les vérifications pour la ligne d'horizon, d'abord parce que sa position a beaucoup d'importance, comme nous le montrerons; ensuite parce qu'on reconnaît immédiatement si le dessin est fait avec assez de soin pour qu'il puisse servir de base à des constructions exactes.

Recherche du point principal et de la distance.

197. Le point principal est souvent au milieu de la ligne d'horizon, mais nous verrons qu'il n'y a à ce sujet aucune règle absolue. Il convient, en conséquence, de déterminer directement ce point, quand cela est possible.

On peut placer le point principal et le point de distance sur la ligne d'horizon quand on connaît les véritables grandeurs de deux angles BAG, CAE (fig. 182) formés par des horizontales et ayant leurs sommets en un même point A.

Si, en effet, nous faisons tourner le plan de ces lignes autour d'une horizontale de front MN, jusqu'à le rendre parallèle au tableau, le point A ira se placer en A_1, à l'intersection des segments capables des angles donnés, tracés sur CE et BG. Dans le rabatement la verticale A_1A' devient AA' et fait connaître le point principal (art. 22). En prenant $A'K$ égal à $A'A_1$, on peut tracer la ligne AK dirigée vers le point de distance.

Il est convenable de placer la ligne MN de manière que sa distance au point A soit une fraction simple de la distance de ce point à la ligne d'horizon, le quart, par exemple; alors $A'K$ est précisément la distance principale réduite au quart.

Quelquefois les segments capables se coupent en deux points au-dessus de la ligne MN; on doit alors choisir celle des deux solutions qui satisfait le mieux à la question. Dans l'exemple de la figure 184, le point de section A_1 donne un point principal à peu près au milieu de la ligne d'horizon, et une distance quadruple de A_1A' qui est bien appropriée à la grandeur du tableau. Le point A_2 conduit, au contraire, à une solution inadmissible, car le point principal serait très-éloigné, et la distance insuffisante. Il pourrait y avoir doute si les cercles se coupaient en des points voisins. Quand les deux angles ont un côté commun, un des deux points de section est sur la trace du plan de front, et il n'y a qu'une solution.

Si les angles donnés CAE, KBI (fig. 185) avaient leurs sommets en des points différents A et B, on ramènerait la question au cas précédent en transportant l'un d'eux par des parallèles qui seraient représentées, en perspective, par des droites ayant les mêmes points de fuite sur la ligne d'horizon. On pourrait, si cela était plus commode pour les constructions, transporter les deux sommets en un troisième point.

Quand un côté AE de l'un des deux angles considérés est parallèle à la ligne d'horizon (fig. 183), on n'a plus qu'un segment capable BA_1G; mais l'angle que CA fait avec AE ou sa parallèle MN étant donné, on peut tracer immédiatement le relèvement CA_1 de CA. Le second segment est remplacé par la droite CA_1.

198. Si l'on connaît plus de deux angles réellement différents, c'est-à-dire non formés par des parallèles, on aura une vérification. Si l'on n'en connaît qu'un, on supposera le point principal au milieu de la ligne d'horizon, et alors on pourra déterminer la distance. Dans le cas où elle paraîtrait trop grande ou trop petite, on déplacerait un peu le point principal.

Quand l'angle donné est droit, si l'un de ses côtés est parallèle à la ligne d'horizon, l'autre est dirigé vers le point principal, et la distance reste indéterminée.

On peut appliquer, dans bien des circonstances, les constructions que nous venons de faire connaître. Ainsi, on trouve souvent sur les édifices et dans les intérieurs des horizontales qu'on sait être à angle droit. On a quelquefois sur un plafond, sur un parquet, ou à la base d'une colonne, un quadrilatère qui représente un carré; dans ce cas, deux côtés contigus formant avec la diagonale des angles connus, on peut déterminer le point principal et le point de distance. On obtiendra une solution complète toutes les fois que l'on aura la perspective d'un rectangle dont les côtés seront dans un rapport donné.

199. Si deux horizontales AB, AC (fig. 186) sont égales dans l'espace, la ligne dirigée de leur origine commune A au point G, milieu perspectif de BC, sera l'apothème du triangle isocèle BAC; l'angle CGA sera donc droit, et pourra servir aux constructions des articles précédents.

En plaçant le point principal au milieu de la ligne d'horizon en P, on trouve que le point de distance est sur le prolongement de GK. La moitié de la distance est donnée par la longueur RI interceptée sur une droite tracée à égales distances du point G et de la ligne d'horizon.

Si l'on voit sur un tableau une porte ouverte, la largeur de la porte devant être égale à l'ouverture de la baie, on a immédiatement un triangle horizontal isocèle.

Si les deux horizontales égales AB, AC (fig. 187) sont en perspective également inclinées sur la ligne d'horizon, le point principal sera sur la bissectrice, et la distance restera indéterminée.

Quand deux longueurs égales AB, CE (fig. 191) sont dans un même plan horizontal, on peut, par une construction facile, les transporter parallèlement à elles-mêmes, de manière à leur donner une origine commune M. Alors, si elles n'étaient pas primitivement parallèles, on a un triangle horizontal isocèle NMR, sur lequel on agit comme précédemment. Ce tracé peut être employé pour un tableau sur lequel on voit deux portes, deux fenêtres ou deux meubles dont les largeurs non parallèles sont jugées devoir être égales.

Lorsque deux longueurs horizontales égales ne sont pas dans un même plan, il faut ramener l'une d'elles dans le géométral de l'autre. Lorsque deux droites sont dans un rapport donné, on établit l'égalité par une réduction convenable de l'une des deux (art. 17).

200. Quand on connaît le véritable rapport de deux droites, l'une de front, l'autre horizontale, on prend sur la première une longueur perspectivement égale à la seconde, puis on la fait tourner dans son plan de front, de manière à la rendre horizontale.

Supposons, par exemple, que la verticale AC soit triple de l'horizontale fuyante AB (fig. 188); AE, tiers de AC, sera égal à AB. Ramenant cette longueur sur une parallèle à la ligne d'horizon, le triangle *e*AB est isocèle horizontal.

On emploie cette construction quand on juge qu'une voûte est en plein cintre. Prenant le diamètre horizontal de la courbe de tête, on le divise en deux parties égales : chacune d'elles a la même longueur que la montée.

Souvent on peut supposer le rapport qui existe entre la hauteur et la largeur d'une porte, d'une fenêtre, d'une marche ou d'un meuble ; on détermine alors une distance approximative.

201. Lorsqu'on connaît la perspective d'un cercle horizontal, on peut déterminer le point principal et le point de distance sur la ligne d'horizon. Pour cela on mène deux cordes parallèles à cette ligne ; la droite qui passe par leurs milieux est la perspective du diamètre perpendiculaire au tableau : elle fait connaître le point principal. Traçant ensuite quatre tangentes, deux parallèles à la ligne d'horizon, et les deux autres dirigées vers le point principal, on obtient un trapèze dont les diagonales sont dirigées vers les points de distance.

On peut encore déterminer le centre, milieu perspectif du diamètre dirigé vers le point principal, et former des triangles isocèles avec des rayons (art. 199).

Si l'on a la demi-ellipse S_1NS (fig. 45) qui représente la partie visible de la base d'un cylindre, on trouvera le centre de la courbe au milieu

C du diamètre SS_1. On mènera ensuite une tangente horizontale : son point de contact N fera connaître le rayon NC qui est dirigé vers le point principal. On prendra CM égal à CN, on déterminera le milieu perspectif de NM qui sera le centre du cercle, et on formera des triangles isocèles.

202. Quand une droite est perpendiculaire à un plan, si l'on peut déterminer le point de fuite F′ de la droite (fig. 56), et la ligne de fuite A′B′ du plan, en abaissant une ligne F′A′ perpendiculaire sur A′B′ on obtiendra le point principal P sur la ligne d'horizon; la distance sera donnée par une moyenne proportionnelle entre PA′ et PF′ (art. 47).

Restitution de divers objets simples.

(Figure 81.)

203. Le Prisme fait connaître la ligne d'horizon par ses horizontales parallèles. Comme il y a lieu de penser que les angles situés dans les plans horizontaux sont droits, on a une première condition pour déterminer la position du point de vue.

La Pyramide ne peut évidemment rien indiquer, si l'on n'a pas des données sur sa forme. Dans le cas où l'on aurait quelque motif de supposer que le triangle de la base est équilatéral, en le considérant deux fois comme isocèle on aurait deux conditions, et la Pyramide suffirait à elle seule pour déterminer le point de vue. La condition donnée par le Prisme fournirait alors une vérification.

Les points principaux étant connus ou supposés, on restituera le Prisme sans difficulté ; mais il y a pour la Pyramide une indétermination qui ne disparaîtra que si l'on peut, par quelque considération, assigner sur la base la position probable de la projection du sommet.