Höhe	Refraction	$57'' \, cotg \, h$	Fehler
0^0	34′ 54″	∞	∞
1^0	24′ 25″	54′ 25″	+ 30′ 0″
2^0	18′ 9″	27′ 12″	+ 8′ 3″
5^0	9′ 46″	10′ 52″	+ 1′ 6″
7^0	7′ 20″	7′ 44″	+ 24″
10^0	5′ 16″	5′ 23″	+ 7″
12^0	4′ 25″	4′ 28″	+ 3″
15^0	3′ 32″	3′ 32″	0″
20^0	2′ 37″	2′ 37″	0″
30^0	1′ 40″	1′ 40″	0″
40^0	1′ 9″	1′ 9″	0″
50^0	0′ 48″	0′ 48″	0″
60^0	0′ 33″	0′ 33″	0″
70^0	0′ 21″	0′ 21″	0″
80^0	0′ 10″	0′ 10″	0″

Wie man sieht, ist die Näherungsformel (15) von 0^0 bis 5^0 ganz unbrauchbar, sie kann bei kleinen Höhen schon ihrer Form nach nicht anwendbar sein, weil sie für $h = 0$ den Werth ∞ annimmt. Dagegen ist sie von 10^0 an aufwärts sehr gut brauchbar, ja es kann hier auch die Correction für Temperatur und Barometerstand bequem mit berücksichtigt werden durch die beiden Correctionsfactoren γ und B der Tafel S. [12].

Eine von 1^0 bis 5^0 ziemlich anschliessende Interpolationsformel ist:

$$r = 57'' \, cotg \, h - \frac{0{,}55'' \, cos \, h}{sin^2 \, h}.$$

§ 8. Parallaxe und scheinbarer Halbmesser.

Schon bei der Unterscheidung des scheinbaren und wahren Horizonts in § 2. wurde erwähnt, dass in vielen Fällen im Vergleich mit den Entfernungen der beobachteten Himmelskörper der Halbmesser der Erde als verschwindend klein, oder die Erde als Punkt betrachtet werden darf; und dieses Verhältniss hat eben Veranlassung zur Annahme des sogenannten „wahren“ Horizonts u. s. w. gegeben. Völlige Vernachlässigung des Erdhalbmessers findet statt bei Beobachtung des Polarsternes und aller Fixsterne, während bei der Sonne und den Planeten kleine, und beim Mond sogar bedeutende Reductionsrechnungen auszuführen sind.

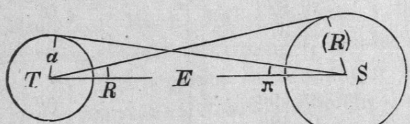
Die Entfernungen der Himmelskörper von der Erde werden in der praktischen Astronomie gewöhnlich nicht in linearem Maasse, Meilen oder Kilometern etc. angegeben, sondern zum Erdhalbmesser als Maasseinheit durch eine Winkelgrösse in Beziehung gesetzt. Dieses ist die Parallaxe, d. h. der Winkel, unter welchem, von der Mitte des entfernten Gestirns aus gesehen, der Aequatorhalbmesser der Erde erscheint, d. h. wenn z. B.

in Fig. 1. von der Sonnenmitte S aus der Erdhalbmesser a unter dem Winkel $\pi = 8{,}9''$ erscheint, so ist $\pi = 8{,}9''$ die Parallaxe der Sonne, aus welcher man die Entfernung E berechnen kann:

$$E = \frac{a}{\sin \pi} = \frac{a}{\pi}\,\varrho. \tag{1}$$

Da die Erde keine Kugel, sondern ein Ellipsoid ist, also verschiedene Halbmesser a hat, so gilt zur Vermeidung jeder Unsicherheit in der Gleichung (1) als a der Aequatorhalbmesser der Erde, und die zugehörige Parallaxe π heisst die Aequatorial-Parallaxe oder auch, zur Unterscheidung von der nachher zu betrachtenden Höhenparallaxe, heisst π nach Fig. 1. die Horizontal-Aequatorial-Parallaxe.

Fig. 1. Horizontal-Parallaxe.



Die Fig. 1. enthält auch den scheinbaren Halbmesser R eingezeichnet, unter welchem der wahre Halbmesser (R) des Himmelskörpers, vom Mittelpunkt der Erde gesehen, erscheint.

Aus den Gleichungen

$$E = \frac{a}{\pi}\,\varrho = \frac{(R)}{R}\,\varrho \tag{2}$$

folgt, dass zwischen der Parallelaxe π und dem scheinbaren Halbmesser R eines Himmelskörpers bei veränderlicher Entfernung immer eine Beziehung besteht

$$\frac{\pi}{R} = \frac{a}{(R)} = \text{constant.} \tag{3}$$

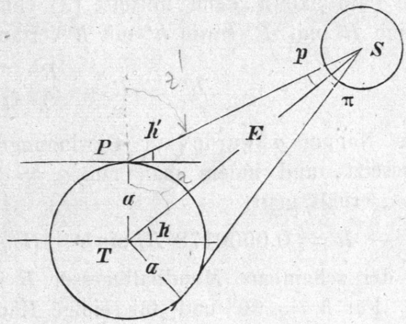
Die wichtigsten Parallaxen- und Halbmesserwerthe sind im Folgenden zusammengestellt:

Gestirn	Parallaxe π			Scheinbarer Halbmesser R			Wahrer Halbmesser (R)	Mittlere Entfernung von der Sonne
	Maximum	Mittel	Minimum	Maximum	Mittel	Minimum	Meilen	
Mond	1° 1′ 24″	57′ 40″	53′ 56″	16′ 46″	15′ 44″	14′ 43″	234	1,00
Sonne	9,0″	8,85″	8,7″	16′ 18″	16′ 2″	15′ 45″	93330	0,00
Merkur	16,9″	11,4″	5,9″	6,3″	4,2″	2,2″	320	0,39
Venus	33,1″	18,9″	4,8″	32,0″	18,3″	4,6″	831	0,72
Mars	23,0″	13,2″	3,3″	11,8″	6,8″	1,7″	441	1,53
Jupiter	2,0″	1,7″	1,4″	22,2″	18,6″	15,0″	9250	5,20
Saturn	1,0″	0,9″	0,8″	8,9″	8,1″	7,2″	7538	9,54
Uranus	0,5″	0,45″	0,4″	2,2″	2,0″	1,8″	3736	19,18
Neptun	0,3″	0,3″	0,3″	1,3″	1,3″	1,3″	3600	30,03
Erde							a=859	1,00

(4)

Indem wir die Parallaxenrechnungen für den Mond, wobei die Abplattung der Erde berücksichtigt werden muss, zur besonderen Behandlung bei den Monddistanzen vorbehalten, stellen wir hier nur die einfachsten Parallaxenformeln für die Annahme einer kugelförmigen Erde zusammen.

Fig. 2. Höhenparallaxe.



In Fig. 2. ist h' die scheinbare, aus der Beobachtung erhaltene, jedoch von Refraction befreite Höhe und h die wahre Höhe eines Gestirns, dessen Horizontalparallaxe $= \pi$ ist. Die Differenz

$$h - h' = p = z' - z \qquad (5)$$

heisst die Höhenparallaxe, zu deren Bestimmung man aus Fig. 2. die Beziehungen findet:

$$E = \frac{a}{\sin \pi} = \frac{a}{\sin p} \sin (90^0 + h')$$

$$\sin p = \sin \pi \cos h' \qquad (6)$$

oder bei kleinen Werthen:

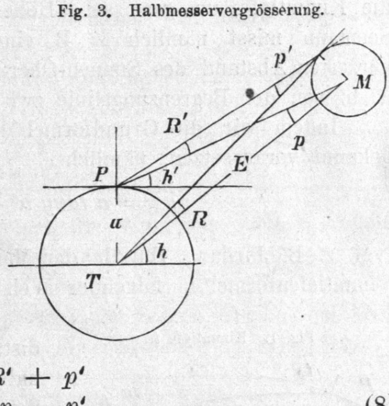
$$p = \pi \cos h' \qquad (7)$$

Wenn man die Reductionen einer Höhe für Refraction und Parallaxe nach § 7. und § 8. zusammen nimmt, so erhält man:

Wahre Höhe = Scheinbare Höhe — Refraction + Höhenparallaxe.

Wir haben deswegen die Höhenparallaxe der Sonne auf der Refractionstafel S. [7] unten beigefügt.

Fig. 3. Halbmesservergrösserung.



Die Parallaxe erzeugt auch eine Vergrösserung des scheinbaren Halbmessers der Gestirne. Wenn in Fig. 3. R' der scheinbare Halbmesser des Mondes, von einem Erdpunkte P aus gesehen, ist, und R der Halbmesser wie er vom Erdmittelpunkt T aus gesehen würde, so hat man nach Fig. 3.

$$R + p = R' + p'$$

$$R' - R = p - p' \qquad (8)$$

d. h. die Halbmesservergrösserung ist gleich der Parallaxendifferenz für Mitte und Oberrand, oder ebenso genau auch für Unterrand und Mitte.

Man hat also jetzt aus (7) und (8) nach Fig. 3.:

$$R' - R = \pi \cos h' - \pi \cos (h' + R')$$

$$R' - R = \pi \cos h' - \pi (\cos h' - R' \sin h') = \pi R' \sin h' \quad (9)$$

Die Parallaxe π kann mittelst (3) eliminirt werden, und indem man zugleich R' mit R, sowie h' mit h vertauscht, hat man aus (9):

$$R' - R = \frac{R^2}{\varrho} \frac{a}{(R)} \sin h \quad (10)$$

Der Nenner ϱ wurde zur Gewinnung gleichen Maasses (Bogensekunden) zugesetzt, und indem man nun $a = 859$ und $(R) = 234$ aus (4) einsetzt, erhält man

$$R' - R = 0{,}0000178\, R^2 \sin h \quad (\log Coeff. = 5.25\,034 - 10) \quad (11)$$

wo der scheinbare Mondhalbmesser R in Sekunden zu setzen ist.

Für $h = 90^0$ und für einige Hauptwerthe von R erhält man hiernach folgende Reductionsgrössen:

Mondhalbmesser $R =$	14′ 30″	15′ 0″	15′ 30″	16′ 0″	16′ 30″
$\frac{R^2}{\varrho} \frac{a}{(R)} =$	13,48″	14,41″	15,39″	16,40″	17,44″

Indem man diese Werthe noch mit $\sin h$ multiplicirt, erhält man die Halbmesservergrösserungen für verschiedene Höhen, von welchen wir bei der Reduction von Monddistanzen später Gebrauch machen werden.

Bei der Sonne beträgt die Halbmesservergrösserung durch Parallaxe höchstens 0,04″, und auch bei den Planeten bleibt sie unmerklich.

§ 9. **Kimmtiefe.**

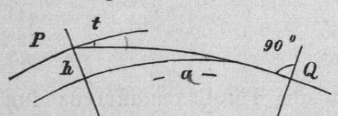
Zur See braucht man ausser der Refraction und der Parallaxe noch die Kimmtiefe, um gemessene Höhen auf wahre Höhen zu reduciren. Der Seemann misst nämlich z. B. eine Sonnenhöhe mit dem Sextanten als kürzesten Abstand des Sonnen-Ober- oder -Unterrandes von der Kimm, d. h. von der Begrenzungslinie zwischen Wasser und Luft.

Indem wir die Grundformel der trigonometrischen Höhenmessung als bekannt voraussetzen, nämlich

$$h = a \tan g\, \alpha + \frac{1 - k}{2\, r} a^2 \quad (1)$$

(vgl. z. B. Jordan, Handb. der Verm. I S. 542), finden wir daraus die Kimmtiefenformel in folgender Weise:

Fig. 1. Kimmtiefe t.



In (1) bedeutet a eine Horizontaldistanz, α einen Höhenwinkel, h den Höhenunterschied, r den Erdhalbmesser, $k = 0{,}13$ den Refractionscoefficienten.

In Fig. 1. betrachten wir die Visur von einem Punkte P, welcher die Höhe h über