Dieſelben Werthe ergeben ſich für V_2; denn es iſt nach Gleichung 263. für die Belaſtung der unteren Knotenpunkte $V'_2 = \frac{P_1\, a + P_2\,(a + b)}{l}$; da nun $V_{2_{max}}$ für $P_1 = P_2 = 0{,}37\ (g + p)\ l$ eintritt, wird

$$V_{2_{max}} = 0{,}37\ (g + p)\ l \quad \text{und} \quad V_{2_{min}} = 0{,}37\ g\, l \quad . \ . \ . \ . \quad 270$$

407. Querſchnitts-beſtimmung.

δ) Die Querſchnittsbeſtimmung iſt in genau gleicher Weiſe vorzunehmen, wie dies in Art. 403, S. 371 beim Dreieckträger gezeigt iſt. Die Maximalmomente in der geraden Gurtung finden bei C und E ſtatt und ſind für $a = b$ nach der Zuſammenſtellung in Art. 372, S. 337 $M = p\left(\frac{l}{3}\right)^2 \frac{1}{10} = \frac{p\, l^2}{90}$. Die Dimenſionen b und h des rechteckigen Querſchnittes (für Holz) ſind demnach aus der Gleichung zu beſtimmen:

$$N_{max} = K = \pm\left(\frac{U}{b\,h} + \frac{6\, M_{max}}{b\, h^2}\right).$$

Die Dreieck- und Trapezträger mit einer gröſseren Anzahl von Laſtpunkten werden durch Einfügen von ſecundären Dreiecken in die oben (Fig. 221 u. 222) dargeſtellten Trägerformen hergeſtellt. Die Berechnung iſt der vorſtehenden analog, kann aber auch bequem nach der Momentenmethode vorgenommen werden.

3. Abſchnitt.

Dachſtühle.

408. Dach-binder.

Den weſentlichen und charakteriſtiſchen Theil der Dachſtühle bilden die ſog. Dachbinder; ſie ſind die Hauptträger der Dachconſtructionen und haben die übrigen Theile derſelben, wie Pfetten, Sparren etc. [167]) zu tragen. Sie werden in beſtimmten Entfernungen von einander angeordnet.

Im vorliegenden Abſchnitt werden wir uns mit der Berechnung der Dachbinder beſchäftigen. Was die Querſchnittsermittelung der Pfetten, der Sparren, des Windverbandes etc. betrifft, ſo iſt einerſeits in den beiden vorhergehenden Abſchnitten bereits das Erforderliche vorgeführt worden; andererſeits wird im III. Theile dieſes »Handbuches« (Band 3, Abſchn. 2, E: Dachſtuhl-Conſtructionen) nochmals auf dieſen Gegenſtand zurückgekommen werden.

Bei den meiſten Dachconſtructionen iſt jeder Binder unter dem Einfluſſe der äuſseren Kräfte für ſich ſtabil; eine Ausnahme machen die neueren Kuppeldächer und gewiſſe Arten von Zeltdächern, bei denen alle Binder zuſammen ein im Gleichgewicht befindliches Syſtem bilden.

Für die Gröſse der Belaſtungen, welche der Berechnung zu Grunde zu legen ſind, iſt die Stellung der Binder zu einander von groſser Wichtigkeit. Die Binder ſind entweder einander parallel geſtellt, oder ſie convergiren gegen einander. Im erſten Falle iſt die Belaſtung pro Längeneinheit des Binders auf der ganzen Binderlänge conſtant, im zweiten Falle variabel, und zwar meiſtens nach dem Geſetze der geraden Linie.

[167]) Es kann hier nicht der Ort ſein, die Begriffe »Pfetten, Sparren etc.« zu definiren, eben ſo wenig als an dieſer Stelle auf die Erklärung der verſchiedenen Benennungen von Dächern, wie »Sattel-, Walm-, Pult-, Zelt-, Kuppel- etc. Dächer, eingegangen werden kann. Es ſei diesfalls auf Theil III. dieſes »Handbuches« (Bd. 3, Abſchn. 2, D: Dächer und Dachformen) verwieſen.

Nach der Art und Weiſe, wie die Dachbinder unterſtützt ſind, laſſen ſich die Dächer unterſcheiden als: 409. Claſſification.

1) Balkendächer oder Dächer, deren Binder bei verticalen Belaſtungen nur verticale Auflager-Reactionen erleiden (Fig. 227);

Fig. 227.

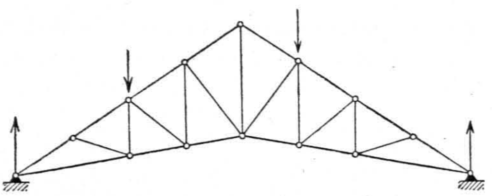
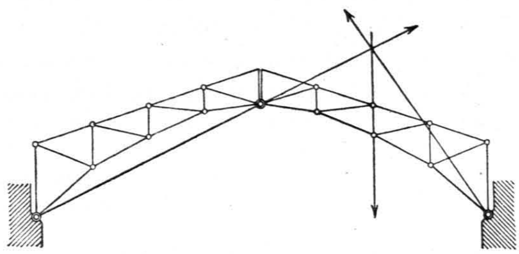


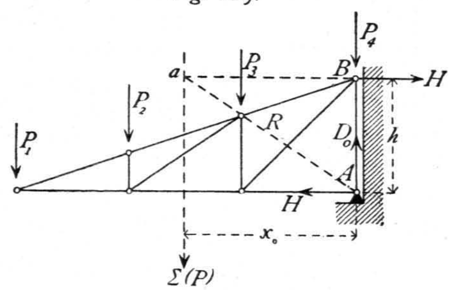
Fig. 228.



2) Sprengwerksdächer oder Dächer, deren Binder ſelbſt bei nur verticalen Belaſtungen ſchiefe Auflager-Reactionen erhalten (Fig. 228), und

3) Confole-Dächer oder Dächer, auf deren Binder an den Unterſtützungsſtellen eine Auflager-Reaction und ein Moment wirkt (Fig. 229).

Fig. 229.



Es ſollen im Vorliegenden nur diejenigen Dachbinder behandelt werden, deren Conſtruction eine genaue Berechnung geſtattet, alſo einmal nur ſolche mit nicht mehr als zwei Auflagern, ſodann von dieſen nur jene, welche ohne Rückſicht auf den Biegungswiderſtand der Verbindungsſtellen auch für einſeitige und ſchiefe Belaſtungen ſtabil ſind. Nicht ſtabil ſind ohne Rückſicht auf den erwähnten Biegungswiderſtand die Dächer mit liegendem Dachſtuhle und die ſog. Hängewerksdächer mit zwei Hängeſäulen, falls, wie gewöhnlich, die Diagonale im Mittelfelde fehlt. Verzichtet man bei letzteren auf die Annahme verſchieden belaſteter Dachflächen, ſo kann die Berechnung genau ſo durchgeführt werden, wie in Art. 404, S. 371 für den Trapezträger gezeigt iſt.

---

1. Kapitel.

Belaſtungen und Auflager-Reactionen.

Im vorliegenden Kapitel ſollen die Belaſtungen, welche auf die Dachſtühle wirken, und die durch dieſe Belaſtungen erzeugten Auflager-Reactionen aufgeſucht werden, während in den drei folgenden Kapiteln die inneren Spannungen in den Dachbindern ermittelt werden ſollen.

a) Belaſtungen.

Als Belaſtungen der Dächer treten hauptſächlich auf: 1) das Eigengewicht des Daches, 2) die Belaſtung durch Schneedruck und 3) die Belaſtung durch Winddruck; die ſonſt etwa vorkommenden Belaſtungen durch Menſchen etc. können als unbedeutend auſser Acht gelaſſen werden.

1) Eigengewicht.

Die Eigengewichte der Dächer ſetzen ſich zuſammen aus dem Gewichte der Dachdeckung nebſt Zubehör, dem Gewichte der Pfetten, Sparren, des Windver- 410. Eigengewicht.

bandes etc. und aus dem Gewichte der Binder. Der erſte Factor iſt beim Beginn der Berechnung pro Flächeneinheit ſchräger Dachfläche ziemlich genau bekannt und von der Weite des Daches unabhängig; auch der zweite Factor iſt, wenn die Binderentfernung einigermaſsen feſt ſteht, leicht zu ermitteln.

Der dritte Factor iſt vorläufig unbekannt, kann aber nach ausgeführten, ähnlichen Conſtructionen geſchätzt und demnach vorläufig angenommen werden; derſelbe iſt übrigens den beiden erſten Factoren gegenüber meiſtens gering.

Für die erſte Berechnung kann man die nachfolgenden vorläufigen Annahmen über das Eigengewicht der Dächer[168]) machen; eine nachherige Gewichtsberechnung muſs ergeben, ob dieſe Annahmen entſprechend waren oder ob eine zweite Rechnung durchzuführen iſt.

Eigengewichte γ der Dächer
pro 1 qm ſchräger Dachfläche (in Kilogr.).

α) Holzdächer.				β) Metalldächer.	
Art des Daches	Mittl. Gewicht	Art des Daches	Mittl. Gewicht	Art des Daches	Mittl. Gewicht
Einfaches Ziegeldach	102	Aſphaltdach mit Flieſenunterlage	102	Schiefer auf Winkeleiſen	45
Doppel- u. Kronenziegeldach	127	Steinpappendach	30	Ebenes Eiſenblech auf Winkeleiſen	25
Falzziegeldach	72	Rohr- und Strohdach ohne Lehm	61	Eiſenwellenblech auf Winkeleiſen	22
Gewöhnliches Schieferdach	76	Rohr- und Strohdach mit Lehm	76	Ebenes Zinkblech auf Schalung u. Profileiſen	48
Dorn'ſches Lehmdach	61 bis 76	Zink- u. Eiſenblechdach auf Holzſchalung	41	Zinkwellenblech auf Winkeleiſen	15
Holzcementdach	164			Glas auf Winkel-, bezw. Sproſſeneiſen	50
Aſphaltdach mit Lehmunterlage	61 bis 76				

Die Zahlen der vorſtehenden Tabelle enthalten die Eigengewichte der Dachbinder noch nicht, ſondern nur die Gewichte der Deckmaterialien einſchl. Hilfsmaterial, der Lattung, bezw. Schalung, der Sparren und der Pfetten.

Für die Dachbinder können folgende Gewichtsannahmen gemacht werden:

1) Holzdächer (pro 1 qm ſchräger Dachfläche):
   - a) Dachbinder, ſtehende oder liegende, mit allem Zubehör an Holztheilen, bei Spannweiten von 7,5 bis 15 m . . . . 7 bis 13 kg
   - b) einfache Hängeböcke, desgl., bei Spannweiten von 10 bis 18 m . . . . 12 » 18 kg
   - c) combinirte Spreng- und Hängeböcke, desgl., bei Spannweiten von etwa 20 m 20 » 24 kg
   - d) frei tragende Dachbinder verſchiedener Conſtructionsformen, desgl., bei 10 bis 18 m Spannweite . . . . 20 » 30 kg

2) Eiſendächer (pro 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche):
   - bei leicht conſtruirten Dachſtühlen . . . . 14 » 20 kg
   - bei ſchwer conſtruirten Dachſtühlen . . . . 20 » 30 kg

Da es oft bequemer iſt, die Belaſtungen aus der überdeckten Grundfläche ſtatt aus der ſchrägen Dachfläche zu ermitteln, ſo ſind in der folgenden Tabelle die Eigengewichte g der Dächer ausſchlieſslich des Gewichtes der Dachbinder pro 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche, und zwar für die verſchiedenen vorkommenden Dachneigungen (h bezeichnet die Höhe, L die Stützweite des Daches) angegeben.

168) Nach: Deutſches Bauhandbuch. Bd. I. Berlin 1879. S. 229. Bd. II. Berlin 1880. S. 127.
Heinzerling, F. Der Eiſen-Hochbau der Gegenwart. Aachen 1876—78. Heft I. S. 9.
Tetmajer, L. Die äuſseren und inneren Kräfte an ſtatiſch beſtimmten Brücken- und Dachſtuhlconſtructionen. Zürich 1875. S. 8.

Eigengewichte der Dächer, ausſchlieſslich Dachbinder,

pro 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche (in Kilogr.)

Art des Daches: $\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
α) Holzdächer.									
Einfaches Ziegeldach	144	122	114	—	—	—	—	—	—
Doppel- und Kronenziegeldach	180	152	142	—	—	—	—	—	—
Falzziegeldach	102	87	81	77	76	75	74	—	—
Gewöhnliches Schieferdach	108	91	85	82	—	—	—	—	—
Aſphaltdach mit Lehmunterlage	106	91	84	81	79	78	77	77	77
» » Flieſenunterlage	144	122	114	110	107	106	105	104	104
Steinpappendach	42	36	34	32	32	31	31	31	30
Zink- und Eiſenblechdach auf Holzſchalung .	58	49	46	44	43	42	42	42	42
β) Metalldächer.									
Schiefer auf Winkeleiſen	64	54	50	48	—	—	—	—	—
Ebenes Eiſenblech auf Winkeleiſen	35	30	28	27	26	26	26	26	26
Eiſenwellenblech auf Winkeleiſen	31	26	25	24	23	23	23	23	22
Ebenes Zinkblech auf Schalung und Profileiſen	68	58	54	52	51	50	49	49	49
Zinkwellenblech auf Winkeleiſen	21	18	17	16	16	16	15	15	15
Glas auf Winkel-, bezw. Sproſſeneiſen . . .	71	60	56	54	—	—	—	—	—

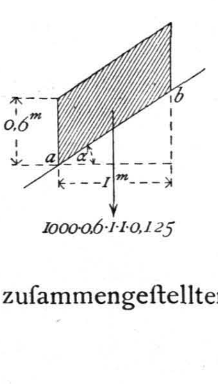
Beim Holzcementdach hat das Dach eine ſo geringe Neigung (etwa 1 : 20), daſs man als Belaſtung pro 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche unbedenklich den Werth der Tabelle auf S. 376, d. i. 164 kg annehmen kann.

2) Schneedruck.

Als gröſste Schneehöhe, welche ungünſtigſten Falles in unſerem Klima fällt, 411. Schneedruck.
ohne daſs mittlerweile eine Beſeitigung des gefallenen Schnees möglich iſt, kann man etwa $0{,}6^{m}$ annehmen; das ſpecifiſche Gewicht des Schnees beträgt circa $0{,}125$; mithin iſt das Maximalgewicht der Schneelaſt pro 1 qm der Horizontalprojection (Fig. 230) $0{,}125 \,.\, 0{,}6 \,.\, 1000 = 75^{kg}$. Dieſe Laſt kommt auf $\overline{a\,b}$ Quadratmeter der Dachfläche; da $\overline{a\,b} = \frac{1}{\cos\alpha}$ iſt, ſo kommt auf 1 qm der ſchrägen Dachfläche eine Schneelaſt

$$\sigma = \frac{75}{\overline{a\,b}} = 75 \cos\alpha \quad . \; . \; . \quad 271.$$

Fig. 230.



Für die verſchiedenen Verhältniſſe der Firſthöhe h zur Stützweite L ergeben ſich demnach die in folgender Tabelle zuſammengeſtellten

Maximal-Belaſtungen σ durch Schneedruck

pro 1 qm ſchräger Dachfläche.

Für $\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	
α =	45°	33° 41′	26° 40′	21° 50′	18° 25′	16°	14°	12° 30′	11° 20′	
σ =	53	62	67	70	71	72	73	73	73	Kilogr.

Für 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche beträgt die ungünſtigſte Schneebelaſtung 75^{kg}.

3) Winddruck.

412. Winddruck. Die Gröſse des Winddruckes pro 1^{qm} der normal zur Windrichtung ſtehenden Ebene iſt dem Quadrate der Geſchwindigkeit des Windes proportional. Wird der Winddruck mit P bezeichnet, die normal getroffene Fläche mit F und die Geſchwindigkeit des Windes pro Secunde mit V (in Metern), ſo iſt nach *d'Aubuiſſon* [169])

$$P = 0{,}11 \,.\, 1{,}231\ F^{1,1}\ V^2 \text{ Kilogr.}$$

Für gewöhnliche Verhältniſſe wird es genügen, F in der erſten Potenz einzuführen. Der Druck pro 1^{qm} ergiebt ſich alsdann zu $p = 0{,}1354\ V^2$. Nach *Winkler* iſt $p = 0{,}12\ V^2$, nach *Ott* $p = 0{,}113\ V^2$.

Wählt man $p = 0{,}135\ V^2$ und nimmt als gröſste Windgeſchwindigkeit $V = 30^{m}$ an, welche bedeutende Geſchwindigkeit nur ganz ausnahmsweiſe eintritt, ſo erhält man rot.

$$p = 120 \text{ Kilogr.} \qquad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad 272.$$

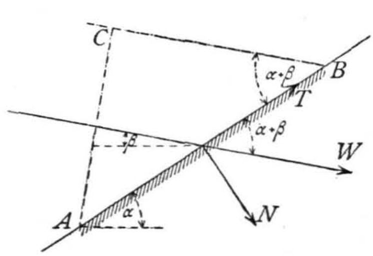
Selbſtverſtändlich muſs man die Gröſse von p eventuell modificiren, wenn ein Gebäude an beſonders ausgeſetzter Stelle in einer Gegend gebaut wird, in welcher notoriſch ſtarke Stürme wehen. In ſolchen Gegenden kann man $V = 40^{m}$, eventuell noch gröſser annehmen. Für $V = 40^{m}$ ergiebt ſich $p = 216{,}6 = \backsim 220^{kg}$. Man iſt neuerdings bis zu der Annahme $p = 250^{kg}$ gegangen.

Die Windrichtung ſchlieſst nach den gemachten Beobachtungen einen Winkel von nahezu 10 Grad mit der Horizontalen ein. Dieſer Winkel möge β, der Winkel der Dachfläche mit der Horizontalen α genannt werden. Es iſt zu unterſuchen, wie der Winddruck die Dachfläche belaſtet.

Der Druck zwiſchen zwei ſich berührenden Körpern kann höchſtens um einen Winkel von der Normalen zur Berührungsfläche abweichen, welcher gleich iſt dem Reibungswinkel. Zwiſchen der Dachfläche und der ſie umſpielenden Luft findet keine Reibung ſtatt; der Reibungswinkel iſt hier alſo gleich Null; mithin iſt der Druck zwiſchen der Dachfläche und der Luft ſtets normal zur Dachfläche gerichtet. Es kann alſo nur diejenige Componente des Winddruckes, welche normal zur Dachfläche gerichtet iſt, durch einen Gegendruck der Dachfläche aufgehoben werden, d. h. auf die Dachconſtruction wirken; die andere Componente des Winddruckes hat auf die Dachconſtruction keinen Einfluſs.

Es iſt demnach die Normalcomponente N (Fig. 231) zu ermitteln und in die Rechnung einzuführen. Der Druck gegen die vom Winde getroffene Dachfläche AB, deren Länge normal zur Bildfläche gleich der Einheit ſei, iſt $W = 120\ AC$, wenn AC die Projection der Fläche AB auf die normal zur Windrichtung ſtehende Ebene iſt. Nun iſt $\overline{AC} = \overline{AB} \sin(\alpha + \beta)$, mithin

Fig. 231.



$$W = 120\ \overline{AB} \sin(\alpha + \beta).$$

Die normal zur Dachfläche gerichtete Componente des Winddruckes W iſt alsdann $N = W \sin^2(\alpha + \beta)$, alſo

$$N = 120\ \overline{AB} \sin^2(\alpha + \beta),$$

und der Normaldruck auf 1^{qm} der Dachfläche

$$\frac{N}{\overline{AB}} = 120 \sin^2(\alpha + \beta) \text{ oder } \nu = 120 \sin^2(\alpha + 10^0) \qquad . \; . \; . \; . \qquad 273.$$

Aus Gleichung 273. ergeben ſich für die verſchiedenen Dachneigungen die in folgender Tabelle angeführten Werthe für ν.

---

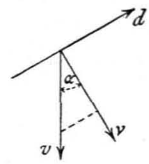
[169]) Rühlmann, M. Hydromechanik. Leipzig 1857. S. 490.

Normal-Belaftungen ν durch Winddruck
pro 1 qm fchräger Dachfläche

Für $\frac{h}{L}$ =	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	
α =	45°	33° 41′	26° 40′	21° 50′	18° 25′	16°	14°	12° 30′	11° 20′	
ν = rot.	81	57	43	34	27	23	20	18	16	Kilogr.

Zerlegt man den Normaldruck ν in eine verticale und eine in die Richtung der Dachfläche fallende Componente (Fig. 232), fo wird die erftere pro 1 qm der Dachfläche $v = \frac{\nu}{\cos \alpha}$ und pro 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche

Fig. 232.



$$\mathfrak{v} = \frac{\nu}{\cos^2 \alpha} = \frac{120 \sin^2 (\alpha + 10^0)}{\cos^2 \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 274.$$

Die Werthe für $\mathfrak{v}$ find in der nachftehenden Tabelle angegeben.

Für $\frac{h}{L}$ =	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	
$\mathfrak{v}$ =	162	82	54	40	30	25	21	19	17	Kilogr.

Aufser den hier angeführten Belaftungen kommen häufig noch andere vor, indem unter dem Dache befindliche Decken-Conftructionen an den Dachftuhl angehängt werden. In diefem Falle wirkt der Dachbinder auch noch als Träger; alsdann find die durch die erwähnte Mehrbelaftung entftehenden Spannungen in der im 2. Kapitel des vorhergehenden Abfchnittes angegebenen Weife zu berechnen und zu den aufserdem im Dachbinder ermittelten Spannungen zu addiren. Wir werden diefen aufsergewöhnlichen, aber nicht fchwierigen Fall nicht weiter behandeln.

4) Belaftungen pro Knotenpunkt.

Aus den vorftehend angegebenen Belaftungen pro 1 qm der Dachfläche erhält man nun leicht die auf das laufende Meter der Dachbinder wirkenden äufseren Kräfte. 413. Knotenpunkts-Belaftungen. Wird die Entfernung der parallel zu einander angeordneten Dachbinder gleich b gefetzt, fo ergiebt fich das Eigengewicht und die Schneelaft pro lauf. Meter Stützweite der Binder, wenn noch q' das Eigengewicht pro 1 qm Grundfläche incl. Bindergewicht bezeichnet, zu

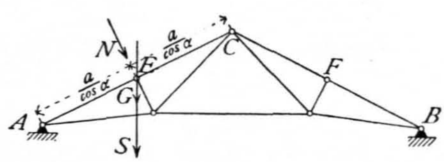
$$g = b\,q' \quad \text{und} \quad s = 75\,b, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 275.$$

der Winddruck pro lauf. Meter fchräger Dachlinie zu

$$n = b\,\nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 275^a.$$

Sind die Dachbinder einander nicht parallel, fo ift die Belaftung pro lauf. Meter Binder variabel, entfprechend der veränderlichen Dachfläche, welche auf die einzelnen Bindertheile entfällt.

Fig. 233.



Die auf die einzelnen Knotenpunkte entfallenden Laften werden nun erhalten, indem man die Belaftung pro lauf. Meter Stützweite, bezw. fchräger Dachlinie mit derjenigen Länge multiplicirt, welche auf einen Knotenpunkt entfällt. Für den Knotenpunkt E (Fig. 233) wird demnach

$$G = a\,b\,q', \quad S = 75\,a\,b \quad \text{und} \quad N = \frac{a}{\cos \alpha}\,b\,\nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 276.$$

Man könnte die Werthe für G, S und N auch nach der Theorie der continuirlichen Träger beftimmen, indem man AEC als continuirlichen Träger auf 3 Stützen auffafft; doch dürfte die angegebene einfachere Methode fich mehr empfehlen, da die Annahmen, welche der Berechnung der continuirlichen Träger zu Grunde gelegt werden, hier doch nicht genau erfüllt find und die gröfsere Complicirtheit der Rechnung kein entfprechend genaueres Refultat giebt.

5) Belaftungsannahmen.

414. Belaftungs-annahmen.

Sämmtliche Laften werden in den Knotenpunkten des Syftemes wirkend angenommen. Die Eigengewichte wirken zum allergröfsten Theile in den Knotenpunkten derjenigen Gurtung, die in den Dachflächen liegt; nur ein ganz geringer Bruchtheil wirkt in den Knotenpunkten der anderen Gurtung. Meiftens kann man annehmen, dafs die Eigenlaften ganz in den erfteren Knotenpunkten concentrirt find.

Die Windbelaftung kann nur einfeitig wirken; denn da die Windrichtung einen Winkel $\beta = 10$ Grad mit der Horizontalebene einfchliefst, fo kann der Wind beide Dachflächen nur dann treffen, wenn diefe einen kleineren Winkel mit der Horizontalen bilden, als 10 Grad. Für fo flache Dächer ift aber der Winddruck fo gering, dafs er ungefährlich ift. Der Winddruck ift alfo ftets einfeitig zu rechnen.

Der Schnee endlich kann das ganze Dach oder einen Theil deffelben belaften. Wenn nun auch für manche Stäbe eventuell eine Schneebelaftung über einen beftimmten Bruchtheil des Daches die ungünftigfte Beanfpruchung ergeben follte, fo werden wir doch diefe der Berechnung nicht zu Grunde legen, weil diefelbe nur in den allerfeltenften Fällen einmal vorkommen kann; vielmehr werden wir nur totale Belaftung des Daches und Belaftung der einen Dachhälfte durch Schnee ins Auge faffen. Wir werden fpäter zeigen, dafs die zweite Belaftungsart Refultate ergiebt, aus denen die Spannungen für totale Schneebelaftung ohne Schwierigkeit abgelefen werden können.

b) Auflager-Reactionen bei Balkendächern.

415. Verticale Belaftungen.

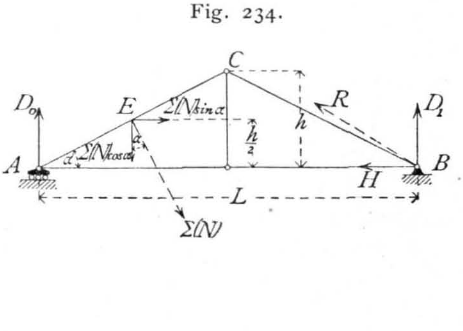
Die Auflager-Reactionen, welche verticale Belaftungen (Eigengewicht und Schneedruck) erzeugen, find, da der Dachbinder genau wie ein Träger auf zwei Stützen wirkt, eben fo zu ermitteln, wie bei den »Trägern« (Kap. 2 des vorhergehenden Abfchnittes) gezeigt worden ift.

416. Schiefe Belaftungen.

Sind die Auflager-Reactionen zu ermitteln, welche die fchiefen Winddruckbelaftungen erzeugen, fo haben wir zwei Fälle zu unterfcheiden: entweder find alle Winddrücke einander parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche eine Ebene ift, oder die Winddrücke find nicht parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche fich aus mehreren Ebenen zufammenfetzt.

Für beide Fälle ift zunächft klar, dafs der Dachbinder nicht einfach frei auf die Stützpunkte gelagert werden darf. Denn ift $\Sigma\,(N)$ die Refultirende aller Winddrücke (Fig. 234), fo hat $\Sigma\,(N)$ eine horizontale Componente $\Sigma\,(N) \sin \alpha$. Gleichgewicht ift alfo nur möglich, wenn Seitens des einen der beiden Auflager eine Horizontal-Reaction $H = \Sigma\,(N) \sin \alpha$ auf den Binder wirkt; es mufs alfo das Dach in A oder B feft oder unverfchieblich mit dem Auflager verbunden werden.

Fig. 234.



Wollte man ein eifernes Dach in

beiden Punkten A und B feſt mit dem Auflager verbinden, ſo würde daſſelbe bei Aenderung der Temperatur nicht im Stande ſein, ſich auszudehnen, bezw. zuſammenzuziehen; es würden demnach durch die Temperaturveränderungen weſentliche Spannungen im Dache entſtehen, event. die ſtützenden Wände gelockert werden. Man conſtruirt deſshalb bei eiſernen Dachſtühlen das eine Auflager ſo, daſs dasſelbe eine freie Ausdehnung und Zuſammenziehung geſtattet; das andere ſtellt eine feſte Verbindung zwiſchen Träger und ſtützender Wand her. Wir wollen in der Folge ſtets ein feſtes und ein bewegliches Auflager, und zwar das Auflager bei A als das bewegliche, dasjenige bei B als das feſte annehmen. Nehmen wir ferner an, daſs das Auflager bei A eine Bewegung ohne Reibung geſtatte, ſo kann die Reaction bei A nur vertical wirken. Dieſe Annahme iſt nicht genau richtig, aber für die Praxis ausreichend. Die Reaction bei B dagegen kann beliebige Richtung annehmen.

Es ergeben ſich hier verſchiedene Auflager-Reactionen, je nachdem die Windbelaſtung auf derjenigen Dachſeite ſtattfindet, an welcher das bewegliche Auflager A iſt, oder auf derjenigen, an welcher das feſte Auflager B liegt.

1) Die Winddrücke ſind parallel. α) Diejenige Dachhälfte iſt belaſtet, an welcher das bewegliche Auflager liegt (Fig. 234). Die Mittelkraft $\Sigma\,(N)$ ſämmtlicher Winddrücke greife in der Mitte von $A\,C$, etwa in E an und ſei gleich der Summe aller Einzeldrücke. $\Sigma\,(N)$ zerlegt ſich im Punkte E in eine horizontale und eine verticale Componente $\Sigma\,(N)\sin\alpha$ und $\Sigma\,(N)\cos\alpha$; in A wirkt die verticale Auflager-Reaction D_0, in B die ſchiefe Auflager-Reaction R, welche gleichfalls in eine horizontale Componente H und in eine verticale Componente D_1 zerlegt wird. Die drei Unbekannten D_0, D_1 und H erhalten wir durch die drei Gleichgewichtsbedingungen. Es iſt 417. Parallele Winddrücke.

$$0 = \Sigma\,(N)\sin\alpha - H, \quad \text{woraus} \quad H = \Sigma\,(N)\sin\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 277.$$

$$D_0\,L + \Sigma\,(N)\sin\alpha\,\frac{h}{2} - \Sigma\,(N)\cos\alpha\,\frac{3}{4}\,L = 0, \quad \text{woraus, da} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{2\,h}{L},$$

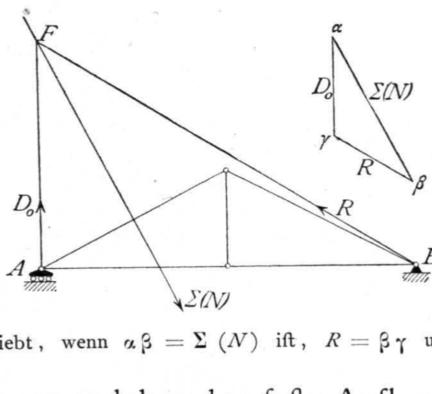
$$D_0 = \Sigma\,(N)\,\frac{\cos\alpha}{4}\,(3 - \operatorname{tg}^2\alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 278.$$

$$D_1\,L - \Sigma(N)\sin\alpha\,\frac{h}{2} - \Sigma\,(N)\cos\alpha\,\frac{L}{4} = 0,$$

woraus
$$D_1 = \frac{\Sigma\,(N)}{4\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad 279.$$

Auf graphiſchem Wege geſchieht die Ermittelung der Auflager-Reactionen in der durch Fig. 235 veranſchaulichten Weiſe.

Fig. 235.



Die drei auf das Syſtem wirkenden Kräfte D_0, R und $\Sigma\,(N)$ halten daſſelbe im Gleichgewicht, ſchneiden ſich alſo in einem Punkte; die Kraft R geht ſonach durch den Schnittpunkt F der Kräfte D_0 und $\Sigma\,(N)$. R geht auch durch B; alſo iſt $B\,F$ die Richtung der Kraft R. Das Kräftedreieck für dieſe drei Kräfte ergiebt, wenn $\alpha\beta = \Sigma\,(N)$ iſt, $R = \beta\gamma$ und $D_0 = \gamma\alpha$.

β) Diejenige Dachhälfte iſt belaſtet, an welcher das feſte Auflager liegt (Fig. 236). Die Mittelkraft $\Sigma\,(N)$ greift in der Mitte der rechtsſeitigen Dachfläche, in E' an und zerlegt ſich in eine verticale und eine horizontale Componente. Wir erhalten durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen:

$$0 = H' - \Sigma\,(N) \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad H' = \Sigma\,(N \sin \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 280.$$

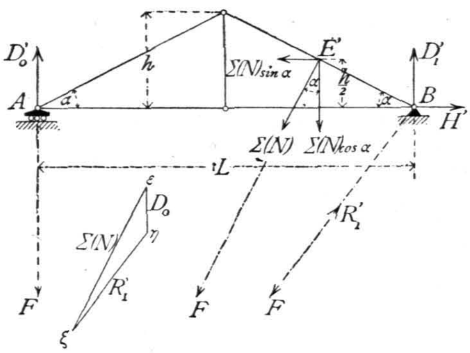
$$0 = D'_0\, L - \Sigma\,(N) \sin \alpha\, \frac{h}{2} - \Sigma\,(N) \cos \alpha\, \frac{L}{4}, \quad \text{woraus} \quad D'_0 = \frac{\Sigma\,(N)}{4 \cos \alpha} \quad . \quad 281.$$

$$0 = D'_1\, L + \Sigma\,(N) \sin \alpha\, \frac{h}{2} - \Sigma\,(N) \cos \alpha\, \frac{3}{4}\, L,$$

woraus

$$D'_1 = \frac{\Sigma\,(N) \cos \alpha}{4} \left(3 - \operatorname{tg}^2 \alpha\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 282.$$

Fig. 236.



Man sieht, es ist $D_0 = D'_1$, $D_1 = D'_0$ und $H = H'$; nur ist bei H' der Sinn demjenigen von H entgegengesetzt.

Durch Construction lassen sich die Auflager-Reactionen im vorliegenden Falle, wie in Fig. 236 gezeigt, ermitteln.

Die drei Kräfte D'_0, $\Sigma\,(N)$ und die Mittelkraft R'_1 von H' und D'_1 sind im Gleichgewichte, schneiden sich also in einem Punkte, und zwar in demjenigen Punkte, in welchem die Richtungen von D'_0 und $\Sigma\,(N)$ sich schneiden, also in F. Die Verbindungslinie der beiden Punkte B und F ergiebt demnach die Richtung der Kraft R'_1. Ist $\Sigma\,(N) = \varepsilon\,\xi$, so wird $\xi\,\eta = R'_1$ und $\eta\,\varepsilon = D'_0$.

418.
Nicht parallele Winddrücke.

2) Die Winddrücke haben nicht parallele Richtungen. α) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt. Bei gebrochener Dachfläche werden die Winddrücke, welche auf die einzelnen Flächen wirken, nach den Angaben des Art. 412, S. 378 ermittelt. Bei einer cylindrischen Dachfläche genügt es, einzelne Dachtheile zusammenzufassen und für jeden dieser Theile den Winddruck unter Zugrundelegung eines mittleren Neigungswinkels α zu bestimmen. Man

Fig. 238.

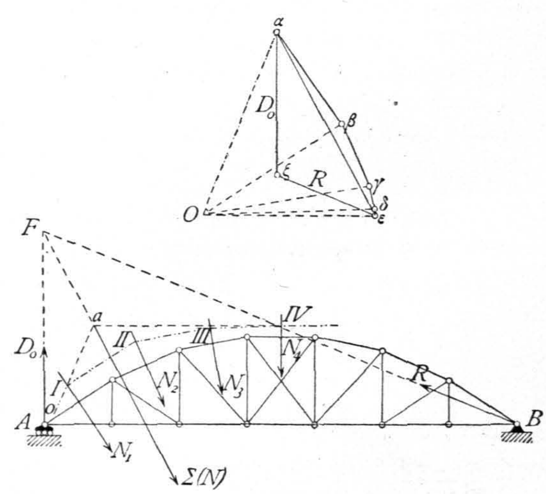
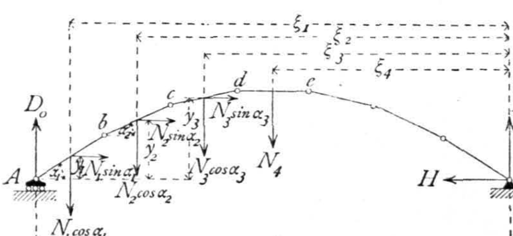


Fig. 237.



erhält etwa N_1 für die Strecke Ab (Fig. 237), N_2 für bc etc. Die Zerlegung jeden Winddruckes in eine horizontale und eine verticale Componente und die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen ergiebt uns die Unbekannten D_0, D_1 und H. Es wird

$$\left.\begin{aligned} H = \Sigma\,(N \sin\alpha),\ D_0 = \frac{1}{L}\,\Sigma\,(N\,\xi\,\cos\alpha) - \frac{1}{L}\,\Sigma\,(N\,y\,\sin\alpha), \\ D_1 = \frac{1}{L}\,\Sigma\,[N\,(L-\xi)\,\cos\alpha] + \frac{1}{L}\,\Sigma\,(N\,y\,\sin\alpha) \end{aligned}\right\} \quad . \ . \ . \ . \quad 283.$$

Die graphifche Ermittelung der Auflager-Reactionen zeigt Fig. 238.

Die einzelnen Winddrücke (N_1, N_2, N_3 ...) werden mittels eines Kraftpolygons $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon$ zu einer Refultirenden vereinigt; hierauf wird für einen beliebigen Pol O das Seilpolygon $O\ I\ II\ III\ IV$ conftruirt. Alsdann geht die Refultirende durch den Schnittpunkt a der äufserften Seilpolygonfeiten und ift parallel zu $\alpha\,\varepsilon$. Jetzt erfetzt $\Sigma\,(N)$ alle Winddrücke, und es wirken nur noch die drei Kräfte D_0, $\Sigma\,(N)$ und R, fo dafs die graphifche Ermittelung von D_0 und R in der foeben gezeigten Weife erfolgen kann. Es ergiebt fich $\varepsilon\,\xi = R$ und $\xi\,\alpha = D_0$.

Wenn die Dachfläche aus einzelnen ebenen Dach- und Laternenflächen fich zufammenfetzt, fo ift das Verfahren genau fo, wie eben angegeben.

β) Diejenige Dachhälfte ift belaftet, an welcher das fefte Auflager liegt (Fig. 239). Die Berechnung ergiebt

$$\left.\begin{aligned} H' = \Sigma\,(N \sin\alpha),\ D'_1 = \frac{1}{L}\,\Sigma\,(N\,\xi'\,\cos\alpha) - \frac{1}{L}\,\Sigma\,(N\,y\,\sin\alpha), \\ D'_0 = \frac{1}{L}\,\Sigma\,[N\,(L-\xi')\,\cos\alpha] + \frac{1}{L}\,\Sigma\,(N\,y\,\sin\alpha) \end{aligned}\right\} \quad . \ . \quad 284.$$

Die Conftruction von D'_0 und R'_1 ift in Fig. 241 angegeben.

Die Ermittelung der Werthe für N_1, N_2, N_3 kann bequem graphifch vorgenommen werden. Nach Art. 412 ift der Winddruck pro 1^{qm}: $\nu = 120\,\sin^2\,(\alpha + 10^0)$. Diefes ν ift nach Fig. 240 leicht für irgend einen Winkel α zu conftruiren.

Man mache in der Dachfläche nach beliebigem Mafsftabe $a\,b = 120^{\text{kg}}$, lege durch b eine Linie parallel zur Windrichtung und fälle auf diefelbe von a aus die Normale $a\,c$; alsdann ift $\overline{a\,c} = \overline{a\,b}\,\sin\,(\alpha + 10^0)$. Ferner ziehe man von c aus die Normale $c\,d$ auf $a\,b$; alsdann ift $\overline{a\,d} = \overline{a\,c}\,\sin\,(\alpha + 10^0) = \overline{a\,b}\,\sin^2\,(\alpha + 10^0)$. Da $\overline{a\,b} = 120^{\text{kg}}$ ift, fo ift $\overline{a\,d} = 120\,\sin^2\,(\alpha + 10) = \nu$, d. h. der gefuchte Winddruck. Trägt man $a\,d$ normal zur Dachfläche ab, fo erhält man die in Fig. 240 fchraffirte Belaftungsfläche für Winddruck.

Bildet die Dachfläche eine Cylinderfläche, fo wähle man eine genügend grofse

Fig. 239.

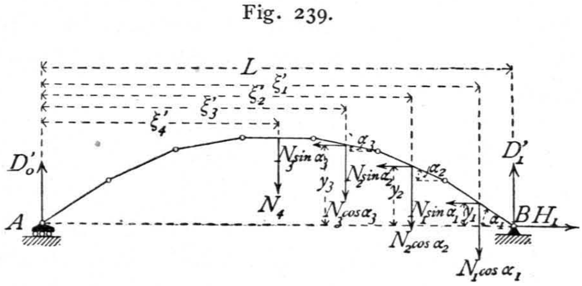


Fig. 241.

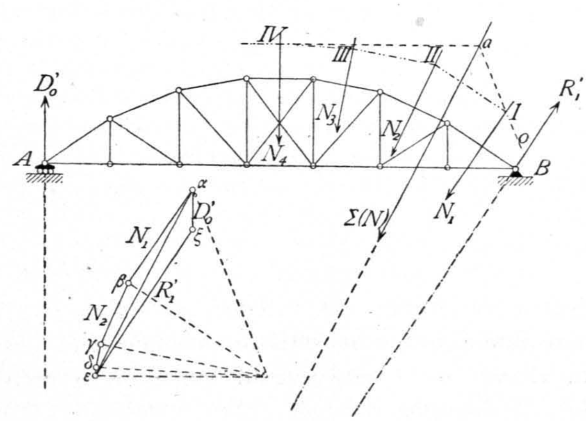
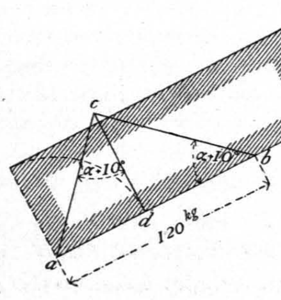


Fig. 240.



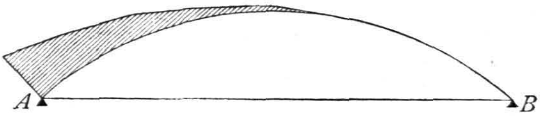


Fig. 242.

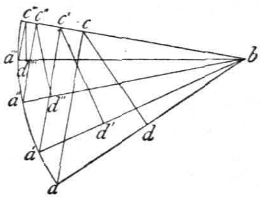


Fig. 243.

Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Conftruction vornimmt. Man erhält die in Fig. 242 gezeichnete Belaftungsfläche, und kann daraus leicht die Gröfse des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Stützpunkte (Knotenpunkte der Conftruction) entfällt.

Bequemer macht man die Conftruction der Winddrücke in einer befonderen Figur (Fig. 243) und erhält $a\,d$, bezw. $a'\,d'$, $a''\,d''$ . . .

c) Auflager-Reactionen bei Sprengwerksdächern.

419. Allgemeines.

Von den Sprengwerksdächern follen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken conftruirt find (Fig. 244.) Zwei Gelenke befinden fich an den Auflagerpunkten A und B, ein drittes C gewöhnlich in der Bindermitte. Betrachtet man zunächft den Träger felbft als gewichtslos, fo ergiebt fich folgendes allgemeine Gefetz: Jede Belaftung der einen Hälfte, etwa CB, erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belafteten Hälfte eine Reaction, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier A, und das Mittelgelenk C beftimmt ift.

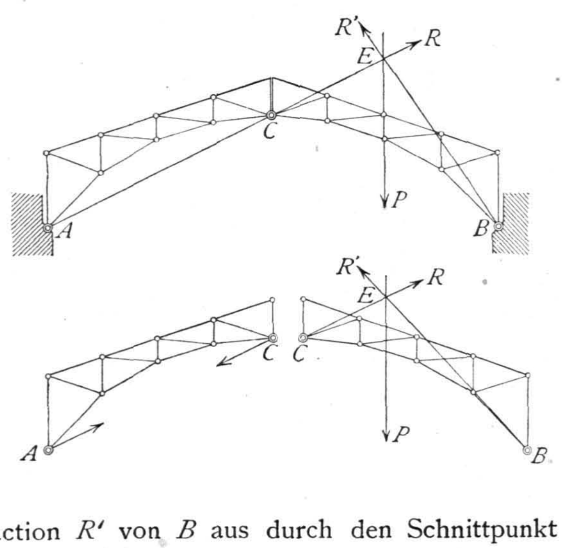


Fig. 244.

Eine Laft P auf der Hälfte $B\,C$ erzeugt alfo in A eine Reaction R mit der Richtung $A\,C$, und da auf das Syftem nur drei Kräfte, nämlich die Laft P und die Reactionen der Auflager A und B wirken, fo müffen fich diefelben in einem Punkte fchneiden. Daraus folgt, dafs die Reaction R' von B aus durch den Schnittpunkt E der Richtungen $A\,C$ und P geht.

Der Beweis obigen Satzes ergiebt fich folgender Mafsen. Auf die rechte Hälfte $B\,C$ wirken P, R und R', auf die linke Hälfte die Reaction in A und eine Kraft in C. Beide find vor der Hand unbekannt; doch wiffen wir, dafs nach dem Princip von Wirkung und Gegenwirkung die in C auf den Theil links wirkende Kraft genau fo grofs ift, wie die Kraft, welche in C auf den rechten Theil wirkt, d. h. wie R; nur ift der Sinn beider entgegengefetzt. Die beiden auf die unbelaftete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diefen Theil im Gleichgewicht; dies ift aber nur möglich, wenn beide in diefelbe Richtung fallen, welche durch die beiden Angriffspunkte A und C gegeben ift, entgegengefetzten Sinn und gleiche Gröfse haben; die Reaction von A geht alfo durch C. Damit ift obiger Satz allgemein bewiefen.

420. Verticale Belaftungen.

Es kommen zunächft die verticalen Belaftungen (Eigengewicht und Schneedruck) in Frage. Die Reactionen in A und B (Fig. 245) haben je eine horizontale und eine verticale Componente. Wir bezeichnen diefelben mit H und V, H_1 und V_1. Sind diefe 4 Werthe bekannt, fo ift Alles auf die äufseren Kräfte fich Beziehende bekannt. Wir betrachten zuerft das Gleichgewicht der rechten

Fig. 245.

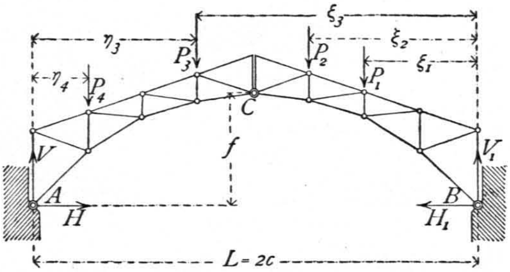
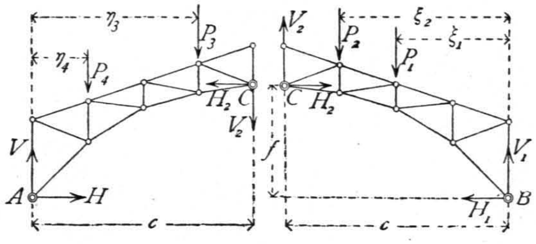


Fig. 246.



Hälfte (Fig. 246). In C wirkt auf dieſelbe eine Kraft, deren Componenten H_2 und V_2 ſein mögen. Alsdann iſt die Summe der ſtatiſchen Momente für B als Drehpunkt gleich Null, mithin

$$H_2 f + V_2 c - \Sigma (P \xi) = 0.$$

Betrachtet man nun die linke Hälfte (Fig. 246), ſo wirkt auf dieſe in C eine genau ſo groſse Kraft, wie in C auf die rechte Hälfte wirkt; nur iſt der Sinn entgegengeſetzt. Es werden demnach die Componenten dieſer Kraft wiederum H_2 und V_2, aber mit entgegengeſetztem Sinne ſein. Die Summe der ſtatiſchen Momente für A als Drehpunkt iſt gleich Null; mithin, wenn ſtets die Summationen, die ſich auf die linke Hälfte beziehen, mit dem Index 1 bezeichnet werden,

$$H_2 f - V_2 c - \Sigma_1 (P \eta) = 0.$$

Aus dieſen beiden Gleichungen erhalten wir

$$H_2 = \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \eta)}{2 f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma (P \xi) - \Sigma_1 (P \eta)}{L} \quad . \; . \; . \; 285.$$

Die Anwendung der übrigen Gleichgewichtsbedingungen auf die beiden Hälften ergiebt nun leicht

$$\left.\begin{aligned} H = H_2 = H_1 &= \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \eta)}{2 f} \\ V = V_2 + \Sigma_1 (P) &= \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \xi)}{L} \\ V_1 = \Sigma (P) - V_2 &= \frac{\Sigma [P (L - \xi)] + \Sigma_1 [P (L - \xi)]}{L} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; 286.$$

Die Verticalcomponenten der Auflager-Reactionen ſind demnach genau ſo groſs, wie bei gleicher Belaſtung an einem Balkenträger von der Spannweite L. Jetzt ſind auch die Reſultirenden R und R_1, ſo wie deren Winkel α und α_1 mit der Horizontalen gefunden. Es werden

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{V}{H}; \; R_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{V_1}{H_1} \quad 287.$$

Beiſpiel. 1) Die beiden Dachhälften ſeien gleich belaſtet, je mit g pro Längeneinheit der Horizontalprojection (Fig. 247). Dann iſt

$$\Sigma (P) = \Sigma_1 (P) = g c; \quad \Sigma (P \xi) = \Sigma_1 (P \eta) = \frac{g c^2}{2};$$

$$H = \frac{g c^2}{2 f}; \quad V_2 = 0; \quad V = V_2 + \Sigma_1 (P) = g c; \quad V_1 = \Sigma (P) - V_2 = g c \quad . \; . \; . \; 288.$$

Fig. 247.

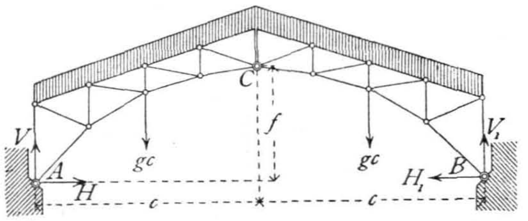
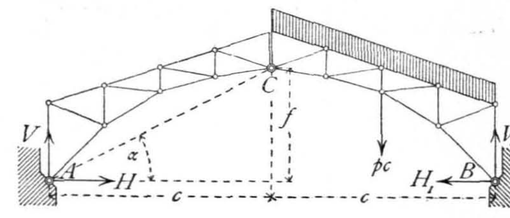


Fig. 248.



2) Die eine (rechte) Hälfte fei mit p pro Längeneinheit der Horizontalprojection belaftet, die andere (linke) Hälfte fei unbelaftet (Fig. 248). Alsdann ift

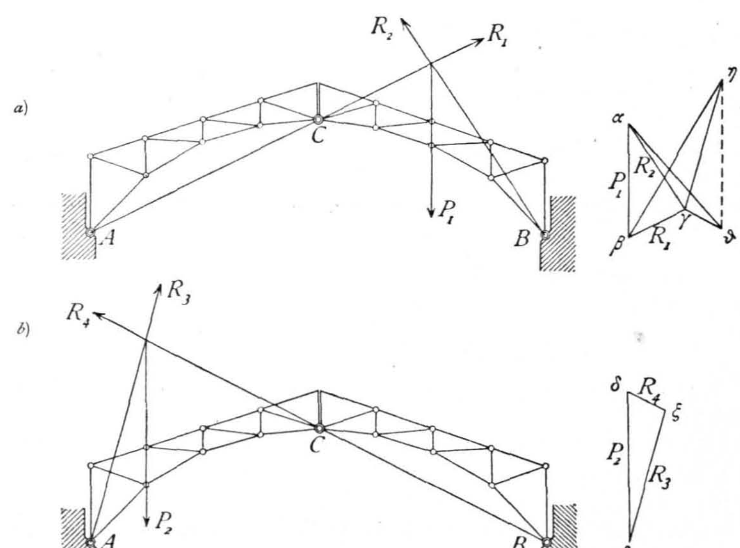
$$\Sigma(P) = p\,c\,; \quad \underset{1}{\Sigma}(P) = 0\,; \quad \Sigma(P\,\xi) = \frac{p\,c^2}{2}\,; \quad \underset{1}{\Sigma}(P\,\eta) = 0\,;$$

$$H_2 = H = H_1 = \frac{p\,c^2}{4\,f}\,; \quad V_2 = \frac{p\,c^2}{2\,.\,2\,c} = \frac{p\,c}{4}\,; \quad V = \frac{p\,c}{4}\,; \quad V_1 = \frac{3\,p\,c}{4} \quad . \; . \; 289.$$

Hier ift nach Gleichung 287. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{p\,c\,.\,4\,f}{4\,p\,c^2} = \frac{f}{c}$, d. h. die Richtung von R geht durch A und C, wie oben bereits auf anderem Wege bewiefen ift.

Die graphifche Ermittelung der in Rede ftehenden Auflager-Reactionen ift in Fig. 249 dargeftellt.

Fig. 249.



Es empfiehlt fich für beliebige Belaftung zuerft nur die eine Hälfte belaftet anzunehmen und für diefe Belaftung die Reactionen zu ermitteln, darauf die Reactionen für die Belaftung nur der anderen Hälfte aufzufuchen. Die Zufammenfetzung der für die einzelnen Belaftungen gefundenen Reactionen ergiebt alsdann die wirklichen Reactionen. Es fei zunächft nur die rechte Hälfte belaftet und die Refultirende diefer Laften gleich P_1; alsdann haben R_1 und R_2 die in Fig. 249 *a* gezeichneten Richtungen, und es ergiebt fich die Gröfse beider durch das Kraftpolygon zu $\beta\,\gamma = R_1$ und $\gamma\,\alpha = R_2$. In gleicher Weife erhält man $\varepsilon\,\xi = R_3$ und $\xi\,\delta = R_4$.

In A wirken nun R_1 und R_3, in B: R_2 und R_4. Die Gröfse und Richtung der Totalreactionen R und R' erhält man durch Conftruction der Kraftpolygone aus den bezüglichen Kräften. Ift $\gamma\,\eta = R_3$, fo wird $\beta\,\eta = R$; ift $\vartheta\,\gamma \;\#\; \xi\,\delta = R_4$, fo wird $\vartheta\,\alpha = R'$.

Als Controle diene, dafs die Horizontalprojectionen von R und R' gleich fein müffen, da ja H im ganzen Sprengwerksträger conftant ift.

421. Schiefe Belaftungen.

Uebergehen wir nunmehr zu den vom Winddruck (fchiefe Belaftung) erzeugten Auflager-Reactionen, fo fei $\Sigma(N)$ die Refultirende aller Winddrücke (Fig. 250). Wir zerlegen diefe Kraft in $\Sigma(N) \cos \alpha$ und $\Sigma(N) \sin \alpha$ und erhalten wie im vorhergehenden Artikel die Gleichgewichtsbedingungen:

$$H_2 f + V_2 c = \Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha \quad \text{und} \quad H_2 f - V_2 c = 0, \quad \text{woraus}$$

$$H_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \quad . \quad 290.$$

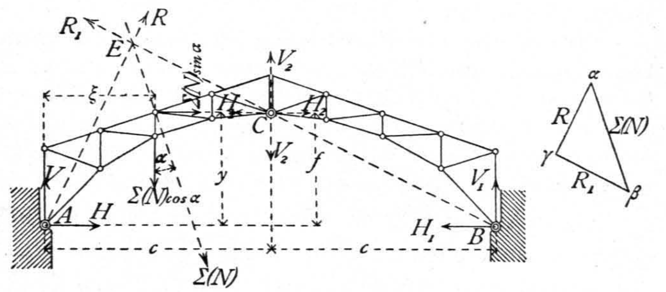
Es ift ferner

$$\left. \begin{aligned} H &= H_2 - \Sigma (N) \sin \alpha = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} - \Sigma (N) \sin \alpha \\ H_1 &= H_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} \end{aligned} \right\} \quad . \quad 291.$$

$$\left. \begin{aligned} V &= \Sigma (N) \cos \alpha - V_2 = \Sigma (N) \cos \alpha - \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \\ V_1 &= V_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \end{aligned} \right\} \quad . \quad 292.$$

Wenn die fchiefen Belaftungen einander nicht parallel find, fo bleibt das Verfahren das gleiche; nur find ftatt $\Sigma (N) y \sin \alpha$ und $\Sigma (N) \xi \cos \alpha$ bezw. $\Sigma (N y \sin \alpha)$ und $\Sigma (N \xi \cos \alpha)$ in die Rechnung einzuführen.

Fig. 250.



Für die graphifche Ermittelung der fraglichen Auflager-Reactionen ift die in Fig. 250 angegebene Conftruction ohne Weiteres verftändlich, und es ergiebt fich $\beta \gamma = R_1$, $\gamma \alpha = R$.

Bei nicht parallelen Winddrücken ift für die graphifche Behandlung zunächft die Mittelkraft derfelben nach Gröfse, Richtung und Lage in bekannter Weife aufzufuchen, und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 250 dargeftellt.

---

2. Kapitel.

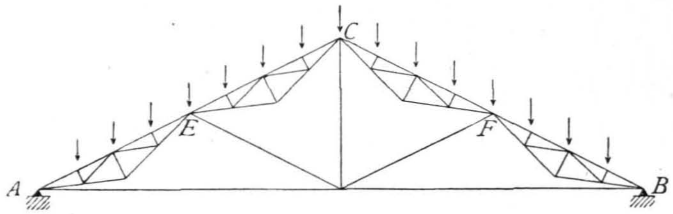
Balkendächer.

Indem wir nunmehr zur Ermittelung der Spannungen in den wichtigften Dachftuhl-Conftructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Unterfuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verfchiedenen Belaftungsfälle gefondert betrachten. Wir beftimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einfeitige, bezw. totale Schneebelaftung, 3) durch Windbelaftung, fowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das fefte Auflager liegt. Indem dann diefe Spannungen in einer Tabelle zufammengeftellt werden, ift es leicht, für jeden Stab die ungünftigfte Belaftungsart und die ungünftigften Spannungen zu beftimmen, ferner für die Querfchnittsbeftimmung nach der neueren Methode (fiehe Art. 283, S. 248) die Werthe P_0, P_1 und P_2 zu ermitteln. Da die Dachbinder meift Gitterträger find, fo werden die im Kapitel »Träger« gezeigten Methoden für die Spannungsermittelung hier genau, wie dort Anwendung finden. Auch hier machen wir die Annahmen: 1) dafs die Stäbe in den Knotenpunkten durch Gelenke mit einander verbunden find, 2) dafs die Laften nur in den Knotenpunkten der Conftruction wirken. Die berechneten Spannungen werden defto mehr mit den wirklichen übereinftimmen, je mehr die Conftruction diefen Annahmen entfpricht. Die zweite Annahme (Belaftung nur in den Knotenpunkten) ift häufig nicht erfüllt; in diefem Falle kann man dennoch die in den folgenden Artikeln zu zeigenden Methoden anwenden, indem man annimmt, dafs die zwifchen je zwei Knotenpunkten befindlichen Laften durch befondere Träger auf die Knotenpunkte übertragen werden. Die Berechnung diefer Träger hat, wie im Kapitel »Träger« gezeigt ift, zu

422. Allgemeines.

erfolgen. Die Belaftung, welche im Hauptfyftem auf die Knotenpunkte übertragen wird, ift dann der Gröfse und Richtung nach gleich den auf die Zwifchenträger wirkenden Auflager-Reactionen. Der Sinn ift entgegengefetzt. In Fig. 251 z. B. find zwifchen je zwei Knotenpunkten des Hauptfyftemes Pfetten, demnach Laftpunkte. Das Stück $C E$ kann wie ein befonderer, in C und E frei aufliegender Träger aufgefafft und berechnet werden; eben fo verhält es fich mit dem Stück $A E$. Im Punkte C des Hauptfyftemes wirken dann die linke Auflager-Reaction des Balkens $C E$ und die rechte Auflager-Reaction des Balkens $A E$ nach unten, aufserdem noch die Belaftung der Pfette in E. Demnach find die Spannungen im Syftem auch hier zunächft genau fo zu berechnen, als wenn die Gefammtlaften nur in den Hauptknotenpunkten A, C, E, F und B angriffen; zu diefen Spannungen im Syftem kommen alsdann noch die in den kleinen Trägern $A E$, $E C$ etc. ftattfindenden Spannungen hinzu. Die Spannungen derjenigen Stäbe der kleinen Träger, welche mit den Linien $A E$, $E C$ etc. zufammenfallen, addiren fich einfach zu den Spannungen in diefen Stäben.

Fig. 251.

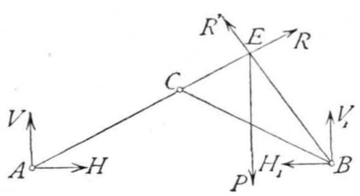


Die erfte Annahme (Anordnung von Gelenken in den Knotenpunkten) ift bei den hölzernen Dachbindern niemals, allein auch bei den eifernen Dachftühlen häufig nicht erfüllt; in neuefter Zeit tritt aber bei letzteren immer mehr das Beftreben in den Vordergrund, auch in diefer Richtung die praktifche Conftruction in Uebereinftimmung mit der gedachten Annahme zu bringen, und es find bereits eine Anzahl von Bauwerken in diefer Weife ausgeführt worden. Die allgemeine Anordnung von Gelenken in den Knotenpunkten der eifernen Dachftühle ift wohl nur noch eine Frage der Zeit.

423. Princip der Balkendächer.

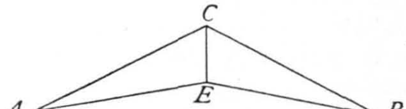
Das einfachfte Dach entfteht dadurch, dafs fich zwei Sparren $A C$ und $B C$ gegen einander lehnen (Fig. 252). Jede Belaftung deffelben, etwa des Sparrens $B C$, durch eine Laft P, erzeugt nach Art. 419 in A eine Reaction R, deren Richtung mit $A C$ zufammenfällt, in B eine Reaction R' in der Richtung $B E$. Die Reactionen R und R' haben die horizontalen Componenten H und H_1, und da aufserdem hier keine horizontalen Kräfte auf das Syftem wirken, fo ift $H = H_1$. Diefe horizontalen Componenten werden von den Seitenmauern des Gebäudes, event. von den fonftigen ftützenden Conftructionen geleiftet; umgekehrt wirken Seitens des Daches die Kräfte H auf die Seitenmauern des Gebäudes, event. auf die fonftigen Stützen.

Fig. 252.



Die Stabilität der das Dach tragenden Wände, Stützen etc. macht es in den meiften Fällen wünfchenswerth, dafs diefe Horizontalkräfte nicht auf diefelben übertragen werden; man verbindet defshalb die beiden Punkte A und B durch einen Stab oder eine Stangencombination, welche die Kräfte H und H_1 nach einem Punkte überträgt, in welchem fie alsdann einander aufheben. Dadurch erhält man, wenigftens für verticale Belaftungen des Daches, nur verticale Auflager-Reactionen und verticalen Druck auf die Wände, Stützen etc. Im einfachften Falle befteht diefe Stangencombination aus einem einfachen Holzbalken oder einer einfachen eifernen Zugftange $A B$; ftatt deffen werden auch (Fig. 253) zwei Stangen $A E$ und $E B$ angeordnet, die fowohl nach oben wie

Fig. 253.



nach unten von der Horizontalen abweichen können. Alsdann iſt im Eckpunkte E eine weitere Verticalſtange anzuordnen. Auch eine mehrfach gebrochene Stangencombination, ſo wie eine Curve kann zur Verbindung der Punkte A und B angeordnet werden. Beim Balkendach werden demnach ſtets die Horizontalkräfte, welche durch die verticalen Belaſtungen entſtehen, durch die Stangencombination aufgehoben.

Je nach der Anordnung der eben erwähnten Stangencombination, bezw. je nach 424. Claſſification.
der Form der oberen und der unteren Gurtung, ſo wie der Anordnung der zwiſchen beiden gelegenen Stäbe kann man folgende Hauptgattungen von Dachſtühlen unterſcheiden:

a) Einfaches Dreieckdach (Fig. 253). Daſſelbe beſteht aus zwei ſich im Firſt ſtützenden Sparren und einer den Horizontalzug aufhebenden Verbindung von zwei Stangen, welche ſich in der Verticalen des Firſtes ſchneiden. Dieſe beiden Stangen ſind horizontal oder nach oben, bezw. nach unten geneigt. Zur Verbindung des Firſtpunktes mit dem Schnittpunkt der Stangen, welche den Horizontalſchub aufnehmen, iſt eine Verticalſtange CE angeordnet.

b) Deutſcher Dachſtuhl (Fig. 254). Die obere Gurtung hat jederſeits einen Knotenpunkt, deſſen Laſt durch eine Stange nach E übertragen wird.

Fig. 254.

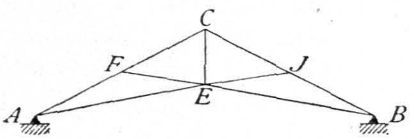
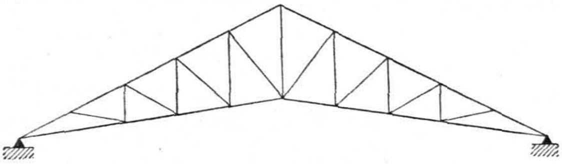


Fig. 255.



c) Engliſcher Dachſtuhl (Fig. 255). Die obere Gurtung hat jederſeits eine Anzahl von Knotenpunkten; die obere Gurtung und die den Horizontalſchub aufhebende Stangenverbindung (die untere Gurtung) ſind durch Gitterwerk mit einander verbunden. Das Gitterwerk beſteht aus einer Schaar Verticalen und einer Schaar Diagonalen oder aus zwei Schaaren von Diagonalen, von denen die eine vortheilhaft normal zur Dachneigung ſteht.

d) Franzöſiſcher oder belgiſcher oder *Polonceau*-Dachſtuhl (Fig. 256 bis 259). Er entſteht aus dem einfachen Dreieckdach durch Verwendung je zweier

Fig. 256.

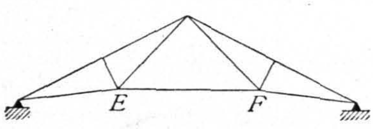


Fig. 258.

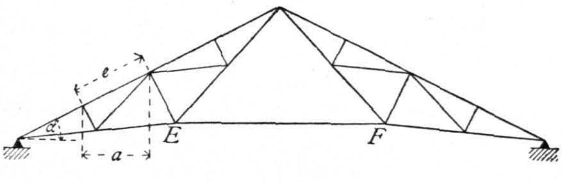


Fig. 257.

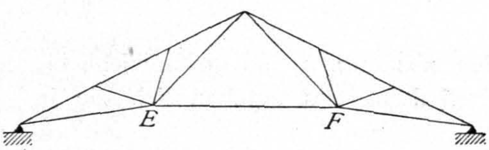
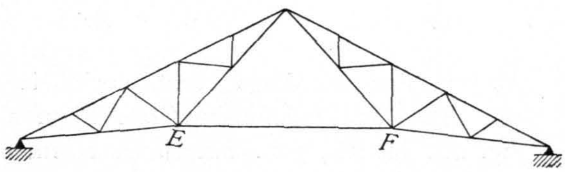


Fig. 259.



armirten Träger ſtatt der einfachen Sparren. Die Form der armirten Träger richtet ſich nach der Anzahl von Stützpunkten (Knotenpunkten), welche jederſeits nöthig werden. Der Horizontalſchub wird durch eine Stange EF aufgehoben, welche die unteren Knotenpunkte der beiden armirten Träger verbindet. In Fig. 256 bis 259 ſind *Polonceau*-Dachſtühle für 1, 2, 3 und 4 Laſtpunkte an jeder Seite des Firſtes dargeſtellt.

Man unterſcheidet:

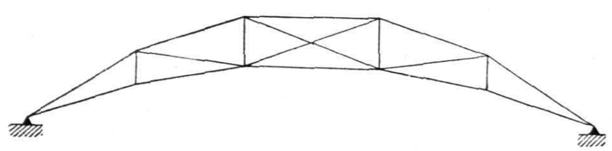
1) den einfachen *Polonceau*-Dachſtuhl; bei demſelben hat der armirte Balken jederſeits nur einen Knotenpunkt in der unteren Gurtung (Fig. 256 u. 257);

2) den zuſammengeſetzten *Polonceau*-Dachſtuhl; bei dieſem ſind in den Hauptträger noch ſecundäre Conſtructionen eingeſchaltet, ſo daſs der armirte Balken in der unteren Gurtung jederſeits mehrere Knotenpunkte hat (Fig. 258 u. 259).

Die Anzahl der Laſtpunkte beſtimmt ſich nach der Tragweite, welche man den Sparren geben kann. Es ſei letztere e, alſo die Horizontalprojection derſelben $e \cos \alpha = a$, die Geſammtſtützweite des Daches L; alsdann ergiebt ſich die Anzahl derſelben zu $n = \frac{L}{e \cos \alpha} = \frac{L}{a}$; e kann man nach der Stärke der Sparren etwas variiren; n muſs natürlich eine ganze gerade Zahl ſein.

e) Sicheldach (Fig. 260). Die obere und die untere Gurtung ſind nach einer Curve gekrümmt oder nach einem der Curve eingeſchriebenen Polygon gebildet; das Gitterwerk iſt verſchieden. Man kann hierher auch die Träger mit gekrümmter oberer und geradliniger unterer Gurtung rechnen.

Fig. 260.



Bei den vorſtehend aufgeführten Dächern iſt ſtets angenommen, daſs die beiden Gurtungen ſich über dem Auflager ſchneiden; die Formen ſind aber auch möglich, ohne daſs die Schnittpunkte der Gurtungen in den Auflager-Verticalen liegen.

Fig. 261.

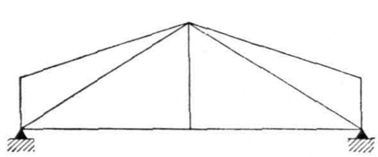


Fig. 262.

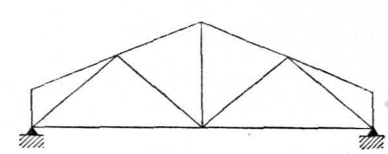


Fig. 263.

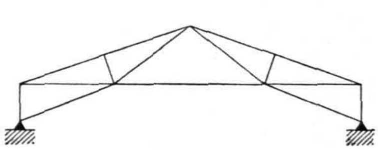
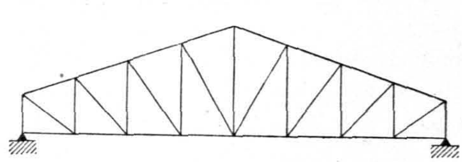


Fig. 264.



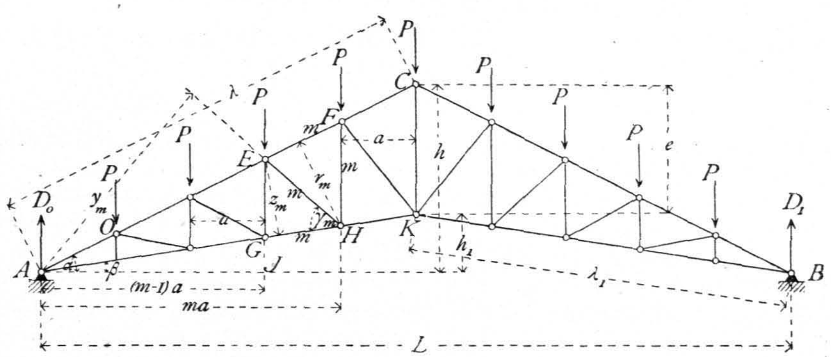
Alsdann ſind allerdings event. noch Diagonalen anzuordnen, um unverſchiebliche, aus Dreiecken zuſammengeſetzte Figuren zu erhalten. Es ergeben ſich die in Fig. 261 bis 264 gezeichneten Dachformen.

a) Englifche Dachftühle.

Die Belaftungsgefetze und Spannungsermittelungen follen für einen Dachftuhl mit Verticalen und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezeigt werden; für andere Anordnungen des Gitterwerkes ergeben fich aus den im Nachftehenden anzuführenden Gefetzen und Methoden die Modificationen ohne Schwierigkeit.

1) Berechnung der Spannungen. α) Belaftung durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneebelaftung (Fig. 265). Die Belaftung pro Knotenpunkt fei P, die Stützweite L, die Entfernung der Knotenpunkte, horizontal ge- 425. Berechnung d. Spannungen durch verticale Belaftung.

Fig. 265.



meffen, a. Der Dachftuhl habe $2\,n$ Felder; mithin ift $L = 2\,n\,a$. Die Winkel der oberen, bezw. unteren Gurtung mit der Horizontalen feien α und β. Die Auflager-Reactionen find $D_0 = D_1 = \frac{(2\,n-1)\,P}{2}$.

Für die m-te Stange EF der oberen Gurtung ift H der conjugirte Punkt, alfo 426. Spannungen in den Gurtungen.

$$0 = X_m\,r_m + D_0\,m\,a - (m-1)\,P\,\frac{m\,a}{2},$$

woraus

$$X_m = \frac{-\frac{(2\,n-1)}{2}\,P\,m\,a + (m-1)\,P\,\frac{m\,a}{2}}{r_m}.$$

Nun ift $r_m = \overline{AH}\sin(\alpha-\beta)$ und $\overline{AH} = \frac{m\,a}{\cos\beta}$; fonach

$$r_m = m\,a\,\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = m\,a\cos\alpha\,(\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\beta)$$

und

$$X_m = -\frac{P\,(2\,n-m)}{2\cos\alpha\,(\mathrm{tg}\,\alpha-\mathrm{tg}\,\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 293.$$

Oft ift es unbequem, mit den Winkelwerthen zu rechnen; dann giebt man der Formel folgende Geftalt. Es ift $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2\,h}{L}$, $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{2\cdot h_1}{L}$, $h - h_1 = e$ und $\cos\alpha = \frac{L}{2\,\lambda}$; durch Einfetzung diefer Werthe wird

$$X_m = -\frac{P\,\lambda\,(2\,n-m)}{2\,e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 294.$$

Für die m-te Stange GH der unteren Gurtung ift E der conjugirte Punkt, mithin

$$0 = D_0\,(m-1)\,a - P\,(m-2)\,\frac{(m-1)\,a}{2} - Z_m\,z_m,$$

woraus

$$Z_m = \frac{\frac{(2\,n-1)}{2}\,P\,(m-1)\,a - P\,(m-2)\,(m-1)\,\frac{a}{2}}{z_m}.$$

Nun iſt $z_m = \overline{A\,E}\,\sin(\alpha-\beta)$ und $\overline{A\,E} = \frac{(m-1)\,a}{\cos a}$, demnach

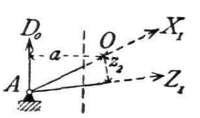
$$Z_m = \frac{P\,(2\,n-m+1)}{2\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 295.$$

Da $\cos\beta = \frac{L}{2\,\lambda_1}$ iſt und $\operatorname{tg}\alpha$, ſo wie $\operatorname{tg}\beta$ die oben angegebenen Werthe haben, ſo wird auch

$$Z_m = \frac{P\,\lambda_1\,(2\,n-m+1)}{2\,e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 296.$$

Die Gleichungen 295. und 296. gelten nicht für die erſte Stange der unteren Gurtung am Auflager; denn die Formel iſt unter der Annahme entwickelt, daſs als Drehpunkt für die Gleichung der ſtatiſchen Momente derjenige Punkt der oberen Gurtung gewählt wird, welcher in die $(m-1)$-te Verticale fällt; dies würde für $m = 1$ der Punkt A ſein, und es gäbe für dieſen Fall die Gleichung der ſtatiſchen Momente für A als Drehpunkt kein Reſultat, weil alle Kräfte am Fragment dann durch A gehen, alſo das ſtatiſche Moment Null haben. Man erhält Z_1 durch Aufſtellung der Gleichung der ſtatiſchen Momente für irgend einen beliebigen Punkt, etwa O (Fig. 266). Es wird, wenn der Hebelsarm von Z_1 in Bezug auf den Drehpunkt O gleich z_2 iſt,

Fig. 266.



$$Z_1 = \frac{D_0\,a}{z_2} = \frac{(2\,n-1)\,P\,a}{2\,a\,\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} = \frac{(2\,n-1)\,P\,\lambda_1}{2\,e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 297.$$

Derſelbe Werth ergiebt ſich für $m = 2$, d. h. für den zweiten Stab der unteren Gurtung.

427. Spannungen in den Diagonalen.

Für die m-te Diagonale $E\,H$, wie für alle Diagonalen der linken Dachhälfte iſt A der conjugirte Punkt, mithin

$$0 = Y_m\,y_m + (m-1)\,\frac{P\,m\,a}{2}, \quad \text{woraus} \quad Y_m = -\frac{P\,m\,a\,(m-1)}{2\,y_m}.$$

Da nun $y_m = \frac{m\,a\,\sin\gamma_m}{\cos\beta}$ iſt, wird $Y_m = -\frac{P}{2}\,(m-1)\,\frac{\cos\beta}{\sin\gamma_m}$.

Durch einfache trigonometriſche Umformungen erhält man

$$Y_m = -\frac{P\sqrt{1 + [(m-1)\operatorname{tg}\alpha - m\operatorname{tg}\beta]^2}}{2\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 298.$$

und durch Fortſchaffung der Winkelwerthe

$$Y_m = -\frac{P}{4\,e}\sqrt{L^2 + 4\,(m\,e - h)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 299.$$

428. Spannungen in den Verticalen.

Für die m-te Verticale $F\,H$ iſt der Schnitt ſchräg zu legen; als conjugirter Punkt ergiebt ſich A; mithin heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente für A als Drehpunkt

$$0 = V_m\,m\,a - (m-1)\,\frac{P\,m\,a}{2}, \quad \text{woraus} \quad V_m = \frac{P\,(m-1)}{2} \quad . \quad . \quad 300.$$

Für $m = 1$ ergiebt dieſe Gleichung $V_m = 0$; die erſte Verticale iſt alſo überflüſſig und kann fortbleiben.

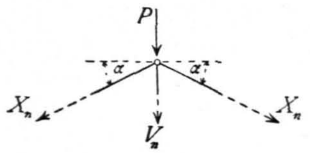
Die Gleichung gilt nicht für die mittelſte Verticale; denn wenn bei dieſer der Schnitt eben ſo gelegt wird, wie bei den anderen Verticalen, ſo werden vier Stäbe getroffen; A iſt alſo hier nicht der conjugirte Punkt. Man beſtimmt die Spannung in dieſer Mittelverticalen durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen für den Firſtknotenpunkt (Fig. 267). Für dieſen iſt

$$0 = V_n + P + 2\,X_n \sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad V_n = -P - 2\,X_n \sin\alpha,$$

und da nach Gleichung 293. $X_n = -\dfrac{P\,n}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)}$ iſt, ſo wird

$$V_n = P\left(\frac{n \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} - 1\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 301.$$

Fig. 267.



Die Gleichungen 293. bis 300. gelten für die Stäbe links von der Mitte; die zur Mitte ſymmetriſch liegenden Stäbe der anderen Dachhälfte werden in genau gleicher Weiſe beanſprucht; die Gleichungen können ſofort auch für die rechte Dachhälfte angewendet werden, wenn die m von B aus gerechnet werden.

Die Betrachtung der Gleichungen 293. bis 300. ergiebt Folgendes:

α) Durch das Eigengewicht, bezw. durch gleichmäſsige Belaſtung des ganzen Dachbinders erhalten alle Stäbe der oberen Gurtung Druck, alle Stäbe der unteren Gurtung Zug. Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, erhalten dieſelben bei der erwähnten Belaſtung Druck, die Verticalen Zug. Man ſieht leicht, daſs, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu ſteigen, dieſelben bei der gleichen Belaſtung gezogen, die Verticalen gedrückt werden.

b) Je gröſser β wird, deſto kleiner wird der Factor $(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$ und das Product $\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$; deſto gröſser werden daher ſowohl X_m, wie Z_m, da die Ausdrücke, ſowohl für X, wie für Z die erwähnten Factoren im Nenner haben. Für negative Werthe von β, d. h. wenn die Zuggurtung nach unten von der Horizontalen abweicht, wird

$$X'_m = -\frac{P\,(2\,n - m)}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)} \quad \text{und} \quad Z'_m = \frac{P\,(2\,n - m + 1)}{2\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)} \quad 302.$$

Je gröſser (abſolut genommen) die negativen Werthe von β werden, deſto gröſser werden die Nenner in den beiden Gleichungen 302., deſto kleiner alſo X'_m und Z'_m. Für den Materialaufwand zu den Gurtungen iſt es alſo günſtig, das poſitive β möglichſt klein, das negative β möglichſt groſs zu nehmen.

c) Für $\beta = 0$, d. h. wenn die untere Gurtung eine gerade Linie bildet, iſt

$$X_m = -\frac{P\,(2\,n - m)}{2\sin\alpha} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{P\,(2\,n - m + 1)}{2\operatorname{tg}\alpha} \quad \ldots \quad 303.$$

$$Y_m = -\frac{P\sqrt{1 + (m-1)^2 \operatorname{tg}^2\alpha}}{2\operatorname{tg}\alpha}, \quad V_m = \frac{P\,(m-1)}{2} \quad \text{und} \quad V_n = P\,(n-1) \quad 304.$$

β) **Ungünſtigſte verticale Belaſtung.** Jede verticale Belaſtung des Trägers 429. Ungünſtigſte Belaſtung.
erzeugt (nach Art. 362, S. 325) ein poſitives Moment in allen Querſchnitten der Gurtungen. Sind nun (Fig. 265) die in den Stäben EF, bezw. GH durch eine beliebige verticale Belaſtung erzeugten Spannungen X_m, bezw. Z_m und die Momente für die bezüglichen conjugirten Punkte H und E gleich M_m und M_{m-1}, ſo wird

$$X_m = -\frac{M_m}{r_m} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{M_{m-1}}{z_m}.$$

X_m und Z_m erreichen ihre Maximalwerthe gleichzeitig mit M_m, bezw. M_{m-1}, d. h. bei totaler Belaſtung des Trägers. Die Belaſtung des ganzen Daches durch Schneedruck wird alſo für die Gurtungsſtäbe die ungünſtigſte ſein. Die dann ſich ergebenden Spannungen folgen aus den Gleichungen 293. bis 297., indem dort ſtatt P die Knotenpunktsbelaſtung durch Schnee- und Eigengewicht eingeſetzt wird.

Man erhält, wenn b der Binderabſtand iſt, q' die Bedeutung, wie in Art. 413, S. 379 hat,

$$P = G + S = a\,b\,(q' + 75^{\text{kg}})$$

und daraus leicht X_m und Z_m.

Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, ſo erzeugt eine Laſt P rechts von dem durch die Diagonalenmitte gelegten Verticalſchnitt II (Fig. 268) in A die Reaction D_0. Auf das Fragment links vom Schnitt wirken jetzt D_0 und die drei Stabſpannungen X, Y und Z. Für Y iſt A der conjugirte Punkt, und die Gleichung der ſtatiſchen Momente für A als Drehpunkt lautet $0 = Yy$, d. h. $Y = 0$.

Liegt eine Laſt P links vom Schnitte II, ſo betrachten wir das Fragment

Fig. 268.

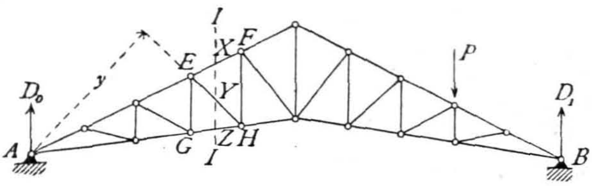
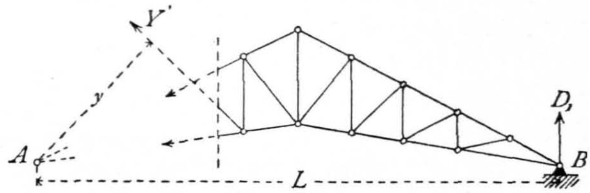


Fig. 269.



rechts vom Schnitte (Fig. 269); für dieſes heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente in Bezug auf den Punkt A als Drehpunkt

$$0 = Y'y + D_1 L, \quad \text{woraus} \quad Y' = -\frac{D_1 L}{y}.$$

Steigen die Diagonalen nach der Mitte zu, ſo ergiebt ſich, wenn die Laſt rechts vom Schnitte liegt, genau wie vorhin, daſs in den Diagonalen die Spannung Null entſteht. Liegt dagegen die Laſt links vom Schnitt, ſo folgt

$$Y_1' = + \frac{D_1 L}{y'}.$$

Die für die Diagonalen gefundenen Reſultate gelten, ſo lange A der conjugirte Punkt der Diagonalen iſt, d. h. für alle Diagonalen links der Mitte. Für die Diagonalen rechts der Mitte iſt B der conjugirte Punkt, und es ergiebt ſich in gleicher Weiſe, wie eben gezeigt, daſs in dieſen jede Belaſtung rechts vom Schnitte eine Druck-, bezw. Zugſpannung erzeugt, je nachdem ſie nach der Mitte zu fallen oder ſteigen; jede Belaſtung links vom Schnitte ruft dagegen in denſelben die Spannung Null hervor.

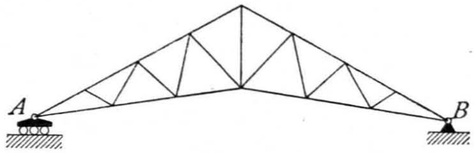
Allgemein folgt hieraus: Jede Belaſtung zwiſchen dem durch die Diagonale gelegten Verticalſchnitte und demjenigen Auflager, welches für die Diagonale nicht den conjugirten Punkt bildet, hat auf die Spannung in der Diagonalen gar keinen Einfluſs. Jede Belaſtung zwiſchen dem Verticalſchnitt und dem Auflager, welches für die Diagonale den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in den nach den Mitte zu fallenden Diagonalen Druck, in den nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen Zug. Die ungünſtigſten Belaſtungsarten würden alſo diejenigen ſein, bei denen die ganze Zug-, bezw. Druckabtheilung belaſtet wäre. Da aber die Belaſtung des übrigen Trägertheiles ohne Einfluſs auf die Diagonalſpannung iſt, ſo können wir auch ſagen: Die ungünſtigſte Beanſpruchung aller Diagonalen durch verticale Laſten findet bei totaler Belaſtung ſtatt, und zwar werden die nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gedrückt.

Für die ungünſtigſte Belaſtung der Verticalen ergiebt ſich durch die gleiche Beweisführung, wie bei den Diagonalen, wenn die Schnitte ſchräg gelegt werden:

Jede Belaſtung zwiſchen dem durch eine Verticale gelegten ſchrägen Schnitt und dem Auflager, welches für die Verticalen nicht den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in der Verticalen die Spannung Null; jede Belaſtung zwiſchen dem Schnitte und demjenigen Auflager, welches den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in der Verticalen Zug, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, Druck, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu ſteigen. Auch hier findet demnach Maximaldruck, bezw. -Zug bei totaler Belaſtung des Trägers ſtatt.

Das hier gefundene Geſetz gilt, ſo lange die geradlinigen Gurtungen ſich in den Auflager-Verticalen ſchneiden, alſo auch, wie man leicht ſieht, für die Anordnung von zwei Schaaren Diagonalen nach Fig. 270.

Fig. 270.



Es kann alſo für alle Stäbe des engliſchen Dachſtuhls die totale Belaſtung durch Schnee und Eigengewicht als ungünſtigſte Verticalbelaſtung der Berechnung zu Grunde gelegt werden.

Die bezüglichen Maximalwerthe ſind in Art. 426 bis 428 entwickelt.

γ) Belaſtung durch Winddruck. Es iſt nicht nothwendig, für jeden Stab die ungünſtigſte Windbelaſtungsart zu ermitteln, weil der Winddruck ſtets auf eine ganze Dachhälfte wirken wird; dagegen ſind die ſämmtlichen Stabſpannungen ſowohl für den Fall zu ermitteln, daſs der Winddruck jene Seite belaſtet, an welcher das bewegliche Auflager liegt, als daſs er diejenige Seite belaſtet, an welcher ſich das feſte Auflager befindet. 430. Berechnung d. Spannungen durch Winddruck.

Man ermittelt bei dieſen beiden Belaſtungsarten für jeden Stab den conjugirten Punkt, das Biegungsmoment der äuſseren Kräfte für dieſen Punkt und daraus in bekannter Weiſe die Stabſpannungen. Es empfiehlt ſich dabei, für die Aufſuchung des Biegungsmomentes jede Knotenpunktsbelaſtung in eine horizontale und eine verticale Componente zu zerlegen; die Ermittelung der Hebelsarme wird dadurch weſentlich vereinfacht. In den Fig. 277 u. 279 ſind die horizontalen und verticalen Componenten der Winddrücke ſowohl für den Fall, daſs der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers, als auch für den Fall, daſs er von der Seite des feſten Auflagers kommt, angegeben.

2) Graphiſche Ermittelung der Spannungen. Hier empfiehlt ſich die *Cremona*'ſche Methode am meiſten, weil für die Spannungen aller Stäbe die gleichen Belaſtungsarten zu Grunde gelegt werden. 431. Graphiſche Ermittelung der Spannungen.

α) Belaſtung durch das Eigengewicht und Schneedruck. Man nimmt entweder die ſämmtlichen Eigenlaſten in den oberen Knotenpunkten vereinigt an oder berechnet die Eigengewichte, welche in den Knotenpunkten der unteren Gurtung angreifen, beſonders. In beiden Fällen iſt das Verfahren genau wie im Kapitel »Träger« (Art. 382, S. 342) gezeigt iſt.

In der graphiſchen Ermittelung der Fig. 271 und 272 iſt die zweite Annahme gemacht worden; die Eigengewichte, welche auf die Auflagerpunkte A und B kommen, ſind fortgelaſſen, weil ſie direct von den Auflagern aufgenommen werden, demnach das Syſtem nicht belaſten. Alsdann ſind die am Syſtem wirkenden äuſseren Kräfte in cycliſcher Reihenfolge aufgetragen: zuerſt die Laſten der oberen Gurtung *1, 2, 3 . . . 7*; an den Endpunkt von 7 iſt D_1 getragen; letzteres fällt mit der Kraftlinie *1, 2, 3 . . .* 7 zuſammen, wie überhaupt alle äuſseren Kräfte hier in dieſelbe Kraftlinie fallen. Der gröſseren Deutlichkeit halber ſind aber die Laſten *1* bis 7, D_1, ferner die Laſten der unteren Gurtung

Fig. 271.

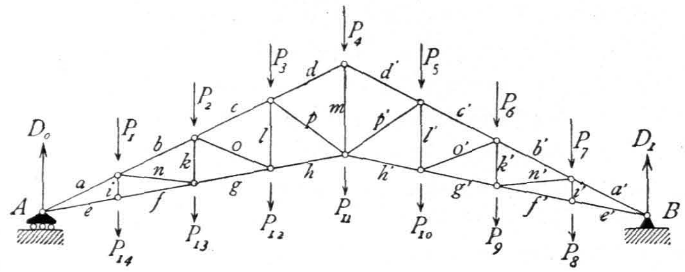
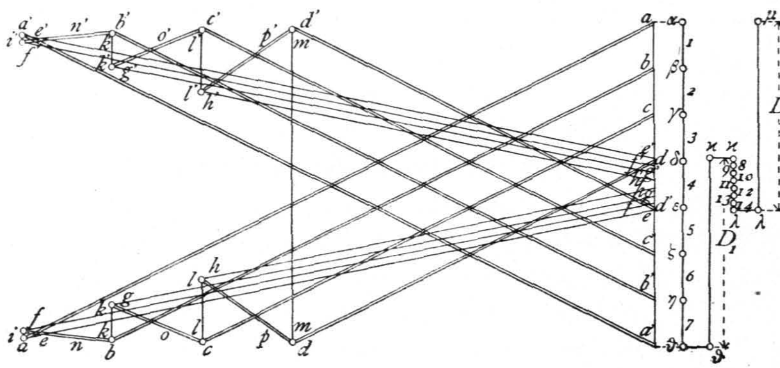


Fig. 272.



und D_0 etwas feitwärts aufgetragen. Wir erhalten $D_1 = \vartheta\varkappa$; 8 bis $14 = \varkappa\lambda$; $D_0 = \lambda\mu$; μ fällt demnach eigentlich auf α, wonach fich alfo das Kraftpolygon fchliefst.

Für die Conftruction des Kräfteplanes find felbftverftändlich als Grenzpunkte der einzelnen äufseren Kräfte die Punkte auf der Linie $a\,a'$ einzuführen, welche mit den gezeichneten auf gleicher Höhe liegen. Der Kräfteplan ift nun genau, wie früher angegeben, in Fig. 272 conftruirt, worüber keine weiteren Bemerkungen nöthig find.

Die Conftruction der Spannungen durch totale Schneebelaftung ift in gleicher Weife vorzunehmen.

β) Belaftung durch Winddruck. In Fig. 274 und 275 find die Kräftepläne fowohl für den von der Seite des beweglichen, wie für den von der Seite des feften Auflagers kommenden Winddruck conftruirt. Auf den Auflagerpunkt und den Firftpunkt kommen bei gleicher Entfernung aller Knotenpunkte die Hälften der auf die anderen Knotenpunkte entfallenden Belaftungen; bei anderen Entfernungen der Knotenpunkte find die Belaftungen diefer Punkte aus den auf fie kommenden Dachflächen gleichfalls leicht zu ermitteln.

Zunächft find nun die Auflager-Reactionen, wie in Art. 417, S. 381 gezeigt, conftruirt, worauf der Kräfteplan in bekannter Weife fich ergiebt. In Fig. 273 find die äufseren Kräfte für die Belaftung der linken Dachhälfte ausgezogen, für die Belaftung der rechten Dachhälfte punktirt.

Es möge hier darauf aufmerkfam gemacht werden, dafs auf der nicht belafteten Seite fämmtliche Diagonalen die Spannung Null, die oberen, fo wie die unteren Gurtungsftäbe fämmtlich je gleiche Spannungen erhalten. Die Richtigkeit diefer Refultate ergiebt fich leicht aus folgender Betrachtung.

Wenn fich in einem unbelafteten Knotenpunkte (Fig. 276) drei Stäbe fchneiden, von denen zwei in eine gerade Linie fallen, fo ift, wenn Gleichgewicht ftattfindet, $X - X_1 + Y\cos\varphi = 0$ und $Y\sin\varphi = 0$, d. h. $Y = 0$, alfo auch $X - X_1 = 0$, d. h. $X = X_1$. Die Spannungen in den beiden in eine gerade Linie fallenden Stäben find alfo einander gleich; die Spannung im dritten Stabe ift gleich Null.

Falls der Wind, wie in Fig. 273 durch die ausgezogenen Pfeile angedeutet ift, die linke Seite belaftet, fo wirkt auf den Knotenpunkt G keine äufsere Kraft; mithin wird $e' = f'$ und $i' = 0$. Auch auf H wirkt keine äufsere Kraft; da nun $i' = 0$ ift, alfo als nicht vorhanden zu betrachten ift, fo folgt $n' = o$

Fig. 273.

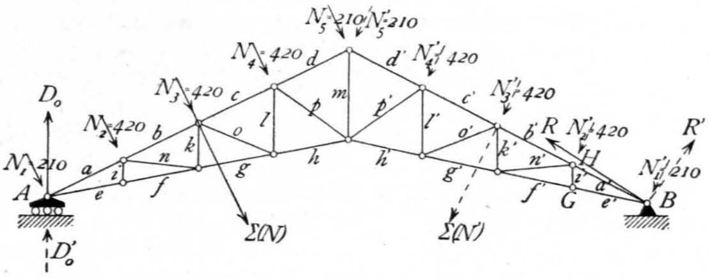


Fig. 274.

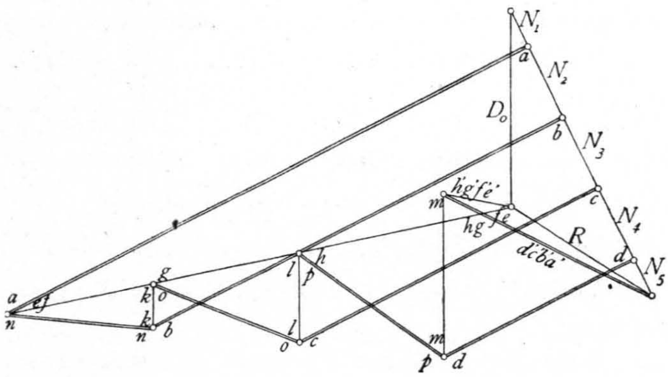
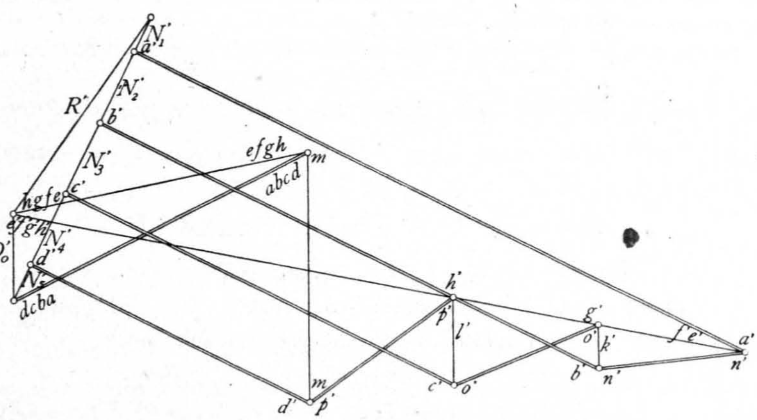


Fig. 275.



und $a' = b'$. Eben so ergiebt sich weiter $a' = b' = c' = d'$; $e' = f' = g' = h'$; $i' = n' = k' = o' = l' = p' = 0$.

Beispiel. Berechnung eines englischen Dachstuhles (Fig. 277) von nachfolgenden Hauptdimen- 432. Beispiel.
sionen: Stützweite $L = 16^{\mathrm{m}}$; Firsthöhe $h = 4^{\mathrm{m}}$; $\frac{h}{L} = \frac{1}{4}$; $a = 2^{\mathrm{m}}$; $2n = 8$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{8} = 0{,}5$; $h_1 = 1{,}6^{\mathrm{m}}$; $\operatorname{tg} \beta = \frac{1{,}6}{8} = 0{,}2$; $e = h - h_1 = 2{,}4^{\mathrm{m}}$; $\lambda = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8{,}94^{\mathrm{m}}$; $\lambda_1 = \sqrt{1{,}6^2 + 8^2} = 8{,}16^{\mathrm{m}}$; $\sin \alpha = \frac{h}{\lambda} = \frac{4}{8{,}94} = 0{,}447$; $\cos \alpha = \frac{8}{\lambda} = \frac{8}{8{,}94} = 0{,}895$; $\sin \beta = \frac{h_1}{\lambda_1} = \frac{1{,}6}{8{,}16} = 0{,}196$; $\cos \beta = \frac{8}{\lambda_1} = \frac{8}{8{,}16} = 0{,}98$; die Binderweite ist $4{,}3^{\mathrm{m}}$; die Dachdeckung ist Eisenwellenblech auf Winkeleisen; das Gitterwerk besteht aus Verticalen und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen.

Die Belastungen ergeben sich wie folgt. Auf einen Knotenpunkt kommt eine Grundfläche von

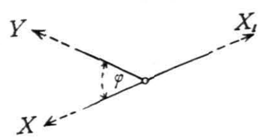


Fig. 276.

$2 \,.\, 4{,}3 = 8{,}6$ qm, eine ſchräge Dachfläche von $4{,}3 \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{4{,}3 \,.\, 8{,}94}{4} = 9{,}61$ qm. Mithin iſt nach der Tabelle auf S. 377 das Eigengewicht pro 1 qm Grundfläche excl. des Bindergewichtes gleich 25 kg. Rechnet man das Gewicht des Binders pro 1 qm Grundfläche mit 15 kg, ſo wird das Eigengewicht pro 1 qm Grundfläche $= 25 + 15 = 40$ kg. Demnach iſt die Knotenpunktsbelaſtung durch das Eigengewicht $= 8{,}6 \,.\, 40 = 344$ kg, durch Schneedruck $= 8{,}6 \,.\, 75 = 645$ kg, die normale Knotenpunktsbelaſtung durch Winddruck $= 9{,}61 \,.\, 43 = 413$ kg, wofür abgerundet $N = 420$ kg geſetzt werden ſoll. Der Firſtknotenpunkt und der Auflagerknotenpunkt erhalten nur je 210 kg normale Windbelaſtung.

α) Spannungen durch die Verticallaſten. Für die obere Gurtung ergeben ſich die Spannungen durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneebelaſtung aus Gleichung 294. zu

$$X_m = - \frac{P \,.\, 8{,}94}{2 \,.\, 2{,}4} (8 - m) = - 1{,}8625 \, P (8 - m).$$

Wir erhalten: für Eigengewicht $P = 344$ kg, fonach $X_m^g = - 1{,}8625 \,.\, 344 \, (8 - m) = - 640 \, (8 - m)$;

für Schneebelaſtung $P = 645$ kg, mithin $X_m^p = - 1{,}8625 \,.\, 645 \, (8 - m) = - 1200 \, (8 - m)$.

Für $m =$	1	2	3	4
wird $X^g =$	-4480	-3840	-3200	-2560 kg.
$X^p =$	-8400	-7200	-6000	-4800 kg.

Für die untere Gurtung iſt nach Gleichung 296. $Z_m = \dfrac{P \,.\, 8{,}16}{2 \,.\, 2{,}4} (9 - m) = 1{,}7 \, P (9 - m)$.

Für Eigengewicht iſt $Z_m^g = 1{,}7 \,.\, 344 \, (9 - m) = 585 \, (9 - m)$;

für Schneelaſt iſt $Z_m^p = 1{,}7 \,.\, 645 \, (9 - m) = 1096{,}5 \, (9 - m)$.

Sonach wird für $m =$	$\underbrace{1 \quad 2}$	3	4
$Z^g =$	4095	3510	2925 kg;
$Z^p =$	7677	6579	5481 kg.

Z_1 iſt nicht nach der Formel berechnet (vergl. darüber die Bemerkung in Art. 426, S. 392).

Für die Diagonalen iſt nach Gleichung 299.

$$Y = - \frac{P}{9{,}6} \sqrt{16^2 + 4 \, (m \,.\, 2{,}4 - 4)^2} = - 0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 \, (2{,}4 \, m - 4)^2}.$$

Wir erhalten: für $m = 2$: $Y_2 = - 0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 \, (0{,}8)^2} = - 1{,}672 \, P$;

Eigengewicht: $Y_2^g = - 575$ kg; Schneelaſt: $Y_2^p = - 1079$ kg;

für $m = 3$: $Y_3 = - 0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 \, (7{,}2 - 4)^2} = - 1{,}79 \, P$;

Eigengewicht: $Y_3^g = - 616$ kg; Schneelaſt: $Y_3^p = - 1155$ kg;

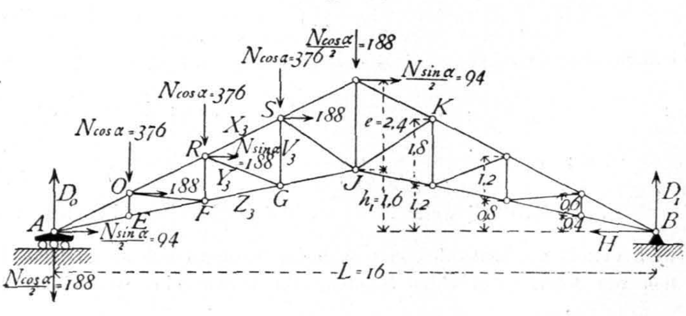
für $m = 4$: $Y_4 = - 0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 \, (9{,}6 - 4)^2} = - 2{,}03 \, P$;

Eigengewicht: $Y_4^g = - 698$ kg; Schneelaſt: $Y_4^p = - 1310$ kg.

Die Spannungen in den Verticalen ergeben ſich aus Gleichung 300.

	Eigengewicht:	Schneelaſt:
für $m = 2$:	$V_2^g = 172$ kg;	$V_2^p = 323$ kg;
» $m = 3$:	$V_3^g = 344$ kg;	$V_3^p = 645$ kg.

Fig. 277.



Die Spannungen in der Mittelverticalen (für $m = 4$) ſind nach Gleichung 301. $V_4^g = 1950$ kg; $V_4^p = 3657$ kg.

β) Spannungen durch Windbelaſtung an der Seite des beweglichen Auflagers (Fig. 277). Die Verticalcomponente der Knotenpunktsbelaſtung iſt bei den mittleren

Knotenpunkten gleich 420 cos α = 420 . 0,895 = 376 kg, beim Firſt- und Auflagerknotenpunkt je gleich 188 kg; die Horizontalcomponenten ſind bezw. 420 sin α = 420 . 0,447 = 188 kg und 94 kg. Die Verticalhöhen der oberen Gurtungsknotenpunkte über AB ſind bezw. 1 m, 2 m, 3 m und 4 m; die Knotenpunkte der unteren Gurtung liegen bezw. um 0,4 m, 0,8 m, 1,2 m und 1,6 m über der Horizontalen AB. Es iſt

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\, 12 - (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\, 2}{16} = 1034^{\text{kg}},$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\, 4 + (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\, 2}{16} = 470^{\text{kg}},$$

$$H = 3 \cdot 188 + 2 \cdot 94 = 752^{\text{kg}}.$$

Für die Stäbe der oberen Gurtung ergeben ſich die Gleichungen der ſtatiſchen Momente: wenn E der conjugirte Punkt iſt,

$$0 = X_1 \cdot 0{,}6 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 2 - 94 \cdot 0{,}4, \quad \text{woraus} \quad X_1 = -\, 3081^{\text{kg}};$$

für den conjugirten Punkt F

$$0 = X_2 \cdot 1{,}2 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 4 - 94 \cdot 0{,}8 + 188 \cdot 0{,}2 - 376 \cdot 2, \quad \text{woraus} \quad X_2 = -\, 2415^{\text{kg}};$$

weiters für die conjugirten Punkte G und J

$$0 = X_3 \cdot 1{,}8 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 6 + 2 \cdot 188 \cdot 0{,}3 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 94 \cdot 1{,}2, \quad \text{woraus} \quad X_3 = -\, 1751^{\text{kg}};$$

$$0 = X_4 \cdot 2{,}4 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 8 - 3 \cdot 376 \cdot 4 + 3 \cdot 188 \cdot 0{,}4 - 94 \cdot 1{,}6, \quad \text{woraus} \quad X_4 = -\, 1085^{\text{kg}}.$$

Die Momentengleichung für den Punkt J heiſst, wenn das Fragment rechts von dem durch den Stab JK gelegten Verticalſchnitt betrachtet wird,

$$0 = H \cdot 1{,}6 - D_1 \cdot 8 - X_5 \cdot 2{,}4 \cos\alpha, \quad \text{woraus} \quad X_5 = -\, \frac{8 \cdot 470 - 1{,}6 \cdot 752}{2{,}148} = -\, 1190^{\text{kg}}.$$

Dieſelbe Spannung findet in ſämmtlichen Stäben der oberen Gurtung rechts der Mitte ſtatt (vergl. Art. 431, S. 397).

In ähnlicher Weiſe erhält man für die untere Gurtung:

$$0 = (D_0 - 188)\, 2 - 94 \cdot 1 - Z_1 \cdot 0{,}6 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_1 = 2718^{\text{kg}} = Z_2;$$

$$0 = (D_0 - 188)\, 4 - 94 \cdot 2 - 376 \cdot 2 - 188 \cdot 1 - Z_3 \cdot 1{,}2 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_3 = 1919^{\text{kg}};$$

$$0 = (D_0 - 188)\, 6 - 94 \cdot 3 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 - Z_4 \cdot 1{,}8 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_4 = 1119^{\text{kg}}.$$

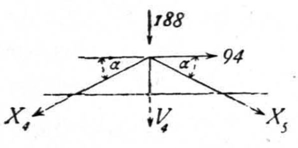
Wir betrachten endlich wieder das Fragment rechts von dem durch den Stab JK gelegten Verticalſchnitt; alsdann heiſst für Punkt K die Momentengleichung

$$0 = H \cdot 3 - D_1 \cdot 6 + Z_5 \cdot 1{,}8 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_5 = 320^{\text{kg}}.$$

Eben ſo groſs iſt die Spannung in ſämmtlichen Stäben der unteren Gurtung rechts der Mitte (vergl. Art. 431, S. 397).

Um die Spannungen in den Diagonalen zu beſtimmen, ſind die Hebelsarme dieſer Spannungen für den Punkt A, welcher für alle Diagonalen links der Mitte Momentenpunkt iſt, conſtruirt. Man erhält $y_2 = 1{,}17$ m, $y_3 = 3{,}3$ m und $y_4 = 5{,}8$ m.

Fig. 278.



Die Spannungen ergeben ſich aus den Momentengleichungen, wie folgt:

$$0 = Y_2 \cdot 1{,}17 + 376 \cdot 2 + 188 \cdot 1, \quad \text{woraus} \quad Y_2 = -\, 803^{\text{kg}};$$

$$0 = Y_3 \cdot 3{,}3 + 2 \cdot 376 \cdot 3 + 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5, \quad \text{woraus} \quad Y_3 = -\, 854^{\text{kg}};$$

$$0 = Y_4 \cdot 5{,}8 + 376 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 188 \cdot 2, \quad \text{woraus} \quad Y_4 = -\, 973^{\text{kg}}.$$

Die Spannungen in den Diagonalen rechts der Mitte ſind gleich Null (vergl. Art. 431, S. 397).

Für die Spannungen aller Verticalen links der Mitte iſt A der conjugirte Punkt; man erhält:

$$0 = 376 \cdot 2 + 188 \cdot 1 - V_2 \cdot 4, \quad \text{woraus} \quad V_2 = +\, 235^{\text{kg}};$$

$$0 = 2 \cdot 376 \cdot 3 + 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 - V_3 \cdot 6, \quad \text{woraus} \quad V_3 = +\, 470^{\text{kg}}.$$

Für die Ermittelung der Spannung in der Mittelverticalen iſt die Summe der Verticalkräfte im Firſtknotenpunkt gleich Null zu ſetzen (Fig. 278); ſonach

$$0 = V_4 + 188 + (X_4 + X_5) \sin\alpha = V_4 + 188 - (1085 + 1190)\, 0{,}447, \quad \text{woraus} \quad V_4 = 829^{\text{kg}}.$$

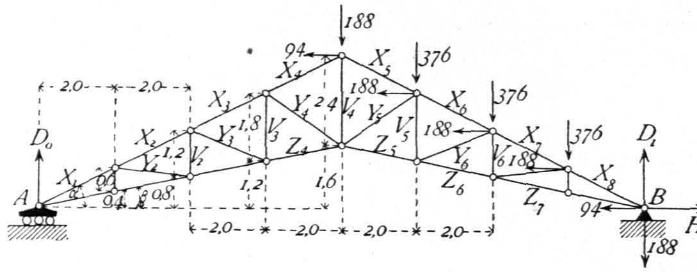
Die Spannungen in den Verticalen rechts der Mitte ſind gleich Null (vergl. Art. 431, S. 397).

γ) Spannungen durch Windbelaſtung von der Seite des feſten Auflagers (Fig. 279). Die Belaſtungen der einzelnen Knotenpunkte der rechten Hälfte ſind eben ſo groſs, wie diejenigen der linken Knotenpunkte sub β waren. Wir erhalten:

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\, 4 + (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\, 2}{16} = 470^{\text{kg}},$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\, 12 - (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\, 2}{16} = 1034^{\text{kg}},$$

Fig. 279.



$H_1 = 3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94 = 752^{\text{kg}}$.

In der oberen Gurtung findet man:

$$0 = X_1 \,.\, 0{,}6 \cos \alpha + D_0 \,.\, 2\,, \quad \text{woraus} \quad X_1 = -\frac{470 \,.\, 2}{0{,}537} = -1750^{\text{kg}}.$$

Daffelbe Refultat ergiebt fich nach Art. 431, S. 397 für X_2, X_3 und X_4. Weiters ift:

$0 = X_5 \,.\, 2{,}1 \cos \alpha + D_0 \,.\, 8 - 94 \,.\, 2{,}4$, woraus $X_5 = -1645^{\text{kg}}$;

$0 = X_6 \,.\, 1{,}8 \cos \alpha + (D_1 - 188)\, 6 + (H_1 - 94)\, 1{,}2 + 2 \,.\, 188 \,.\, 0{,}3 - 2 \,.\, 376 \,.\, 3$, woraus $X_6 = -2310^{\text{kg}}$;

Bezeichnung des Stabes	Spannung durch Eigengewicht	Schneelaft (total)	Wind links	Wind rechts	P_0	P_1
Obere Gurtung:						
Stab Nr. 1	− 4480	− 8400	− 3081	− 1750	− 4480	− 11481
» » 2	− 3840	− 7200	− 2415	− 1750	− 3840	− 9615
» » 3	− 3200	− 6000	− 1751	− 1750	− 3200	− 7751
» » 4	− 2560	− 4800	− 1085	− 1750	− 2560	− 6550
» » 5	− 2560	− 4800	− 1190	− 1645	− 2560	− 6445
» » 6	− 3200	− 6000	− 1190	− 2310	− 3200	− 8310
» » 7	− 3840	− 7200	− 1190	− 2976	− 3840	− 10176
» » 8	− 4480	− 8400	− 1190	− 3638	− 4480	− 12038
Untere Gurtung:						
Stab Nr. 1 u. 2	+ 4095	+ 7677	+ 2718	+ 1600	+ 4095	+ 10395
» » 3	+ 3510	+ 6579	+ 1919	+ 1600	+ 3510	+ 8498
» » 4	+ 2925	+ 5481	+ 1119	+ 1600	+ 2925	+ 7081
» » 5	+ 2925	+ 5481	+ 320	+ 2455	+ 2925	+ 7936
» » 6	+ 3510	+ 6579	+ 320	+ 3186	+ 3510	+ 9765
» » 7 u. 8	+ 4095	+ 7677	+ 320	+ 3996	+ 4095	+ 11673
Diagonalen:						
im Felde 2	− 575	− 1079	− 803	0	− 575	− 1882
» » 3	− 616	− 1155	− 854	0	− 616	− 2009
» » 4	− 698	− 1310	− 973	0	− 698	− 2283
» » 5	− 698	− 1310	0	− 973	− 698	− 2283
» » 6	− 616	− 1155	0	− 854	− 616	− 2009
» » 7	− 575	− 1079	0	− 803	− 575	− 1882
Verticalen:						
zwifchen Feld 2 u. 3	+ 172	+ 323	+ 235	0	+ 172	+ 558
» » 3 u. 4	+ 344	+ 645	+ 470	0	+ 344	+ 1115
Mittelverticale	+ 1950	+ 3657	+ 829	+ 1330	+ 1950	+ 4987
zwifchen Feld 5 u. 6	+ 344	+ 645	0	+ 470	+ 344	+ 1115
» « 6 u. 7	+ 172	+ 323	0	+ 235	+ 172	+ 558
	Kilogramm					

$0 = X_7 \cdot 1{,}2 \cos \alpha + (D_1 - 188)\, 4 + (H_1 - 94)\, 0{,}8 + 188 \cdot 0{,}2 - 376 \cdot 2$, woraus $X_7 = -\, 2976^{\text{kg}}$;
$0 = X_8 \cdot 0{,}6 \cos \alpha + (D_1 - 188)\, 2 + (H_1 - 94)\, 0{,}4$, woraus $X_8 = -\, 3638^{\text{kg}}$.

In der unteren Gurtung ergiebt ſich

$$0 = Z_1 \cdot 0{,}6 \cos \beta - D_0 \cdot 2, \quad \text{woraus } Z_1 = +\, 1600^{\text{kg}}.$$

Dieſelbe Gröſse haben Z_2, Z_3 und Z_4. Weiters findet man:
$0 = (D_1 - 188)\, 6 + (H_1 - 94)\, 3 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 - Z_5 \cdot 1{,}8 \cos \beta$, woraus $Z_5 = +\, 2455^{\text{kg}}$;
$0 = (D_1 - 188)\, 4 + (H_1 - 94)\, 2 - 376 \cdot 2 - 188 \cdot 1 - Z_6 \cdot 1{,}2 \cos \beta$, woraus $Z_6 = +\, 3186^{\text{kg}}$;
$0 = (D_1 - 188)\, 2 + (H_1 - 94)\, 1 - Z_7 \cdot 0{,}6 \cos \beta$, woraus $Z_7 = +\, 3996^{\text{kg}} = Z_8$.

Für die Ermittelung der Spannungen in den Diagonalen ſind die Hebelsarme oben angegeben. Hiernach findet man:

$$0 = Y_7\, y_2 + 188 \cdot 1 + 376 \cdot 2, \quad \text{woraus } Y_7 = -\, 803^{\text{kg}};$$
$$0 = Y_6\, y_3 + 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 376 \cdot 3, \quad \text{woraus } Y_6 = -\, 854^{\text{kg}};$$
$$0 = Y_5\, y_4 + 3 \cdot 188 \cdot 2 + 3 \cdot 376 \cdot 4, \quad \text{woraus } Y_5 = -\, 973^{\text{kg}};$$

die Spannungen in den übrigen Diagonalen ſind gleich Null.

In den Verticalen ſind die Spannungen V_1, V_2 und V_3 gleich Null; V_4 wird durch die Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingung für den Firſtknotenpunkt, wie folgt, erhalten:

$$0 = V_4 + 188 + X_5 \sin \alpha + X_4 \sin \alpha = V_4 + 188 - (1750 + 1645)\, 0{,}447, \quad \text{woraus } V_4 = 1330^{\text{kg}}.$$

Ferner ergiebt ſich:

$$0 = V_5 \cdot 6 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5, \quad \text{woraus } V_5 = 470^{\text{kg}};$$
$$0 = V_6 \cdot 4 - 376 \cdot 2 - 188 \cdot 1, \quad \text{woraus } V_6 = 235^{\text{kg}}.$$

δ) Zuſammenſtellung der Stabſpannungen. Für die Querſchnittsbeſtimmungen ſind die gefundenen Spannungen in neben ſtehender Tabelle zuſammengeſtellt.

b) Deutſche Dachſtühle.

Der deutſche Dachſtuhl iſt ein engliſcher Dachſtuhl mit nur einem Knotenpunkt in jeder Dachhälfte; wir werden demnach die in demſelben durch Eigenlaſt und totale Schneelaſt entſtehenden Spannungen aus den Formeln für den engliſchen Dachſtuhl ableiten können (Fig. 280). 433. Ermittelung der Spannungen.

Für die obere Gurtung iſt in die Gleichungen 293. und 294. ſtatt $2\,n$ die Zahl 4 einzuſetzen und für m der Reihe nach 1 und 2; alsdann erhält man

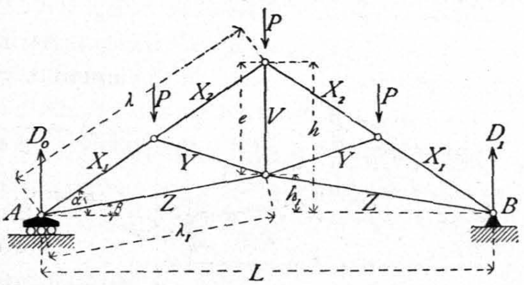
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= -\frac{3\,P}{2 \cos \alpha\, (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = -\frac{3\,P\lambda}{2\,e} \\ X_2 &= -\frac{P}{\cos \alpha\, (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = -\frac{P\lambda}{e} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 305.$$

Die allgemeine Gleichung 295., bezw. 296. für die untere Gurtung gilt nicht für $m = 1$ (ſiehe Art. 426, S. 392). Für $m = 2$, $2\,n = 4$ übergeht Gleichung 295., bezw 296. in

$$Z = \frac{3\,P}{2 \cos \beta\, (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)},$$

$$Z = \frac{3\,P\lambda_1}{2\,e} \quad \ldots \quad 306.$$

Fig. 280.



Für die Diagonalen giebt die Gleichung 299. für $m = 2$

$$Y = -\frac{P}{4\,e} \sqrt{L^2 + 4\,(2\,e - h)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 307.$$

Für die Verticale iſt Gleichung 301. anzuwenden, und es ergiebt ſich für $n = 2$

$$V = P\left(\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} - 1\right) = P\left(2\,\frac{2\,h}{2\,h - 2\,h_1} - 1\right) = P\,\frac{h + h_1}{e} \quad \ldots \quad 308.$$

Fig. 281.

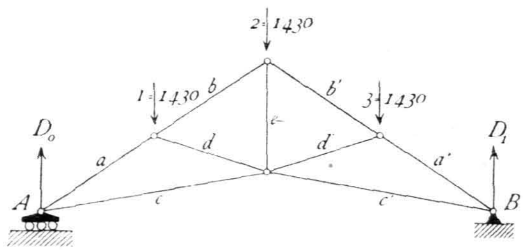


Fig. 282.

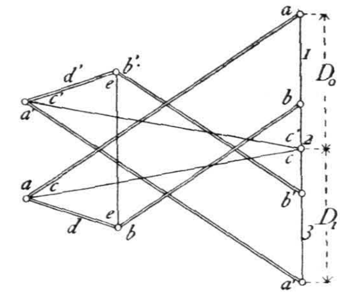


Fig. 283.

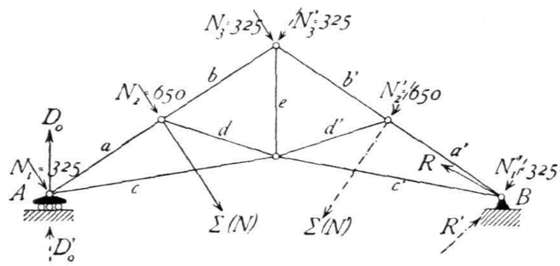


Fig. 284.

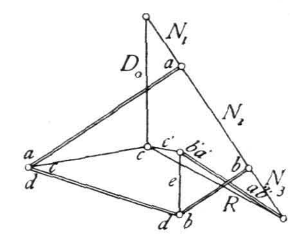
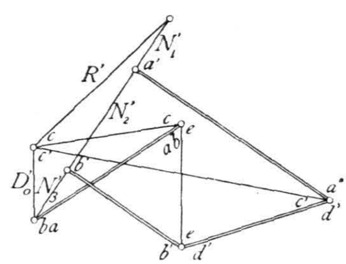


Fig. 285.



Für ſchiefe Belaſtungen durch Winddruck ſind die Spannungen, wie beim engliſchen Dachſtuhl gezeigt, zu ermitteln.

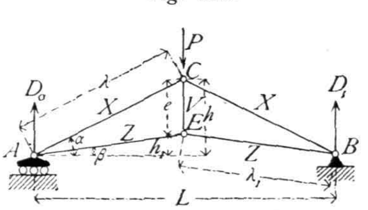
Die graphiſche Ermittelung der Spannungen im deutſchen Dachſtuhl für die Belaſtungen durch Eigengewicht und Winddruck von der einen, bezw. der anderen Seite zeigen die Fig. 281 bis 285.

c) Dreieckdächer.

434. Ermittelung der Spannungen.

Die Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Knotenpunkte ergiebt (Fig. 286), da $D_0 = D_1 = \frac{P}{2}$ iſt, die Werthe der Stabſpannungen.

Fig. 286.



Es iſt $0 = X \cos \alpha + Z \cos \beta$

und $0 = D_0 + X \sin \alpha + Z \sin \beta$, woraus

$$\left. \begin{aligned} X &= - \frac{P}{2 \cos \alpha \,(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = - \frac{P \lambda}{2\, e} \\ Z &= + \frac{P}{2 \cos \beta \,(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = \frac{P \lambda_1}{2\, e} \end{aligned} \right\} \quad . \quad 309.$$

Sowohl X wie Z nehmen mit wachſendem e ab; für den Materialverbrauch iſt alſo ein möglichſt groſses e günſtig.

Ferner iſt $P + V + 2\, X \sin \alpha = 0$, woraus

$$V = P \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{P\, h_1}{h - h_1} = \frac{P\, h_1}{e} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 309_a.$$

So lange h_1 poſitiv iſt, d. h. E über der Horizontalen $A\,B$ liegt, iſt V poſitiv,

d. h. Zug; für $h_1 = 0$ ift auch $V = 0$, d. h. wenn AEB eine gerade Linie ift, hat die Stange CE keine Spannung; wird h_1 negativ, d. h. liegt E unter der Linie AB, fo ift V negativ, d. h. Druck.

Die Spannungen durch Windbelaftung find, wie beim englifchen Dachftuhl gezeigt, vermittels der *Ritter*'fchen Methode oder durch Aufftellung der Gleichgewichtsbedingungen zu ermitteln. Bequemer ift, befonders für diefe Belaftungsart, die graphifche Ermittelung.

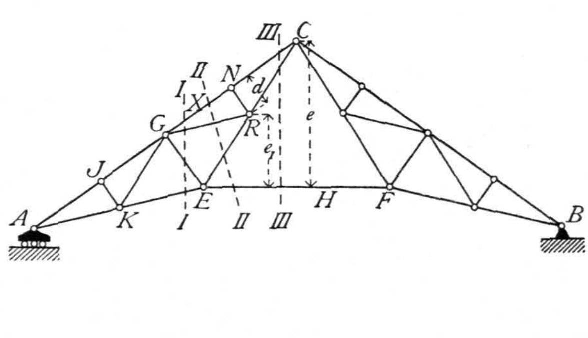
d) Franzöfifche oder *Polonceau*-Dachftühle.

Die Berechnung und die Conftruction der Stabfpannungen ift hier nach Ermittelung fämmtlicher äufseren Kräfte für die verfchiedenen Belaftungsarten in der allgemein gezeigten Weife (fiehe Art. 376, S. 339) vorzunehmen; die Berechnung gefchieht meiftens bequem vermittels der Momentenmethode, die graphifche Ermittelung nach *Cremona*. Die Formeln für die einzelnen Stabfpannungen werden nicht fehr einfach, fo dafs wir von der Aufftellung von Formeln hier abfehen wollen. 435. Einfacher *Polonceau*-Dachftuhl.

Ueber den einfachen *Polonceau*-Dachftuhl braucht demnach hier nichts weiter gefagt zu werden. Befondere Aufmerkfamkeit dagegen erfordert der zufammengefetzte *Polonceau*-Dachftuhl (fiehe Art. 424, S. 390). Bei demfelben ift es nämlich für eine Anzahl von Stäben nicht möglich, die Schnitte fo zu legen, dafs nur drei Stäbe vom Schnitte getroffen werden; beim graphifchen Verfahren ftellt fich eine analoge Schwierigkeit heraus. Wir werden uns defshalb hier nur mit dem zufammengefetzten *Polonceau*-Dachftuhl befchäftigen.

1) Berechnung der Spannungen. Bei der Momentenmethode ift der Momentenpunkt fo zu wählen, dafs für denfelben alle Unbekannten mit Ausnahme einer einzigen das Moment Null haben, mithin nur eine Unbekannte in der Gleichung verbleibt. Bei einigen Stäben ift es nun möglich, den Schnitt fo zu legen, dafs mit Ausnahme einer einzigen fämmtliche Stabrichtungen fich in einem Punkte fchneiden; in diefem Falle ift diefer Punkt als Momentenpunkt für die Ermittelung der Spannungen in demjenigen Stabe zu wählen, welcher nicht durch diefen Punkt geht. So werden durch den Schnitt II (Fig. 287) vier Stäbe gefchnitten, deren drei fich in G treffen; die Spannung in KE kann demnach durch Aufftellung der Momentengleichung für G als Drehpunkt aufgefucht werden. Trifft aber der Schnitt vier oder mehr Stäbe, von welchen fich nicht alle mit Ausnahme eines einzigen in einem Punkte fchneiden, fo bleibt nichts übrig, als eine Reihe von Stabfpannungen vorher zu beftimmen, um diefe nicht mehr als Unbekannte in der Momentengleichung zu haben. Man beftimme alfo zunächft die Spannungen jener Stäbe, bei denen Schnitte möglich find, die nur drei Stäbe treffen; indem alsdann diefe Spannungen als Bekannte eingeführt werden, bleiben in den Momentengleichungen nur noch die gefuchten Unbekannten. Um 436. Zufammengefetzter *Polonceau*-Dachftuhl.

Fig. 287.



z. B. die Spannungen in GN, GR, RE und EF, welche Stäbe durch den Schnitt $II\,II$ getroffen werden, zu finden, ermittele man zunächst diejenige in EF. Man schneide nach $III\,III$; alsdann ist für EF der Firstpunkt C der conjugirte Punkt und demnach die Spannung H in EF leicht zu finden. Es ist $H = \frac{M}{e}$, wenn M das Biegungsmoment der äufseren Kräfte für C ist. Nun sind für den Schnitt $II\,II$ nur noch drei Unbekannte vorhanden. Um die Spannung X in GN zu bestimmen, dient die Momentengleichung für Punkt R, in welcher nur X als Unbekannte verbleibt; für die Spannung in GR ist C, für diejenige in RE ist G der conjugirte Punkt. Nachdem diese Spannungen ermittelt sind, ist für Schnitt II nur noch die Spannung in GE unbekannt; man kann demnach einen beliebigen, nicht auf der Richtungslinie von GE liegenden Punkt als Momentenpunkt annehmen.

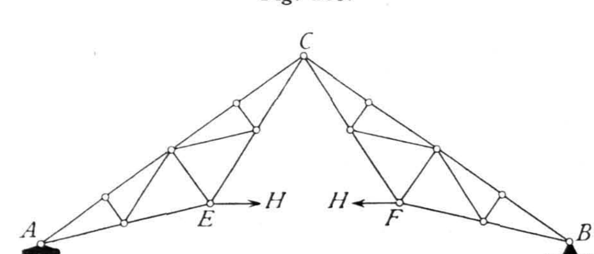
Es empfiehlt sich, stets zuerst die Spannung H im Stabe EF zu ermitteln und dann diesen Stab durch die beiden äufseren Kräfte H in E und F (nach Fig. 288) zu ersetzen. Natürlich sind für jede geänderte Belastung andere Werthe für H auszurechnen und einzuführen; alsdann werden, da ja EF nicht mehr als Stab vorhanden ist, meistens nur drei Stäbe getroffen, so dafs die conjugirten Punkte sich leicht markiren. Bemerkt werden möge noch, dafs die Schnitte beliebig krumm sein können, das allgemeine Gesetz (vergl. Art. 254, S. 232) bleibt dabei giltig und damit auch unser Verfahren.

Die vorstehenden Entwickelungen gelten sowohl für verticale, wie für schiefe Belastungen.

Bei verticalen Belastungen ergeben sich ferner die totalen Belastungen des ganzen Binders wiederum als die ungünstigsten; für die Diagonalen allerdings in demselben Sinne, wie oben beim englischen Dache nachgewiesen, nämlich dafs bei totaler Belastung auch diejenigen Punkte belastet sind, welche in den Diagonalen die Spannung Null erzeugen. Der Nachweis ist unschwer zu führen, soll aber hier, um den verfügbaren Raum nicht zu überschreiten, fortbleiben.

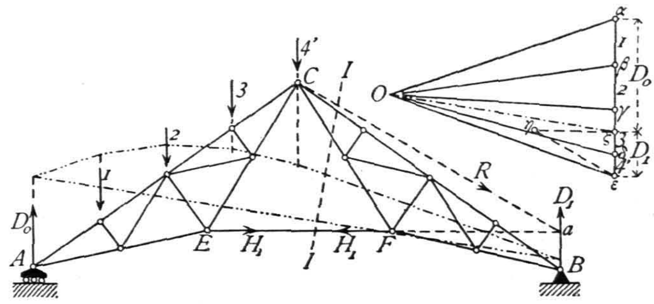
2) Graphische Ermittelung der Spannungen. Bei der Construction des *Cremona*'schen Kräfteplanes ergeben sich analoge Schwierigkeiten, wie bei der Berechnung. Wenn man nämlich beim Aneinanderreihen der kleinen Kraftpolygone bis zum Knotenpunkt E (Fig. 287) gekommen ist, so sind an diesem drei Stäbe mit nicht bekannten Spannungen; das Verfahren ist also nicht ohne Weiteres anwendbar. Die Schwierigkeit wird analog, wie oben, dadurch beseitigt, dafs man zuerst die Spannung H des Stabes EF bestimmt und dieselbe als in E, bezw. F wirkende äufsere Kraft einführt. Dadurch erreicht man auch, dafs die Stäbe zwischen E und C, so wie zwischen C und F zu Randstäben werden. Bevor demnach für den zusammengesetzten *Polonceau*-Dachstuhl der Kräfteplan gezeichnet werden kann, ist H zu ermitteln. Diese Ermittelung erfolgt entweder auf dem Wege der Rechnung, wie soeben gezeigt, oder besser,

Fig. 288.



wenn doch alles Uebrige conſtruirt wird, auf geometriſchem Wege. Wir werden das einzuſchlagende Verfahren für die verſchiedenen Belaſtungsarten zeigen.

Fig. 289.



α) Belaſtung durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneelaſt. Man kann H vermittels der Schnittmethode beſtimmen, indem man das Seilpolygon der äuſseren Kräfte für einen beliebigen Pol conſtruirt, einen Schnitt ſo durch den Träger legt, daſs auſser EF nur noch zwei Stäbe getroffen werden, den Angriffspunkt der Transverſalkraft für dieſen Schnitt ſucht und nun, wie oben in Art. 381, S. 341 gezeigt, zerlegt. Die Kraft Q wird dann ſehr weit ſeitwärts fallen, weil der Schnitt nahe der Mitte liegt, und wenn man ſich auch durch Hilfsconſtructionen helfen kann, ſo dürfte doch die folgende Conſtruction empfehlenswerther ſein.

Fig. 290.

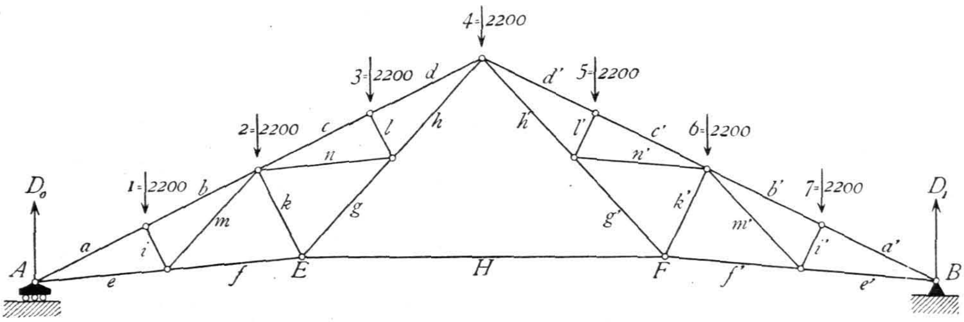
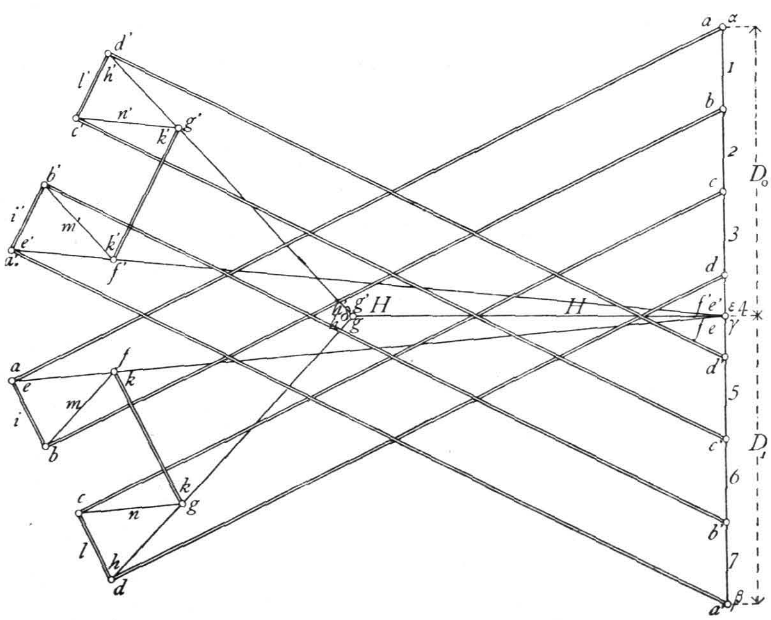


Fig. 291.



Die Spannung H im Stabe EF (Fig. 289) iſt bei totaler Belaſtung (und der hier vorausgeſetzten zur Firſtverticalen ſymmetriſchen Dachform) offenbar genau doppelt ſo groſs, als die Spannung H_1, welche in EF bei Belaſtung nur der einen Dachhälfte ſtattfindet. Die Gröſse dieſer Spannung H_1 wird nun folgender Maſsen ermittelt. Man legt einen Schnitt II durch das Dach derart, daſs an der einen (hier der rechten) Seite desſelben gar keine Laſten liegen; alsdann wirken auf den Theil

Fig. 292.

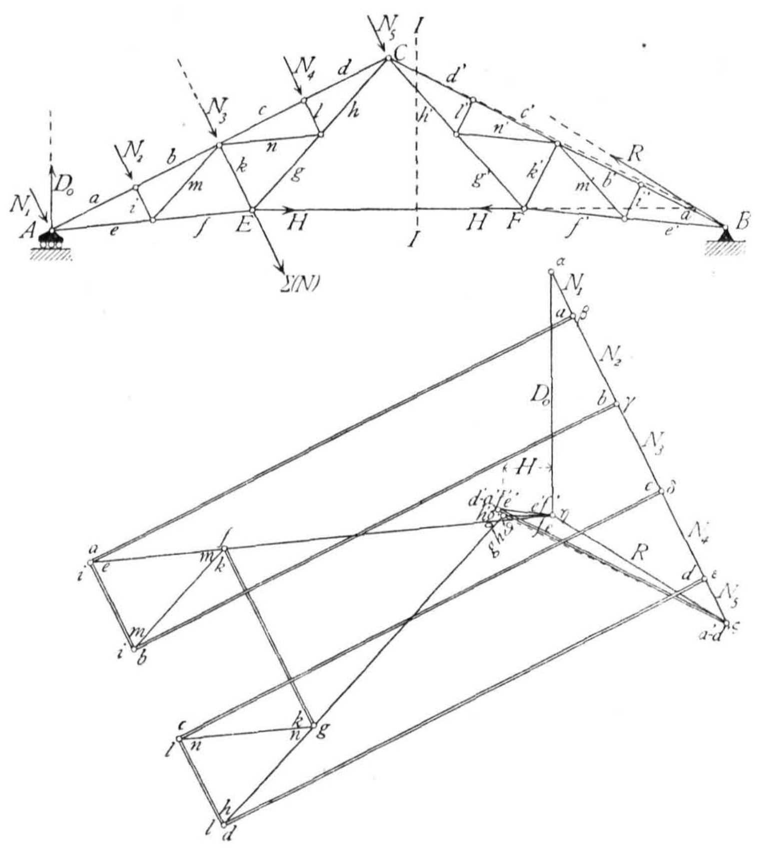
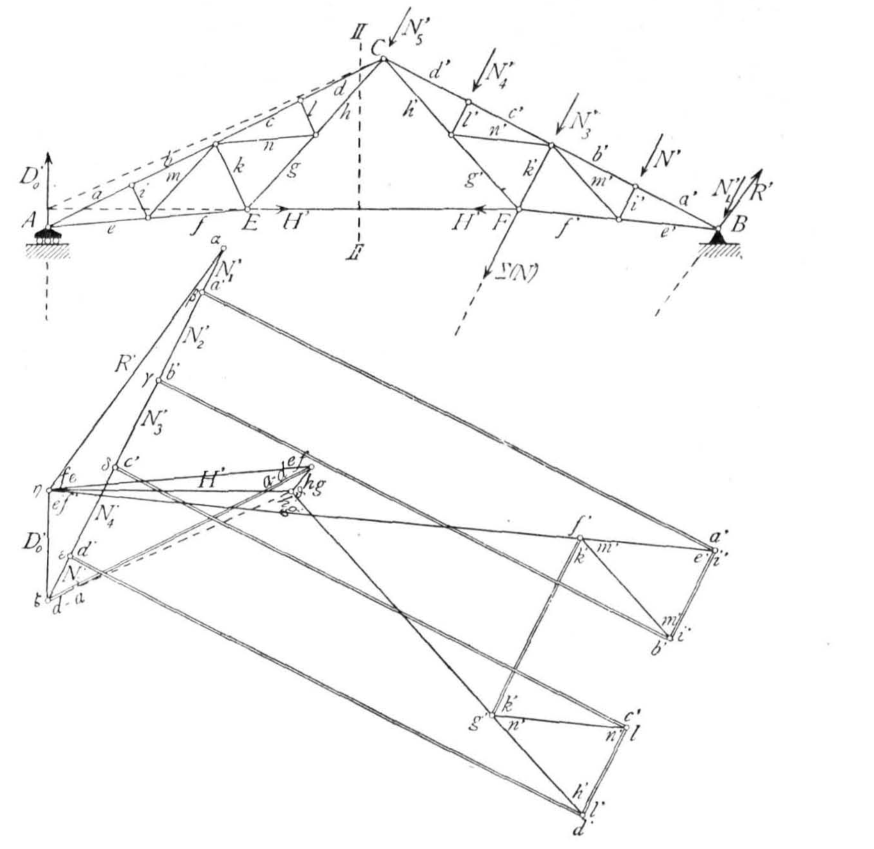


Fig. 293.



rechts vom Schnitte nur die Spannungen der drei durchſchnittenen Stäbe und die Auflager-Reaction D_1. Zwei von dieſen Stäben ſchneiden ſich im Firſtpunkte; die in ihnen wirkenden Spannungen können alſo durch eine Mittelkraft erſetzt werden, welche durch den Firſtpunkt C geht; demnach halten die drei auf das Fragment wirkenden Kräfte D_1, H_1 und die Mittelkraft R der beiden Stabſpannungen das Fragment im Gleichgewicht, ſchneiden ſich alſo in einem Punkte. Durch den Schnittpunkt a von H_1 und D_1 geht alſo auch R; R geht aber auch durch C; die Kraft R hat demnach die Richtung $C a$. Nun können wir D_1 nach den beiden bekannten Richtungen von H_1 und R zerlegen; D_1 wird mit Hilfe des Seilpolygons conſtruirt und iſt (Fig. 289) gleich $\varepsilon \zeta$. Man erhält $H_1 = \zeta \eta$ und $R = \eta \varepsilon$.

Die Kraft H, welche der Belaſtung des ganzen Daches entſpricht, iſt dann gleich $2 \times \zeta \eta$. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daſs in obiger Conſtruction als Belaſtung des Firſtknotenpunktes nur die Hälfte der anderen Knotenpunktsbelaſtungen einzuführen iſt. Es iſt deſshalb hier die Laſt im Firſtknotenpunkte mit $4'$ bezeichnet.

Der Kräfteplan iſt nun zu conſtruiren, indem ſtatt der Stange EF die äuſseren Kräfte H in den Punkten E und F eingeführt werden. Man trage die Laſten *1*, *2* . . . *6*, *7* an einander (Fig. 291); auf *7* folgt $D_1 = \beta \gamma$, dann die Kraft H im Punkte F gleich $\gamma \delta$ und H im Punkte E gleich $\delta \varepsilon$; ε fällt mit γ zusammen. Endlich iſt an ε die Auflager-Reaction $D_0 = \gamma \alpha$ anzutragen, womit ſich das Kraftpolygon ſchlieſst. Nun iſt der Kräfteplan nach den in Art. 382, S. 342 angegebenen Principien in Fig. 291 conſtruirt, wobei vom Knotenpunkt A ausgegangen iſt.

Für die Belaſtung nur der einen Dachhälfte mit Schnee iſt H_1, wie oben gezeigt, zu ermitteln und alsdann der Kräfteplan ohne Schwierigkeit zu verzeichnen.

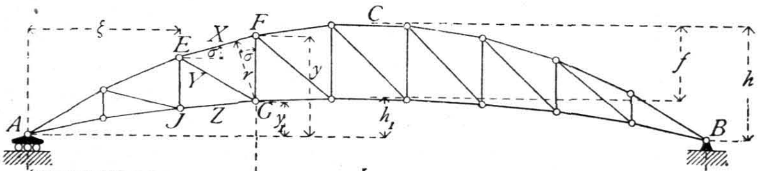
β) Windbelaſtung von der Seite des beweglichen Auflagers. Die Ermittelung der Auflager-Reactionen wird, wie in Art. 417, S. 381 gezeigt, vorgenommen; die Gröſse der Kraft H (im Stabe EF, Fig. 292) ergiebt ſich wieder durch Betrachtung des Fragmentes an derjenigen Seite des Schnittes II, an welcher die Winddrücke nicht wirken. Nachdem ſodann die H als äuſsere Kräfte eingeführt ſind, iſt der Kräfteplan in gewöhnlicher Weiſe zu zeichnen. Die Conſtruction iſt in Fig. 292 vorgenommen.

γ) Winddruck von der Seite des feſten Auflagers. Fig. 293 zeigt die Conſtruction des Kräfteplanes für dieſen Fall; nach dem Vorſtehenden iſt er ohne beſondere Erklärung verſtändlich.

e) Sicheldächer.

Die Gurtungen können bei den Sicheldächern nach beliebigen Curven gekrümmt ſein; gewöhnlich ſind beide Gurtungen Polygone, welche Parabeln oder Kreiſen eingeſchrieben ſind. Die Beſtimmung der Auflager-Reactionen iſt in Art. 416 ff. S. 380 ff. gezeigt worden; die Stabſpannungen ergeben ſich durch Rechnung oder Conſtruction ohne Schwierigkeit. Es ſoll hier nur die Geſetzmäſsigkeit der Spannungsänderungen für das paraboliſche Sicheldach und für verticale Belaſtungen gezeigt werden. 437. Form der Dachbinder.

Fig. 294.



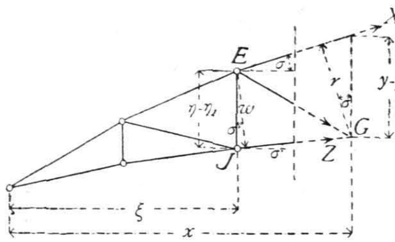
Die Gleichungen der beiden Curven ſind, wenn die Pfeilhöhen h und h_1 ſind, nach Art. 393, S. 360 für A als Anfangspunkt der Coordinaten (Fig. 294)

$$y = \frac{4\,h}{L^2}\,(L\,x - x^2) \quad \text{und} \quad y_1 = \frac{4\,h_1}{L^2}\,(L\,x - x^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 310.$$

α) Stabſpannung bei verticaler Belaſtung. Für den Stab EF (Fig. 294) der oberen Gurtung iſt G der conjugirte Punkt, und wenn das Biegungsmoment für dieſen Punkt mit M_x bezeichnet wird, iſt $X r + M_x = 0$, woraus $X = -\frac{M_x}{r}$. 438. Ermittelung d. Spannungen durch verticale Belaſtung.

Nun ift $r = (y - y_1) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} (h - h_1) (L x - x^2) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} f (L x - x^2) \cos \sigma$;

Fig. 295.



alfo

$$X \cos \sigma = - \frac{M_x \, L^2}{4 f (L x - x^2)} \quad . \quad 311.$$

Für den Stab JG der unteren Gurtung ift E der conjugirte Punkt, und wenn das Biegungsmoment für diefen Punkt mit M_ξ bezeichnet wird, fo ift (Fig. 295) $Z = \frac{M_\xi}{w}$. Nun ift

$$w = (\eta - \eta_1) \cos \sigma' = \frac{4}{L^2} f (L \xi - \xi^2) \cos \sigma',$$

d. h.

$$Z \cos \sigma' = \frac{M_\xi \, L^2}{4 f (L \xi - \xi^2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 312.$$

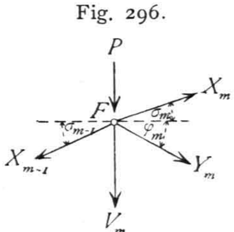
Aus den Gleichungen 311. und 312. folgt:

a) Für totale gleichmäfsig über die Horizontalprojection vertheilte Belaftung p pro Längeneinheit ift $M_x = \frac{p}{2} (L x - x^2)$ und $M_\xi = \frac{p}{2} (L \xi - \xi^2)$, alfo

$$X \cos \sigma = - \frac{p \, L^2}{8 f} \quad \text{und} \quad Z \cos \sigma' = \frac{p \, L^2}{8 f}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 313.$$

d. h. die Horizontalcomponenten der Gurtungsfpannungen find bei der angegebenen Belaftungsart in beiden Gurtungen conftant, und zwar gleich dem Maximalmomente, dividirt durch die Mittenhöhe der Sichel. Bei der Parabel ift innerhalb der Grenzen, welche bei den Dächern vorkommen, cos σ und cos σ′ nahezu conftant. Das foeben gefundene Refultat ftimmt mit dem in Art. 396, S. 362 für die Parabelträger Ermittelten überein. Durch Aufftellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der oberen Gurtung, etwa F, ergiebt fich ferner (Fig. 296)

Fig. 296.



$$0 = X_m \cos \sigma_m - X_{m-1} \cos \sigma_{m-1} + Y_m \cos \varphi_m, \text{ d. h.}$$

$$0 = - \frac{p \, L^2}{8 f} + \frac{p \, L^2}{8 f} + Y_m \cos \varphi_m \text{ oder } Y_m = 0 \, . \quad 314.$$

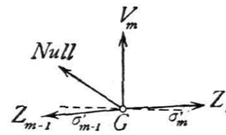
Für die angegebene Belaftung find die Spannungen fämmtlicher Diagonalen bei den parabolifchen Sicheldächern gleich Null.

b) Alle zu den Gurtungsftäben gehörigen conjugirten Punkte liegen zwifchen den Verticalen der Auflager A und B (Fig. 294); für alle diefe Punkte find die Biegungsmomente bei verticaler Belaftung pofitiv (fiehe Art. 362, S. 325); mithin erzeugt jede verticale Belaftung in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denjenigen der unteren Gurtung Zug. Maximaldruck, bezw. -Zug für verticale Belaftung wird demnach in allen Stäben bei voller Belaftung des ganzen Dachbinders ftattfinden.

Für die Spannungen in den Diagonalen ergiebt fich in derfelben Weife, welche in Art. 397, S. 363 angewendet ift, um die Beanfpruchungsart der Diagonalen des Parabelträgers zu ermitteln: Jede Belaftung zwifchen dem durch eine Diagonale gelegten Verticalfchnitt und demjenigen Auflager, nach welchem die Diagonale zu fällt, erzeugt Zug in derfelben; jede Belaftung zwifchen dem Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem die Diagonale ſteigt, erzeugt in derſelben Druck. Maximaldruck, bezw. -Zug finden demnach ſtatt, wenn nur die Druck-, bezw. Zugabtheilung der betreffenden Diagonalen belaſtet iſt. Ob bei einem Dache dieſe verſchiedenen, jedenfalls für die meiſten Diagonalen überhaupt wohl nicht vorkommenden Belaſtungsarten der Berechnung zu Grunde gelegt werden ſollen, iſt fraglich; meiſtens dürfte es genügen, eine Belaſtung nur der einen Dachhälfte durch Schnee als ungünſtigſte verticale Belaſtung einzuführen. Die hierbei ſich ergebenden Spannungen ſind mittels der *Ritter*'ſchen Methode leicht zu finden.

Betreff der Spannungen in den Verticalen ergiebt ſich wie oben folgendes Geſetz: Maximaldruck, bezw. -Zug findet in einer Verticalen bei der Belaſtung ſtatt, welche in derjenigen Diagonalen den gröſsten Zug, bezw. Druck erzeugt, die mit der Verticalen in einem Knotenpunkt der nicht belaſteten Gurtung zuſammentrifft. Auch hier dürfte es genügen, als mobile Verticalbelaſtungen nur die Belaſtung des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte anzunehmen.

Fig. 297.

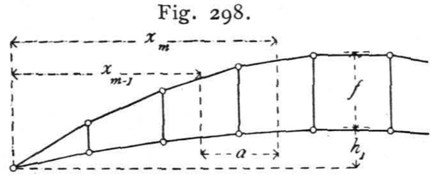


Bei Belaſtung des ganzen Dachbinders mit der gleichmäſsig über die Horizontalprojection vertheilten Belaſtung p ergiebt ſich die Spannung aller Verticalen durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der unteren Gurtung. Es iſt (Fig. 297), da die Spannung in der Diagonalen gleich Null iſt,

$$0 = V_m + Z_m \sin \sigma'_m - Z_{m-1} \sin \sigma'_{m-1} \quad \text{und} \quad 0 = V + \frac{p\,L^2}{8f} (\operatorname{tg} \sigma'_m - \operatorname{tg} \sigma'_{m-1}).$$

Wird (mit geringem Fehler) die Curve als ſtetig gekrümmt angeſehen und werden die Richtungen der Stäbe als parallel zu den in den Mitten der unteren Gurtungsſtäbe an die Parabel gelegten Tangenten eingeführt, ſo iſt

Fig. 298.



$$\operatorname{tg} \sigma'_m = \frac{4\,h_1}{L^2} (L - 2\,x_m) \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \sigma'_{(m-1)} = \frac{4\,h_1}{L^2} (L - 2\,x_{m-1}),$$

ſonach

$$0 = V + \frac{p\,L^2}{8f} \frac{4\,h_1}{L^2}\, 2\,(x_{m-1} - x_m) = V - \frac{p\,h_1}{f}\, a, \text{ woraus } V = \frac{p\,h_1\,a}{f} \qquad 315.$$

V nimmt ab, wenn h_1 abnimmt; für $h_1 = 0$ iſt $V = 0$.

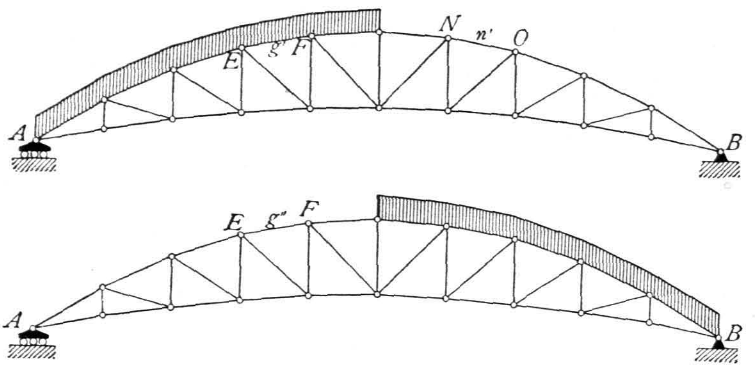
β) Stabſpannungen bei einſeitiger Schneebelaſtung. In Betreff der Belaſtung durch einſeitige Schneelaſt iſt Folgendes zu beachten. Man braucht nicht für beide Belaſtungsarten, diejenige des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte, die Spannungen zu berechnen; vielmehr genügt für ſymmetriſch zur Mittelverticalen angeordnete Conſtruction die Kenntniſs der Spannungen bei einſeitiger Belaſtung, um diejenigen zu erhalten, welche bei totaler Belaſtung ſtattfinden, und gleichzeitig zu ermitteln, welche Belaſtungsart die gefährlichere iſt. Die Belaſtung der linken Dachhälfte erzeugt etwa (Fig. 299) im Stabe EF die Spannung g'; die Belaſtung der rechten Dachhälfte erzeugt in demſelben Stabe die Spannung g''. Die Totalbelaſtung hat offenbar im Stabe EF die Spannung $g' + g''$ zur Folge. Liegt nun NO genau ſymmetriſch mit EF, ſo wird die Spannung n' in NO bei der erſteren Belaſtungsart genau ſo groſs ſein, wie g''. Es iſt aber

439. Ermittelung d. Spannungen durch einſeitige Schneelaſt.

$$g_{total} = g' + g'' = g' + n'.$$

Die durch die Belaſtung des ganzen Daches in einem Stabe entſtehende Spannung iſt alſo gleich der Summe derjenigen Spannungen, die durch Belaſtung der einen Dachhälfte in dem betrachteten Stabe und in dem ſymmetriſch zur Mitte liegenden Stabe entſtehen. Wenn die ſymmetriſch zur Mitte liegenden Stäbe bei der Belaſtung einer Dachhälfte in gleichem Sinne beanſprucht werden, alſo beide Zug oder beide Druck erhalten, ſo iſt die Summe dieſer Spannungen gröſser, als jede einzelne,

Fig. 299.



d. h. die Totalbelaſtung des Daches iſt ungünſtiger, als die einſeitige. Werden beide Stäbe in entgegengeſetztem Sinne beanſprucht, ſo iſt die Summe beider kleiner, als die gröſsere von beiden, demnach die einſeitige Belaſtung als ungünſtigere einzuführen. Dabei iſt zu beachten, daſs in letzterem Falle beide Stabſpannungen als ungünſtige einzuführen ſind, da nach der neuen Dimenſionirungsmethode nicht nur die Maximal-, ſondern auch die Minimalſpannungen von Wichtigkeit ſind. Wenn ein Mittelfeld mit zwei ſich kreuzenden Zugdiagonalen vorhanden iſt, ſo gilt die vorſtehende Entwickelung ebenfalls; jedoch iſt ſtets nur diejenige Diagonale des Mittelfeldes als vorhanden zu betrachten, welche bei der betreffenden Belaſtung Zug erleidet.

Was ſoeben vom Sicheldach angegeben wurde, gilt ſelbſtverſtändlich von jedem aus zwei ſymmetriſchen Hälften zuſammengeſetzten Dachſtuhl.

440. Ermittelung d. Spannungen durch Winddruck.

γ) Stabſpannungen bei Belaſtung durch Winddruck. Die durch Windbelaſtung entſtehenden Stabſpannungen ſind ſowohl für den Fall, daſs der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers kommt, wie für den Fall zu ermitteln, daſs der Wind von der Seite kommt, an welcher das feſte Auflager liegt. Die Berechnung iſt nach Früherem leicht durchzuführen.

441. Gegendiagonalen.

δ) Gegendiagonalen. Aus dem Belaſtungsgeſetz für die Diagonalen geht hervor, daſs jede Diagonale ſowohl Zug, wie Druck erhalten kann; will man dies vermeiden, ſo ſind Gegendiagonalen anzuwenden, worüber das im Kapitel »Träger« (Art. 399, S. 367) Geſagte auch hier gilt.

442. Beiſpiel.

Beiſpiel. Für nachſtehend näher beſchriebenes Sicheldach ſind in den Fig. 300 bis 302 die Stabſpannungen ermittelt, und zwar zeigt Fig. 300 das Syſtem und die Spannungsermittelung für Belaſtung durch das Eigengewicht, Fig. 301 die Spannungen für einſeitige Schneelaſt, Fig. 302 diejenigen für Windbelaſtung von der Seite des beweglichen, bezw. feſten Auflagers.

Die Hauptdimenſionen und Belaſtungen des Dachſtuhles ſind: Stützweite $L = 24$ m; Anzahl der Felder gleich 6; Feldweite gleich 4 m; Pfeilhöhe der oberen Parabel $h = 4{,}8$ m, der unteren Parabel $h_1 = 2{,}4$ m; die Binderweite iſt $4{,}2$ m; die Dachdeckung Eiſenwellblech auf Eiſenpfetten.

Die Ordinaten der beiden Parabeln ergeben ſich aus den Gleichungen 310:

$$
\begin{array}{lccccc}
\text{für } x = & 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \text{ m} \\
\text{iſt } y = & 2{,}67 & 4{,}27 & 4{,}8 & 4{,}27 & 2{,}67 \text{ m}, \\
y_1 = & 1{,}33 & 2{,}13 & 2{,}4 & 2{,}13 & 1{,}33 \text{ m}.
\end{array}
$$

Ferner iſt $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2{,}67}{4} = 0{,}6675$, $\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{4{,}27 - 2{,}67}{4} = 0{,}4$, $\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{4{,}8 - 4{,}27}{4} = 0{,}1325$;

$$\alpha_1 = \backsim 33^0 40', \qquad \alpha_2 = \backsim 22^0, \qquad \alpha_3 = \backsim 7^0 30';$$

$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + 2{,}67^2} = 4{,}81 \text{ m}, \qquad \lambda_2 = \sqrt{4^2 + 1{,}6^2} = 4{,}31 \text{ m}, \qquad \lambda_3 = \sqrt{4^2 + 0{,}53^2} = 4{,}04 \text{ m}.$$

Die Belaſtung durch das Eigengewicht beträgt pro 1 qm Horizontalprojection der Dachfläche 42 kg, demnach pro Knotenpunkt $G = 4{,}0 \cdot 4{,}2 \cdot 42 = 705{,}6 = \backsim 700$ kg; die Belaſtung durch Schnee pro Knotenpunkt $S = 4 \cdot 4{,}2 \cdot 75 = 1260$ kg; die Belaſtung durch Winddruck ergiebt ſich nach Gleichung 273. folgender Maſsen:

$$
\begin{array}{lll}
\text{für } \alpha_1 = 33^0 40', & \alpha_2 = 22^0, & \alpha_3 = 7^0 30', \\
\nu = 57 \text{ kg}, & \nu = 34 \text{ kg}, & \nu = 11 \text{ kg}. \\
N_1 = 4{,}2\, \lambda_1 \cdot 57 = \backsim 1150 \text{ kg}, & N_2 = 4{,}2\, \lambda_2 \cdot 34 = \backsim 620 \text{ kg}, & N_3 = 4{,}2\, \lambda_3 \cdot 11 = \backsim 190 \text{ kg}.
\end{array}
$$

Fig. 300.

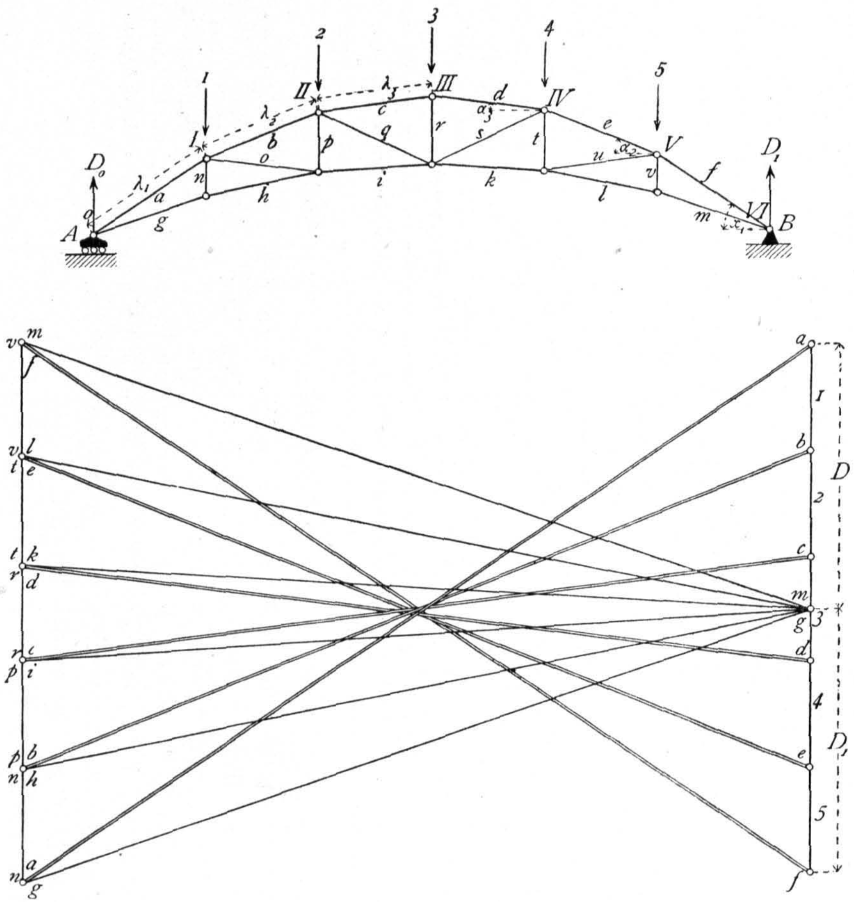


Fig. 301.

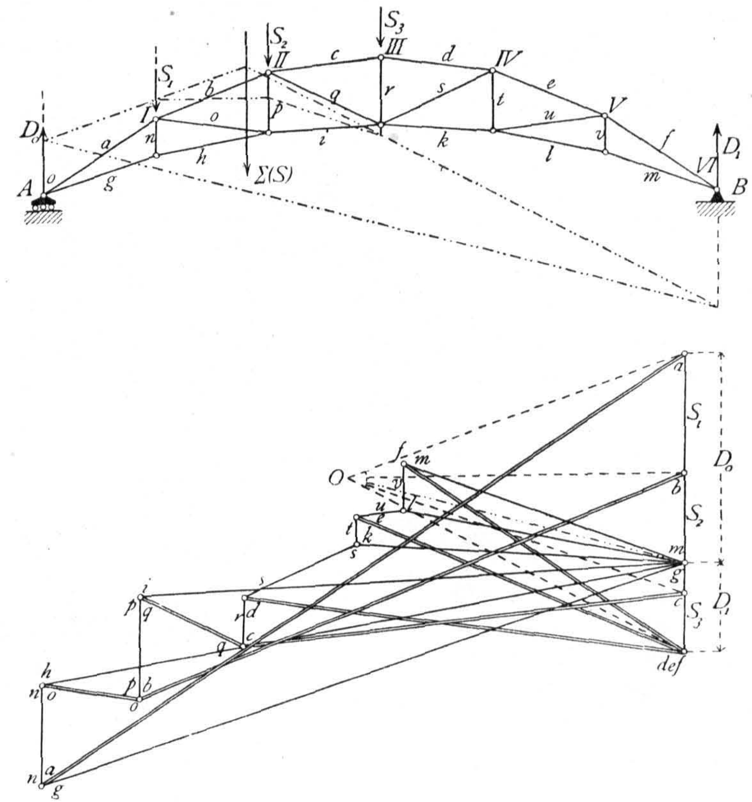
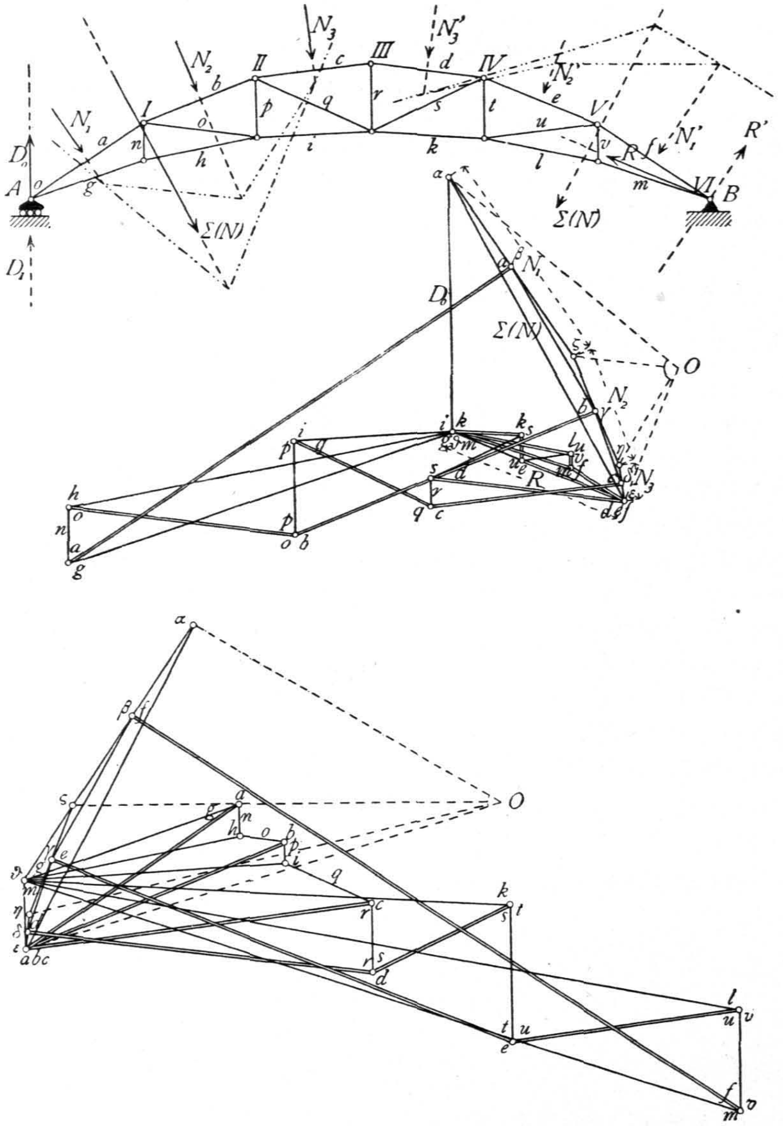


Fig. 302.



Aus den Werthen von N_1, N_2 und N_3 ergeben fich leicht die Knotenpunktsbelaftungen. Von N_1 kommt die Hälfte auf den Knotenpunkt *o*, die andere Hälfte auf den Knotenpunkt *I*; analog verhält es fich mit *II* und *III*. Die beiden in einem Knotenpunkte (*I*, bezw. *II*) wirkenden Laften find alsdann leicht zu einer Refultirenden zu vereinigen, wie in Fig. 302 gefchehen.

f) Pultdächer.

443.
Spannungen.

Die Pultdächer find Balkendächer, welche man fich aus den Satteldächern, bezw. Tonnendächern dadurch entftanden denken kann, dafs die Hälfte an der einen Seite der verticalen Mittelaxe fortgelaffen ift. Die Ermittelung der Belaftungen, der Auflager-Reactionen und der inneren Spannungen, fei es auf dem Wege der Rechnung, fei es auf dem der Conftruction, ift genau in derfelben Weife vorzunehmen, die in den vorftehenden Artikeln gezeigt ift, wefshalb hier nicht weiter darauf eingegangen zu werden braucht.

3. Kapitel.

Sprengwerks- und Conſole-Dächer.

a) Sprengwerksdächer.

444. Ungünſtigſte Belaſtung.

Entſprechend den Bemerkungen in Art. 414, S. 380 und Art. 439, S. 409 werden wir als möglichſt ungünſtige Belaſtungen durch mobile verticale Laſten nur die Schneebelaſtung des ganzen Daches und diejenige einer Dachhälfte der Berechnung zu Grunde legen; ferner die einſeitige Windbelaſtung als ungünſtigſte Belaſtung durch ſchiefe Laſten. Bei der Schneebelaſtung iſt ſodann für jeden Stab zu unterſuchen, ob die Belaſtung des ganzen Daches oder diejenige der einen oder der anderen Hälfte die ungünſtigſte iſt. Zu dieſem Zwecke genügt nach Art. 439, S. 409 die Beſtimmung der Stabſpannungen bei einſeitiger Schneebelaſtung.

Aus der Gröſse und Art der Beanſpruchungen ſämmtlicher Stäbe bei dieſer Belaſtung ſind alsdann, wie dort gezeigt iſt, die ungünſtigſten verticalen Belaſtungen, ſo wie die Gröſsen der ungünſtigſten Spannungen leicht zu ermitteln.

445. Berechnung der Spannungen.

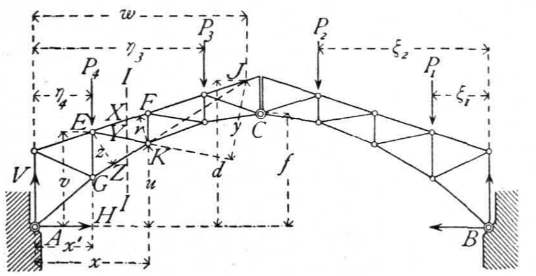
Die Berechnung der Spannungen erfolgt, wenn die Reactionen ermittelt ſind, nach der Momentenmethode genau, wie bei den anderen Dächern. Für eine beliebige verticale Belaſtung (Fig. 303) handle es ſich um die Spannungen X, Y und Z in den Stäben EF, EK und GK. Für EF iſt K der conjugirte Punkt, und für das Fragment zwiſchen A und dem Schnitte II wird

$$0 = Vx - Hu - P_4 (x - \eta_4) + Xr,$$

woraus

$$X = -\frac{1}{r} [Vx - Hu - P_4 (x - \eta_4)].$$

Fig. 303.



Für GK iſt E der conjugirte Punkt, und es wird

$$0 = Vx' - Hv - Zz, \text{ woraus } Z = \frac{1}{z} (Vx' - Hv).$$

Endlich iſt J der conjugirte Punkt für EK, und es wird

$$0 = Vw - Hd - P_4 (w - \eta_4) - Yy, \text{ woraus } Y = \frac{1}{y} [Vw - Hd - P_4 (w - \eta_4)].$$

Man kann auch, was oft einfacher iſt, die Gleichgewichtsbedingung für das Fragment zwiſchen C und dem Schnitte II aufſtellen; ſelbſtverſtändlich ergeben ſich dieſelben Reſultate.

Für ſchiefe Belaſtungen iſt die Methode genau die gleiche.

446. Graphiſche Ermittelung der Spannungen.

Sollen die Spannungen auf geometriſchem Wege ermittelt werden, ſo wird, nachdem für die angenommenen Belaſtungen die Reactionen der Punkte A und B ermittelt ſind, für jede Hälfte der Kräfteplan nach *Cremona* in mehrſach erörterter Weiſe conſtruirt. In Fig. 304, 305 und 306 ſind dieſe Kräftepläne für Belaſtung durch Eigengewicht, einſeitige Schneelaſt und Winddruck conſtruirt.

Fig. 304.

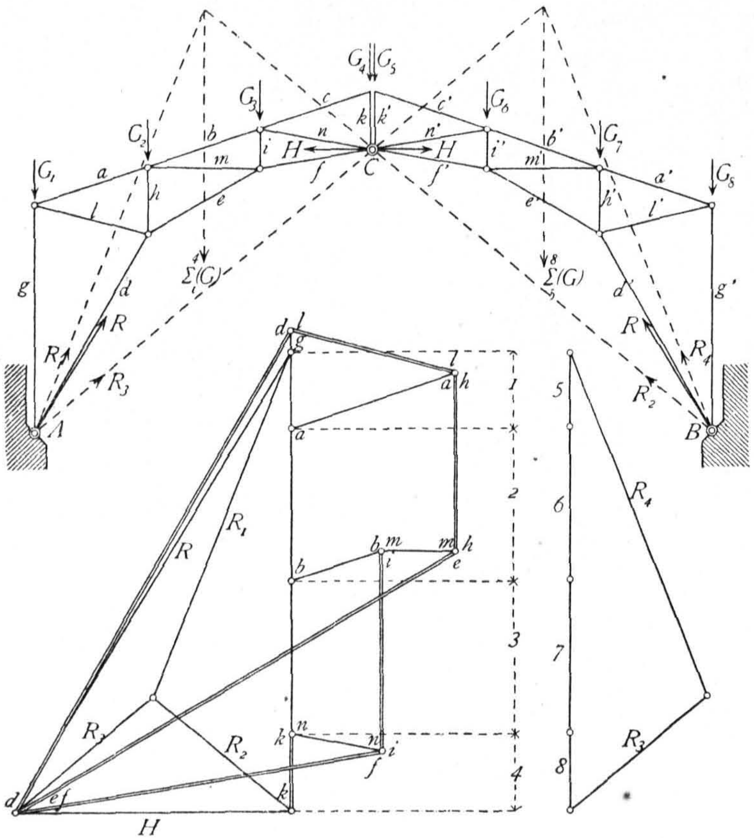
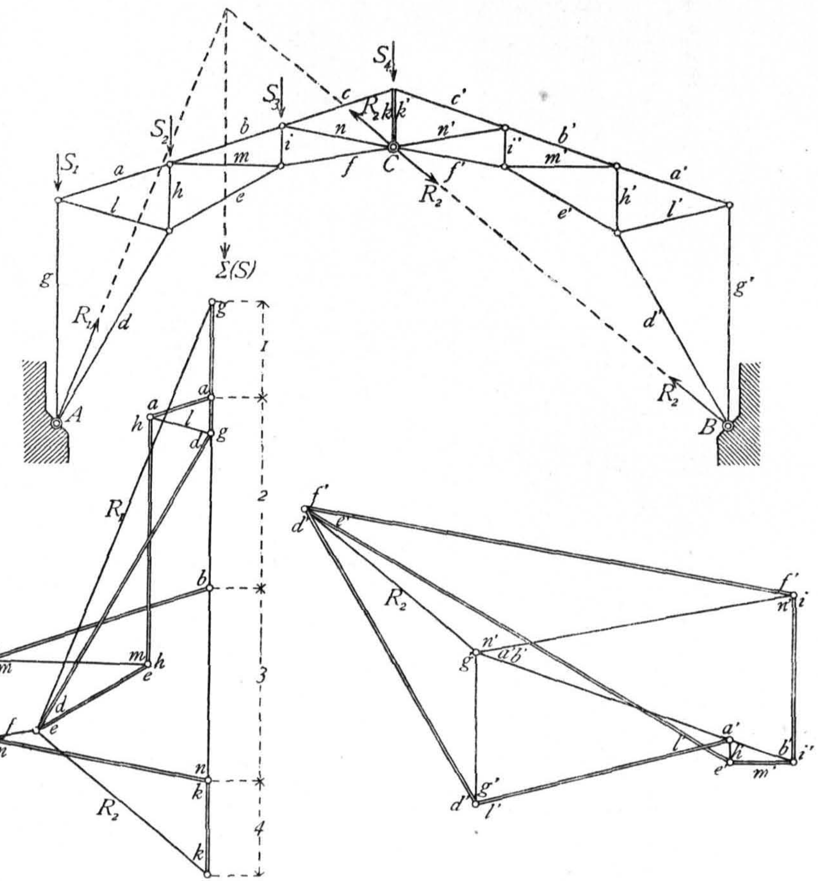


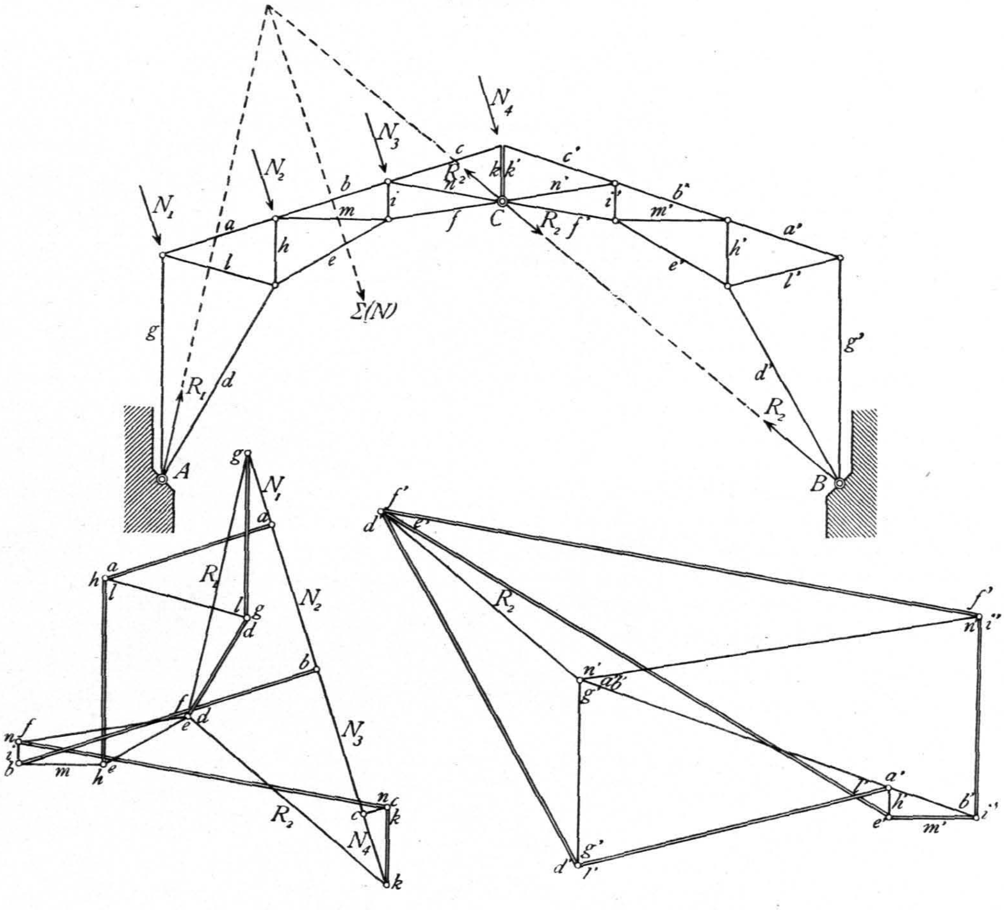
Fig. 305.



Linke Hälfte.

Rechte Hälfte.

Fig. 306.



Linke Hälfte. *Rechte Hälfte.*

b) Confole-Dächer.

Die Confole-Dächer find Dächer, welche, wie die Confole-Träger (fiehe Art. 364 bis 367, S. 326 bis 329), an ihrem einen Ende unterftützt find, am anderen Ende frei fchweben. Demnach mufs auch hier, falls Gleichgewicht ftattfinden foll, Seitens der Wand, an welcher das Confole-Dach befeftigt ift, eine Auflager-Reaction und ein Moment geleiftet werden.

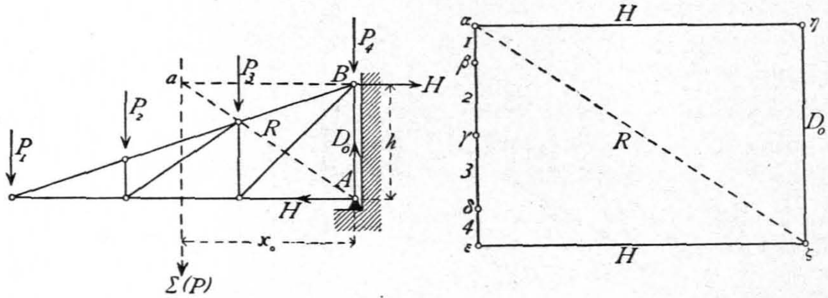
1) Reactionen. Für verticale Belaftungen ift die Auflager-Reaction im 447. Reactionen.
Punkte A (Fig. 307)

$$D_0 = \Sigma\,(P) \qquad 316.$$

Das Seitens der Wand zu leiftende Moment mufs dem refultirenden Momente der äufseren Kräfte, d. h. demjenigen von $\Sigma\,(P)$ und A genau gleich fein und entgegengefetzte Drehrichtung haben. Da $D_0 = \Sigma\,(P)$ ift und beide Kräfte einander parallel find, fo bilden fie ein Kräftepaar mit dem Momente $M_0 = x_0\,\Sigma\,(P)$. Diefelbe Gröfse hat alfo das von der Mauer zu leiftende Moment. Wir denken uns diefes Moment durch zwei gleiche, parallele und entgegengefetzt gerichtete Kräfte H in den Punkten A und B gebildet; alsdann ift $H\,h = M_0 = x_0\,\Sigma\,(P)$ und daraus

$$H = \frac{\Sigma\,(P)\,x_0}{h} \qquad 317.$$

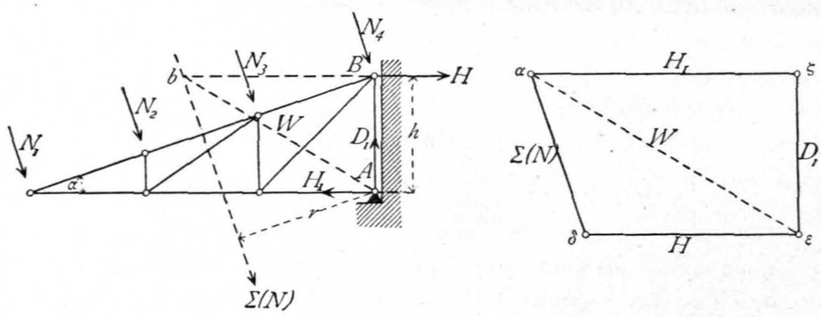
Fig. 307.



Ueber die Ermittelung von D_0 auf graphifchem Wege braucht nichts weiter gefagt zu werden. Um H zu conftruiren, fuche man die Refultirende von P_1, P_2, P_3 . . . auf bekannte Weife; alsdann wirken auf das Dach 4 Kräfte: $\Sigma(P)$, D_0, H im Punkte A und H im Punkte B. Faffen wir je zwei von diefen vier Kräften zu einer Mittelkraft zufammen, fo geht die Mittelkraft von H und D_0 durch A, diejenige von $\Sigma(P)$ und der in B wirkenden Kraft H durch a; beide halten das Dach im Gleichgewicht; ihre Richtungen fallen alfo in eine gerade Linie, in die Linie aA. Man trage fonach die Laften $1, 2, 3$ . . . an einander zu $\alpha\varepsilon$, ziehe durch α eine Linie parallel zur Richtung von R, durch ε eine Linie parallel zur Richtung von H; alsdann ift $\varepsilon\zeta = H$ und $\zeta\alpha = R$. Um nun das Kraftpolygon der äufseren Kräfte zu vervollftändigen, trage man an ζ die Kraft $D_0 = \zeta\eta = \alpha\varepsilon$ und an η das in A angreifende $H = \eta\alpha$. Damit fchliefst fich das Kraftpolygon.

Bei der Belaftung durch Winddruck (Fig. 308) entfteht im Punkte A eine fchiefe Reaction, welche in eine verticale Componente D_1 und eine horizontale

Fig. 308.

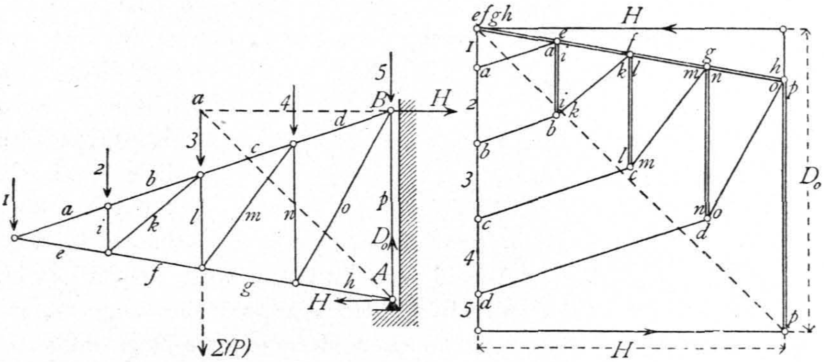


Componente H_1 zerlegt werden kann. Aufserdem mufs von der Wand ein Moment geleiftet werden, welches in Bezug auf A als Momentenpunkt demjenigen der Windlaften gleich, der Drehrichtung nach entgegengefetzt ift. Um diefes Moment zu erzeugen, bringen wir in B eine Kraft H an, welche fich aus der Bedingung beftimmt

$$\left.\begin{array}{l} 0 = Hh - \Sigma(N)\, r, \quad \text{woraus} \quad H = \dfrac{r}{h}\, \Sigma(N). \\ \text{Es wird ferner} \\ D_1 = \Sigma(N) \cos\alpha \quad \text{und} \quad H_1 = H + \Sigma(N) \sin\alpha = \Sigma(N)\left(\dfrac{r}{h} + \sin\alpha\right) \end{array}\right\} \quad . \quad 318.$$

Die Conftruction der Kräfte H_1, D_1 und H erfolgt in analoger Weife, wie bei verticaler Belaftung. Man combinirt $\Sigma(N)$ und die in B angreifende Kraft H zu einer Refultirenden, welche durch b geht, und

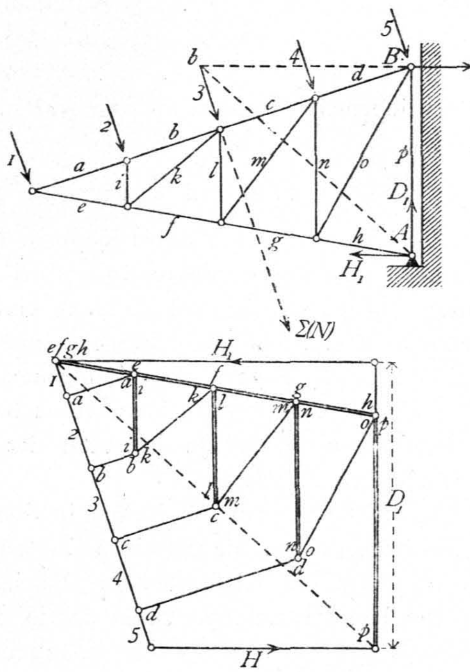
Fig. 309.



H_1 mit D_1 zu einer zweiten Refultirenden, welche durch A geht. Beide Kräfte halten das Dach im Gleichgewicht, haben alfo die Richtung $b\,A$, bezw. $A\,b$.

Ift $\alpha\delta = \Sigma(N)$, fo ziehe man durch δ eine Parallele zur Richtung von H, durch α eine Parallele zur Richtung von W; man erhält ε, und es ift $\delta\varepsilon = H$, $\varepsilon\alpha = W$. Nun zerlege man $\varepsilon\alpha$ in D_1 und H_1, und es wird $\varepsilon\zeta = D_1$, $\zeta\alpha = H_1$.

Fig. 310.



2) Stabfpannungen. Um die Stabfpannungen zu ermitteln, find hier nur Belaftung durch das Eigengewicht, durch totale Schnee- und totale Windbelaftung ins Auge zu faffen. 448. Stab-fpannungen.

Die Berechnung für die verfchiedenen möglichen Formen ift nach der Momentenmethode ohne Schwierigkeit durchzuführen, und zwar fowohl wenn die Laften vertical, als wenn fie normal zur Dachfläche gerichtet find; es braucht darauf hier nicht weiter eingegangen zu werden.

Das graphifche Verfahren ift in den Fig. 309 und 310 für einen Confole-Dachftuhl, und zwar für Belaftung durch Eigengewicht und durch Winddruck durchgeführt. Zuerft find die äufseren Kräfte, wie oben gezeigt, ermittelt, in cyclifcher Reihenfolge an einander getragen und dann der Kräfteplan conftruirt, der ohne Weiteres verftändlich ift.

---

4. Kapitel.

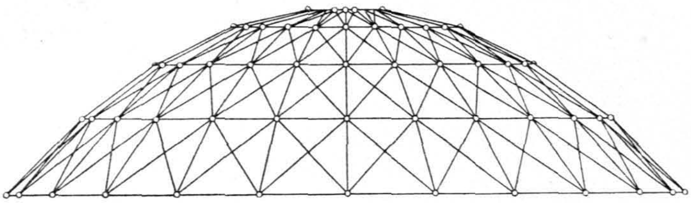
Kuppel-, Zelt- und Thurmdächer.

a) Kuppeldächer.

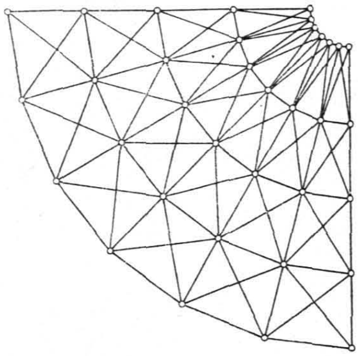
Die Kuppelfläche entfteht durch Rotation einer Curve um eine verticale Mittelaxe; fie ift alfo eine Rotationsfläche. 449. Allgemeines.

Während man früher die Kuppeldächer aus einer Anzahl radial geftellter

Fig. 311.



Binder conſtruirte, ſind bei den neueren, von *Schwedler* erfundenen und vielfach mit beſtem Erfolg ausgeführten Kuppeldächern ſämmtliche Conſtructionstheile in die Kuppelfläche verlegt. Eine



Anzahl von Sparren wird in der Richtung der Meridiane der Kuppelfläche angeordnet und in verſchiedenen Höhen durch horizontale Ringe mit einander verbunden; letztere ſind den Parallelkreiſen der Kuppelfläche eingeſchriebene Polygone. In den ſo entſtehenden Vierecken ſind alsdann, wegen der ungleichmäſsigen Belaſtung, noch Diagonalen angeordnet, und zwar gekreuzte Zugdiagonalen. Gewöhnlich iſt eine Belaſtung der Kuppelmitte durch eine ſog. Laterne vorhanden. Die ganze Conſtruction bildet demnach ein der Kuppelfläche eingeſchriebenes Polyeder; in Fig. 311 ſind Anſicht und Grundriſs derſelben dargeſtellt.

1) Belaſtungen und Auflager-Reactionen.

450. Belaſtungen.

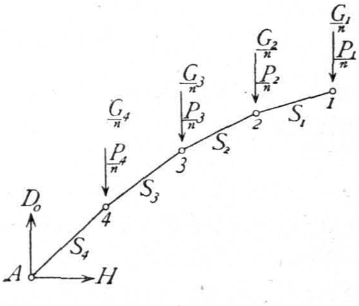
Die hier zu betrachtenden Kuppeln ſind meiſtens ſo flach, daſs der Winddruck nur eine ganz untergeordnete Rolle ſpielt; wir werden denſelben deſshalb hier als in allen Theilen der Kuppel conſtant einführen, wobei eine mittlere Dachneigung angenommen werden ſoll. Ferner genügt es, nur die verticale Componente $\mathfrak{v}$ (vergl. Art. 412, S. 379) des Winddruckes zu berückſichtigen; die in die Dachfläche fallende Componente kann vernachläſſigt werden. Endlich empfiehlt es ſich, alle Belaſtungen auf das Quadratmeter der Grundfläche, alſo der Horizontalprojection des Daches zu beziehen.

Auch hier greifen die Laſten in den Knotenpunkten der Conſtruction an; es ſind demnach die auf die einzelnen Knotenpunkte entfallenden Flächen zu berechnen und mit dieſen die Belaſtungen pro Flächeneinheit der Grundfläche zu multipliciren.

451. Auflager-Reactionen.

Die Horizontalcomponenten der in den unterſten Sparrenſtangen vorhandenen Spannungen werden durch einen Ring, gegen welchen ſich ſämmtliche Sparrenfüſse ſetzen, den ſog. Mauerring, aufgehoben; in Folge davon wirken als Reactionen nur Verticalkräfte. Wir brauchen dieſelben nur für gleichmäſsige und ſolche Belaſtung zu beſtimmen, bei welcher, wenn auch nur einzelne, ſo doch ſtets ganze Ringzonen belaſtet ſind. Sind n Sparren vorhanden und iſt der Grundriſs der Kuppel ein reguläres n-Eck, ſo können wir annehmen, daſs bei den erwähnten Belaſtungen alle Sparren gleiche Laſten tragen. Die

Fig. 312.



Kuppel trage eine Laterne, deren Gewicht im Eigengewicht der erſten Ringzone mit enthalten ſei. Die Eigengewichte der ganzen Ringzonen ſeien bezw. (Fig. 312) G_1, G_2, G_3, G_4 . . . ., die mobilen Laſten der ganzen Ringzonen P_1, P_2, P_3, P_4 . . . .; alsdann iſt, wenn die Auflager-Reaction auf jeden Sparren D_0 beträgt, für totale Belaſtung der ganzen Dachfläche

$$n\,D_0 = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + \ldots + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \ldots = \Sigma\,(G) + \Sigma\,(P).$$

Wenn etwa nur die drei oberſten Zonen mobil belaſtet ſind, ſo wird

$$n\,D_0 = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + \ldots + P_1 + P_2 + P_3\,.$$

ſein. Auf dieſe Art ſind die Reactionen leicht zu ermitteln.

2) Stabſpannungen.

α) Ungünſtigſte Beanſpruchung der einzelnen Stäbe. Die genaue Unterſuchung der für jeden Stab ungünſtigſten Belaſtungsweiſe und die Berechnung der dabei entſtehenden Beanſpruchungen iſt ſehr complicirt, da die elaſtiſchen Verſchiebungen der einzelnen Punkte in Frage kommen.

452. Berechnung der Stabſpannungen.

Wir machen deſshalb, nach *Schwedler*, für die Grenzen der Spannungen die folgenden vereinfachenden Annahmen:

a) die Sparren erhalten den Maximaldruck, wenn die ganze Kuppel mobil belaſtet iſt;

b) ein Ring erhält ſeinen Maximalzug, wenn der innerhalb deſſelben befindliche Kuppeltheil *in maximo* belaſtet, der Ring ſelbſt mit ſeiner Zone aber unbelaſtet iſt; bei der entgegengeſetzten Belaſtungsart treten die entgegengeſetzten Grenzen ein;

c) die Diagonalen zwiſchen zwei Sparren ſind im Maximum des Zuges, wenn die halbe Kuppel auf einer Seite des durch die Mitte der Diagonalen gehenden Durchmeſſers *in maximo* belaſtet, die andere leer iſt.

β) Spannungen in den Sparren. Wir betrachten nur zwei Belaſtungsarten, nämlich die Belaſtung der ganzen Kuppel durch mobile Laſt und die Belaſtung der Kuppel durch Eigengewicht. Die zweite Belaſtungsart ergiebt die Minimalſpannungen. Die Maximalſpannungen der Sparren ſind gleich den Summen der bei den beiden angeführten Belaſtungsarten ſich ergebenden Spannungen. Die Formeln für beide Belaſtungsarten unterſcheiden ſich nur durch die Gröſse der Laſten.

Fig. 313.

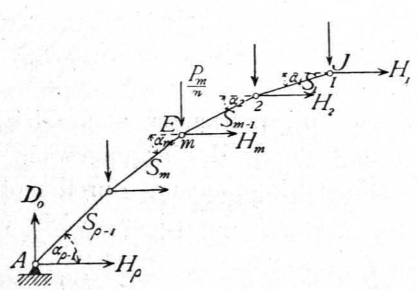
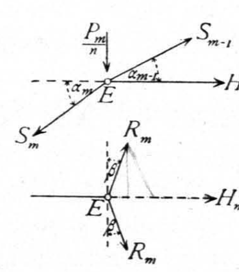


Fig. 314.



Was zunächſt die mobile Belaſtung betrifft, ſo ſind im m-ten Knotenpunkte (vom Laternenringe an gerechnet) in E (Fig. 313 und 314) folgende Kräfte im Gleichgewichte: die Spannungen der Sparren S_{m-1} und S_m, die Laſt $\frac{1}{n}\,P_m$, endlich die beiden Ringſpannungen R_m. Letztere ſind einander, der Symmetrie wegen, gleich und haben in der Horizontalebene des m-ten Ringes die Mittelkraft H_m. Die algebraiſche Summe der Verticalkräfte für den Punkt E iſt gleich Null; mithin

$$0 = \frac{1}{n} P_m + S_m \sin \alpha_m - S_{m-1} \sin \alpha_{m-1},$$

woraus

$$S_m = \frac{S_{m-1} \sin \alpha_{m-1}}{\sin \alpha_m} - \frac{1}{n} \frac{P_m}{\sin \alpha_m}.$$

Für den erften Knotenpunkt, den Knotenpunkt am Laternenringe, für $\mathfrak{J}$ ift $S_{m-1} = 0$; mithin folgt der Reihe nach für $m = 1, 2, 3 \ldots$

$$S_1 = -\frac{1}{n} \frac{P_1}{\sin \alpha_1}; \quad S_2 = -\frac{1}{n} \frac{P_1 \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2} - \frac{1}{n} \frac{P_2}{\sin \alpha_2} = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2};$$

$$S_3 = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} - \frac{1}{n} \frac{P_3}{\sin \alpha_3} = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3},$$

oder allgemein

$$S_m = -\frac{1}{n \sin \alpha_m} \sum_1^m (P) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 319.$$

Eben fo ergiebt fich die Spannung in den Sparren für eine Belaftung durch das Eigengewicht zu

$$S_1' = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1}; \; S_2' = -\frac{(G_1 + G_2)}{n \sin \alpha_2}; \ldots S_m' = -\frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha_m} \quad . \quad 320.$$

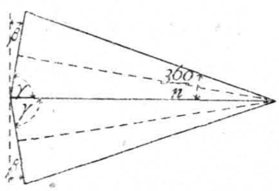
γ) Spannungen in den Ringen. Die Gleichgewichtsbedingung, nach welcher die algebraifche Summe der Horizontalkräfte im Punkte E gleich Null ift, lautet (Fig. 314):

$0 = H_m + S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} - S_m \cos \alpha_m$, woraus $H_m = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}$.

Da H_m die Refultirende der beiden Ringfpannungen R_m ift, fo ergiebt fich $H_m = 2 R_m \sin \beta$, woraus $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \beta}$. Nun ift (Fig. 315) $\beta = \frac{360}{2n} = \frac{\pi}{n}$, fonach $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$. Wird in diefe Gleichung der für H_m gefundene Werth eingefetzt, fo folgt

$$R_m = \frac{S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad 321.$$

Fig. 315.



Wir beftimmen nach Gleichung 321. die Ringfpannung durch das Eigengewicht und die Maximal- und Minimalringfpannung durch mobile Belaftung.

Durch das Eigengewicht wird

$$R_m^g = \frac{-\frac{\sum_1^m (G) \cos \alpha_m}{n \sin \alpha_m} + \frac{\sum_1^{m-1} (G) \cos \alpha_{m-1}}{n \sin \alpha_{m-1}}}{2 \sin \frac{\pi}{n}},$$

$$R_m^g = -\frac{\sum_1^m (G) \operatorname{cotg} \alpha_m - \sum_1^{m-1} (G) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 322.$$

Man erhält

$$\left.\begin{array}{l}
\text{für den Laternenring, d. h. für } m=1:\ R_1^g = -\dfrac{G_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \\[2ex]
\text{für den Ring 2, d. h. für } m=2:\ R_2^g = -\dfrac{(G_1+G_2)\operatorname{cotg}\alpha_2 - G_1 \operatorname{cotg}\alpha_1}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \\[2ex]
\text{für den Ring 3, d. h. für } m=3:\ R_3^g = -\dfrac{(G_1+G_2+G_3)\operatorname{cotg}\alpha_3-(G_1+G_2)\operatorname{cotg}\alpha_2}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}}
\end{array}\right\} \quad 323.$$

etc.

Für den Mauerring ist S_m, also auch das erste Glied im Zähler gleich Null; mithin

$$R_\rho^g = \frac{\sum\limits_1^{\rho-1} (G) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} = \frac{(G_1+G_2+\ldots+G_{\rho-1}) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad 324.$$

Um die durch mobile Belastung erzeugten Ringspannungen zu ermitteln, setzen wir in die Gleichung 321. die Werthe für S_m und S_{m-1} ein. Wir erhalten, wenn wir die zwischen den Knotenpunkten *1* und *m* befindlichen mobilen Lasten mit $\mathfrak{S}_1^m (P)$ bezeichnen, wobei nur ein Theil der Knotenpunkte belastet zu sein braucht, während $\sum\limits_1^m (P)$ die Belastung sämmtlicher Knotenpunkte von *1* bis *m* bedeutet,

$$R_m = -\frac{\mathfrak{S}_1^m (P) \operatorname{cotg} \alpha_m - \mathfrak{S}_1^{m-1} (P) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 325.$$

Druckmaximum findet statt, wenn im Zähler der Minuendus möglichst grofs, der Subtrahendus möglichst klein ist, d. h. wenn (totale Belastung der Zonen vorausgesetzt) die Knotenpunkte von *1* bis *m — 1*, d. h. die innerhalb des betrachteten Ringes liegenden Knotenpunkte unbelastet sind, die zu dem Ringe gehörigen Knotenpunkte dagegen belastet sind, wofür wir auch sagen können, wenn die ganze äufsere Kuppel, incl. der zum Ringe gehörigen Zone, belastet ist, da die Belastung der aufserhalb des Ringes liegenden Zonen auf die Ringspannung ohne Einflufs ist. Ein Wachsen des Minuendus $\mathfrak{S}_1^m (P) \operatorname{cotg} \alpha_m$ durch Belastung der inneren Knotenpunkte hat ein Wachsen auch des Subtrahendus $\mathfrak{S}_1^{m-1} (P) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}$ zur Folge, und da $\operatorname{cotg} \alpha_{m-1}$ stets gröfser ist, als $\operatorname{cotg} \alpha_m$, so wächst dadurch der Subtrahendus mehr als der Minuendus; der Druck wird demnach dadurch verringert, dafs innerhalb des Ringes Lasten angenommen werden. Die angegebene Belastungsart erzeugt also in der That Druckmaximum. Eben so ergiebt sich Zugmaximum, wenn $\mathfrak{S}_1^{m-1} (P)$ möglichst grofs, $\mathfrak{S}_1^m (P)$ möglichst klein wird. Jede Last zwischen Knotenpunkt *1* und *m — 1* vergröfsert den Subtrahendus in Gleichung 325. mehr als den Minuendus, weil $\operatorname{cotg} \alpha_{m-1}$ gröfser ist, als $\operatorname{cotg} \alpha_m$, vergröfsert also den Zug. Für $\mathfrak{S}_1^m (P)$ und $\mathfrak{S}_1^{m-1} (P)$ ist also unter diesen Umständen der gleiche Werth $\sum\limits_1^{m-1} (P)$ als ungünstigster Zugwerth einzuführen. Zugmaximum findet demnach statt, wenn nur der innere Kuppeltheil, excl. der Zone, zu welcher der Ring gehört, belaſtet iſt. Die hier gefundenen Reſultate ſtimmen demnach mit den auf S. 419 gemachten Annahmen über die Maximalbelaſtung überein. Man erhält

$$R_m^{p\,min} = -\frac{P_m \operatorname{cotg} \alpha_m}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R_m^{p\,max} = \frac{\sum_1^{m-1} (P)(\operatorname{cotg} \alpha_{m-1} - \operatorname{cotg} \alpha_m)}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad 327.$$

Es ergiebt ſich

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für den Laternenring } (m=1)\text{:} \quad R_1^{p\,min} = -\dfrac{P_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} & \text{und} \quad R_1^{p\,max} = 0 \\ \text{für } m=2\text{:} \quad R_2^{p\,min} = -\dfrac{P_2 \operatorname{cotg} \alpha_2}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} & \text{und} \quad R_2^{p\,max} = \dfrac{P_1 (\operatorname{cotg} \alpha_1 - \operatorname{cotg} \alpha_2)}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \\ \text{für } m=3\text{:} \quad R_3^{p\,min} = -\dfrac{P_3 \operatorname{cotg} \alpha_3}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} & \text{und} \quad R_3^{p\,max} = \dfrac{(P_1 + P_2)(\operatorname{cotg} \alpha_2 - \operatorname{cotg} \alpha_3)}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \end{array}\right\} \quad 328.$$

etc.

$$\text{für den Mauerring: } R_\rho^{p\,min} = 0 \quad \text{und} \quad R_\rho^{p\,max} = \frac{(P_1 + P_2 + \ldots + P_{\rho-1}) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad 329.$$

δ) Spannungen in den Diagonalen. Neben dem Durchmeſſer, welcher für die ungünſtigſte Diagonalenbelaſtung die belaſtete und unbelaſtete Kuppelhälfte trennt, liegt ein belaſteter und ein unbelaſteter Sparren. Nehmen wir nun an, daſs die Spannung im erſteren ſo groſs iſt, als wenn die ganze Kuppel permanent und mobil belaſtet wäre, im zweiten ſo groſs, als wenn die ganze Kuppel nur permanent belaſtet wäre, und machen wir die im Knotenpunkte anſchlieſsende Diagonale ſtark genug, um die ganze Spannungsdifferenz zu übertragen, ſo wird dieſelbe jedenfalls zu ſtark, iſt alſo als ausreichend zu betrachten.

Im oberſten Sparrenſtück ſind die gröſsten und kleinſten Druckſpannungen bezw.

$$S_{1_{max}} = -\frac{P_1 + G_1}{n \sin \alpha_1} \quad \text{und} \quad S_{1_{min}} = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1}.$$

Die Differenz beider Spannungen iſt $\Delta_1 = -\frac{P_1}{n \sin a_1}$. Dieſelbe ſoll durch die Diagonale übertragen werden; es iſt alſo nahezu, wenn der Winkel zwiſchen Diagonale und belaſtetem Sparren γ_1 genannt wird, $Y_1 \cos \gamma_1 = -\Delta$, daher

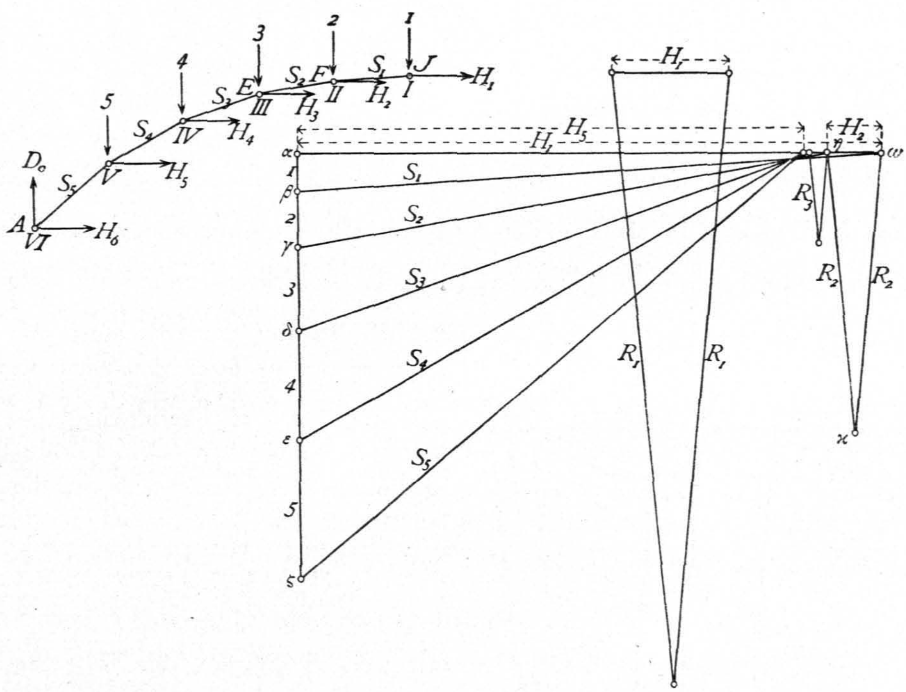
$$\left.\begin{array}{ll} Y_1 = \dfrac{P_1}{n \sin \alpha_1 \cos \gamma_1}, & Y_2 = +\dfrac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2 \cos \gamma_2} \\ Y_3 = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3 \cos \gamma_3}, & Y_4 = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{2\,n \sin \alpha_4 \cos \gamma_4} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 330.$$

453. Graphiſche Ermittelung der Stabſpannungen.

Auf graphiſchem Wege laſſen ſich die Spannungen in den einzelnen Stäben einer Kuppel in folgender Weiſe ermitteln.

α) Sparrenſpannungen durch das Eigengewicht. Die Laſten in den einzelnen Knotenpunkten ſeien *1, 2, 3, 4, 5* (Fig. 316); man trage dieſelben zu einem Kraftpolygon $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon\,\zeta$ an einander. Im Knotenpunkte *J* wirkt *1*, die Sparrenſpannung S_1 und die Reſultirende H_1 der Ringſpannungen R_1. Die Zerlegung der Kraft *1* nach den beiden Richtungen von S_1 und H_1 ergiebt $\beta\,\omega = S_1$, $\omega\,\alpha = H_1$. Am Knotenpunkt *F* wirken nun *2*, S_1, S_2 und H_2; bekannt ſind *2* und S_1; man erhält $\gamma\,\eta = S_2$, $\eta\,\omega = H_2$. Eben ſo ergeben ſich die übrigen Sparrenſpannungen.

Fig. 316.



β) Spannungen in den Sparren durch mobile Belaftung. Die Conftruction ift in gleicher Weife, wie sub α vorzunehmen, nachdem die in den einzelnen Knotenpunkten wirkenden mobilen Laften genau wie oben aufgetragen und behandelt find.

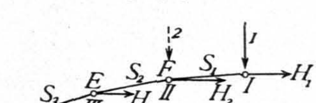
γ) Ringfpannungen durch das Eigengewicht. Die Zerlegung der für diefe Belaftung gefundenen Werthe von H ergiebt ohne Schwierigkeit die Werthe fur R_1^g, R_2^g . . . ., wie in Fig. 316 gezeichnet. Die Conftruction empfiehlt fich für die vorliegende Ermittelung nicht fehr, weil fie der fpitzen Schnittwinkel wegen nur ungenaue Refultate giebt, die Schnittpunkte vielfach nicht mehr auf die Zeichenfläche fallen. So ift H_1 in Fig. 316 im fünffach verkleinerten Mafsftabe aufgetragen, um R_1 zu conftruiren.

δ) Ringfpannungen durch mobile Belaftung. Maximalfpannung im Ringe II findet ftatt, wenn nur die Ringzone I mobil belaftet ift. Es fei (Fig. 318 a) $a\,b = \frac{P_1}{n}$; alsdann wird $b\,f = S_1$, $f\,a = H_1$.

Im Knotenpunkt F (Fig. 317) find S_1, S_2 und H_2 im Gleichgewicht, d. h. das Kräftedreieck für Punkt F wird $b\,g\,f$. Darin ift $H_2 = g\,f$ und $g\,i = i\,f = R_2^{p\,max}$.

Im Ringe III ift Maximalfpannung, wenn die Zonen zu den Ringen I und II mobil belaftet find; alsdann wirken in F die Kräfte $S_1 = f\,b$, $2 = b\,c = \frac{P_2}{n}$, S_2' und H_2'. Man erhält leicht $H_2' = h\,f$, $S_2' = c\,h$. In E find dann S_2', S_3 und H_3 im Gleichgewicht und $H_3 = k\,h$, woraus $R_3^{p\,max} = k\,l = l\,h$. Eben fo wird $R_4^{p\,max} = o\,n = m\,o$ etc.

Fig. 317.



Minimalfpannung im Ringe I findet bei totaler Kuppelbelaftung ftatt; alsdann wirkt in J die Kraft $1 = \frac{P_1}{n}$, und es wird, wenn (Fig. 318 b) $a\,b = 1$ ift, $i\,a = H_1$. Die Zerlegung in die beiden Ringfpannungen ift dann in gleicher Weife wie oben vorzunehmen. Für Ring II findet Minimalfpannung bei einer Belaftung der Zonen II, III, IV ftatt; I ift unbelaftet;

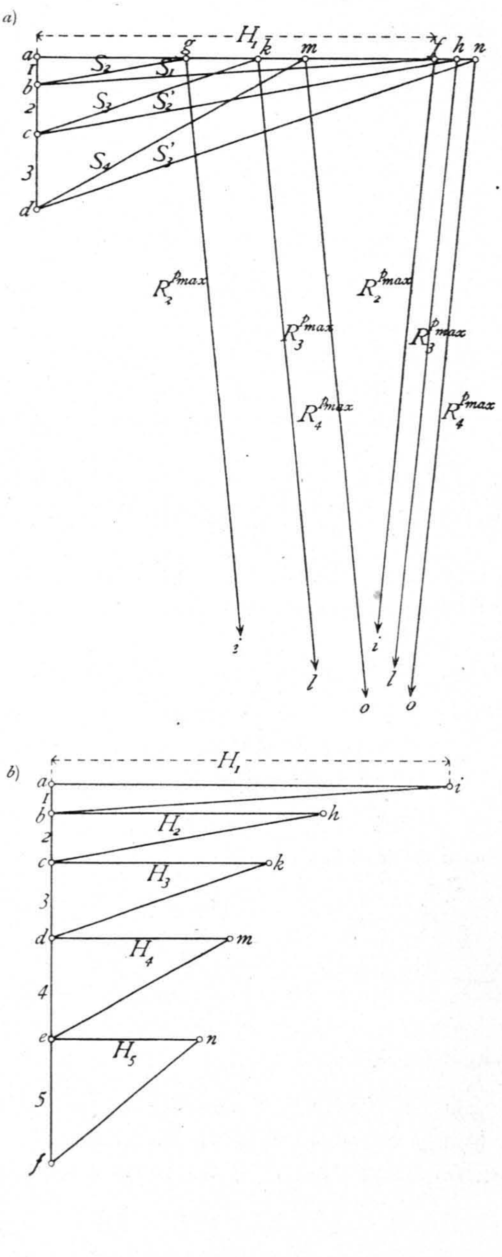
mithin ist S_1 alsdann gleich Null (siehe Gleichung 319). Ist $bc = \frac{P_2}{n} = z$, so wird $hb = H_2$. So wird weiter für die Minimalbelastungen der einzelnen Ringe $H_3 = kc$, $H_4 = md$, $H_5 = ne$.

ε) Die Construction der Spannungen in den Diagonalen ist so einfach, dass dieselbe nicht weiter gezeigt zu werden braucht.

3) Erzeugende Kuppelcurve.

454. Parabel-Kuppel. Die erzeugende Curve ist in den meisten Fällen eine Parabel der Gleichung (Fig. 319) $y = \frac{h\,x^2}{r^2}$, bei welcher der Anfangspunkt der Coordinaten im Scheitel C liegt, die halbe Spannweite gleich r, die Pfeilhöhe gleich h gesetzt ist, oder eine cubische Parabel der Gleichung $y = \frac{h\,x^3}{r^3}$. Letztere Curvenform hat den Vortheil, dass in den Zwischenringen bei gleichmässig vertheilter totaler Belastung die Spannung Null herrscht und dass die Spannungen in den Sparren nahezu constant sind, was sich folgender Massen ergiebt.

Fig. 318.



Die Spannung im Sparrentheil EF (Fig. 320) ist durch Betrachtung des Fragmentes zwischen dem Scheitel C und dem durch die Sparrenmitte gelegten Schnitt II zu ermitteln. Die algebraische Summe der auf das Fragment wirkenden Verticalkräfte ist gleich Null, daher, wenn wir die belastende Grundfläche mit F_1, die Belastung pro 1qm der Grundfläche mit g bezeichnen, $S \sin \alpha = g\,F_1$. Nun ist $F_1 = \frac{x^2\,\pi}{n}$, mithin $S \sin \alpha = \frac{g\,x^2\,\pi}{n} = S \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha$.

Fig. 319.

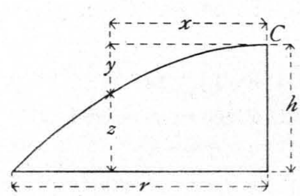
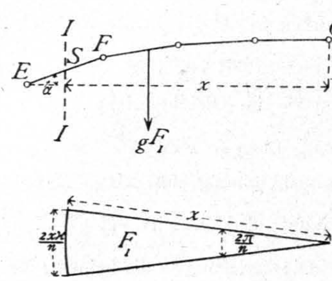


Fig. 320.



Wird ſtatt des Polygons die ſtetig gekrümmte Curve der Berechnung zu Grunde gelegt, ſo iſt $y = \frac{h x^3}{r^3}$ und $\operatorname{tg} \alpha = \frac{d y}{d x} = \frac{3 h x^2}{r^3}$; mithin

$$S \cos \alpha \frac{3 h x^2}{r^3} = \frac{g x^2 \pi}{n}, \text{ woraus } S \cos \alpha = \frac{g \pi r^3}{3 n h}, \quad \ldots \ldots \quad 331.$$

d. h. $S \cos \alpha$ iſt conſtant. Da aber wegen der flachen Neigung der Kuppel der Winkel α ſehr klein iſt, ſo variirt auch $\cos \alpha$ ſehr wenig; die Spannung iſt daher im ganzen Sparren nahezu conſtant.

Betrachten wir nun einen Knotenpunkt E (Fig. 314) und ſetzen die algebraiſche Summe der in ihm wirkenden Horizontalkräfte gleich Null, ſo wird

$$0 = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} - H_m, \text{ woraus } H_m = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} = 0,$$

da nach Gleichung 331. $S \cos \alpha$ conſtant iſt. Die Ringſpannung iſt dann

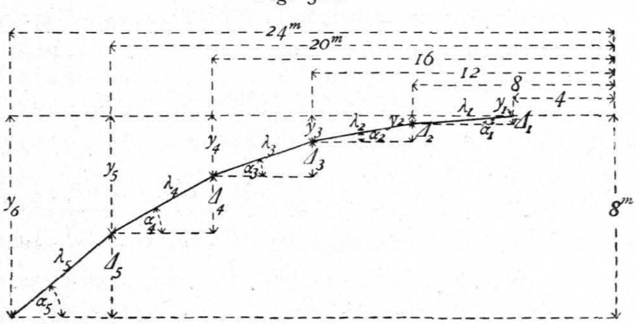
$$R = \frac{H}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 332.$$

Die obigen Angaben ſind damit bewieſen.

Es möge noch bemerkt werden, daſs der theoretiſche Materialaufwand bei einer nach der cubiſchen Parabel gekrümmten Kuppel nur $^2/_3$ desjenigen Materialaufwandes beträgt, der ſich bei einer nach der gemeinen Parabel gekrümmten Kuppel ergiebt.

Beiſpiel. Es iſt ein Kuppeldach von nachfolgenden Hauptdimenſionen und Belaſtungen zu conſtruiren: Durchmeſſer des zu überdachenden kreisförmigen Raumes gleich 47^{m}, demnach der Durchmeſſer des dem Mauerring umſchriebenen Parallelkreiſes $2L = 48^{\text{m}}$; Scheitelhöhe der Kuppel $h = 8^{\text{m}}$; es ſind 6 Ringe mit den Radien 4, 8, 12, 16, 20 und 24^{m} und $n = 32$ Sparren anzuordnen; das Eigengewicht iſt zu 70^{kg} pro 1^{qm} Grundfläche anzunehmen; als mittlere Dachneigung iſt $\frac{h}{2L} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$ einzuführen, und es ergiebt ſich hieraus nach Art. 411, S. 377 ff. als Belaſtung durch Schnee pro 1^{qm} Grundfläche 75^{kg}, als Belaſtung durch Winddruck pro 1^{qm} Grundfläche $\mathfrak{v} = 30^{\text{kg}}$, ſo daſs die geſammte mobile Belaſtung pro 1^{qm} Grundfläche 105^{kg} beträgt; die Laterne wiegt 2000^{kg}. 455. Beiſpiel.

Fig. 321.



Die Kuppelfläche ſei durch Rotation einer cubiſchen Parabel der Gleichung $y = \frac{h x^3}{r^3} = \frac{8}{24^3} x^3 = 0{,}00058\, x^3$ entſtanden; man erhält für die verſchiedenen, durch die Ringe vorgeſchriebenen Eckpunkte des Polygons (Fig. 321):

$x =$	4	8	12	16	20	24 m
$y =$	0,04	0,30	1,00	2,38	4,64	8,0 »
$h - y = z =$	7,96	7,70	7,00	5,62	3,36	0 »

Ferner iſt:

$$\Delta_1 = y_2 - y_1 = 0{,}26^{\text{m}};\ \Delta_2 = y_3 - y_2 = 0{,}7^{\text{m}};\ \Delta_3 = y_4 - y_3 = 1{,}38^{\text{m}};\ \Delta_4 = y_5 - y_4 = 2{,}26^{\text{m}};$$
$$\Delta_5 = y_6 - y_5 = 3{,}36^{\text{m}}.$$

$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + \Delta_1^2} = 4{,}01^{\text{m}};\ \lambda_2 = 4{,}06^{\text{m}};\ \lambda_3 = 4{,}23^{\text{m}};\ \lambda_4 = 4{,}59^{\text{m}};\ \lambda_5 = 5{,}22^{\text{m}}.$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\Delta_1}{\lambda_1} = 0{,}0648;\ \sin \alpha_2 = 0{,}1724;\ \sin \alpha_3 = 0{,}32;\ \sin \alpha_4 = 0{,}192;\ \sin \alpha_5 = 0{,}644.$$

$$\operatorname{cotg} \alpha_1 = \frac{4}{\Delta_1} = 15{,}38;\ \operatorname{cotg} \alpha_2 = 5{,}7;\ \operatorname{cotg} \alpha_3 = 2{,}9;\ \operatorname{cotg} \alpha_4 = 1{,}77;\ \operatorname{cotg} \alpha_5 = 1{,}19.$$

$$\frac{\pi}{n} = \frac{180}{32} = 5^0\, 37{,}5';\ \sin \frac{\pi}{n} = \sin 5^0\, 37{,}5' = 0{,}098;\ \frac{1}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{1}{64 \,.\, 0{,}098} = 0{,}16.$$

Die Eigengewichte, bezw. mobilen Belaſtungen der einzelnen Ringe ſind:

Laternenring: $G_1 = 2000 + 6^2 \pi . 70 = 9\,913^{kg}$, $P_1 = 6^2 \pi . 105 = 11\,869^{kg}$;
2. Ring: $G_2 = (10^2 - 6^2) \pi . 70 = 14\,067^{kg}$, $P_2 = (10^2 - 6^2) \pi . 105 = 21\,105^{kg}$;
3. Ring: $G_3 = (14^2 - 10^2) \pi . 70 = 21\,100^{kg}$, $P_3 = (14^2 - 10^2) \pi . 105 = 31\,647^{kg}$;
4. Ring: $G_4 = (18^2 - 14^2) \pi . 70 = 28\,133^{kg}$, $P_4 = (18^2 - 14^2) \pi . 105 = 42\,200^{kg}$;
5. Ring: $G_5 = (22^2 - 18^2) \pi . 70 = 35\,168^{kg}$, $P_5 = (22^2 - 18^2) \pi . 105 = 52\,752^{kg}$.

Die Spannungen in den Sparren, welche durch das Eigengewicht hervorgebracht werden, find nach Gleichung 320.:

$$S^g_1 = - \frac{G_1}{n \sin \alpha_1} = - \frac{9913}{32 . 0{,}065} = - 4766^{kg};$$

$$S^g_2 = - \frac{G_1 + G_2}{n \sin \alpha_2} = - \frac{23\,980}{32 . 0{,}1724} = - 4346^{kg};$$

$$S^g_3 = - \frac{G_1 + G_2 + G_3}{n \sin \alpha_3} = - \frac{45\,080}{32 . 0{,}32} = - 4402^{kg};$$

$$S^g_4 = - \frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}{n \sin \alpha_4} = - \frac{73\,213}{32 . 0{,}492} = - 4651^{kg};$$

$$S^g_5 = - \frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5}{n \sin \alpha_5} = - \frac{108\,381}{32 . 0{,}644} = - 5258^{kg}.$$

Die durch mobile Belaftung erzeugten Sparrenfpannungen betragen:

$$S^p_1 = - \frac{P_1}{n \sin \alpha_1} = - \frac{11\,869}{2{,}08} = - 5706^{kg};$$

$$S^p_2 = - \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} = - \frac{32\,974}{5{,}517} = - 5977^{kg};$$

$$S^p_3 = - \frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3} = - \frac{64\,621}{10{,}24} = - 6310^{kg};$$

$$S^p_4 = - \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{n \sin \alpha_4} = - \frac{106\,821}{15{,}74} = - 6786^{kg};$$

$$S^p_5 = - \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{n \sin \alpha_5} = - \frac{159\,573}{20{,}61} = - 7742^{kg}.$$

Die Ringfpannungen, welche durch das Eigengewicht hervorgerufen werden, find nach Gleichung 323.

Laternenring: $R^g_1 = - 9913 . 15{,}38 . 0{,}16 = - 24\,396^{kg}$;

$R^g_2 = - (23\,980 . 5{,}7 - 9913 . 15{,}38)\, 0{,}16 = + 2524^{kg}$;

$R^g_3 = - (45\,080 . 2{,}9 - 23\,980 . 5{,}7)\, 0{,}16 = + 953^{kg}$;

$R^g_4 = - (73\,213 . 1{,}77 - 45\,080 . 2{,}9)\, 0{,}16 = + 183^{kg}$;

$R^g_5 = - (108\,381 . 1{,}19 - 73\,213 . 1{,}77)\, 0{,}16 = + 98^{kg}$;

Mauerring: $R^g_6 = 108\,381 . 1{,}19 . 0{,}16 = 20\,636^{kg}$.

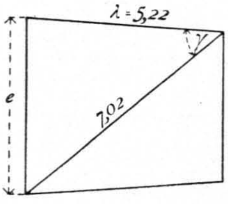
Die Maximal- und Minimalfpannungen in den Ringen, durch mobile Belaftung erzeugt, betragen nach Gleichung 328.:

Laternenring: $R^{p\,min}_1 = - 11\,869 . 15{,}38 . 0{,}16 = - 29\,159^{kg}$ u. $R^{p\,max}_1 = 0$;

2. Ring: $R^{p\,min}_2 = - 21\,105 . 5{,}7 . 0{,}16 = - 19\,248^{kg}$,

$R^{p\,max}_2 = 11\,869\,(15{,}38 - 5{,}7) . 0{,}16 = + 18\,387^{kg}$;

Fig. 322.



3. Ring: $R^{p\,min}_3 = - 31\,647 . 2{,}9 . 0{,}16 = - 14\,684^{kg}$,

$R^{p\,max}_3 = 32\,974 . 2{,}8 . 0{,}16 = + 14\,472^{kg}$;

4. Ring: $R^{p\,min}_4 = - 42\,200 . 1{,}77 . 0{,}16 = - 11\,951^{kg}$,

$R^{p\,max}_4 = 64\,621 . 1{,}13 . 0{,}16 = + 11\,696^{kg}$;

5. Ring: $R^{p\,min}_5 = - 52\,752 . 1{,}19 . 0{,}16 = - 10\,023^{kg}$,

$R^{p\,max}_5 = 106\,821 . 0{,}58 . 0{,}16 = + 9913^{kg}$;

Mauerring: $R^{p\,min}_6 = 0$ und $R^{p\,max}_6 = 159\,573 . 1{,}19 . 0{,}16 = + 30\,319^{kg}$.

Was fchliefslich die Spannungen in den Diagonalen betrifft, fo brauchen wir nur die am ftärkften beanfpruchte Diagonale zu berechnen, weil felbft diefe noch fehr fchwach wird. Gewöhnlich macht man dann alle Diagonalen gleich ftark.

Die gröfste durch mobile Belaftung erzeugte Sparrenfpannung ift durch die Diagonale zu übertragen (fiehe Art. 452, S. 422); diefelbe ift $S_5^p = -7742$ kg, und es hat demnach eine Diagonale höchftens diefe Kraft aufzunehmen. Die Spannung in der Diagonalen wird demnach kleiner fein, als $\frac{7742}{\cos\gamma}$; da nun nahezu (Fig. 322) $\cos\gamma = \frac{5{,}22}{7{,}02} = 0{,}744$ ift, wird $Y < \frac{7742}{0{,}744}$ oder $Y < 10\,406$ kg fein.

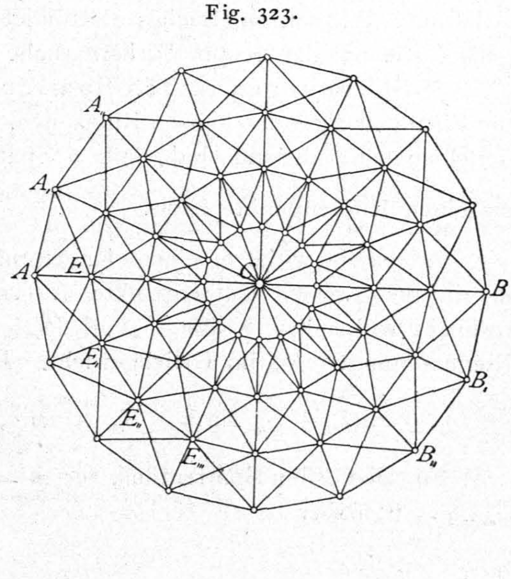
Man könnte noch für einige der oberen Diagonalen die Spannungen auffuchen, was nach dem Vorftehenden keine Schwierigkeit macht. Für die Querfchnittsbeftimmungen kann nun, wie bei den früheren Beifpielen, eine Tabelle aufgeftellt werden.

Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	P_2
Sparren:			Ringe:			
S_1	− 4766	− 5706	R_1	− 24 396	− 29 159	0
S_2	− 4346	− 5977	R_2	+ 2 524	+ 18 387	− 19 248
S_3	− 4402	− 6310	R_3	+ 953	+ 14 472	− 14 684
S_4	− 4651	− 6786	R_4	+ 183	+ 11 696	− 11 951
S_5	− 5258	− 7742	R_5	+ 98	+ 9 913	− 10 023
			R_6	+ 20 636	+ 30 319	0
Diagonalen:						
Y	0	10 406				
	Kilogramm.			Kilogramm.		

b) Flache Zeltdächer.

Die Zeltdächer bilden Pyramiden, und zwar in den allermeiften Fällen reguläre Pyramiden. Man kann fie aus einer Anzahl radial geftellter Binder, die unter die fog. Grate kommen, conftruiren, in welchem Falle die Berechnung eines jeden Binders unter Zugrundelegung der auf ihn entfallenden Belaftungen genau fo vorzunehmen ift, wie bei den Balkendächern gezeigt wurde, oder man legt auch hier, wie bei den Kuppeln, alle Conftructionstheile in die Dachflächen, fo dafs fich eine der dortigen ganz analoge Conftruction ergiebt. In diefem Falle (Fig. 323) werden eine Anzahl Binderfparren AC, $A_,C$, $A_{,,}C$, BC, $B_,C$, $B_{,,}C$ ... angeordnet; zwifchen denfelben befinden fich horizontale Ringe E, $E_,$, $E_{,,}$, $E_{,,,}$ ... und in den viereckigen Feldern der Dachflächen, wegen der ungleichmäfsigen Belaftungen, Diagonalen. Auch hier wird oft in der Dachmitte eine Laterne angeordnet, welche fich auf einen Laternenring ftützt, gegen den fich die oberen Sparrenenden anlehnen. Wir werden hier nur die der Kuppelconftruction analogen Anordnungen betrachten, da die erfteren keine be- 456. Zeltdächer.

Fig. 323.



fonderen Schwierigkeiten bieten. Obgleich die gröfsere oder geringere Neigung der Dachflächen keinen principiellen Unterfchied bedingt, wollen wir die Zeltdächer dennoch in flache und fteile Zeltdächer eintheilen, weil bei den erfteren die Belaftung durch Schnee, bei den letzteren diejenige durch Wind die mafsgebende mobile Belaftung ift.

Zu den flachen Zeltdächern gehören die Circus- und Theaterdächer, die Dächer über Locomotivfchuppen etc., zu den fteilen hauptfächlich die Thurmdächer.

1) Belaftungen und Auflager-Reactionen.

457. Belaftungen.

Ueber die Belaftung der flachen Zeltdächer gilt daffelbe, was von den Belaftungen der Kuppeldächer in Art. 450, S. 418 gefagt ift; wir beftimmen alfo auch hier das Eigengewicht, den Schnee- und den Winddruck pro 1 qm der Grundfläche, berückfichtigen aber vom Winddruck nur die verticalen Componenten $\mathfrak{v}$, für welche die Werthe in Art. 412, S. 379 angegeben find. Die Knotenpunktsbelaftungen find den Grundflächen proportional, welche auf die einzelnen Knotenpunkte entfallen, demnach leicht zu ermitteln.

Auch hier betrachten wir nur totale Belaftung des ganzen Zeltdaches und folche partielle Belaftungsarten, bei denen ganze Ringzonen mobil belaftet find.

458. Auflager-Reactionen.

Von den Auflager-Reactionen gilt gleichfalls daffelbe, was bei den Kuppeldächern gefagt wurde. Da auch hier ein fog. Mauerring die horizontalen Componenten der Spannungen in den unterften Sparrentheilen aufhebt, fo find für die in Ausficht zu nehmenden Belaftungsarten die Auflager-Reactionen bei den einzelnen Sparren gleich den auf diefelben entfallenden Laften.

2) Stabfpannungen.

459. Berechnung der Stabfpannungen.

α) Ungünftigfte Beanfpruchungen der einzelnen Stäbe. Die genaue Beftimmung der ungünftigften Belaftungsarten und der bei ungleichmäfsig vertheilter Belaftung entftehenden Spannungen ift auch hier fehr complicirt und fchwierig. Werden nur totale Belaftung des ganzen Daches und die Belaftungen ganzer Ringzonen zu Grunde gelegt, fo ergiebt fich aus den aufzuftellenden Gleichungen leicht, dafs die ungünftigfte Belaftungsart für die Sparren, fo wie für alle Ringe bei totaler Belaftung des ganzen Daches ftattfindet. Betreff der Diagonalen verfahren wir genau, wie bei den Kuppeldächern (fiehe Art. 452, S. 419).

β) Spannungen in den Sparren. Es mögen wiederum $G_1, G_2 \ldots G_m \ldots$ die Eigengewichte der ganzen Ringzonen, $P_1, P_2 \ldots P_m \ldots$ die mobilen Belaftungen derfelben fein; alsdann find, falls n Sparren vorhanden find, die Belaftungen der einzelnen Knotenpunkte bezw. $\frac{G_1}{n}, \frac{G_2}{n} \ldots \frac{G_m}{n} \ldots$ und $\frac{P_1}{n}, \frac{P_2}{n} \ldots \frac{P_m}{n} \ldots$

Allgemein wirke in einem Knotenpunkte (Fig. 324) die Laft Q; alsdann find die in dem m-ten Knotenpunkte E (von der Laterne, bezw. der Mitte an gerechnet) wirkenden Kräfte S_{m-1}, S_m, Q_m und die Mittelkraft H_m der beiden Ringfpannungen R_m im Gleichgewicht. Demnach ift

$$0 = Q_m + S_m \sin \alpha - S_{m-1} \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad S_m = -\frac{Q_m}{\sin \alpha} + S_{m-1}.$$

Für den erften Sparrentheil, für $m = 1$, wird, falls eine Laterne vorhanden ift, $S_{m-1} = 0$; daher

$$S_1 = -\frac{Q_1}{\sin\alpha}; \quad S_2 = -\frac{Q_2}{\sin\alpha} - \frac{Q_1}{\sin\alpha} = -\frac{Q_2 + Q_1}{\sin\alpha};$$

$$S_3 = -\frac{Q_3}{\sin\alpha} - \frac{Q_2 + Q_1}{\sin\alpha} = -\frac{Q_3 + Q_2 + Q_1}{\sin\alpha} \text{ etc.}$$

Fig. 324.

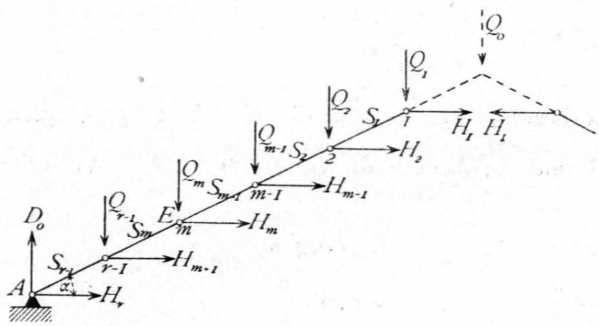
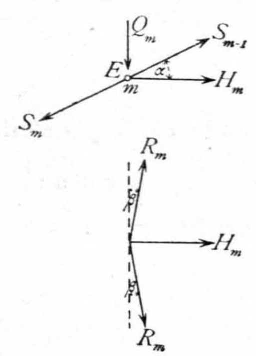


Fig. 325.



Allgemein wird

$$S_m = -\frac{\sum\limits_1^m (Q)}{\sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad 333.$$

Die Sparrenſpannungen durch das Eigenwicht werden erhalten, indem der Reihe nach für Q_1, Q_2, Q_3 .... bezw. $\frac{G_1}{n}$, $\frac{G_2}{n}$, $\frac{G_3}{n}$... eingeſetzt wird. Man erhält

$$S_m^g = -\frac{\sum\limits_1^m (G)}{n \sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad 334.$$

Für $m = 1, 2, 3 \ldots$ wird

$$S_1^g = -\frac{G_1}{n \sin\alpha}; \quad S_2^g = -\frac{G_1 + G_2}{n \sin\alpha}; \quad S_3^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3}{n \sin\alpha} \text{ etc.} \quad 335.$$

Aus der Gleichung 333. ergiebt ſich, daſs die Sparrenſpannungen durch mobile Laſt am gröſsten bei totaler Belaſtung ſind, und zwar wird

$$S_m^{p\,max} = -\frac{\sum\limits_1^m (P)}{n \sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad 336.$$

und für $m = 1, 2, 3 \ldots$

$$S_1^{p\,max} = -\frac{P_1}{n \sin\alpha}; \quad S_2^{p\,max} = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin\alpha}; \quad S_3^{p\,max} = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin\alpha} \text{ etc.} \quad 337.$$

Falls keine Laterne vorhanden iſt, gelten die Gleichungen 333. bis 337. ebenfalls; nur iſt überall in die Summen auch Q_0 aufzunehmen, d. h. der Theil der Firſtbelaſtung, welcher auf den Sparren entfällt.

γ) Spannungen in den Ringen. Die algebraiſche Summe der in E (Fig. 325) wirkenden Horizontalkräfte iſt gleich Null, d. h.

$$0 = H_m + S_{m-1} \cos\alpha - S_m \cos\alpha,$$

woraus

$$H_m = (S_m - S_{m-1}) \cos\alpha = -\frac{\sum\limits_1^m (Q) - \sum\limits_1^{m-1} (Q)}{\sin\alpha} \cos\alpha = -Q_m \operatorname{cotg}\alpha.$$

Nun ist $H_m = 2\, R_m \sin \beta$, und da nach Art. 452, S. 420 $\beta = \frac{\pi}{n}$ ist,

$$R_m = \frac{H_m}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = - \frac{Q_m \operatorname{cotg} \alpha}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 338.$$

Die Belastung durch das Eigengewicht erzeugt demnach eine Spannung

$$R_m^g = - \frac{G_m \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 339.$$

Falls ein Laternenring vorhanden ist, so gilt die Gleichung 338. auch für diesen. Für denselben ist $m = 1$ und $\sum_1^{m-1} (Q) = 0$, so wie $\sum_1^m (Q) = Q_1$. Wir erhalten demnach für $m = 1, 2, 3 \ldots$

$$R_1^g = - \frac{G_1 \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}}; \quad R_2^g = - \frac{G_2 \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}} \text{ etc.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 340.$$

Die Gleichungen 339. und 340. ergeben, dass in sämmtlichen Ringen durch das Eigengewicht Druck erzeugt wird; die Gleichung 339. gilt aber nicht für den Mauerring. Am Knotenpunkt A (Fig. 324) wirken die Kräfte $D_0 = \Sigma (Q)$, H_r und S_{r-1}; mithin ist $S_{r-1} \cos \alpha + H_r = 0$, woraus $H_r = - S_{r-1} \cos \alpha$..

Ferner ist $D_0 + S_{r-1} \sin \alpha = 0$, woraus $S_{r-1} = - \frac{\sum_1^{r-1} (Q)}{\sin \alpha}$. Es wird demnach $H_r = \sum_1^{r-1} (Q) \operatorname{cotg} \alpha$ und, da $R_r = \frac{H_r}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$ ist, wird

$$R_r = \frac{\sum_1^{r-1} (Q) \operatorname{cotg} \alpha}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 341.$$

Der Mauerring erhält also Zug.

Das Eigengewicht erzeugt in demselben die Spannung

$$R_r^g = \frac{(G_1 + G_2 + \ldots + G_{r-1}) \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 342.$$

Die grösste durch mobile Belastung erzeugte Spannung findet in einem Ringe nach Gleichung 338. statt, wenn Q_m seinen grössten Werth hat. Da Q nie negativ wird, so ist die Ringspannung durch mobile Belastung, abgesehen vom Mauerring, stets Druck. Es wird demnach

$$R_1^{p\,min} = - \frac{P_1 \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}}; \quad R_2^{p\,min} = - \frac{P_2 \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}} \text{ etc.};$$

allgemein

$$R_m^{p\,min} = - \frac{P_m \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 343.$$

Weiters ist $R_1^{p\,max} = R_2^{p\,max} = R_m^{p\,max} = 0$. Die grösste Druckspannung in einem Ringe findet also schon statt, wenn nur die betreffende Zone belastet ist; die Belaftung der übrigen Zonen ift auf die Ringfpannung ohne Einflufs. Wir können demnach auch fagen, dafs die gröfste Ringfpannung in allen Ringen bei mobiler Belaftung des ganzen Daches ftattfindet.

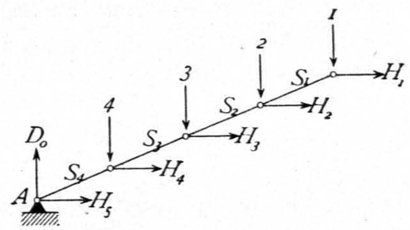
Im Mauerring findet der gröfste Zug durch mobile Belaftung bei totaler Belaftung ftatt, und es ift derfelbe

$$R_r^{p\,max} = \frac{(P_1 + P_2 \ldots + P_{r-1}) \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \ldots\ldots \quad 344.$$

Druck findet in demfelben nicht ftatt.

δ) Spannungen in den Diagonalen. Für diefelbe Belaftungsart, welche bei den Kuppeln zu Grunde gelegt ift, ergiebt fich die Spannungsdifferenz in zwei benachbarten Sparren, zwifchen denen die Belaftungsgrenze liegt, zu

Fig. 326.



$$\Delta = \frac{\sum_1^m (P + G)}{n \sin \alpha} - \frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha} = \frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha}$$

und die Spannung in der Diagonalen, welche diefelbe übertragen foll, höchftens zu

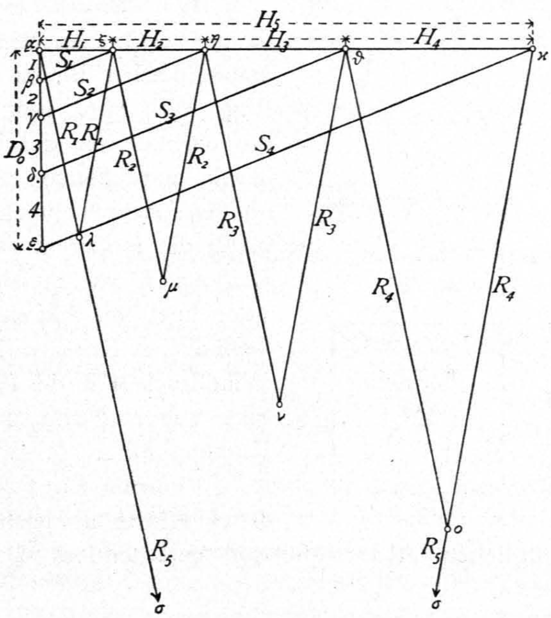
$$Y = \frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha \cos \gamma},$$

wenn γ der Winkel zwifchen der Diagonalen und dem Sparren ift. Demnach wird

$$Y_1 \leqq \frac{P_1}{n \sin \alpha \cos \gamma_1};$$

$$Y_2 \leqq \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha \cos \gamma_2} \text{ etc.} \quad . \quad 345.$$

Fig. 327.



460. Graphifche Ermittelung der Stabfpannungen.

Um die Stabfpannungen auf geometrifchem Wege (Fig. 326 und 327) zu ermitteln, feien die Belaftungen der einzelnen Knotenpunkte *1*, *2*, *3*, *4*; alsdann ergiebt fich leicht, wenn $\alpha\beta = 1$, $\beta\gamma = 2$, $\gamma\delta = 3$, $\delta\varepsilon = 4$ gemacht wird, $\beta\zeta = S_1$, $\zeta\alpha = H_1$, $\gamma\eta = S_2$, $\eta\zeta = H_2$, $\delta\vartheta = S_3$, $\vartheta\eta = H_3$, $\varepsilon\varkappa = S_4$, $\varkappa\vartheta = H_4$; ferner $\varepsilon\alpha = D_0$, $\alpha\varkappa = H_5$, $\zeta\lambda = \lambda\alpha = R_1$, $\eta\mu = \mu\zeta = R_2$, $\vartheta\nu = \nu\eta = R_3$, $\varkappa o = o\vartheta = R_4$ und $= \alpha\sigma = \sigma\varkappa = R_5$ (= Mauerringfpannung).

Je nachdem nun die Kräfte *1*, *2*, *3*, *4* die Eigengewichte oder die mobilen Laften bedeuten, erhält man die durch die eine oder andere Belaftung erzeugten Spannungen. Die Spannungen in den Diagonalen find leicht zu conftruiren.

c) Steile Zeltdächer (Thurmdächer).

Als verticale Belaftung ift hier nur das Eigengewicht einzuführen. Eine Belaftung durch Schnee findet nicht ftatt, weil wegen der grofsen Steilheit des Daches der Schnee nicht liegen bleibt. Diefe verticale Belaftung erzeugt, da die Conſtruction genau ſo, wie bei den flachen Zeltdächern, aus Sparren und Ringen zuſammengeſetzt wird, Spannungen, welche genau, wie dort gezeigt wurde, zu berechnen ſind. Auf dieſe Berechnung ſoll deſshalb hier nicht weiter eingegangen werden. Dagegen ſpielt der Winddruck hier eine groſse Rolle, und es ſollen die durch dieſen erzeugten Spannungen berechnet werden. Wir werden zunächſt die Berechnung für ein vierſeitiges Pyramidendach zeigen, für welches eine genaue Berechnung möglich iſt.

1) Vierſeitiges Pyramidendach.

461. Belaſtung.

Der Winddruck auf eine Pyramidenſeite iſt am gröſsten, wenn die Windrichtung im Grundriſs normal zu der betreffenden Rechteckſeite ſteht. Alsdann iſt der Winddruck pro 1qm ſchräger Dachfläche (Fig. 328 und 329) nach Gleichung 273. $\nu = 120 \sin^2 (\alpha + 10^0)$; die vom Winde getroffene ſchräge Dachfläche iſt

$$F = \frac{a \lambda}{2} = \frac{a h}{2 \sin \alpha},$$

Fig. 328.

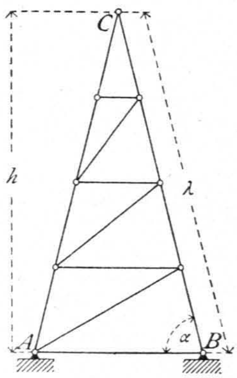


Fig. 329.

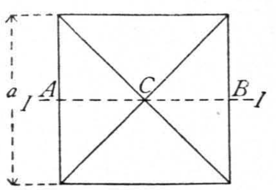
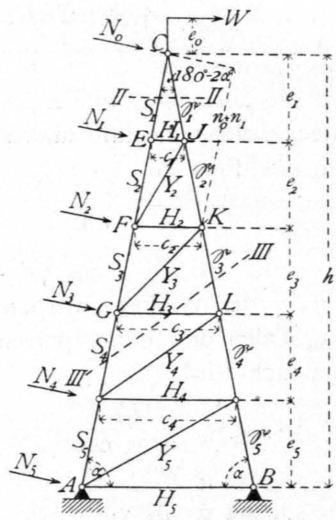


Fig. 330.

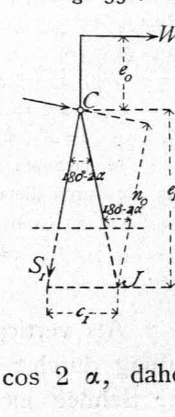


mithin der Geſammtdruck gegen eine Pyramidenſeite

$$N = \frac{a h \nu}{2 \sin \alpha} \quad . \quad 346.$$

Wir denken uns nun in der Symmetrieebene II einen ideellen Binder ACB (Fig. 330) und beſtimmen die darin durch den Winddruck entſtehenden Spannungen; wir nehmen vorläufig die Horizontalen und Diagonalen, wie in Fig. 330 gezeichnet, an. Auf ein oben befindliches Kreuz wirke ein Winddruck W in der Höhe e_0 über dem Firſtpunkt C; auſserdem wirken in den Knotenpunkten $C, E, F, G \ldots$ die Kräfte N_0, N_1, N_2, $N_3 \ldots$ normal zur Dachfläche; die Gröſse dieſer Kräfte iſt leicht aus den auf die bezüglichen Knotenpunkte entfallenden Dachflächen zu ermitteln.

Fig. 331.



462. Berechnung d. Spannungen im ideellen Binder.

α) Berechnung der Spannungen im ideellen Binder. Um die Sparrenſpannung S_1 (Fig. 330) an der Windſeite zu erhalten, lege man einen beliebigen Schnitt durch CE, etwa nach $IIII$, und betrachte das Fragment oberhalb des Schnittes. Wählt man $\mathfrak{J}$ als Momentenpunkt, ſo heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente (Fig. 331):

$$0 = S_1 c_1 \sin \alpha - W (e_0 + e_1) - N_0 n_0.$$

Nun iſt $\overline{C\mathfrak{J}} = \frac{e_1}{\sin \alpha}$ und $\cos (180 - 2\alpha) = \frac{n_0}{\overline{C\mathfrak{J}}} = -\cos 2\alpha$, daher

$n_0 = - \overline{C\mathfrak{J}} \cos 2\,\alpha = - \frac{e_1}{\sin \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha}$. Man erhält hiernach

$$S_1 = \frac{W (e_0 + e_1)}{c_1 \sin \alpha} + \frac{N_0\, e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{c_1 \sin^2 \alpha}.$$

Für irgend einen Sparren FG ift K der conjugirte Punkt, und es ergiebt fich S_3 aus der Momentengleichung

$$0 = S_3\, c_2 \sin \alpha - W (e_0 + e_1 + e_2) - N_0 (n_0 + n_1) - N_1\, n_1 + N_2\, c_2 \cos \alpha,$$

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} \left[W (e_0 + e_1 + e_2) + N_0 (n_0 + n_1) + N_1\, n_1 - N_2\, c_2 \cos \alpha \right],$$

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} \left[W (e_0 + e_1 + e_2) + N_0 (n_0 + n_1) + N_1\, n_1 \right] - N_2 \operatorname{cotg} \alpha.$$

Für irgend einen Sparren KL auf der Unterwindfeite ift G der conjugirte Punkt und

$$0 = \mathfrak{S}_3\, c_3 \sin \alpha + W (e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0 (e_1 + e_2 + e_3)}{\sin \alpha} + \frac{N_1 (e_2 + e_3)}{\sin \alpha} + \frac{N_2\, e_3}{\sin \alpha},$$

woraus

$$\mathfrak{S}_3 = - \frac{1}{c_3 \sin \alpha} \left[W (e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0 (e_1 + e_2 + e_3) + N_1 (e_2 + e_3) + N_2\, e_3}{\sin \alpha} \right].$$

Eben fo ergeben fich leicht alle Sparrenfpannungen, fowohl auf der Windfeite, wie auf der Unterwindfeite.

Die Sparren auf der Windfeite werden gezogen, diejenigen auf der Unterwindfeite werden gedrückt.

Die Spannungen in den Horizontalen und Diagonalen werden gleichfalls mittels der Momentenmethode ermittelt. Um die Spannung H_3 in GL zu finden, fchneide man fchräg nach *III III*; alsdann ift C der conjugirte Punkt, und die Momentengleichung für C heifst

$$0 = H_3 (e_1 + e_2 + e_3) - W e_0 + \frac{N_1\, e_1}{\sin \alpha} + \frac{N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha} + \frac{N_3 (e_1 + e_2 + e_3)}{\sin \alpha},$$

woraus

$$H_3 = - \frac{N_1\, e_1 + N_2 (e_1 + e_2) + N_3 (e_1 + e_2 + e_3)}{(e_1 + e_2 + e_3) \sin \alpha} + \frac{W e_0}{e_1 + e_2 + e_3}.$$

Die Spannung Y_3 endlich in der Diagonalen GK wird, da für GK wiederum C der conjugirte Punkt ift, durch die Momentengleichung für C gefunden. Diefelbe heifst, wenn y_3 der Hebelsarm von Y_3 für den Momentenpunkt C ift,

$$0 = Y_3 y_3 + W e_0 - \frac{N_1\, e_1}{\sin \alpha} - \frac{N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha},$$

woraus

$$Y_3 = \frac{1}{y_3} \frac{N_1\, e_1 + N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha} - \frac{W e_0}{y_3}.$$

Ob die Diagonalen und Horizontalen Druck oder Zug erhalten, hängt von der Gröfse des Momentes $W e_0$ wefentlich ab. Ift $W = 0$, fo werden bei der gezeichneten Richtung der Diagonalen die Horizontalen gedrückt, die Diagonalen gezogen. Bei der entgegengefetzten Windrichtung findet entgegengefetzte Beanfpruchung ftatt.

463. Graphiſche Ermittelung d. Spannungen im ideellen Binder.

β) Graphiſche Ermittelung der Spannungen im ideellen Binder. Wird zunächſt von der Kraft W abgeſehen, ſo ergiebt ſich ohne Schwierigkeit der in Fig. 332 gezeichnete Kräfteplan, worin alle Stabſpannungen, welche durch Winddruck erzeugt werden, enthalten ſind.

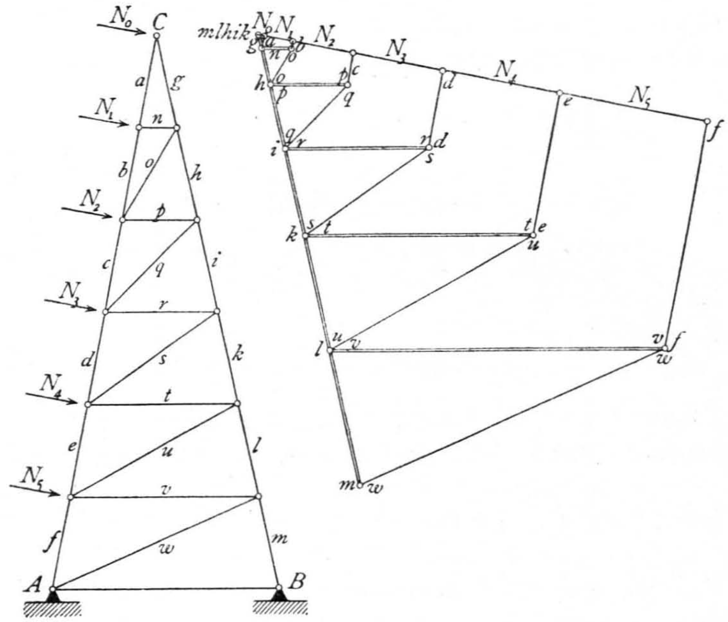


Fig. 332.

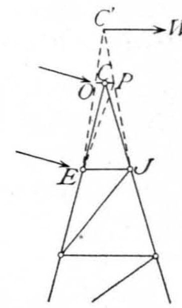


Fig. 333.

Falls noch ein Winddruck W vorhanden iſt, ſo empfiehlt es ſich, für die graphiſche Beſtimmung der Spannungen ſtatt der wirklich vorhandenen Stäbe $E\,C$ und $J\,C$ zwei Stäbe $E\,C'$ und $J\,C'$ einzuführen, wobei C' der Schnittpunkt der Kraft W mit der Mittelverticalen Fig. 333 iſt; die Ermittelung kann dann für den Thurm mit der Spitze $E\,O\,C'\,P\,J$ nach der *Cremona*'ſchen Methode erfolgen. Die Spannungen in $E\,C$ und $J\,C$ können mit geringem Fehler denjenigen, welche ſich für $E\,O$ und $P\,J$ ergeben haben, gleich geſetzt werden.

464. Wirkliche Stabſpannungen.

γ) Reduction der Spannungen im ideellen Binder auf die wirklichen Stabſpannungen. Die bisher berechneten Spannungen finden im ideellen Binder $A\,C\,B$ (Fig. 334) ſtatt. Jede Spannung in einem Stabe des ideellen Binders wird nun durch zwei Stabſpannungen der beiden wirklichen Binder geleiſtet, deren Ebenen mit derjenigen des ideellen Binders den Winkel $(90 - \alpha)$ einſchlieſsen.

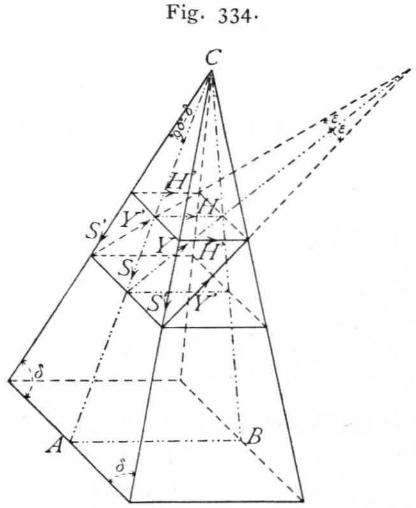


Fig. 334.

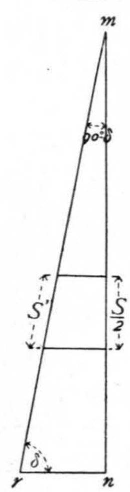


Fig. 335.

Die Spannung S in irgend einem Sparren des ideellen Binders wird durch zwei Spannungen S' erſetzt; demnach iſt

$$S = 2\,S' \cos(90 - \delta) = 2\,S' \sin \delta,$$

woraus

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta}\,; \qquad 346_a.$$

eben fo
$$\mathfrak{S}' = \frac{\mathfrak{S}}{2 \sin \delta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 347.$$

Ferner wird
$$H = 2\,H', \quad \text{woraus} \quad H' = \frac{H}{2}; \quad \ldots \ldots \quad 348.$$

$$Y = 2\,Y' \cos \varepsilon, \quad \text{woraus} \quad Y' = \frac{Y}{2 \cos \varepsilon} \quad \ldots \ldots \quad 349.$$

Auch auf conftructivem Wege ift die Reduction leicht durchzuführen. Man conftruire (Fig. 335) den Winkel $(90 - \delta)$, bezw. ε, was keine Schwierigkeiten macht. Ift $\sphericalangle\, r\,m\,n = 90 - \delta$, fo ift $\overline{m\,r} = \frac{\overline{m\,n}}{\sin \delta}$. Man trage demnach die Werthe für $\frac{S}{2}$ und $\frac{\mathfrak{S}}{2}$ auf der Linie $m\,n$ ab, projicire diefe Abfchnitte auf $m\,r$; alsdann erhält man in den Projectionen die gefuchten wirklichen Sparrenfpannungen. Eben fo ift die Divifion durch $\cos \varepsilon$ vorzunehmen.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, fo erhält jede derfelben event. Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, fo find Gegendiagonalen einzuführen, worüber nach Früherem (fiehe Art. 390, S. 355) nichts hinzugefügt zu werden braucht.

2) Achtfeitiges Pyramidendach.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, horizontal an und berechnen aus demfelben Grunde den Winddruck fo, als wenn die Seitenflächen vertical ftänden. Der dabei gemachte Fehler ift gering. Wenn die Windrichtung im Grundrifs normal zu der Seite $m\,n$ (Fig. 336) angenommen wird, die Seitenlänge des regulären Achteckes an der Unterkante der Pyramide mit a, die Höhe der Pyramide mit h und der Druck pro Flächeneinheit mit p bezeichnet wird, fo ift der Druck gegen die Fläche F demnach 465. Belaftung.

$$W = \frac{p\,a\,h}{2} \quad . \quad 350.$$

Der Winddruck auf die Fläche F_1 ergiebt fich unter obigen vereinfachenden Annahmen folgender Mafsen. Auf 1^{qm} der normal getroffenen Fläche $m\,n$ (Fig. 337) und deren Verlängerungen kommt ein Winddruck p; einem Quadrat-Meter diefer Fläche entfpricht aber $\frac{1}{\cos \gamma}{}^{qm}$ der (immer vertical gedachten) Fläche $n\,o$; auf 1^{qm} der letzteren kommt alfo

Fig. 336.

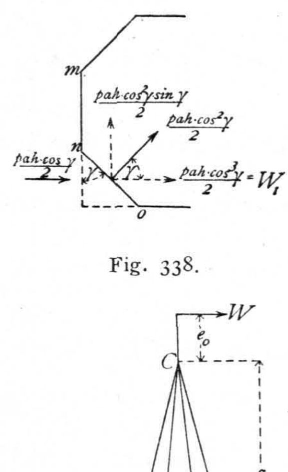


Fig. 337.

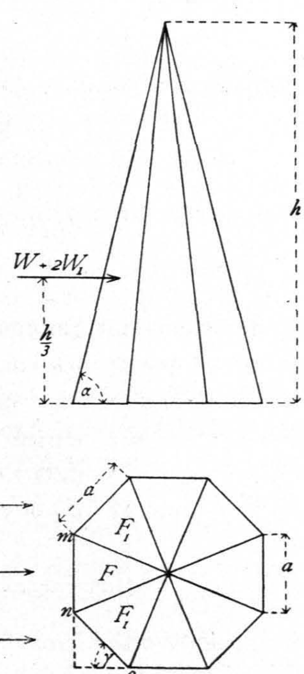
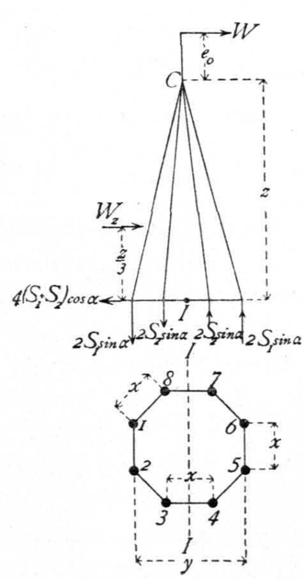


Fig. 338.



ein Winddruck $\frac{p}{\frac{1}{\cos\gamma}} = p \cos\gamma$, mithin auf die ganze Fläche F_1 der Winddruck $\frac{p \cos\gamma\, a\, h}{2}$. Von diefem Winddruck kommt nur die normal zur Fläche ftehende Componente zur Geltung, d. h. $\frac{p \cos\gamma\, a\, h}{2} \cos\gamma = \frac{p\, a\, h}{2} \cos^2\gamma$.

Diefe Componente zerlegt fich nun in eine Seitenkraft, welche diefelbe Richtung hat, wie W, und in eine normal hierzu ftehende. Die erftere ift

$$W_1 = \frac{p\, a\, h \cos^3\gamma}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 351.$$

Ein genau gleicher Winddruck wirkt (Fig. 337) auf die andere Fläche F_1; mithin ift der gefammte Winddruck auf die Pyramide

$$W + 2\, W_1 = \frac{p\, a\, h}{2}\,(1 + 2 \cos^3 45^0) = \frac{p\, a\, h}{2}\left(1 + \frac{2 \cos 45^0}{2}\right) = 0{,}854\, p\, a\, h\,. \quad 352.$$

Der Angriffspunkt diefer Kraft liegt in der Höhe $\frac{h}{3}$ über der Basis der Pyramide.

Für irgend einen Pyramidentheil (Fig. 338) der Höhe z erhält man, wenn die Seite des Achteckes, welches für diefen Theil die Bafis bildet, mit x und die ganze Bafisbreite mit y bezeichnet wird,

$$W_z = 0{,}854\, p\, x\, z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 353.$$

W_z greift in der Höhe $\frac{z}{3}$ über diefer Bafis an.

466. Spannungen in den Sparren.

Aufser W_z wirke auf das Thurmkreuz (Fig. 338) noch ein Winddruck W in der Höhe e_0 über dem Firft; alsdann ift das Moment des Windes, bezogen auf die horizontale, in der Bafis des betreffenden Thurmftückes gelegene Schwerpunktsaxe II des Querfchnittes

$$M_z = W_z \frac{z}{3} + W\,(e_0 + z) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 354.$$

Diefes Moment mufs durch die Spannung der Sparren an der betrachteten Stelle aufgehoben werden.

Sind die Spannungen in den vier Sparren 1, 2, 5, 6, welche um $\frac{y}{2}$ von der Axe II abftehen, S_1, diejenigen in den vier um $\frac{x}{2}$ von der Axe II abftehenden Sparren 3, 4, 7, 8 gleich S_2, fo ift, wenn mit geringem Fehler der Sparrenwinkel gegen die Horizontalebene gleich α gefetzt wird, das Moment der Sparrenfpannungen für die Axe II gleich $2\, S_1\, y \sin\alpha + 2\, S_2\, x \sin\alpha$; folglich mufs $M_z = (2\, S_1 y + 2\, S_2\, x) \sin\alpha$ fein. Man kann annehmen, dafs bei gleicher Querfchnittsfläche aller Sparren ftattfindet

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{x}{y}, \text{ d. h. } S_2 = \frac{S_1\, x}{y}, \text{ alfo } M_z = \left(2\, S_1\, y + \frac{2\, S_1\, x^2}{y}\right) \sin\alpha,$$

$$M_z = \frac{2\, S_1}{y}\,(y^2 + x^2) \sin\alpha, \text{ woraus } S_1 = \frac{M_z\, y}{2\,(x^2 + y^2) \sin\alpha} \quad \ldots \quad 355.$$

Für M_z find der Reihe nach die Werthe einzuführen, welche fich bei den verfchiedenen Höhen z ergeben. Diefe Spannung kann in jedem Sparren fowohl als Zug, wie als Druck ſtattfinden, weil der Wind von allen Seiten kommen kann. Man erhält demnach

$$S = \pm \frac{M_z y}{2\,(x^2 + y^2) \sin \alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 355_a.$$

467. Spannungen in den Ringen.

Die genaue Berechnung der bei einſeitiger Windbelaſtung in den Ringen und in den Diagonalen entſtehenden Spannungen iſt ſehr complicirt. Wir machen, um eine einfache Rechnung zu erhalten, die Annahme, daſs wir, wenn der Wind die Flächen EF, FO und EL (Fig. 339) belaſtet, die Punkte L und O als feſte Stützpunkte betrachten können. Alsdann wirkt auf EF die Kraft N_1, auf EL und FO je $N_1 \cos^2 45^0 = \frac{N_1}{2}$; in E und F wirken alsdann je $\frac{N_1}{2}$ und $\frac{N_1}{4}$, wie in Fig. 340 gezeichnet. Die Gleichgewichtsbedingungen für Punkt F lauten nun:

Fig. 339.

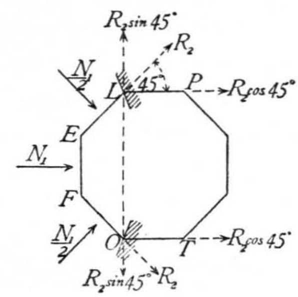
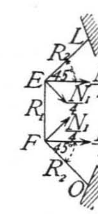


Fig. 340.



$$0 = R_1 + \frac{N_1}{4} \sin 45^0 - R_2 \sin 45^0 \quad \text{und} \quad 0 = R_2 \cos 45^0 + \frac{N_1}{2} + \frac{N_1}{4} \cos 45^0,$$

woraus

$$R_2 = - \frac{N_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cos 45^0\right)}{\cos 45^0} = - \frac{N_1}{2} \left(\frac{1}{\cos 45^0} + \frac{1}{2}\right) = - 0{,}957\, N_1 \quad . \quad 356.$$

$$R_1 = R_2 \sin 45^0 - \frac{N_1}{4} \sin 45^0 = - \frac{N_1}{2} \left(\frac{\sin 45^0}{\cos 45^0} + \frac{\sin 45^0}{2} + \frac{\sin 45^0}{2}\right),$$

$$R_1 = - 0{,}854\, N_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 357.$$

Da der Wind von allen Seiten kommen kann, ſo ſind alle Ringtheile für die Spannung $R_2 = - 0{,}957\, N_1$ zu dimenſioniren.

468. Spannungen in den Diagonalen.

Um die in den Dachflächen angebrachten Diagonalen zu berechnen, beſtimme man die auf die einzelnen Punkte L, bezw. O (Fig. 339 u. 340) wirkenden horizontalen Kräfte. Auf L und O wirkt je R_2, und es zerlegt ſich R_2 jederſeits in eine Componente $R_2 \cos 45^0$, welche in die Linie LP, bezw. OT fällt, und in eine normal dazu gerichtete Componente $R_2 \sin 45^0$, welche in die Richtung LO fällt. Um die beiden letzteren Componenten aufzuheben, empfiehlt ſich die Anbringung der Zughorizontalen LO, die in Fig. 339 punktirt iſt; der in dieſer herrſchende Zug iſt $R_2 \sin 45^0$. Die in die Ebene LPC, bezw. OTC fallenden Componenten ſind nun durch das in dieſen angeordnete Gitterwerk auf die feſten Stützpunkte der Thurmbaſis zu übertragen. Um die Diagonalen zu berechnen, denken wir wieder zunächſt die beiden Dachflächen durch einen in der Symmetrieebene liegenden, ideellen Binder erſetzt, ermitteln die unter dem Einfluſſe der Laſten $R_2 \cos 45^0$ in demſelben entſtehenden Diagonalſpannungen auf bekannte Weiſe und finden aus dieſen ideellen Diagonalſpannungen die wirklichen Diagonalſpannungen genau ſo, wie in Art. 464, S. 434 angegeben iſt. Als Belaſtung der einzelnen Knotenpunkte des ideellen Binders iſt ſelbſtverſtändlich überall $2\, R_2 \cos 45^0$ einzuführen.

3) Stabilität der Thurmdächer.

Durch die Windbelaſtung werden die Sparren an der Windſeite auf Zug, diejenigen an der Unterwindſeite auf Druck beanſprucht; durch das Eigengewicht erhalten alle Sparren Druck. Wenn der in dem Sparren mögliche gröſste Zug in Folge des Winddruckes gröſser iſt, als der durch das Eigengewicht erzeugte Druck, ſo iſt Gleichgewicht nur möglich, wenn auf den Sparren Seitens des Auflagers ein Zug ausgeübt wird, welcher wenigſtens ſo groſs iſt, wie der gröſste im Sparren herrſchende reſultirende Zug. Dieſer Zug Seitens des Auflagers wird durch Verankerung der Sparren mit dem Thurmmauerwerk erzeugt, und es muſs das Gewicht des an den Anker gehängten Mauerwerkes, welches als Zug auf den Sparren wirkt, wenigſtens ſo groſs ſein, wie der gröſstmögliche Zug in demſelben. Es empfiehlt ſich, die Verankerung weiter hinabzuführen, etwa ſo weit, daſs das Mauergewicht doppelt ſo groſs iſt, als der gröſste Zug im Sparren.

Literatur.

Bücher über »Statik der Dachſtühle«.

UNWIN, W. *Wrought-iron bridges and roofs etc.* London 1870.

CORDIER, E. *Equilibre ſtabile des charpentes en fer, bois et fonte.* Paris 1872.

RITTER, Dr. A. Elementare Theorie und Berechnung eiſerner Dach- und Brücken-Conſtructionen. 3. Aufl. Hannover 1873.

FABRÉ, V. *Théorie des charpentes, donnant des règles pratiques pour la conſtruction des fermes et autres appareils en bois et en fonte.* Paris 1873.

CARGILL, Th. *The ſtrains upon bridge girders and roof truſſes etc.* London 1873.

SHREVE, S. *A treatiſe on the ſtrength of bridges and roofs etc.* New-York 1873.

TETMAJER, L. Die äuſseren und inneren Kräfte an ſtatiſch beſtimmten Brücken- und Dachſtuhl-Conſtructionen. Zürich 1875.

NICOUR, Ch. *Calcul d'un comble en fer du ſyſtème Polonceau.* Paris 1875.

SCHWEDLER, W. Die Conſtruction der Kuppeldächer. 2. Aufl. Berlin 1878.

TRÉLAT, E. *La rigidité dans les combles.* Paris 1878.

Deutſche bautechniſche Taſchenbibliothek. Heft 10: Berechnung der Dachwerke. Von W. Jeep. Leipzig 1876.

---

4. Abſchnitt.

Gewölbe.

469. Allgemeines.

Die Gewölbe ſind aus einzelnen, mehr oder weniger keilförmig geſtalteten Elementen zuſammengeſetzte Bauconſtructionen, welche bei verticalen Belaſtungen ſchiefe Drücke auf die ſie ſtützenden Conſtructionstheile ausüben. Indem wir die verſchiedenen Gewölbearten hier als bekannt vorausſetzen, bemerken wir, daſs wir uns im vorliegenden Abſchnitt hauptſächlich mit den Tonnen-, bezw. Kappengewölben, den Kreuzgewölben und den Kuppelgewölben beſchäftigen werden, auf welche alle anderen Gewölbearten leicht zurückgeführt werden können.

Der allgemeinen theoretiſchen Unterſuchung ſoll das Tonnen-, bezw. Kappengewölbe zu Grunde gelegt werden; dabei werden wir ſtets, falls nichts Anderes