Erster Abschnitt.

Grundlagen.

1. Einfache technische Anwendungen der Hebelgesetze.

Wie auf jedem Gebiete des Denkens, so arbeitet auch in der Technik der Fachmann mit einer Reihe abstrakter Begriffe, die im gewöhnlichen Sprachgebrauch entweder gar nicht vorkommen oder hier eine andere, meistens konkrete Bedeutung haben.

Eines der nächstliegenden Beispiele ist der Hebel. Im gewöhnlichen Leben versteht man darunter eine Stange, die an einer Stelle, und zwar nahe an einem Ende, auf einer festen Unterlage ruht (Abb. 1). Auf der einen Seite drückt ein Mann und bringt dadurch am anderen Ende eine Kraftwirkung hervor, die viel größer ist als die Kraft, die er unmittelbar ausüben kann. Er ist infolgedessen imstande, mit dem Hebel z. B. einen sehr schweren Stein anzuheben.

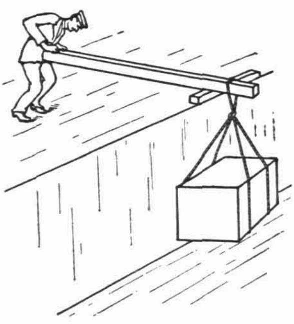


Abb. 1. Hebel.

Will der Techniker sich bei einem Vorgang, wie in Abb. 1 dargestellt, über die Kräftewirkungen klar werden, so muß er in der Darstellung alles zu beseitigen suchen, was für deren Bestimmung unwesentlich ist. Für die konkreten Einzelelemente werden Begriffe eingeführt, und an die Stelle der bildlich-anschaulichen Darstellung tritt eine schematische Skizze nach Abb. 2. Hierbei sind eine Reihe von Abstraktionen vorgenommen.

Zunächst ist der Hebel als eine einfache Linie dargestellt. Es kommt ja für die Berechnung der Kräfte gar nicht darauf an, ob die Stange aus Holz oder aus Eisen besteht, und ob sie dick oder dünn, rund oder eckig ist. Ebensowenig ist die Art der Unterlage von Einfluß; deshalb ist nur die Stelle, wo der Hebel aufliegt, in der Skizze genau festgelegt, und zwar durch ein Dreieck mit nach oben gerichteter Spitze, das etwa der Schneide bei einem Wagebalken entsprechen kann. Ob die Kraft am langen Arm des Hebels von einem **Mann** ausgeübt wird, oder durch ein angehängtes Gewicht, wie in Abb. 2 gezeichnet, ist ebenfalls gleichgültig; in Abb. 3, die eine noch etwas schematischere, noch weniger körperliche Darstellung bildet, ist daher nur ein **Pfeil** gezeichnet, der die Richtung angibt, in der der Mann seine Kraft äußert. Ebenso ist das Gewicht des

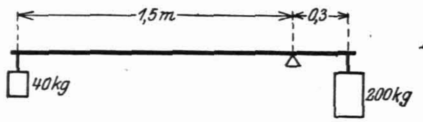


Abb. 2. Schematische Darstellung eines Hebels.

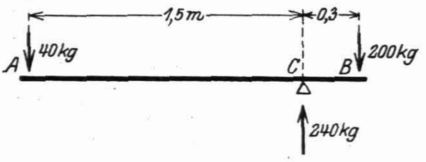


Abb. 3. Darstellung eines Hebels, noch weiter schematisiert.

Steines am anderen Ende des Hebels nur durch einen Pfeil mit daneben geschriebener Zahl bezeichnet. Den Hebel denken wir uns zunächst einmal so leicht, daß sein Gewicht keine Rolle spielt.

Nehmen wir nun einmal an, der Stein wöge 200 kg (Kilogramm) und der lange Hebelarm wäre nach den Maßen, die in den Abbildungen eingeschrieben sind, 5 mal so lang als der kurze, so brauchte der Mann nur $^1/_5$ der Last von 200 kg aufzuwenden, um den Stein zu heben, d. h. er müßte mit einer Kraft drücken, die dieselbe Wirkung hat, wie ein am langen Hebelarm angehängtes Gewicht von 40 kg.

Sind diese beiden senkrecht nach unten gerichteten Kräfte — 200 kg und 40 kg — nun die einzigen, die auf den Hebel wirken? Offenbar nicht. Denn stellen wir uns vor, daß sich bei C in Abb. 3 nicht ein festes Auflager befände, sondern daß, wie in Abb. 4 dargestellt, an dieser Stelle ein Mann stände, über dessen Schulter der Hebel gelegt ist, so sagt uns das natürliche Gefühl, daß dieser Mann sich ganz gehörig nach oben stemmen muß, um den Hebel zu halten. Tatsächlich ist die Kraft, die hier von dem Auflager nach oben gegen den Hebel ausgeübt wird, ebenso groß wie die gesamte Belastung des Hebels, also $200 + 40 = 240$ kg. In Wirklichkeit könnte ein einziger Mann diese Last gar nicht tragen, sondern wenn man einem Mann 40 kg zumuten würde, so wären 6 Mann notwendig, um das Auflager zu ersetzen.

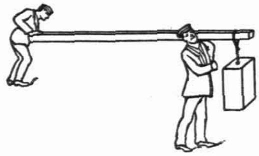


Abb. 4. Veranschaulichung der Auflagerkraft beim Hebel.

In der schematischen Darstellung, Abb. 3, ist diese Kraft von 240 kg durch einen nach oben gerichteten Pfeil dargestellt. Sie wird als Auflager-Gegenkraft bezeichnet, indessen tut der Name wenig zur Sache. Hauptsache ist das Gesetz, daß die nach unten und die nach oben gerichteten Kräfte, die auf einen Hebel oder einen anderen Körper wirken, sich gegenseitig aufheben müssen. Es ist unmöglich, daß an einem Hebel, der sich im Gleichgewicht befindet, nur Kräfte angreifen, die in einer Richtung wirken, es sind stets Gegenkräfte in gleicher Größe da.

So einfach und selbstverständlich diese Lehre erscheint, so wichtig ist sie doch als eines der Grundelemente der technischen Vorstellungswelt.

Niemals darf übrigens vergessen werden, daß bei der Zurückführung der Aufgabe auf ihre einfachsten Elemente, bei der Loslösung vom Körperlichen, das Gewicht des Hebels selbst nicht berücksichtigt worden ist. Um die Rechnung durchsichtig zu machen, war es notwendig, die Vorstellung eines körper- und gewichtlosen Hebels

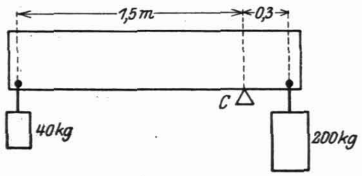


Abb. 5. Hebel, aus einem aufrecht stehenden Brett gebildet.

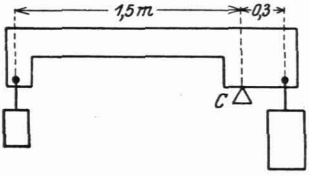


Abb. 6. Hebel nach Abb. 5, jedoch anders geformt.

zu bilden. Bei der endgültigen Berechnung darf aber natürlich das Eigengewicht der Körper, mit denen man zu tun hat, nie vergessen werden. Es darf nur dann aus der Rechnung herausbleiben, wenn es sehr klein ist im Verhältnis zu den anderen Kräften, die an dem Hebel wirken.

Einen Schritt weiter muß man mit der Abstraktion gehen, wenn es sich nicht um eine einfache gerade Stange, sondern um einen weniger einfach geformten Körper handelt. Man stelle sich vor, daß aus einem Brett nach Abb. 5, bei dem die Hebelarmlängen dieselben sind wie oben, ein Stück herausgeschnitten wird, wie in Abb. 6 dargestellt. Würde sich dann in den Kräftewirkungen etwas ändern? Offenbar nicht, vorausgesetzt, daß das Eigengewicht des Brettes wieder als nebensächlich betrachtet wird. Also auch dieser eigentümlich geformte Körper läßt sich schematisch als eine einfache gerade Stange darstellen, genau wie der Hebel in Abb. 2 und 3. Für das Gleichgewicht des Ganzen ist es völlig gleichgültig, wie die Teile geformt sind, durch die die Kraft von 40 kg nach dem Drehpunkt C hin übertragen wird.

Dieser Grundsatz läßt sich ohne weiteres auch auf einen Drehkran anwenden, wie in Abb. 7 dargestellt. An dem Kran sind Räder angebracht, mit denen er sich auf dem festen Unterbau dreht. Die Last, die der Drehkran heben soll — 3000 kg — hängt an dem äußersten Ende des Kranauslegers, und zwar an einem Seil, das über eine Rolle geht und von da zu der Trommel des Kranes läuft. Soll die Last gehoben werden, so wird die Trommel gedreht, so wie es der Pfeil in Abb. 7 angibt, und dadurch das Seil auf die Trommel aufgewickelt. Hätte der Kran kein Gegengewicht, so würde er durch diese Last von 3000 kg zum Kippen gebracht werden und von dem Gerüst herunterstürzen, und zwar müßte er um das Rad C kippen, während die hinteren Räder in die Höhe gehen. Bestimmt werden soll nun die Größe, die das Gegengewicht haben muß, um das Kippen zu verhindern, wobei angenommen ist, daß die Last, wie in der Zeichnung eingeschrieben, 10 m und das Gegengewicht 5 m von dem Rade C, also von dem festen Kipp- oder Drehpunkt, entfernt ist. Für diese Berechnung sind offenbar Seil, Rolle und Trommel ganz gleichgültig. Ebenso ist es einerlei, wie das Krangerüst aussieht. Wir haben einfach einen Hebel vor uns, an dem die äußere Kraft 3000 kg in einem Abstand von 10 m von dem Drehpunkt wirkt; da das Gegengewicht nur 5 m vom Drehpunkt entfernt ist, so muß es doppelt so groß sein wie die Last, also 6000 kg wiegen. Die einfache schematische Skizze, Abb. 8, gibt alles, was für die Gleichgewichtberechnung erforderlich ist. Das vordere Rad C erhält von unten, von der Unterlage her, einen Gegendruck von 9000 kg.

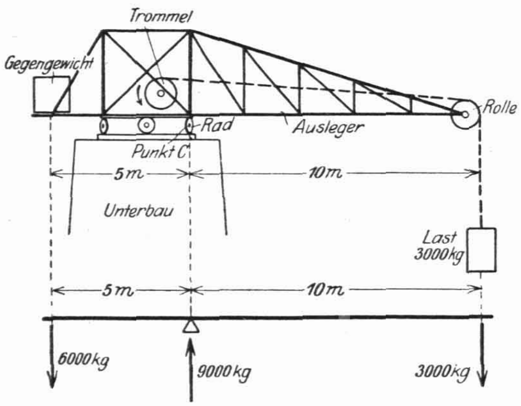


Abb. 7 und 8. Umformung eines Drehkranes in einen Hebel zum Zwecke der Gleichgewichtsberechnung.

Statt zu sagen: Die eine Kraft muß bei dem halben Hebelarm doppelt so groß sein, können wir uns auch so ausdrücken: Die Drehwirkungen der beiden Kräfte müssen gleich sein. Die Kraft 3000 kg hat den Hebelarm 10 m und damit eine Drehwirkung oder ein „Drehmoment“ $3000 \times 10 = 30000$ mkg (Meterkilogramm), und das Drehmoment des Gegengewichtes ist 6000×5, also gleichfalls 30000 mkg. (Daß etwa der Kran, wenn die Last abgenommen wird, unter der Wirkung des Gegengewichtes umgekehrt — links herum — kippt, ist praktisch nicht zu befürchten, weil dann das ganz links gelegene Rad zum Drehpunkt wird, das Gegengewicht also nur einen kleinen Hebelarm hat, so daß das Gegengewicht des Auslegers, das nach der anderen Seite zu drehen sucht, das Kippen unbedingt verhindert.)

Damit ist natürlich nur ein einziges Stück an dem Kran berechnet, und zwar wieder, was nicht vergessen werden darf, zunächst ohne Berücksichtigung des Eigengewichtes. Es wäre weiter festzustellen, was für „innere Kräfte" in dem Ausleger und dem übrigen Krangerüst auftreten, und wie die Antriebkraft vom Elektromotor nach der Trommel hin übertragen werden muß, aber das sind Rechnungen für sich, die auf diese erste Feststellung keine Wirkung haben. Über alle diese Einzelheiten geht der Techniker zunächst bei der Gleichgewichtberechnung hinweg, indem er in seinem Gehirn den komplizierten Kran zu dem einfachen geraden, gewichtlosen Stab der Abb. 8 umformt, an dem drei Kräfte wirken.

Kehren wir noch einmal zu dem hochkant gestellten Brott nach Abb. 5 zurück, und hängen wir die Gewichte, statt ungefähr in derselben Höhe mit dem Auflagerpunkt, so auf, daß der Punkt *D* bedeutend höher liegt, Abb. 9. Würde dadurch eine Änderung des Gleichgewichts eintreten? Offenbar nicht. Das Gefühl sagt uns schon, daß, wenn jetzt das Seil, an dem das Gewicht hängt, an der alten Stelle, bei *A*, festgeklemmt oder festgesteckt würde, die Wirkung genau dieselbe sein müßte. Für die Berechnung des Gleichgewichts am Hebel sind also nicht etwa die schrägen Entfernungen von *D* nach *C* und von *B* nach *C* maßgebend, sondern als Hebelarme gelten die in Abb. 9 mit Maßen (1,5 und 0,3 m) bezeichneten Strecken, d. h. die Entfernungen der Kräfte vom Auflagerpunkt, senkrecht zur Richtung der Kräfte gemessen.

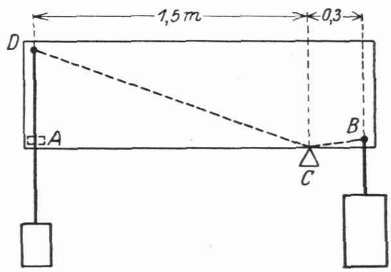


Abb. 9. Hebel nach Abb. 5 bei anderem Angriff der Kräfte.

Hieraus geht hervor, daß auch bei einem Drehkran in der Form der Abb. 10 und 11, wie er gewöhnlich ausgeführt wird, mit steil aufwärts gerichtetem Ausleger, das Gegengewicht ebenso zu berechnen ist, wie bei dem Drehkran nach Abb. 7. In schematischer Darstellung läßt sich für die Berechnung des Gleichgewichts an Stelle von Abb. 12 ohne weiteres Abb. 13 setzen.

Erproben läßt sich die Richtigkeit dieser Lehre von den Hebelarmen durch einen einfachen Versuch an einer Scheibe, die mit

Lochreihen zum Befestigen von Gewichten versehen ist. Abb. 14, die die Anordnung bei einer Scheibe des „Pantechno“[1]) wiedergibt, macht dies ohne weiteres verständlich.

Allerdings wird man hierbei auf eine eigentümliche Erscheinung stoßen. Es macht nämlich einige Mühe, die Scheibe wirklich ins Gleichgewicht zu bringen, und wenn man das Gleichgewicht gefunden hat, so wird die Scheibe bei dem geringsten Stoße wieder aus dem

Abb. 10. Drehkran nach üblicher Bauart (vgl. Abb. 11).
(Ausführung der Duisburger Maschinenfabrik Jaeger G. m. b. H., Duisburg.)

Gleichgewicht kommen und völlig herumschlagen. Das ist leicht zu erklären. Dreht sich nämlich die Scheibe beispielsweise etwas nach links in die Stellung, bei der in Abb. 14 die Gewichte gestrichelt gezeichnet sind, so ändert sich der Hebelarm der Kraft 10 von 6,3 in 7,9 cm und derjenige der Kraft 30 von 2,1 in 1,5 cm.

Vorher wurde links herum eine Drehwirkung oder ein „Drehmoment“ $10 \times 6{,}3 = 63$ und rechts herum $30 \times 2{,}1$, also auch 63,

[1]) Von Ingenieur Döhle und dem Verfasser entworfener, sehr vielseitiger Lehrapparat für Mechanik, der besonders den Zweck verfolgt, den Schüler zum selbständigen Denken und Arbeiten zu erziehen. Der Apparat wird von der Technisch-Wissenschaftlichen Lehrmittel-Zentrale, Berlin NW 7, Dorotheenstr. 32, hergestellt. Vgl. des Verfassers „Hundert Versuche aus der Mechanik“, Berlin 1926: Julius Springer.

ausgeübt. Dadurch kam das Gleichgewicht zustande. Mit den neuen Hebelarmen wirkt nach links das Moment $10 \times 7{,}9 = 79$, nach rechts $30 \times 1{,}5 = 45$. Das links herum drehende Moment ist viel größer geworden und dreht deshalb die Scheibe immer weiter nach links.

Dies dürfen wir auch bei dem Kran in Abb. 10 nicht vergessen. Fängt der Kran erst einmal an zu kippen, so schlägt er auch ganz herum. Das Gegengewicht muß also in Wirklichkeit etwas größer sein als 6000 kg, damit der Kran nicht durch einen Zufall ins Kippen kommt. Es kann ja vorkommen, daß der Kran einmal etwas schief zieht, um ein weiter entfernt liegendes Stück heranzuholen. Dann vergrößert sich nach Abb. 15 der Hebelarm von 10 m auf 12 m und der Kran fällt um, wenn das Gegengewicht nicht reichliche Größe hat. Tatsächlich kommt es hier und da vor, daß ein Kran, der nicht mit der nötigen Sicherheit berechnet ist oder mit dem unvorsichtig umgegangen wird, umstürzt.

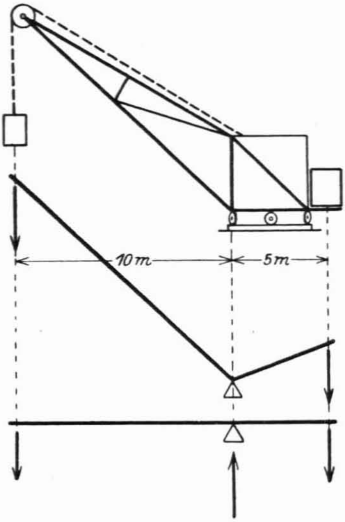


Abb. 11 bis 13. Drehkran nach Abb. 10 in immer weiter schematisierter Darstellung zum Zwecke der Gleichgewichtberechnung.

Werden die Gewichte an der Scheibe in einer und derselben Linie aufgehängt, Abb. 16, so kann man die Scheibe beliebig einstellen, ohne daß das Gleichgewicht sich ändert. Denn jetzt werden

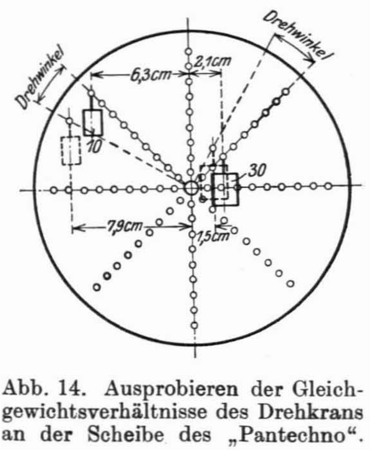


Abb. 14. Ausprobieren der Gleichgewichtsverhältnisse des Drehkrans an der Scheibe des „Pantechno“.

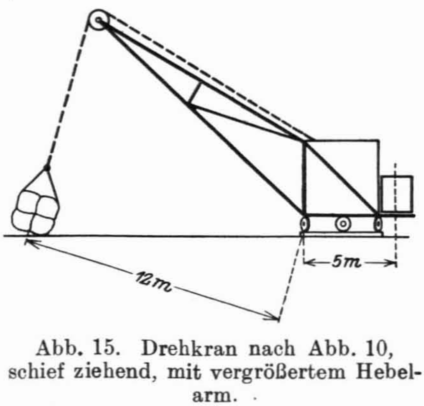


Abb. 15. Drehkran nach Abb. 10, schief ziehend, mit vergrößertem Hebelarm.

bei einer Drehung der Scheibe beide Hebelarme im gleichen Verhältnis verkürzt; beide Gewichte kommen näher an den Mittelpunkt heran und die Wirkung bleibt dieselbe, weil das Drehmoment der einen Kraft das der anderen aufhebt. Bei Aufhängung nach Abb. 17

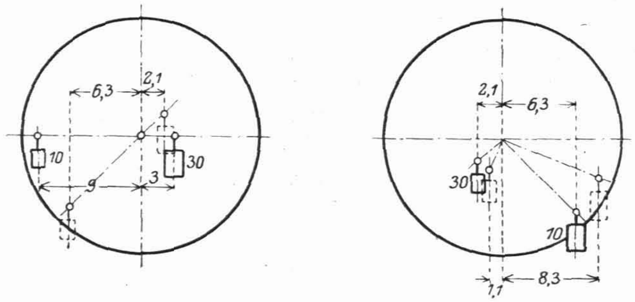


Abb. 16. Abb. 17.

Abb. 16 und 17. Indifferentes und stabiles Gleichgewicht.

dagegen herrscht „stabiles" Gleichgewicht; wenn man hier die Scheibe links herum dreht, so vergrößert sich der Hebelarm der Kraft 10 von 6,3 auf 8,3, während der Hebelarm der Last 30 von 2,1 auf 1,1 abnimmt, aber der so entstandene Unterschied des Drehmoments sucht die Scheibe nicht im selben Sinne weiter zu drehen, sondern ist bestrebt, sie im umgekehrten Sinne wieder in die Gleichgewichtlage zurückzuführen.

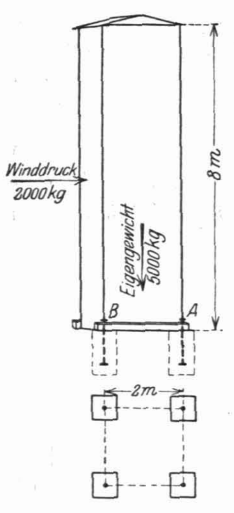


Abb. 18. Gleichgewicht bei einem vom Winddruck erfaßten Turm.

Ebenso wie oben, bei dem einfachen Hebel, der Druck, den der Mann ausübte, in Kilogramm gemessen wurde, so läßt sich z. B. auch der Druck, den der Wind gegen ein Bauwerk ausübt, nach Kilogramm berechnen. Für freistehende Gebäude nimmt man gewöhnlich an, daß die stärksten Winde auf jedes Quadratmeter Fläche mit 125 kg drücken können. Beispielsweise würde bei einem quadratischen Holzturm von 8 m Höhe und $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ Grundrißfläche, Abb. 18, der Wind, wenn er gerade voll von der Seite kommt, auf eine Fläche von $8 \times 2 = 16 \text{ m}^2$ treffen, also eine Kraft von $16 \times 125 = 2000$ kg ausüben. Dieser Druck verteilt sich gleichmäßig auf die ganze Fläche und hat infolgedessen dieselbe Wirkung, als ob er in der Mitte der Fläche angriffe. Der Turm würde, wenn er fiele, um den Punkt A kippen. Er bildet also, wie in Abb. 19 schematisch dargestellt, einen

Hebel, an dessen langem Arm eine Kraft von 2000 kg mit einem Hebelarm von 4 m wirkt, entsprechend einem Drehmoment von 2000 $\times$ 4 = 8000 mkg. Dem wirkt das Gewicht des Turmes entgegen, das 5000 kg beträgt, und von dem wir uns wieder vorstellen können, daß es in der Mitte des Turmes angreift, so daß es mit Bezug auf den Drehpunkt A einen Hebelarm von 1 m hat und ein Moment von 5000 $\times$ 1 = 5000 mkg hervorbringt. Dem vom Winddruck ausgeübten Kippmoment kann dieses Moment nicht das Gleichgewicht halten, sondern es bleibt ein Rest von 8000 — 5000 = 3000 mkg, oder mit anderen Worten, der Wind ist imstande, den Turm umzuwerfen, wenn dieser nicht noch auf andere Weise festgehalten wird. Das geschieht dadurch, daß die Mauerblöcke, die das Fundament bilden, durch kräftige Ankerschrauben mit dem Turm verbunden

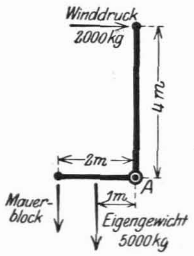


Abb. 19. Umformung des Turmes nach Abb. 18 in einen Hebel zwecks Berechnung des notwendigen Gewichts des Mauerblocks.

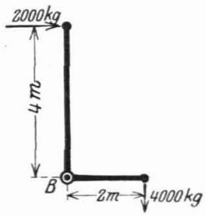


Abb. 20. Umformung des Turmes nach Abb. 18 in einen Hebel zum Zwecke der Berechnung der Fundamentbelastung.

werden, so daß sie mit hochgehoben werden müßten, wenn der Turm kippen sollte. Wie groß müssen nun diese Fundamentblöcke sein?

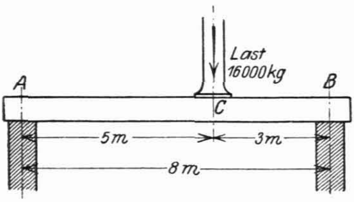
Da das Gewicht der Blöcke in 2 m Abstand von dem Drehpunkt A lotrecht nach unten wirkt, so muß es, um dem übrig gebliebenen Drehmoment von 3000 mkg das Gleichgewicht halten zu können, $\frac{3000}{2} = 1500$ kg betragen (1500 kg $\times$ 2 m = 3000 mkg). Vorhanden sind zwei Blöcke, die beim Kippen des Turmes mit hochgehoben würden, und jeder von ihnen muß daher die Hälfte, nämlich 750 kg, wiegen. Da bekannt ist, wieviel 1 cbm Mauerwerk wiegt — etwa 1600 kg —, so läßt sich hiernach ohne weiteres bestimmen, wie groß die Blöcke sein müssen, um auch beim stärksten Winde das Umkippen zu verhindern. Bei 120 cm Höhe und 63 cm Seitenlänge jedes Blockes ergibt sich der Inhalt eines Blockes zu $1{,}2 \times 0{,}63 \times 0{,}63 = 0{,}47$ m^3 und sein Gewicht zu $0{,}47 \times 1600 =$ 750 kg, wie verlangt wird.

Sind nun die so berechneten Fundamente auch groß genug, um das Gewicht des Bauwerkes zu tragen? Man rechnet gewöhnlich, daß bei gutem Baugrund auf 1 cm² der Auflagefläche des Fundamentes 2,5 kg Druck kommen dürfen. Die beiden Fundamentblöcke, die auf der dem Winde abgewendeten Seite liegen, haben zusammen die Hälfte der Turmlast — 2500 kg — und ihr eigenes Gewicht — 2×750 kg — zu tragen. Dazu kommt aber noch der Druck, den der Wind ausübt. Um diesen Druck zu ermitteln, müssen wir uns jetzt, wie in Abb. 20 veranschaulicht, den Turm als einen Hebel vorstellen, der, statt bei *A*, im Punkte *B* fest gelagert ist — hier halten ihn ja die Fundamentschrauben —, und der auf das Fundament bei *A* einen Druck ausübt. Nach den in Abb. 20 eingeschriebenen Zahlenverhältnissen beträgt dieser Druck 4000 kg. Im ganzen kommen also zusammen von dem Gewicht des Turmes, dem Gewicht der Blöcke und dem Winddruck $2500 + 1500 + 4000 = 8000$ kg oder 4000 kg für einen einzelnen Block. Die Auflagefläche beträgt $63 \times 63 = 3970$ cm², auf 1 cm² kommt also $\frac{4000}{3970} =$ ungefähr 1 kg. Somit würde das Fundament auf gutem Baugrund eine sehr reichliche Tragfläche haben.

Fassen wir nun einmal zusammen, was sich aus diesen einfachen Rechnungen für die Denkweise der Technik ergibt. Das Beispiel des Turmes läßt Art und Wesen der Umformung, die der Ingenieur bei der Untersuchung körperlicher Gebilde vorzunehmen hat, besonders klar erkennen. Der Turm ist zweimal als Hebel aufgefaßt worden, und zwar das eine Mal als Hebel mit dem Punkt *A*, das zweite Mal als Hebel mit dem Punkt *B* als festem Drehpunkt. Da wir also aus dem Turm zwei verschiedene Hebel gemacht haben, wäre es unrichtig, zu sagen: Der Turm „ist" ein Hebel. Der Turm „ist" zunächst nichts weiter als ein Turm, und wie er aufgefaßt und berechnet werden soll, liegt durchaus in der Willkür des Ingenieurs, der ein geeignetes Verfahren sucht, um das Bauwerk, das er vor sich hat, unter Abstreifung der körperlichen Formen auf irgendein möglichst einfaches, elementares Schema zurückzuführen. Je einfacher und übersichtlicher sich dieses Schema gestaltet, um so sicherer ist darauf zu rechnen, daß nicht infolge verkehrter Vorstellungen Fehler gemacht werden.

Um zunächst einmal diese richtige, klare Auffassung der Aufgabe zu gewinnen, dazu hilft die mathematische Schulung wenig; vielmehr gehört dazu eine starke Vorstellungskraft, ein Umformungsvermögen, das in erster Linie den tüchtigen Theoretiker ausmacht und das nur durch praktische Übung gewonnen oder gestärkt werden kann. Es ist die Hauptaufgabe aller Lehrmodelle, das Vorstellungsvermögen zu bilden, denn das Modell stellt eine Zwischenstufe zwischen der Wirklichkeit und der reinen Abstraktion dar, wie sie die schematische Skizze bietet. Das Körperliche, Wirkliche ist beim Modell noch nicht verschwunden, und doch ist alles, was für den augenblicklichen Zweck unwesentlich ist, so weit beseitigt, daß die Grundelemente, die für die Rechnung in Frage kommen, klar hervortreten.

Für den Ingenieur müssen die Grundbegriffe und elementaren Denkverfahren zum Handwerkzeug werden, das er sicher beherrscht; es ist oft überraschend, auf wie verhältnismäßig wenige einfache



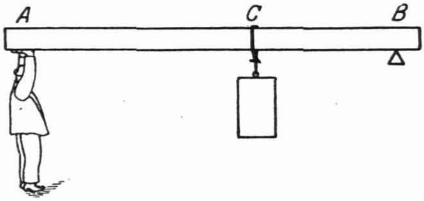


Abb. 21 und 22. Skizzen zur Berechnung eines Deckenträgers in einem Fabrikgebäude.

Elemente sich die Aufgaben der so unendlich vielseitigen Technik zurückführen lassen.

Für die Willkürlichkeit bei technischen Berechnungen noch ein weiteres einfaches Beispiel! Ein Balken oder, richtiger gesagt, Deckenträger in einem Fabrikgebäude, Abb. 21, ruht auf zwei Mauern, die 8 m voneinander entfernt sind, und ist in einer Entfernung von 3 m vom rechten Auflager durch eine Säule belastet, die 16 000 kg zu tragen hat. Festzustellen ist, welchen Druck die rechte und welchen Druck die linke Mauer bekommt.

Der Übergang zum Hebel ergibt sich sofort, wenn in unserer Vorstellung entsprechend Abb. 22 an die Stelle der einen Mauer ein Mann gestellt wird, der den Träger hochzuhalten hat. Dieser Mann übt eine nach oben gerichtete Kraft aus und wirkt damit dem Drehmoment entgegen, das die Last von 16 000 kg hervorbringt, indem sie den Hebel um das andere Auflager B nach unten zu drehen sucht. Das Drehmoment der Last ist $16\,000 \times 3 = 48\,000$ mkg; da der gedachte Mann am Hebelarm 8 m anfaßt, so würde er $\frac{48\,000}{8} =$ 6000 kg tragen müssen. Mit anderen Worten: die linke Mauer bekommt einen Auflagerdruck von 6000 kg; die andere erhält dann natürlich den Rest, also $16\,000 - 6000 = 10\,000$ kg.

Wird nun der Balken als Hebel einmal rein schematisch dargestellt, so ergibt sich Abb. 23. In den Punkten A, B und C wirken auf den Hebel eine nach unten und zwei nach oben gerichtete Kräfte. Statt B als festen Drehpunkt anzunehmen, kann

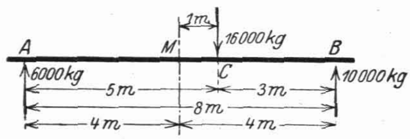


Abb. 23. Schematische Skizze zur Berechnung des Deckenträgers nach Abb. 21.

man sich nun ebenso gut vorstellen, daß der Hebel sich um A dreht. Die Kraft 6000 kg geht durch diesen Punkt hindurch und hat keinen Hebelarm und daher keine Drehwirkung. Sie scheidet also für die Berechnung zunächst völlig aus. Die Kraft 16 000 kg dreht den Hebel r e c h t s herum, nach unten, mit einem Moment $16\,000 \times 5 = 80\,000$ mkg, und die Kraft 10 000 kg entgegengesetzt, l i n k s herum, nach oben mit dem Moment $10\,000 \times 8 = 80\,000$ mkg. Die Drehwirkungen heben sich also auf: es herrscht demnach Gleichgewicht, die Rechnung stimmt auch bei dieser Annahme. Nichts steht aber im Wege, den Hebel jetzt einmal als im Punkt C festgehalten anzusehen. Dann fällt die Kraft 16 000 kg aus der Drehmomentenrechnung heraus, und es ergeben sich als Momente 6000×5 rechts und $10\,000 \times 3$ links herum, also wieder gleiche Zahlen. Ja, man kann sogar irgendeinen anderen Punkt wählen, z. B. die Mitte M des Trägers. Hier üben alle drei Kräfte Drehwirkungen aus, und zwar nach den eingeschriebenen Zahlen

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Kraft } A\text{:} & 6\,000 \times 4 = 24\,000 \text{ mkg rechts herum} \\ \text{Kraft } C\text{:} & 16\,000 \times 1 = 16\,000 \text{ mkg rechts herum} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{zusammen} \\ 40\,000 \text{ mkg}\end{array}$$

$$\text{Kraft } B\text{:} \quad 10\,000 \times 4 = 40\,000 \text{ mkg links herum.}$$

Also auch bei dieser ganz willkürlichen Annahme des Drehpunktes bestätigt sich die Richtigkeit der Rechnung. Stets ist natürlich bei derartigen Rechnungen im Auge zu behalten, daß die senkrecht nach oben wirkenden Kräfte gleich den senkrecht nach unten wirkenden sein müssen, also hier: $6000 + 10000 = 16000$ kg.

2. Berechnung eines Brückenträgers auf Grund des Hebelgesetzes.

Die Umformung körperlicher Bauteile in gedanklich vorgestellte, ganz nach Bedarf an geeigneten Punkten aufgelagerte Hebel kann auch für die Berechnung einer Eisenbahnbrücke benutzt werden, die z. B. durch einen in bestimmter Weise zusammengesetzten Zug belastet ist. Bei den Annahmen der Abb. 24 würden eine