

rechts vom Schnitte nur die Spannungen der drei durchschnittenen Stäbe und die Auflager-Reaction  $D_1$ . Zwei von diesen Stäben schneiden sich im Firfipunkte; die in ihnen wirkenden Spannungen können also durch eine Mittelkraft ersetzt werden, welche durch den Firfipunkt  $C$  geht; demnach halten die drei auf das Fragment wirkenden Kräfte  $D_1, H_1$  und die Mittelkraft  $R$  der beiden Stabspannungen das Fragment im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte. Durch den Schnittpunkt  $a$  von  $H_1$  und  $D_1$  geht also auch  $R$ ;  $R$  geht aber auch durch  $C$ ; die Kraft  $R$  hat demnach die Richtung  $Ca$ . Nun können wir  $D_1$  nach den beiden bekannten Richtungen von  $H_1$  und  $R$  zerlegen;  $D_1$  wird mit Hilfe des Seilpolygons construirt und ist (Fig. 289) gleich  $\varepsilon\zeta$ . Man erhält  $H_1 = \zeta\eta$  und  $R = \eta\varepsilon$ .

Die Kraft  $H$ , welche der Belaftung des ganzen Daches entspricht, ist dann gleich  $2 \times \zeta\eta$ . Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß in obiger Construction als Belaftung des Firfipunktes nur die Hälfte der anderen Knotenpunktsbelaftungen einzuführen ist. Es ist deshalb hier die Last im Firfipunkt mit  $\delta'$  bezeichnet.

Der Kräfteplan ist nun zu construiren, indem statt der Stange  $EF$  die äußeren Kräfte  $H$  in den Punkten  $E$  und  $F$  eingeführt werden. Man trage die Lasten  $1, 2 \dots 6, 7$  an einander (Fig. 291); auf  $7$  folgt  $D_1 = \beta\gamma$ , dann die Kraft  $H$  im Punkte  $F$  gleich  $\gamma\delta$  und  $H$  im Punkte  $E$  gleich  $\delta\varepsilon$ ;  $\varepsilon$  fällt mit  $\gamma$  zusammen. Endlich ist an  $\varepsilon$  die Auflager-Reaction  $D_0 = \gamma\alpha$  anzutragen, womit sich das Kraftpolygon schließt. Nun ist der Kräfteplan nach den in Art. 382, S. 342 angegebenen Principien in Fig. 291 construirt, wobei vom Knotenpunkt  $A$  ausgegangen ist.

Für die Belaftung nur der einen Dachhälfte mit Schnee ist  $H_1$ , wie oben gezeigt, zu ermitteln und alsdann der Kräfteplan ohne Schwierigkeit zu verzeichnen.

β) Windbelaftung von der Seite des beweglichen Auflagers. Die Ermittlung der Auflager-Reactionen wird, wie in Art. 417, S. 381 gezeigt, vorgenommen; die Größe der Kraft  $H$  (im Stabe  $EF$ , Fig. 292) ergibt sich wieder durch Betrachtung des Fragmentes an derjenigen Seite des Schnittes  $II$ , an welcher die Winddrücke nicht wirken. Nachdem sodann die  $H$  als äußere Kräfte eingeführt sind, ist der Kräfteplan in gewöhnlicher Weise zu zeichnen. Die Construction ist in Fig. 292 vorgenommen.

γ) Winddruck von der Seite des festen Auflagers. Fig. 293 zeigt die Construction des Kräfteplanes für diesen Fall; nach dem Vorstehenden ist er ohne besondere Erklärung verständlich.

e) Sicheldächer.

Die Gurtungen können bei den Sicheldächern nach beliebigen Curven gekrümmt sein; gewöhnlich sind beide Gurtungen Polygone, welche Parabeln oder Kreisen eingeschrieben sind. Die Bestimmung der Auflager-Reactionen ist in Art. 416 ff. S. 380 ff. gezeigt worden; die Stabspannungen ergeben sich durch Rechnung oder Construction ohne Schwierigkeit. Es soll hier nur die Gesetzmäßigkeit der Spannungsänderungen für das parabolische Sicheldach und für verticale Belastungen gezeigt werden.

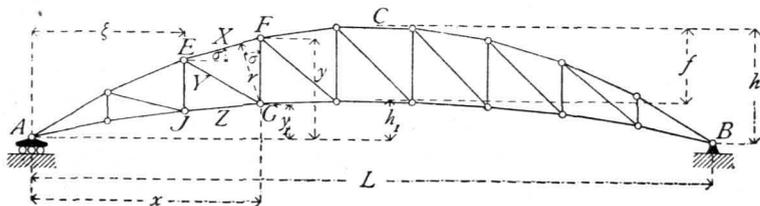
Die Gleichungen der beiden Curven sind, wenn die Pfeilhöhen  $h$  und  $h_1$  sind, nach Art. 393, S. 360 für  $A$  als Anfangspunkt der Coordinaten (Fig. 294)

$$y = \frac{4h}{L^2} (Lx - x^2) \quad \text{und} \quad y_1 = \frac{4h_1}{L^2} (Lx - x^2) \dots 310.$$

α) Stabspannung bei verticaler Belaftung. Für den Stab  $EF$  (Fig. 294) der oberen Gurtung ist  $G$  der conjugirte Punkt, und wenn das Biegemoment für diesen Punkt mit  $M_x$  bezeichnet wird, ist  $Xr + M_x = 0$ , woraus  $X = -\frac{M_x}{r}$ .

437.  
Form  
der  
Dachbinder.

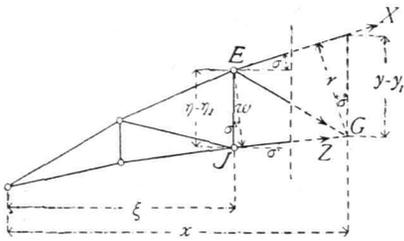
Fig. 294.



438.  
Ermittlung  
d. Spannungen  
durch verticale  
Belastung.

Nun ist  $r = (y - y_1) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} (h - h_1) (Lx - x^2) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} f(Lx - x^2) \cos \sigma$ ;

Fig. 295.



also

$$X \cos \sigma = - \frac{M_x L^2}{4f(Lx - x^2)} \quad 311.$$

Für den Stab  $FG$  der unteren Gurtung ist  $E$  der conjugirte Punkt, und wenn das Biegemoment für diesen Punkt mit  $M_\xi$  bezeichnet wird, so ist (Fig. 295)  $Z = \frac{M_\xi}{w}$ .

Nun ist

$$w = (\eta - \eta_1) \cos \sigma' = \frac{4}{L^2} f(L\xi - \xi^2) \cos \sigma',$$

d. h.

$$Z \cos \sigma' = \frac{M_\xi L^2}{4f(L\xi - \xi^2)} \quad 312.$$

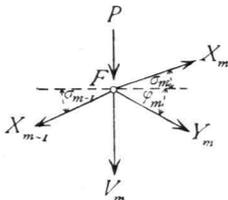
Aus den Gleichungen 311. und 312. folgt:

a) Für totale gleichmäÙig über die Horizontalprojection vertheilte Belastung  $p$  pro Längeneinheit ist  $M_x = \frac{p}{2} (Lx - x^2)$  und  $M_\xi = \frac{p}{2} (L\xi - \xi^2)$ , also

$$X \cos \sigma = - \frac{p L^2}{8f} \quad \text{und} \quad Z \cos \sigma' = \frac{p L^2}{8f}, \quad 313.$$

d. h. die Horizontalcomponenten der Gurtungsspannungen sind bei der angegebenen Belastungsart in beiden Gurtungen constant, und zwar gleich dem Maximalmomente, dividirt durch die Mittenhöhe der Sichel. Bei der Parabel ist innerhalb der Grenzen, welche bei den Dächern vorkommen,  $\cos \sigma$  und  $\cos \sigma'$  nahezu constant. Das soeben gefundene Resultat stimmt mit dem in Art. 396, S. 362 für die Parabelträger Ermittelten überein. Durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der oberen Gurtung, etwa  $F$ , ergibt sich ferner (Fig. 296)

Fig. 296.



$$0 = X_m \cos \sigma_m - X_{m-1} \cos \sigma_{m-1} + Y_m \cos \varphi_m, \quad \text{d. h.}$$

$$0 = - \frac{p L^2}{8f} + \frac{p L^2}{8f} + Y_m \cos \varphi_m \quad \text{oder} \quad Y_m = 0. \quad 314.$$

Für die angegebene Belastung sind die Spannungen sämmtlicher Diagonalen bei den parabolischen Sieldächern gleich Null.

b) Alle zu den Gurtungsstäben gehörigen conjugirten Punkte liegen zwischen den Verticalen der Auflager  $A$  und  $B$  (Fig. 294); für alle diese Punkte sind die Biegemomente bei verticaler Belastung positiv (siehe Art. 362, S. 325); mithin erzeugt jede verticale Belastung in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denjenigen der unteren Gurtung Zug. Maximaldruck, bzw. -Zug für verticale Belastung wird demnach in allen Stäben bei voller Belastung des ganzen Dachbinders stattfinden.

Für die Spannungen in den Diagonalen ergibt sich in derselben Weise, welche in Art. 397, S. 363 angewendet ist, um die Beanspruchungsart der Diagonalen des Parabelträgers zu ermitteln: Jede Belastung zwischen dem durch eine Diagonale gelegten Verticalschnitt und demjenigen Auflager, nach welchem die Diagonale zu fällt, erzeugt Zug in derselben; jede Belastung zwischen

dem Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem die Diagonale steigt, erzeugt in derselben Druck. Maximaldruck, bzw. -Zug finden demnach statt, wenn nur die Druck-, bzw. Zugabtheilung der betreffenden Diagonalen belastet ist. Ob bei einem Dache diese verschiedenen, jedenfalls für die meisten Diagonalen überhaupt wohl nicht vorkommenden Belastungsarten der Berechnung zu Grunde gelegt werden sollen, ist fraglich; meistens dürfte es genügen, eine Belastung nur der einen Dachhälfte durch Schnee als ungünstigste verticale Belastung einzuführen. Die hierbei sich ergebenden Spannungen sind mittels der Ritter'schen Methode leicht zu finden.

Betreff der Spannungen in den Verticalen ergibt sich wie oben folgendes Gesetz: Maximaldruck, bzw. -Zug findet in einer Verticalen bei der Belastung statt, welche in derjenigen Diagonalen den größten Zug, bzw. Druck erzeugt, die mit der Verticalen in einem Knotenpunkt der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft. Auch hier dürfte es genügen, als mobile Verticalbelastungen nur die Belastung des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte anzunehmen.

Bei Belastung des ganzen Dachbinders mit der gleichmäßig über die Horizontalprojection vertheilten Belastung  $p$  ergibt sich die Spannung aller Verticalen durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der unteren Gurtung. Es ist (Fig. 297), da die Spannung in der Diagonalen gleich Null ist,

$$0 = V_m + Z_m \sin \sigma'_m - Z_{m-1} \sin \sigma'_{m-1} \quad \text{und} \quad 0 = V + \frac{p L^2}{8 f} (\operatorname{tg} \sigma'_m - \operatorname{tg} \sigma'_{m-1}).$$

Wird (mit geringem Fehler) die Curve als stetig gekrümmt angesehen und werden die Richtungen der Stäbe als parallel zu den in den Mitten der unteren Gurtungsstäbe an die Parabel gelegten Tangenten eingeführt, so ist

$$\operatorname{tg} \sigma'_m = \frac{4 h_1}{L^2} (L - 2 x_m) \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \sigma'_{(m-1)} = \frac{4 h_1}{L^2} (L - 2 x_{m-1}),$$

folglich

$$0 = V + \frac{p L^2}{8 f} \frac{4 h_1}{L^2} 2 (x_{m-1} - x_m) = V - \frac{p h_1}{f} a, \quad \text{woraus} \quad V = \frac{p h_1 a}{f} \quad 315.$$

$V$  nimmt ab, wenn  $h_1$  abnimmt; für  $h_1 = 0$  ist  $V = 0$ .

β) Stabspannungen bei einseitiger Schneebelastung. In Betreff der Belastung durch einseitige Schneelast ist Folgendes zu beachten. Man braucht nicht für beide Belastungsarten, diejenige des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte, die Spannungen zu berechnen; vielmehr genügt für symmetrisch zur Mittelverticalen angeordnete Construction die Kenntniß der Spannungen bei einseitiger Belastung, um diejenigen zu erhalten, welche bei totaler Belastung stattfinden, und gleichzeitig zu ermitteln, welche Belastungsart die gefährlichere ist. Die Belastung der linken Dachhälfte erzeugt etwa (Fig. 299) im Stabe  $EF$  die Spannung  $g'$ ; die Belastung der rechten Dachhälfte erzeugt in demselben Stabe die Spannung  $g''$ . Die Totalbelastung hat offenbar im Stabe  $EF$  die Spannung  $g' + g''$  zur Folge. Liegt nun  $NO$  genau symmetrisch mit  $EF$ , so wird die Spannung  $n'$  in  $NO$  bei der ersteren Belastungsart genau so groß sein, wie  $g''$ . Es ist aber

$$g_{total} = g' + g'' = g' + n'.$$

Die durch die Belastung des ganzen Daches in einem Stabe entstehende Spannung ist also gleich der Summe derjenigen Spannungen, die durch Belastung der einen Dachhälfte in dem betrachteten Stabe und in dem symmetrisch zur Mitte liegenden Stabe entstehen. Wenn die symmetrisch zur Mitte liegenden Stäbe bei der Belastung einer Dachhälfte in gleichem Sinne beansprucht werden, also beide Zug oder beide Druck erhalten, so ist die Summe dieser Spannungen größer, als jede einzelne,

Fig. 297.

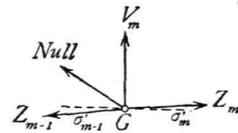
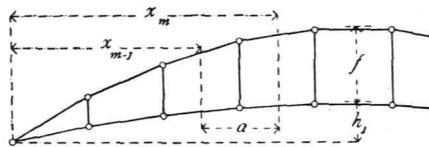
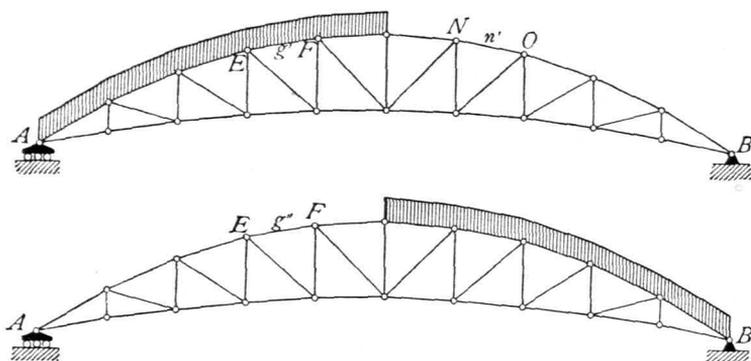


Fig. 298.



439.  
Ermittlung  
d. Spannungen  
durch einseitige  
Schneelast.

Fig. 299.



spannungen als ungünstige einzuführen sind, da nach der neuen Dimensionierungsmethode nicht nur die Maximal-, sondern auch die Minimalspannungen von Wichtigkeit sind. Wenn ein Mittelfeld mit zwei sich kreuzenden Zugdiagonalen vorhanden ist, so gilt die vorstehende Entwicklung ebenfalls; jedoch ist stets nur diejenige Diagonale des Mittelfeldes als vorhanden zu betrachten, welche bei der betreffenden Belastung Zug erleidet.

Was oben vom Sieldach angegeben wurde, gilt selbstverständlich von jedem aus zwei symmetrischen Hälften zusammengesetzten Dachstuhl.

γ) Stabspannungen bei Belastung durch Winddruck. Die durch Windbelastung entstehenden Stabspannungen sind sowohl für den Fall, daß der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers kommt, wie für den Fall zu ermitteln, daß der Wind von der Seite kommt, an welcher das feste Auflager liegt. Die Berechnung ist nach Früherem leicht durchzuführen.

δ) Gegendiagonalen. Aus dem Belastungsgesetz für die Diagonalen geht hervor, daß jede Diagonale sowohl Zug, wie Druck erhalten kann; will man dies vermeiden, so sind Gegendiagonalen anzuwenden, worüber das im Kapitel »Träger« (Art. 399, S. 367) Gefagte auch hier gilt.

Beispiel. Für nachstehend näher beschriebenes Sieldach sind in den Fig. 300 bis 302 die Stabspannungen ermittelt, und zwar zeigt Fig. 300 das System und die Spannungsermittlung für Belastung durch das Eigengewicht, Fig. 301 die Spannungen für einseitige Schneelast, Fig. 302 diejenigen für Windbelastung von der Seite des beweglichen, bezw. festen Auflagers.

Die Hauptdimensionen und Belastungen des Dachstuhles sind: Stützweite  $L = 24$  m; Anzahl der Felder gleich 6; Feldweite gleich 4 m; Pfeilhöhe der oberen Parabel  $h = 4,8$  m, der unteren Parabel  $h_1 = 2,4$  m; die Binderweite ist 4,2 m; die Dachdeckung Eisenwellblech auf Eifenpfetten.

Die Ordinaten der beiden Parabeln ergeben sich aus den Gleichungen 310:

$$\begin{array}{l} \text{für } x = 4 \quad 8 \quad 12 \quad 16 \quad 20 \text{ m} \\ \text{ist } y = 2,67 \quad 4,27 \quad 4,8 \quad 4,27 \quad 2,67 \text{ m,} \\ y_1 = 1,33 \quad 2,13 \quad 2,4 \quad 2,13 \quad 1,33 \text{ m.} \end{array}$$

$$\text{Ferner ist } \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2,67}{4} = 0,6675, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{4,27 - 2,67}{4} = 0,4, \quad \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{4,8 - 4,27}{4} = 0,1325;$$

$$\alpha_1 = \infty 33^{\circ} 40', \quad \alpha_2 = \infty 22^{\circ}, \quad \alpha_3 = \infty 7^{\circ} 30';$$

$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + 2,67^2} = 4,81 \text{ m,} \quad \lambda_2 = \sqrt{4^2 + 1,6^2} = 4,31 \text{ m,} \quad \lambda_3 = \sqrt{4^2 + 0,53^2} = 4,04 \text{ m.}$$

Die Belastung durch das Eigengewicht beträgt pro 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche 42 kg, demnach pro Knotenpunkt  $G = 4,0 \cdot 4,2 \cdot 42 = 705,6 = \infty 700$  kg; die Belastung durch Schnee pro Knotenpunkt  $S = 4 \cdot 4,2 \cdot 75 = 1260$  kg; die Belastung durch Winddruck ergibt sich nach Gleichung 273. folgender Mafsen:

$$\begin{array}{lll} \text{für } \alpha_1 = 33^{\circ} 40', & \alpha_2 = 22^{\circ}, & \alpha_3 = 7^{\circ} 30', \\ v = 57 \text{ kg,} & v = 34 \text{ kg,} & v = 11 \text{ kg.} \\ N_1 = 4,2 \lambda_1 \cdot 57 = \infty 1150 \text{ kg,} & N_2 = 4,2 \lambda_2 \cdot 34 = \infty 620 \text{ kg,} & N_3 = 4,2 \lambda_3 \cdot 11 = \infty 190 \text{ kg.} \end{array}$$

d. h. die Totalbelastung des Daches ist ungünstiger, als die einseitige. Werden beide Stäbe in entgegengesetztem Sinne beansprucht, so ist die Summe beider kleiner, als die größere von beiden, demnach die einseitige Belastung als ungünstigere einzuführen. Dabei ist zu beachten, daß in letzterem Falle beide Stäbe

440.  
Ermittlung  
d. Spannungen  
durch  
Winddruck.

441.  
Gegen-  
diagonalen.

442.  
Beispiel.

Fig. 301.

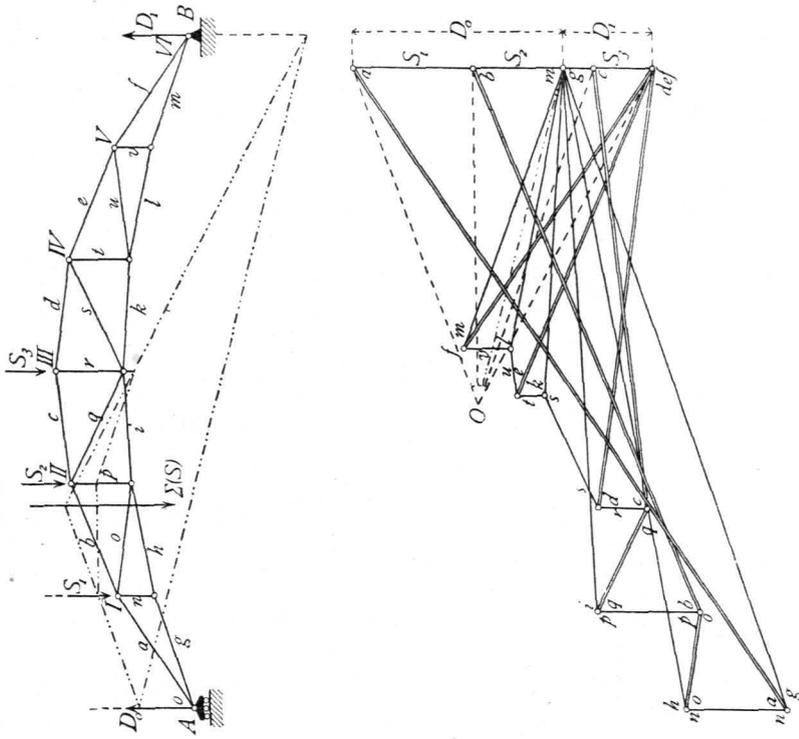


Fig. 300.

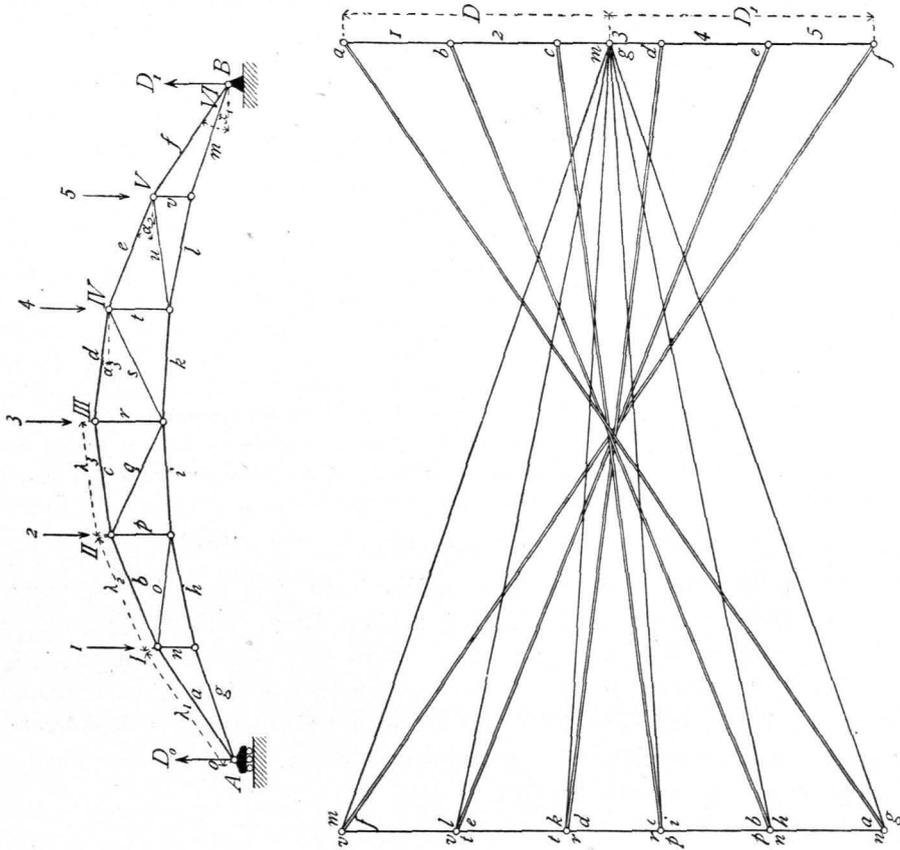
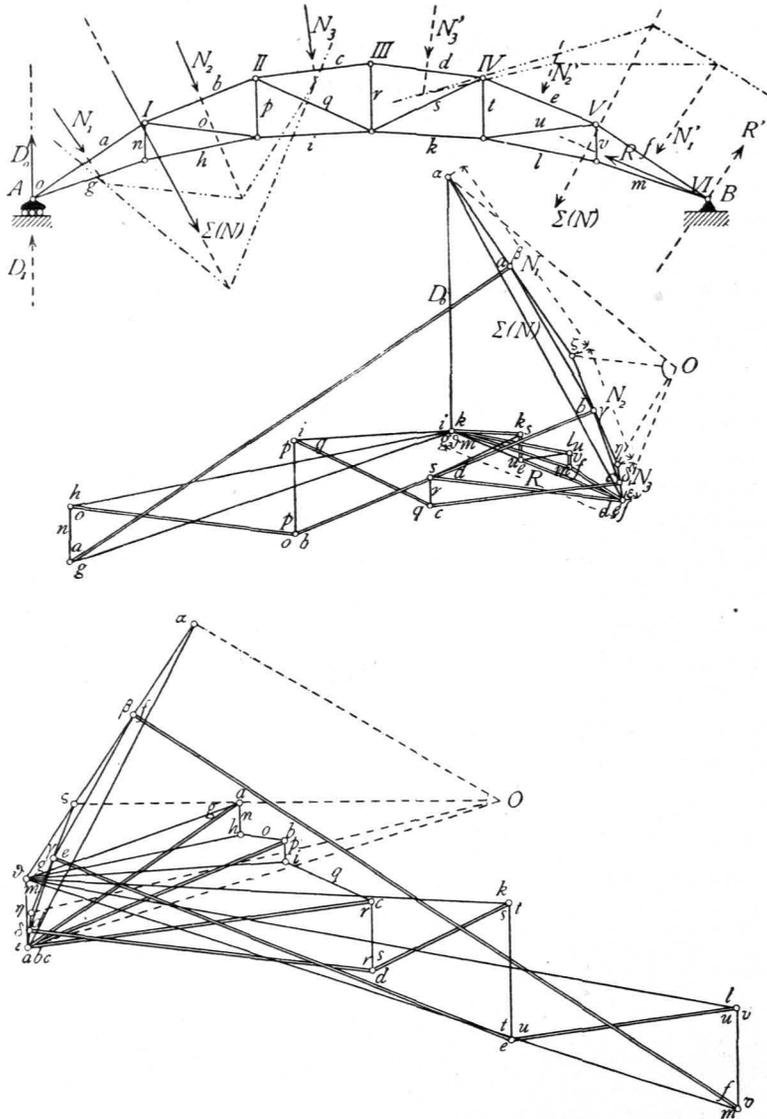


Fig. 302.



Aus den Werthen von  $N_1$ ,  $N_2$  und  $N_3$  ergeben sich leicht die Knotenpunktsbelastungen. Von  $N_1$  kommt die Hälfte auf den Knotenpunkt  $o$ , die andere Hälfte auf den Knotenpunkt  $I$ ; analog verhält es sich mit  $II$  und  $III$ . Die beiden in einem Knotenpunkte ( $I$ , bzw.  $II$ ) wirkenden Lasten sind alsdann leicht zu einer Resultirenden zu vereinigen, wie in Fig. 302 geschehen.

#### f) Pultdächer.

443.  
Spannungen.

Die Pultdächer sind Balkendächer, welche man sich aus den Satteldächern, bzw. Tonnendächern dadurch entstanden denken kann, daß die Hälfte an der einen Seite der verticalen Mittelaxe fortgelassen ist. Die Ermittlung der Belastungen, der Auflager-Reactionen und der inneren Spannungen, sei es auf dem Wege der Rechnung, sei es auf dem der Construction, ist genau in derselben Weise vorzunehmen, die in den vorstehenden Artikeln gezeigt ist, weshalb hier nicht weiter darauf eingegangen zu werden braucht.