ſo wie Q_{min} und damit, wie gezeichnet, leicht die Werthe für V und V. Der für $V_{3\,min}$ angegebene Werth entſpricht einer Belaſtung der oberen Gurtung.

Auch die *Culmann*'ſche Methode giebt raſch die geſuchten Reſultate.

Die Ermittelung ſämmtlicher Spannungen, welche eine Einzellaſt hervorbringt, ergiebt ſich leicht mittels des *Cremona*'ſchen Kräfteplans, wie neben ſtehend (Fig. 200) gezeichnet iſt.

4) Parallelträger mit nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen.

Im vorhergehenden Kapitel iſt gezeigt worden, daſs die gedrückten Stäbe mit Rückſicht auf Widerſtand gegen Zerknicken weſentlich ſtärker conſtruirt werden müſſen, als die einfache Druckbeanſpruchung erfordert. Bei der Beſtimmung der Querſchnittsgröſse ſind Zuſchläge zu machen, welche bei den gezogenen Stäben nicht nöthig ſind. Man wird deſshalb bei gewiſſen Materialien, beſonders bei Schmiedeeiſen, die Verwendung gedrückter Stäbe möglichſt beſchränken, und ſtatt deren, wenn möglich, gezogene anordnen. Wo aber gedrückte Stäbe nicht entbehrt werden können, empfiehlt es ſich, die kürzeren Stäbe als gedrückte, die längeren als gezogene anzuordnen. Bei manchen Materialien hingegen, insbeſondere beim Holz, macht die Anordnung der Verbindungen eine möglichſt geringe Verwendung von Zugſtäben und eine möglichſt ausgedehnte Verwendung von Druckſtäben wünſchenswerth. 389. Princip.

Bei den Trägern mit Fachwerk iſt die Anordnung von nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen möglich.

Wir betrachten zunächſt die Träger mit nur gezogenen Diagonalen. 390. Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Wie in Art. 387, S. 352 nachgewieſen iſt, erzeugt das Eigengewicht, ſo wie auch eine totale gleichmäſsige Belaſtung aller Knotenpunkte in den nach der Mitte fallenden Diagonalen Zug, in den nach der Mitte ſteigenden Diagonalen Druck. Soll alſo durch die angegebene Belaſtung, welche für den Hochbau weitaus die wichtigſte iſt, in den Diagonalen nur Zug entſtehen, ſo ordnet man nur nach der Mitte fallende Diagonalen an, conſtruirt alſo den Träger genau ſymmetriſch zur Mitte (Fig. 201). Iſt die Felderzahl ungerade, ſo erhalten die Diagonalen in dem Mittelfelde bei dieſer Belaſtung den Zug und Druck Null (Fig. 202). Bei dieſer Trägerform erhalten je zwei ſymmetriſch zur Mitte liegende Stäbe gleiche Spannungen; dieſelben wurden früher für die eine Hälfte gefunden und ſind demnach leicht zu übertragen.

Fig. 201.

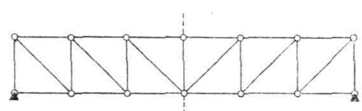
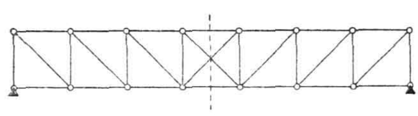


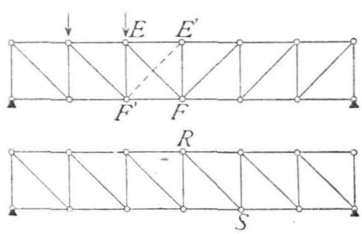
Fig. 202.



Die in Fig. 201 und 202 gezeichneten Diagonalen erhalten aber durch mobile, nicht über den ganzen Träger ausgedehnte Belaſtung eventuell Druckbeanſpruchungen, und zwar findet, wie oben ermittelt, in einer Diagonalen der gröſste Druck ſtatt, wenn die Knotenpunkte vom Kopfpunkte der Diagonalen bis zu demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist, belaſtet, die übrigen Knotenpunkte aber unbelaſtet ſind. Durch das ſtets noch vorhandene Eigengewicht findet andererſeits in den Diagonalen eine beſtändige Zugſpannung ſtatt, welche die erwähnte Druckbeanſpruchung vermindert. Diejenigen Diagonalen nun, bei denen (beides abſolut genommen) die Zugſpannung durch das Eigengewicht gröſser iſt, als die gröſste Druckſpannung in Folge mobiler Laſt, werden ſtets gezogen, nie gedrückt. Bei denjenigen Diagonalen dagegen, welche durch das Eigengewicht einen geringeren Zug erhalten, als ungünſtigſten Falles der Druck durch mobile Belaſtung beträgt (wiederum beides abſolut genommen), wird eine Druckbeanſpruchung eintreten, die zu vermeiden iſt. Man bringt deſshalb in dem betreffenden Felde eine zweite Diagonale mit einer ſolchen Richtung an, daſs die mobile Belaſtung, welche in der bereits im Felde vorhandenen Diagonalen Druck erzeugt, in der zweiten Diagonalen Zug hervorruft. Die Diagonale muſs demnach ſo gerichtet ſein, daſs die erwähnte mobile Belaſtung die Knotenpunkte vom Fuſspunkte der Diagonalen an bis zu demjenigen Auflager belaſtet, nach welchem dieſer Fuſspunkt hinweist; mit anderen Worten, man bringt eine Diagonale an, welche die bereits vorhandene Diagonale kreuzt, eine ſog. Gegendiagonale (in Fig. 203 die punktirte Diagonale $E' F'$).

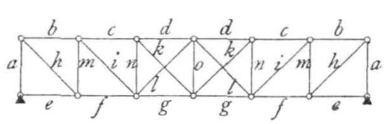
Damit dieſelbe aber auch wirkſam ſei, erhält die Hauptdiagonale EF einen derartigen Querſchnitt, daſs ſie bei Druckſpannungen ausbiegt, daſs ſie alſo in dieſem Falle als nicht vorhanden angeſehen werden kann.

Fig. 203.



Solche Gegendiagonalen ſind in denjenigen Feldern anzuordnen, in welchen die Hauptdiagonalen eventuell Druckſpannungen erhalten. In den Feldern nahe an dem Auflager iſt die Zugſpannung durch das Eigengewicht meiſtens groſs, die Druckſpannung durch mobile Laſt meiſtens klein, ſo daſs in dieſen Feldern keine Gegendiagonalen nöthig ſind; in den mittleren dagegen ſind ſie anzuordnen. Die Spannungen in den Gegendiagonalen ſind dann genau ſo zu ermitteln, als wären die Hauptdiagonalen nicht vorhanden; jede Gegendiagonale, z. B. etwa $E' F'$, befindet ſich genau in derſelben Lage, wie die ſymmetriſch zur Trägermitte liegende Hauptdiagonale in dem Träger mit nur nach einer Seite fallenden Diagonalen, alſo hier wie RS (Fig. 203). Die oben gefundenen Spannungen ſind daher hier ſofort zu verwerthen. Der Träger würde demnach die Form der Fig. 204 erhalten, in welcher je zwei Stäbe mit gleichen Bezeichnungen gleiche Spannungen erleiden.

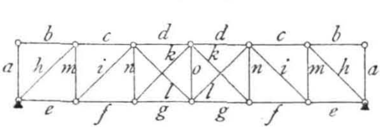
Fig. 204.



391. Träger mit nur gedrückten Diagonalen.

Bei der Conſtruction eines Trägers mit nur gedrückten Diagonalen iſt nach gleichen Principien zu verfahren. Zunächſt ſind beiderſeits nur nach der Mitte anſteigende Diagonalen zu verwenden, damit man für Belaſtung durch Eigengewicht, bezw. Totallaſt nur Druck erhalte. In denjenigen Feldern alsdann, in welchen die Diagonalen eventuell Zugſpannung erhalten würden, ſind wie oben Gegendiagonalen anzuordnen (Fig. 205). Die Verbindung in den Knotenpunkten iſt ſo anzuordnen, daſs die Hauptdiagonalen keinen Zug übertragen können.

Fig. 205.



Die Beanſpruchung der Verticalen ergiebt ſich nach Art. 387, S. 352 ſtets der Beanſpruchung derjenigen Diagonalen entgegengeſetzt, welche an einem unbelaſteten Knotenpunkte mit der Verticalen zufammentrifft. Werden demnach alle Diagonalen nur gezogen, fo werden alle Verticalen nur gedrückt (Fig. 204); werden alle Diagonalen nur gedrückt, fo werden alle Verticalen nur gezogen (Fig. 205). Im zweiten Falle werden diefelben meiftens aus Schmiedeeifen hergeftellt, während die Diagonalen aus Holz beftehen.

Beifpiel. Eine als Parallelträger mit Fachwerk (nach Art der Fig. 201) conftruirte Dachpfette hat folgende Dimenfionen und Belaftungen: Stützweite $l = 15$ m; Höhe zwifchen den Gurtungs-Schwerpunkten $h = 0{,}6$ m; Anzahl der Felder $n = 20$; Feldweite $a = 0{,}75$ m; die Diagonalen fallen jederfeits nach der Trägermitte zu; Gegendiagonalen find nicht vorhanden. Die Belaftung durch das Eigengewicht pro lauf. Meter ift $g = 66$ kg, alfo pro Knotenpunkt $g\,a = 66 \cdot 0{,}75 = 49{,}5$ kg oder rot. 50 kg. Die verticale Belaftung durch Schnee- und Winddruck pro lauf. Meter ift $p = 235$ kg, alfo pro Knotenpunkt $p\,a = 235 \cdot 0{,}75 = \infty\ 175$ kg. Es find die durch diefe Belaftungen entftehenden Spannungen zu berechnen. 392. Beifpiel.

1) Spannungen in den Gurtungen. Nach Gleichung 216. und 217. find für den m-ten Stab der oberen Gurtung

$$X_g = -\frac{50 \cdot 0{,}75 \cdot m\,(20 - m)}{1{,}2} = -31{,}25\,m\,(20 - m);$$

$$X_p = -\frac{175 \cdot 0{,}75 \cdot m\,(20 - m)}{1{,}2} = -109{,}37\,m\,(20 - m).$$

Für den m-ten Stab der unteren Gurtung find nach Gleichung 216. und 217.

$$Z_g = \frac{50 \cdot 0{,}75}{1{,}2}\,(m - 1)\,(21 - m) = +31{,}25\,(m - 1)\,(21 - m) \text{ und } Z_p = 109{,}37\,(m - 1)\,(21 - m).$$

Man erhält aus vorftehenden Ausdrücken, indem man der Reihe nach für m die Werthe 1, 2, 3, ... 9, 10 einführt, die Gurtungsfpannungen der Stäbe links der Mitte. Die Spannungen in den fymmetrifch zur Mitte liegenden Stäben find den gefundenen genau gleich. Die Addition der Werthe X_g und X_p ergiebt die Maximalfpannungen in der oberen, die Addition der Werthe Z_g und Z_p die Maximalfpannungen in der unteren Gurtung. Die Refultate find in umftehender Tabelle 1 angegeben.

2) Spannungen in den Diagonalen. α) Durch das Eigengewicht. Nach Gleichung 220. ift für die m-te Diagonale die Spannung durch das Eigengewicht, da hier $\cos\alpha = \frac{0{,}6}{\sqrt{0{,}6^2 + 0{,}75^2}} = 0{,}625$,

$$Y_g = \frac{50}{1{,}25}\,(21 - 2\,m) = 40\,(21 - 2\,m).$$

Durch Einfetzung der Zahlenwerthe 1, 2, 3, ... 9, 10 für m erhält man die Spannungen der umftehenden Tabelle 2.

β) Durch die mobile Belaftung. Im vorliegenden Fall ift die mobile Belaftung in zwei Theile zu trennen. Der Winddruck kann nur gleichzeitig den ganzen Träger belaften; die durch diefen erzeugten Spannungen berechnen fich alfo nach der obigen Formel der Gleichung 220., wenn in diefelbe ftatt g die Verticalcomponente der Windbelaftung pro lauf. Meter eingeführt wird. Diefelbe beträgt im vorliegenden Falle 88 kg; mithin ift

$$Y_w = \frac{88 \cdot 0{,}75}{1{,}25}\,(21 - 2\,m) = 53\,(21 - 2\,m).$$

Die Schneebelaftung pro lauf. Meter des Trägers ift $p_1 = 147$ kg. Die Maximal-Zug-, bezw. -Druckfpannungen, welche durch diefe Belaftung in den Diagonalen hervorgerufen werden, find nach Gleichung 223. u. 224.

$$Y_{p\,max} = \frac{147}{2 \cdot 15 \cdot 0{,}625}\,(x^2 - 0{,}375^2) = 7{,}84\,(x^2 - 0{,}141);$$

$$Y_{p\,min} = -\frac{147}{2 \cdot 15 \cdot 0{,}625}\left[(l - x)^2 - 0{,}375^2\right] = -7{,}84\left[(15 - x)^2 - 0{,}141\right].$$

Für x find der Reihe nach die Werthe einzufetzen: $15 - \frac{a}{2} = 14{,}625$, $15 - \frac{3\,a}{2} = 13{,}875$, $15 - \frac{5\,a}{2} = 13{,}125$, $15 - \frac{7\,a}{2} = 12{,}375$, $11{,}625$, $10{,}875$, $10{,}125$, $9{,}375$, $8{,}625$, $7{,}875$. Die fymmetrifch zur Mitte liegenden Diagonalen erhalten gleich grofse Spannungen.

Man erhält die in der umftehenden Tabelle 2 angegebenen Werthe.

3) Spannungen in den Verticalen. α) Durch das Eigengewicht. Nach Gleichung 221. ift, da die Laftpunkte oben liegen,

Tabelle 1: Spannungen in den Gurtungen (in Kilogr.).

	Für m = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Obere Gurtung.	X_g = − 594	− 1125	− 1594	− 2000	− 2344	− 2625	− 2844	− 3000	− 3094	− 3125	− 3125	− 3094	− 3000	− 2844	− 2625	− 2344	− 2000	− 1594	− 1125	− 594
	X_p = − 2078	− 3937	− 5579	− 7000	− 8204	− 9187	− 9954	− 10500	− 10829	− 10937	− 10937	− 10829	− 10500	− 9954	− 9187	− 8204	− 7000	− 5579	− 3937	− 2078
	X_{g+p} = − 2672	− 4062	− 7173	− 9000	− 10548	− 11812	− 12798	− 13500	− 13923	− 14062	− 14062	− 13923	− 13500	− 12798	− 11812	− 10548	− 9000	− 7173	− 4062	− 2672
Untere Gurtung.	Z_g = 0	594	1125	1594	2000	2344	2625	2844	3000	3094	3094	3000	2844	2625	2344	2000	1594	1125	594	0
	Z_p = 0	2078	3937	5579	7000	8204	9187	9954	10500	10829	10829	10500	9954	9187	8204	7000	5579	3937	2078	0
	Z_{g+p} = 0	2672	4062	7173	9000	10548	11812	12798	13500	13923	13923	13500	12798	11812	10548	9000	7173	4062	2672	0

Tabelle 2: Spannungen in den Diagonalen (in Kilogr.).

Für m = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y_g = 760	680	600	520	440	360	280	200	120	40	40	120	200	280	360	440	520	600	680	760
Y_w = 1007	901	795	689	583	477	371	265	159	53	53	159	265	371	477	583	689	795	901	1007
x = ∼ 14,6	13,9	13,1	12,4	11,6	10,9	10,1	9,4	8,6	7,9	7,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$Y_{p\,max}$ = + 1666	1513	1344	1204	1054	930	799	692	579	488	488	579	692	799	930	1054	1204	1344	1513	1666
$Y_{p\,min}$ = 0	− 8	− 27	− 52	− 90	− 131	− 187	− 245	− 320	− 394	− 394	− 320	− 245	− 187	− 131	− 90	− 52	− 27	− 8	0

Tabelle 3: Spannungen in den Verticalen (in Kilogr.).

Für m = 0*)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10**)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20*)
V_g = − 500	− 475	− 425	− 375	− 325	− 275	− 225	− 175	− 125	− 75	− 50	− 75	− 125	− 175	− 225	− 275	− 325	− 375	− 425	− 475	− 500
V_w = − 660	− 627	− 561	− 495	− 429	− 363	− 297	− 231	− 165	− 99	− 66	− 99	− 165	− 231	− 297	− 363	− 429	− 495	− 561	− 627	− 660
x =	14,6	13,9	13,1	12,4	11,6	10,9	10,1	9,4	8,6	7,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$V_{p\,min}$ = − 1103	− 1044	− 946	− 840	− 753	− 659	− 581	− 499	− 433	− 362	− 110*)	− 362	− 433	− 499	− 581	− 659	− 753	− 840	− 946	− 1044	− 1103
$V_{p\,max}$ = 0	0	+ 5	+ 17	+ 33	+ 56	+ 82	+ 117	+ 153	+ 200	0	+ 200	+ 153	+ 117	+ 82	+ 56	+ 33	+ 17	+ 5	0	0

*) In der Endverticalen ift der Druck ftets gleich der Auflager-Reaction, d. h., da die Belaftung des Endknotenpunkts $\frac{g\,a}{2}$ hinzukommt, für Eigengewicht $= -\frac{g\,a}{2}(n-1) - \frac{g\,a}{2} = -\frac{g\,a}{2}\,n = -25\,.\,20 = -500$ kg; für Winddruck $= -\frac{88\,.\,0{,}75}{2}\,n = -660$ kg. Die gröfste Beanfpruchung durch Schneelaft findet in derfelben bei totaler Belaftung durch Schnee ftatt, weil bei diefer die Auflager-Reaction am gröfsten ift. Demnach ift $V_{p\,min} = -\frac{p\,a}{2}\,n = -\frac{147\,.\,0{,}75}{2}\,20 = -1103$ kg. Zug kann in diefer Verticalen nicht entftehen.

**) Auf die Mittelverticale (Nr. 10) find die obigen Gleichungen nicht anwendbar, weil an ihrem unteren Endpunkte fich die zwei Diagonalen der anftofsenden Felder treffen, alfo der fchräge Schnitt andere Stäbe trifft, als bei der Entwickelung der Formeln vorgefehen war. Da am oberen Endpunkt der Verticalen keine Diagonale anfetzt, fo kann diefelbe nur folche Verticalkräfte aufnehmen, welche im oberen Knotenpunkte direct angreifen. Wir erhalten alfo die Spannungen in derfelben genau fo grofs, wie die Knotenpunktsbelaftungen. Diefe Werthe find in die oben ftehende Tabelle eingefetzt worden.

$$V_g = -\frac{50}{2}(21 - 2m) = -25\,(21 - 2m).$$

β) Durch mobile Belaftung. Die Spannung in den Verticalen durch den Winddruck ift entfprechend dem sub 2. Angeführten

$$V_w = -\frac{88 \,.\, 0{,}75}{2}(n - 2m + 1) = -33\,(21 - 2m).$$

Die Maximal-Druck-, bezw. -Zugfpannungen durch Schneelaft endlich ergeben fich aus den Gleichungen 223. u. 224. zu

$$V_{p\,min} = -\frac{147}{2 \,.\, 15}(x^2 - 0{,}141) = -4{,}9\,(x^2 - 0{,}141) \quad \text{und} \quad V_{p\,max} = 4{,}9\left[(l - x^2) - 0{,}141\right].$$

Für x find diefelben Werthe, wie bei den Diagonalen einzuführen. Man erhält die Werthe der neben ftehenden Tabelle 3.

4) Zufammenftellung der Spannungen für die Querfchnittsbeftimmung. Sollen die Querfchnitte nach der neueren Methode beftimmt werden, fo ift für jeden Stab die Spannung durch die permanente Belaftung P_g, die Maximalfpannung durch mobile Belaftung P_1 und die Minimalfpannung durch diefelbe Belaftung P_2 zu ermitteln (fiehe Art. 284 bis 287, S. 250 bis 252). Ueberwiegt im Stabe der Zug, fo ift P_1 der Maximalzug, P_2 der Maximaldruck durch mobile Belaftung; überwiegt im Stabe der Druck, fo ift P_1 der Maximaldruck, P_2 der Maximalzug durch mobile Belaftung. Die Werthe für P_0, P_1 und P_2 ergeben fich leicht aus neben ftehenden Tabellen. Zunächft geben die X_g, Z_g, Y_g und V_g die Werthe der P_0, die X_p, Z_p, $Y_w + Y_{p\,max}$ und $V_w + V_{p\,min}$ die Werthe der P_1, endlich die $Y_{p\,min}$ und $V_{p\,max}$ die Werthe der P_2. Danach ift folgende Tabelle zufammengeftellt.

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen: Ueberwiegender Zug				Verticalen: Ueberwiegender Druck			
Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2
1 u. 20	− 594	− 2078	1 u. 20	0	0	1 u. 20	+ 760	+ 2673	0	0 u. 20	− 500	− 1763	0
2 u. 19	− 1125	− 3937	2 u. 19	+ 594	+ 2078	2 u. 19	+ 680	+ 2414	− 8	1 u. 19	− 475	− 1671	0
3 u. 18	− 1594	− 5579	3 u. 18	+ 1125	+ 3937	3 u. 18	+ 600	+ 2139	− 27	2 u. 18	− 425	− 1507	+ 5
4 u. 17	− 2000	− 7000	4 u. 17	+ 1594	+ 5579	4 u. 17	+ 520	+ 1893	− 52	3 u. 17	− 375	− 1335	+ 17
5 u. 16	− 2344	− 8204	5 u. 16	+ 2000	+ 7000	5 u. 16	+ 440	+ 1637	− 90	4 u. 16	− 325	− 1182	+ 33
6 u. 15	− 2625	− 9187	6 u. 15	+ 2344	+ 8204	6 u. 15	+ 360	+ 1407	− 131	5 u. 15	− 275	− 1022	+ 56
7 u. 14	− 2844	− 9954	7 u. 14	+ 2625	+ 9187	7 u. 14	+ 280	+ 1170	− 187	6 u. 14	− 225	− 878	+ 82
8 u. 13	− 3000	− 10500	8 u. 13	+ 2844	+ 9954	8 u. 13	+ 200	+ 957	− 245	7 u. 13	− 175	− 730	+ 117
9 u. 12	− 3094	− 10829	9 u. 12	+ 3000	+ 10500	9 u. 12	+ 120	+ 738	− 320	8 u. 12	− 125	− 598	+ 153
10 u. 11	− 3125	− 10937	10 u. 11	+ 3094	+ 10829	10 u. 11	+ 40	+ 541	− 394	9 u. 11	− 75	− 461	+ 200
										10	− 50	− 176	0
	Kilogr.			Kilogr.			Kilogramm.				Kilogramm.		

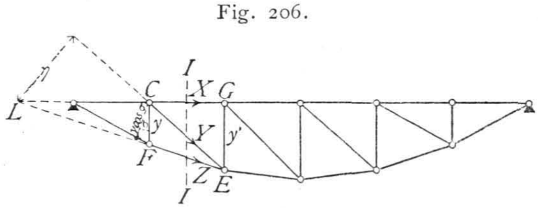
5) Parabelträger.

Wir wollen hier von den Trägern, bei denen nicht beide Gurtungen geradlinig find, nur die Parabelträger befprechen. Parabelträger find Träger mit einer oder zwei nach Parabeln gekrümmten Gurtungen. Es follen nur Träger mit einer geraden und einer gekrümmten Gurtung behandelt werden.

393. Berechnung d. Spannungen in d. gekrümmten Gurtung.

α) Berechnung der Spannungen in der gekrümmten Gurtung. Ift die obere Gurtung gerade (Fig. 206), fo ift für einen Stab FE der unteren Gurtung C der conjugirte Punkt; mithin wird, wenn M das Moment der an der einen Seite des Schnittes II wirkenden äufseren Kräfte bezogen auf C als Drehpunkt bezeichnet,

Fig. 206.



$$O = M - Zy\cos\sigma, \quad \text{woraus} \quad Z = \frac{M}{y\cos\sigma} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 229.$$