

eignet, erstens weil die Beobachtung nach Fig. 1. (S. 82) mit Einpassen der Sonnenscheibe in einen Gesichtsfeldquadranten, mit horizontaler und verticaler Berührung, die Spannung des Beobachters zu sehr vertheilt, zweitens aber weil nach § 11. S. 45 die Azimutalmessung mit einem Theodolit durch die Neigung der Horizontalachse erheblich beeinflusst ist, und eine Berücksichtigung der Horizontalachsen-Neigung die Methode noch complicirter machen würde.

Eine indirecte Methode der Meridianbestimmung durch correspondirende Sonnenhöhen, nämlich durch Vermittlung der Zeithöhen, werden wir beim Passage-Instrument im folgenden Paragraph behandeln.

### § 18. Zeitbestimmung durch das Passage-Instrument.

Stellt man ein theodolitartig gebautes Instrument so auf, dass seine horizontale Achse von Westen nach Osten gerichtet ist, dass also die Kippungsebene des Fernrohrs sich im Meridian befindet, so braucht man nur den Durchgang eines Sterns durch den Verticalfaden des Fadenkreuzes zu beobachten, um aus der bekannten Rectascension dieses Sterns die Sternzeit nach der Grundgleichung (1) § 3. (S. 7)

$$\text{Sternzeit} = \text{Stundenwinkel} + \text{Rectascension}$$

zu bestimmen, woraus auch die mittlere Sonnenzeit gefunden wird.

Lässt man statt eines Sterns die Sonne durch den Verticalfaden gehen, so hat man unmittelbar den wahren Mittag beobachtet, aus welchem man mittelst der Zeitgleichung auch die mittlere Zeit findet.

Unser in Fig. 1. gezeichnetes Passage-Instrument (von Meyerstein, mit einigen nachträglichen Abänderungen) hat im Wesentlichen dieselbe Construction wie ein astronomischer Theodolit, mit Untergestell  $AA$  und Stell-schrauben. Es ist ein Horizontalkreis von 20 cm Durchmesser und auch ein kleiner Höhenkreis vorhanden. Letzterer dient nicht zu eigentlichen Messungen, sondern mit der Libelle  $L'$  nur zum Einstellen auf eine Sternhöhe, und damit zum Auffinden des Sterns, während der Horizontalkreis, mit Nonienablesung von  $10''$ , nützliche Dienste leistet, z. B. zum raschen genäherten Bestimmen des Collimationsfehlers. Dieser Horizontalkreis ist auch deswegen erwünscht, damit man mit dem Instrument geodätische Zielpunkte anvisiren, und zur Orientirung benutzen kann.

Die schiefen Träger  $B$  geben die Lager für das Fernrohr. Das gebrochene Fernrohr hat dieselbe Construction wie Fig. 3. § 10. S. 42 mit immer in gleicher Höhe befindlichem Ocular  $O$ . Die beiden Cylinderklötze  $P$  und  $Q$  haben keinen eigenen Zweck, sondern wirken nur als Gegengewichte für den Objectivtheil des Fernrohrs. Die Platte  $P$  mit einem kleinen Loch und ein entsprechender Punkt auf der Platte  $P'$  dienen zum Richten des Fernrohrs nach der Sonnenhöhe wie schon bei Fig. 1. § 10. S. 38 angegeben ist.

Die Libelle  $L$  kann mit Vertauschung ihrer Enden links und rechts,

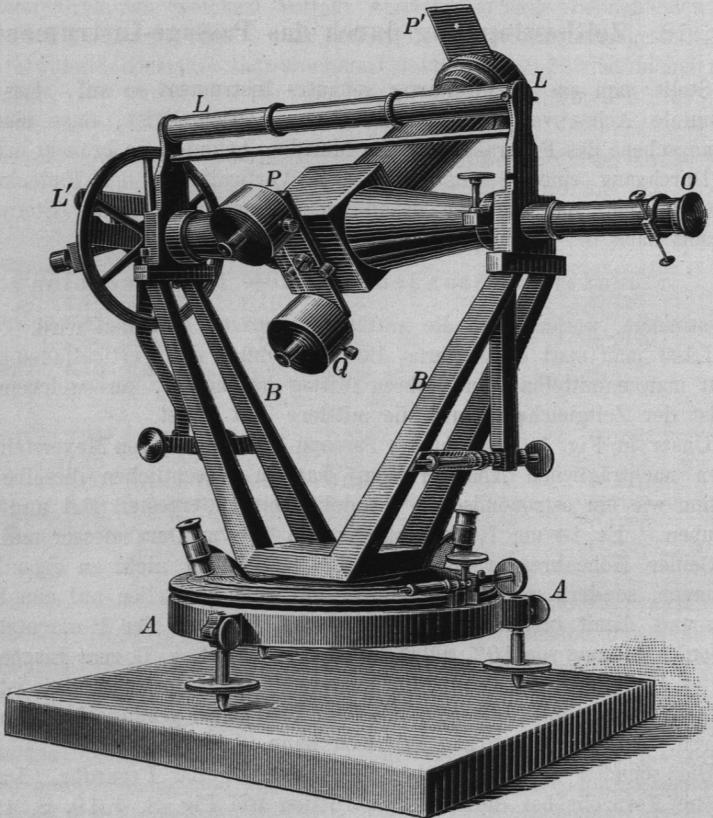
aufgesetzt werden. Diese Libelle hat eine von 0 bis 40 durchlaufende Theilung mit dem Werth  $9,4''$  auf 1 Strich. Von dieser Libelle wird im Späteren (Fig. 5.) wieder die Rede sein.

Das Instrument ist in einem nach Süden gehenden Erker der technischen Hochschule Hannover auf einem Steinpfeiler aufgestellt, in der Hörweite der Pendeluhr Breguet, welche wir im § 12. S. 53 erwähnt haben.

Durch das zu öffnende Fenster ist Aussicht nach Süden; dagegen ist Aussicht nach Norden nicht vorhanden.

Fig. 1. Passage-Instrument.

(Maassstab etwa = 1:5,5. Durchmesser des Horizontalkreises = 20 cm.)



Dieser Mangel der Nord-Visur nimmt dem Instrument die fundamentale Bedeutung, welche auf jeder Sternwarte dem nach Süd und Nord frei visirenden Passage-Instrument zukommt; wir können nämlich mit unserem nur nach Süden freien Instrument keine absolut richtigen Zeitbestimmungen ohne Hülfe anderer Instrumente und anderer Messungen machen. Wie man sich in solchem Falle helfen kann, wird auf S. 96 gezeigt.

In der Südvisur des Passage-Instrumentes, in der Entfernung von 110 Meter befindet sich (an der Herrenhauser Allee) ein steinerner Pfeiler, welcher eine Meridianmarke trägt. Grössere Entfernung dieser Meridianmarke wäre nützlich, war aber nicht zu erlangen. Es ist möglich, die nur 110<sup>m</sup> entfernte Meridianmarke noch mit derselben Ocularstellung anzuvisiren, welche für unendliche Entfernungen gilt.

(Es ist jedoch bei dieser Gelegenheit zu bemerken, dass das Instrument Fig. 1. weder in optischer noch mechanischer Beziehung eine seiner Grösse entsprechende Leistungsfähigkeit hat, wornach die im Nachfolgenden mitgetheilten Messungen zu beurtheilen sind.)

Wir nehmen nun an, ein solches Instrument sei vorerst näherungsweise in den Meridian gebracht, wozu etwa correspondirende Sonnenhöhen nach § 17. oder die später zu behandelnde Beobachtung des Polarsterns (vgl. den spätern § 23.), unter Umständen auch geodätische Orientirung nach den Punkten einer Landstrangulirung, dienen kann.

Nun kann die Beobachtung des Durchgangs der Sonne oder eines Sterns durch den Verticalfaden des Fadenkreuzes beginnen. Man bringt jedoch, zur Controle, ausser dem Mittelfaden noch symmetrische Seitenfäden an, und bekommt so Netze von 3, 5, 7 etc. Verticalfäden.

Fig. 2.  
Faden-Netz des Passage-Instrumentes.

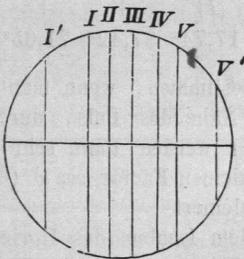
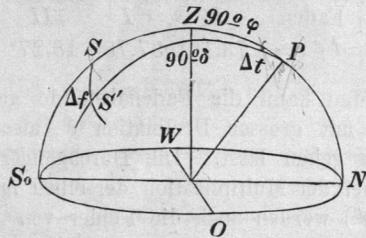


Fig. 3.  
Faden-Abstand  $\Delta f$  des Passage-Instrumentes.



Unser Instrument hat 7 Fäden, wie in Fig. 2. veranschaulicht ist. III ist der eigentliche Mittelfaden, I II III IV V geben ein System, welches in der Regel zusammen abgelesen wird, I' und V' dienen als Reserve bei trübem Himmel. Der zufällige Umstand, dass der Faden I' weiter vom Rand absteht als V', wird als Kennzeichen der Fäden benutzt, indem z. B. in der normalen Fernrohrlage die Fäden in der Reihenfolge von I' III ... V' getroffen werden, und, nachdem das Fernrohr umgelegt, oder durchgeschlagen und gedreht ist, in der Reihenfolge V' V IV ... I'.

Bestimmung der Faden-Abstände. In Fig. 3. sei P der Pol, PS der Meridian oder der Declinationskreis des Mittelfadens, PS', der Declinationskreis eines Seitenfadens, Δf der Fadenabstand, und Δt die Durchgangszeit, dann ist nach § 11. (a) (S. 50):

$$\Delta f = \Delta t \sin (90^\circ - \delta) = \Delta t \cos \delta$$

oder

$$\Delta t = \frac{\Delta f}{\cos \delta} \quad (1)$$

Am 28. Februar 1884 wurde mit unserem Instrument der Durchgang der Sonne durch die 5 Fäden beobachtet und die Zeiten nach ganzen Secunden notirt:

Faden	Antritt der Sonne		Austritt der Sonne		$t_2 - t_1$	$\Delta f$ $= \Delta t \cos \delta$
	$t_1$	$\Delta t_1$	$t_2$	$\Delta t_2$		
I.	12h 13m 16s	39s	12h 15m 23s	38s	2m 12s	38,6s 37,6s
II.	13 36 19	..	15 48 18	..	2 12	18,8 17,8
III.	13 55 ..	..	16 6 ..	..	2 11	.. ..
IV.	14 12 17	..	16 24 18	..	2 12	16,8 17,8
V.	14 32 37	..	16 44 38	..	2 12	36,6 37,6
Mittel	13m 54,2s		16m 6,0s		2m 11,8s	
Gesamtmittel	12h 15m 0,1s					

Die Declination der Sonne ist an diesem Tage  $\delta = - 8^\circ 4'$ , womit die Werthe  $\Delta f$  der letzten Spalte berechnet sind. Mehrere solche Bestimmungen gaben im Mittel

Faden	I'	I	II	III	IV	V	V'
$\Delta f =$	73,16s	37,78s	18,27s	..	17,74s	37,42s	71,65s

Man kann die Fadenabstände genauer bestimmen, wenn man einen Stern mit grosser Declination  $\delta$ , also in der Nähe des Pols, durch die Fäden gehen lässt. Die Durchgangszeiten  $\Delta t$  werden dann sehr gross, und bei der Multiplication derselben mit dem kleinen Factor  $\cos \delta$  ( $\delta$  nahe an  $90^\circ$ ) werden auch die Fehler von  $\Delta f$  verkleinert.

Man kann die Fadenabstände auch mit dem Limbus des Horizontalkreises unmittelbar messen, indem man einen fernen, nahezu im Horizont liegenden Punkt mit den verschiedenen Fäden nacheinander einstellt, und jedesmal die Nonien des Horizontalkreises dazu abliest. Auf diese Weise fand sich im Mittel aus mehreren Messungen:

Faden Nr.	I	II	III	IV	V	
$\Delta f =$	9' 31"	4' 38"	..	4' 25"	9' 23"	
oder in Zeit	$\Delta f =$	38,07s	18,53s	..	17,67s	37,53s
Abzug für						
Sonnenzeit	(S. [4])	-0,10s	-0,05s	..	-0,05s	-0,10s
$\Delta f =$		37,97s	18,48s	..	17,62s	37,43s

Diese Werthe (4) differiren noch um etwa 0,1s von (3). Die Resultate (3) wurden abgerundet beibehalten, und daraus folgende Tabelle berechnet:

Faden-Abstände in Sonnenzeit  $\Delta t = \Delta f \sec \delta$ 

Jahreszeit	$\delta$	$\Delta t$				
		I	II	IV	V	
20. März	23. September	$\pm 0^0$	37,78 <sup>s</sup>	18,27 <sup>s</sup>	17,74 <sup>s</sup>	37,42 <sup>s</sup>
2. April	10. Sept.	$\pm 5^0$	37,9	18,3	17,8	37,6
16. April	27. Aug.	$\pm 10^0$	38,4	18,6	18,0	38,0
1. Mai	12. Aug.	$\pm 15^0$	39,1	18,9	18,4	38,7
20. Mai	24. Juli	$\pm 20^0$	40,2	19,4	18,9	39,8
22. Juni	21. December	$\pm 23^0 27'$	41,2	19,9	19,3	40,8

Eine solche kleine Tabelle genügt zur Reduction auf den Mittelfaden, wenn man — was für unsere Zwecke oft der Fall ist — nur Genauigkeit auf etwa 1<sup>s</sup> verlangt; für genauere Rechnung müsste man die Tafel ausdehnen, oder die Division mit  $\cos \delta$  jeweils ausrechnen.

Im Anschluss hieran braucht man auch die Durchgangszeit der Sonne selbst. Ist  $r$  der scheinbare Halbmesser der Sonne und  $\delta$  die Declination, so ist die Durchgangszeit des Halbmessers =  $r \sec \delta$  in Sternzeit, was zwischen 16' und 17' oder etwa zwischen 1<sup>m</sup> 4<sup>s</sup> und 1<sup>m</sup> 8<sup>s</sup> beträgt, und nach S. [4] in Sonnenzeit verwandelt wird durch Subtraction von 0,18<sup>s</sup> oder 0,19<sup>s</sup>. Der Nautical Almanac gibt diese Durchgangszeit für jeden Tag, und da dieselbe für gleiches Datum verschiedener Jahre wenigstens nahezu constant ist, bilden wir zur Uebersicht und zum Gebrauch auf etwa 0,5<sup>s</sup> genau, folgende Tabelle (6).

## Zeitdauer des Durchgangs des Sonnenhalbmessers durch den Meridian, in Sonnenzeit.

Tag	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni
1.	1 <sup>m</sup> 10,8 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 8,0 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 5,1 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 4,3 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 5,8 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 8,2 <sup>s</sup>
5.	1 10,6	1 7,6	1 4,9	1 4,4	1 6,1	1 8,7
10.	1 10,3	1 7,0	1 4,6	1 4,6	1 6,5	1 8,6
15.	1 9,8	1 6,4	1 4,4	1 4,8	1 6,9	1 8,7
20.	1 9,3	1 5,9	1 4,3	1 5,0	1 7,3	1 8,7
25.	1 8,8	1 5,5	1 4,2	1 5,4	1 7,7	1 8,7

Tag	Juli	August	September	October	November	December
1.	1 <sup>m</sup> 8,6 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 6,4 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 4,2 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 4,1 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 6,7 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 10,1 <sup>s</sup>
5.	1 8,2	1 6,1	1 4,0	1 4,6	1 7,1	1 10,4
10.	1 7,8	1 5,6	1 3,8	1 5,0	1 7,8	1 10,7
15.	1 7,4	1 5,2	1 3,8	1 5,4	1 8,3	1 11,0
20.	1 7,0	1 4,9	1 3,9	1 5,9	1 8,9	1 11,1
25.	1 6,6	1 4,6	1 4,0	1 6,5	1 9,5	1 11,1

Zur Anwendung der Tafeln (5) und (6) machen wir die Annahme, es seien von den Beobachtungen (2) alle durch Wolken vereitelt worden, ausgenommen der Antritt am Faden I und der Austritt am Faden IV, also:

28. Februar 1884.

	Beobachtung	Fadenreduction nach (5)	Halbmesser nach (6)	Resultat
Antritt Faden I.	12 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 16 <sup>s</sup>	+ 38 <sup>s</sup>	+ 1 <sup>m</sup> 5 <sup>s</sup>	12 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 59 <sup>s</sup>
Austritt Faden IV.	12 16 24	- 18	- 1 5	12 15 1
				Mittel 12 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> 0 <sup>s</sup>

Auf etwa 1<sup>s</sup> genau hat man also den Durchgang des Sonnenmittelpunktes durch den Mittelfaden = 12<sup>h</sup> 15<sup>m</sup> 0<sup>s</sup> Uhrzeit, nahezu wie bei (2).

Wenn eine normale Reihe von Beobachtungen an allen 5 Fäden vorliegt, so braucht man zur Reduction auf den Mittelfaden nur das Gesamtmittel aller Ablesungen zu bilden, und an diesem noch das Mittel der 4 Fadenreductionen anzubringen, d. h. in unserem Falle nach (3):

$$\frac{+ 37,8 + 18,3 \pm 0,0 - 17,7 - 37,4}{5} = + 0,20^s \quad (7)$$

d. h. der Sonnenmittelpunkt kommt um 0,2<sup>s</sup> vorher in den Schwerpunkt der 5 Fäden als in den Mittelfaden. An dieser kleinen Correction 0,20<sup>s</sup> kann auch der Nenner  $\cos \delta$  durchaus = 1 gesetzt werden, so dass für unsere Zwecke diese Correction + 0,2<sup>s</sup> das ganze Jahr constant ist. Man hat also nach (2) 28. Februar 1884:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Mittel der Eintritte } 12^h 13^m 54,2 \\ \text{Mittel der Austritte } 12^h 16^m 6,0 \\ \hline \text{Gesamtmittel } 12^h 15^m 0,10^s \\ \text{Constante Correction } + 0,20^s \\ \hline \text{Durchgang durch den Mittelfaden } 12^h 15^m 0,30^s \\ \text{soll } 12^h + g = 12^h 12^m 48,36^s \\ \text{Correction der Uhr } - 3^m 11,94^s \end{array} \right\} (7a)$$

Als allgemeine Controlle (welche aber an dem Resultat nichts mehr ändert) dient die Durchgangszeit 2<sup>m</sup> 11,8<sup>s</sup> oder die halbe Durchgangszeit 1<sup>m</sup> 5,9<sup>s</sup>, welche mit der Angabe des Jahrbuchs 1<sup>m</sup> 5,34<sup>m</sup> für die vorliegenden Verhältnisse genügend stimmt.

#### Theorie der Achsenfehler des Passage-Instruments.

1) Die horizontale Drehachse des Instruments gehe nicht genau von West nach Ost, sondern habe in Fig. 4. die Lage  $W' O'$ , welche um den

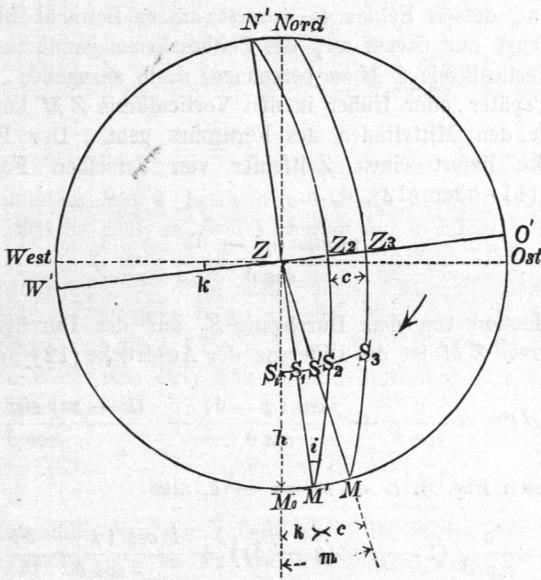
Winkel  $k$  gegen  $WO$  verdreht ist. In der Höhe  $h$  wird daher nicht ein Punkt  $S_0$  anvisirt, sondern ein Punkt  $S_1$ , wobei nach (a) § 11. S. 50

$$S_0 S_1 = k \sin (90^\circ - h) = k \cos h \quad (8)$$

2) Die horizontale Drehachse des Instruments ist auch nicht genau horizontal, sondern sei um den Winkel  $i$  nach Osten abwärts, nach Westen aufwärts, geneigt, dann verschiebt sich auch das Zenit des Instruments von  $Z$  nach  $Z_2$  um den Betrag  $i$ , und der Verticalkreis  $ZM'$  kommt in die schiefe Lage  $Z_2M'$ , wo der Winkel  $ZM'Z_2$  wieder  $= i$  ist, also wird die Visur-Verschiebung nach (a) § 11. S. 50:

$$S_1 S_2 = i \sin h \quad (9)$$

Fig. 4. Achsenfehler des Passage-Instruments.



3) Das Fernrohr hat auch einen Collimationsfehler, d. h. die Horizontal-Visur  $ZM'$  wird nochmals um den Betrag  $c$  nach Osten verschoben, und die Kipp-Ebene geht von  $M'Z_2$  nach  $MZ_3$  über, wobei

$$Z_2 Z_3 = c \text{ und } S_2 S_3 = c \quad (10)$$

Die Gesamt-Verschiebung  $S_0 S_3$ , welche sich aus (8) (9) und (10) durch Addition zusammensetzt, erzeugt nach (1) einen Zeitfehler

$$\Delta t = \frac{S_0 S_3}{\cos \delta}$$

also zusammen

$$\Delta t = \frac{c}{\cos \delta} + \frac{i \sin h}{\cos \delta} + \frac{k \cos h}{\cos \delta} \quad (11)$$

Da im Meridian die Höhe  $h = 90^\circ - \varphi + \delta$  ist (vgl. § 19. Fig. 1.) kann man statt (11) auch schreiben:

$$\text{für } S_0 S_3: \quad \Delta t = \frac{c}{\cos \delta} + \frac{i \cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{k \sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \quad (12)$$

Wenn man mit dem Instrument sowohl nach einem Punkt  $S$  in der Nähe des Aequators als auch nach einem Stern in der Nähe des Pols visiren kann, so lassen sich durch geeignete Verbindung solcher Beobachtungen, nebst Umlegen des Fernrohrs und Libellenbenutzung, alle 3 Instrumentenfehler  $c$   $i$   $k$  bestimmen und in Rechnung bringen.

Wenn man dagegen, wie in unserem Falle, nur südliche Aussicht hat, so kann von den Gleichungen (11) und (12) kein unmittelbarer Gebrauch gemacht werden. Wir nehmen an, es sei in Fig. 4. ein Meridianzeichen  $M$  vorhanden, dessen Fehler  $m$  vorerst ausser Betracht bleibt, und es komme zunächst nur darauf an, die Zeitbestimmungsreduction  $\Delta t$  relativ gegen den Verticalkreis  $ZM$  zu berechnen, d. h. anzugeben, um wie viel der Stern  $S$  später oder früher in den Verticalkreis  $ZM$  kommen würde, als er durch den Mittelfaden des Fernrohrs geht. Der Fehler  $m$  der Meridianmarke liefert einen Zeitfehler von derselben Form wie der Fehler  $k$  in (11) oder (12), d. h.

$$\text{für } S_0 S': \quad \frac{m \sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \quad (13)$$

und die Reduction von dem Durchgang  $S_3$  auf den Durchgang  $S'$  durch den Verticalkreis  $ZM$  ist die Differenz der Ausdrücke (12) und (13), d. h.

$$\text{für } (S_3 S'): \quad \Delta t' = \frac{c}{\cos \delta} + \frac{i \cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{(k - m) \sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \quad (14)$$

es ist aber nach Fig. 3.  $k - m = -c$ , also

$$\Delta t' = \frac{c}{\cos \delta} (1 - \sin (\varphi - \delta)) + \frac{i \cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \quad (15)$$

Dieser Werth  $\Delta t'$  ist zu der Durchgangszeit von  $S_3$  Fig. 4. zu addiren, damit die Zeit des Durchgangs  $S'$  durch den Verticalkreis  $ZM$  erhalten wird.

Zur Gewinnung einer Uebersicht über diese Fehlerverhältnisse berechnen wir eine kleine Tabelle für die Breite  $\varphi = 52^\circ$  und die Annahmen  $c = i = k = 15'' = 1^s$  (vgl. Tabelle (16) S. 93).

Die letzte Spalte dieser Tabelle enthält das erste Glied der Gleichung (15), dasselbe ist stets kleiner als 1 und kann wochenlang als constant betrachtet werden, was für unsere nachfolgenden Anwendungen von Wichtigkeit ist.

Es handelt sich nun um die Bestimmung oder die Elimination der Achsenfehler  $i$  und  $c$  in (15). Wir betrachten zuerst die Horizontalachsen-Neigung  $i$ , welche sich aus zwei Theilen zusammensetzt, nämlich einem

Jahreszeit	$\delta$	$\frac{1^s}{\cos \delta}$	$\frac{1^s \cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta}$	$\frac{1^s \sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta}$	$\frac{1^s}{\cos \delta} (1 - \sin(\varphi - \delta))$
		(Collim.-Fehler) (c)	(Neigung) (i)	(Verdrehung) (k)	(Collim.-Fehler, Meridianmarke)
22. Juni	+ 23°	1,09 <sup>s</sup>	0,96 <sup>s</sup>	0,52 <sup>s</sup>	0,57 <sup>s</sup>
20. Mai 24. Juli	+ 20	1,06	0,90	0,56	0,50
16. April 27. Aug.	+ 10	1,02	0,75	0,68	0,34
20. März 23. Sept.	0	1,00	0,62	0,79	0,21
23. Feb. 19. Oct.	- 10	1,02	0,48	0,90	0,12
20. Jan. 21. Nov.	- 20	1,06	0,33	1,01	0,05
21. December	- 23	1,09	0,26	1,06	0,03

(16)

constanten Theil  $i_0$ , welcher von der Ungleichheit der Zapfendurchmesser der horizontalen Achse herrührt, und einem veränderlichen Theil  $i'$ , welcher jeweils durch Aufsetzen der Libelle in zwei Lagen gefunden werden kann, d. h.

$$i = i_0 + i'. \quad (17)$$

Zur Bestimmung von  $i'$  betrachten wir die Libelle, deren Theilung von 0 bis 40 Striche geht, in zwei Lagen  $a$  und  $b$  aufgesetzt, wie schon früher in § 11. Fig. 2. und 3. (S. 48.) und in der nachfolgenden Fig. 5.  $a$  und  $b$  veranschaulicht ist, d. h. nach Süden schauend, nehmen wir Libelle  $a$  so, dass die Theilung 0 20 40 von links nach rechts (von Ost nach West) geht, und Lage Libelle  $b$  so, dass die Theilung von rechts nach links (von West nach Ost) geht. Dann berechnet sich die Neigung  $i'$  aus der Formel:

$$i' = \frac{a - b}{2} e \text{ oder } = (a - b) \frac{e}{2} \quad (18)$$

wenn  $e$  die Empfindlichkeit der Libelle auf 1 Strich ist.

Wenn  $i'$  positiv ist, so ist das rechtsseitige, westliche Lager höher als das linksseitige, östliche Lager, d. h. (beim Schauen nach Süden) erzeugt ein positives  $i'$  eine Neigung in gleichem Sinne wie  $i$  in Fig. 4. S. 91, und zur entsprechenden Zeitreduction dient das zweite Glied von (15). Um Zahlenwerthe einzuführen, haben wir für unsere Libelle  $e = 9,4''$  auf 1 Strich oder in Zeitmaass  $e = 0,627^s$ , womit nach (18) wird:

$$i' = 0,314^s (a - b)$$

und das zweite Glied von (15):

$$\Delta t'_i = 0,314^s (a - b) \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \quad (19)$$

Darnach ist die folgende Uebersichtstabelle berechnet:

Zeitreduction für die Horizontalachsen-Neigung  $i'$   
des Passage-Instruments.

Hannover  $q = 52^{\circ} 23'$ . 1 Libellenstrich =  $9,4'' = 0,627^s$ .

Jahreszeit	$\delta$	Libelle ( $a - b$ )									
		0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
22. Juni	+ 23° 27'	0,1 <sup>s</sup>	0,3 <sup>s</sup>	0,4 <sup>s</sup>	0,6 <sup>s</sup>	0,7 <sup>s</sup>	0,9 <sup>s</sup>	1,0 <sup>s</sup>	1,2 <sup>s</sup>	1,3 <sup>s</sup>	1,5 <sup>s</sup>
20. Mai 24. Juli	+ 20° 0'	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4
16. April 27. Aug.	+ 10° 0'	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2
20. März 23. Sept.	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
23. Feb. 19. Oct.	- 10° 0'	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7
20. Jan. 21. Nov.	- 20° 0'	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5
21. December	- 23° 27'	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4

Die beiden anderen Fehler, welche in (15) eingehen, nämlich der constante Theil  $i_0$  der Horizontalachsen-Neigung (17) und der Collimationsfehler  $c$ , können durch die Messung selbst eliminirt werden, durch Anwendung des Instrumentes in zwei Fernrohrlagen. Allerdings geschieht dieses nicht so bequem, wie bei geodätischen Messungen, bei welchen die Zielpunkte ruhig bleiben, indessen kann man — bei unseren einfachen Verhältnissen — bei Sonnenbeobachtungen die 5 Fadenantritte in Lage I nehmen, und die 5 Fadenausritte in Lage II; denn zwischen den Antritten und Austritten hat man etwa eine Minute Zeit, welche gerade hinreicht, um das Fernrohr durchzuschlagen, um  $180^{\circ}$  zu drehen, neu auf die Meridianmarke einzustellen und wieder auf die Sonne zu richten. Die Libelle muss in Lage I und in Lage II besonders (je zweifach  $a$  und  $b$ ) aufgesetzt werden, zur Berücksichtigung ihres Ausschlages nach der Formel (19) oder der Tabelle (20).

Bei dieser Messungsanordnung wird auch die constante Reduction (7) vom Mittel der Fadenablesungen auf den Mittelfaden selbst (welcher zum Einstellen auf die Meridianmarke dient) eliminirt, und braucht deswegen nicht besonders in Rechnung gebracht zu werden.

Eine andere und in vielen Beziehungen vorzuziehende Methode, die Differenz zwischen der Fernrohr-Lage I und Lage II zu eliminiren, und zugleich zu bestimmen, besteht darin, dass man, von Tag zu Tag abwechselnd, in beiden Fernrohrlagen beobachtet, und die zusammengehörigen Messungen in Mittel vereinigt. Wir haben so vom 31. März bis 4. April 1884 eine zusammenhängende Reihe von fünf Beobachtungen erhalten, deren erste in Lage I im Einzelnen Folgendes gab:

Hannover, 31. März 1884.

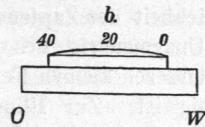
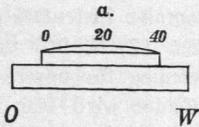
Antritte A		Austritte B		$\frac{A + B}{2}$
Faden I.	12 <sup>h</sup> 4 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup>	Faden V.	12 <sup>h</sup> 8 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup>	12 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup> 36,0 <sup>s</sup>
" II.	5 15	" IV.	7 59	6 37,0
" III.	5 32	" III.	7 40,5	6 36,25
" IV.	5 49	" II.	7 22	6 35,5
" V.	6 10	" I.	7 4	6 37,0
Mittel	12 <sup>h</sup> 5 <sup>m</sup> 32,0 <sup>s</sup>		12 <sup>h</sup> 7 <sup>m</sup> 40,7 <sup>s</sup>	12 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup> 36,35 <sup>s</sup>
$\underbrace{\hspace{10em}}_{12^h 6^m 36,35^s}$				

(21)

Fig. 5. Libelle auf der Horizontalachse des Passage-Instruments.

a. Libellentheilung von links nach rechts.

b. Libellentheilung von rechts nach links.



die Aufsetzung der Libelle gab:

vor dem Durchgang der Sonne

nach dem Durchgang der Sonne

$$\begin{aligned} a &= 11,2 & 27,6 \\ b &= 10,1 & 26,8 \\ \hline a - b &= 1,1 & 0,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 11,1 & 27,8 \\ b &= 9,5 & 26,2 \\ \hline a - b &= 1,6 & 1,6 \end{aligned}$$

Gesamtmittel  $(a - b) = + 1,28$  Striche,

damit gibt die Tabelle (20) für 31. März rund 0,3<sup>s</sup> oder genauer erhält man nach der Formel (19) mit  $\delta = + 4^{\circ} 26'$ ,  $\varphi = 52^{\circ} 23'$ ,  $\Delta t_i = + 0,27^s$ , was zu (21) hinzugefügt gibt 12<sup>h</sup> 6<sup>m</sup> 36,62<sup>s</sup>. Die Zeitgleichung ist am 31. März für Greenwich wahrer Mittag  $g = + 4^m 3,80^s$ , und für Hannover wahrer Mittag  $g = + 4^m 4,29^s$ , man hat also jetzt:

Meridiandurchgang des Sonnenmittelpunktes = 12<sup>h</sup> 6<sup>m</sup> 36,62<sup>s</sup> Uhrzeit  
soll 12<sup>h</sup> +  $g = 12^h 4^m 4,29^s$

$$\text{Correction der Uhr} = - 2^m 32,33^s \quad (22)$$

Die Beobachtungen in Fernrohrlage II wurden in gleicher Weise gemacht, der einzige Unterschied ist hier, dass die Fäden in umgekehrter Folge durchlaufen werden. Die von der Libelle herrührende Correction (19) behält auch in Lage II dasselbe Zeichen wie in Lage I.

Die erwähnte 5tägige Reihe gab folgende Einzelresultate, welche ebenso wie oben (22) berechnet sind.

Nummer	Tag 1884	Lage I.	Differenz	Lage II.	Differenz
1.	31. März	- 2 <sup>m</sup> 32,33 <sup>s</sup>			
2.	1. April		1,27 <sup>s</sup>	- 2 <sup>m</sup> 38,12 <sup>s</sup>	
3.	2. "	- 2 33,60			1,36 <sup>s</sup>
4.	3. "		1,81	- 2 39,48	
5.	4. "	- 2 35,41			
Mittel I		= - 2 <sup>m</sup> 33,78 <sup>s</sup>		II = - 2 <sup>m</sup> 38,80 <sup>s</sup>	

(23)

Diese Zahlen passen hinreichend in den Gang der Uhr, wie er in § 12. Fig. 1. S. 53 dargestellt ist, denn man findet dort durch Interpolation für 2. April —  $2^m 34^s$ , entsprechend Lage I, auch der daselbst, S. 53, für jene Zeit angegebene mittlere Gang  $0,8^s$  stimmt mit den Angaben vom 31. März bis 4. April, soweit dieses bei Messungen, die selbst nur auf etwa  $0,2^s$  sicher sind, gesagt werden kann.

Nun bildet man aus (23)

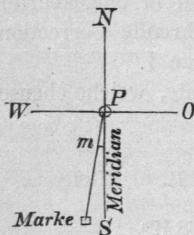
$$\frac{II - I}{2} = \frac{- 5,02^s}{2} = - 2,51^s \quad (24)$$

Dieser ziemlich hohe Betrag rührt her vom Collimationsfehler, von der Ungleichheit der Zapfendurchmesser der horizontalen Instrumentenachse, von der Unsymmetrie des Fadennetzes (vgl. oben (7) S. 90) und wohl noch von anderen kleinen Fehlerquellen, deren Trennung für unsere Zwecke nicht nöthig ist. Zur Elimination aller dieser Fehler wird man die Reduction (24) an den fünf Einzelmessungen anbringen; und die so reducirten Messungen vergleichen wir dann mit den an denselben Tagen gemachten Zeitbestimmungen aus correspondirenden Sonnenhöhen, die wir schon früher in (13) § 16 (S. 78.) mitgetheilt haben. Folgendes ist die Vergleichung:

Tag 1884	Passageinstrument	Corresp. Sonnenhöhen	Differenz
31. März	— $2^m 34,84^s$	— $2^m 34,49^s$	+ $0,35^s$
1. April	— $2 35,61$	— $2 35,32$	+ $0,29$
2. "	— $2 36,11$	— $2 36,00$	+ $0,11$
3. "	— $2 36,97$	— $2 36,76$	+ $0,21$
4. "	— $2 37,92$	— $2 37,33$	+ $0,59$
		Mittel	+ $0,31^s$ (25)

Diese im Mittel  $0,31^s$  betragende Differenz zwischen den Angaben des Passage-Instruments und den Resultaten correspondirender Sonnenhöhen ist zu betrachten als herrührend von einer falschen Stellung der Meridianmarke  $M$  Fig. 4., auf welche der Mittelfaden sowohl in Lage I als auch II vor Erhebung des Rohrs eingestellt wurde, und zwar steht die Marke hiernach zu weit rechts (westlich), weil die darüber beobachteten Durchgangszeiten noch einer negativen Correction bedürfen.

Fig. 6.  
Fehler der Meridianmarke  
 $m = 7''$ .



Die Reduction erscheint in (25) positiv, weil sie hier als Correction der Differenz (Wahre Culmination — Durchgangszeit) auftritt, an der mit dem Passageinstrument beobachteten Durchgangszeit wird also eine negative Correction vorausgesetzt.

Um in Hinsicht auf die Vorzeichen jeden Zweifel zu beseitigen, schreiben wir nochmals zusammen:

1884. 31. März Lage I (s. o. (21) bis (24)):

Mittel der Uhrzeiten der Durchgänge durch die 5 Fäden (21)	12 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup> 36,35 <sup>s</sup>
Reduction für die Horizontalachsen-Neigung	+ 0,27 <sup>s</sup>
Reduction von Lage I auf das Mittel beider Lagen (24)	+ 2,51 <sup>s</sup>
<hr/>	
Uhrzeit d. Durchgangs durch d. Verticalkreis d. Meridianmarke	12 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup> 39,13 <sup>s</sup>
Reduction für falsche Stellung der Meridianmarke (25)	— 0,31 <sup>s</sup>
<hr/>	
Uhrzeit des Durchgangs durch den wahren Meridian	12 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup> 38,82 <sup>s</sup>
soll = 12 <sup>h</sup> + Zeitgleichung =	12 <sup>h</sup> 4 <sup>m</sup> 4,29 <sup>s</sup>
<hr/>	
Correction der Uhr	— 2 <sup>m</sup> 34,53 <sup>s</sup>

d. h. wenn man an der beobachteten Durchgangszeit eine Reduction = — 0,31<sup>s</sup> anbringt, so erhält man dieselbe Uhr correction, wie sie von den correspondirenden Sonnenhöhen, die wir als maassgebend betrachten, verlangt wird. Oder wenn die Marke im Sinne der Sonnenbewegung weiter rückwärts stünde, würde sie richtige Zeiten liefern, d. h. die Marke steht beim Schauen nach Süden zu weit rechts, oder sie hat eine Abweichung von Süden nach Westen, wie in Fig. 6. angedeutet ist, entgegengesetzt zu Fig. 4.

Den absoluten Werth der Meridianmarken-Verdrehung  $m$  erhält man aus (13) und (25):

$$\frac{m \sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} = 0,31^s$$

woraus mit  $\varphi = 52^\circ 23'$  und  $\delta = + 5^\circ 12'$  (2. April) sich berechnet

$$m = 0,42^s = 7''$$

wie in Fig. 6. beigeschrieben ist.

Als praktisches Gesamtergebnat ziehen wir aus dem Vorstehenden Folgendes:

Wenn man ein Passage-Instrument, das nur Aussicht nach Süden hat, zur Zeitbestimmung mit der Sonne, auf 0,5<sup>s</sup> genau, einrichten will, so verschaffe man sich eine Meridianmarke zunächst genähert. Auf diese Marke wird der Mittelfaden stets orientirt. Die Horizontalachse halte man mit der Libelle stets auf etwa 1 Strich richtig, oder bringe die kleinen Ausschläge mittelst einer Tafel von der Form (20) in Rechnung. Im Uebrigen aber die Instrumentenfehler zu bestimmen, und in Rechnung zu bringen, lohnt sich bei den vorausgesetzten Verhältnissen kaum der Mühe. Viel einfacher und sicherer ist es, von Zeit zu Zeit die Angaben des Passage-Instruments durch correspondirende Sonnenhöhen zu controliren, und aus dem Verlauf der Controldifferenzen die Gesamtt correction zu berechnen, welche nach der Tafel (16) wochen- und monatelang als hinreichend constant behandelt werden darf.