicherheit der experimentellen Leistungsüberhöhung ergibt sich in

erster Linie aus dem Ablesefehler am Oszilloskop, v.a. für das schwache Signal bei unterbrochenem Strahlengang.

In Abb. 5.9 ist ein Vergleich der Messwerte mit der theoretischen Kurve für $N = 108$ gegeben. N wurde wiederum als konstant angenommen, da aufgrund der Unsicherheit kein

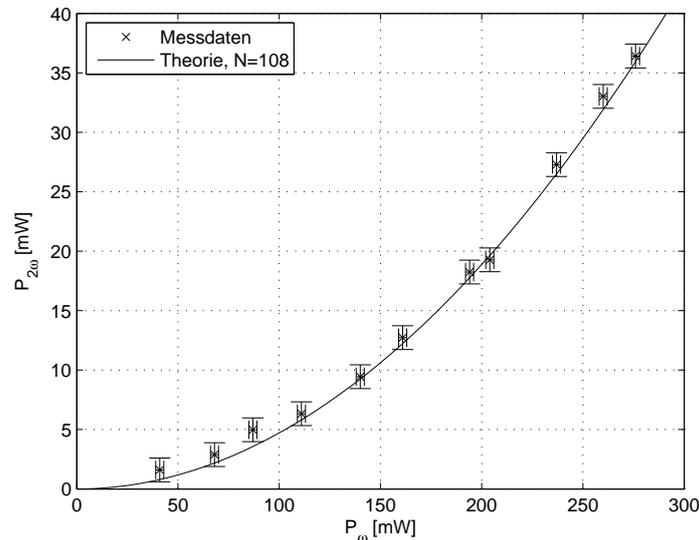


Abbildung 5.9.: Vergleich der hochgerechneten Messwerte mit der theoretischen Kurve nach (3.25) für $N = 108$.

exakter Bezugswert bekannt war. Mit dem höher angesetzten Wert für N ergeben sich im Vergleich zu Abb. 5.8 leicht nach unten korrigierte Messwerte, da auch der Anteil des infraroten Lecklichts mit N steigt. Es ergibt sich eine hervorragende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

An dieser Stelle sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die ausgezeichnete Übereinstimmung der Messdaten mit der Theorie in Abb. 5.9 keinesfalls als Indiz dafür verstanden werden darf, dass alle angenommenen Werte der Realität entsprechen und optimale Verdopplungseffizienz vorliegt. Viel eher werden nicht zu vernachlässigende Verluste durch nicht optimale Impedanz- und Modenanpassung vermutet, d.h. die theoretische Kurve müsste über den Messwerten zu liegen kommen. Der Verlauf der theoretischen Kurve soll vielmehr als Fitfunktion verstanden werden und Prognosen für die zu erwartende Ausgangsleistung bei höheren Eingangsleistungen ermöglichen.

Die Abweichung der experimentell ermittelten Leistungsüberhöhung von der berechneten ließe sich beispielsweise dadurch erklären, dass der Transmissionsgrad des Kristalls T_k bei den Berechnungen in Abschnitt 4.5 zu niedrig angesetzt wurde. Der experimentell bestimmte Mittelwert für die Leistungsüberhöhung von $N = 108$ wird nach (4.24) für $T_k = 99,5\%$ erreicht (Abb. 4.11), sofern für die Reflexionsgrade der Spiegel M_2 bis M_4 am Wert $R_i = 99,9\%$ festgehalten wird. Der Transmissionsgrad T_k befindet sich damit

noch innerhalb der Unsicherheitsangabe (Tab. 3.1). In [32] wurde für einen 14 mm langen LBO-Kristall im Brewsterschnitt der Transmissionsgrad des Kristalls bei einer Wellenlänge von 794 nm zu 99,3 % bestimmt. Es ist naheliegend, dass der Transmissionsgrad des in dieser Arbeit verwendeten Kristalls aufgrund der kürzeren Länge und der damit verbundenen geringeren Absorptions- und Streuverluste höher als der in [32] angegebene ist, somit sollte der Wert $T_k = 99,5 \%$ eine realistische Annahme darstellen.

Um verbindliche Aussagen über die tatsächlich im Resonator auftretenden Verluste treffen zu können, wären an dieser Stelle weiterführende Untersuchungen notwendig, wie beispielsweise eine experimentelle Bestimmung der Reflexionsgrade R_i und eine Messung der am Einkoppelspiegel M_1 reflektierten Leistung. Auch ist nicht auszuschließen, dass das auf den Leistungsmesskopf auftreffende infrarote Lecklicht unzureichend in die nachträglichen Korrekturen einbezogen wurde. In diesem Zusammenhang wäre die Installation eines Blaufilters am Verdopplerausgang hilfreich. Leider können diese Schritte aus Zeit- und Materialmangel nicht mehr in diese Arbeit aufgenommen werden.

Abschließend soll auf die Gesamtkonversionseffizienz $\epsilon = P_{2\omega}/P_\omega$ eingegangen werden, welche gemäß (4.29) mit der Eingangsleistung steigt. Bei der höchsten zur Verfügung stehenden Eingangsleistung von 276 mW beträgt die bzgl. der ausgangsseitigen Verluste hochgerechnete Leistung der 2. Harmonischen 36 mW (Abb. 5.9), damit ergibt sich eine Gesamtkonversionseffizienz von $\epsilon = 13 \%$.

Anhand der theoretischen Kurve für $N = 108$ kann die zu erwartende Konversionseffizienz bei höheren Eingangsleistung abgeschätzt werden. Eine Prognose für die zu erwartende Gesamtkonversionseffizienz ϵ und für die nach Abzug der ausgangsseitigen

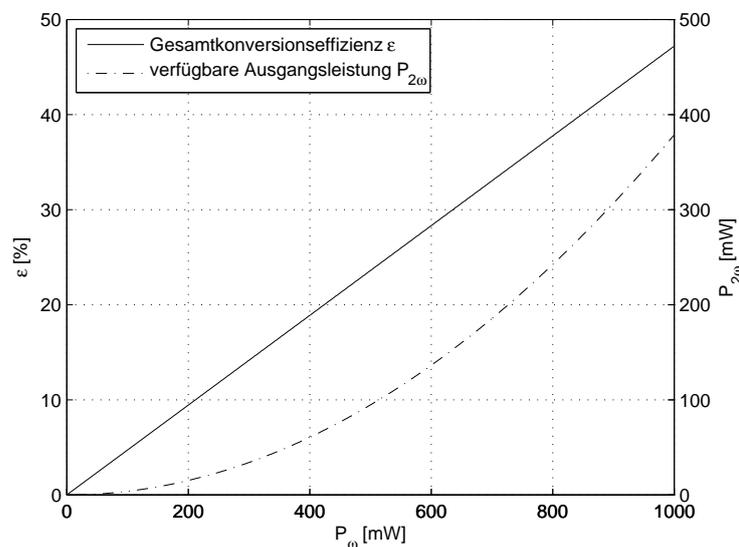


Abbildung 5.10.: Prognose für die Gesamtkonversionseffizienz ϵ und die zur Verfügung stehende Ausgangsleistung $P_{2\omega}$ für höhere Eingangsleistungen.

Verluste zur Verfügung stehenden Ausgangsleistung ist in Abb. 5.10 gegeben. Für eine Eingangsleistung von beispielsweise $P_{\omega} = 1$ W ergibt sich der Wert $\epsilon \approx 47$ %. Die zur Verfügung stehende Ausgangsleistung der frequenzverdoppelten Strahlung beträgt dann nach Abzug der Verluste näherungsweise 370 mW. In diesem Zusammenhang soll nochmals darauf hingewiesen werden, dass für die Erstellung der Prognose für höhere Eingangsleistungen einheitlich der Wert $N = 108$ eingesetzt wurde. Aufgrund der Abhängigkeit der Leistungsüberhöhung von der Eingangsleistung (Abb. 4.11) ist es nicht auszuschließen, dass die in Abb. 5.10 dargestellten Werte, insbesondere für höhere Eingangsleistungen, eine etwas zu optimistische Vorhersage darstellen. Eine Überprüfung der Voraussagen kann erst dann vorgenommen werden, wenn vor dem Eingang des Verdopplungsresonators höhere Eingangsleistungen zur Verfügung stehen (Abschnitt 6).

6. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Masterarbeit erfolgte die Entwicklung und Inbetriebnahme eines externen Ringresonators für die Frequenzverdopplung von Laserstrahlung bei 800 nm. Nach einer Einführung in die Grundlagen erfolgte in Abschnitt 3 eine theoretische Behandlung des LBO-Kristalls. Zentrale Ergebnisse dieses Abschnitts waren die Konversionseffizienz bei Einfachdurchgang und der optimale Fokusradius im Kristall, diese und weitere Ergebnisse sind in Tab. 3.1 angeführt.

Ausgehend von diesen Ergebnissen erfolgte in Abschnitt 4 die Dimensionierung des Verdopplungsresonators im Hinblick auf Astigmatismuskompensation und optimale Konversionseffizienz. Neben der Resonatorgeometrie wurden in diesem Abschnitt u. a. der optimale Reflexionsgrad des Einkoppelspiegels und die zu erwartende Leistungsüberhöhung erarbeitet. Die wesentlichen Ergebnisse dieses Abschnitts sind in Tab. 4.2 zusammengefasst.

In Abschnitt 5 wurde schließlich auf die experimentelle Umsetzung und die Ergebnisse der Frequenzverdopplung eingegangen. Die Frequenzstabilisierung des Resonators erfolgte nach dem Verfahren nach Hänsch und Couillaud. Bei einer Eingangsleistung von 276 mW beträgt die Leistung der 2. Harmonischen am Ausgang des Verdopplungsresonators 28 mW (Abb. 5.7), dies entspricht einer Verdopplungseffizienz von 10 %. Zur Ermittlung der Gesamtkonversionseffizienz ϵ wurden die ausgangseitigen Verluste der frequenzverdoppelten Strahlung hochgerechnet. Die somit ermittelte Gesamtkonversionseffizienz beträgt bei einer Eingangsleistung von 276 mW $\epsilon = 13$ %. Nachdem die Leistungsüberhöhung des Resonators experimentell zu $N = 108$ (Mittelwert) bestimmt wurde, konnte für eine Eingangsleistung von 1 W näherungsweise eine Gesamtkonversionseffizienz von $\epsilon = 47$ % prognostiziert werden, was mit einer nutzbaren Ausgangsleistung von etwa 370 mW einhergehen sollte (Abb. 5.10).

Der gegenwärtige Aufbau bietet durchaus noch Verbesserungspotential: Eine Messung der am Einkoppelspiegel reflektierten Leistung soll genauere Rückschlüsse auf die tatsächlichen Resonatorverluste ermöglichen. Des Weiteren ist eine Überprüfung und eventuelle Überarbeitung der Modenanpassung geplant. Die Anbringung eines geeigneten Blaufilters am Ausgang des Resonators soll genauere Rückschlüsse auf die Leistung des aus dem Resonator austretenden infraroten Lecklichts ermöglichen.

Der Resonator, welcher derzeit aus frei stehenden, unabhängig voneinander montierten Spiegeln aufgebaut ist, wird aus einem einzigen Aluminiumblock gefertigt werden. Der abgeschlossene Resonatorblock sollte eine wesentlich bessere mechanische Stabilität bieten und unempfindlich gegenüber Temperatur- und Druckschwankungen der Umgebungsluft sein.

Um den Resonator mit höheren Eingangsleistungen betreiben und die am Ende des Abschnitts 5.2.1 gestellten Vorhersagen überprüfen zu können, wird das mit ca. 37 % Verlusten behaftete $\lambda/2$ -Plättchen gegen ein neues ersetzt, welches mit einer AR-Beschichtung für 800 nm ausgestattet ist. Auch ist ein Austausch des Ti:Sa-Kristalls im Laserresonator vorgesehen, wodurch eine weitere Steigerung der erzielbaren Eingangsleistung erwartet wird. Für den Betrieb bei höheren Eingangsleistungen ist auch eine Berücksichtigung des thermischen Linseneffekts, wie beispielsweise in [33] behandelt, vorgesehen.

A. Analytische Näherung für das Boyd-Kleinman-Integral

Chen und Chen geben in [34] folgende Fitfunktionen zur näherungsweise Berechnung des Maximalwerts der durch (3.24) gegebenen h -Funktion an:

$$h_{\text{mm}}(B) = \frac{1,068}{1 - 0,7\sqrt{B} + 1,62B} \quad (\text{A.1})$$

Der zugehörige Parameter ξ_m , mit welchem der Maximalwert h_{mm} erreicht wird, ist gegeben durch

$$\xi_m(B) = \frac{2,84 + 1,39B^2}{1 + 0,1B + B^2}. \quad (\text{A.2})$$

Unter Verwendung der Funktionen

$$n(B) = \frac{1,91 + 1,83B}{1 + B} \quad (\text{A.3})$$

und

$$\gamma(B) = \frac{[\xi_m(0)]^{n(0)}}{h_{\text{mm}}(0)} e^{-B} + 13 \left(1 - e^{-B/3}\right) \quad (\text{A.4})$$

kann das Boyd-Kleinman-Integral (3.24) in Abhängigkeit von B und ξ durch folgende Funktion angenähert werden:

$$h_m(B, \xi) = \frac{h_{\text{mm}}(B)\gamma(B)\xi}{|\xi - \xi_m(B)|^{n(B)} + \gamma(B)\xi} \quad (\text{A.5})$$

Die Gleichungen (A.1) bis (A.5) gelten jeweils für optimale Phasenverstimmung σ . Eine Auswertung von (A.5) für unterschiedliche Werte des Doppelbrechungsparameters B ist in Abb. 3.5 dargestellt.

B. Kristallgehäuse

Der Grund für die Anfertigung eines Kristallgehäuses für den LBO-Kristall wurde in Abschnitt 5.2 genannt. Zur Veranschaulichung der Funktionsweise sind in Abb. B.1 zwei Schnitte durch das Gehäuse dargestellt. Durch den im rechten Teilbild eingezeichneten

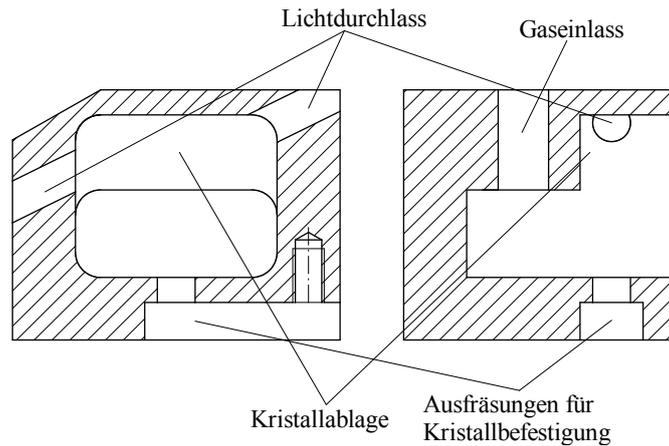


Abbildung B.1.: Kristallgehäuse. Links: Schnitt durch das Gehäuse auf Höhe der Kristallmitte, Ansicht von oben. Rechts: Schnitt durch die Mitte der Längsseite des Gehäuses, Ansicht von links.

Gaseinlass wird Argon zugeführt. Der Kristall wurde in Längsrichtung mittig auf die Kristallablage platziert. Durch die im linken Teilbild unten in der Mitte eingezeichnete Öffnung wurde ein Zylinderstift aus Aluminium durchgeführt, der mit einer Blattfeder gegen den Kristall gedrückt wurde und diesen fixierte. Die Blattfeder wurde wiederum mit einer Schraube am Gehäuse befestigt (Gewinde im linken Teilbild rechts unten).

Die Öffnungen für den Lichtdurchlass und die Länge des Gehäuses waren durch den Brewsterwinkel und die Kristalllänge gegeben, wobei sich der Brewsterwinkel aus dem Brechungsindex in Ausbreitungsrichtung n_k berechnen lässt¹. Die im linken Teilbild links oben eingezeichnete Abschrägung erfolgte aus Platzgründen, so dass der vom Spiegel M_2 nach M_3 einlaufende Strahl unter Beibehaltung des berechneten Öffnungswinkels 2β das Gehäuse passieren kann.

¹Für den Brewsterwinkel α_B gilt $\alpha_B = \arctan n_k^{-1}$.

Literaturverzeichnis

- [1] A. EINSTEIN: Zur Quantentheorie der Strahlung. Phys. Z. 18 (1917), 121-128.

- [2] J. P. GORDON, H. J. ZEIGER, C. H. TOWNES: The Maser - New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer. Phys. Rev. 99 (1955), 1264-1274.

- [3] T. H. MAIMAN: Stimulated Optical Radiation in Ruby. Nature 187 (1960), 493-494.

- [4] K. SHAMIM, I. SIDDIQUI, L. WINDHOLZ: Experimental investigation of the hyperfine spectra of Pr I - lines: discovery of new fine structure levels with low angular momentum. Eur. Phys. J. D 64 (2011), 209-220.

- [5] I. SIDDIQUI ET AL.: Optogalvanic spectroscopy of the hyperfine structure of weak La I lines: discovery of new even parity fine structure levels. J. Phys. B 46 (2013), 1-12.

- [6] R. W. BOYD: Nonlinear Optics. Academic Press, 2008.

- [7] D. MESCHEDE: Optik, Licht und Laser. Vieweg+Teubner, 2008.

- [8] V. G. DMITRIEV, G. G. GURZADYAN, D. N. NIKOGOSYAN: Handbook of Nonlinear Optical Crystals. Springer, 1999.

- [9] E. HECHT: Optik. Oldenbourg, 2001.

- [10] F. BRÉHAT, B. WYNCKE: Calculation of double-refraction walk-off angle along the phase-matching directions in non-linear biaxial crystals. Opt. Phys. 22 (1989), 1891-1898.

- [11] Castech Crystal Catalog (2012-2013). <http://www.castech.com>, zuletzt abgerufen am 29. 01. 2014.
- [12] CHUANGTIAN ET AL.: LiB₃O₅ crystal and its nonlinear optical devices, US Patent No. 4,826,283. 1989.
- [13] G. D. BOYD, D. A. KLEINMAN: Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams. *J. Appl. Phys.* 39 (1968), 3597-3639.
- [14] W. P. RISK, T. R. GOSNELL, A. V. NURMIKKO: Compact Blue-Green Lasers. Cambridge University Press, 2003.
- [15] S. BOURZEIX ET AL.: Efficient frequency doubling of a continuous wave titanium:sapphire laser in an external enhancement cavity. *Opt. Comm.* 99 (1993), 89-94.
- [16] A. V. SMITH: SNLO Software. <http://www.as-photonics.com/snlo>, zuletzt abgerufen am 29. 01. 2014.
- [17] H. W. KOGELNIK: Imaging of Optical Modes - Resonators with Internal Lenses. *Bell Sys. Tech. J.* vol. 44 (1965), 455-494.
- [18] H. W. KOGELNIK, T. LI: Laser Beams and Resonators. *Appl. Opt.* 5 (1966), 1550-1567.
- [19] A. E. SIEGMAN: Lasers. University Science Books, 1986.
- [20] W. T. SILFVAST: Laser Fundamentals, 2nd Ed. Cambridge University Press, 2004.
- [21] H. W. KOGELNIK ET AL.: Astigmatically Compensated Cavities for CW Dye Lasers. *IEEE J. Quantum Electr.*, QE-8 (1972), 373-379.
- [22] D. C. HANNA: Astigmatic Gaussian Beams Produced by Axially Asymmetric Laser Cavities. *IEEE J. Quantum Electr.*, QE-5 (1969), 483-488.
- [23] M. H. DUNN, A. I. FERGUSON: Coma compensation in off-axis laser resonators. *Opt. Comm.* 20 (1977), 214-219.

- [24] A. ASHKIN, G. D. BOYD, J. M. DZIEDZIC: Resonant Optical Second Harmonic Generation and Mixing. *IEEE J. Quantum Electr.*, QE-2 (1989), 109-124.
- [25] E. S. POLZIK, H. J. KIMBLE: Frequency doubling with KNbO_3 in an external cavity. *Opt. Lett.* 16 (1991), 1400-1402.
- [26] W. DEMTRÖDER: *Laserspektroskopie*. Springer, 2007.
- [27] R. LECHNER: Photoionisation of ^{40}Ca with a frequency-doubled 422 nm laser and a 377 nm laser diode. Masterarbeit, Universität Innsbruck, 2010.
- [28] R. V. POUND: Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators. *Rev. Sci. Instrum.* 17 (1946), 490-505.
- [29] R. W. P. DREVER, J. L. HALL ET AL.: Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator. *Appl. Phys. B* 31 (1983), 97-105.
- [30] T. W. HÄNSCH, B. COULLAUD: Laser frequency stabilization by polarisation spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Opt. Comm.* 35 (1980), 441-444.
- [31] Radiant Dyes Product list cw 2013. <http://www.radiant-dyes.com>, zuletzt abgerufen am 29. 01. 2014.
- [32] T. KAING, M. HOUSSIN: Ring cavity enhanced second harmonic generation of a diode laser using LBO crystal. *Opt. Comm.* 157 (1998), 155-160.
- [33] H. ABITAN, T. SKETTRUP: Laser resonators with several mirrors and lenses with the bow-tie laser resonator with compensation for astigmatism and thermal lens effects as an example. *J. Opt. A* 7 (2005), 7-20.
- [34] Y. F. CHEN, Y. C. CHEN: Analytical functions for the optimization of second-harmonic generation and parametric generation by focused Gaussian beams. *Appl. Phys. B* 76 (2003), 645-647.