bemerkt wird, ein Gewölbeſtück betrachten, deſſen Dimenſion normal zur Bildfläche gleich der Einheit, alſo gleich 1^{m} iſt. Alsdann fällt die Kraftebene mit der mittleren Verticalebene zuſammen.

---

1. Kapitel.

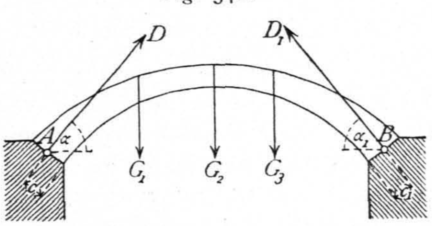
Die Stützlinie und das Reſultantenpolygon.

a) Allgemeines.

470. Kämpfer-Reactionen.

Für die Ermittelung der im Gewölbe auftretenden inneren Kräfte und die Stabilitätsunterſuchung deſſelben iſt zunächſt — genau wie bei den früher behandelten Bauconſtructionen — die Kenntniſs der äuſseren auf das Gewölbe wirkenden Kräfte nöthig, alſo der Belaſtungen und der Auflager-Reactionen. Die Belaſtungen ſind in den meiſten Fällen gegeben, bezw. aus den Tabellen in Art. 359, S. 318 leicht zu beſtimmen. Schwieriger iſt hier die Ermittelung der Auflager-Reactionen oder, wie ſie hier heiſsen, der Kämpfer-Reactionen. Bei den bisherigen Conſtructionen genügten zu deren Beſtimmung die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen; hier iſt dies nicht der Fall. Wird ein beliebiges Gewölbe (Fig. 341) betrachtet, ſo wird bei jedem Auflager — hier Kämpfer genannt — auf das Gewölbe eine Anzahl von Kräften übertragen, deren Mittelkraft eben die geſuchte Kämpfer-Reaction iſt; von dieſen Kämpfer-Reactionen iſt aber jederſeits weder Gröſse, noch Richtung, noch Angriffspunkt (*A*, bezw. *B*) bekannt. Wir haben demnach in den Kämpfer-Reactionen 6 Unbekannte: D, D_1, α, α_1, c, c_1 (wenn c und c_1 die Abſtände der Punkte *A* und *B* von den inneren Laibungspunkten der Widerlager bezeichnen). Da die Statik vermittels der Gleichgewichtsbedingungen nur 3 Gleichungen zur Verfügung ſtellt, ſo iſt die Ermittelung der Kämpfer-Reactionen auf rein ſtatiſchem Wege nicht möglich. Die Löſung der Aufgabe wird möglich, wenn man das Gewölbe als elaſtiſchen Bogen auffaſſt und annimmt, daſs bei den durch die Belaſtungen erfolgenden Deformationen die Widerlager und die anſchlieſsenden Bogenenden genau unveränderte Lage behalten. Dieſe mit der Wirklichkeit nahezu übereinſtimmende Annahme giebt weitere 3 Gleichungen, ſo daſs jetzt für die 6 Unbekannten 6 Gleichungen vorhanden ſind, die Aufgabe alſo gelöſt werden kann.

Fig. 341.

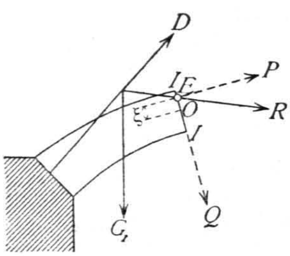


Wir werden ſehen, daſs für die einfachen Fälle des Hochbaues, bei denen faſt ſtets eine ruhende Belaſtung in Frage kommt, die Elaſticitätsgleichungen nicht aufgeſtellt zu werden brauchen. Vorläufig wollen wir annehmen, daſs die Kämpfer-Reactionen nach Gröſse, Richtung und Lage auf irgend welche Art gefunden und bekannt ſeien.

471. Stützlinie.

Iſt Letzteres der Fall, ſo ſind alle äuſseren, auf das Gewölbe wirkenden Kräfte bekannt; es können demnach für irgend einen beliebigen, normal zur Bildebene genommenen Querſchnitt *II* (Fig. 342) des Gewölbes die ſämmtlichen äuſseren Kräfte an der einen Seite deſſelben zu einer Reſultirenden vereinigt werden.

Fig. 342.



Betrachtet man etwa denjenigen Gewölbetheil, welcher zwiſchen dem linken Widerlager und dem Querſchnitte *II* liegt, ſo ſei dieſe Reſultirende gleich *R*. Damit Gleichgewicht vorhanden ſei, müſſen im Querſchnitt *II* eine Anzahl innerer Kräfte wirken, deren Reſultirende gleiche Gröſse, gleiche Richtung, gleichen Angriffspunkt und entgegengeſetzten Sinn hat, wie die Kraft *R*. Mit der Kraft *R* kennen wir alſo auch die Reſultirende der hier thätigen inneren Kräfte. Zerlegt man *R* in eine Componente *P*, welche parallel iſt zu der an die Bogenaxe im betrachteten Querſchnitte gezogenen Tangente, und in eine zu erſterer normale Componente *Q*, ſo heiſst die erſtere die Axialkraft, die zweite die Transverſalkraft (ſiehe Art. 295, S. 257). Die Transverſalkraft iſt für die hier zu betrachtenden Fälle von geringer Bedeutung; von weſentlicher Bedeutung dagegen iſt Gröſse und Lage von *P*. Die durch die Axialkraft in den einzelnen Faſern des Querſchnittes *II* erzeugten Druck-, bezw. Zugſpannungen können ohne merkbaren Fehler nach den im Art. 296, S. 261 für gerade Balken berechneten Gleichungen beſtimmt werden. Man erhält demnach die Spannung *N* in einer um *z* von der Mittellinie entfernten Faſer nach Gleichung 33. und 50.

$$N = \frac{P}{F} + \frac{Mz}{\mathfrak{J}} = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{F\,\xi\,z}{\mathfrak{J}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 358.$$

M iſt das Moment der äuſseren Kräfte für den Punkt *O*, d. h. für denjenigen Punkt, in welchem die Mittellinie des Gewölbes den Querſchnitt *II* ſchneidet; es iſt alſo hier $M = P\,\xi$, da *Q* in Bezug auf *O* kein Moment hat. Die poſitiven Werthe für *N* ſind hier Druckbeanſpruchungen; die negativen Werthe bedeuten Zug.

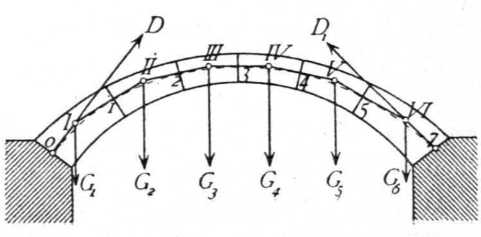
Von hervorragender Bedeutung für den Werth von *N* iſt die Gröſse von ξ oder, was daſſelbe iſt, die Lage des Punktes *E*, des Schnittpunktes der Reſultirenden *R* mit dem von ihr afficirten Querſchnitte. Man hat deſshalb für dieſe Punkte *E* eine beſondere Bezeichnung eingeführt: die Stützlinie. Die Stützlinie iſt die Verbindungslinie aller derjenigen Punkte, in denen die Gewölbequerſchnitte von den auf ſie wirkenden reſultirenden Kräften geſchnitten werden.

Den verſchiedenen Belaſtungsarten entſprechen verſchiedene Reſultirende für die einzelnen Querſchnitte; es folgt daraus, daſs bei demſelben Gewölbe jeder Belaſtungsart auch eine beſondere Stützlinie entſpricht.

472. Reſultantenpolygon.

Zerlegt man das Gewölbe in eine Anzahl von Theilen (Fig. 343), ermittelt die Kämpfer-Reactionen (*D* und D_1), ſo wie die Belaſtungen der einzelnen Theile (G_1, G_2, G_3 ... G_6) und ſetzt zunächſt *D* mit der erſten Laſt G_1 zu einer Reſultirenden zuſammen, dieſe letztere mit G_2 und fährt ſo bis zum rechten Kämpfer fort, ſo erhält man ein Polygon *0 I II III IV V VI* 7, welches man das Reſultantenpolygon nennt. Aus dem Reſultantenpolygon ergiebt ſich ſofort die Stützlinie, wenn man die Schnittpunkte der einzelnen Reſultanten mit den bezüglichen Querſchnitten, d. h. die Punkte 0, 1, 2, 3, 4, 5 und 7 mit einander verbindet. Je kleiner die einzelnen Theile des Ge-

Fig. 343.



wölbes angenommen werden, deſto mehr nähert ſich das Reſultantenpolygon einer continuirlich verlaufenden Curve, der ſog. Seilcurve, die für dieſen ſpeciellen Fall identiſch mit der Stützlinie iſt.

Die Form des Reſultantenpolygons, ſo wie der Seilcurve iſt von der Lage der Angriffspunkte der Reactionen D und D_1 unabhängig. Denn, wenn man D um ein Stück verſchiebt, dabei jedoch die frühere Gröſse und Richtung beibehält, ſo ergiebt ſich ein neues Polygon, welches mit dem alten identiſch iſt und nur um ein beſtimmtes Stück höher oder tiefer liegt, als dieſes. Handelt es ſich demnach, wie häufig, nur um die Ermittelung der Form (nicht der Lage) der Seilcurve, ſo ſind nur 4 Unbekannte: D, D_1, α, α_1 vorhanden, mithin die Aufgabe bei Annahme einer dieſer Unbekannten ſtatiſch zu löſen.

Die Ermittelung der Form und Lage der Stützlinie auf ſtatiſchem Wege ſetzt nach Obigem die Kenntniſs der Kämpfer-Reactionen oder wenigſtens dreier von den ſechs Unbekannten voraus, welche die Kämpfer-Reactionen nach Gröſse, Richtung und Lage beſtimmen; denn alsdann ſind nur noch drei Unbekannte vorhanden, welche mit Hilfe der Statik ermittelt werden können. Mit Hilfe der Elaſticitätstheorie der Gewölbe hat *Winkler* folgenden wichtigen Satz gefunden, den wir hier nur angeben wollen, wegen des Beweiſes auf unten ſtehende Quellen[170]) verweiſend. 473. Ergebniſſe d. Elaſticitäts-theorie.

Bei conſtantem Querſchnitt iſt unter allen ſtatiſch möglichen Stützlinien nahezu diejenige die richtige, welche ſich der Bogenaxe durchſchnittlich am meiſten nähert, wenn man das Wort »durchſchnittlich« im Sinne der Methode der kleinſten Quadratſummen deutet. Es iſt alſo diejenige Stützlinie nahezu die richtige, für welche die Summe der Quadrate der Abweichungen von der Bogenaxe ein Minimum iſt. Läſst ſich demnach eine Stützlinie conſtruiren, welche mit der Mittellinie des Gewölbes zuſammenfällt, ſo wird dieſe die richtige ſein.

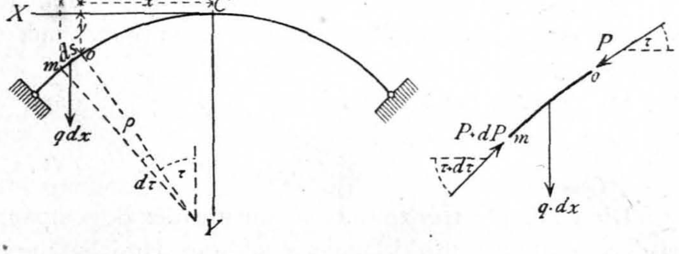
Man conſtruire alſo die Mittellinie des Bogens derart, daſs ſie für die gegebene Belaſtung mit der unter gewiſſen Annahmen conſtruirten Seilcurve übereinſtimmt; alsdann iſt dieſe Mittellinie die richtige Stützlinie — natürlich nur für die angenommene Belaſtung. Da es ſich aber im Hochbau meiſtens um conſtante Belaſtungen handelt, ſo iſt dieſe Ermittelung in der Regel genügend.

Wir werden ferner weiter unten ſehen, daſs es in vielen Fällen, in denen die Aufſuchung der genauen Stützlinie ſchwierig iſt, genügt, gewiſſe Grenzlagen der Stützlinie zu ermitteln; da aber die Stützlinie leicht aus dem Reſultantenpolygon conſtruirt werden kann, ſo wird für alle dieſe Fälle zunächſt das Reſultantenpolygon aufgeſucht.

b) Seilcurve und Reſultantenpolygon.

Aus der Erklärung des Begriffes der Seilcurve geht hervor, daſs an jeder Stelle die Tangente an die Seilcurve mit der auf dieſelbe wirkenden Reſultanten gleiche Richtung hat. Um nun die Gleichung der Seilcurve aufzuſtellen, betrachten wir ein Bogenſtück von der Länge ds (Fig. 344). Wir nehmen die Belaſtungen vertical und pro Längeneinheit der Horizontalprojection gleich q 474. Gleichung der Seilcurve.

Fig. 344.



170) Winkler, E. Beitrag zur Theorie der Bogenträger. Zeitſchr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover. 1879, S. 199. Lage der Stützlinie im Gewölbe. Deutſche Bauz. 1879, S. 117 u. 127.